

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM**

ANA BEATRIZ PEREIRA DO AMARANTE

**ANÁLISE DINÂMICA DE JUNTAS SLJ COLADAS DE METAL-COMPÓSITO:
CONSIDERAÇÃO DAS INCERTEZAS NOS PARÂMETROS**

JOINVILLE

2024

ANA BEATRIZ PEREIRA DO AMARANTE

**ANÁLISE DINÂMICA DE JUNTAS SLJ COLADAS DE METAL-COMPÓSITO:
CONSIDERAÇÃO DAS INCERTEZAS NOS PARÂMETROS**

Trabalho apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Assoc. Ricardo De Medeiros

JOINVILLE

2024

ANA BEATRIZ PEREIRA DO AMARANTE

**ANÁLISE DINÂMICA DE JUNTAS SLJ COLADAS DE METAL-COMPÓSITO:
CONSIDERAÇÃO DAS INCERTEZAS NOS PARÂMETROS**

Trabalho apresentado ao Departamento de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Assoc. Ricardo De Medeiros

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Assoc. Ricardo De Medeiros
UDESC/CCT

Membros:

Prof. Me. Rafael Beck
UDESC/CCT

Prof. Dr. Guilherme de Faveri
Instituto SENAI de Inovação em Sistemas de Manufatura e Processamento a Laser

Joinville, 05 de julho de 2024

Aos amigos conquistados ao longo da
graduação e trabalho que se tornaram grandes
parceiros de vida.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer e dedicar esse trabalho, em primeiro lugar a minha família, em especial minha mãe, que nunca mediu esforços pela minha felicidade, mesmo que signifique a distância física para correr atrás dos meus sonhos.

Também sou extremamente grata à minha avó, Guaraciaba, que, por ser professora, sempre me incentivou a conquistar as coisas através dos estudos.

Além dela, sou grata aos meus avôs, Valentim e Antônio, exemplos de pessoas que trabalharam incessantemente pela criação e formação acadêmica de seus filhos. Também agradeço a minha avó, Vera, que não está entre nós mas será lembrada sempre em meu coração.

É de grande importância agradecer aos meus tios, Michel e Paula, ambos engenheiros, por me despertarem a curiosidade para a engenharia mesmo antes de eu compreender operações matemáticas.

Ainda, agradeço ao meu namorado, Eike, por todo o carinho, apoio e auxílio. Por entender minha ausência e alegrar-se com minhas conquistas!

Não posso deixar de citar meu primeiro orientador de estágio e agora colega, Rafael Burg Rech, por ter visto um potencial que nem eu sabia ter. Agradeço pelos valiosos ensinamentos, apoio e inspiração profissional. Além dele, agradeço aos demais colegas de Embraco/Nidec, pelo incentivo diário para passar por essa etapa.

Gostaria de agradecer, bem como salientar a importância da minha querida psicóloga Daniela, que foi crucial ao longo desse período, me ajudando com ferramentas para auxiliar a organização e execução desse trabalho.

Ademais, agradeço imensamente ao meu orientador, Prof. Dr. Ricardo de Medeiros, cuja genialidade só é superada por sua generosidade. Obrigada pela paciência em sanar minhas dúvidas, bem como por todos os ensinamentos repassados com excelência ao longo das disciplinas. Seu apoio não só me conduziu a conclusão deste trabalho, contribuiu também para minha formação pessoal e profissional.

À Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC - 2017TR1747, 2019TR779, 2021TR843 e 2023TR563), à Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq - 304795/2022 – 4).

Por último, sou grata aos professores da UDESC que, ao longo deste caminho, ofereceram as ferramentas para que, com dedicação e resiliência, eu me tornasse uma profissional capacitada e competente.

"Devemos manter a nossa certeza de que depois
dos dias ruins, os bons virão novamente."

Marie Curie

RESUMO

A evolução da engenharia e da fabricação de materiais ao longo da história reflete a busca contínua do ser humano por soluções mais eficientes e duradouras para suas necessidades. Desde a Idade dos Metais até o século XX, que testemunhou o surgimento e a validação dos compósitos como uma classe distinta de materiais, o progresso tem sido marcado pela inovação e aplicação prática dos conhecimentos adquiridos. Portanto, o objetivo da pesquisa é analisar computacionalmente o comportamento dinâmico de uma junta sobreposta simples (SLJ) composta por materiais compósitos de CFRP (Polímero Reforçado com Fibras de Carbono) e ligas de titânio, unidas por um adesivo de epóxi. Utilizando o software ABAQUS[®], foram realizadas simulações para identificar os fatores de maior influência na resposta dinâmica da SLJ. No que tange a metodologia, foi previamente desenvolvido um modelo base conforme estudos anteriores, bem como a convergência de malha para garantir precisão nos resultados, sendo seguidos pela execução de experimentos baseados no *design* de experimentos de Plackett-Burman. Foram considerados parâmetros geométricos e propriedades dos materiais utilizados para avaliar seu impacto nas frequências naturais da estrutura. Os resultados mostraram que os parâmetros mais influentes na resposta da simulação são, respectivamente, as espessuras das vigas de titânio e CFRP, o módulo de elasticidade da liga metálica, a densidade do CFRP, seu módulo de elasticidade longitudinal e o comprimento da área adesiva. Esses parâmetros afetam diretamente a rigidez e a massa, afetando seu comportamento dinâmico e destacando a importância do estudo e projeto de uniões coladas híbridas. Além das considerações sobre os fatores influentes, a pesquisa aponta para a necessidade de futuros estudos que explorem o refinamento da malha para maior precisão, a análise de outros parâmetros de design e a validação experimental dos resultados obtidos por simulação.

Palavras-chave: Análise dinâmica. Materiais Compósitos. Materiais Metálicos. Parâmetros influentes. Uniões coladas híbridas.

ABSTRACT

The evolution of engineering and materials manufacturing throughout history reflects humanity's continuous quest for more efficient and durable solutions to its needs. From the Bronze Age to the 20th century, which witnessed the emergence and validation of composites as a distinct class of materials, progress has been marked by innovation and practical application of acquired knowledge. Therefore, the research objective is to computationally analyze the dynamic behavior of a Single Lap Joint (SLJ) composed of CFRP (Carbon Fiber Reinforced Polymer) composites and titanium alloys, bonded by an epoxy adhesive. Simulations were conducted using ABAQUS[®] software to identify the most influential factors in the SLJ's dynamic response. Regarding the methodology, a base model was previously developed based on previous studies, along with mesh convergence to ensure result accuracy, followed by experiments based on the Plackett-Burman design of experiments. Geometric parameters and material properties were considered to evaluate their impact on the structure's natural frequencies. The results showed that the most influential parameters in the simulation response are, respectively, the thicknesses of titanium and CFRP beams, the elastic modulus of the metallic alloy, CFRP density, its longitudinal elastic modulus, and the adhesive area length. These parameters directly affect stiffness and mass, impacting dynamic behavior and highlighting the importance of studying and designing hybrid bonded joints. In addition to considerations about influential factors, the research points to the need for future studies to explore mesh refinement for greater precision, analysis of other design parameters, and experimental validation of simulation results.

Keywords: Dynamic analysis. Composite materials. Metallic materials. Influential parameters. Hybrid bonded joints.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Pirâmide das Estruturas em Material Compósito.	15
Figura 2 – Forças na união.	18
Figura 3 – Comportamento Linear Elástico.	20
Figura 4 – Comportamentos dos materiais.	21
Figura 5 – Comportamento viscoelástico do fenômeno de fluência.	21
Figura 6 – Configurações de juntas coladas.	23
Figura 7 – Distribuição de tensão em juntas coladas.	23
Figura 8 – Modos de falha em uniões coladas.	24
Figura 9 – Tensões em um elemento infinitesimal.	26
Figura 10 – Eixos - sistema local e global.	29
Figura 11 – Exemplo de laminado simétrico.	31
Figura 12 – Comportamento dos deslocamentos no plano $x - z$	33
Figura 13 – Referencial de distâncias no laminado.	35
Figura 14 – Sistema de 1 GDL.	37
Figura 15 – Fluxograma do trabalho.	41
Figura 16 – Estrutura em análise e principais dimensões	41
Figura 17 – Montagem do modelo.	47
Figura 18 – Interação <i>tie</i> para regiões de contato.	47
Figura 19 – Restrições de movimento.	48
Figura 20 – Convergência de malha para cada modo de vibração.	49
Figura 21 – Comportamentos dos materiais.	51
Figura 22 – Resultados dos experimentos	52
Figura 23 – <i>Main Effect</i> das principais variáveis.	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Notação contraída para tensões e deformações.	26
Tabela 2 – Variáveis de projeto – valores nominais para o modelo-base.	42
Tabela 3 – Limites das variáveis para cada experimento.	43
Tabela 4 – Valores médios e desvio padrão dos corpos de prova experimentais.	44
Tabela 5 – Variáveis de entrada em cada experimento: CFRP.	45
Tabela 6 – Variáveis de entrada em cada experimento: Metal e Adesivo.	46
Tabela 7 – Convergência de malha: Resultados e diferenças relativas.	49
Tabela 8 – Comparativo com Borges (2012) para $TGE = 0,5$	52
Tabela 9 – Resultados dos experimentos.	53
Tabela 10 – <i>Main Effect</i> das Variáveis.	54

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CPR	Compósito Polimérico Reforçado
CFRP	<i>Carbon Fiber Reinforced Polymer</i> – Polímero Reforçado com Fibra de Carbono
DP	Desvio Padrão
EPT	Estado plano de tensão
ME	<i>Main Effect</i> – Efeito principal
MEF	Método dos Elementos Finitos
MME	<i>Medium Main Effect</i> – Efeito Principal Médio
PBD	Plackett-Burman <i>Design</i>
SHM	<i>Structural Health Monitoring</i> – Monitoramento de Saúde Estrutural
SLC	<i>Standard Laminate Code</i> – Código Padrão do Laminado
SLJ	<i>Single Lap Joint</i> – Junta Simples Sobreposta
TGE	Tamanho Global de Elemento
TME	<i>Total Main Effect</i> – Efeito Principal Total
XFEM	<i>Extended Finite Element Method</i> – Método de Elementos Finitos Estendido

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz de rigidez extensional
B	Matriz de rigidez de acoplamento
C	Matriz de rigidez do material
D	Matriz de rigidez flexional
E	Módulo de elasticidade
f_n	Frequência natural
G	Módulo de cisalhamento
h_k	Altura da k-ésima lâmina
L	Comprimento
M_x	Momento fletor em relação ao eixo X
M_{xy}	Momento torsor no plano X-Y
M_y	Momento fletor em relação ao eixo Y
N_x	Força normal na direção X
N_{xy}	Força cisalhante no plano X-Y
N_y	Força normal na direção Y
Q	Matriz de rigidez reduzida
\bar{Q}	Matriz de rigidez transformada
R	Matriz de Reuter
S	Matriz de flexibilidade do material
t	Espessura
T	Matriz de transformação
u	Deslocamento de um ponto na direção X
u_0	Deslocamento de um ponto no plano de referência na direção X
v	Deslocamento de um ponto na direção Y
v_0	Deslocamento de um ponto no plano de referência na direção Y
w	Deslocamento de um ponto na direção Z
W	Largura
ε	Deformação
ε_i	Deformação normal no plano i
ε_x^0	Deformação normal de um ponto no plano de referência na direção X

ε_y^0	Deformação normal de um ponto no plano de referência na direção Y
γ_{xy}^0	Deformação angular de um ponto no plano de referência no plano X-Y
γ_{ij}	Deformação cisalhante no plano i-j
κ_x	Curvatura do plano de referência em relação ao eixo X
κ_y	Curvatura do plano de referência em relação ao eixo Y
κ_{xy}	Cisalhamento do plano de referência no plano X-Y
ν	Coefficiente de Poisson
ρ	Densidade
σ	Tensão
σ_i	Tensão normal na direção i
τ_{ij}	Tensão cisalhante no plano i-j
θ	Inclinação entre os eixos 1 e X
<i>ad</i>	Subscrito para variáveis referentes ao adesivo
<i>c</i>	Subscrito para variáveis referentes ao compósito
<i>m</i>	Subscrito para variáveis referentes ao metal
<i>x,y,z</i>	Subscrito para variáveis referentes referentes ao sistema de coordenadas global
1,2,3	Subscrito para variáveis referentes ao sistema de coordenadas local

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	14
1.2	OBJETIVO	15
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	16
2	REVISÃO DA LITERATURA	17
2.1	UNIÕES HÍBRIDAS COLADAS	17
2.1.1	Fundamentos	17
2.1.2	Comportamento Mecânico de adesivos poliméricos	20
2.1.3	Comportamento Mecânico dos Aderentes	22
2.1.4	Falhas em uniões coladas	22
2.2	MATERIAIS COMPÓSITOS	24
2.2.1	Macromecânica de uma lâmina	25
2.2.2	Orientações da lâmina e laminado	29
2.2.3	Análise do laminado	31
2.3	ANÁLISE DINÂMICA	36
2.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	39
3	METODOLOGIA	41
3.1	MODELO BASE	46
3.2	CONVERGÊNCIA DE MALHA	48
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	51
4.1	EXPERIMENTOS – PLACKETT-BURMAN <i>DESIGN</i>	52
5	CONCLUSÃO	56
5.1	TRABALHOS FUTUROS	57
	REFERÊNCIAS	58

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

A evolução do ser humano é medida por meio da sua capacidade de descobrir formas de manipular e produzir artefatos a partir dos materiais visando satisfazer suas necessidades (Callister, 2020). Ao descobrir os materiais metálicos, conseguiu-se manufaturá-lo de diversas formas e, devido à sua importância, o intervalo de tempo no qual esses conhecimentos foram adquiridos foi chamado de Idade dos Metais. Dada a variedade em composições químicas e, consequentemente, propriedades mecânicas, os materiais metálicos tornaram-se indispensáveis em diversas aplicações da Engenharia.

Por sua vez, a classificação dos compósitos como uma classe distinta de materiais é datada no século XX, a partir da fabricação de compósitos multifásicos projetados, por exemplo, os polímeros reforçados com fibras de vidro (Callister, 2020). Durante décadas, estudos, principalmente na indústria aeronáutica, naval e de energia, buscaram validar os materiais compósitos por suas vantagens em propriedades mecânicas, peso reduzido, resistência à corrosão e longevidade, embora isso traga desafios como o projeto com materiais anisotrópicos e análise de critérios de falha específicos (Borges, 2012).

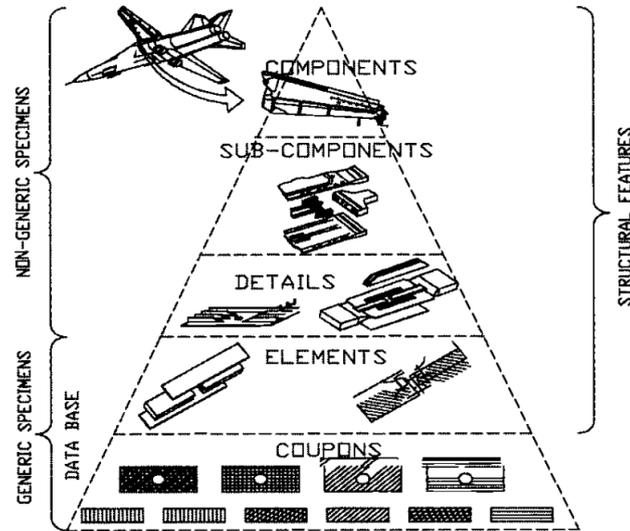
Ainda, conforme Borges (2012), o engajamento no uso de materiais compósitos em estruturas aeronáuticas é impulsionado devido a variedade de matérias-primas e processos de fabricação disponíveis. Contudo, a precisão acerca dos mecanismos de falha, tais como fratura de fibra e delaminações, se mostram desafiadoras. Ademais, as estruturas de grande porte, tais como aeronaves, automóveis e navios, são fabricadas em partes, sendo necessário montá-las para obter a estrutura completa. Sendo assim, a Figura 1 ilustra a pirâmide das estruturas em material compósito:

No que diz respeito a união de compósitos, é possível utilizar o processo de colagem tanto para a interação compósito-compósito, quanto para metal-compósito, também chamadas de junções híbridas. Essa abordagem se mostra vantajosa quando comparada à utilização de parafusos e/ou rebites por minimizar efeitos de concentração de tensão, aumentar a eficiência aerodinâmica da superfície, melhorar transferência de carga, entre outros. Contudo, surgem preocupações e questionamentos sobre a segurança das estruturas coladas, que em última instância poderiam estar internamente danificadas (Ribeiro, 2009; Borges, 2012).

Nesse contexto, os sistemas de monitoramento estrutural ou *Structural Health Monitoring* (SHM) possuem papel vital para o monitoramento e prevenção de falhas em materiais compósitos utilizados em aplicações de Engenharia. Ainda, segundo Borges (2012), ao longo das últimas décadas, diversos pesquisadores concentraram seus estudos na elaboração de propostas, desenvolvimentos, homologação e produção desses sistemas, a fim de prover dados em tempo real para análise da integridade de diversas estruturas.

Contudo, ainda existem lacunas quanto a utilização de SHM para acompanhamento de juntas coladas, fato que se intensifica para o caso de juntas coladas híbridas (Borges, 2012).

Figura 1 – Pirâmide das Estruturas em Material Compósito.



Fonte: Baker, Dutton e Kelly (2004)

Portanto, são de suma importância os estudos numéricos e experimentais acerca de juntas coladas e suas variáveis, visando correlacionar os dados obtidos para posterior utilização em SHM, prevenindo falhas nas estruturas e tornando sua vida mais longa através do monitoramento contínuo e manutenção.

1.2 OBJETIVO

O objetivo do presente trabalho é analisar computacionalmente um modelo de junta sobreposta simples (*Single Lap Joint – SLJ*), identificando os fatores de maior influência na sua respectiva resposta dinâmica por meio de simulações numéricas no software ABAQUS®, utilizando dados encontrados na literatura. A estrutura proposta é composta por dois corpos de prova (CDP), sendo um de polímero reforçado com fibras de carbono (*Carbon Fiber Reinforced Polymer – CFRP*) e o outro de liga de titânio, coladas por um adesivo epóxi. Para a elaboração do modelo, a estrutura é configurada de acordo com o dimensional proposto por de Medeiros, Borges e Tita (2014), utilizando para a definição das propriedades dos materiais no *software* as informações detalhadas em Borges (2012).

Para auxiliar na obtenção dos parâmetros de maior influência, foi elaborada uma matriz utilizando os arranjos propostos por Plackett e Burman para a obtenção dos resultados com um número reduzido de simulações, nas quais o Método dos Elementos Finitos (MEF) foi empregado para os cálculos. Em seguida, o modelo da estrutura é parametrizado e utilizado como base para variação dos parâmetros definidos com limites superior e inferior calculados a partir do desvio padrão da variável. Os dados de saída são as frequências naturais de cada experimento. Através dos resultados, avaliam-se os parâmetros de maneira análoga ao trabalho de dos Santos Souza et al. (2019) no qual, ao calcular o *Main Effect* (ME), ou Efeito Principal, ordena as variáveis mais

influentes em um sistema. Em seguida, analisam-se os resultados.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O presente trabalho está dividido em 5 Capítulos, os quais são detalhados conforme segue:

- Capítulo 1. INTRODUÇÃO: No primeiro capítulo, é realizada uma breve contextualização ao tema, bem como definida a motivação e o objetivo.
- Capítulo 2. REVISÃO DA LITERATURA: Em seguida, apresenta-se a revisão bibliográfica relacionada às juntas coladas híbridas, englobando suas principais teorias e pesquisas.
- Capítulo 3. METODOLOGIA: Nesse capítulo é detalhada a metodologia utilizada para realizar o trabalho, elaborando o planejamento dos experimentos.
- Capítulo 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES: Logo após, os resultados da proposta de análise da estrutura são registrados, detalhando-os e discutindo seus principais aspectos.
- Capítulo 5. CONCLUSÃO: No último capítulo, são incluídas as considerações finais sobre o trabalho, bem como possibilidades de estudos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Para melhor compreensão, a revisão bibliográfica pode ser dividida em seções:

2.1 UNIÕES HÍBRIDAS COLADAS

2.1.1 Fundamentos

A união de componentes e materiais é crucial na engenharia, a qual desempenha um papel importante na fabricação de ferramentas, produtos e estruturas. Inicialmente, esse processo era caracterizado por métodos simples, como a junção de pedras a galhos naturais. Todavia, ao longo do tempo, evoluiu para técnicas mais complexas e sofisticadas, resultando em montagens altamente avançadas e eficientes.

Hoje, a união de materiais é uma consideração essencial no projeto e fabricação de uma ampla gama de produtos, desde estruturas comuns, como pontes, até dispositivos de alta tecnologia, como os microeletromecânicos (Messler, 2004). O desenvolvimento da união de materiais reflete não apenas a evolução tecnológica, mas também a importância contínua desse processo como uma tecnologia facilitadora no avanço das ferramentas desenvolvidas em diversas áreas da engenharia.

Nesse contexto, Messler (2004) define união – ou junta, como o ato ou processo de colocar ou, literalmente, juntar coisas com o objetivo de torná-las contínuas ou formar uma unidade. Quando se trata de fabricação, a junta consiste no processo de fixação de um componente, elemento estrutural ou detalhe para criar uma montagem na qual a junção é necessária por permitir que os componentes unidos cumpram uma função que sozinhos não conseguiriam.

Com isso, é possível criar produtos e estruturas com tamanhos, formas e desempenho inalcançáveis caso fossem individuais, superando limitações de processos de fabricação primários (tais como fundição, moldagem, forjamento, processamento de pó e laminação de compósitos) e das propriedades de materiais únicos (Adams; Wake, 1984).

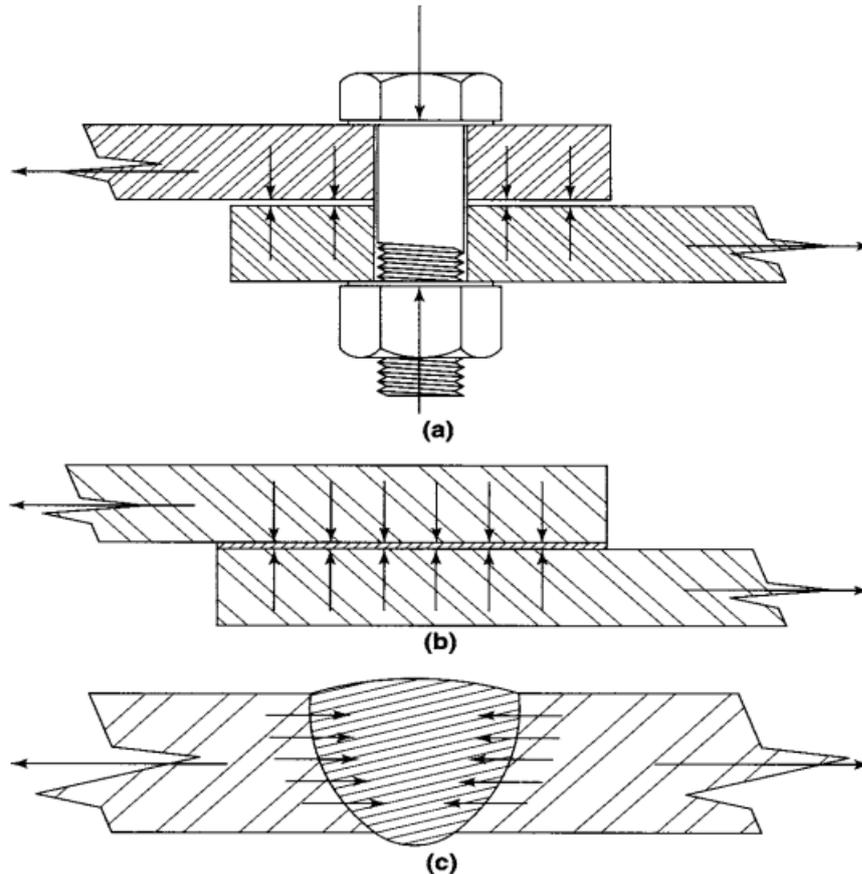
Ademais, as uniões permitem otimizar a escolha dos materiais, combinando suas propriedades. Ainda, conforme Adams e Wake (1984), as uniões coladas admitem boa tolerância ao dano, bem como são passíveis de manutenção, possibilitando melhor durabilidade. Contudo, o uso de tais uniões faz emergir novos e distintos modos de falha, que representam, por si só, desafios pertinentes ao projeto.

De acordo com Messler (2004), a união é possibilitada pela atuação de três forças fundamentais: as forças mecânicas, químicas e físicas. Por meio dessas, os métodos ou processos fundamentais de união puderam ser criados, sendo os principais: uniões mecânicas, colagem adesiva e soldagem.

As forças mecânicas são resultantes de entrelaçamentos e interferência entre partes montadas, sem necessitar interações físicas ou químicas. Já as forças químicas são consequência de reações entre os materiais, ao passo que as forças físicas são oriundas da interação de atração

entre átomos e moléculas, sendo essenciais para processos de união como soldagem e brasagem (Messler, 2004). A Figura 2 ilustra as forças envolvidas em uniões de materiais e estruturas, sendo (a) forças mecânicas para fixação, (b) forças químicas para colagem adesiva, e (c) forças físicas para soldagem.

Figura 2 – Forças na união.



Fonte: Messler (2004)

De forma geral, a junção mecânica refere-se ao processo de união de peças ou elementos estruturais utilizando métodos que criam forças de interferência ou intertravamento, sem a formação de ligações a níveis atômicos ou moleculares. Existem dois principais tipos de junção mecânica: fixações puramente mecânicas e as fixações mecânicas integradas. Na fixação puramente mecânica, utilizam-se fixadores rosqueados (como parafusos) e não rosqueados (como rebites). Já nas fixações mecânicas integradas, destacam-se os tipos rígidos (como encaixes em cauda de andorinha), elásticos (como encaixes rápidos), e plásticos (como *crimps* e dobras). Esses métodos garantem que as peças permaneçam unidas sob diversas condições de carga.

Contudo, a união também pode ser realizada formando ligações interatômicas ou intermoleculares por meio do processo químico conhecido como colagem adesiva.

Por fim, conforme já visto, é possível unir materiais e estruturas por meio da soldagem, que não depende tanto da interação e reação química, mas da interação eletromagnética pura entre os átomos que compõem os materiais a serem unidos (Messler, 2004).

O processo de colagem adesiva origina-se da união de materiais com agentes naturais ou sintéticos. Embora considerado tecnicamente simples, ganhou reconhecimento significativo a partir da segunda metade do século XX. Com o desenvolvimento de materiais compósitos, a colagem adesiva tornou-se um método sofisticado, aplicável a uma ampla gama de materiais, desde polímeros até metais, cerâmicas e compósitos, e possui aplicação em elementos estruturais primários para suporte de cargas, bem como em aplicações não-estruturais especializadas para vedação, isolamento e amortecimento de vibrações (Messler, 2004).

No que tange a nomenclatura para união colada, o agente de ligação é chamado de "adesivo" e precisa ser quimicamente compatível, para ser capaz de se ligar quimicamente a cada substrato, que são chamados de "aderentes". Eventualmente, reações químicas reais ocorrem, dando origem à ligação e "adesão", enquanto frequentemente ocorre apenas o desenvolvimento de forças de ligação superficial proveniente de outras fontes como adsorção ou difusão. Nesses casos, a adesão surge a partir da formação de ligações químicas, geralmente de um tipo secundária. Há situações nas quais a ligação química é auxiliada por contribuições de entrelaçamento mecânico (forças mecânicas) e/ou forças físicas (forças eletrostáticas) (Messler, 2004).

Segundo Adams e Wake (1984), um adesivo é um material polimérico que, quando aplicado a superfícies, pode uni-las e resistir à separação. Um adesivo estrutural é aquele utilizado quando a carga necessária para causar a separação é substancial, de forma que o adesivo fornece a principal força e rigidez da estrutura. Os membros estruturais da junta, que são unidos pelo adesivo, são chamados de substratos, um termo usado pela primeira vez por de Bruyne em 1939.

A união colada é vantajosa pois, além da união mecânica, é o único processo que não altera a microestrutura dos materiais unidos, além de necessitar de pouca ou nenhuma alteração química. Portanto, ao não alterar os materiais, é possível manter suas propriedades, bem como possibilita as combinações de materiais diferentes. Ademais, como as forças de fixação surgem e ocorrem sobre as superfícies das peças que estão sendo unidas, as cargas que devem ser suportadas e transferidas pela junta são distribuídas minimizando efeitos de concentrações de tensão, como aquelas encontradas nos pontos de fixação ou anexação real em junções mecânicas. Ainda, de acordo com Messler (2004), na maioria dos casos a colagem adesiva é a melhor escolha para unir materiais dissimilares, como metais a compósitos, foco do presente estudo.

Segundo Petrie (2000), em uma união colada as forças envolvidas podem ser divididas em dois tipos: forças de coesão e forças de adesão.

As forças de coesão são responsáveis por manterem tanto o adesivo quanto o aderente coesos e devem suportar principalmente as cargas internas e são majoritariamente pouco alteradas no que diz respeito às suas características. Por sua vez, as forças de adesão são mais suscetíveis à mudanças e dependentes da preparação das superfícies de adesão, já que são responsáveis pelo tipo de interação na interface adesivo-aderente. Na maior parte dos casos, as forças moleculares de *van der Waals* regem o comportamento das forças de adesão, principalmente em se tratando de polímeros. Essas forças secundárias são devido à pontes de hidrogênio, ligações polares e

dispersões (Petrie, 2000).

Portanto a capacidade de uma junta suportar carregamentos se deve à atuação de diferentes forças, que coexistem na interface adesivo-aderente. Assim, não se pode considerar apenas uma teoria para descrevê-la. Exemplos de teorias de adesão são apresentadas no trabalho de Borges (2012):

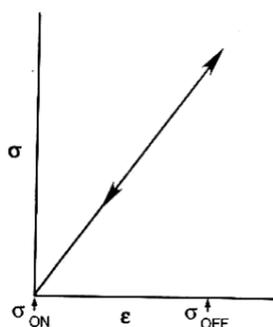
- Teoria de Adsorção;
- Teoria de Travamento Mecânico;
- Teoria de Difusão;
- Teoria de Interação Eletrostática.

Essas teorias não serão aprofundadas no presente trabalho mas são de suma importância para o projeto de uniões coladas.

2.1.2 Comportamento Mecânico de adesivos poliméricos

Com base no comportamento dos materiais, Williams (1973) demonstrou a divisão em dois grandes grupos, dos quais um depende do tempo, enquanto o outro não. No que tange o independente do tempo, a Figura 3 ilustra o comportamento linear elástico, no qual não há deformação permanente ao retirar um carregamento. Ao considerar um material em regime linear elástico, é possível utilizar as propriedades mecânicas médias aparentes, as quais são comumente obtidas através de ensaios mecânicos normatizados.

Figura 3 – Comportamento Linear Elástico.

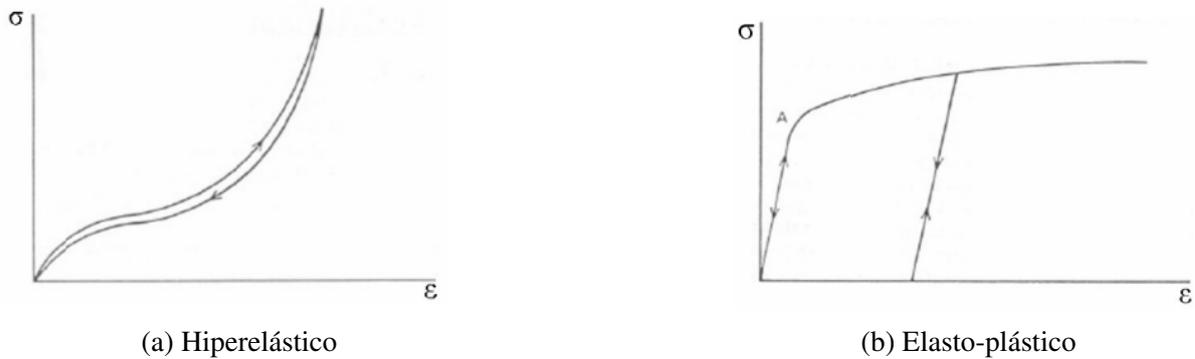


Fonte: Williams (1973).

Existem materiais que apresentam comportamento elástico não-linear e independente do tempo. Tais materiais são ditos terem comportamento hiperelástico, como ilustra a Figura 4a, sendo caracterizado pelas ausências de limite de escoamento e de deformação permanente. Já um material elasto-plástico, da Figura 4b caracteriza-se pelo comportamento linear até certo ponto, sendo o início da não-linearidade por consequência do escoamento. Se o material elasto-plástico for descarregado após o patamar elástico, sua deformação será permanente. Após plastificação,

no descarregamento, a curva torna-se paralela à inclinação do regime elástico, contanto que a estrutura esteja livre de danos (Williams, 1973).

Figura 4 – Comportamentos dos materiais.

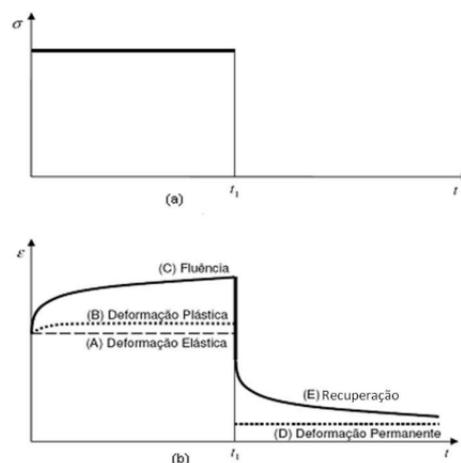


Fonte: Williams (1973)

Um material viscoso caracteriza-se pela sua relação tensão-deformação dependente do tempo. Como os materiais poliméricos associam comportamento elástico ao viscoso, esse é chamado de viscoelástico e, dada sua grande utilização em adesivos para juntas coladas, Seong et al. (2008) detalhou o estudo paramétrico de fatores influentes no processo de fabricação tais como pressão na colagem, tamanho do *overlap* (área colada), espessura do adesivo e outros. Com isso, presume-se que o mecanismo de falha em uma união colada híbrida de metal-compósito será normalmente a delaminação do compósito.

Sendo assim, um material viscoelástico responde conforme a Figura 5 para uma entrada de tensão em degrau e poderá apresentar os fenômenos de fluência e relaxação. O acréscimo de deformação em função do tempo para uma entrada constante abaixo do escoamento é uma característica da fluência, enquanto a variação da tensão para uma deformação constante é particular da relaxação (Ribeiro, 2009).

Figura 5 – Comportamento viscoelástico do fenômeno de fluência.



Fonte: Ribeiro (2009).

Sob a ótica de Messler (2004), o processo de falha das uniões coladas pode ocorrer tanto no aderente quanto no adesivo. Para o projeto de juntas, (Borges, 2012) afirma que, para o cálculo da junta, é necessário que a ocorrência da falha seja sempre em zona intermediária e nunca nos aderentes (união), bem como localização fora da zona de transferência de carga. Portanto, é primordial analisar a camada de adesivo que realiza o contato entre os substratos.

2.1.3 Comportamento Mecânico dos Aderentes

Além do comportamento dos adesivos, é necessário entender as características dos aderentes (ou substratos) da junta. Nesse estudo, há a presença de dois materiais distintos, sendo uma liga metálica e uma placa de material compósito. O comportamento elástico da liga metálica será o foco no momento, enquanto o comportamento dos materiais compósitos encontra-se detalhado posteriormente na Sub-seção 2.2.

Quando se trata do comportamento de materiais metálicos, é possível observar seu encruamento ou plastificação por meio de ensaios mecânicos que resultam nas curvas de tensão-deformação para esforços trativos e/ou compressivos. Isso somente ocorre após o material sair do regime elástico, deformando-se permanentemente.

Microestruturalmente, o que gera a plastificação é o movimento das discordâncias e, quando não há perda de coesão e rupturas internas, ao acumular essas discordâncias constrói-se uma barreira física que produz concentração de tensões e, por fim, o encruamento do material ocorre (Ribeiro, 2009).

Sob um ponto de vista antagônico, Chen e Saleeb (1994) disseram que a falha nos metais é ocasionada pelo deslocamento ou escorregamento dos cristais, o que gera deformações plásticas por cisalhamento. Como consequência, os comportamentos em trativos e compressivos são praticamente iguais, bem como o volume não é alterado. Essa afirmação é válida apenas para materiais dúcteis, já que o modo de falha para frágeis é por clivagem.

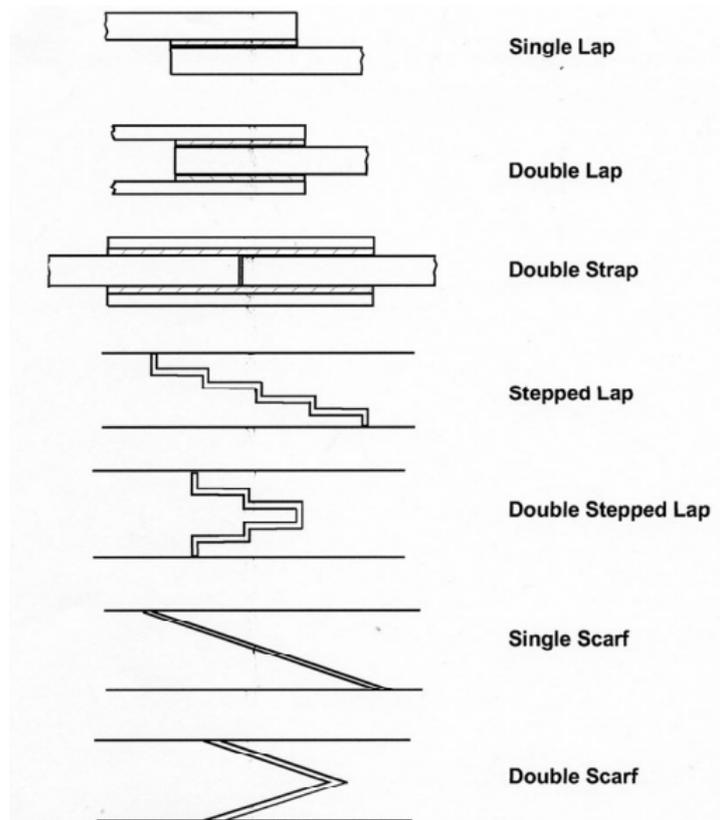
2.1.4 Falhas em uniões coladas

Quando aborda-se os mecanismos de falha em uniões coladas, o estudo do seu comportamento se faz essencial e é delimitado através das características geométricas, resistência das juntas e os modelos analíticos ou numéricos empregados (Ribeiro, 2009).

Conforme já evidenciado, o uso de materiais compósitos torna-se vantajoso pois, por meio destes é possível obter estruturas rígidas e leves. Contudo, compósitos sozinhos não necessariamente englobam todas as melhores características já que apresentam baixa resistência para cisalhamento interlaminar. Esse fato é evidenciado em uniões parafusadas. Assim, para transferência de cargas, a união colada é considerada a melhor opção (Thomsen; Mortensen, 2002).

Na Figura 6, Ribeiro (2009) ilustrou as diversas possibilidades de projetos para uniões coladas:

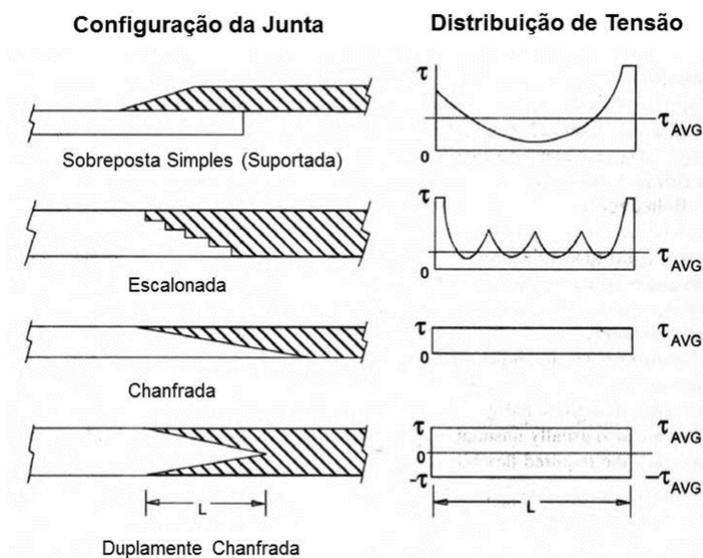
Figura 6 – Configurações de juntas coladas.



Fonte: Ribeiro (2009).

Dessas, as mais utilizadas são as juntas simples (*Single Lap Joint*), juntas duplas (*Double Lap Joint*), juntas em ângulo (*Scarf Joint*) e juntas escalonadas (*Strepped Joints*). A partir de sua configuração, a distribuição de tensão pode sofrer variações, conforme a Figura 7:

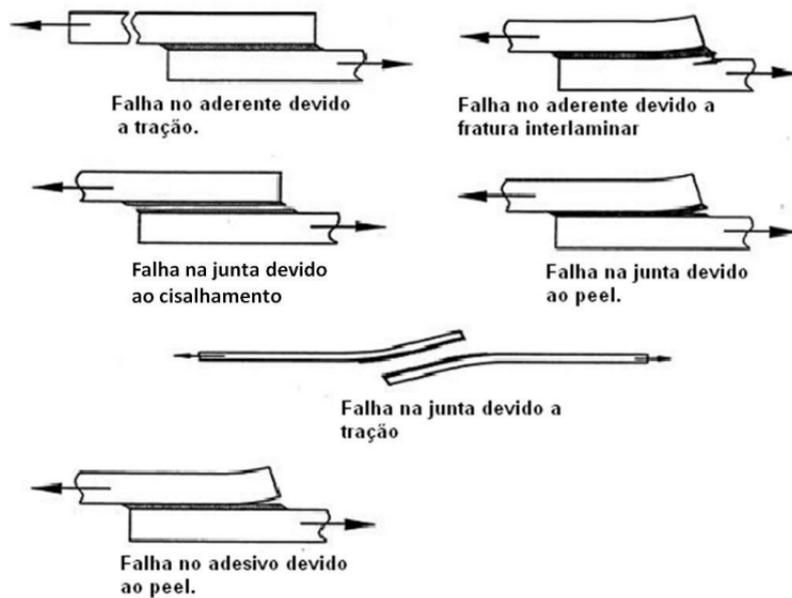
Figura 7 – Distribuição de tensão em juntas coladas.



Fonte: Baker, Dutton e Kelly (2004).

Ainda, as falhas poderão ocorrer de formas distintas a depender de sua configuração. A Figura 8 ilustra as possibilidades, tais como falhas devido à tensão de descolamento (*peel*), que provoca o descolamento das extremidades na região de contato da união (*overlap*):

Figura 8 – Modos de falha em uniões coladas.



Fonte: Ribeiro (2009).

Por fim, as juntas coladas podem apresentar todos os micro-mecanismos de falha previamente mencionados nas Sub-seções 2.1.2 e 2.1.3. Sendo assim, fica evidenciada a complexidade da análise de falhas em juntas coladas híbridas, bem como a importância dessas para diversas aplicações.

2.2 MATERIAIS COMPÓSITOS

Segundo Mendonça (2005), um material compósito constitui-se de um conjunto de dois ou mais materiais distintos, combinados em escala macroscópica, de maneira a funcionar como uma unidade, visando obtenção de propriedades as quais nenhum dos componentes isolados é capaz de fornecer.

Do mesmo modo, Neto e Pardini (2006) definiram que a característica fundamental dos compósitos é a combinação de, pelo menos, duas fases distintas, chamadas de matriz e reforço – geralmente em nível macroscópico. Nos nano-compósitos mais recentes, nos quais nanopartículas com ao menos uma dimensão característica igual ou inferior a 10^{-9} são adicionadas à matriz. Assim, a combinação ocorre também em níveis submicroscópicos, porém diferente das ligas metálicas e materiais cerâmicos, nos quais as combinações se dão em nível atômico (Neto; Pardini, 2006).

Neto e Pardini (2006) evidenciaram que compósitos com reforços contínuos apresentam excelente desempenho estrutural, considerando resistência e rigidez específicas. Esses materi-

ais são muito resistentes a vários tipos de corrosão e, quando comparados às ligas metálicas estruturais, são significativamente mais leves, o que os torna atrativos para as aplicações de engenharia.

Então, é de suma importância a compreensão das teorias que fundamentam os estudos de compósitos. Como um laminado de material compósito é constituído de lâminas empilhadas, dentre as estruturas, uma das mais simples é a própria lâmina.

Na sequência é apresentada uma revisão da análise macroscópica do comportamento de uma lâmina quando submetida a esforços combinados. Essa análise serve como base para a compreensão posterior do comportamento do laminado.

2.2.1 Macromecânica de uma lâmina

Conforme previsto por Newton através das leis que regem a Mecânica Clássica, ao submeter um corpo a um esforço externo, esse responderá com esforços internos visando a manutenção do equilíbrio entre forças externas e internas e a integridade da estrutura em questão (Hibbeler, 2011).

Portanto, ao observar um elemento infinitesimal submetido a uma força, ter-se-á uma tensão que, como consequência, gera uma deformação. Essa, por sua vez, altera o tamanho e/ou formado de uma estrutura. Sendo assim, a representação desse elemento é vista na Figura 9, da qual as direções x , y e z são representadas pelos índices 1,2 e 3, respectivamente. Com isso, as tensões podem ser descritas pela matriz a seguir, chamada de tensor de tensões

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Analogamente, o tensor de deformações relacionadas também pode ser definido

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \varepsilon_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}. \quad (2)$$

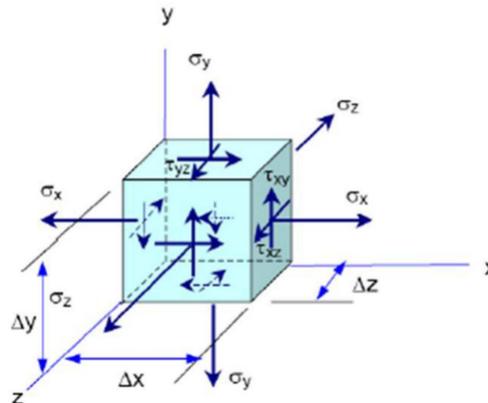
Sabendo que ambos são simétricos, a notação de Voigt pode ser adotada para reduzir a ordem de tensor para vetores

$$\sigma = \left[\sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \tau_{23} \quad \tau_{31} \quad \tau_{12} \right]^T, \quad (3)$$

e

$$\varepsilon = \left[\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \gamma_{23} \quad \gamma_{31} \quad \gamma_{12} \right]^T, \quad (4)$$

Figura 9 – Tensões em um elemento infinitesimal.



Fonte: Borges (2012).

na qual, a tabela 1 detalha a relação entre a notação tensorial com a notação contraída. Já para os termos, tem-se as seguintes definições: σ_i são as tensões normais na direção i , τ_{ij} as tensões cisalhantes no plano i e direção j , ou seja, no plano ij , ϵ_i representam as deformações normais na direção i e, por fim γ_{ij} são as deformações angulares.

Tabela 1 – Notação contraída para tensões e deformações.

Tensão		Deformação	
Notação tensorial	Notação contraída	Notação tensorial	Notação contraída
σ_{11} (σ_1)	σ_1	ϵ_{11} (ϵ_1)	ϵ_1
σ_{22} (σ_2)	σ_2	ϵ_{22} (ϵ_2)	ϵ_2
σ_{33} (σ_3)	σ_3	ϵ_{33} (ϵ_3)	ϵ_3
$\tau_{23} = \sigma_{32}$	σ_4	$\gamma_{23} = 2\epsilon_{23}$	ϵ_4
$\tau_{31} = \sigma_{31}$	σ_5	$\gamma_{31} = 2\epsilon_{31}$	ϵ_5
$\tau_{12} = \sigma_{12}$	σ_6	$\gamma_{12} = 2\epsilon_{12}$	ϵ_6

Fonte: (Jones, 1999) - Adaptado.

Ainda na Tabela 1, os valores de γ_{ij} simbolizam as deformações cisalhantes, ao passo que ϵ_{ij} para $i \neq j$ simboliza o tensor de deformações normais.

Se tratando das equações (3) e (4), Mendonça (2005) estabeleceu que a relação entre os vetores é feita através da matriz de rigidez $[C]$ do material, com seus respectivos termos C_{ij} que resultam em

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (5)$$

ou, na sua forma compacta

$$\{\sigma\} = [C] \{\varepsilon\}. \quad (6)$$

Como a matriz $[C]$, definida na Equação (5), é característica de um material anisotrópico. Este não possui planos de simetria, portanto, 36 coeficientes são requeridos para descrever seu comportamento. Contudo, a matriz é simétrica e, portanto, são 21 coeficientes independentes.

Quando há simetria entre três planos ortogonais, o material é chamado ortotrópico, possuindo pelo menos um sistema de referência em cada ponto, nos quais as tensões normais ocasionam somente deformações normais, enquanto tensões cisalhantes ocasionam apenas deformações cisalhantes. Com isso, a matriz é reduzida para 9 constantes independentes e a Equação (5) torna-se

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \quad (7)$$

Ainda, conforme Mendonça (2005), lâminas estão classificadas como materiais ortotrópicos e transversalmente isotrópicos. Isso significa que, além das características de simetria dos ortotrópicos, as propriedades são iguais nas direções 2 e 3. Com isso, apenas 5 constantes independentes caracterizam o material, de forma que a matriz pode ser novamente simplificada para

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}. \quad (8)$$

Já que a matriz em (8) não é singular, é possível invertê-la e calcular a matriz de flexibilidade do material $[S]$, utilizando a relação entre tensão-deformação para materiais ortotrópicos (6), resultando

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & & & & S_{55} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

As constantes das matrizes podem ser escritas em função das constantes de engenharia, de forma que a Matriz da equação (9) torna-se

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ \text{sim.} & & & & & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad (10)$$

Caso o ponto em análise esteja submetido a um Estado Plano de Tensão (EPT), significa que as tensões ocorrem em apenas um plano, é possível simplificar as análises. Sendo assim, ao referenciar uma lâmina no plano 1-2, apresentará apenas σ_1 , σ_2 e τ_{12} , reduzindo a magnitude da Matriz na equação (10) para 3x3

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad (11)$$

De maneira análoga, a inversão da matriz $[S]$ resulta em

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}, \quad (12)$$

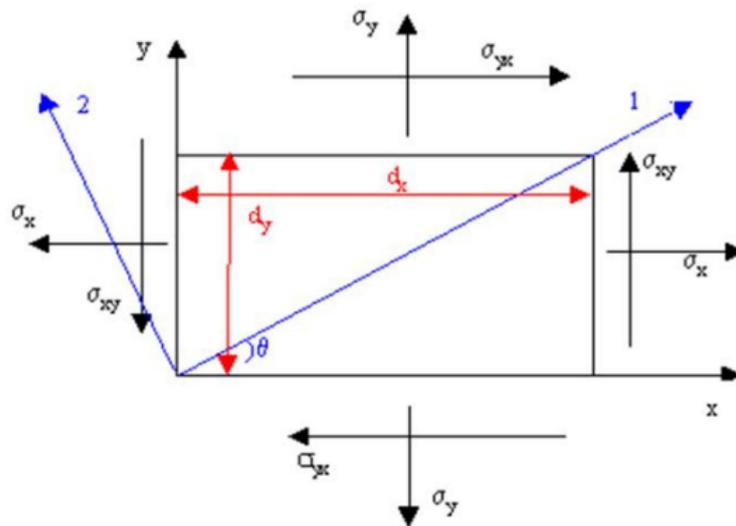
Da qual, cada elemento Q_{ij} é calculado através das constantes de engenharia por

$$Q_{11} = \frac{E_1^2}{E_1 - \nu_{12}^2 E_2}, \quad Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{12} E_1 E_2}{E_1 - \nu_{12}^2 E_2}, \quad Q_{22} = \frac{E_1 E_2}{E_1 - \nu_{12}^2 E_2} \text{ e } Q_{66} = G_{12}.$$

2.2.2 Orientações da lâmina e laminado

Conforme Borges (2012), na maioria das situações, os carregamentos atuantes no laminado não estão orientados com os eixos de ortotropia de cada camada. Por isso, para a correta determinação de deformações, é necessário transformar os eixos de cada lâmina ao projetar os carregamentos (sistema global de coordenadas) para os eixos de ortotropia (sistema local de coordenadas), conforme ilustra a figura 10.

Figura 10 – Eixos - sistema local e global.



Fonte: Borges (2012).

Essa mudança é feita por meio da matriz de transformação $[T]$, a qual é uma função da orientação de cada camada

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ -\sin \theta \cos \theta & \sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}, \quad (13)$$

cuja inversa é,

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \sin^2 \theta & -2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin^2 \theta & \cos^2 \theta & 2 \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & -\sin \theta \cos \theta & \cos^2 \theta - \sin^2 \theta \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Assim, a relação entre as tensões nos dois sistemas é dada por,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad (15)$$

De maneira similar à tensão, é possível utilizar a inversa de $[T]$ para as deformações, resultando em,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix} = [T]^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix}. \quad (16)$$

Contudo, como a notação para deformações cisalhantes é distinta, é indispensável a utilização da matriz de Reuter:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

resultando

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = [R] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix}. \quad (18)$$

A partir das equações (12), (13) e (17), com auxílio de manipulações algébricas, obtém-se a relação de tensão-deformação para um sistema global a partir das propriedades do material em seu sistema local, resultando

$$[\sigma^x] = [T]^{-1}[Q][T]^{-t}[\varepsilon^x], \quad (19)$$

na qual os três primeiros termos da equação formam a matriz de rigidez transformada $[\bar{Q}]$

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1}[Q][T]^{-t}. \quad (20)$$

Em suma, a relação tensão-deformação pode ser equacionada por

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (21)$$

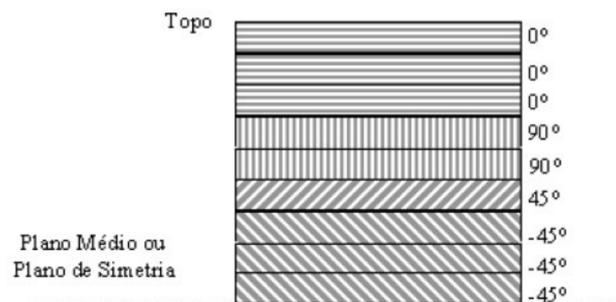
2.2.3 Análise do laminado

Sabe-se que o laminado é constituído pelo empilhamento de n lâminas em suas respectivas orientações. Para analisá-lo, é necessária a definição de uma referência para a construção das camadas e o *Standard Laminate Code* (SLC) é um dos métodos de identificação de um laminado (Tita, 2006). É definido a partir dos seguintes itens:

- Orientação de cada camada com relação à referência;
- Número de camadas para cada orientação;
- Sequência de empilhamento do laminado.

Através dessa metodologia, é possível representar o mesmo laminado de formas distintas. A seguir, por meio da Figura 11 é ilustrado um laminado simétrico, que pode ser agrupado e, por consequência, nomeado de formas distintas:

Figura 11 – Exemplo de laminado simétrico.



Fonte: Tita (2006).

Conforme Tita (2006), a nomenclatura do laminado na Figura 11 através do SLC poderá ser $[0_3/90_2/45/-45_3/-45_3/45/90_2/0_3]_T$ ou $[0_3/90_2/45/-45_3]_S$, nos quais os subíndices numéricos significam o número de camadas na orientação. Já o subscrito T significa que o número total de camadas foi apresentado (somando os subíndices) e, por fim, na segunda nomenclatura, o S indica a presença de simetria em relação ao plano médio do laminado.

Sendo assim, para o estudo do laminado, é necessário adentrar nas teorias desenvolvidas para descrever a relação entre os esforços (carregamentos) e os deslocamentos e deformações consequentes. Dentre as mais difundidas, Tita (2006) e Mendonça (2005) citam a Teoria Clássica dos Laminados (TCL). Nessa, a combinação da rigidez de cada lâmina contribui para a rigidez do laminado final, sendo função direta da orientação e da sequência de empilhamento das lâminas. Portanto, são estipuladas algumas hipóteses, mencionadas por Tita (2006):

- Considera-se o laminado plano (como uma placa) e o plano (ou superfície) médio que o divide localiza-se no plano $x - y$ (ou $1 - 2$);
- Não há deslocamentos relativos entre as lâminas, sendo assim, os deslocamentos no laminado são contínuos;
- Considera-se infinitesimalmente fina a matriz entre as lâminas, além de não deformável por cisalhamento;
- As aproximações cinemáticas do modelo de placas de Kirchhoff-Love são empregadas para laminados delgados.

A partir das simplificações propostas por Kirchhoff (1850), Tita (2006) menciona que, então, as seções perpendiculares ao plano médio permanecem nesta condição quando o laminado é submetido a esforços de tração ou flexão, portanto $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$. Além disso, a espessura do laminado é constante e não há deformação transversal, então $\epsilon_z = 0$.

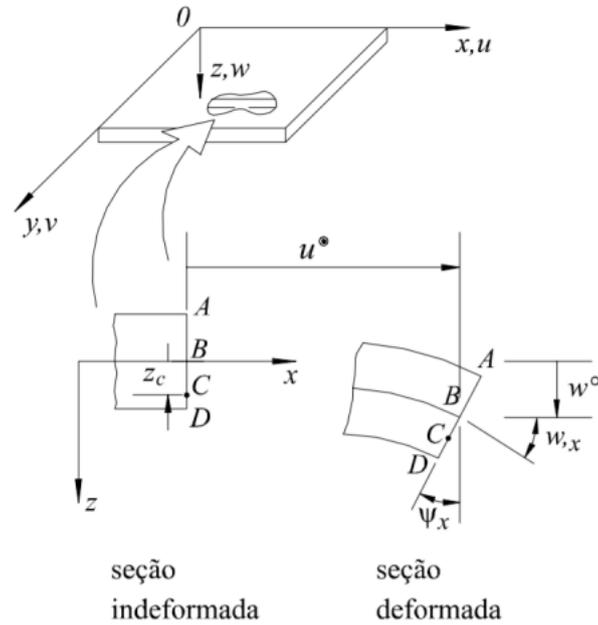
Dessa forma, os deslocamentos representados por u , v e w podem ser descritos através das equações

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial x}(x, y), \quad (22)$$

$$v(x, y, z) = v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y}(x, y), \quad (23)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y). \quad (24)$$

Sendo u_0 e v_0 deslocamentos na posição do plano médio e a equação (24) é consequência de (22) e (23). A Figura 12 ilustra os deslocamentos:

Figura 12 – Comportamento dos deslocamentos no plano $x - z$.

Fonte: Mendonça (2005).

Considerando pequenas rotações e deformações, as relações entre deformação e deslocamento podem ser definidas como

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (25)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (26)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (27)$$

As equações de deslocamentos (22), (23) e (24) podem ser substituídas, respectivamente, em (25), (26) e (27), resultando

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0(x,y)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2}, \quad (28)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_0(x,y)}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2}, \quad (29)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_0(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial v_0(x,y)}{\partial x} - z 2 \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \partial y}. \quad (30)$$

É válido ressaltar que as relações também podem ser divididas em dois tipos de deformação: de membrana e de curvaturas. As deformações de membrana são representadas pelo primeiro termo à direita da igualdade para cada deformação. Já as deformações de curvaturas são descritas através dos termos remanescentes.

Ademais, a representação matricial é possível, resultando em

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial v_0(x,y)}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0(x,y)}{\partial y} + \frac{\partial v_0(x,y)}{\partial x} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}. \quad (31)$$

Ao substituir (31) na equação (21), o sistema representa as tensões na k -ésima lâmina do laminado

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (32)$$

Nota-se o fato de os únicos termos com a presença do índice k serem tensão e rigidez, devido ao comportamento linear das deformações e curvaturas ao longo da espessura do laminado, sendo essas independentes da lâmina por consequência das hipóteses utilizadas.

Contudo, cada lâmina possui suas respectivas propriedades elásticas, que formam a matriz $[\bar{Q}_{ij}^k]$, e essas influenciam na estrutura. Levando isso em consideração, cada lâmina possui suas respectivas tensões.

Já para o cálculo dos esforços atuantes no laminado, é realizada a integração das tensões ao longo da espessura de cada lâmina e sua parcela é somada

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k dz, \quad (33)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^M \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}_k z dz. \quad (34)$$

Ao utilizar a relação tensão-deformação, reescrevendo (33) e (34), tem-se como saída a Equação (35), a qual representa a relação entre carregamentos e deformações no laminado.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

A matriz $ABBD$ pode ser reescrita em sua forma compacta por

$$\begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B] & [D] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ \kappa \end{bmatrix}, \quad (36)$$

sendo seus respectivos coeficientes calculados através de

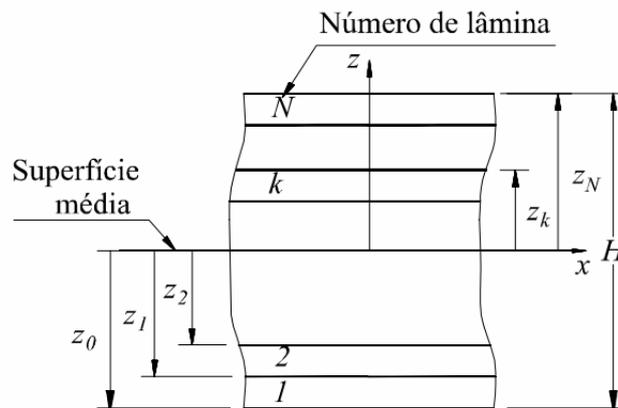
$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k h_k,$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k h_k \bar{z}_k,$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_k \left(h_k \bar{z}_k^2 + \frac{h_k^3}{12} \right),$$

nos quais h_k representa a espessura da k -ésima lâmina e \bar{z}_k é a distância entre a superfície de referência do laminado até a respectiva superfície de referência para a mesma lâmina, conforme ilustra a Figura 13.

Figura 13 – Referencial de distâncias no laminado.



Fonte: Mendonça (2005).

Vale ressaltar que a matriz $[A]$ é chamada de matriz de rigidez extensional, enquanto $[D]$ refere-se à matriz de rigidez à flexão e, por fim, $[B]$ representa a rigidez de acoplamento entre flexão e extensão.

Segundo Borges (2012), é clara a influência não somente da orientação das lâminas, como da sua posição no laminado (sequência de empilhamento) para as propriedades mecânicas.

Assim, aumenta-se a autonomia do engenheiro ao projetar uma estrutura, já que um mesmo compósito é capaz de apresentar diferentes tipos de rigidez e capacidade estrutural (Borges, 2012). Todavia, apesar de o projeto ser facilitado, dificulta-se o processo de prevenção de falha de uma estrutura laminada devido à sua complexidade.

Tendo em vista os Compósitos Poliméricos Reforçados (CPR), além de fenômenos de instabilidade – tais quais flambagem local, global, entre outros, dois fenômenos de falha são elencados por Borges (2012):

- **Fenômenos Intralaminares:** localizam-se dentro das lâminas e são decorrentes de danos da matriz, fibra ou em sua interface.
- **Fenômenos Interlaminares:** sua ocorrência se dá entre lâminas e o mais conhecido é a delaminação – característica por separar duas lâminas adjacentes.

Ao adentrar os fenômenos intralaminares de falha, Anderson (1995) mencionou cinco principais mecanismos, sendo eles: *Pull Out*, *Fiber Bridging*, Decoção, Fratura da Fibra e, por fim, Danificação da matriz. É possível detectar os mecanismos de falha separadamente ou em conjunto, como ocorre em alguns casos de impacto.

Teoricamente os mecanismos de falha em compósitos são similares aos materiais metálicos no que tange sua evolução. Isso significa que, de forma análoga, as falhas iniciam através de pequenos danos intralaminares e, conforme progredirem, se tornam visíveis e caracterizáveis como falhas interlaminares.

Por fim, Borges (2012) mencionou que a falha de uma estrutura em CPR ocorre quando ela não consegue mais cumprir sua função projetada. Portanto, ao não suportar as tensões de projeto, ou até mesmo antes, é possível perceber mudanças significativas nos parâmetros de rigidez.

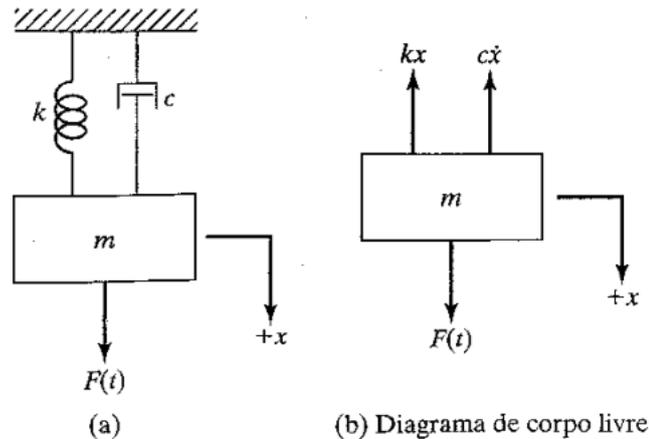
Essas mudanças podem ser detectáveis e, dependendo da severidade, podem indicar a necessidade de inspeções na estrutura. Contudo, prever com exatidão essas inspeções é difícil devido à complexidade do processo de falha. Portanto, o monitoramento estrutural torna-se uma alternativa atrativa para a prevenção de falhas em estruturas de CPR.

2.3 ANÁLISE DINÂMICA

Para o desenvolvimento do trabalho é de suma importância o conhecer as teorias que regem a análise dinâmica de uma estrutura.

Considerando sistema de um Grau de Liberdade (GDL) com amortecimento, submetido à vibração forçada, a equação de seu movimento pode ser descrita através da segunda Lei de Newton e é ilustra-se através do chamado Diagrama de Corpo Livre (DCL) da Figura 14 (Rao, 2009).

Figura 14 – Sistema de 1 GDL.



Fonte: Rao (2009).

A equação segue:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t), \quad (37)$$

sendo k a constante de rigidez, c a constante de amortecimento, m representa a massa e, por fim \ddot{x} , \dot{x} e x são, respectivamente, a aceleração, velocidade e deslocamento do sistema, os quais dependem da variável tempo.

Contudo, a realidade é que os sistemas são mais complexos e, raramente é possível descrevê-los através da Equação (37). Portanto, faz-se necessária a avaliação utilizando n -graus de liberdade de forma que a Equação (37) torna-se matricial:

$$[k]\vec{x} + [c]\vec{\dot{x}} + [m]\vec{\ddot{x}} = \vec{F}, \quad (38)$$

ou

$$K\vec{X} + C\vec{\dot{X}} + M\vec{\ddot{X}} = \vec{F}. \quad (39)$$

Nessas, os termos são análogos, porém K , C e M são representações matriciais, enquanto X , \dot{X} e \ddot{X} são vetores.

Como (38) e (39) são equações diferenciais de segunda ordem, sua resolução tem diversos métodos. Rao (2009) utilizou a transformação do domínio do tempo para a frequência, o que resulta na Função de Resposta em Frequência (FRF) da estrutura. Portanto, a força aplicada é descrita por

$$\vec{F}(t) = \vec{F}_0 \cdot e^{i\omega t}, \quad (40)$$

sendo \vec{F}_0 a força máxima aplicada, ω a frequência angular (rad/s) e t o tempo (s). Sendo assim o deslocamento pode ser equacionado por

$$\vec{X}(t) = \vec{U} \cdot e^{i\omega t}, \quad (41)$$

em que \vec{U} é a amplitude do deslocamento.

Ao derivar a equação (41), é possível obter as derivadas de primeira e segunda ordem que representam a velocidade e aceleração, respectivamente:

$$\vec{\dot{X}}(t) = i \cdot \omega \cdot \vec{U} \cdot e^{i\omega t}, \quad (42)$$

e

$$\vec{\ddot{X}}(t) = -\omega^2 \cdot \vec{U} \cdot e^{i\omega t}. \quad (43)$$

Inserindo os termos de (41), (42) e (43) em (37), o resultado é

$$K \cdot \vec{U} \cdot e^{i\omega t} + C \cdot i \cdot \omega \cdot \vec{U} \cdot e^{i\omega t} - M \cdot \omega^2 \cdot \vec{U} \cdot e^{i\omega t} = \vec{F}_0 \cdot e^{i\omega t}, \quad (44)$$

da qual, evidenciando os termos referentes à amplitude e exponencial, obtém-se

$$[K + C \cdot \omega - M \cdot \omega^2] \cdot \vec{U} \cdot e^{i\omega t} = \vec{F}_0 \cdot e^{i\omega t}. \quad (45)$$

Após manipulações, a equação (45) em

$$\vec{U} = \vec{F}_0 \cdot [K + C \cdot \omega - M \cdot \omega^2]^{-1}. \quad (46)$$

Ainda, é possível estabelecer relação entre a entrada (a força aplicada no sistema) e sua saída (o deslocamento) através da substituição de (46) na relação

$$H(\omega) = \frac{\vec{U}(\omega)}{\vec{F}(\omega)}, \quad (47)$$

resultando em

$$H(\omega) = \vec{F}_0 \cdot [K + C \cdot \omega - M \cdot \omega^2]^{-1}. \quad (48)$$

De forma análoga, obtém-se as equações para velocidade e aceleração, sendo elas

$$M(\omega) = \frac{\vec{\dot{U}}(\omega)}{\vec{F}(\omega)} = i \cdot \omega \cdot H(\omega), \quad (49)$$

e

$$A(\omega) = \frac{\vec{\ddot{U}}(\omega)}{\vec{F}(\omega)} = -\omega^2 \cdot H(\omega). \quad (50)$$

2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Visto que, para o estudo do comportamento das estruturas é necessário realizar a modelagem do fenômeno físico, sabe-se que há diferentes formas de fazê-lo. Em teoria, todos os acontecimentos podem ser representados através de descrições matemáticas e leis físicas, a fim de obter soluções exatas que descrevem o ocorrido sob condições ideais. Esse tipo de solução é chamada de modelagem analítica e foi primordial para solução de problemas pelos matemáticos antigos, quando não existiam recursos computacionais avançados (Zanetti, 2024).

Com o desenvolvimento de tecnologias, a modelagem analítica pode ser resolvida através de recursos de simulação computacional. Entretanto, a maioria das problemáticas atuais são complexas para soluções analíticas exatas, visto que as simplificações podem induzir ao erro.

Sendo assim, a modelagem numérica é uma técnica de resolução alternativa, na qual utilizam métodos matemáticos e algoritmos computacionais para simular e resolver esses problemas. Uma das técnicas mais conhecidas nessa categoria é o Método dos Elementos Finitos (MEF). A abordagem é essencialmente usada para aproximar soluções de equações diferenciais parciais e equações integrais-diferenciais (Cook et al., 2001).

Através do MEF, o domínio contínuo do problema é discretizado, ou seja, dividido em pequenas partes – elementos finitos, e as equações diferenciais são aproximadas e resolvidas em cada uma dessas partes. Os resultados obtidos são combinados para fornecer uma solução global aproximada para o problema original.

Esse método permite a resolução de problemas complexos de engenharia e física, como na mecânica dos sólidos, dinâmica dos fluidos e transferência de calor, proporcionando flexibilidade para lidar com geometrias complexas, condições de contorno variadas e diferentes materiais (Ereiz; Duvnjak; Jiménez-Alonso, 2022).

Ainda, segundo Cook et al. (2001), a utilização do método deverá seguir os passos:

- Divisão da estrutura em uma malha de elementos finitos;
- Definir as propriedades de cada elemento para formular as equações de cada elemento;
- Unir os elementos para obtenção do modelo da estrutura discretizada;
- Aplicar condições de contorno e carregamentos;
- Resolução através do cálculo de deslocamentos, deformações e tensões.

Posteriormente, é realizado o pós-processamento, no qual os dados são visualizados e interpretados, auxiliando na tomada de decisões para o problema em análise.

No que diz respeito às análises dinâmicas, é visto em ABAQUS (2021) que, para análise modal computacional, são extraídos os autovalores e autovetores do problema. Sendo assim, a equação para um sistema sem amortecimento é

$$([K]^{MN} - \omega_i^2 [M]^{MN}) \{\phi^N\} = 0, \quad (51)$$

sendo ϕ_i os autovetores referentes aos modos de vibração e os índices M e N são os graus de liberdade do modelo de elemento finito.

Haja visto que a formulação de problemas de autovalores e autovetores é dada a partir de

$$A\vec{x} = \lambda I\vec{x}, \quad (52)$$

é possível reordenar os termos de forma que

$$[A - \lambda_1 I]\vec{x}_0 = \vec{0}, \quad (53)$$

na qual λ são os autovalores, \vec{x} os autovalores e I representa a matriz identidade. Portanto, o problema da Equação (51) pode ser escrito por

$$K\vec{x} = \lambda B\vec{x}, \quad (54)$$

de forma que, organizando os termos tem-se

$$[M^{-1} \cdot K - \lambda \cdot I] \cdot \vec{x} = 0, \quad (55)$$

a qual é resolvida por meio de

$$\det[[M^{-1} \cdot K - \lambda \cdot I] = 0. \quad (56)$$

Quando o sistema é amortecido, a complexidade do problema aumenta e há múltiplas formas de resolução (ABAQUS, 2021). No caso dos coeficientes de amortecimento especificados, utiliza-se a equação do movimento de um grau de liberdade baseada no modo de vibração, sendo

$$m\ddot{q} + c\dot{q} + kq = 0, \quad (57)$$

dos quais os coeficiente são os mesmos que (37), mas q é a amplitude modal, com solução por

$$q = A \cdot \exp(\lambda t), \quad (58)$$

na qual A é uma constante e λ é

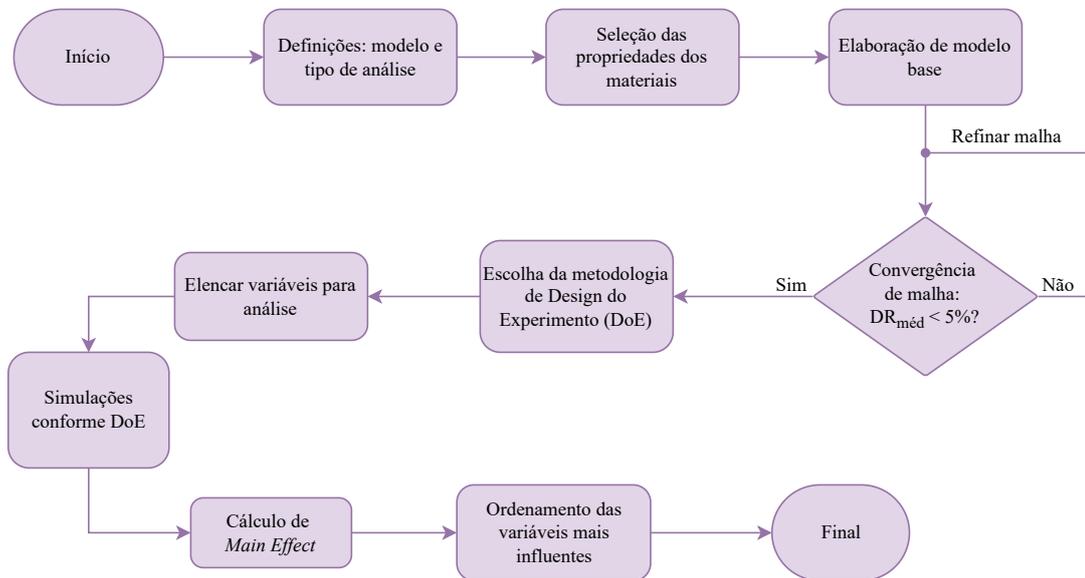
$$\lambda = \frac{-c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}}. \quad (59)$$

Com essas equações e dos dados de entrada tais como geometria e propriedade dos materiais, o MEF é capaz de obter dados valiosos para a resolução dos problemas. Com um modelo computacional em constante aprimoramento e considerando diversas variáveis, o MEF se torna uma ferramenta primordial para técnicas de Monitoramento de Saúde Estrutural (SHM), minimizando significativamente os erros em comparação com dados experimentais.

3 METODOLOGIA

A seguir, apresenta-se o resumo do fluxo de atividades realizadas por meio da Figura 15.

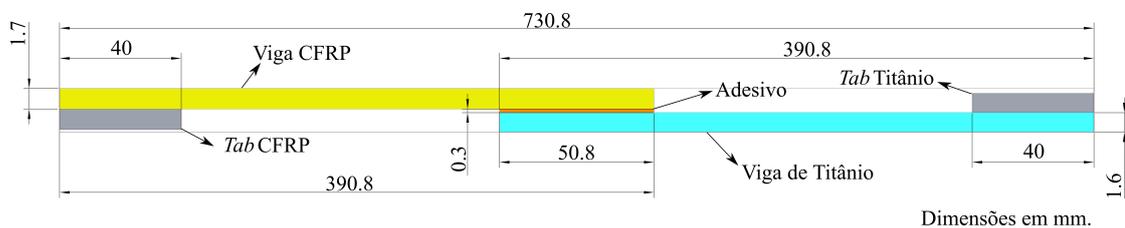
Figura 15 – Fluxograma do trabalho.



Fonte: A autora (2024).

O trabalho inicia-se com a definição do modelo, utilizando como base o trabalho desenvolvido por de Medeiros, Borges e Tita (2014). A estrutura a ser utilizada consiste em uma união sobreposta simples composta por duas vigas de materiais distintos, uma placa de CFRP e uma placa metálica da liga Ti_6Al_4V . Essa combinação, ao ser unida pelo adesivo EA934N/A da Henckel, constitui uma estrutura amplamente utilizada na indústria aeronáutica devido às suas características. Essa estrutura pode ser vista na Figura 16:

Figura 16 – Estrutura em análise e principais dimensões



Fonte: A autora (2024).

Com o modelo definido, parte-se para a elaboração do mesmo no software *ABAQUS*[®], que solucionará o problema através do MEF. Para tanto, utilizam-se os dados de propriedades dos materiais de maneira consistente com Borges (2012) para a elaboração do modelo base.

Como no trabalho será considerada a influência do adesivo, diferentemente de Borges (2012), o adesivo foi desenhado juntamente aos outros componentes. Modelou-se, então, a SLJ com elementos sólidos tridimensionais quadrados com 8 nós de integração reduzida e 6 graus de

liberdade (C3D8R), uma vez que suas diferenças relativas são insignificantes quando comparados os modos de vibração das simulações utilizando elementos *Shell* em relação elementos *Solid* de Borges (2012).

Em seguida, é realizado o procedimento de convergência de malha, para obtenção de um modelo-base calibrado e consistente com os resultados numéricos previstos por Borges (2012).

Considerada a quantidade de dados de entrada, é vista a importância da investigação da influência das variáveis que compõem a estrutura para a sua rigidez e, conseqüentemente, seus modos de vibração. Diversos motivos podem acarretar mudanças nos valores das variáveis em uma estrutura, sejam relacionados aos materiais dos componentes, geometria da junta, propriedades do adesivo, até mesmo o processo de fabricação da união colada e as condições de carregamento às quais serão submetidas.

Portanto, baseou-se no trabalho desenvolvido por dos Santos Souza et al. (2019), para a escolha metodologia de *Design* de Experimento (*DoE*). O processo de *DoE* permite não só obter quantitativamente uma aproximação da influência de cada variável de projeto em cada modo de vibrar da estrutura, mas também fornece o ordenamento da importância de cada parâmetro.

Assim, foram elencadas as variáveis que poderão influenciar no modelo. É de importância ressaltar a consideração de que ambas vigas possuem mesmo dimensional de comprimento e largura, para fins simplificativos neste trabalho (conforme Tabela 2).

Tabela 2 – Variáveis de projeto – valores nominais para o modelo-base.

Descrição	Símbolo	Valor	Unidade
Largura do Compósito	W_c	25,5	mm
Comprimento do Compósito	L_c	390,8	mm
Espessura do Compósito	t_c	1,7	mm
Orientação 1 do Compósito	θ_{1c}	0	°
Orientação 2 do Compósito	θ_{2c}	90	°
Densidade do Compósito	ρ_c	1540	kg/m ³
Módulo de Elasticidade Longitudinal do Compósito	E_{1c}	41413	MPa
Módulo de Elasticidade Transversal do Compósito	E_{2c}	39152	MPa
Módulo de Cisalhamento (plano 1-2) do Compósito	G_{12c}	2812	MPa
Módulo de Cisalhamento (plano 2-3) do Compósito	G_{23c}	2812	MPa
Largura do Metal	W_m	25,5	mm
Comprimento do Metal	L_m	390,8	mm
Espessura do Metal	t_m	1,6	mm
Módulo de Elasticidade do Metal	E_m	110000	MPa
Coefficiente de Poisson do Metal	ν_m	0,31	-
Comprimento de Adesivo	L_{ad}	50,8	mm
Espessura de Adesivo	t_{ad}	0,3	mm
Módulo de Elasticidade do Adesivo	E_{ad}	3790000	MPa
Densidade do Adesivo	ρ_{ad}	1550	kg/m ³

Fonte: Adaptado de Borges (2012).

Com o modelo-base e o tipo de análise definida, foi aplicada a metodologia de triagem

para redução da quantidade de experimentos pois, no caso de variação de cada parâmetro em limite superior e inferior de maneira isolada em um planejamento fatorial completo (2^{19}), resultaria em um grande volume de simulações (529.288), o que torna o estudo denso e exige maior poder computacional para execução.

Para redução da quantidade de experimentos, Plackett e Burman desenvolveram uma metodologia de triagem utilizando matrizes ortogonais que fornecem estimativas dos efeitos principais com a menor quantidade de simulações possível, sendo essas individualizadas por variável (Stowe; Mayer, 1966; Plackett; Burman, 1946).

Essa proposta classifica-se como um delineamento fatorial fracionado de dois níveis, no qual os arranjos são criados em múltiplos de quatro, com composição de sinais positivos e negativos, que representam, respectivamente, os níveis superiores e inferiores de cada variável.

Portanto, ' n ' fatores podem ser triados através do Plackett-Burman *design* (PBD) de ' $n + 1$ ' execuções (*runs*). Isso significa que, ao aplicar o método em um problema de 19 fatores, tem-se 20 experimentos, viabilizando o estudo em questão. Portanto, para um experimento de 19 variáveis, a matriz resultante aplicando PBD pode ser vista através da representação na Tabela 3.

Tabela 3 – Limites das variáveis para cada experimento.

Run	Variáveis																		
	W_c	L_c	t_c	θ_{1c}	θ_{2c}	ρ_c	E_{1c}	E_{2c}	G_{12c}	G_{23c}	W_m	L_m	t_m	E_m	v_m	L_{ad}	t_{ad}	E_{ad}	ρ_{ad}
1	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+
3	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+
4	+	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	-
5	+	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	-
6	+	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	-
7	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+
8	+	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	-
9	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+
10	+	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	-
11	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-
12	-	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	+
13	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-
14	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-
15	-	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	+
16	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-
17	-	-	+	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	+
18	-	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-	-	-	-	+	+	-	+
19	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	-	+	-
20	-	-	-	-	-	+	+	-	-	+	-	-	+	+	+	+	-	+	+

Fonte: A autora (2024).

Conforme previamente explícito, os experimentos são realizados utilizando os limites do intervalo de valores dos parâmetros definidos como variáveis de influência na análise, e faz-se necessário conhecer seu comportamento e, conseqüentemente, seus limites. Portanto, para o estudo em questão, o intervalo de variação das características geométricas das vigas foi estimado a partir dos cálculos de média e desvio padrão dos dados experimentais de Borges (2012), do

qual o limite superior é dado através da soma do valor médio da variável com o respectivo desvio padrão (DP), enquanto o inferior é calculado através da diferença dos mesmos termos. Os dados de entrada podem ser vistos na Tabela 4.

Tabela 4 – Valores médios e desvio padrão dos corpos de prova experimentais.

Material	CFRP				Titânio			
N°. CDP	L [mm]	W [mm]	m [g]	t [mm]	L [mm]	W [mm]	m [g]	t [mm]
1	25,27	390	24,03	1,7	25,9	390,8	71	1,6
2	25,33	391	25	1,7	25,9	390,8	71	1,6
3	25,2	390	24	1,7	25,9	390,8	71	1,6
4	25,43	391	25	1,7	25,9	390,8	71	1,6
5	25,27	390	24	1,7	25,9	390,8	71	1,6
6	25,43	391	25	1,7	25,9	390,8	71	1,6
Média	25,32	390,5	24,51	1,7	25,9	390,8	71	1,6
DP	0,09	0,55	0,54	0	0	0	0	0

Fonte: A autora – Adaptado de Borges (2012)

Para os parâmetros geométricos experimentais que possuem $DP = 0$ e as demais variáveis, convencionou-se em 10% para as propriedades mecânicas, bem como $\sim 1^\circ$ para a variação angular do compósito, ambas conforme dos Santos Souza et al. (2019).

Aplicando a metodologia, resultam 20 modelos, nos quais são realizadas análises modais, com respectivas soluções através do MEF. Em seguida são extraídas as frequências para os seis primeiros modos de vibração e feita a análise das formas modais. Os dados de entrada podem ser vistos na Tabelas 5 e 6.

Tabela 5 – Variáveis de entrada em cada experimento: CFRP.

Variável [Unidade]	W_c [mm]	L_c [mm]	t_c [mm]	θ_{1c} [°]	θ_{2c} [°]	ρ_c [kg/m ³]	E_{1c} [MPa]	E_{2c} [MPa]	G_{12c} [MPa]	G_{23c} [MPa]
Exp. 1	25,6	391,3	1,87	1	91	1694	45554,3	43067,2	3093,2	3093,2
Exp. 2	25,6	391,3	1,87	-1	91	1386	45554,3	35236,8	2530,8	2530,8
Exp. 3	25,6	391,3	1,53	1	89	1694	37271,7	35236,8	2530,8	2530,8
Exp. 4	25,6	391,3	1,53	1	89	1386	37271,7	35236,8	3093,2	3093,2
Exp. 5	25,6	391,3	1,53	-1	89	1386	45554,3	43067,2	2530,8	2530,8
Exp. 6	25,6	390,3	1,87	1	91	1694	37271,7	43067,2	2530,8	3093,2
Exp. 7	25,6	390,3	1,87	-1	91	1386	37271,7	35236,8	2530,8	3093,2
Exp. 8	25,6	390,3	1,87	-1	89	1694	45554,3	43067,2	3093,2	2530,8
Exp. 9	25,6	390,3	1,53	1	89	1386	45554,3	43067,2	3093,2	3093,2
Exp. 10	25,6	390,3	1,53	-1	91	1694	37271,7	35236,8	3093,2	2530,8
Exp. 11	25,4	391,3	1,87	1	91	1386	45554,3	35236,8	3093,2	2530,8
Exp. 12	25,4	391,3	1,87	1	89	1694	37271,7	43067,2	2530,8	2530,8
Exp. 13	25,4	391,3	1,87	-1	89	1694	37271,7	35236,8	3093,2	3093,2
Exp. 14	25,4	391,3	1,53	-1	91	1694	45554,3	43067,2	2530,8	3093,2
Exp. 15	25,4	391,3	1,53	-1	91	1386	37271,7	43067,2	3093,2	3093,2
Exp. 16	25,4	390,3	1,87	1	89	1386	45554,3	35236,8	2530,8	3093,2
Exp. 17	25,4	390,3	1,87	-1	89	1386	37271,7	43067,2	3093,2	2530,8
Exp. 18	25,4	390,3	1,53	1	91	1694	45554,3	35236,8	3093,2	2530,8
Exp. 19	25,4	390,3	1,53	1	91	1386	37271,7	43067,2	2530,8	2530,8
Exp. 20	25,4	390,3	1,53	-1	89	1694	45554,3	35236,8	2530,8	3093,2

Fonte: A autora (2024).

Com os resultados dessas simulações, é possível calcular o *Main Effect* (ME) – ou efeito principal, que quantifica o efeito de cada variável na frequência obtida através do experimento. Conforme dos Santos Souza et al. (2019) e da Silva et al. (2024), a equação para calcular para o *ME* de cada variável é dada por

$$ME = M_1(x) - M_2(x), \quad (60)$$

na qual $M_1(x)$ e $M_2(x)$ são médias dos resultados obtidos através do agrupamento da variável x em nível 1 (-) e nível 2 (+).

Tabela 6 – Variáveis de entrada em cada experimento: Metal e Adesivo.

Variável [Unidade]	W_m [mm]	L_m [mm]	t_m [mm]	E_m [MPa]	ν_m [-]	L_{ad} [mm]	t_{ad} [mm]	E_{ad} [MPa]	ρ_{ad} [kg/m ³]
Exp. 1	25,6	391,3	1,76	121000	0,34	55,9	0,33	4169000	1705
Exp. 2	25,4	391,3	1,76	99000	0,28	55,9	0,27	3411000	1705
Exp. 3	25,6	391,3	1,44	99000	0,34	45,7	0,27	4169000	1705
Exp. 4	25,4	390,3	1,76	99000	0,28	55,9	0,33	4169000	1395
Exp. 5	25,6	390,3	1,44	121000	0,34	55,9	0,33	3411000	1395
Exp. 6	25,4	390,3	1,44	99000	0,34	55,9	0,27	3411000	1395
Exp. 7	25,6	390,3	1,44	121000	0,28	45,7	0,33	4169000	1705
Exp. 8	25,6	390,3	1,76	99000	0,28	45,7	0,27	4169000	1395
Exp. 9	25,4	391,3	1,44	121000	0,28	45,7	0,27	3411000	1705
Exp. 10	25,4	391,3	1,76	121000	0,34	45,7	0,33	3411000	1395
Exp. 11	25,4	390,3	1,44	121000	0,34	45,7	0,27	4169000	1395
Exp. 12	25,4	390,3	1,76	121000	0,28	45,7	0,33	3411000	1705
Exp. 13	25,6	391,3	1,44	121000	0,28	55,9	0,27	3411000	1395
Exp. 14	25,4	391,3	1,44	99000	0,28	45,7	0,33	4169000	1395
Exp. 15	25,6	390,3	1,76	99000	0,34	45,7	0,27	3411000	1705
Exp. 16	25,6	391,3	1,76	99000	0,34	45,7	0,33	3411000	1395
Exp. 17	25,4	391,3	1,44	99000	0,34	55,9	0,33	4169000	1705
Exp. 18	25,6	390,3	1,44	99000	0,28	55,9	0,33	3411000	1705
Exp. 19	25,6	391,3	1,76	121000	0,28	55,9	0,27	4169000	1395
Exp. 20	25,4	390,3	1,76	121000	0,34	55,9	0,27	4169000	1705

Fonte: A autora (2024).

3.1 MODELO BASE

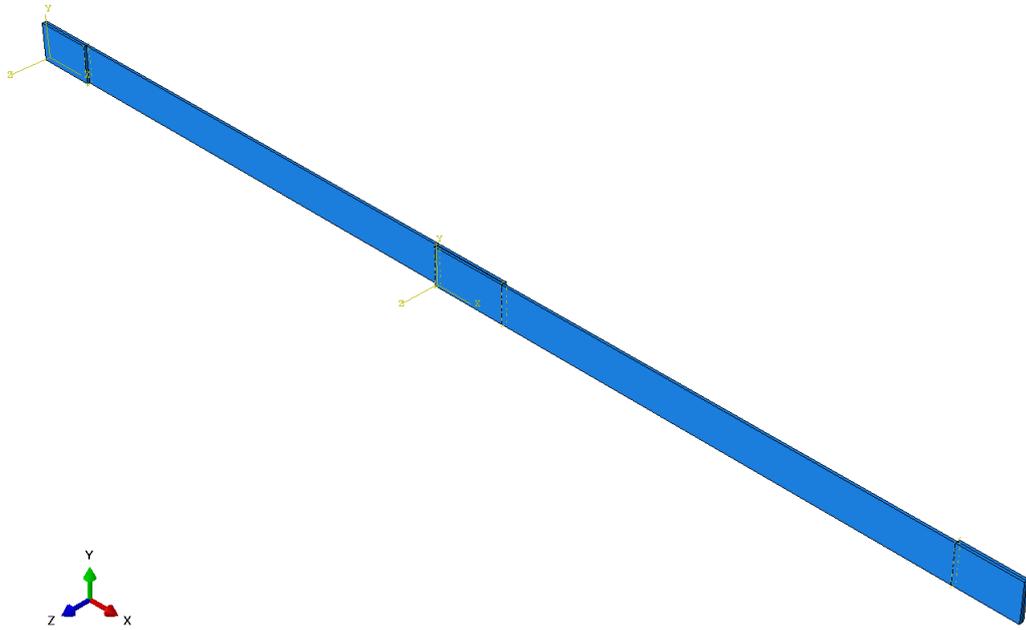
Com as definições iniciais, o modelo base é construído no *software* ABAQUS[®] com a utilização de suas ferramentas de modelagem, montagem e definição de propriedades. Os parâmetros utilizados para essa etapa foram previamente ilustrados pela Tabela 2.

Os materiais da viga metálica e do adesivo foram definidos como sólidos homogêneos, enquanto a viga de compósito foi montada utilizando o comando *Composite Layup* para confecção do laminado através das propriedades de uma lâmina. É importante lembrar que a construção do laminado deverá seguir o sistema de coordenadas da estrutura para que o comportamento seja previsto adequadamente.

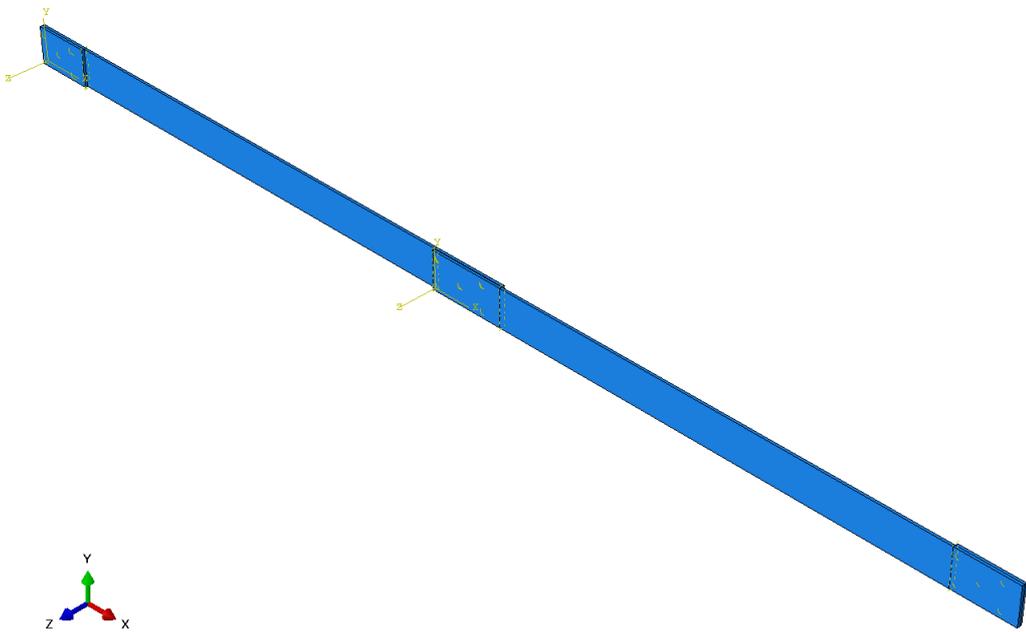
Após a confecção dos arquivos 3D e montagem como ilustrado na Figura 17, as vigas foram particionadas nas regiões de *TAB* e de adesivo, utilizando a ferramenta de *Partition*. Para indicar o contato, utilizou-se o comando *Tie* nas regiões recém particionadas, sendo representado por circunferências na Figura 18.

Em seguida, definiu-se o tipo de análise como modal na etapa de *STEP*, bem como as *Constraints* (restrições de movimento) foram inseridas nas regiões de engaste conforme o modelo de de Medeiros, Borges e Tita (2014), limitando translação e rotação conforme observa-se na

Figura 17 – Montagem do modelo.



Fonte: A autora (2024).

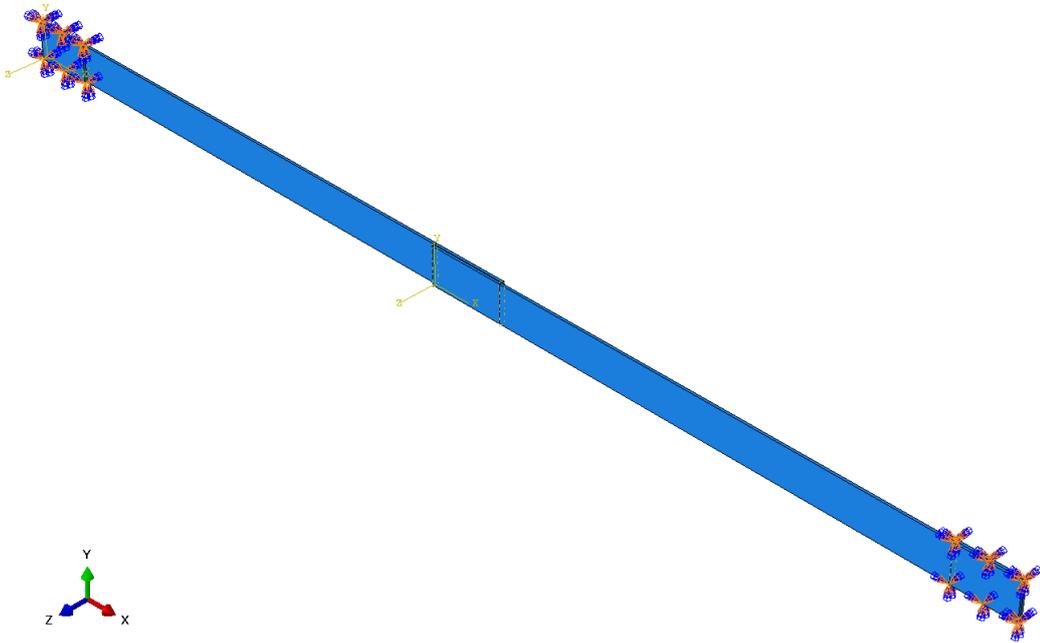
Figura 18 – Interação *tie* para regiões de contato.

Fonte: A autora (2024).

Figura 19.

A malha foi criada com tamanho global de elemento de 2,5 em toda a estrutura, bem como foi verificada a orientação de construção da malha. Assim, foi possível executar a primeira simulação, que retornou frequências divergentes às referências.

Figura 19 – Restrições de movimento.



Fonte: A autora (2024).

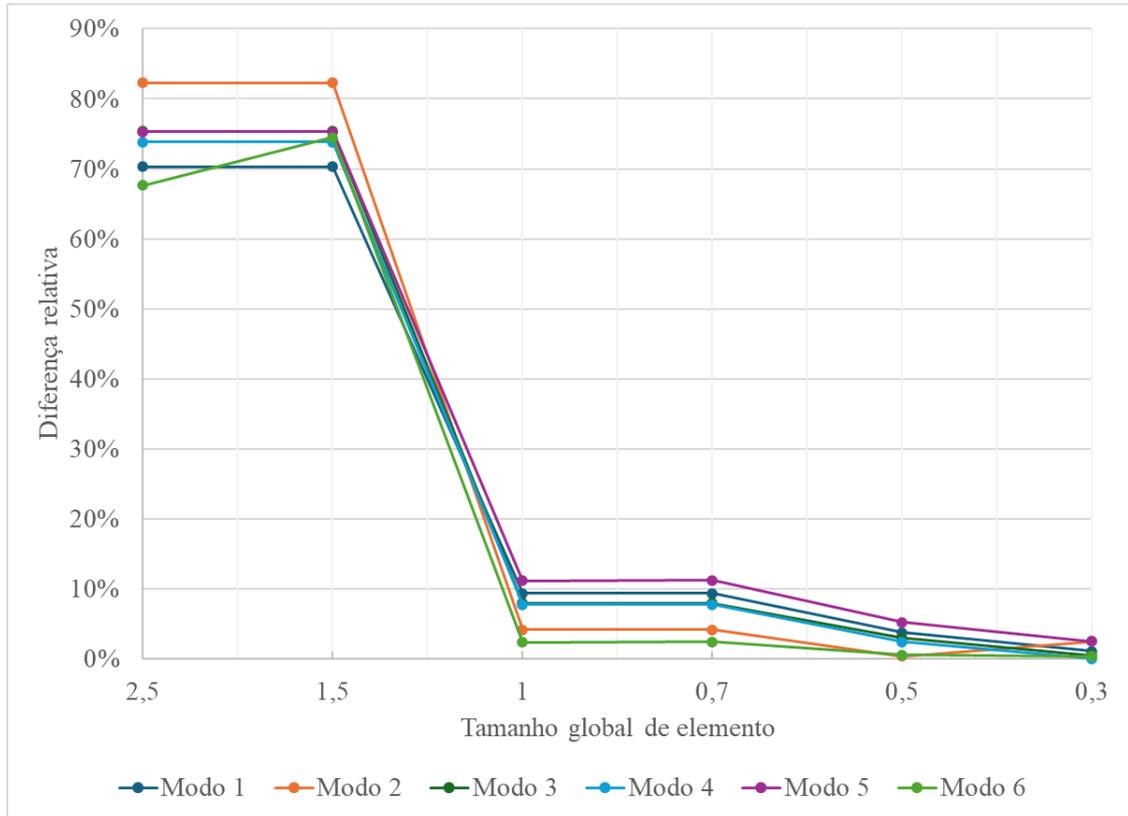
3.2 CONVERGÊNCIA DE MALHA

Portanto, foi realizada uma convergência de malha, para obter um modelo calibrado e realizar as simulações variando os parâmetros. Considerando como objetivo a diferença relativa média das frequências obtidas com relação ao modelo base, visou-se manter o valor inferior a 1%. A diferença relativa é calculada através de

$$DR\% = \frac{|f_{n_{ref}} - f_{n_{modelo}}|}{f_{n_{ref}}} \cdot 100, \quad (61)$$

sendo $f_{n_{ref}}$ o valor de frequência para o respectivo modelo conforme Borges (2012) e $f_{n_{modelo}}$ o valor obtido através da simulação. Esse cálculo é realizado para os seis primeiros modos de vibração. Os resultados para a convergência de malha são mostrados na Figura 20.

Figura 20 – Convergência de malha para cada modo de vibração.



Fonte: A autora (2024).

A Tabela 7 apresenta os resultados do estudo de convergência de malha, incluindo as diferenças relativas para cada modo, a diferença relativa média e o desvio padrão. Os valores são apresentados para diferentes tamanhos de elementos.

Tabela 7 – Convergência de malha: Resultados e diferenças relativas.

TGE	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 5	Modo 6	Diferença Relativa Média [%]	Desvio Padrão [%]
2,5	70,28%	82,27%	75,37%	73,81%	75,29%	67,63%	74,11%	5,03%
1,5	70,29%	82,27%	75,38%	73,82%	75,30%	74,48%	75,25%	3,91%
1	9,41%	4,23%	8,01%	7,76%	11,17%	2,43%	7,17%	3,26%
0,7	9,42%	4,23%	8,01%	7,77%	11,29%	2,44%	7,19%	3,29%
0,5	3,80%	0,38%	2,98%	2,49%	5,28%	0,59%	2,59%	1,88%
0,3	1,11%	2,56%	0,56%	0,05%	2,54%	0,40%	1,20%	1,10%

Fonte: A autora (2024).

Inicialmente, buscava-se a diferença relativa média menor que 1%. Contudo, ao utilizar $TGE = 2,5$ como ponto de partida, obtém-se uma diferença significativa que reduz somente quando $TGE \leq 1$. No entanto, quando a malha possui $TGE \leq 0,5$, a simulação se torna densa e demorada, exigindo maior capacidade computacional.

Para $2,5 \leq TGE \leq 1,5$, as diferenças relativas médias e os desvios padrões são altos. Já quando $1,0 \leq TGE \leq 0,7$, as diferenças relativas médias reduzem drasticamente, apesar de ficarem ainda acima de 5%, o que pode ser considerado aceitável, mas não ideal.

Em seguida, utilizando $TGE = 0,5$, a diferença relativa média reduz para 2,59%, sendo que o modo com maior contribuição para tal é o quinto, relacionado a torção. Além disso, conta com $DP = 1,88\%$, o que representa redução significativa, próxima ao critério de aceitação.

Por fim, a simulação realizada com $TGE = 0,3$ retornou uma diferença relativa média de 1,2% e $DP = 1,1\%$.

Com base nas exigências de desempenho e precisão, a malha com $TGE = 0,5$ foi escolhida. Apesar de a diferença relativa média obtida ser maior do que o ideal inicial, é aceitável, considerando que malhas mais refinadas globalmente tornam a simulação inviável devido ao tempo de execução prolongado e à sobrecarga computacional.

Portanto, a escolha equilibra a necessidade de precisão na simulação com a viabilidade computacional, garantindo resultados confiáveis sem comprometer o tempo de processamento.

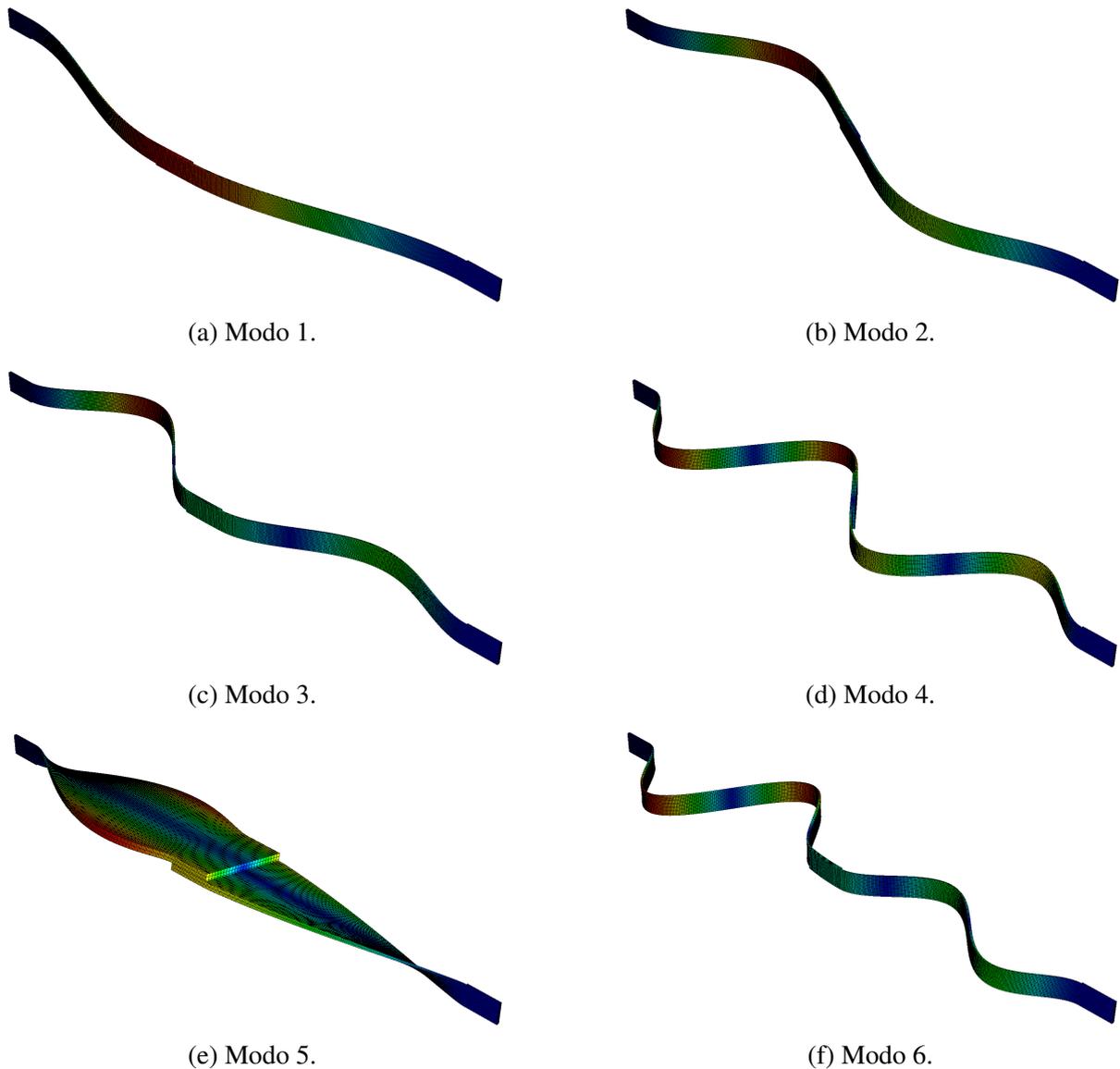
Embora o refino local da malha seja uma abordagem para melhorar a precisão sem aumentar tanto o tempo de execução, tal método não foi abordado. O refino local tornaria o estudo de convergência de malha mais complexo devido à maior quantidade de combinações de malhas possíveis, exigindo uma análise detalhada e específica para as regiões críticas da estrutura. Assim, prosseguiu-se com o método de malha uniforme para simplificar o processo e manter a viabilidade computacional.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Através da metodologia empregada, a seção a seguir aborda os resultados obtidos através das simulações, bem como são detalhadas as análises de cada etapa do estudo.

Além do refino de malha, verificam-se as formas modais para o modelo base (Figura 21) as quais se mostram levemente diferentes vistos em Borges (2012), com variações na região do adesivo.

Figura 21 – Comportamentos dos materiais.



Fonte: A autora (2024).

Essa diferença é justificada ao lembrar que, diferente de Borges (2012), o adesivo foi modelado e torna a região do contato mais rígida, portanto, modifica o modo de vibrar. Sendo assim, como as frequências convergiram, parte-se para a execução dos experimentos. Os resultados quantificados e comparados com a referência, para o modelo com $TGE = 0,5$, podem

ser vistos na tabela 8:

Tabela 8 – Comparativo com Borges (2012) para $TGE = 0,5$.

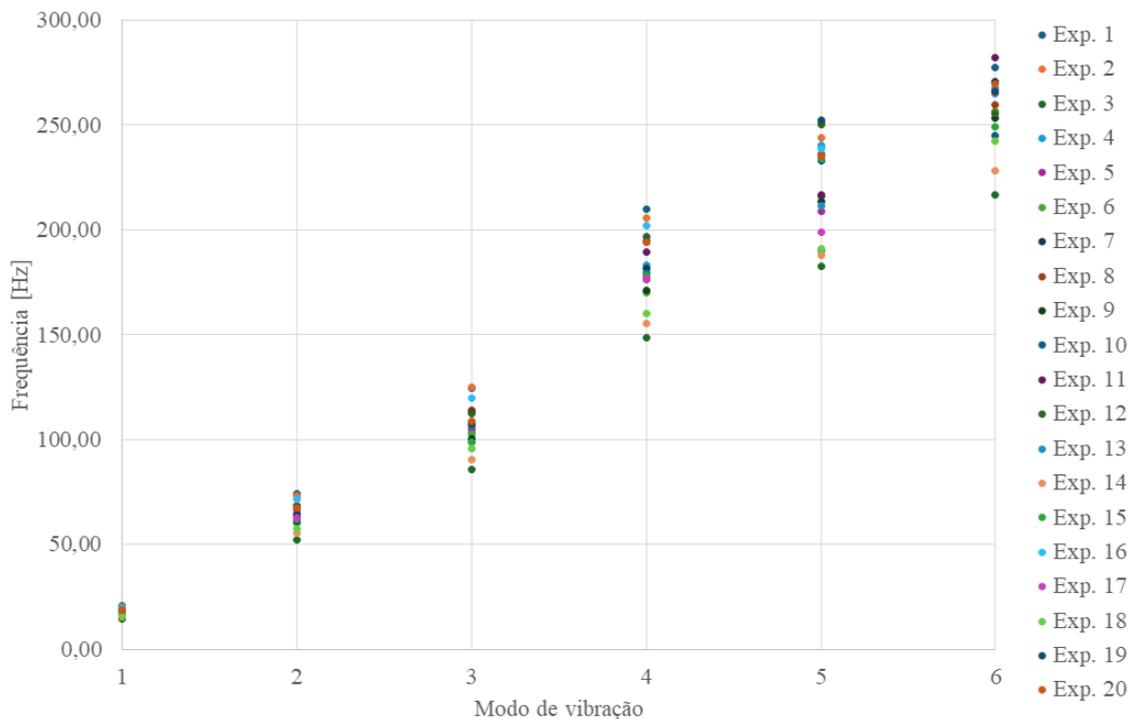
$f_{n_{ref}}$	$f_{n_{modelo}}$	DR
[Hz]	[Hz]	[%]
18,828	18,112	3,80%
64,518	64,765	0,38%
111,24	107,92	2,98%
187,02	182,36	2,49%
235,82	223,38	5,28%
264,89	266,44	0,59%

Fonte: A autora (2024).

4.1 EXPERIMENTOS – PLACKETT-BURMAN *DESIGN*

Após as análises do modelo base, as simulações foram realizadas variando os dados da estrutura conforme as Tabelas 5 e 6. Assim, as frequências para os seis primeiros modos em cada experimento foram obtidas. Essas são visualizadas através da Figura 22 e quantificadas na Tabela 9:

Figura 22 – Resultados dos experimentos



Fonte: A autora (2024).

Tabela 9 – Resultados dos experimentos.

	f_{n_1} [Hz]	f_{n_2} [Hz]	f_{n_3} [Hz]	f_{n_4} [Hz]	f_{n_5} [Hz]	f_{n_6} [Hz]
Exp. 1	20,99	74,37	124,43	210,10	250,84	277,38
Exp. 2	20,38	73,18	125,15	205,57	244,08	270,76
Exp. 3	14,78	52,49	86,00	148,63	182,77	216,52
Exp. 4	17,66	64,79	103,55	183,36	240,04	256,44
Exp. 5	17,35	63,40	105,25	176,39	208,61	267,18
Exp. 6	17,14	60,00	102,72	169,85	190,17	256,40
Exp. 7	18,07	64,45	107,97	181,78	216,18	270,61
Exp. 8	19,42	68,46	114,16	194,18	235,96	259,81
Exp. 9	16,83	60,99	100,20	171,35	213,80	253,37
Exp. 10	17,72	61,84	98,68	179,77	233,16	244,84
Exp. 11	18,87	66,77	113,26	189,24	216,51	281,97
Exp. 12	19,62	68,68	112,57	196,89	249,99	255,25
Exp. 13	17,94	62,68	106,93	177,39	211,23	267,26
Exp. 14	15,40	55,46	90,70	155,54	187,66	228,49
Exp. 15	17,20	62,42	99,00	178,35	233,98	249,03
Exp. 16	19,89	71,88	119,91	201,93	238,68	264,90
Exp. 17	17,54	62,78	107,82	176,75	198,96	265,47
Exp. 18	15,91	57,59	95,77	160,40	190,92	242,13
Exp. 19	18,63	67,59	107,50	194,51	252,35	266,16
Exp. 20	18,95	67,46	108,78	194,28	235,00	269,82

Fonte: A autora (2024).

Através da Figura 22 verifica-se o aumento no intervalo de frequência dos modos, já que o primeiro modo possui valores mais concentrados, enquanto os outros aumentam o intervalo gradualmente, de forma similar a dos Santos Souza et al. (2019). Isso confirma que os modos de maiores frequências possuem maior sensibilidade que os primeiros, de menores frequências.

Com os resultados, a matriz da Tabela 3 e a Equação (60), é possível calcular ME para cada variável. Além desses, calculam-se os valores médios e totais para cada variável, *Medium Main Effect* (MME) e *Total Main Effect* (TME), para então ordenar a influência dos parâmetros analisados. Os resultados podem ser observados na Tabela 10.

Ao observá-los, considerando os termos da Equação (60), é possível afirmar que, quando o ME possui sinal negativo, significa a magnitude de influência da variável, em seu limite superior, na frequência da estrutura, enquanto o sinal positivo possui interpretação análoga considerando a variável em limite inferior. Portanto, os resultados foram ordenados através do valor absoluto.

Tabela 10 – *Main Effect* das Variáveis.

Var.	ME_1	ME_2	ME_3	ME_4	ME_5	ME_6	MME	TME	Ranking
	[Hz]								
t_m	-2,06	-7,44	-9,71	-23,16	-39,73	-6,50	-14,77	-88,61	1
t_c	-1,94	-5,88	-13,95	-16,11	-7,43	-17,58	-10,48	-62,89	2
E_m	-0,96	-3,46	-4,08	-9,71	-14,45	-14,39	-7,84	-47,05	3
ρ_c	0,45	3,46	4,89	7,22	9,55	12,80	6,40	38,37	4
E_{1c}	-0,77	-3,74	-6,49	-7,17	-1,32	-6,78	-4,38	-26,27	5
L_{ad}	-0,47	-1,78	-4,54	-5,09	-1,35	-11,42	-4,11	-24,66	6
L_m	0,01	-0,30	-0,43	0,32	0,38	5,35	0,89	5,33	7
G_{12c}	0,01	-0,17	0,28	0,45	-1,99	-3,16	-0,76	-4,59	8
G_{23c}	0,01	-0,56	0,20	-0,16	-0,43	-2,36	-0,55	-3,29	9
E_{ad}	0,03	-0,17	-0,20	1,05	0,16	2,15	0,51	3,03	10
v_m	-0,06	0,42	-0,14	-0,43	5,35	-2,32	0,47	2,83	11
t_{ad}	0,00	0,04	-0,29	0,04	0,08	1,84	0,28	1,71	12
W_m	-0,01	0,02	-0,35	-0,11	-1,22	0,18	-0,25	-1,48	13
θ_{1c}	-0,03	-0,69	-0,15	-0,63	-2,12	2,27	-0,22	-1,35	14
θ_{2c}	-0,03	0,37	0,00	-0,40	-0,08	-1,18	-0,22	-1,31	15
E_{2c}	0,00	-0,48	0,16	-0,16	-1,38	0,67	-0,20	-1,17	16
W_c	-0,04	-0,44	-0,59	0,43	-0,03	1,72	0,17	1,04	17
ρ_{ad}	-0,02	-0,54	-0,50	-0,19	-0,22	2,31	0,14	0,84	18
L_c	-0,02	0,29	-0,67	0,67	-4,11	4,65	0,13	0,81	19

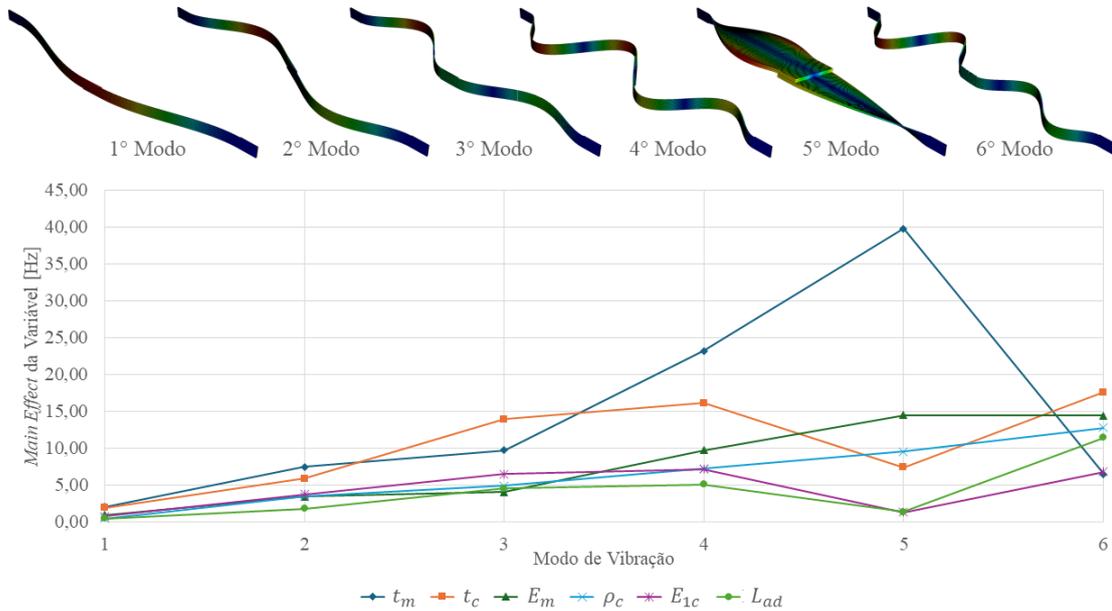
Fonte: A autora (2024).

Após o ordenar as variáveis, é possível observar o comportamento dessas ao longo dos modos de vibração através da Figura 23. Ao analisar a espessura da viga de Titânio (t_m), que possui maior TME, é possível perceber que a maior parte de sua influência concentra-se nos modos de 3 a 5, o qual possui maior magnitude, aumentando quase linearmente e mostrando um decréscimo significativo para o sexto modo. Como o sinal de TME é negativo, constata-se a maior influência como sendo relacionada à variável em seu limite superior.

Em segundo lugar, a espessura da viga de CFRP (t_c) comporta-se aumentando gradualmente entre os modos 2 a 4 e, ao contrario de t_m , diminui significativamente sua influência no quinto modo e aumenta para o sexto, no qual possui maior ME, com influência também da variável em seu limite superior.

Logo após, verifica-se a similaridade no comportamento entre o módulo de elasticidade do metal (E_m) e da densidade do compósito (ρ_c), os quais crescem de maneira uniforme, mas com menor magnitude se comparado às variáveis anteriores, entre os modos 3 a 5. Contudo, E_m possui valor negativo, com maior influência quando está em seu limite superior, já que aumenta a rigidez da estrutura, enquanto ρ_c é positivo, com limite inferior mais significativo, contribuindo para redução da inércia.

Figura 23 – *Main Effect* das principais variáveis.



Fonte: A autora (2024).

Por fim, a magnitude do módulo de elasticidade longitudinal do compósito (E_{1c}) e o comprimento da região da união (L_{ad}) apresentam comportamento similar ao da espessura do compósito mas de forma mais sucinta, com valores máximos no modo 6, após um decréscimo significativo no quinto modo.

5 CONCLUSÃO

Dado o objetivo de verificar quantitativamente as variáveis mais influentes da estrutura em estudo através da análise dinâmica, os resultados oferecem um ponto de partida e possibilidades de estudos acerca do comportamento dinâmico de uniões coladas híbridas. Ao utilizar o modelo de DoE proposto por Plackett e Burman, foi possível analisar um grande número de variáveis com quantidade reduzida de experimentos.

A estrutura foi selecionada e seu modelo desenvolvido a partir dos dados de entrada encontrados em Borges (2012) em seus valores nominais e, em seguida, foi realizada a primeira simulação para o estudo da malha. Comparando com estudos anteriores, os resultados foram consistentes com o comportamento esperado da estrutura, confirmando a compatibilidade do modelo base com a referência. No entanto, uma diferença notável foi a inclusão do modelamento do adesivo, o que não foi abordado previamente e resultou no comportamento distinto da referência na região.

Logo após foram separados os parâmetros que poderiam impactar significativamente nos modos de vibração da estrutura e elencadas suas respectivas variações, seguindo as experimentais das vigas elencadas por Borges (2012) e arbitrando as de variáveis com limites desconhecidos conforme dos Santos Souza et al. (2019). A partir da estrutura parametrizada no *Software* com todas as suas condições, segue-se o DoE escolhido através dos arranjos propostos por Plackett e Burman para realizar os experimentos.

Por conseguinte, 20 simulações foram realizadas para que, através, fossem coletadas as frequências de cada modo de vibração. Em seguida, com os resultados foram calculados os efeitos principais (ME) de cada variável em cada modo. A partir disso, o valor médio (MME) foi obtido para as variáveis, sendo possível ordená-las de maneira decrescente para visualização dos parâmetros de maior influência.

Através do estudo foi possível observar a grande influência exercida pela espessura das estruturas unidas, metálica e laminado, respectivamente, bem como o módulo de elasticidade longitudinal do metal ocupa a terceira posição. Logo após, tem-se a influência do módulo de elasticidade do metal e da densidade do compósito. Por fim, os resultados para o módulo de elasticidade longitudinal do compósito e o comprimento da região adesiva (*overlap*) aparecem com menos de $1,5[H_z]$ de diferença. Ademais, os outros parâmetros elencados seguem ordenados de maneira decrescente, e possuem menores magnitudes.

Sendo assim, é de importância pontuar algumas limitações do estudo, as quais incluem a determinação do intervalo de variação das propriedades e a falta de disponibilidade de valores de entrada precisos provenientes de *datasheets* referenciados por Borges (2012). Além disso, durante o refino de malha, verificou-se que para $TGE \leq 0,5$, a simulação tornava-se pesada, tornando mais denso realizar o volume de experimentos elencados com refino global, bem como o refino local de malha não foi aprofundado.

Em suma, os resultados do trabalho fornecem um ponto de partida para os estudos dos

fatores que influenciam o comportamento dinâmico de uniões coladas híbridas em estruturas compostas por CFRP e titânio. Ao estudar e detectar as variáveis mais relevantes, é possível utilizar os SHM de forma a tomada de ações mais assertivas para a prevenção e manutenção. Isso contribui para redução de falhas e aumenta a vida útil das estruturas, sendo altamente relevante para a engenharia e a indústria.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Com base nos resultados e nas limitações identificadas, sugerem-se as seguintes direções para pesquisas futuras:

- Investigar técnicas de refino local de malha para melhorar a precisão das simulações nas áreas críticas da junção, minimizando o impacto no tempo de computação. Este estudo pode comparar diferentes estratégias de refino e analisar seus efeitos na eficiência computacional.
- Explorar as Funções de Resposta em Frequência (FRFs), considerando os valores experimentais fornecidos por Borges (2012) e de Medeiros, Borges e Tita (2014) para compreensão mais aprofundada do comportamento dinâmico da estrutura em diferentes condições (relacionado ao dano e suas posições), correlacionando-os com os parâmetros influentes resultantes do presente estudo.
- Investigar as interações entre os diferentes parâmetros para entender como as variáveis combinadas afetam a resposta dinâmica da estrutura. Utilizar métodos de DoE mais robustos, como o *design* fatorial completo ou *design* de superfície de resposta, pode fornecer informações mais precisas sobre as sinergias ou antagonismos entre os parâmetros mais influentes descobertos no estudo.
- Inserir modelo de dano (Coesivo e XFEM) no adesivo, bem como um modelo de dano nos aderentes, para avaliação do comportamento da junta danificada.
- Avaliar o impacto das variações de temperatura nos parâmetros dos materiais que compõem e na resposta estrutural da SLJ, já que materiais compósitos e metais podem ter diferentes comportamentos térmicos, e a análise de desempenho sob condições extremas de temperatura seria benéfica para aplicações reais.
- Investigar a resistência à fadiga da estrutura SLJ sob carregamentos cíclicos, considerando que a durabilidade e a vida útil da junção adesiva são aspectos críticos, especialmente em aplicações aeronáuticas e automotivas.
- Avaliar a sustentabilidade dos materiais e processos de fabricação utilizados para a estrutura, considerando alternativas e analisando sua viabilidade econômica e ambiental, resultando soluções de alta performance com menor impacto ambiental.

REFERÊNCIAS

- ABAQUS. **Abaqus - Assistência ao usuário do SIMULIA**. Providence, Rhode Island, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.
- Adams, R.; Wake, W.C. **Structural Adhesive Joints in Engineering**. England: Elsevier Applied Science Publishers, 1984. 309 p. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 19.
- Anderson, Ted L. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 2nd. ed. New York: CRC Press, 1995. Citado na página 36.
- Baker, A.; Dutton, S.; Kelly, D. **Composite Materials for Aircraft Structures**. 2nd. ed. Reston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 23.
- Borges, Emanuel Nunes. **Fabricação, Análise Computacional e Experimental de Juntas Híbridas Coladas Monitoradas por Compósitos Inteligentes**. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2012. Disponível em: <<https://teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18148/tde-11052013-111650/pt-br.php>>. Acesso em: 08 apr. 2024. Citado 17 vezes nas páginas 9, 14, 15, 20, 22, 26, 29, 36, 41, 42, 43, 44, 48, 51, 52, 56 e 57.
- Callister, Jr. William D. **Ciência e Engenharia de Materiais - Uma Introdução**. 10ª edição. ed. São Paulo: LTC, 2020. Citado na página 14.
- Chen, W.; Saleeb, A. F. **Constitutive Equations for Engineering Materials**. Amsterdam: Elsevier Science, 1994. v. 2. Citado na página 22.
- Cook, R. D. et al. **Concepts and applications of finite elements analysis**. 4. ed. Danvers, MA: John Wiley & Sons, Inc, 2001. Citado na página 39.
- da Silva, Jailto AP et al. Parametric investigation of bonded composite joints under mode ii using a new methodology based on design of experiments. **The Journal of Adhesion**, Taylor & Francis, v. 100, n. 9, p. 791–812, 2024. Citado na página 45.
- de Medeiros, Ricardo; Borges, Emanuel Nunes; Tita, Volnei. Experimental analyses of metal-composite bonded joints: damage identification. **Applied Adhesion Science**, v. 2, n. 1, 2014. Disponível em: <<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-84998645181&doi=10.1186%2f2196-4351-2-13&partnerID=40&md5=4c1aaf3c0e215d6d7ce523ff855b1a61>>. Citado 4 vezes nas páginas 15, 41, 46 e 57.
- dos Santos Souza, Luiz Fernando et al. Dynamic response of laminated composites using design of experiments: An experimental and numerical study. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 115, p. 82–101, 2019. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0888327018302759>>. Citado 6 vezes nas páginas 15, 42, 44, 45, 53 e 56.
- Ereiz, Suzana; Duvnjak, Ivan; Jiménez-Alonso, Javier Fernando. Review of finite element model updating methods for structural applications. **Structures**, Elsevier, v. 41, p. 684–723, 2022. Citado na página 39.
- Hibbeler, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson, 2011. Citado na página 25.

- Jones, R. M. **Mechanics of Composite Materials**. 2. ed. Philadelphia, PA: Taylor and Francis, Inc, 1999. Citado na página 26.
- Kirchhoff, G. R. **On the equilibrium and motion of an elastic plate**. [S.l.]: Pearson, 1850. Citado na página 32.
- Mendonça, P. T. R. **Materiais Compostos e Estruturas-Sanduiche: Projeto e análise**. 1. ed. Barueri, SP: Manole, 2005. Citado 6 vezes nas páginas 24, 26, 27, 32, 33 e 35.
- Messler, Robert W. **Joining of Materials and Structures**. Burlington: Butterworth-Heinemann, 2004. 775 p. Citado 4 vezes nas páginas 17, 18, 19 e 22.
- Neto, F. L.; Pardini, L. C. **Compósitos estruturais: Ciência e tecnologia**. 2. ed. São Paulo, SP: Blucher, 2006. Citado na página 24.
- Petrie, E. M. **Handbook of Adhesives and Sealants**. New York: McGraw-Hill, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- Plackett, R. L.; Burman, J. P. The design of optimal multifactorial experiments. **Biometrika**, v. 33, n. 4, p. 305–325, 1946. Citado na página 43.
- Rao, S.S. **Vibrações Mecânicas**. 4th. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- Ribeiro, M. L. **Programa para Análise de Juntas Coladas: Compósito/Compósito e Metal/Compósito**. 163 p. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Engenharia Mecânica, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009. Citado 5 vezes nas páginas 14, 21, 22, 23 e 24.
- Seong, Myeong-Su et al. A parametric study on the failure of bonded single-lap joints of carbon composite and aluminum. **Composite Structures - COMPOS STRUCT**, v. 86, p. 135–145, 11 2008. Citado na página 21.
- Stowe, Robert A.; Mayer, Raymond P. Efficient screening of process variables. **Industrial Engineering Chemistry**, v. 58, n. 2, p. 36–40, 1966. Citado na página 43.
- Thomsen, O. T.; Mortensen, F. Localized coupling effects in adhesive bonded joint. **Composite Structures**, v. 37, n. 1, p. 97–108, 2002. Citado na página 22.
- Tita, Volnei. **Projeto e Fabricação de Estruturas em Material Compósito Polimérico**. São Carlos: EDUSP, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- Williams, J. G. **Stress analysis of polymers**. London: Longman Group Limited, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- Zanetti, Matteo. **Avaliação do dano por delaminação em estruturas de material compósito utilizando modelos baseados em vibrações**. Monografia (TCC) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2024. Citado na página 39.