

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT  
ENGENHARIA MECÂNICA**

**MATHEUS TAVEIRA VEIGA**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO À FLAMBAGEM E  
COMPRESSÃO DE TUBOS LAMINADOS**

**JOINVILLE - SC**

**2018**

**MATHEUS TAVEIRA VEIGA**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO À FLAMBAGEM E  
COMPRESSÃO DE TUBOS LAMINADOS**

Trabalho de Conclusão apresentado ao curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE - SC**

**2018**

**MATHEUS TAVEIRA VEIGA**

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO À FLAMBAGEM E  
COMPRESSÃO DE TUBOS LAMINADOS**

Trabalho de Conclusão apresentado ao curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

**Banca Examinadora**

Orientador: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Ricardo de Medeiros.

UDESC/CCT

Membro: \_\_\_\_\_

Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso

UDESC/CCT

Membro: \_\_\_\_\_

Eng. Felipe Augusto Carvalho de Faria

UDESC/CCT

Joinville, 03 de Julho de 2018

À minha família: Roseli Taveira, Marcio José Veiga, Marcelo Taveira Veiga, Antônio Roberto Vissoci e Rita Camana, por quem o caminho até aqui seria impossível sem o apoio, amor, cultivo de valores e ensinamentos.

Ao prof. Dr. Ricardo de Medeiros pelos conselhos, apoio, paciência, e por ter me mostrado o caminho deste trabalho desde quando não se passava de uma ideia.

À equipe UDESC Velociraptor e seus integrantes, por terem me acolhido em um meio onde os ensinamentos e crescimento foram de importância comparável com todo o curso até o momento, além das amizades de valor imensurável conquistadas para a vida.

## RESUMO

Há muita vantagem no uso de materiais compósitos por conta de sua alta capacidade de otimização, e portanto, seu uso é cada vez mais incentivado. Porém, suas análises são mais complexas e custos de fabricação e matéria prima são mais elevados. Este trabalho busca fazer o dimensionamento de um tubo laminado para ser aplicado na suspensão do protótipo Velociraptor baja, da Universidade do Estado de Santa Catarina. Para tanto, será utilizada uma análise por elementos finitos para o modelo em compósito, fazendo um comparativo com a solução analítica do material isotrópico atualmente utilizado, para identificar as vantagens do uso deste material na aplicação em questão.

**Palavras-chave:** Materiais compósitos, tubo laminado, elementos finitos, otimização.

## ABSTRACT

There is a great advantage in using composite materials because of its high optimization capabilities, therefore, its use is being increasingly motivated. However, its analyses are more complex and costs related to manufacturing and the material itself are more significant. This paper aims the design of a laminated tube to be used in the suspension of the Velociraptor baja prototype, from Universidade do Estado de Santa Catarina. Therefore, a finite element model for the composite material will be utilized, comparing it to the analytical solution of the isotropic material currently being used, to identify the advantages of the application of this material.

**Key-words:** Composite materials, laminated tube, finite element model, optimization.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Tubos de compósitos com várias orientações .....	10
Figura 2 – Quadro de bicicleta fabricado em fibra de carbono .....	10
Figura 3 – (a) Imagem do protótipo do baja da equipe Velociraptor; (b) vista explodida das peças que compõem a suspensão traseira do veículo .....	12
Figura 4 – (a) Carregamento axial de um cilindro;(b) falha por flambagem global; (c) falha por flambagem local .....	14
Figura 5 – Estado tri-axial de tensões.....	14
Figura 6 – Exemplo de malha sólida .....	21
Figura 7 – Elemento CQUAD4 .....	22
Figura 8 – Fluxograma da análise.....	25
Figura 9 – Fluxograma de simulações .....	27
Figura 11 – Condições de contorno nas extremidades: (a) Restrição à translação nos 3 eixos; (b) ponto de aplicação da força e restrição à translação em Y e Z, e rotação em X; (c) modelo inteiro.....	29
Figura 12 – Convergência de malha .....	32
Figura 13 – Modos de falha de validação, cores representam deslocamento – (a) Modelo simulado pelo autor; (b) modelo obtido da referência.....	34
Figura 14 – <i>Plot</i> dos deslocamentos dos modos de falha de flambagem (a) – Global e (b) – Local .....	36
Figura 15 – Tensões do tubo de 30mm de diâmetro, orientado em 0°, com 3 camadas .....	37

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades materiais isotrópicos .....	27
Tabela 2 – Propriedades fibra de carbono, 50% de volume de fibra para o tecido, 60% para fibra unidirecional, resina epóxi curada a 120°C .....	28
Tabela 3 – Cálculo da tensão por compressão nas peças isotrópicas .....	31
Tabela 4 – Cálculo da carga crítica sobre os tubos utilizados anteriormente.....	31
Tabela 5 – Refinamento de malha .....	32
Tabela 6 – Comparação da carga crítica.....	33
Tabela 7 – Influência do ângulo de orientação da fibra .....	34
Tabela 8 – Resultados da combinação de parâmetros de teste .....	35
Tabela 9 – Relação das massas dos tubos escolhidos.....	38
Tabela 10 – Comparação dos resultados .....	38

## SUMÁRIO

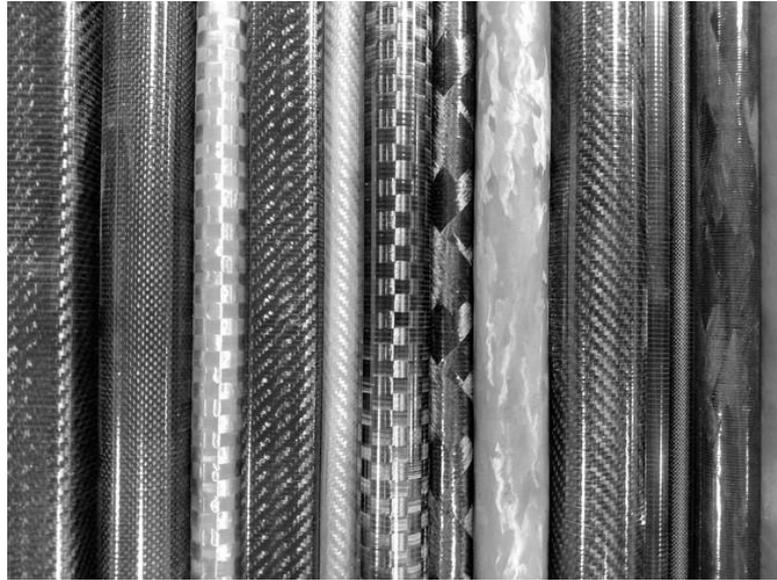
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
1.1	JUSTIFICATIVA .....	10
1.2	OBJETIVO .....	11
<b>1.2.1</b>	<b>Geral</b> .....	<b>11</b>
<b>1.2.2</b>	<b>Específico</b> .....	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO</b> .....	<b>13</b>
2.1	MATERIAIS COMPÓSITOS .....	14
2.2	COMPRESSÃO.....	17
2.3	FLAMBAGEM GLOBAL.....	17
2.4	CRITÉRIOS DE FALHA .....	19
<b>2.4.1</b>	<b>Material isotrópico</b> .....	<b>19</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Material compósito</b> .....	<b>19</b>
2.5	ELEMENTOS FINITOS .....	20
<b>2.5.1</b>	<b>Pré-processamento</b> .....	<b>21</b>
<b>2.5.2</b>	<b>Pós-processamento</b> .....	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>25</b>
3.1	METODOLOGIA .....	25
3.2	PROPRIEDADES.....	27
3.3	MODELO COMPUTACIONAL.....	28
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>31</b>
4.1	REFINAMENTO DE MALHA .....	31
4.2	COMPARAÇÃO COM A LITERATURA .....	32
4.3	INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE ORIENTAÇÃO DA FIBRA .....	34
4.4	COMBINAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENSAIO.....	35
4.5	COMPARAÇÃO DE MASSAS .....	38
4.6	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS .....	38
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>41</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>43</b>
	<b>APÊNDICE</b> .....	<b>45</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Um material compósito é formado por duas ou mais fases, sendo que uma fase (fibra) se comporta como o reforço de outra, chamada de matriz. O desafio é combinar a matriz e os reforços da forma mais eficiente para a aplicação desejada (HERAKOVICH, 1998). Estes materiais combinados apresentam propriedades que nenhum dos componentes apresentam individualmente, e são mais propícios que os materiais comumente utilizados para fabricação mecânica (isotrópicos), pois normalmente componentes não estão sendo solicitados de forma homogênea em todos os sentidos do material. Além disso, têm maior relação de rigidez por densidade, maior resistência por densidade e baixos coeficientes de expansão térmica.

Como compósitos laminados são compostos de ortotrópicas, orientadas em vários ângulos (Figura 1), existe o potencial de se fabricar um material otimizado para atender a uma solicitação estrutural específica, sendo assim, oferecem mais possibilidades de projeto. Um exemplo de suas aplicações são os tubos com fibra unidirecional, objeto de estudo neste trabalho, e também o quadro de bicicleta mostrado na Figura 2 que apresenta geometria otimizada e de difícil construção com outros materiais. No entanto, junto com os benefícios potenciais de performance, vêm uma análise e projeto muito mais complexa como explicitado por Nemeth; Mikulas Jr (2009).

Figura 1 –Tubos de compósitos com várias orientações



Fonte: Rock West Composites. Disponível em: <<https://www.rockwestcomposites.com/round-tubing/round-carbon-fiber-tubing/unidirectional-carbon-tubing/samples-tubes>>. Acesso em 25 de Junho de 2018

Figura 2 – Quadro de bicicleta fabricado em fibra de carbono



Fonte: Specialized Brasil Comércio de Bicicletas Ltda. Disponível em: <<https://www.specialized.com/br/pt/quadro-s-works-epic-29/p/107103>>. Acesso em 25 de Junho de 2018

## 1.1 JUSTIFICATIVA

A motivação para este estudo justifica-se pela aplicação estrutural de tubos laminados em veículos de chassis tubulares do tipo baja, especificamente no protótipo da equipe UDESC Velociraptor nas suas participações em competições organizadas pela SAE Brasil. Portanto, com este trabalho busca-se iniciar os estudos do uso de compósitos na fabricação do mesmo, pois este material traz a possibilidade de reduzir

significativamente a massa do protótipo por conta das relações de rigidez e resistência por densidade comentadas anteriormente, ainda mais por já ser utilizado em várias equipes para aplicações como eixos, peças da suspensão e direção.

## 1.2 OBJETIVO

### 1.2.1 Geral

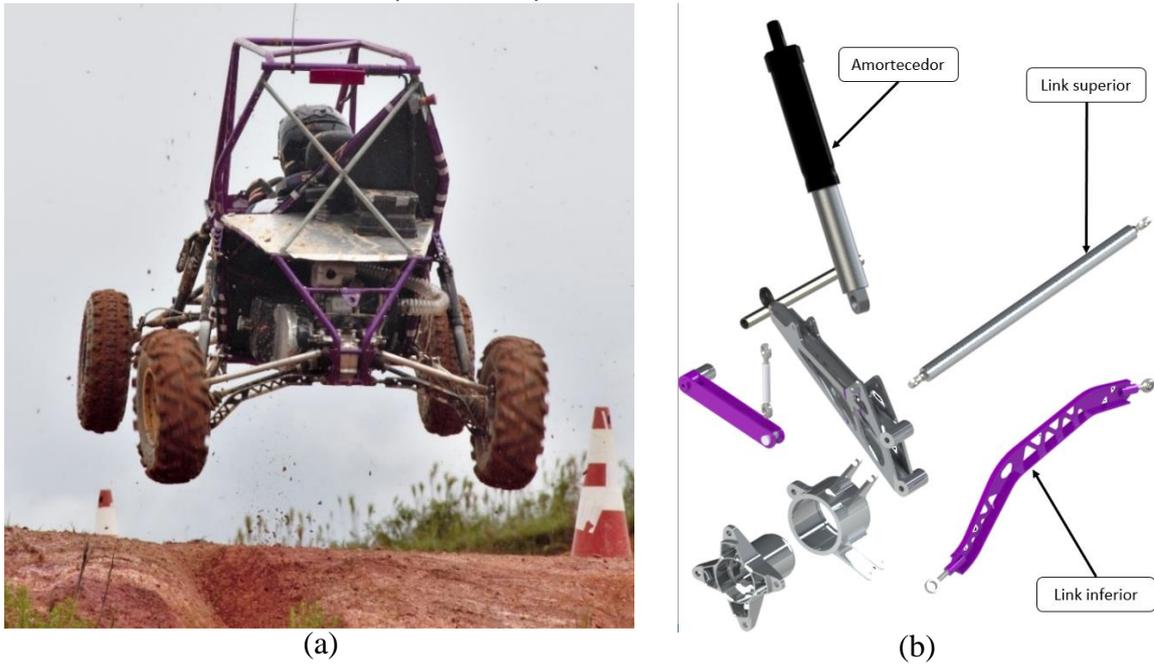
Este trabalho tem como objetivo geral analisar a resistência à flambagem e falha por compressão de tubos de material compósito quando utilizados na suspensão do veículo baja da equipe UDESC Velociraptor.

### 1.2.2 Específico

Com o propósito de alcançar a realização do objetivo geral, definem-se os seguintes objetivos específicos:

- avaliar a viabilidade de um *link* superior (Figura 3) fabricado em material compósito realizando o dimensionamento para falha por compressão e flambagem;
- comparar a proposta encontrada com os modelos já utilizados no protótipo;
- formular recomendações para obtenção de resultados positivos aplicando os conceitos estudados.

Figura 3 – (a) Imagem do protótipo do baja da equipe Velociraptor; (b) vista explodida das peças que compõem a suspensão traseira do veículo



Fonte: Elaborada pelo autor, 2018

## 2 REVISÃO

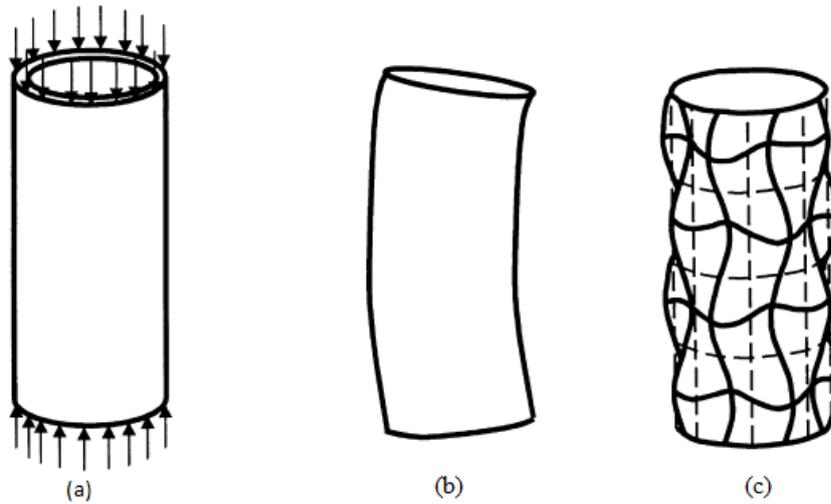
Seções quadradas vazadas ou tubulares suportam cargas fletoras, torcionais e axiais compressivas mais eficientemente do que seções maciças. Ou seja, para dadas condições de carga a seção usará uma quantidade menor de material, e conseqüentemente será mais leve. Eficiências maiores ainda são possíveis com estruturas sanduíche (compostas por uma fina camada externa de alta resistência mecânica, aderidas a um interior de espuma ou *honeycomb*) (WEAVER; ASHBY 1997). Entretanto, existem limites práticos de quão finas podem ser as seções, podendo estes serem limites impostos por restrições de manufatura, dificuldade ou custo de obter a forma ótima. Frequentemente, os limites são impostos pelas próprias propriedades do material, que determinam os modos de falha da seção. Diante deste contexto, optou-se no presente trabalho pela avaliação de estruturas tubulares.

Segundo Weaver (2000), uma casca cilíndrica sendo comprimida pode falhar por (Figura 4):

- flambagem global, com curvatura relativa ao comprimento total (flambagem de Euler, linear);
- flambagem local, com curvatura relativa à largura ou espessura da seção;
- falha do material (escoamento, rompimento da fibra, etc.).

Considerando os carregamentos axiais e seus efeitos sobre um tubo, ao analisar um material isotrópico sobre carregamento de compressão ou tração, a princípio não haverá diferença entre esses dois casos em quando o material começará a escoar. No entanto, esta característica não se reproduz em materiais ortotrópicos por conta de sua dependência de propriedade com as direções do material. Portanto, deve-se atentar às propriedades locais da estrutura, e várias direções diferentes devem ser testadas.

Figura 4 – (a) Carregamento axial de um cilindro;(b) falha por flambagem global; (c) falha por flambagem local

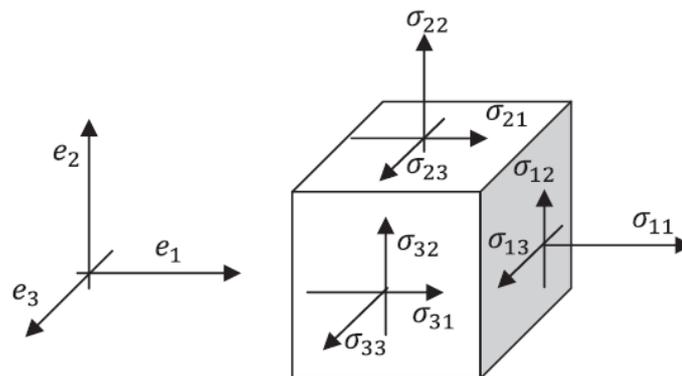


Fonte: WEAVER, 2000

## 2.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

Tendo um meio contínuo carregado externamente, considera-se que haverá tensões internas que surgirão para realizar o equilíbrio das forças, como mostrado no elemento diferencial da Figura 5.

Figura 5 – Estado tri-axial de tensões



Fonte: Introduction to Solid Mechanics & Finite Element Analysis by Samer Adeeb. Disponível em: <<https://sameradeeb-new.srv.ualberta.ca/stress/cauchy-stress-as-a-linear-map/>>. Acesso em: 25 de Junho de 2018

Com seu estado de tensões representado por um tensor de segunda ordem, tem-se para o tensor de tensões e deformações, respectivamente:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Também tem-se que:

$$\gamma_{ij} = \gamma_i + \gamma_j, \quad (3)$$

$$\frac{\gamma_{ij}}{2} = \varepsilon_{ij}. \quad (4)$$

Substituindo a Equação (4) na (2):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \frac{\gamma_{12}}{2} & \frac{\gamma_{13}}{2} \\ \frac{\gamma_{21}}{2} & \varepsilon_{22} & \frac{\gamma_{23}}{2} \\ \frac{\gamma_{31}}{2} & \frac{\gamma_{32}}{2} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Aplicando as equações de equilíbrio, tem-se que:

$$\tau_{21} = \tau_{12}; \tau_{31} = \tau_{13}; \tau_{32} = \tau_{23}. \quad (6)$$

Então, com as equações de equilíbrio, tem-se que os tensores de tensão e deformação são simétricos. A título de simplificação, escolhe-se a forma de notação de Voigt para representá-los:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Considerando que o material em questão se comporta como linear-elástico e aplicando a lei de Hooke para materiais anisótipos, tem-se a seguinte relação:

$$\sigma_i S_{ij} = \varepsilon_j \quad (9)$$

Dispostos na forma matricial onde  $S_{ij}$  representa a rigidez do material. Segundo Tita (2006), uma lâmina de material compósito caracteriza-se como um material ortotrópico, e então não possuirá acoplamentos entre tensões normais e distorções angulares  $\gamma$ , e tensões de cisalhamento não causam deformações  $\varepsilon$ . Portanto, chega-se em:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} S_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{13}}{E_1} & -\frac{\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Onde as variáveis  $E_i$  representam os módulos de elasticidade nas direções  $i$ ,  $G_i$  os módulos cisalhantes no plano formado pelas direções  $ij$  e  $\nu_{ij}$  os coeficientes de Poisson do material.

A matriz de flexibilidade do material isotrópico mostra que sua análise é mais simples, pois têm apenas 3 variáveis, como mostrado na Equação (12).

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & \frac{1}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \end{pmatrix}. \quad (12)$$

## 2.2 COMPRESSÃO

Para um dado carregamento axial em uma barra de material isotrópico, tem-se que:

$$\sigma_1 = \frac{F_1}{A}, \quad (13)$$

onde  $F_1$  é o valor do esforço axial, e  $A$  a área da seção transversal, dada por:

$$A = \pi(R_e^2 - R_i^2), \quad (14)$$

sendo  $R_e$  o raio externo do tubo, e  $R_i$  o interno.

## 2.3 FLAMBAGEM GLOBAL

Uma coluna sendo comprimida flamba quando a carga  $F_{cr}$  excede a carga (TIMOSHENKO; GERE, 1963):

$$\frac{1}{F_{cr}} = \frac{1}{F_e} + \frac{1}{F_s}, \quad (15)$$

onde  $F_e$  e  $F_s$  são as cargas de flambagem referentes a flambagem de Euler e de cisalhamento, respectivamente. Desconsiderando a flambagem por cisalhamento, restará apenas a parcela referente à Euler:

$$F_{cr} = F_e = \frac{n^2 \pi^2 EI}{l^2}, \quad (16)$$

onde  $n$  é uma constante dependente das condições de contorno da estrutura,  $E$  é o módulo de elasticidade do material isotrópico,  $I$  é o momento de inércia e  $l$  o comprimento. A resistência a flambagem se dará então pelo menor momento de inércia. No entanto, se o que ocorrer primeiro for a flambagem por cisalhamento, tem-se:

$$F_{cr} = F_s = \frac{AG}{k}. \quad (17)$$

onde  $G$  é o módulo de cisalhamento do material isotrópico e  $k$  o coeficiente de cisalhamento. Na prática, colunas falham devido a limitações de tensão compressiva em níveis de tensão inferiores aos necessários para ocorrer a flambagem por cisalhamento (WEAVER, 2000). Por isso, esse modo de falha não será considerado.

Em estruturas de peso minimizado, mecanismos de falha interagem, e isto torna a a estrutura altamente sensível a defeitos. Por exemplo, a carga crítica de cilindros de parede fina são tão sensíveis à imperfeições que uma imperfeição de 20% da espessura da parede pode reduzir a carga crítica em 50% (SHANLEY, 1960)

A aplicação da teoria para o projeto de cascas cilíndricas é complicado pelas diferenças aparentes entre a teoria e a prática. Para cascas nas quais a compressão longitudinal da parede do cilindro predomina, as discrepâncias podem ser consideravelmente grandes. Para cascas nas quais cisalhamento ou compressão circunferencial predominam, as discrepâncias são geralmente menos severas, mas ainda grandes o suficiente para requererem dados experimentais para definir dados de projeto (NASA, 1968).

A fonte primária de erro é a dependência da carga de flambagem de cascas cilíndricas com pequenos desvios da forma cilíndrica circular nominal da estrutura. Como a forma original de amostras a serem testadas não tem um controle rigoroso, a maioria dos testes para amostras teoricamente iguais tem alto grau de dispersão e ficam abaixo de valores teóricos (NASA, 1968).

## 2.4 CRITÉRIOS DE FALHA

### 2.4.1 Material isotrópico

Considerando a falha por compressão, geralmente utiliza-se o critério de von Mises para definir o fator de segurança. Para barras de material isotrópico sob esforço axial, a tensão será alinhada com o eixo principal da estrutura, e haverá apenas um componente, simplificando a equação é calculado o fator de segurança  $FS$ , que é dado pela razão da tensão de escoamento  $\sigma_s$  sobre a tensão no material  $\sigma$ , conforme:

$$(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 6(\sigma_{23}^2 + \sigma_{31}^2 + \sigma_{12}^2) = 2\sigma_1^2, \quad (18)$$

$$FS = \frac{\sigma_s}{\sigma_1}. \quad (19)$$

Já para a flambagem, o fator de segurança é inserido diretamente sobre a carga crítica de flambagem, como mostrado na Equação (19), onde  $F$  é o valor do carregamento sobre o tubo. Embora a fórmula de Euler não seja para embasar um fator de segurança, neste caso ele será abordado como um. O coeficiente de segurança definitivo é calculado pelo menor valor entre modos de falha para cada material.

$$FS_f = \frac{F_{cr}}{F}. \quad (20)$$

### 2.4.2 Material compósito

O critério de Tsai-Wu foi desenvolvido nas forças armadas americanas para analisar a falha em materiais anisotrópicos (TSAI; ADAMS; DONER, 1966). Este critério foi elaborado de forma a levar em conta simultaneamente todos os

mecanismos de ruptura relacionados a tensão existente no material, de maneira similar ao critério de von Mises aplicado em materiais isotrópicos (PEREIRA, 2010). Considerando somente o estado plano de tensões, o critério de Tsai-Wu é dado por:

$$FI = \sigma_1 \left[ \frac{1}{X_T} - \frac{1}{X_C} \right] + \sigma_2 \left[ \frac{1}{Y_T} - \frac{1}{Y_C} \right] + \frac{\sigma_1^2}{X_T X_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \frac{\sigma_2^2}{Y_T Y_C} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2. \quad (21)$$

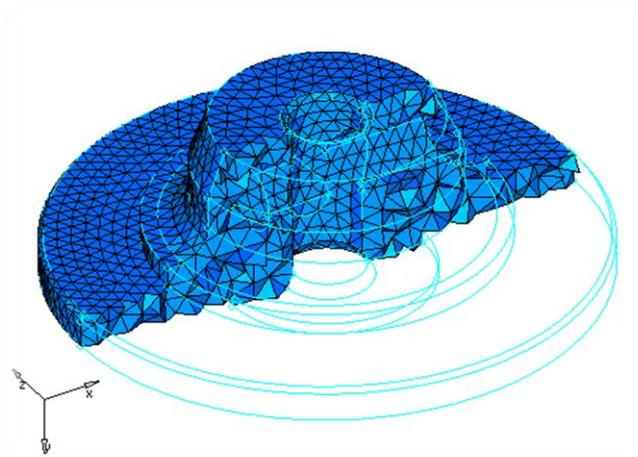
Onde  $X_T$  e  $X_C$  se referem a resistência a tração e a compressão respectivamente, orientados em  $0^\circ$  enquanto  $Y_T$  e  $Y_C$  são referentes à orientação em  $90^\circ$  e  $S$  é a resistência ao cisalhamento no plano. Segundo este critério, caso a substituição das variáveis  $\sigma_i$  pelos valores de tensões no corpo resulte em um valor  $FI \leq 1$ , o critério estabelece que não há falha do material.

## 2.5 ELEMENTOS FINITOS

O método de elementos finitos é uma forma numérica de solução de problemas de engenharia ou física matemática, na qual é requerido que sejam determinadas as distribuições espaciais de uma ou mais variáveis dependentes. Matematicamente, estes problemas são descritos por equações diferenciais ou expressões de integrais (COOK ET AL., 2002).

Também segundo Cook et al. (2002), o método de elementos finitos pode ser visualizado como pequenos pedaços de uma estrutura, onde o termo finito se refere à abordagem diferente dos elementos infinitesimais utilizados em cálculo. Elementos são conectados por pontos chamados de nós, que formam uma estrutura chamada de malha, como mostrado na Figura 6.

Figura 6 – Exemplo de malha sólida



Fonte: Altair Engineering (2017)

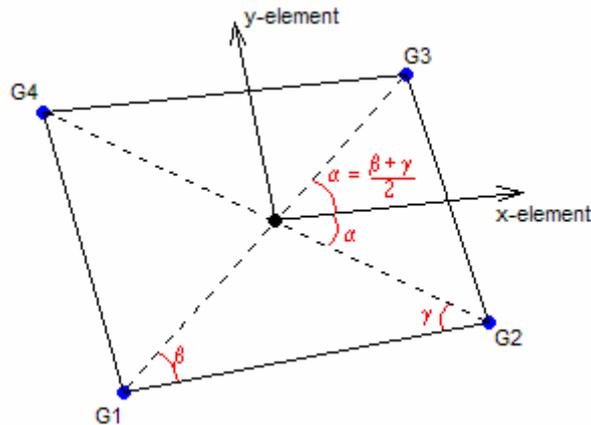
### 2.5.1 Pré-processamento

Um modelo geométrico forma a base para definir a malha. Ele pode influenciar os tipos de algoritmos que irão fazer a malha, os tipos de elementos que podem ser selecionados, a densidade e qualidade da malha e também a viabilidade de criar uma malha de elementos finitos. Como a geometria é a base para a malha, a validade e integridade da mesma têm um impacto direto no processo de geração da malha. Além disso, condições de contorno, tipos de elemento e propriedades do material também tem influência no processo de modelamento. Estes fatores devem ser considerados durante a construção do modelo geométrico (STEVEN E. BENZLEY, KARL MERKLEY, TED D. BLACKER, 1995). Uma vez que o modelo geométrico é definido, é necessário realizar a discretização, e então são criados os elementos finitos. Após isso, são definidas as condições de contorno, e o modelo é resolvido. Neste caso, foi utilizado o *software* HyperMesh para realizar o modelo feito com malha de elementos quadriláteros isoparamétricos (CQUAD4), com o solver sendo o OptiStruct.

O elemento CQUAD4 tem 6 graus de liberdade em cada um dos 4 nós (Figura 7 **Error! Reference source not found.**), e utiliza 5 pontos de integração. Ele é mais utilizado para modelagem de placas, cascas e membranas. Segundo o manual Siemens Industry Software (2014), ele é capaz de representar flexão e cisalhamento transversal no plano, e recomenda-se o uso deste elemento quando a superfície é razoavelmente plana e a geometria é quase retangular, para reduzir o efeito de influência formato do elemento sobre a geometria original. Portanto, no presente

trabalho o elemento utilizado precisou ter seu tamanho médio reduzido para compensar este efeito, que será analisado em detalhe no procedimento de refino de malha.

Figura 7 – Elemento CQUAD4



Fonte: Altair Engineering (2017)

### 2.5.1.1 Análise de flambagem linear

A solução de flambagem por elementos finitos é realizada pela aplicação de uma força de referência  $F_{ref}$  na estrutura, que será utilizada para uma análise estática linear. Com as tensões obtidas nessa solução, será montada uma matriz de rigidez geométrica  $\mathbf{K}_G$ , e as cargas de flambagem são calculadas resolvendo:

$$(\mathbf{K} - \lambda \mathbf{K}_G)\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (22)$$

Onde  $\mathbf{K}$  é a matriz de rigidez da estrutura,  $\lambda$  o multiplicador da carga de referência e  $\mathbf{u}$  o autovetor correspondente ao autovalor. Como esta solução geralmente resulta em  $n$  autovalores, onde  $n$  é o número de grau de liberdade, deve ser requisitada a solução de apenas os multiplicadores de carga mais baixos. A carga crítica  $F_{cr}$  é obtida então a partir do menor multiplicador encontrado  $\lambda_{cr}$ :

$$F_{cr} = \lambda_{cr} F_{ref} \quad (23)$$

### 2.5.2 Pós-processamento

Quando o modelo é calculado e a análise termina, é desejável usar métodos gráficos para visualizar os resultados. Caso a solução esteja livre de erros numéricos, os resultados de interesse podem ser avaliados. Existem várias opções de visualização, como a visualização dinâmica, por métodos gráficos, que ajuda muito na interpretação e entendimento do padrão de deformações. Tensões, sendo quantidades de um tensor, atualmente não têm nenhuma boa técnica de visualização, então quantias derivadas da tensão são mostradas. Vetores da tensão principal podem ser mostrados como flechas coloridas, indicando magnitude e direção. A magnitude da tensão principal ou de um escalar como a tensão de von Mises pode ser plotado utilizando uma faixa de cores. Neste trabalho foi utilizado a faixa de cores, onde o valor a ser mostrado é escalar, podendo ser tensão em dado eixo do material, deslocamento ou índice de falha.

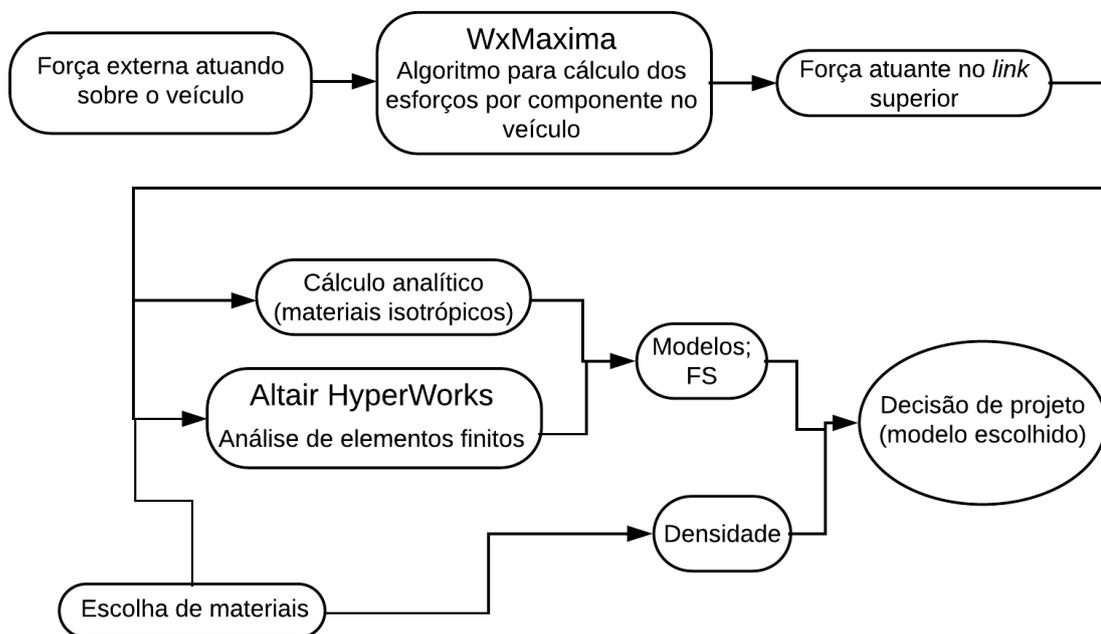


### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 METODOLOGIA

A Figura 7 se trata de um fluxograma para ajudar a explicitar o caminho seguido para as análises deste trabalho, que está descrito ao longo desta seção.

Figura 8 – Fluxograma da análise



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018

Como não é realizada a medição de dados no veículo com extensômetros ou células de carga, a tarefa de se obter os esforços sobre os componentes se torna difícil, e depende de estimativas. Baseando-se em dimensionamentos e quebras anteriores do veículo, é possível estimar um valor de esforço externo que embora seja ligeiramente superdimensionado, sabe-se que não resultará em falha em campo para as condições mais comuns de uso. Isto exclui capotamentos e colisões em geral.

Este esforço então foi alimentado em um código desenvolvido no *software* wxMaxima, disposto no Anexo. Este código retorna os esforços por componente da suspensão, resolvendo o sistema por cálculo vetorial. Foram testados cenários de

carregamentos lateral e vertical, e escolhido o caso crítico para o *link* superior da suspensão, com esforço de  $11,5kN$  para a barra.

Inicialmente realiza-se a análise da peça utilizada atualmente e também da anterior, para atuar como *baseline* da peça a ser analisada em material compósito. Como diretriz de projeto, foi fixado o comprimento total da barra, definida pela geometria da suspensão em  $483,81\text{ mm}$ , e foi aplicada a restrição de diâmetro externo máximo de  $30\text{mm}$  para a peça, por restrições geométricas que resultariam em conflito de componentes caso esse valor seja excedido.

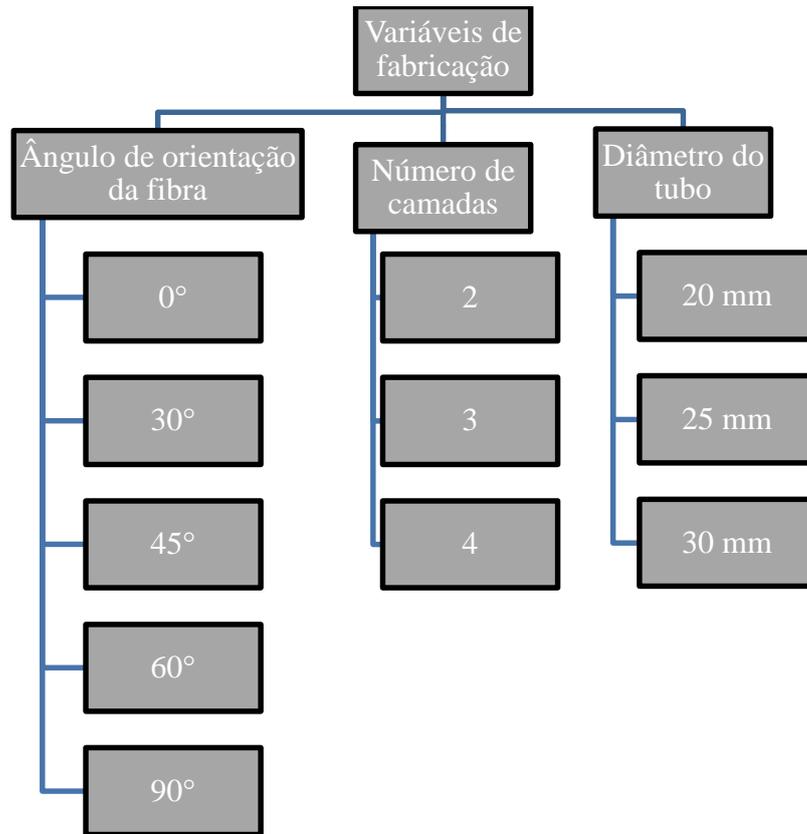
Os materiais isotrópicos são mais fáceis de serem projetados pela simplicidade e confiabilidade dos equacionamentos. Como as peças fabricadas neste material se tratam de peças já fabricadas, suas dimensões já foram previamente definidas, e o coeficiente de segurança é calculado utilizando as equações (19) e (20).

No protótipo passado, o *link* superior era fabricado em aço. Entretanto, nesta última versão, foi escolhido uma liga de alumínio. As propriedades deste material estão dispostas na Tabela 1.

Para o laminado, a primeira etapa foi definir quais as combinações seriam testadas para a confecção da peça. Foram consideradas como variáveis o ângulo de orientação da fibra, diâmetro, número de camadas, sendo que esta última pode ser analisada à parte com a função de apenas encontrar a melhor orientação para as características desejadas, sem necessidade de ser colocada nas combinações de diâmetro e número de camadas a serem testadas. No entanto, as outras características são cruzadas, o que significa que serão testadas todas as combinações de número de camadas e diâmetros com a melhor orientação encontrada para a fibra.

Portanto, foram escolhidas variações de 20 a 30  $\text{mm}$  de diâmetro para o tubo, 2 a 4 camadas, e 5 orientações para a fibra, formando o esquema de simulações mostrado na Figura 9.

Figura 9 – Fluxograma de simulações



Fonte: Elaborada pelo autor, 2018

### 3.2 PROPRIEDADES

O alumínio utilizado para base de cálculo é a liga da ASM 6063-T6, e o aço liga SAE 1020. Suas propriedades foram retiradas de MatWeb LLC (2018), e estão dispostas na Tabela 1.

Tabela 1 – Propriedades materiais isotrópicos

Propriedades dos materiais (isotrópicos)			
Material	E (GPa)	$\nu$	$\sigma_s$ (MPa)
Alumínio 6063-T6	68,9	0,33	214 MPa
Aço SAE 1020	186	0,29	350 MPa

Já as propriedades do compósito foram retiradas do site do fabricante “Performance Composites” (2009), mostradas na Tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades fibra de carbono, 50% de volume de fibra para o tecido, 60% para fibra unidirecional, resina epóxi curada a 120°C

Propriedade	Símbolo	Unidade	Tecido de fibra de carbono	Fibra unidirecional
Módulo de Young a 0°	E1	GPa	70	135
Módulo de Young a 90°	E2	GPa	70	10
Módulo de cisalhamento no plano	G12	GPa	5	5
Coefficiente de Poisson	$\nu_{12}$	-	0,1	0,3
Resistência à tração 0°	Xt	MPa	600	1500
Resistência à comp. 0°	Xc	MPa	570	1200
Resistência à tração 90°	Yt	MPa	600	50
Resistência à comp. 90°	Yc	MPa	570	250
Resistência ao cisalhamento no plano	S	MPa	90	70
Densidade	$\rho$	g/cm <sup>3</sup>	1,6	1,6

### 3.3 MODELO COMPUTACIONAL

Ao avaliar o comportamento de tubos laminados sobre esforços de compressão, foram utilizadas a abordagem computacional, e também foi realizada a comparação com valores encontrados na bibliografia.

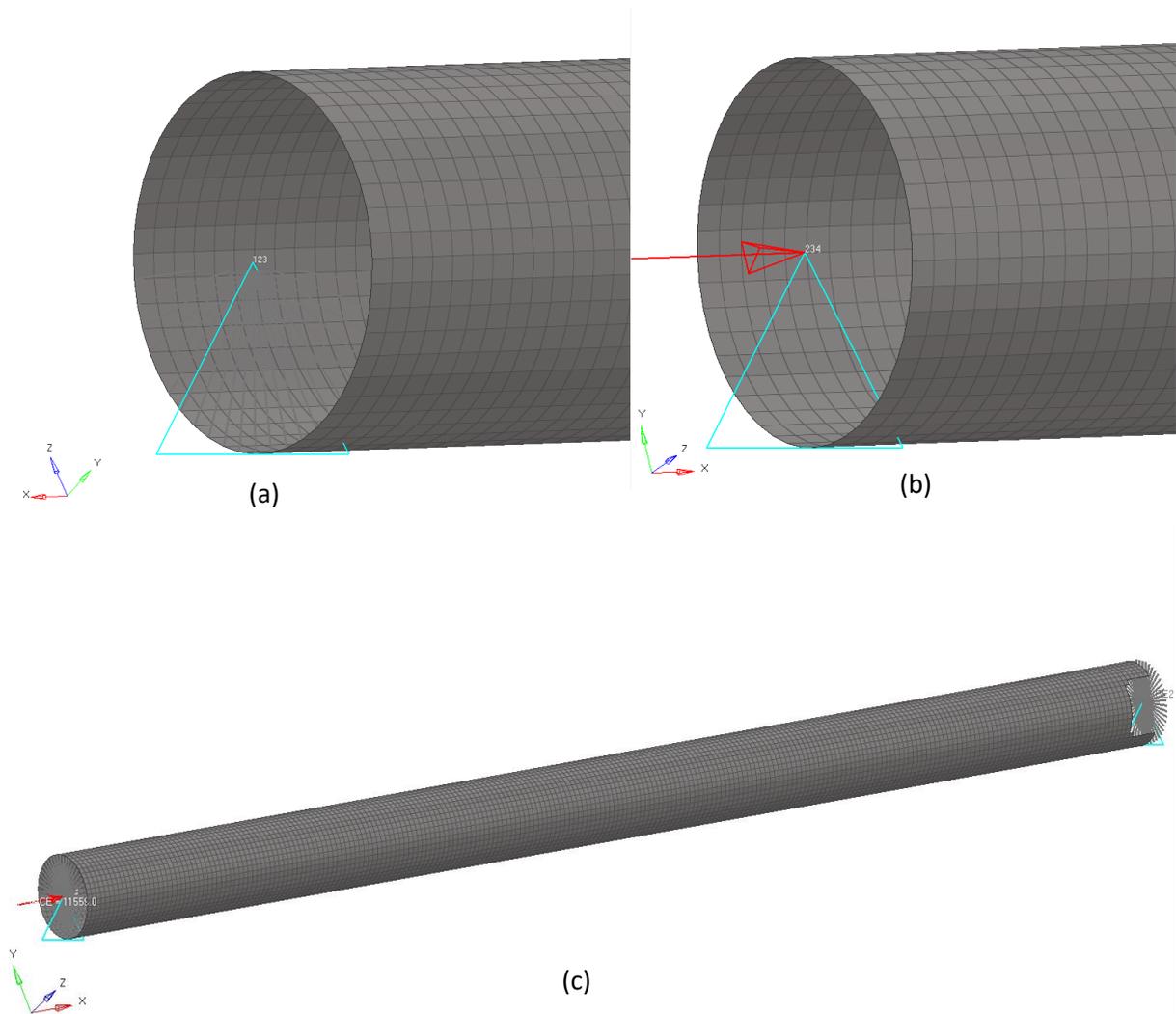
A fim de determinar as condições de contorno do modelo, partiu-se da correlação do modelo real, que dada a geometria de suspensão utilizada a peça a ser estudada se trata de um tubo biapoiado, conforme mostrado na Figura 3.

Para abordagem computacional, foi escolhido o software comercial Altair HyperWorks. A representação do modelo foi a partir de uma casca cilíndrica. Para os carregamentos de compressão, poderia ser feita uma simplificação no modelo a fim de reduzir o tempo computacional. No entanto, como houve a avaliação da carga crítica simultaneamente, foi mantido o comprimento total da peça.

Nas condições de contorno, foi definido um elemento rígido em cada extremidade do cilindro (RBE2). Para a malha do cilindro, foi escolhido o elemento CQUAD4, explicado na referência bibliográfica.

Em uma das extremidades foi restringido o deslocamento axial nos três eixos, e na outra liberada a translação apenas no sentido de aplicação da força, mesmo sentido mostrado na Figura 10. O grau de liberdade de rotação está restrito nos dois apoios.

Figura 10 – Condições de contorno nas extremidades: (a) Restrição à translação nos 3 eixos; (b) ponto de aplicação da força e restrição à translação em Y e Z, e rotação em X; (c) modelo inteiro



Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2018



## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente avaliando os materiais isotrópicos, temos que o fator de segurança obtido para cada modo de falha é mostrado nas Tabelas 3 e 4, onde obteve-se o fator de segurança de 2,1, igual para os dois materiais, porém com modos de falha diferentes. O tubo de alumínio falhará primeiro por flambagem, enquanto o de aço, por compressão.

Tabela 3 – Cálculo da tensão por compressão nas peças isotrópicas

Modo de falha	Material	Diâmetro externo (mm)	Diâmetro interno (mm)	$A(mm^2)$	$I(mm^4)$	$\sigma$ (MPa)	$FS$
Compressão	Alumínio 6063-T6	25,40	22,20	120	8508,82	97	2,2
	Aço SAE 1020	25,40	23,60	69,27	5204,59	167	2,1

Tabela 4 – Cálculo da carga crítica sobre os tubos utilizados anteriormente

Modo de falha	Material	Diâmetro externo (mm)	Diâmetro interno (mm)	$A(mm^2)$	$I(mm^4)$	$F$ (kN)	$FS_f$
Flambagem	Alumínio 6063-T6	25,40	22,20	120	8508,82	24,72	2,1
	Aço SAE 1020	25,40	23,60	69,27	5204,59	40,82	3,5

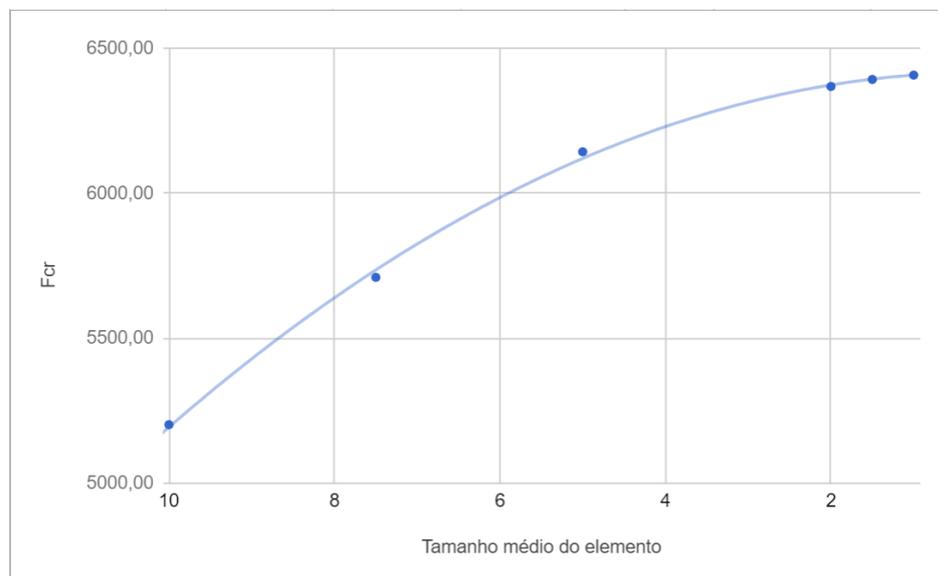
### 4.1 REFINAMENTO DE MALHA

Antes de realizar o fluxograma de simulações, é necessário escolher o tamanho do elemento, e para tanto, um estudo de refinamento da malha se viu necessário. O caso escolhido para essa análise foi de 2 camadas, ângulo de 0° (alinhado com o eixo do tubo) e diâmetro de 20 mm. O tamanho da malha foi definido com base no tamanho médio do elemento, que se iniciou em 10 mm, variando até 1 mm.

Tabela 5 – Refinamento de malha

Tamanho de elemento (mm)	Índice de falha		Multiplicador da carga	$F_{cr}(N)$
	Máx.	Mín.		
10	0,220	0,136	0,4500	5201,55
7,5	0,209	0,123	0,4940	5710,15
5	0,208	0,103	0,5320	6143,61
2	0,204	0,065	0,5510	6369,01
1,5	0,202	0,05913	0,5531	6393,28
1	0,202	0,05416	0,5544	6408,31

Figura 11 – Convergência de malha



Fonte: Elaborada pelo autor, 2018

Foi então definido que o tamanho ótimo de elemento é de 2 mm, pois apresenta apenas 0,6% de diferença relativa ao caso de 1 mm no resultado da carga crítica, mesmo tendo 4090 nós a mais (11592 contra 7502 nós).

#### 4.2 COMPARAÇÃO COM A LITERATURA

Levando em conta as dificuldades impostas do cálculo analítico encontrado nas referências, que depende de coeficientes empíricos que indisponíveis no momento para a solução, foi escolhido um estudo de caso realizado por Priyadarsini; Kalyanaraman; Srinivasan (2011). A referência em questão utilizou o software

ABAQUS para análise de elementos finitos. Seu estudo envolveu a solução linear elástica de instabilidade, da mesma forma que é abordada neste trabalho.

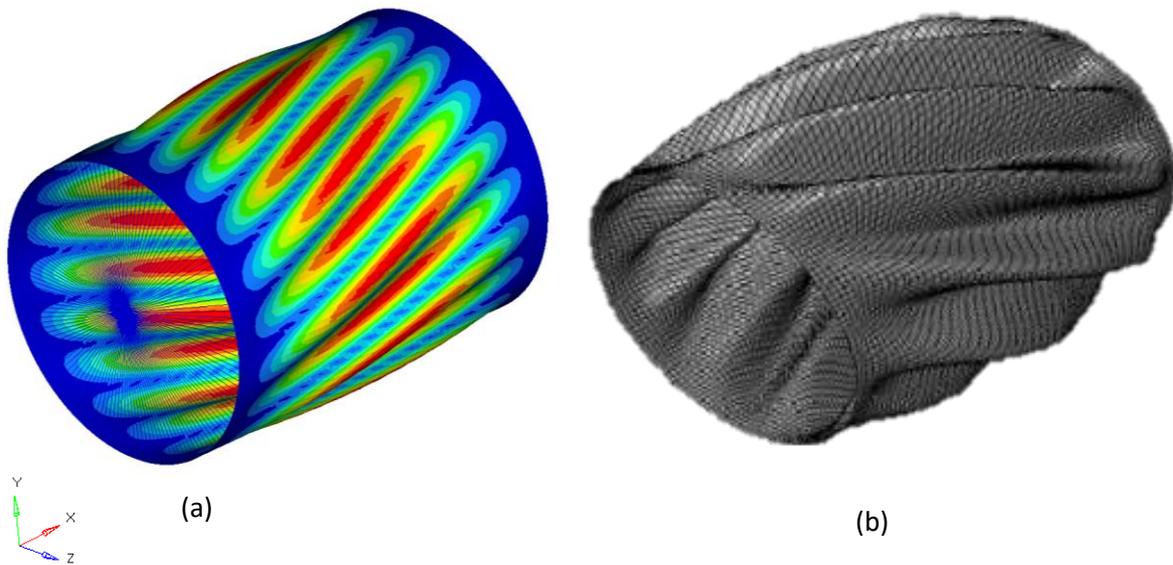
O modelo da referência foi avaliado da mesma forma que as outras simulações realizadas neste trabalho, com exceção das restrições do modelo, número de camadas e orientação. O caso de referência não havia liberdade angular nas extremidades, apresentava dimensões de 300 *mm* de diâmetro por 400 *mm*, e tem 8 camadas orientadas em  $[0^\circ/45^\circ/-45^\circ/0^\circ]_s$ , onde o *s* representa simetria de laminação.

Embora houve alguma divergência de condição de contorno e do índice de esbeltez, o estudo de caso ainda vale para validar as restrições, forma de aplicação da força, e modo de falha. Na Figura 12 é possível notar o modo de falha de flambagem local ocorrendo na peça, e a Tabela 6 indica uma diferença de 1,59% no resultado dos modelos, que pode ser atribuído à diferença na malha ou diferenças no truncamento do software.

Tabela 6 – Comparação da carga crítica

<i>Fcr</i> (kN) obtido	<i>Fcr</i> (kN) referencial	Diferença relativa (%)
163,14	165,77	1,59

Figura 12 – Modos de falha de validação, cores representam deslocamento – (a) Modelo simulado pelo autor; (b) modelo obtido da referência



Fonte: Elaborada pelo autor, 2018

#### 4.3 INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE ORIENTAÇÃO DA FIBRA

Como comentado anteriormente, a análise da influência do ângulo de orientação da fibra foi realizada separadamente, pois há somente um tipo de solicitação, e foi possível escolher a orientação que melhor responderá ao carregamento axial. Portanto, para o mesmo modelo em que foi realizado o teste de convergência, foram realizadas simulações para identificar o efeito da carga na tensão sobre o material e a carga crítica.

O laminado em questão apresenta apenas duas camadas, as quais foram orientadas simetricamente. Isto quer dizer que os ângulos das camadas são alternados entre positivos e negativos em relação ao eixo do tubo.

Tabela 7 – Influência do ângulo de orientação da fibra

Orientação da fibra (°)	Índice de falha		Fator de carga	$F_{cr}$ (N)
	Máx.	Mín.		
0	0,204	0,065	0,5510	6369,01
30	3,799	0,5773	0,2157	2493,28
45	12,17	2,856	0,0798	922,75
60	15,65	7,752	0,0500	578,3
90	9,819	9,609	0,0450	519,54

É possível notar que sem realizar um refino sobre os ângulos testados, a capacidade de suportar carga do tubo só tende a diminuir com o aumento do ângulo de orientação. Com isso, define-se o ângulo de orientação da fibra em  $0^\circ$ , e este parâmetro será fixo para as próximas análises, onde será avaliado qual será o melhor diâmetro e número de camadas para o caso em questão.

#### 4.4 COMBINAÇÃO DE PARÂMETROS DE ENSAIO

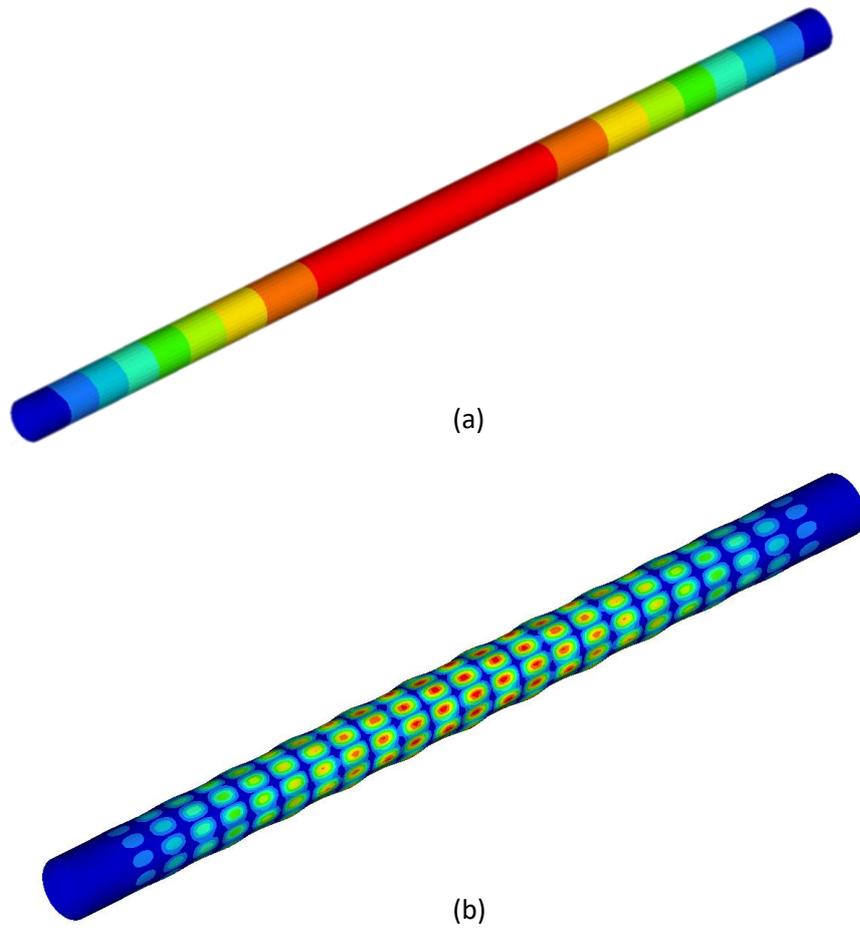
O próximo passo será realizar a combinação das variáveis de fabricação restantes, que como comentadas anteriormente, foram adotadas como fatores cruzados.

Tabela 8 – Resultados da combinação de parâmetros de teste

Diâmetro do tubo	Nº de camadas	Índice de falha		Fator de carga	Fcr (N)
		Máx.	Mín.		
20	2	0,204	0,065	0,5510	6369
20	3	0,109	0,011	0,8273	9563
20	4	0,072	0,000	1,1040	12761
25	2	0,143	0,029	1,1160	12900
25	3	0,079	0,000	1,5320	17708
25	4	0,053	0,000	2,0444	23631
30	2	0,109	0,010	1,0360	11975
30	3	0,061	0,000	2,2040	25476
30	4	0,041	0,000	3,3174	38346

Esta análise, na parte de flambagem, resultou o modo de falha por flambagem global para todos os modelos, exceto os modelos contendo de 2 e 3 camadas com 30 mm de diâmetro, que apresentaram o modo de falha como sendo o de flambagem local. Estes modos de falha estão explicitados na Figura 12.

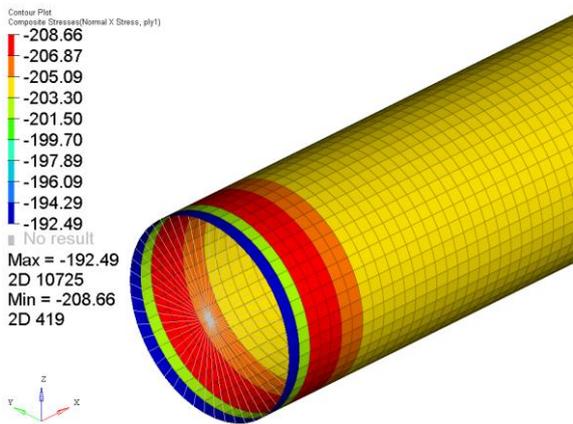
Figura 13 – *Plot* dos deslocamentos dos modos de falha de flambagem (a) – Global e (b) – Local



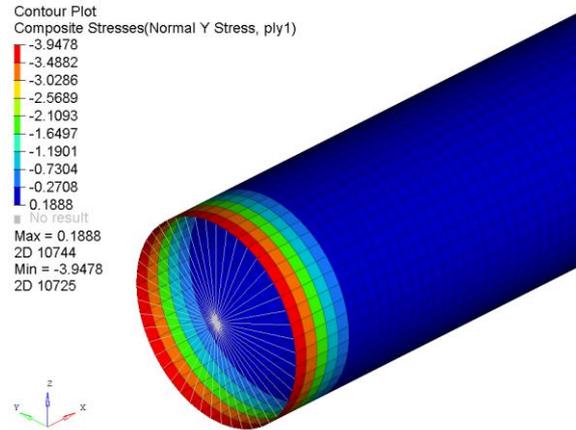
Fonte: Elaborada pelo autor, 2018

O tubo de  $30\text{mm}$  com 3 camadas é a que mais se aproximou dos coeficientes de segurança dos materiais isotrópicos, e as maiores tensões calculadas na peça são mostradas na Figura 13.

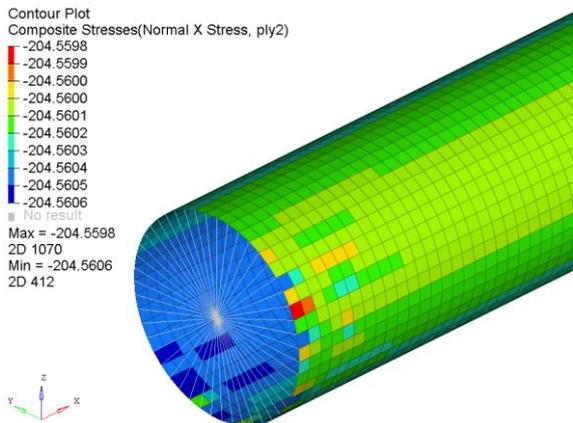
Figura 14 – Tensões do tubo de 30mm de diâmetro, orientado em 0°, com 3 camadas



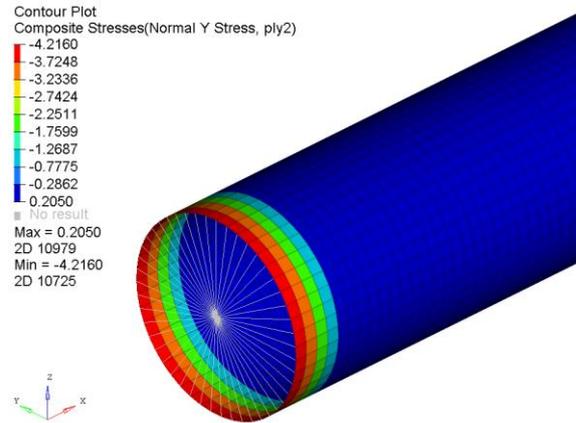
(a) - Tensão no eixo X, na primeira camada



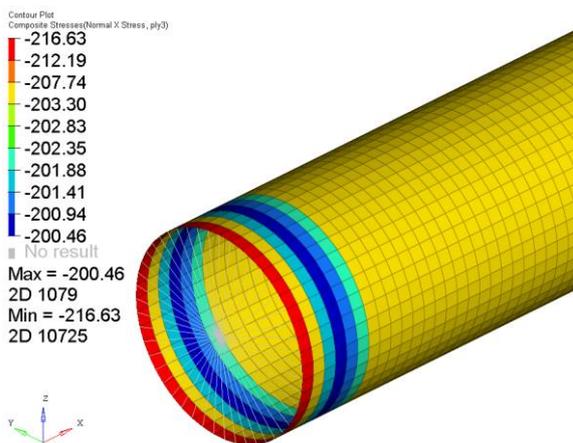
(b) - Tensão no eixo Y, na primeira camada



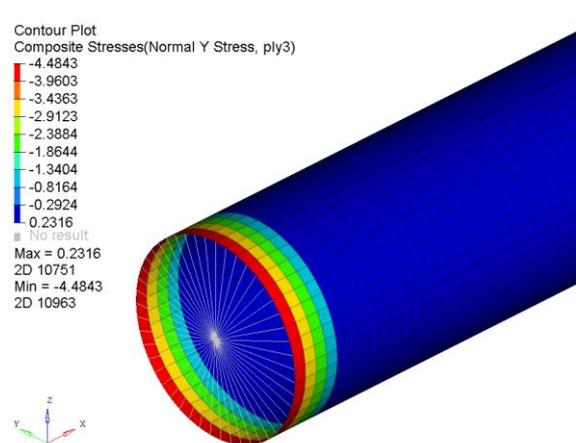
(c) - Tensão no eixo X, na segunda camada



(d) - Tensão no eixo Y, na segunda camada



(e) - Tensão no eixo X, na terceira camada



(f) - Tensão no eixo Y, na terceira camada

Fonte: Elaborado pelo próprio autor, 2018

#### 4.5 COMPARAÇÃO DE MASSAS

A comparação de massas é o critério fundamental para justificar o acréscimo de custo à peça, sendo que o investimento neste componente é embasado na capacidade de otimização e alta resistência mecânica pelo baixo peso oferecido pela fibra de carbono. Os cálculos a seguir foram realizados com base nas densidades mostradas na Tabela 1 e 2.

Tabela 9 – Relação das massas dos tubos escolhidos

Material	Diâmetro (mm)	Espessura (mm)	Comprimento (mm)	Densidade (g/cc)	Relação de densidades	Massa (g)
Aço	25,4	0,9	483,81	7,87	Referência	263,75
Alumínio	25,4	1,6		2,7	2,9	156,27
Fibra de Carbono	30	0,6		1,6	4,9	59,92

Embora a diferença entre as densidades do alumínio e da fibra não sejam muito grandes como mostrado na Tabela 9, a espessura do tubo de alumínio é aproximadamente 2,5 vezes maior, justificando a diferença de massas.

#### 4.6 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Com os estudos feitos, é feita a comparação dos principais pontos levantados na Tabela 10:

Tabela 10 – Comparação dos resultados

Material	Modo de falha	FS	Massa (g)	Densidade (g/cc)	Diferença relativa das massas (%)
Aço	Compressão	2,1	263,75	7,87	Referência
Alumínio	Flambagem global	2,1	156,27	2,7	40,8
Fibra de Carbono	Flambagem local	2,2	59,92	1,6	77,3

A diferença de densidades entre o aço e os outros materiais é a mais significativa, sendo a densidade do alumínio 3 vezes menor. No entanto, essa mesma diferença não se replica inteiramente nas massas por conta da maior resistência do primeiro material.

Portanto, o que explica a redução de 77% da massa é a menor densidade aliada com a maior resistência do material.



## 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho buscou-se analisar a flambagem e compressão de tubos de material compósito para serem utilizados como um *link* da suspensão do veículo baja da equipe UDESC Velociraptor. Levando em consideração as limitações impostas pelos dados que foram possíveis de se obter, a comparação foi realizada entre o cálculo analítico do tubo isotrópico e o modelo perfeito de compósito.

Pode-se concluir que entre os resultados obtidos a combinação a ser escolhida seria a amostra de 30 *mm*, com 3 camadas de fibra orientadas em 0°. Considerando apenas a diferença de massa, o modelo de fibra de carbono se mostra muito mais vantajoso para esta aplicação, pois é 77% mais leve que o tubo de aço, e 40% mais leve que o de alumínio, mesmo tendo coeficiente de segurança para a carga praticamente igual. No entanto, tubos de fibra de carbono unidirecionais não são encontrados facilmente no mercado, então será necessária a importação do material para esta peça. Portanto, além do custo agregado por este material e sua importação, há a dependência de disponibilidade por depender de um fornecedor externo, o que pode impactar na decisão do investimento neste material, e é passível de outra análise.

Considerando a análise computacional de um modelo ideal, e conforme citado na bibliografia sobre o peso das imperfeições sobre a carga crítica, trabalhos futuros devem buscar desenvolver testes experimentais, tanto para determinar a dimensão real do efeito das imperfeições nas amostras para este caso, e também para possibilitar a obtenção de um cálculo analítico para se comparar com os ensaios computacionais.



## REFERÊNCIAS

ALTAIR ENGINEERING. **HyperWorks Manual**. (2017).

COOK, R. D. et al. **Concept and Applications of Finite Element Analysis**, 2002.

HERAKOVICH, C. T. **Mechanics of Fibrous Composites**. [s.l.] John Wiley & Sons, 1998.

MATWEB LLC. **MatWeb Material Property Data**. Disponível em: <<http://www.matweb.com/>>. Acesso em: 1 jun. 2018.

NASA. Buckling of Thin-Walled Circular Cylinders. **NASA SP-8007**, n. August, 1968.

NEMETH, M. P.; MIKULAS JR, M. M. Simple Formulas and Results for Buckling-Resistance and Stiffness Design of Compression-Loaded Laminated-Composite Cylinders. **NASA/TP-2009-215778**, n. August 2009, 2009.

PEREIRA, J. C. **Mecânica dos Materiais Compostos Laminados**. Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, 2010.

**Performance Composites**. Disponível em: <[http://www.performance-composites.com/carbonfibre/mechanicalproperties\\_2.asp](http://www.performance-composites.com/carbonfibre/mechanicalproperties_2.asp)>. Acesso em: 1 jun. 2018.

PRIYADARSINI, R. S.; KALYANARAMAN, V.; SRINIVASAN, S. M. Numerical and experimental study of buckling of advanced fibre composite cylinders under axial compression. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, p. 1–23, 2011.

SHANLEY, F. R. **Weight-strength analysis of aircraft structures**. New York: Dover Publications, 1960.

SIEMENS INDUSTRY SOFTWARE. **Element Library Reference**. p. 1–272, 2014.

STEVEN E. BENZLEY, KARL MERKLEY, TED D. BLACKER, L. S. Pre- and post-processing for the finite element method. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 19, p. 243–260, 1995.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of elastic stability**. McGraw-Hill, 1963.

TITA, V. **Projeto e Fabricação de Estruturas em Material Compósito Polimérico**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2006.

TSAI, S. W.; ADAMS, D. F.; DONER, D. R. Analyses of Composite Structures. **NASA Report CR-620**, 1966.

WEAVER, P. M. Design of laminated composite cylindrical shells under axial compression. **Composites Part B: Engineering**, v. 31, n. 8, p. 669–679, 2000.

WEAVER, P. M.; ASHBY, M. F. Material limits for shape efficiency. **Progress in Materials Science**, v. 41, n. 1–2, p. 61–128, 1997.

## APÊNDICE

Algoritmo de cálculo dos esforços da suspensão

```
--> kill(all);
```

Polch: Ponto do olhal no chassis

Pamb: Ponto do amortecedor na balança

Pamc: Ponto do amortecedor no chassis

Pol1b: Ponto do olhal da haste 1 na balança

Pol1c: Ponto do olhal da haste 1 no chassis

Pol2b: Ponto do olhal da haste 2 na balança

Pol2c: Ponto do olhal da haste 2 no chassis

Prod: Ponto do contato da roda com o solo

```
--> Polch:[87.7,-349.53,404.2];
```

```
--> Pamb:[1192,-495.01,58.58];
```

```
--> Pamc:[1016.09,-413.49,755.35];
```

```
--> Pol1b:[1398.86,-87.7,188.4];
```

```
--> Pol1c:[1498,-87.7,356.16];
```

```
--> Pol2b:[1394.33,-545.59,348.38];
```

```
--> Pol2c:[1499.93,-551.02,462.48];
```

```
--> Prod:[2324.2,-633.58,-33.264];
```

```
--> load(eigen);
```

```
--> Has1:float(unitvector(Pol1b-Pol1c));
```

```
--> Has2:float(unitvector(Pol2b-Pol2c));
```

```
--> Amort:float(unitvector(Pamb-Pamc));
```

```
--> Fam:MFam·Amort;
```

```
--> FHas1:MHas1·Has1;
```

```
--> FHas2:MHas2·Has2;
```

```
--> Fw:[0,0,1];
```

```
--> Folch:[Folchx,Folchy,Folchz];
```

```
--> SumF:Fw+Folch+Fam+FHas1+FHas2$
```

```
--> eq1:SumF[1]=0;
```

```
--> eq2:SumF[2]=0;
```

```
--> eq3:SumF[3]=0;
```

```
--> load(vect);
```

Somatório de momentos no ponto do olhal do chassis:

```
-- SumMom1:express((Pol1b-Polch)~FHas1+(Pol2b-Polch)~FHas2+(Pamb-
> Polch)~Fam+(Prod-Polch)~Fw)$
```

```
--> eq4:SumMom1[1]=0;
```

```
--> eq5:SumMom1[2]=0;
```

```
--> eq6:SumMom1[3]=0;
```

```
- Solucoes:float(solve([eq1,eq2,eq3,eq4,eq5,eq6],[MFHas2,MFam,MFHas1,Folchx
- ,Folchy,Folchz]))$
```

As forças MFHas1, MFHas2 e MFam estão definidas como apontando no sentido chassis-balança na direção de suas respectivas linhas de ação. Lembre que a força atuante nesses componente é de igual magnitude mas de sentido oposto.

```
--> Fw;
```

```
--> ev(Fam,MFam=rhs(Solucoes[1][2]));
```

```
--> ev(FHas2,MFHas2=rhs(Solucoes[1][1]));
```

```
--> rhs(Solucoes[1][3]);
```