



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
ANÁLISE COMPUTACIONAL DO
COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE PLACAS
DE MATERIAL COMPÓSITO POLIMÉRICO

Alexandre Oliveira de Albuquerque

JOINVILLE, SC
2018

Alexandre Oliveira de Albuquerque

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE PLACAS
DE MATERIAL COMPÓSITO POLIMÉRICO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

JOINVILLE, SC

2018

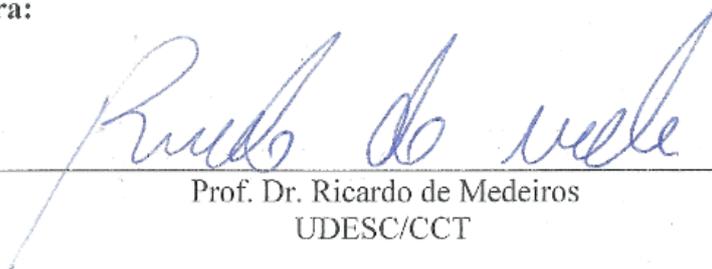
Alexandre Oliveira de Albuquerque

**ANÁLISE COMPUTACIONAL DO COMPORTAMENTO À FLEXÃO DE PLACAS
DE MATERIAL COMPÓSITO POLIMÉRICO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC0001) do Curso de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora:

Orientador:

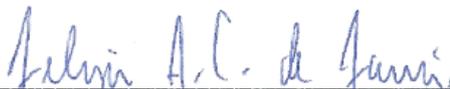


Prof. Dr. Ricardo de Medeiros
UDESC/CCT

Membros:



Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso
UDESC/CCT



Eng. Felipe Augusto Carvalho de Faria
UDESC/CCT

Joinville, 03 de julho de 2018.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família, a meu pai Alvaro, minha mãe Denise e meu irmão Augusto, por terem me incentivado e proporcionado todas as condições necessárias para meu desenvolvimento e aprendizado durante esses anos de curso.

Agradeço também ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo de Medeiros, assim como agradeço ao Me. Luiz Fernando pelo auxílio e atenção durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço ao Professor Joel Martins Crichigno Filho pela licença do ABAQUS™.

Também agradeço aos meus colegas de trabalho, principalmente a meu supervisor Adalberto, pelo auxílio e compreensão.

E aos meus amigos que além de me ajudarem no desenvolvimento deste trabalho, também me acompanharam neste que foi o mais desafiador semestre de todos os meus anos de UDESC.

RESUMO

Desde sua utilização na indústria de ponta, até em utilizações mais comuns, os materiais compósitos se mostram como sendo uma ótima alternativa. Porém os mesmos podem apresentar pouca confiabilidade ou eficiência quando manufaturados e projetados sem os devidos cuidados. Por isso é de extrema importância o conhecimento técnico e científico para que haja um bom aproveitamento de seu potencial. Saber reconhecer defeitos nos mesmos também é importante, ainda mais havendo defeitos de difícil percepção, como é o caso da delaminação. Este estudo buscou desenvolver um modelo numérico capaz de avaliar o dano por delaminação em laminados de carbono-epoxi através da aplicação do critério de Hashin e da análise da curva momento *versus* curvatura obtidos através do ensaio de flexão 4-pontos. Contudo não se obteve uma boa correlação nos resultados devido à dificuldade do modelo de contato no modelamento do ensaio de flexão. Entretanto, a partir deste estudo é possível buscar um modelo que represente fisicamente o problema, ou até um submodelo das regiões delaminadas, que possa obter correlação com os resultados experimentais.

Palavras-chave: Materiais Compósitos. Delaminação. Modelo Numérico. Flexão 4-pontos. Critério de Hashin.

ABSTRACT

Since its use in state-of-the-art industry, even in most common uses, composite materials are a great alternative. Nevertheless, they may present low reliability or efficiency when manufactured and designed without due care. Therefore, it is of extreme importance the technical and scientific knowledge so that there is a good use of its potential. Being able to recognize defects in it is also important, especially with defects of difficult perception, such as delamination. This study aimed to develop a numerical model capable of evaluating the damage by delamination in carbon-epoxy laminates through the application of the Hashin criteria and the analysis of the moment-curvature curve obtained through the 4-point bending test. But no correlation was obtained in the results due to the difficulty in modeling the contact of the bending test. However, from this study, it is possible to search for a more precise model, or even a submodel of delaminated regions, that can obtain a correlation with the experimental results.

Keywords: Composite Materials. Delamination. Numerical Model. 4-point bending. Hashin's Criteria.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Processo de laminação do Volvo Ocean 65	19
Figura 2 – Falha de estrutura de fibra de carbono	20
Figura 3 – Mecanismos de falhas em compósitos	21
Figura 4 – Fontes de carregamento interlaminares.....	22
Figura 5 – Representação e deslocamento da linha elástica em flexão 4-pontos.....	23
Figura 6 – Seção transversal de laminado após teste de impacto.....	23
Figura 7 – Direções principais de propriedades mecânicas em uma lâmina	25
Figura 8 – Tensões e deformações normais nas direções 1 e 2	26
Figura 9 – Tensão e deformação cisalhante	27
Figura 10 – Geometria da deformação da placa no plano xz	35
Figura 11 – Laminado com N lâminas	38
Figura 12 – Forças e momentos em elemento diferencial de placa.....	39
Figura 13 – O processo de análise por elementos finitos	44
Figura 14 – Elementos <i>shell</i> convencional e <i>continuum shell</i>	45
Figura 15 – Forma dos elementos <i>continuum shell</i>	46
Figura 16 – Delaminação do laminado P ₁₅	50
Figura 17 – Delaminação do laminado P ₁₆	50
Figura 18 – Modelo da placa P ₁₃	52
Figura 19 – Modelo da placa P ₁₆	52
Figura 20 – Ilustração da região de delaminação	53
Figura 21 – Modelo dos apoios	53
Figura 22 – Esquema da flexão 4-pontos.	54
Figura 23 – Contato entre apoios e superfície superior da placa.....	55
Figura 24 – Contato entre superfícies na região da delaminação A.....	55
Figura 25 – Contato entre superfícies na região da delaminação B	56
Figura 26 – Condição de contorno de engaste dos apoios inferiores	56
Figura 27 – Nó analisado para obtenção de <i>U3</i>	57
Figura 28 – Refinamento de malha para a Placa P ₁₃	58
Figura 29 – Convergência de malha para a Placa P ₁₅	58
Figura 30 – Comparação força de reação <i>x</i> deslocamento <i>U3</i> para placa P ₁₃	59

Figura 31 – Comparação M_x x curvatura para placa P13.....	59
Figura 32 – Simulação não-linear do modelo da placa P13.....	60
Figura 33 – Variação do ponto de contato do modelo	61
Figura 34 – Penetração da <i>master surface</i> na <i>slave surface</i> devido ao pobre refino de malha.....	62
Figura 35 – Diferenças entre curvaturas de superfícies em contato	62
Figura 36 – Comparação força vs. deslocamento considerando as análises experimentais e computacionais para P13 na região linear	63
Figura 37 – Comparação momento vs. curvatura, considerando as análises experimentais e computacionais para P13 na região linear	63
Figura 38 – Falha da placa P13 por compressão na direção das fibras.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ensaio mecânico em plásticos reforçados para determinação de propriedades elásticas, valores de resistência e limites de deformação	30
Tabela 2 – Critérios de Falha de Hashin.....	42
Tabela 3 – Critérios de Falha de Hashin para EPT.....	42
Tabela 4 – Dimensões e configurações das placas	49
Tabela 5 – Propriedades mecânicas das lâminas Carbono/Epóxi para razão volumétrica de fibra 0,6%	51
Tabela 6 – Comparação dos coeficientes D_{11}	64
Tabela 7 – Comparação do instante da falha	65

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	19
1.1	OBJETIVO	20
2	RESISTÊNCIA RESIDUAL.....	21
3	MATERIAIS COMPÓSITOS	25
3.1	ANÁLISE MICROMECAÂNICA DE MATERIAIS COMPÓSITOS.....	25
3.1.1	Propriedades mecânicas	25
3.1.2	Regra das misturas	28
3.1.3	Ensaio Mecânicos	29
3.2	ANÁLISE MACROMECAÂNICA DE MATERIAIS COMPÓSITOS	30
3.2.1	Relação tensão-deformação para materiais elástico-lineares	31
3.2.2	Constantes da engenharia aplicadas na relação constitutiva.....	32
3.2.3	Teoria Clássica dos Laminados	34
3.2.4	Crítério de falha de Hashin.....	40
4	ELEMENTOS FINITOS.....	43
4.1	TIPOS DE ELEMENTOS	45
4.2	MODELOS DE CONTATO	46
5	MATERIAIS E MÉTODOS	49
5.1	LAMINADOS DE CARBONO/EPOXI.....	49
5.2	MODELO COMPUTACIONAL.....	51
5.2.1	Modelos das placas.....	51
5.2.2	Apoios.....	53
5.2.3	Modelamento do teste de flexão 4-pontos	54
5.2.4	Material.....	54
5.2.5	Contato e Condições de Contorno	55
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	57
6.1	ESTUDO DO REFINAMENTO DE MALHA	57
6.2	COMPARAÇÃO RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPUTACIONAIS ..	58
6.3	ANÁLISE DO CRITÉRIO DE FALHA DE HASHIN	64
7	CONCLUSÕES.....	67

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
9 APÊNDICES.....	71
9.1 APÊNDICE A – GRÁFICOS FORÇA VERSUS DESLOCAMENTO U_3	71
9.2 APÊNDICE B – GRÁFICOS MOMENTO M_x VERSUS CURVATURA	73

1 INTRODUÇÃO

Material compósito é definido como a combinação de dois ou mais materiais diferentes que quando juntos geram um único material com propriedades próprias diferentes das dos materiais de origem. Segundo Cardoso (2003), para evitar ambiguidade na definição ainda se acrescenta que materiais combinados a nível atômico ou microscópicos não fazem parte deste grupo de materiais, ficando restrito apenas às combinações macroscópicas.

A possibilidade de elaborar um material leve capaz de resistir a elevados carregamentos em direções específicas, fez do material compósito o mais importante na indústria aeroespacial e em outras indústrias de ponta. A Figura 1 demonstra o processo de laminação do casco do veleiro de competição Volvo Ocean 65, onde é possível notar o cuidado com a geometria do laminado na região da união do casco com a quilha.

Figura 1 – Processo de laminação do Volvo Ocean 65



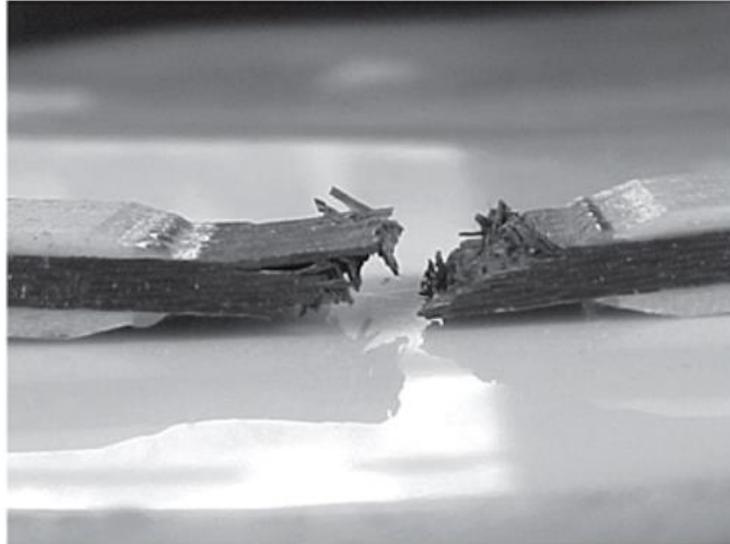
Fonte: THE HULL. Disponível em:

<https://www.sailingscuttlebutt.com/wp-content/uploads/2013/12/03_IMG_0890.jpg> Acesso em 28 de jul. de 2018.

Segundo Scaringi (2010), uma das vantagens dos materiais compósitos em relação a outros materiais é a liberdade de formas que o produto final pode assumir, podendo ser produzido em grande ou pequena escala. Apesar de serem capazes de desempenhar bem a função estrutural para as quais foram projetadas, as estruturas de material compósito possuem desvantagens quanto às convencionais. Uma delas é a dificuldade em se prever os modos de

falha, que podem ser intra ou interlaminares (TITA, 2006). A Figura 2 mostra a falha de um laminado após um ensaio de compressão.

Figura 2 – Falha de estrutura de fibra de carbono



Fonte: Paiva *et al.*, 2002.

Diversos pesquisadores elaboraram modelos capazes de prever e avaliar a falha em materiais compósitos, dentre eles Hashin (1980) que dividiu sua análise em quatro modos diferentes, em função das direções e dos carregamentos. Este critério faz parte do estudo da micromecânica dos compósitos, junto com a relação constitutiva, regra das misturas e outros tópicos. Assim, com a tendência atual do fluxo de projetos migrando do uso da prototipagem para métodos numéricos, surge o interesse em desenvolver modelos capazes de auxiliar no projeto de estruturas em materiais compósitos.

1.1 OBJETIVO

Este trabalho tem por objetivo desenvolver um modelo numérico capaz de avaliar o dano por delaminação em laminados de carbono-epoxi através da aplicação do critério de Hashin e da análise da curva momento *versus* curvatura obtidos através do ensaio de flexão 4-pontos.

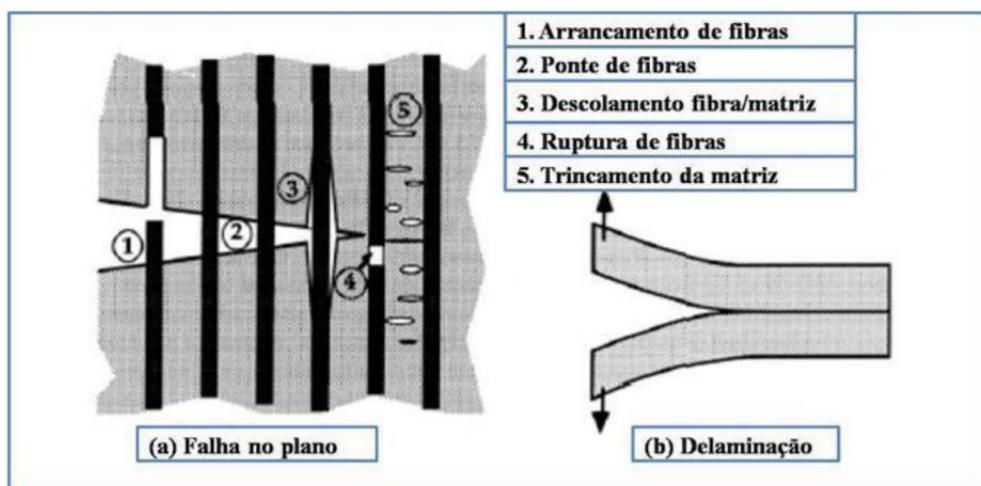
2 RESISTÊNCIA RESIDUAL

Segundo Cantwell e Morton (1991), os materiais de fibra com reforço estão em crescente utilização na indústria, pois oferecem várias vantagens quando comparados as ligas de aço e ligas de alumínio. Dentre as vantagens pode-se citar maior resistência, rigidez, e até mesmo resistência a corrosão. Porém, as propriedades do material podem ser afetadas por defeitos na estrutura e no material (AMARO *et al.*, 2006).

A determinação da vida útil e a caracterização das propriedades mecânicas de componentes danificados são conhecimentos ainda não bem fundamentados devido à complexidade e diversidade dos mecanismos de falha que ocorrem nos compósitos (DEVIVIER, 2012).

Collombet *et al.* (1996) afirma que a baixa tolerância dos compósitos à impactos de baixa energia é a maior limitação do seu uso na indústria, o que reitera a necessidade do desenvolvimento de uma ferramenta numérica que seja capaz de prever a existência e a evolução com o tempo de defeitos em compósitos. São três os mecanismos de falha mais comuns em materiais compósitos: defeitos interlaminares (delaminações), rompimento de matriz e rompimento de fibra (KIM *et al.*, 1993). Já Al-Qureshi (2002) definiu-os como sendo cinco, representados na Figura 3.

Figura 3 – Mecanismos de falhas em compósitos



Fonte: AL-QURESHI, 2002.

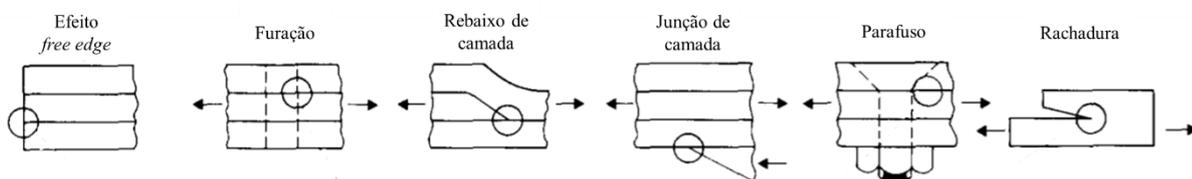
Segundo Bolotin (2001), a delaminação é o defeito que compromete a conexão entre as lâminas, sendo o mais frequente em estruturas de material compósito. O risco deste tipo de defeito é que o mesmo pode não ser facilmente detectável. Segundo Zheng e Sun (1998), outro agravante deste e de outros defeitos dos compósitos é que os mesmos podem surgir em diversas etapas da vida da estrutura, como em episódios de impactos de baixa velocidade (ou energia), pelo chamado *free edge effect*, que consiste na delaminação das extremidades do laminado, ou por defeitos de fabricação.

Diversos pesquisadores estudaram métodos de analisar a resistência residual, sendo que os métodos iniciam geralmente pela geração de uma falha por impacto de baixa velocidade e segue de um ensaio mecânico pós-impacto. Como exemplo, o estudo de Santiuste *et al.* (2010) sobre resistência residual a flexão. Porém, a maioria destes estudos foram baseados em teste de compressão após o impacto, do inglês *Compression After Impact (CAI)*, sendo pouco conhecido sobre a flexão residual obtida de testes *Flexure After Impact (FAI)*.

Garg (1988) estudou a fundo a delaminação, investigando sua origem, as consequências para a estrutura, e técnicas analíticas e experimentais para prever seu comportamento. Além disso afirma que materiais compósitos possuem uma tendência a delaminar, o que reduz a rigidez e a resistência. Este fenômeno tem incitado projetistas a encontrar meios de retardar e prevenir a delaminação de modo a aumentar a vida útil e a aumentar a resistência das estruturas.

Ainda segundo Garg (1988), a delaminação resulta de tensões interlaminares originadas por impactos, excentricidades no perfil de carga ou de descontinuidades na estrutura. A Figura 4 apresenta algumas fontes de carregamentos interlaminares que podem ocasionar a delaminação.

Figura 4 – Fontes de carregamento interlaminares

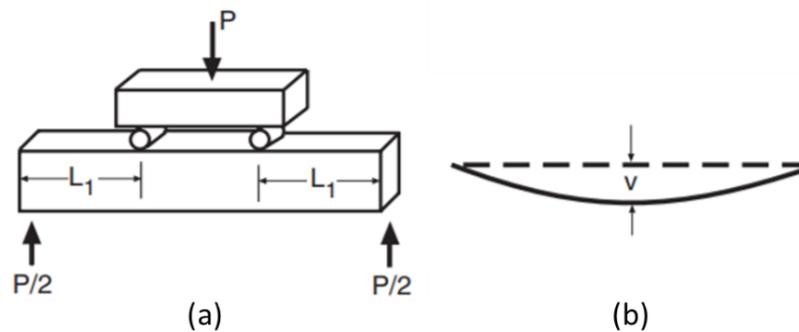


Fonte: Adaptado de Garg, 1988.

Segundo Dowling (1999), os testes de flexão e torção são amplamente utilizados na obtenção de propriedades mecânicas, mas diferem dos testes de compressão e tração pois as tensões e deformações não são uniformes ao longo da seção transversal do espécime.

Nádai (1950) elaborou um procedimento para determinar a curva tensão-deformação a partir da análise da curva momento *versus* curvatura. Nele determinou o momento como sendo uma função do deslocamento da linha elástica, duas variáveis que são facilmente obtidas em testes mecânicos, sendo o momento uma função do carregamento dos apoios superiores. Na Figura 5(a) pode-se observar uma representação do teste e na Figura 5(b) o deslocamento da linha elástica.

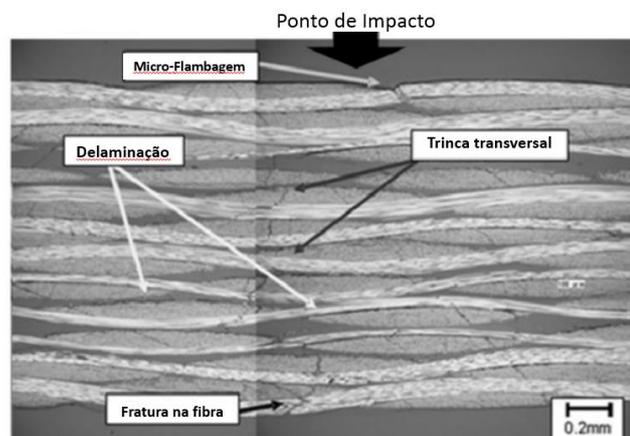
Figura 5 – Representação e deslocamento da linha elástica em flexão 4-pontos



Fonte: Adaptado de Dowling, 1999.

Ozaki *et al.* (2015) em seu estudo comprovou a relação entre a resistência residual e a energia do teste de impacto, notando que a resistência a flexão residual reduzia quão maior fosse a energia do impacto. Nele elaborou três tipos de laminados de fibra de carbono reforçada com policarbonato e um reforçado com resina epóxi, estas estruturas foram então expostas ao teste de impacto e por fim foi realizada a medição da resistência a flexão residual através de um teste de flexão 4-pontos. Na figura 6 podemos notar ainda o aparecimento de delaminações na estrutura após o teste de impacto.

Figura 6 – Seção transversal de laminado após teste de impacto



Fonte: Adaptado de Ozaki *et al.*, 2015.

Já Koc *et al.* (2016) elaborou um ensaio de flexão 4-pontos onde os modos de falha intralaminares são mais críticos do que a delaminação. Para comparar os resultados obtidos experimentalmente utilizou da Teoria clássica dos laminados e do método dos elementos finitos, e ainda avaliou o resultado diversas teorias de modos de falhas, dentre elas: Tsai-Wu, Tsai-Hill, Hoffman, Hashin, entre outras.

3 MATERIAIS COMPÓSITOS

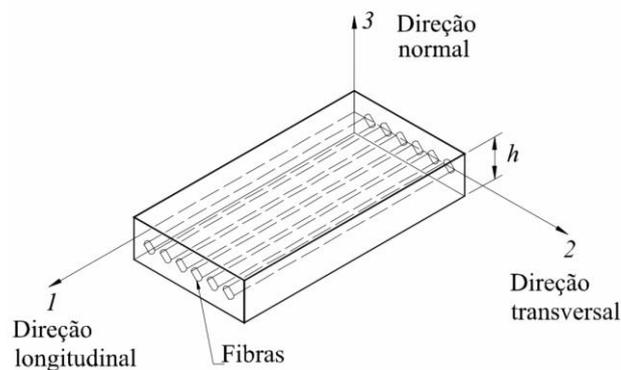
3.1 ANÁLISE MICROMECAÂNICA DE MATERIAIS COMPÓSITOS

Um laminado é formado por diversas lâminas, sendo as mesmas normalmente idênticas, e compostas de duas fases, a matriz e o reforço. As propriedades destas lâminas podem ser obtidas através de ensaios mecânicos, porém durante a fase de projeto é necessário estimar seus valores (MENDONÇA, 2005). A micromecânica é a área que estuda as interações entre as fases da lâmina e permite a estimativa das propriedades elásticas, térmicas e de resistência de uma lâmina a partir do tipo de matriz, do tipo de reforço e da fração de volume (ou massa) dos mesmos.

3.1.1 Propriedades mecânicas

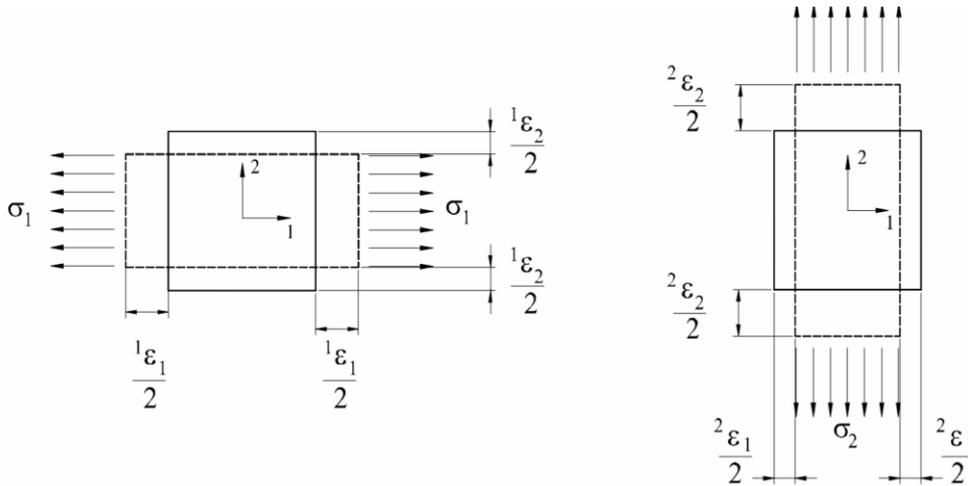
Para definir as propriedades mecânicas dos materiais compósitos, é necessário definir um sistema de coordenadas adequado. Na Figura 7 identifica-se as três direções principais de uma lâmina, das quais obtém-se as propriedades mecânicas, tensões, deformações, entre outros. Estas direções são definidas em função do sentido das fibras. A direção 1, chamada de longitudinal, é a qual está alinhada com as fibras, a direção 2 é paralela ao plano da lâmina, porém perpendicular à direção das fibras, e por fim tem-se a direção 3, que é normal à superfície da lâmina.

Figura 7 – Direções principais de propriedades mecânicas em uma lâmina



A partir dessas direções, pode-se definir um sistema de tensão-deformação de um elemento de dimensões diferenciais com carregamento uniaxial. Nele, utilizam-se a notação para as deformações como $a\varepsilon_b$, onde a é a direção do carregamento e b é a direção da deformação.

Figura 8 – Tensões e deformações normais nas direções 1 e 2



Fonte: MENDONÇA, 2005.

Assim como no estudo dos materiais isotrópicos, σ_1 produz deformações nas duas componentes, 1 e 2, devido ao efeito de Poisson. Assim, podem-se determinar os módulos de elasticidade nas direções longitudinais e transversais, E_1 e E_2 , o coeficiente de Poisson maior, ν_{12} , e o coeficiente de Poisson menor, ν_{21} . Aplicando tensão na direção 1, chega-se a

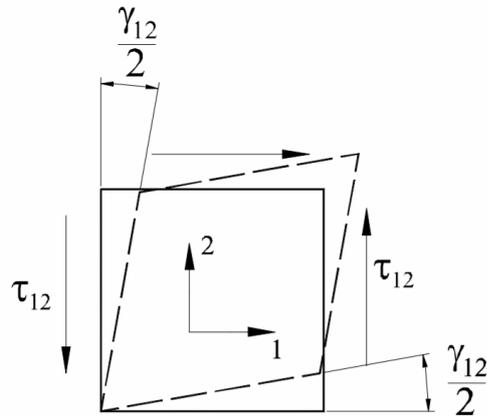
$$E_1 = \frac{\sigma_1}{\varepsilon_2}, \quad (3.1)$$

$$\nu_{21} = -\frac{1\varepsilon_2}{1\varepsilon_1}. \quad (3.2)$$

Já ao aplicar tensão na direção 2, tem-se que

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_2}, \quad (3.3)$$

$$\nu_{21} = -\frac{2\varepsilon_1}{2\varepsilon_2}. \quad (3.4)$$

Figura 9 – Tensão e deformação cisalhante

Fonte: MENDONÇA, 2005.

Com relação ao cisalhamento, pode-se definir o módulo de elasticidade cisalhante, G_{12} , da lâmina em relação aos eixos principais como

$$G_{12} = \frac{\tau_{12}}{\gamma_{12}}, \quad (3.5)$$

Sendo τ_{12} a tensão cisalhante e γ_{12} a deformação cisalhante no plano 12.

Todas essas propriedades podem ser determinadas através de ensaios mecânicos com corpos de provas simples e com aplicação de carga unidirecional. Sendo que estes mesmo ensaios podem ser usados para determinar as resistências da lâmina, sendo os parâmetros de resistência de uma lâmina no plano 1-2:

$X_t, X_c \rightarrow$ Resistência a tração e à compressão na direção 1;

$Y_t, Y_c \rightarrow$ Resistência a tração e à compressão na direção 2;

$S \rightarrow$ Resistência ao cisalhamento no plano 1-2.

Sendo nos planos transversais 1-3 e 2-3:

$Z_t, Z_c \rightarrow$ Resistência a tração e à compressão na direção 3;

$S_1, S_2 \rightarrow$ Resistência ao cisalhamento no plano 1-3 e 2-3.

3.1.2 Regra das misturas

A regra das misturas é utilizada para determinar as propriedades de uma lâmina baseado nas propriedades e proporções em massa ou volume de cada constituinte. Como elementos constituintes de uma lâmina tem-se a matriz (resina) e o reforço (fibras) e, segundo Tita (2006), para realizar a análise da regra das misturas é necessário adotar as seguintes hipóteses:

- A lâmina é linear e elástica e não possui tensões internas e térmicas;
- As fibras são uniformes, homogêneas, de mesmo diâmetro, contínuas, paralelas e regularmente espaçadas;
- A matriz é homogênea, isotrópica e apresenta comportamento linear elástico;
- Há uma perfeita ligação entre fibras e matriz, bem como a ausência de vazios;
- A interface é infinitamente fina, podendo ser desconsiderada nos cálculos.

Estas hipóteses demonstram as limitações da regra das misturas, tornando-a em alguns casos uma estimativa grosseira (TITA, 2006). Sendo assim determina-se que o volume e a massa de um compósito, V_c e M_c , são divididos em volume e massa da fibra, V_f e M_f , e o volume e massa da matriz, V_m e M_m . Além destes volumes, também se considera V_v como o volume dos vazios contidos na lâmina. Logo tem-se as seguintes relações

$$M_c = M_f + M_m, \quad (3.6)$$

$$V_c = V_f + V_m + V_v. \quad (3.7)$$

A partir destas equações, é possível determinar as proporções de massa e de volume, dividindo as equações por M_c e V_c ,

$$1 = \frac{M_f}{M_c} + \frac{M_m}{M_c}, \quad (3.8)$$

$$1 = \frac{V_f}{V_c} + \frac{V_m}{V_c} + \frac{V_v}{V_c}. \quad (3.9)$$

As frações de massa e volumes são definidas por:

$$m_f = \frac{M_f}{M_c}; \quad (3.10)$$

$$m_m = \frac{M_m}{M_c}; \quad (3.11)$$

$$v_f = \frac{V_f}{V_c}; \quad (3.12)$$

$$v_m = \frac{V_m}{V_c}; \quad (3.13)$$

$$v_v = \frac{V_v}{V_c}. \quad (3.14)$$

Definindo também ρ_c , ρ_f e ρ_m como as densidades do compósito, da fibra e da matriz, respectivamente, tem-se a relação,

$$\rho_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m, \quad (3.15)$$

e a partir desta relação define-se a Regra das Misturas, a qual possibilita usar as proporções volumétricas ou de massa para estimar diversas propriedades de um compósito, sendo a mesma dada por

$$X_c = X_f v_f + X_m v_m, \quad (3.16)$$

onde X é a propriedade que se deseja estimar.

3.1.3 Ensaios Mecânicos

A regra das misturas pode fornecer uma estimativa para as propriedades de uma lâmina, porém devido às hipóteses necessárias para seu desenvolvimento, os valores obtidos possuem erro associado, sendo necessário então outra abordagem para determinar com mais acurácia as propriedades elásticas e de resistência da lâmina.

Como cada compósito é único, por mais que sejam controlados os parâmetros de fabricação, a maneira mais confiável de se obter as propriedades mecânicas é através de ensaios mecânicos apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Ensaios mecânicos em plásticos reforçados para determinação de propriedades elásticas, valores de resistência e limites de deformação

Ensaios Mecânicos	Propriedades Elásticas	Resistência Mecânica	Limite de Deformação
1) Tração a 0°	$E_{11}; \nu_{12} = \nu_{13}$	X_T	X'_T
2) Tração a 90°	$E_{22}=E_{33}$	Y_T	Y'_T
3) Compressão a 0°	-	X_c	X'_c
4) Compressão a 90°	-	Y_c	Y'_c
5) Cisalhamento no plano 1-2	$G_{12} (=G_{13})$	S_{12}	S'_{12}
6) Cisalhamento no plano 2-3	G_{23}	-	-

Fonte: Adaptado de TITA, 2003.

Através destes ensaios, todo o comportamento da lâmina de compósito é obtido de uma curva tensão-deformação e a análise minuciosa desta curva pode dar indícios da ocorrência de mecanismos de falha. Estes mecanismos podem ser interlaminares (delaminação) ou intralaminares (fraturas de fibras ou matrizes), e sendo assim possível definir um critério de falha adequado em uma futura análise de falhas (TITA, 2006).

3.2 ANÁLISE MACROMECAÂNICA DE MATERIAIS COMPÓSITOS

As propriedades mecânicas e a resistência de uma lâmina podem ser determinadas com a abordagem micromecânica, porém para determinar as propriedades de um laminado com laminais dispostas em diversas direções, com variadas espessuras, é necessário utilizar a abordagem macromecânica.

A análise macromecânica é aquela que estuda as lâminas de material compósito como estrutura, sendo essa dada na forma de laminado, ou seja, diversas lâminas empilhadas (TITA, 2006).

3.2.1 Relação tensão-deformação para materiais elástico-lineares

Segundo Mendonça (2005), o estado de tensão-deformação de materiais elástico lineares pode ser representado matricialmente por,

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}, \quad (3.17)$$

onde o vetor a esquerda da igualdade representa o vetor de tensões normais e cisalhantes, a matriz a direita é chamada de matriz de rigidez do material e o vetor a direita é vetor de deformações normais e cisalhantes. De forma resumida

$$\boldsymbol{\sigma}^1 = \mathbf{C}^1 \boldsymbol{\varepsilon}^1. \quad (3.18)$$

Este caso é denominado anisotrópico, uma vez que possui os 36 coeficientes independentes e que não existe simetria quanto a suas propriedades. Se um material possuir dois planos de simetria ortogonais entre si, obrigatoriamente existe um terceiro plano de simetria mutuamente ortogonal a estes dois. Este tipo de material é denominado ortotrópico, e resulta na simplificação da relação constitutiva do material,

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix}. \quad (3.19)$$

Neste caso são apenas 9 constantes independentes, e a mesma é não-singular, sendo assim ela pode ser invertida, dando origem à relação deformação-tensão,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ S_{51} & S_{52} & S_{53} & S_{54} & S_{55} & S_{56} \\ S_{61} & S_{62} & S_{63} & S_{64} & S_{65} & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}, \quad (3.20)$$

de forma resumida dada por

$$\boldsymbol{\varepsilon}^1 = \boldsymbol{S}^1 \boldsymbol{\sigma}^1, \quad (3.21)$$

onde S^l é a matriz de flexibilidade do material, e da mesma forma que a matriz rigidez, quando o material é ortotrópico a mesma é simplificada para,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \quad (3.22)$$

3.2.2 Constantes da engenharia aplicadas na relação constitutiva

Quando comparadas as constantes das matrizes de rigidez e flexibilidade do material, as constantes de engenharia são muito mais claras, fisicamente, e facilmente obtidas através de testes mecânicos. Estas constantes são o módulo de Young nas três direções (E_1 , E_2 e E_3), os coeficientes de Poisson (ν_{ij}) e os módulos de elasticidade cisalhante (G_{12} , G_{23} e G_{31}).

Para aplicar estas constantes de engenharia às matrizes de rigidez e flexibilidade, é necessário aplicar as tensões uniaxiais uma de cada vez, e para isso é simbolizado com o índice superior das constantes de deformação. Logo se aplicado uma tensão σ na direção 1, tem-se o produto da matriz como

$$\varepsilon_1^1 = S_{11}\sigma; \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_2^1 = S_{21}\sigma; \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_3^1 = S_{31}\sigma . \quad (3.25)$$

Como por definição,

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_1^1}, \quad (3.26)$$

quando comparando as Equações 3.23 e 3.26, tem-se que $S_{11}=1/E_1$. Sabe-se também que o coeficiente de Poisson é definido por,

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2^1}{\varepsilon_1^1}, \quad (3.27)$$

e isolando-se as deformações geradas pela tensão no eixo 1, tem-se, a partir de um único teste, que

$$\varepsilon_2^1 = -\nu_{12}^1 \varepsilon_1^1, \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_2^1 = -\nu_{12}^1 \frac{\sigma}{E_1}. \quad (3.29)$$

Assim é possível obter todos os valores analogamente, sendo que os valores para S_{44} S_{55} e S_{66} são obtidos por correlação direta com G_{23} G_{31} e G_{12} . Sendo assim tem-se que:

$$C_{11} = \frac{1 - \nu_{23}\nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}; \quad (3.30)$$

$$C_{22} = \frac{1 - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}; \quad (3.31)$$

$$C_{33} = \frac{1 - \nu_{12}\nu_{21}}{E_1 E_2 \Delta}; \quad (3.32)$$

$$C_{44} = G_{23}; \quad (3.33)$$

$$C_{55} = G_{31}; \quad (3.34)$$

$$C_{66} = G_{12}; \quad (3.35)$$

$$C_{12} = \frac{v_{21} - v_{31}v_{23}}{E_2 E_3 \Delta}; \quad (3.36)$$

$$C_{13} = \frac{v_{31} - v_{21}v_{32}}{E_2 E_3 \Delta}; \quad (3.37)$$

$$C_{23} = \frac{v_{32} - v_{12}v_{31}}{E_1 E_3 \Delta}. \quad (3.38)$$

Sendo as matrizes S^I e C^I sempre simétricas tem-se

$$C_{ij} = C_{ji}. \quad (3.39)$$

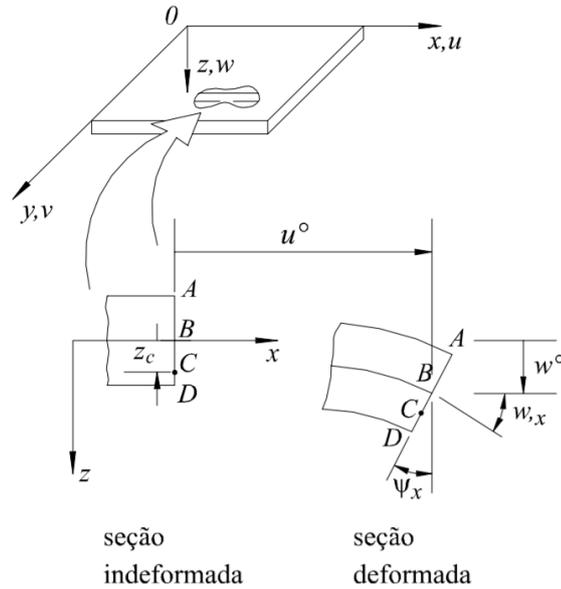
3.2.3 Teoria Clássica dos Laminados

Segundo Jones (1999), para dar início à teoria clássica dos laminados, primeiramente é necessário adotar cinco hipóteses, sendo estas provenientes do modelo de placas de Kirchhoff-Love e outras próprias de materiais compósitos:

- Não há deslizamento ou descolamento entre as lâminas que compõe o laminado.
- A camada utilizada para unir duas lâminas é infinitesimalmente fina e não sofre deformação por cisalhamento. Sendo assim os deslocamentos são contínuos através das lâminas.
- O laminado é considerado delgado, ou seja, é uma placa ou casca de parede fina em relação a uma das dimensões da superfície.
- Se uma linha for originalmente reta e perpendicular à superfície média (superfície de referência), a mesma permanecerá reta e perpendicular se o laminado for flexionado ou estendido.
- Os segmentos normais à superfície média são considerados inextensíveis (comprimento constante), ou seja, a espessura da placa é constante durante a deformação.

Como consequência destas hipóteses, tem-se que cada lâmina é regida por um estado plano de tensões, e a partir disso pode-se definir as componentes u, v e w de um ponto C qualquer do laminado (cf. Figura 10).

Figura 10 – Geometria da deformação da placa no plano xz



Fonte: MENDONÇA, 2005.

A hipótese das seções retas implica em

$$u(x, y, z) = u^0(x, y) + z\psi_x(x, y), \quad (3.40)$$

$$v(x, y, z) = v^0(x, y) + z\psi_y(x, y). \quad (3.41)$$

o índice “0” representa a condição inicial da placa, enquanto ψ_x e ψ_y indicam as inclinações em relação a normal nas direções x e y . Sabendo que

$$\psi_x = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad (3.42)$$

$$\psi_y = -\frac{\partial w}{\partial y}, \quad (3.43)$$

pode-se relacionar as três componentes do deslocamento aos deslocamento e rotações da superfície de referência como:

$$u(x, y, z) = u^0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial x}(x, y), \quad (3.44)$$

$$v(x, y, z) = v^0(x, y) - z \frac{\partial w}{\partial y}(x, y). \quad (3.45)$$

E, a partir das hipóteses iniciais, pode-se considerar que a placa é inextensível na direção normal Z,

$$w(x, y, z) = w(x, y). \quad (3.46)$$

Considerando pequenos deslocamentos tem-se que as deformações no plano xy são,

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (3.47)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad (3.48)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}. \quad (3.49)$$

Sendo ainda,

$$\varepsilon_z = \gamma_{yz} = \gamma_{xz} = 0, \quad (3.50)$$

substituindo as relações dos deslocamentos nas Equações 3.44 e 3.45, tem-se que

$$u(x, y, z) = \frac{\partial u^0(x, y)}{\partial x} - z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2}, \quad (3.51)$$

$$v(x, y, z) = \frac{\partial v^0(x, y)}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2}, \quad (3.52)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u^0(x, y)}{\partial y} + \frac{\partial v^0(x, y)}{\partial x} - z^2 \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x \partial y}. \quad (3.53)$$

Divide-se então os termos a direita da igualdade entre duas definições físicas diferentes. O primeiro termo é atribuído às deformações de membrana $\{\varepsilon^o\}$, que são as deformações coplanares as referência. Já o segundo termo é atribuído aos deslocamentos das membranas (u^o, v^o e w). Assim,

$$\{\varepsilon^o\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u^0}{\partial x} \\ \frac{\partial v^0}{\partial y} \\ \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x} \end{Bmatrix}. \quad (3.54)$$

Já os segundos termos definem a curvatura da superfície de referência.

$$\{k\} = \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}. \quad (3.55)$$

Em termos físicos, a deformação da membrana irá quantificar a extensão ou contração da superfície, e a curvatura irá expressar a flexão da superfície. Sendo assim,

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}. \quad (3.56)$$

Resumidamente na forma,

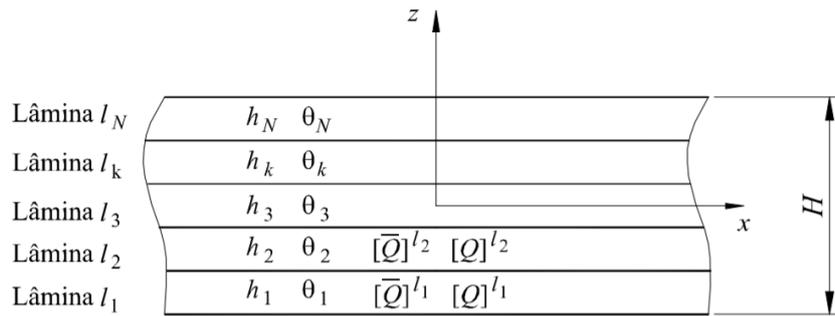
$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^o\} + z\{k\}. \quad (3.57)$$

Esta equação apresenta um comportamento linear ao longo de toda a espessura do laminado. Como foram definidas as deformações de qualquer ponto C do laminado, é possível determinar também as tensões. Na k-ésima lâmina por,

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{l_k} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left\{ \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \right\}. \quad (3.58)$$

As deformações são independentes do número “k” da placa, o que resulta em que apesar de cada placa ter sua matriz de propriedades $[\bar{Q}_{ij}]$, isto implica somente nas não linearidade das tensões ao longo da espessura. Dentro de cada lâmina as tensões ainda variam linearmente. Na Figura 11 l_N representa o número de lâminas total, enquanto l_k representa uma lâmina qualquer.

Figura 11 – Laminado com N lâminas



Fonte: MENDONÇA, 2005.

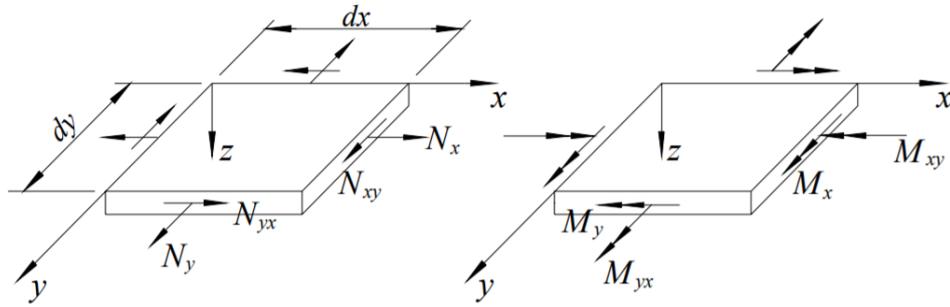
Os valores de h_k representam as espessuras das lâminas, e θ_k representa as direções das fibras. Define-se então os esforços normais e de momento, por unidade de comprimento, para um elemento diferencial de placa ao longo de toda a espessura através da integração das tensões.

$$\{N_x, N_y, N_{xy}\} = \int_{-H/2}^{H/2} \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} dz, \quad (3.59)$$

$$\{M_x, M_y, M_{xy}\} = \int_{-H/2}^{H/2} \{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\} z dz. \quad (3.60)$$

Sendo tais esforços representados na Figura 12.

Figura 12 – Forças e momentos em elemento diferencial de placa



Fonte: MENDONÇA, 2005.

Substituindo as integrais das Equações (3.59) e (3.60) por um somatório de integrais definidas ao longo de cada lamina do laminado,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{l_k} dz, \quad (3.61)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{l_k} z dz. \quad (3.62)$$

Substituindo as tensões pelas relações de tensão-deformação,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \left(\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \right) dz \right], \quad (3.63)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{61} & \bar{Q}_{62} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^k \left[\int_{z_{k-1}}^{z_k} \left(z \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z^2 \begin{Bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix} \right) dz \right]. \quad (3.64)$$

Após realizar os somatórios e algebrismos chega-se a matriz,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{21} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{61} & A_{62} & A_{66} & B_{31} & B_{32} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{61} \\ B_{21} & B_{22} & B_{26} & D_{21} & D_{22} & D_{26} \\ B_{61} & B_{62} & B_{66} & D_{61} & D_{61} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{Bmatrix}, \quad (3.65)$$

onde,

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k h_k, \quad (3.66)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k h_k \bar{z}_k, \quad (3.67)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^N \bar{Q}_{ij}^k \left(h_k \bar{z}_k^2 + \frac{h_k^3}{12} \right), \quad (3.68)$$

sendo que h_k é a espessura da lâmina k e \bar{z}_k é a superfície média da lâmina k , dada por $\bar{z}_k = (z_{k-1} + z_k)/2$.

No teste de flexão 4-pontos sabe-se que somente M_x e k_x são diferentes de zero, então aplicando estas condições de contorno à matriz ABBD tem-se

$$M_x = D_{11} k_x, \quad (3.69)$$

nota-se que o coeficiente D_{11} é a rigidez à flexão de uma estrutura sobre o flexão 4-pontos.

3.2.4 Critério de falha de Hashin

Hashin (1980) desenvolveu um critério de falha para materiais compósitos de lâminas reforçadas por fibras uniaxiais. Esse critério partiu da hipótese que existe isotropia nas direções transversais à direção da fibra, e desta forma, determina-se as invariantes de tensão em relação às direções transversais à direção 1, como:

$$I_1 = \sigma_1, \quad (3.70)$$

$$I_2 = \sigma_2 + \sigma_3, \quad (3.71)$$

$$I_3 = \tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3, \quad (3.72)$$

$$I_3 = \frac{1}{4}(\sigma_2 + \sigma_3)^2 + \tau_{23}^2, \quad (3.73)$$

$$I_4 = \tau_{12}^2 + \tau_{13}^2, \quad (3.74)$$

$$I_5 = 2\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23} - \sigma_2\tau_{13}^2 - \sigma_3\tau_{12}^2. \quad (3.75)$$

A partir do tensor tensão é possível obter esses invariantes, sendo eles,

$$I_1^i = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3, \quad (3.76)$$

$$I_2^i = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3 - \tau_{12}^2 - \tau_{13}^2 - \tau_{23}^2, \quad (3.77)$$

$$I_3^i = \sigma_1\sigma_2\sigma_3 + 2\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23} - \sigma_3\tau_{12}^2 - \sigma_2\tau_{13}^2 - \sigma_1\tau_{23}^2. \quad (3.78)$$

A partir disso é possível tirar algumas conclusões, I_1 e I_4 são invariantes quando rotacionadas em volta do eixo 1, também que $I_1^i = I_1 + I_2$, e sendo I_1 e I_1^i invariantes, tem-se I_2 como invariante. E desse mesmo modo pode-se definir, a partir de I_1 I_2 I_4 e I_2^i , que I_3 é invariante e analogamente, I_5 será invariante.

Hashin (1980) então definiu como uma aproximação quadrática o seu critério, sendo assim, como I_5 é uma componente cúbica em tensões devido a parcela $2\tau_{12}\tau_{13}\tau_{23}$, o mesmo foi negligenciado no critério, definido por

$$A_1I_1 + B_1I_1^2 + A_2I_2 + C_{12}I_1I_2 + A_3I_3 + A_4I_4 = 1. \quad (3.79)$$

Seu critério então definiu quatro modos de falhas, variando entre as componentes de tração e compressão, e entre matriz e fibra, resultando na Tabela 2.

Tabela 2 – Critérios de Falha de Hashin

Modo de falha	Condição	Função da falha
Tração nas fibras	$\sigma_1 > 0$	$\left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{S_2^2} = 1$
Compressão nas fibras	$\sigma_1 < 0$	$\sigma_1 = -X_c$
Tração na Matriz	$\sigma_2 + \sigma_3 > 0$	$\left(\frac{\sigma_2 + \sigma_3}{Y_t}\right)^2 + \frac{\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3}{S_2^2} + \frac{\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2}{S^2} = 1$
Compressão na Matriz	$\sigma_2 + \sigma_3 < 0$	$\frac{1}{Y_c} \left[\left(\frac{Y_c}{2S_c}\right)^2 - 1 \right] (\sigma_2 + \sigma_3) + \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)^2}{4S_2^2} + \frac{(\tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3)}{S_2^2} + \frac{(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2)}{S^2} = 1$

Fonte: Adaptado Mendonça, 2005.

Porém para os casos de estado plano de tensões, como é o caso da Teoria clássica dos laminados, pode-se simplificar estes critérios e obter a Tabela 3.

Tabela 3 – Critérios de Falha de Hashin para EPT

Modo de falha	Condição	Função da falha
Tração nas fibras	$\sigma_1 > 0$	$\left(\frac{\sigma_1}{X_t}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{S_2^2} = 1$
Compressão nas fibras	$\sigma_1 < 0$	$\sigma_1 = -X_c$
Tração na Matriz	$\sigma_2 + \sigma_3 > 0$	$\left(\frac{\sigma_2}{Y_t}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1$
Compressão na Matriz	$\sigma_2 + \sigma_3 < 0$	$\frac{\sigma_2}{Y_c} \left[\left(\frac{Y_c}{2S_c}\right)^2 - 1 \right] + \left(\frac{\sigma_2}{2S_2}\right)^2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1$

Fonte: Adaptado Mendonça, 2005.

4 ELEMENTOS FINITOS

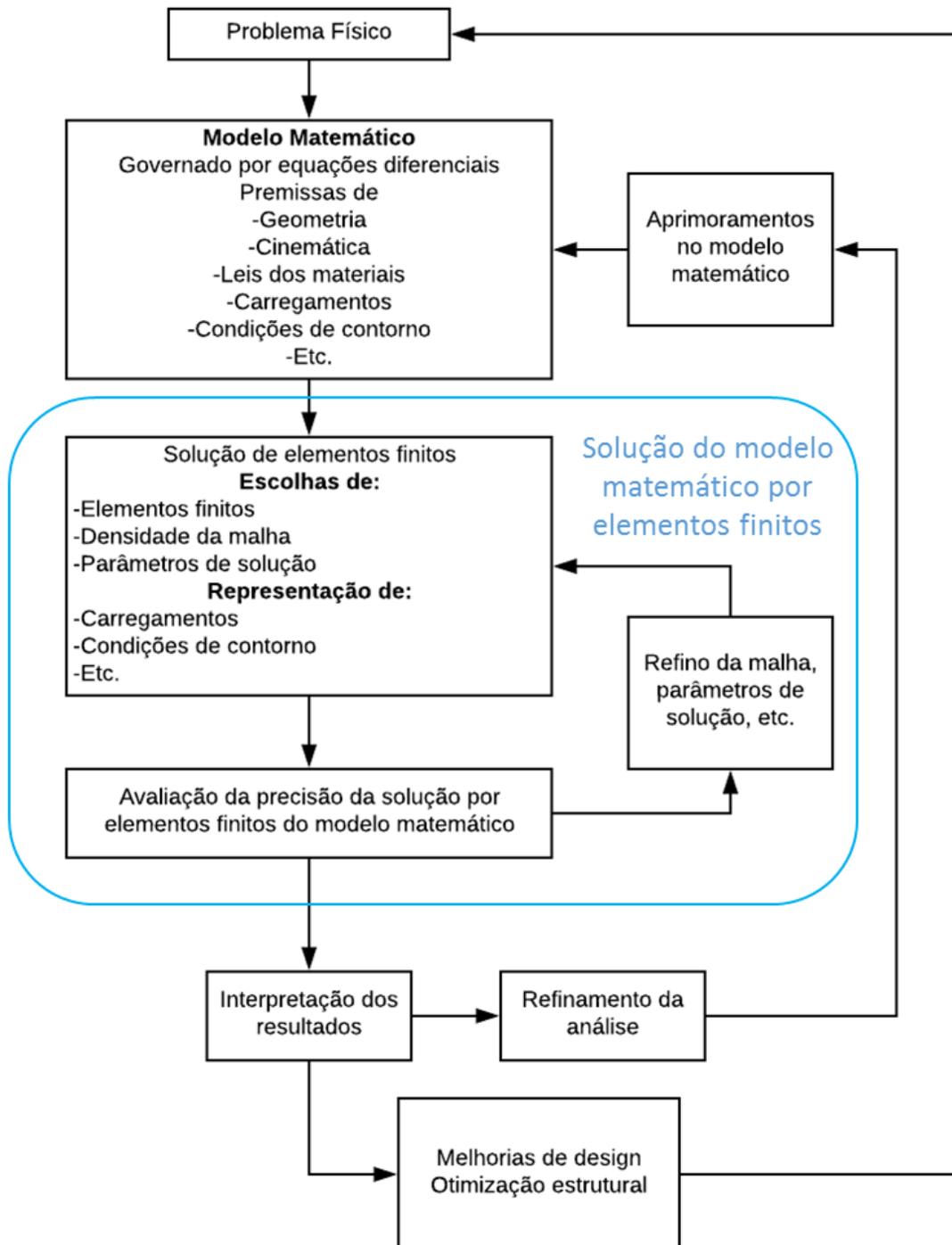
O método dos elementos finitos é um procedimento numérico para resolução de equações diferenciais. Na engenharia mecânica, é muito utilizado para o cálculo de tensões e deformações, condução de calor, entre outros fenômenos (COOK *et al.*, 2002). Antes de sua utilização, os métodos utilizados para determinação de estados de tensão-deformação de estruturas eram baseados em resoluções de sistemas de equações de derivadas parciais, as vezes recorrendo a séries de Fourier para facilitar essas resoluções. Além de ser um método demorado e complexo, ainda haviam sérias limitações quanto à geometria e a continuidade dos modelos analisados.

Segundo Azevedo (2003), quando se deseja resolver algum problema por elementos finitos é importante saber caracterizar alguns aspectos. Por exemplo, saber se análise que será realizada é estática ou dinâmica, ou seja, se é relevante levar em conta a influência da inércia dada ou se a amplitude dos deslocamentos e sua velocidade são relativamente lentos.

Outro ponto é determinar se será uma análise linear ou não linear, sendo isso em relação a geometria ou a propriedades mecânicas do material. Isso porque com a deformação do material tem-se tanto a variação da geometria quanto das propriedades mecânicas. Se a hipótese da análise linear for levada em conta todos os cálculos serão baseados na condição inicial de geometria e material do modelo.

Segundo Bathe (2014), de maneira geral, a análise de elementos finitos se baseia na resolução de um problema físico. Hipóteses podem ser aplicadas sobre ele, e juntas levarão a um modelo matemático que será regido por equações diferenciais. A Figura 13 apresenta esse raciocínio na forma de um fluxograma.

Figura 13 – O processo de análise por elementos finitos

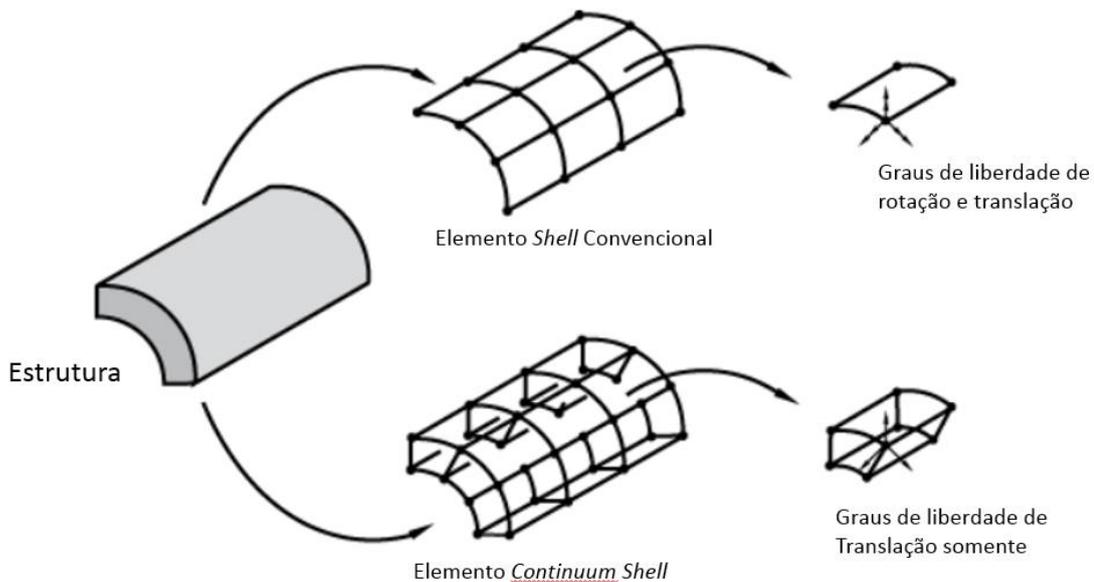


4.1 TIPOS DE ELEMENTOS

Para análises mecânicas lineares e não-lineares são utilizados os elementos do tipo tensão/deslocamento, que podem ainda envolver contato, plasticidade e grandes deformações. Estes elementos são divididos em famílias, sendo elas: elementos contínuos, elementos estruturais, elementos rígidos, elementos conectores, elementos para propósitos especiais e elementos de contato (ABAQUS, 2012).

Dentro da família de elementos estruturais existem os elementos do tipo shell, que são usados para os casos onde uma das dimensões é muito menor que as outras duas. Dentro desta divisão ainda são diferenciados em dois tipos: elementos *shell* convencional, onde a espessura é especificada nas propriedades do componente, e elementos *continuum shell*, onde a espessura é dada pela geometria do componente. A figura 14 ilustra estes dois tipos de elementos.

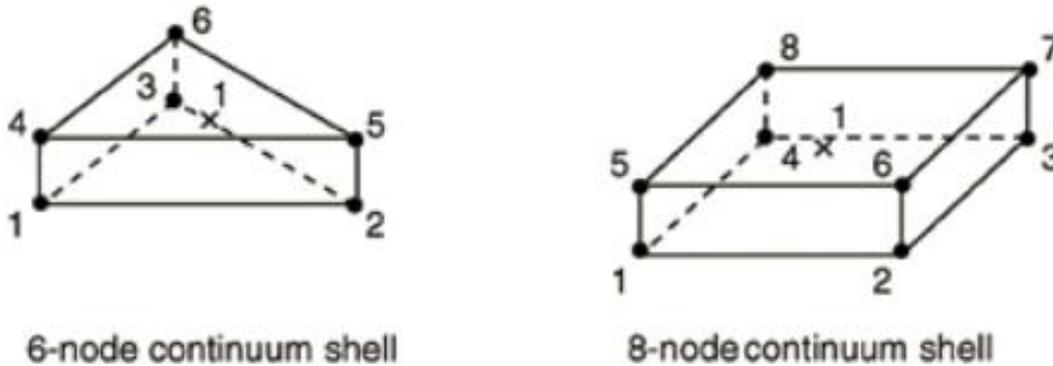
Figura 14 – Elementos *shell* convencional e *continuum shell*.



Fonte: Adaptado de Abaqus, 2012.

Os elementos do tipo *continuum shell* podem possuir duas geometrias, cunha triangular de 6 nós no plano e hexaedro de 8 nós de uso geral. Estes elementos têm como saída tensões e deformações nas direções 1, 2 e no plano 1-2. A saída de componentes de tensão e deformação na direção 3 é reportada como sendo zero e não existe efeito de Poisson nesta direção. A Figura 15 apresenta os dois tipos de elementos *continuum shell*.

Figura 15 – Forma dos elementos *continuum shell*



Fonte: Adaptado de Abaqus, 2012.

Para estimar os valores de tensão cisalhante nos planos 13 e 23 para empilhamentos em elementos de *continuum shell* é necessário aplicar a regra de Simpson e a Quadratura Gaussiana nos pontos de integração da secção transversal. Estes valores não são calculados através da relação constitutiva da estrutura, e sim estimados através da suposição de uma variação quadrática da tensão cisalhante através da secção do elemento e pela condição de continuidade através das lâminas do empilhamento (ABAQUS, 2012).

4.2 MODELOS DE CONTATO

O software SIMULIA ABAQUS™ possui de forma geral duas abordagens para a definição de contatos entre superfícies, a *general contact* e a *contact pairs*. Cada uma delas possui suas vantagens e suas limitações (ABAQUS, 2012).

Os contatos definidos por ambas abordagens necessitam de algumas especificações para seu estabelecimento, sendo elas:

- definições de superfície para os corpos que potencialmente poderiam estar em contato;
- as superfícies que interagem entre si (as interações de contato);
- quaisquer propriedades de superfície não-padrão a serem consideradas nas interações de contato;
- os modelos de propriedades de contato mecânicas e térmicas, como o coeficiente de atrito ou o coeficiente de contato de condução;
- quaisquer aspectos não-padrão da formulação de contato; e

- qualquer controle de contato algorítmico para a análise.

Em muitos casos não é necessário especificar explicitamente muitos dos aspectos listados anteriormente, porque as configurações padrão geralmente são apropriadas.

As superfícies podem ser definidas de quatro modos diferentes, sendo eles: superfície rígida/deformável baseada em nós, em elementos, superfície rígida analítica e superfície de material Euleriano. Quando usado o algoritmo *general contact* o software define automaticamente as superfícies e as relações entre superfícies. Sendo que ao menos uma interação de contato deve ser do tipo não baseada em nós e ao menos uma não analítica rígida.

Sobre as propriedades do contato, por padrão o contato interage apenas na direção normal para evitar a penetração, porém existem outras opções de contato que podem ser aplicadas, como por exemplo os modelos de atrito, amortecimento, contato suavizado e até os modelos com equação constitutiva elaborados pelo usuário (ABAQUS, 2012).

Para grande parte dos problemas de contato é possível escolher entre as opções *general contact* e *contact pairs*, sendo a principal diferença entre as duas a forma que as opções de contato são apresentadas ao usuário, isso porque as duas formas de interação compartilham a maioria dos algoritmos numéricos.

Entre as principais diferenças entre estas duas formas de definição de contato estão a formulação do contato, sendo que o *general contact* utiliza superfície para superfície, enquanto por padrão o *contact pairs* utiliza nós para superfícies. Outro ponto é a consideração da espessura e do espaçamento entre componentes do tipo *shell*, onde a opção *general contact* considera essas dimensões enquanto a opção *contact pairs* não as considera.

Porém a opção *contact pairs* possui muitas exclusividades, como por exemplo a definição de contatos para pequenos deslizamentos e contato de união de nós, também a desunião de nós após o contato, a formulação de nós para superfície, e também possui um modelo de atrito mais robusto (ABAQUS, 2012).

5 MATERIAIS E MÉTODOS

A apresentação dos materiais e métodos foi dividida em duas etapas, uma primeira que descreve os objetos de estudo, sendo eles as quatro placas de laminados e suas individualidades, e uma segunda onde foi descrito o método da elaboração das análises computacionais.

5.1 LAMINADOS DE CARBONO/EPOXI

Os laminados e o resultados experimentais dos testes de flexão 4-pontos foram obtidos da tese de Medeiros (2016), sendo que para a validação do modelo foram utilizados os laminados de fibra de carbono/epoxi P₁₃, P₁₄, P₁₅ e P₁₆. Dentre as quatro placas, as duas primeiras estavam íntegras e outras duas possuíam regiões de delaminação, porém todas com dimensões e configurações de empilhamento similares (*cf.* Tabela 4).

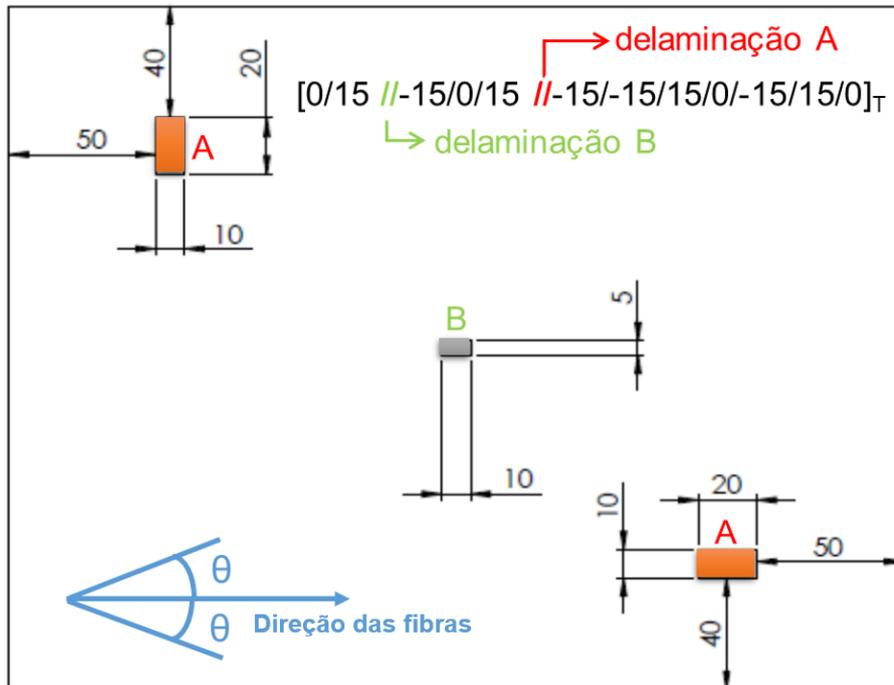
Tabela 4 – Dimensões e configurações das placas

Laminado	Condição	Comprimento	Largura	Espessura	Sequência de Empilhamento
P ₁₃	Íntegra	306,62	247,13	3,370	[0/15/-15/0/15/-15] _s
P ₁₄	Íntegra	304,14	245,21	3,333	[0/15/-15/0/15/-15] _s
P ₁₅	Delaminação	305,90	244,87	3,338	[0/15/-15/0/15/-15] _s
P ₁₆	Delaminação	304,27	244,99	3,344	[0/15/-15/0/15/-15] _s

Fonte: Adaptado de Medeiros, 2016.

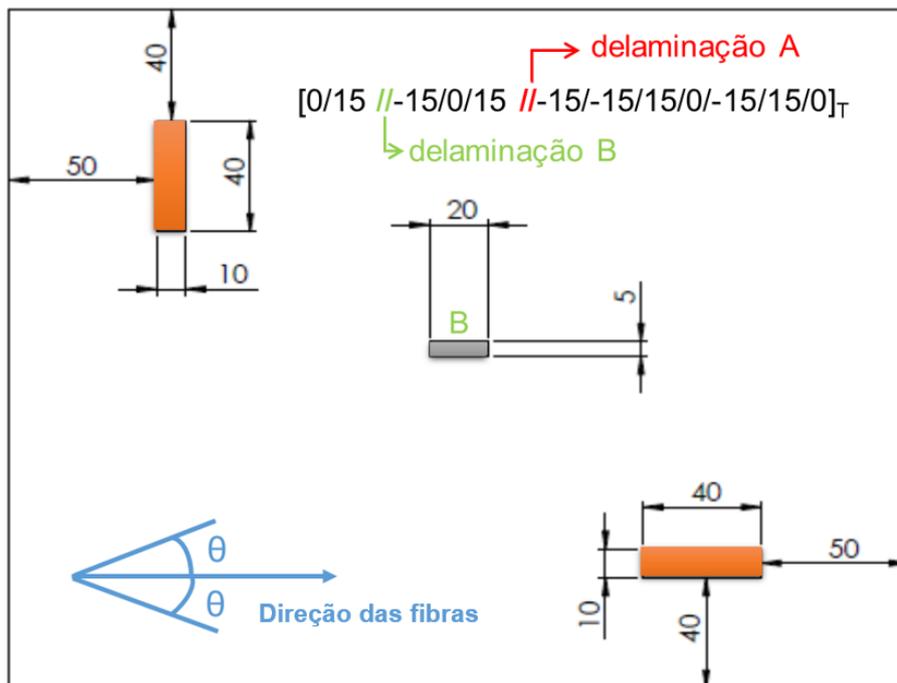
As delaminações apresentadas nas placas P₁₅ e P₁₆ são caracterizadas por regiões retangulares entre as lâminas 2 e 3 (delaminação B) e entre as lâminas 5 e 6 (delaminação A), conforme mostrado nas Figuras 16 e 17.

Figura 16 – Delaminação do laminado P₁₅



Fonte: Adaptado de Medeiros, 2016.

Figura 17 – Delaminação do laminado P₁₆



Fonte: Adaptado de Medeiros, 2016.

As propriedades mecânicas destas placas foram retiradas em Tita (2003) e são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Propriedades mecânicas das lâminas Carbono/Epóxi para razão volumétrica de fibra 0,6%

Propriedades Elásticas	
E_{11}	127 GPa
E_{12}	10 GPa
$G_{12}=G_{13}$	5,44 GPa
G_{23}	3,05 GPa
$\nu_{12}=\nu_{13}$	0,34
ν_{23}	0,306
Valores de Resistência	
X_t	1400 Mpa
X_c	930 Mpa
Y_t	47 Mpa
Y_c	130 MPA
$S_{12}=S_{13}$	53 Mpa
S_{23}	89 Mpa

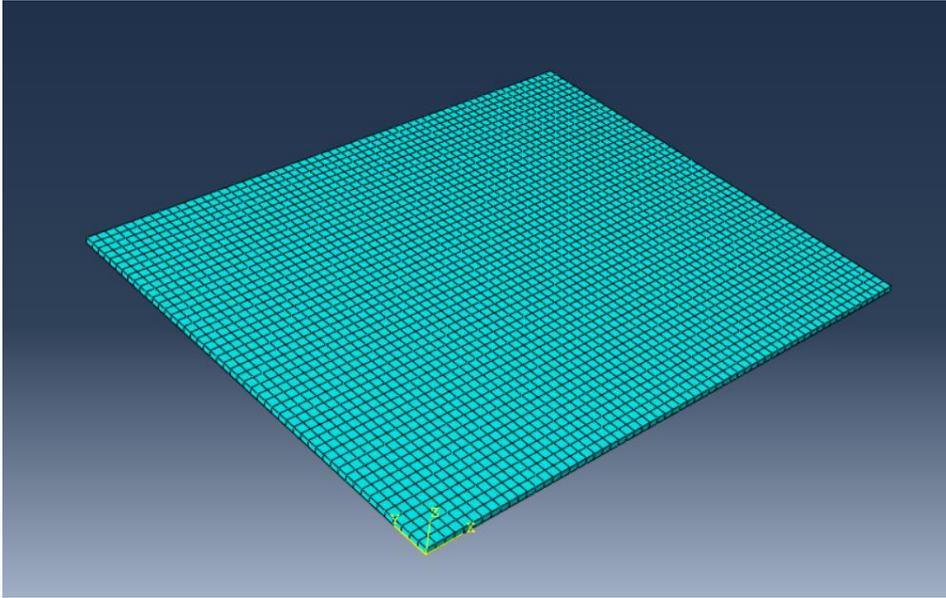
Fonte: Adaptado de Tita, 2003.

5.2 MODELO COMPUTACIONAL

O software utilizado para pré-processamento, processamento e pós-processamento foi o SIMULIA ABAQUS™, onde realiza-se simulações de casos estático-lineares.

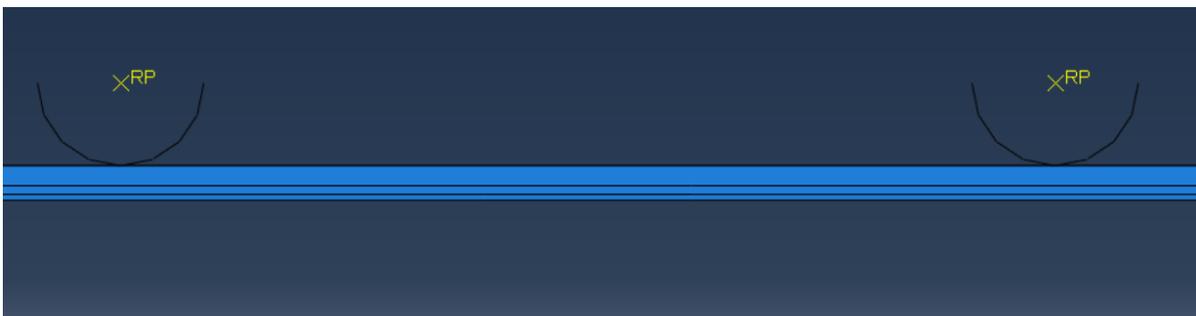
5.2.1 Modelos das placas

Para a confecção dos modelos computacionais dos laminados, foram utilizados componentes sólidos com malha do tipo *continuum shell*. Estes elementos se parecem com os elementos sólidos contínuos, porém a cinemática e equação constitutiva são parecidas com as do elemento tipo casca. Outra diferença é que enquanto os elementos do tipo casca possuem graus de liberdade de rotação e translação, os elementos do *continuum shell* possuem apenas graus de liberdade de translação. Sendo assim definiu-se neste sólido o empilhamento das doze lâminas, como apresentado na Figura 18.

Figura 18 – Modelo da placa P₁₃

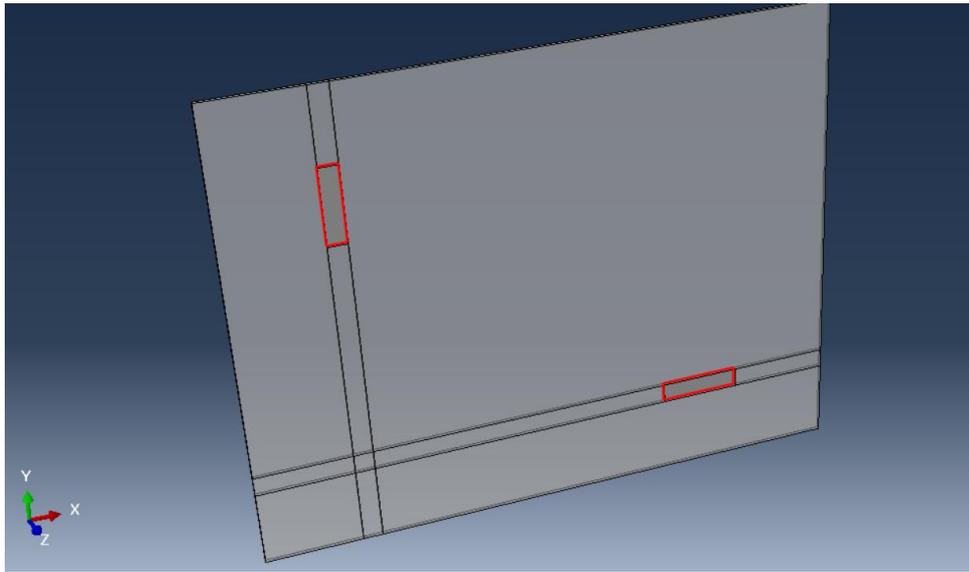
Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

O processo de confecção do modelo das placas se deu de maneira diferente para as placas P₁₃-P₁₄ e P₁₅-P₁₆, sendo que para as duas primeiras foi necessário apenas um sólido definido com 12 camadas de lâminas e para as duas últimas a separação do laminado em três sólidos. Nos casos com delaminação, foi necessário criar uma interface em todo plano onde ocorreu a delaminação, e unir os nós nas regiões onde não ocorreu a delaminação. A Figura 19 ilustra os 3 sólidos, sendo que o inferior possui 2 lâminas, o intermediário 3 e o superior possui 7 lâminas.

Figura 19 – Modelo da placa P₁₆

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

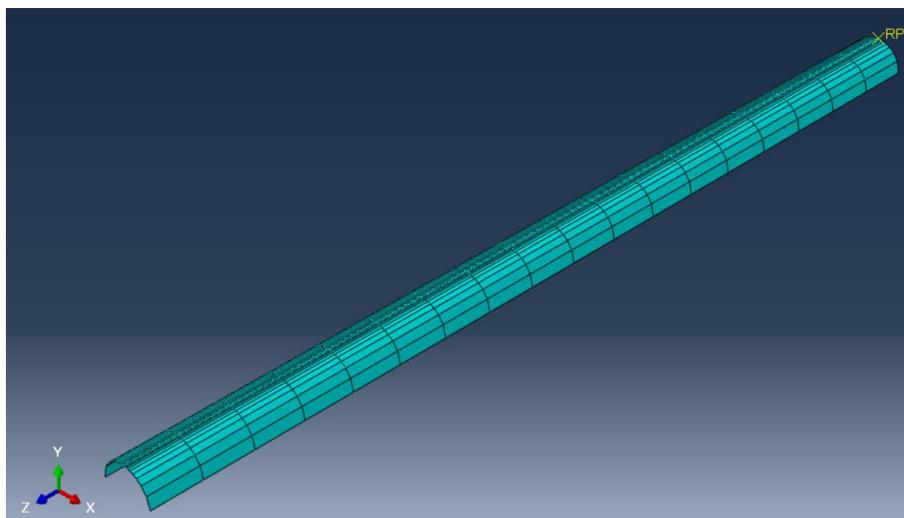
Na tentativa de definir as superfícies delaminadas através de partições nas faces, fez-se necessário criar partições que mantivessem a característica estruturada à malha, conforme a Figura 20, onde as regiões em vermelho são as superfícies delaminadas.

Figura 20 – Ilustração da região de delaminação

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

5.2.2 Apoios

Já para o modelo dos apoios foi utilizado um componente de casca no formato de um semicilindro, sendo o mesmo definido como um elemento rígido discreto. A malha foi do tipo padrão de elementos rígidos discretos, uma malha do tipo *shell* quadrilateral plana que possui 4 nós. Esta malha foi definida de modo a ficar mais refinada na região onde ocorre o contato, e menos a medida que se afasta desse ponto.

Figura 21 – Modelo dos apoios

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

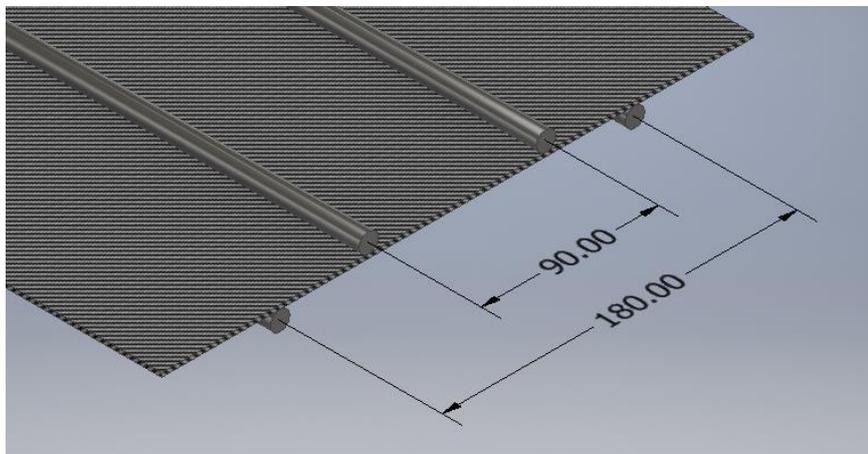
5.2.3 Modelamento do teste de flexão 4-pontos

As condições do teste de flexão 4-pontos foram simuladas conforme a norma ASTM D6272-10 (ASTM, 2010), sendo a mesma selecionada pela falta de outra mais específica para casos de degradação de propriedades. A escolha do teste se deu devido a região de momento fletor máximo constante entre os apoios móveis, sendo a distância entre os apoios determinada através de algumas considerações:

- A distância deve ser maior que a região degradada;
- Distâncias muito elevadas teriam uma resposta mais global, negligenciando o efeito da degradação entre as camadas;
- Distâncias maiores necessitariam de uma maior deflexão para ocorrer a falha;

Na norma ASTM D6272-10 são sugeridas três razões para espessura/intervalo entre apoios, e a utilizada foi 60:1, sendo que essa razão também garante que os efeitos de cisalhamento são desprezíveis. O resultado está representado na Figura 22.

Figura 22 – Esquema da flexão 4-pontos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

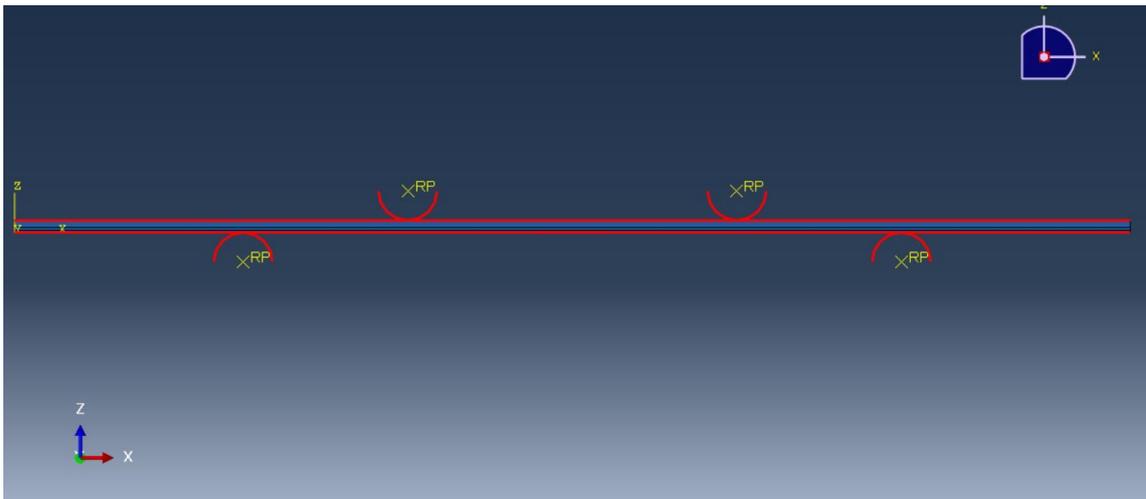
5.2.4 Material

O material foi definido como um material de comportamento elástico do tipo “Lamina”, que se trata de um material ortotrópico aplicando as hipóteses da TCL. Os valores para cada parâmetro estão da Tabela 5. Foi considerado no modelo computacional o critério de falha de Hashin, onde introduziu-se os valores de resistência do material encontrados também na Tabela 5.

5.2.5 Contato e Condições de Contorno

O contato foi definido nas direções tangencial e normal às superfícies, sendo que na componente tangencial foi aplicado uma perda por atrito entre as superfícies. Esse atrito foi definido com um valor de fator de atrito μ entre o aço (apoios) e o teflon igual a 0.3, devido à utilização de placas de teflon no modelo físico (experimental) para as regiões de deslizamento.

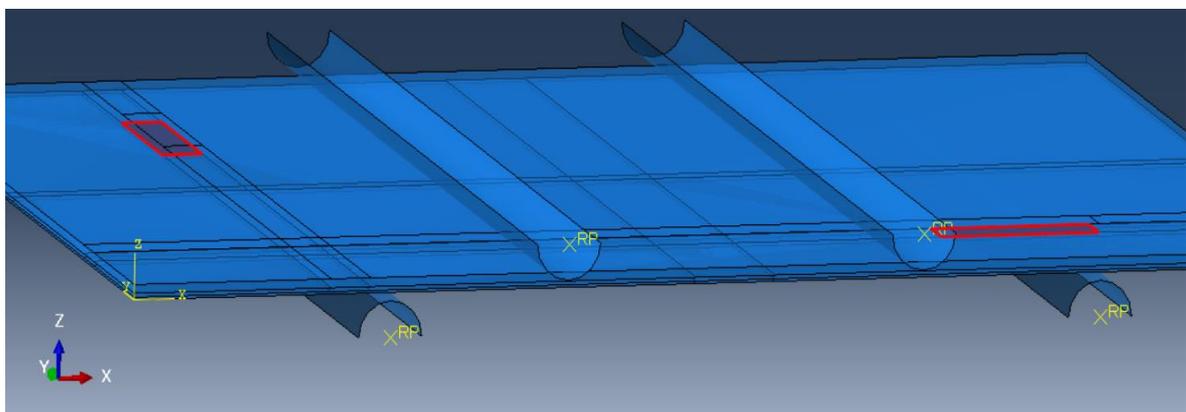
Figura 23 – Contato entre apoios e superfície superior da placa



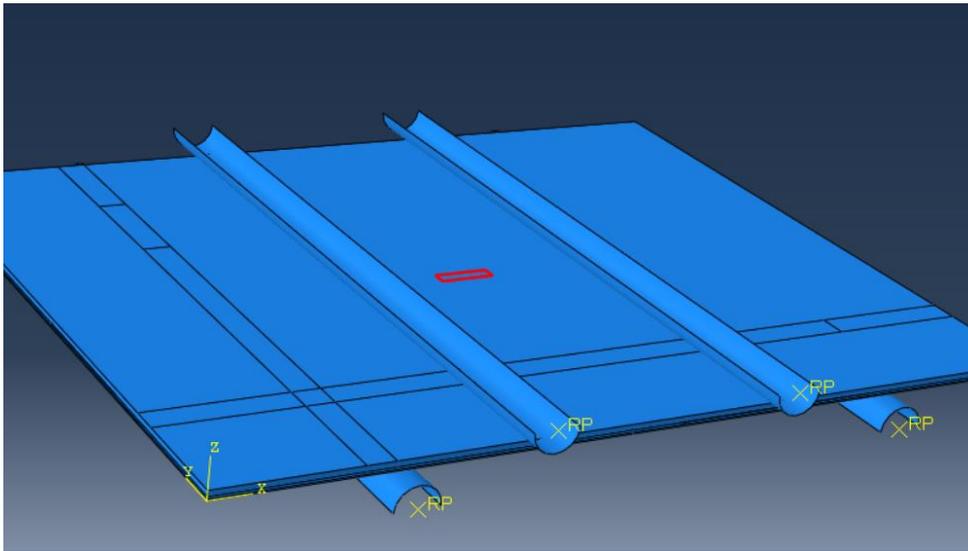
Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Essa condição de contato, além de ser utilizada para a iteração entre apoios e placa, também foi utilizada para definir a iteração entre as lâminas nas regiões delaminadas. As Figuras 24 e 25 demonstram as áreas onde foi definido contato de escorregamento entre as lâminas.

Figura 24 – Contato entre superfícies na região da delaminação A

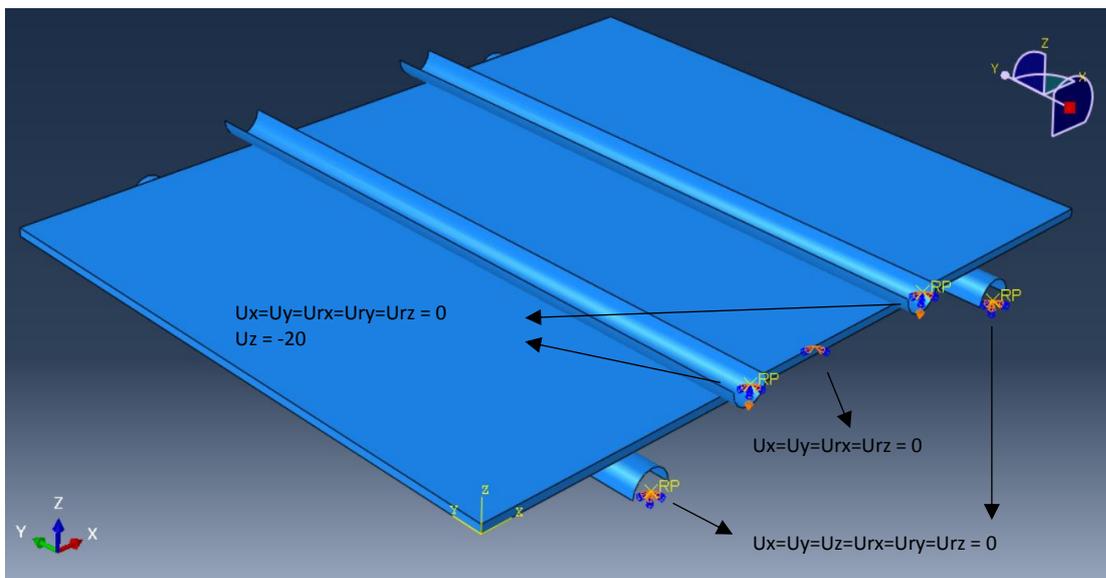


Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Figura 25 – Contato entre superfícies na região da delaminação B

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Quanto às condições de contorno, foi considerado o engaste dos dois apoios inferiores e, como os apoios se tratam de elementos rígidos, as condições de contorno foram aplicadas somente nos pontos de referência destes componentes. Outra delas foi a condição de deslocamento translacional nos apoios superiores, onde foram restringidos todos os movimentos de translação e rotação, com exceção da translação na direção Z. E a terceira condição de contorno se fez necessária para que a placa não se deslocasse para fora da montagem, sendo assim aplicou-se uma condição de deslocamento restringindo apenas as translações em X e Y, e as rotações dos eixos X e Z.

Figura 26 – Condição de contorno de engaste dos apoios inferiores

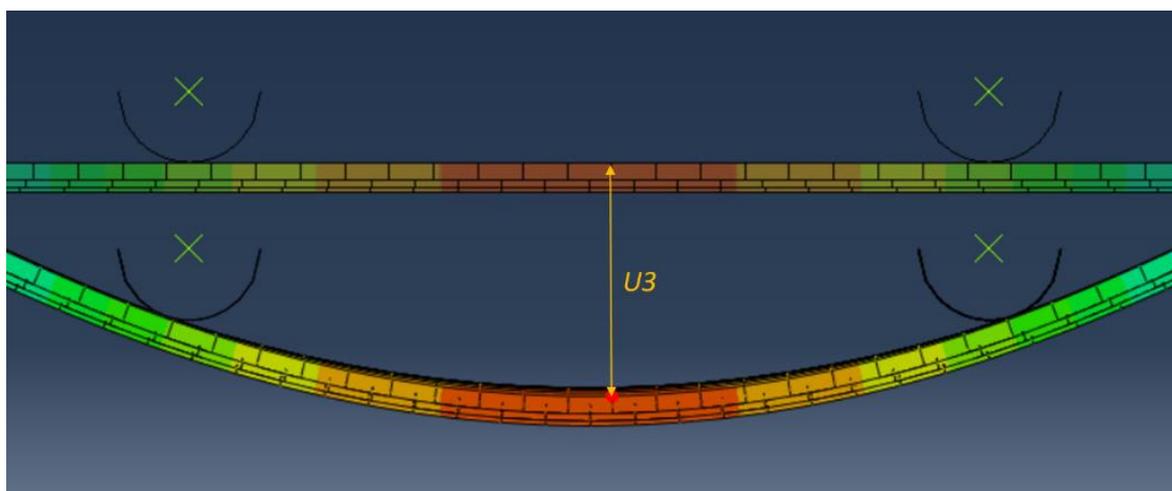
Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 ESTUDO DO REFINAMENTO DE MALHA

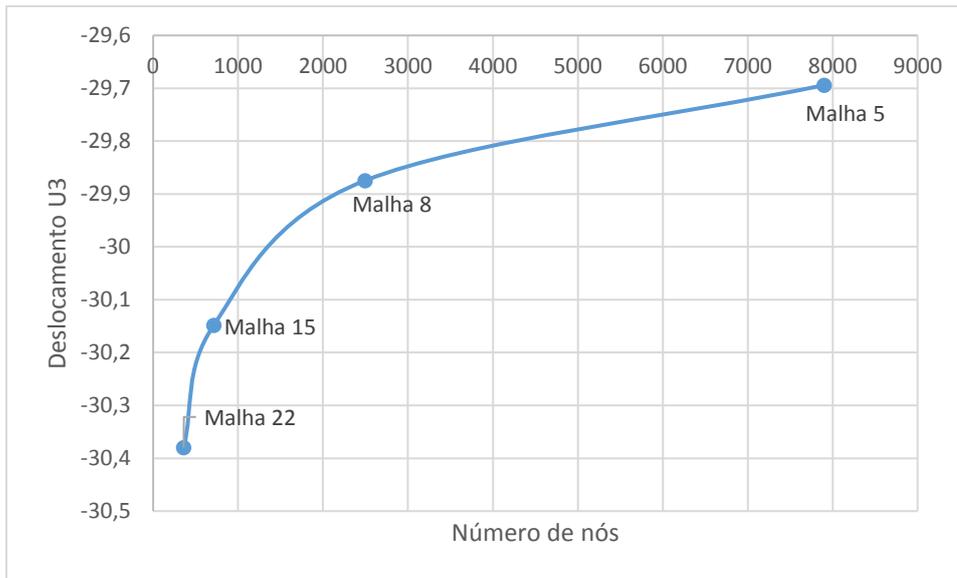
Para o estudo do refino de malha, utilizou-se como parâmetro de convergência o deslocamento na direção z ($U3$) do nó representado na Figura 27, sendo este um dos parâmetros utilizados na obtenção dos resultados finais do estudo. O estudo foi realizado para um modelo de placa íntegra e para um de placa com delaminações e foi replicado por analogia aos outros dois modelos devido as semelhanças entre eles.

Figura 27 – Nó analisado para obtenção de $U3$.

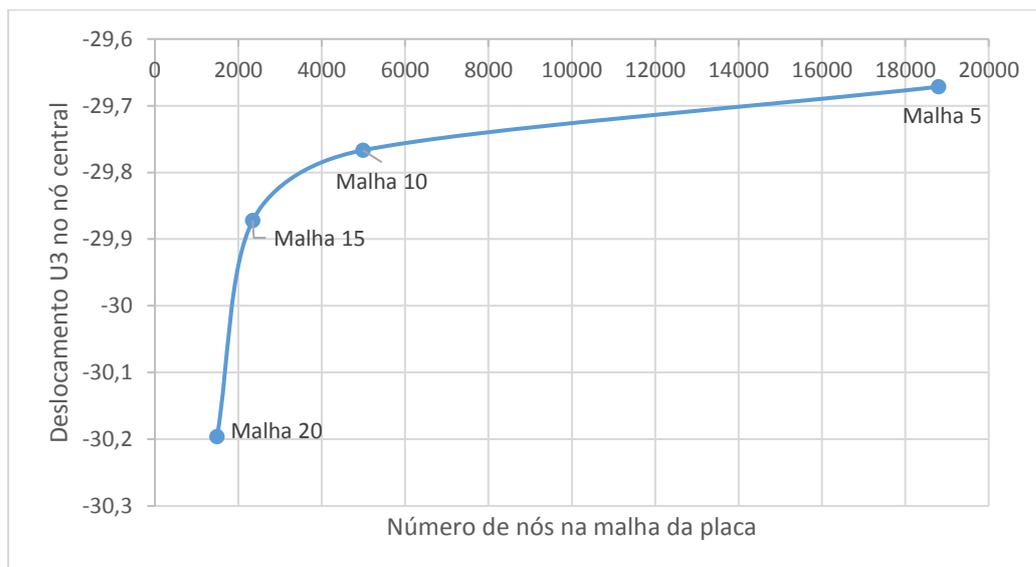


Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Foram obtidos os valores de deslocamento $U3$ por número de elementos apresentados nas Figuras 28 e 29. Em ambos os modelos foi alcançada uma convergência satisfatória com as malhas de 5 mm^2 . Logo as análises dos quatro modelos foram executadas com esse parâmetro de malha.

Figura 28 – Refinamento de malha para a Placa P₁₃

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

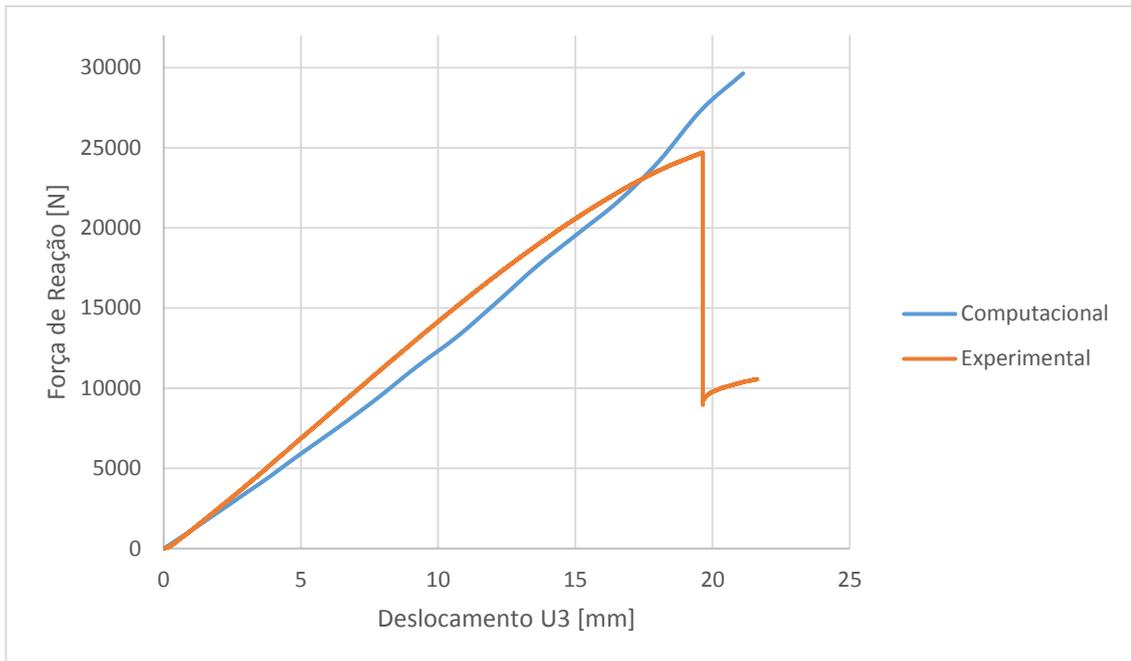
Figura 29 – Convergência de malha para a Placa P₁₅

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

6.2 COMPARAÇÃO RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPUTACIONAIS

Os dados experimentais foram obtidos de Medeiros (2016) e são apresentados nas Figuras 30 e 31 confrontados com os obtidos computacionalmente. Os gráficos completos dos modelos P14, P15 e P16 se encontram nos Apêndices A e B. A primeira comparação foi entre os parâmetros obtidos de forma direta da medição experimental, que são a força de reação nos apoios superiores e o deslocamento U_3 , previamente apresentado no estudo de convergência de malha.

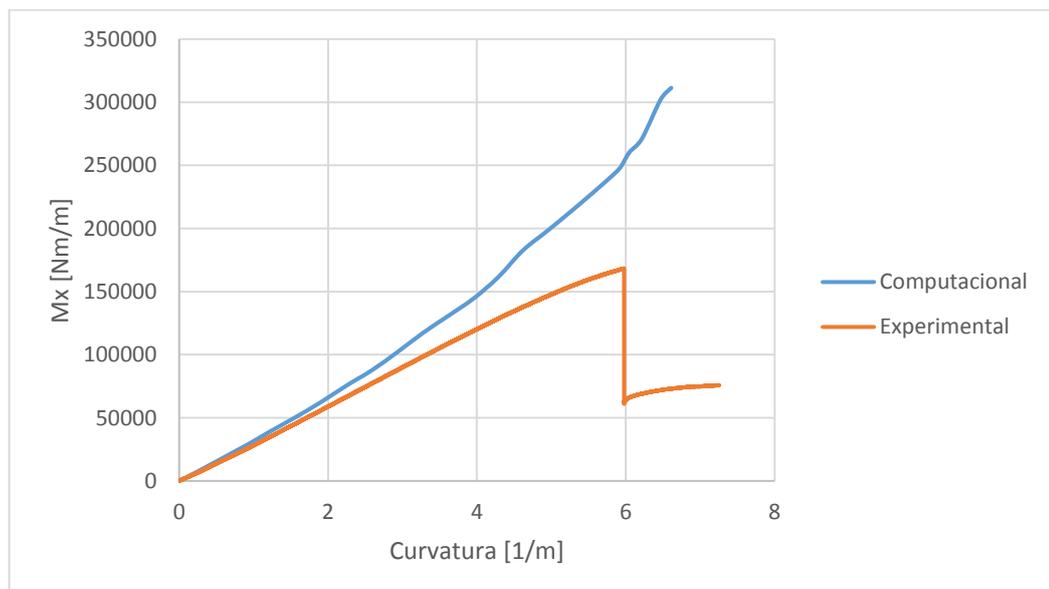
Figura 30 – Comparação força de reação x deslocamento $U3$ para placa P₁₃



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

No teste de flexão 4-pontos tem-se que somente M_x e k_x são diferentes de zero, então aplicando estas condições de contorno à matriz ABBD, apresentada na equação 3.65, nota-se que é possível obter o coeficiente D_{11} . Isso porque o mesmo é determinado como sendo o coeficiente angular na região linear da curva formada nos gráficos M_x versus Curvatura.

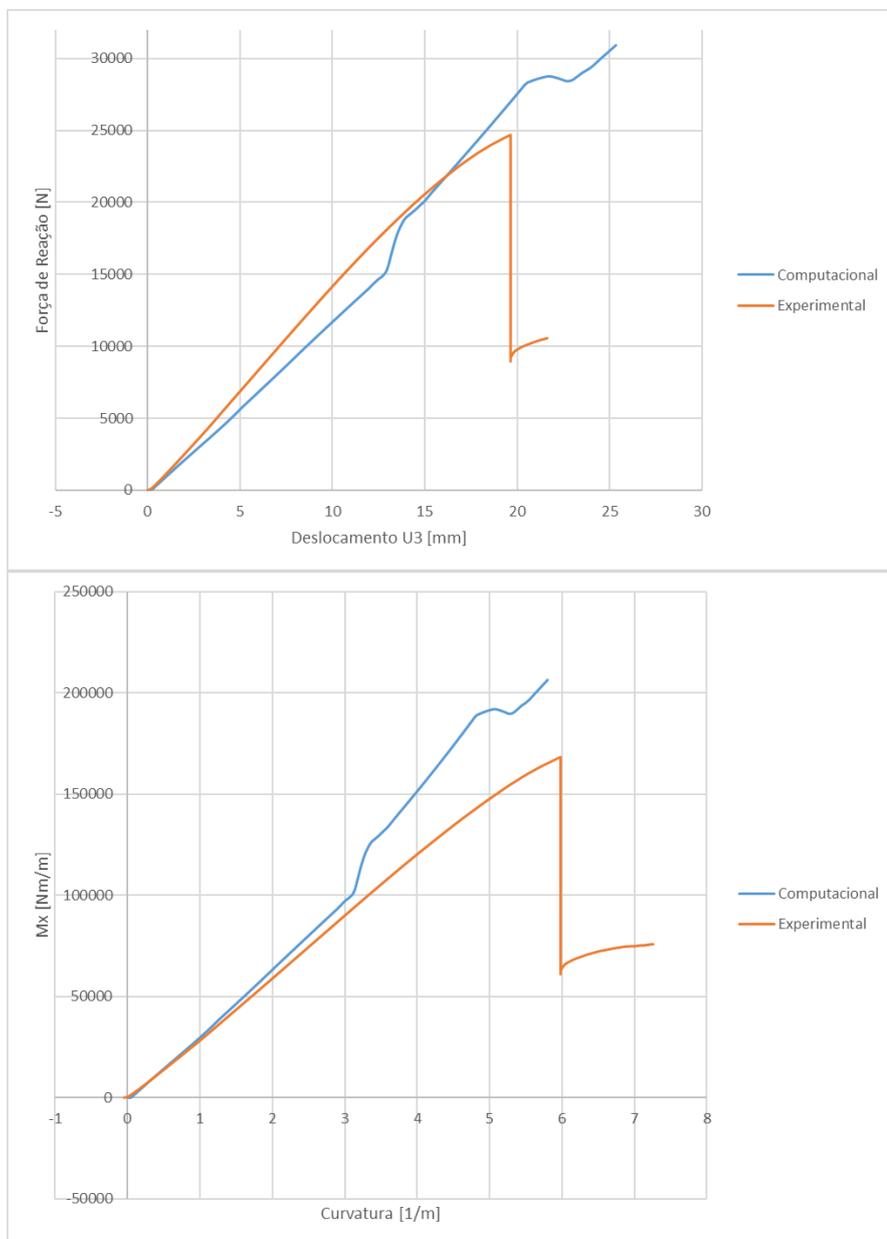
Figura 31 – Comparação M_x x curvatura para placa P13.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Apesar de ter se aproximado da curva experimental, notamos que existe uma não-linearidade da curva computacional, principalmente nos gráficos M_x versus *Curvatura* indicando que há um aumento na rigidez do modelo. A justificativa para esse comportamento se deu por dois fatores. O primeiro foi a hipótese do modelo matemático de linearidade que não satisfaz ao modelo físico, porém o modelo não foi capaz de executar o mesmo teste com a hipótese de não-linearidade geométrica de maneira satisfatória, havendo êxito somente na execução do modelo da placa 13, que apresentou resultado expresso na Figura 32.

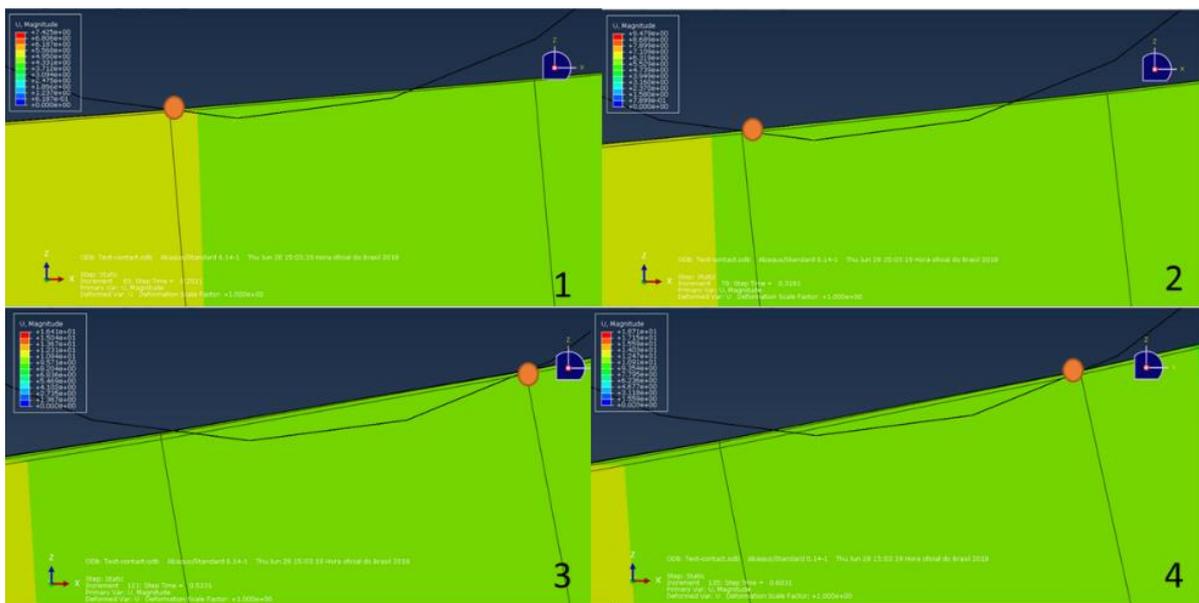
Figura 32 – Simulação não-linear do modelo da placa P₁₃



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

A partir desta análise foi possível notar que o modelo não-linear realmente representa melhor o comportamento do modelo físico, porém é possível notar um aumento de rigidez abrupto por volta dos 13,5mm de deslocamento. Analisando os resultados da simulação neste instante foi possível perceber que a imperfeição entre o contato da malha dos apoios com a malha da placa gerou este fenômeno. Na Figura 33 é possível notar o momento em que ocorreu a mudança do ponto de contato, representado pelo ponto laranja na imagem.

Figura 33 – Variação do ponto de contato do modelo



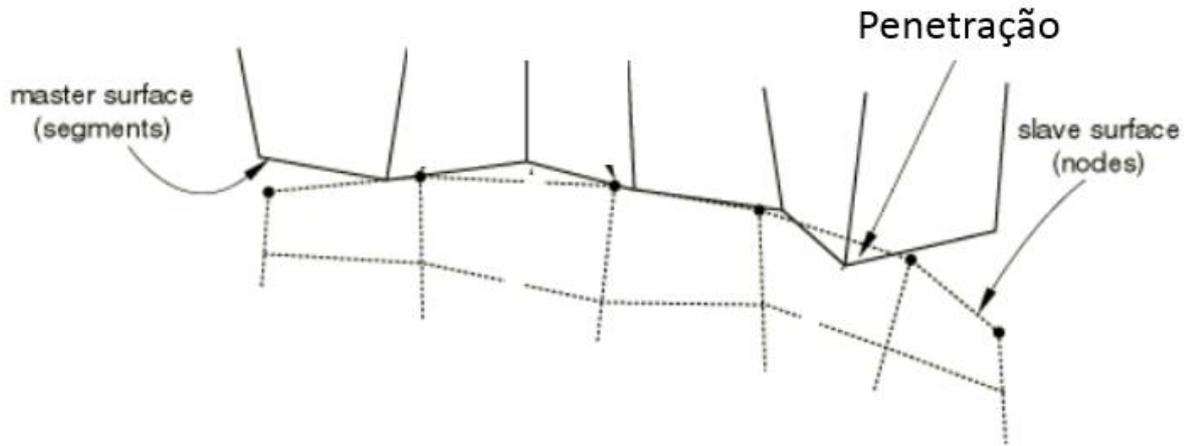
Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Os primeiros modelos utilizaram o *general contact*, o que resultou em um comportamento mais suave na curva, porém, ainda assim foi possível observar degraus devido às grandes distancias de deslizamento, por mais que este comportamento tenha ficado mais evidente no segundo modelo, onde se utilizou a formulação *contact pairs*.

Esse fenômeno é chamado de penetração e ocorre quando a malha da *slave surface* não foi suficientemente refinada. Na Figura 34 é ilustrado como ocorre este fenômeno.

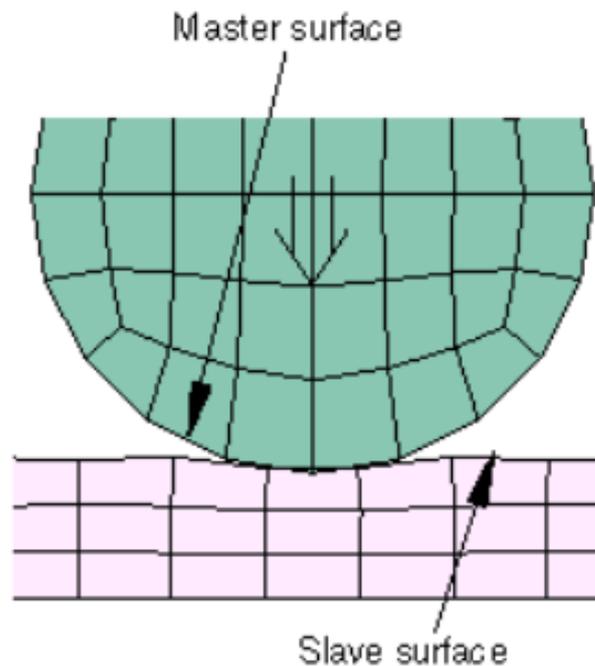
Outro problema de contato encontrado durante as tentativas de correlação foi o aparecimento de contato entre apenas um elemento da placa e o apoio. Este também é apresentado no manual do software e é atribuído à, além de uma malha grosseira na região do contato, também à diferença entre as curvaturas das superfícies envolvidas.

Figura 34 – Penetração da *master surface* na *slave surface* devido ao pobre refino de malha



Fonte: Adaptado de Abaqus, 2014.

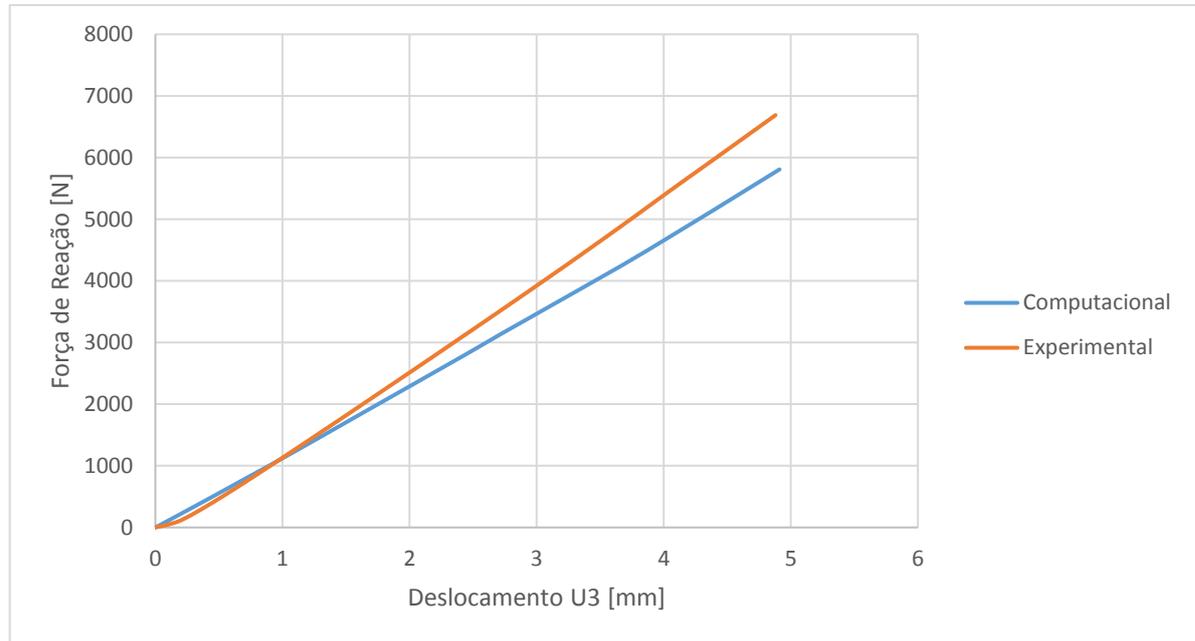
Figura 35 – Diferenças entre curvaturas de superfícies em contato



Fonte: Adaptado de Abaqus, 2014.

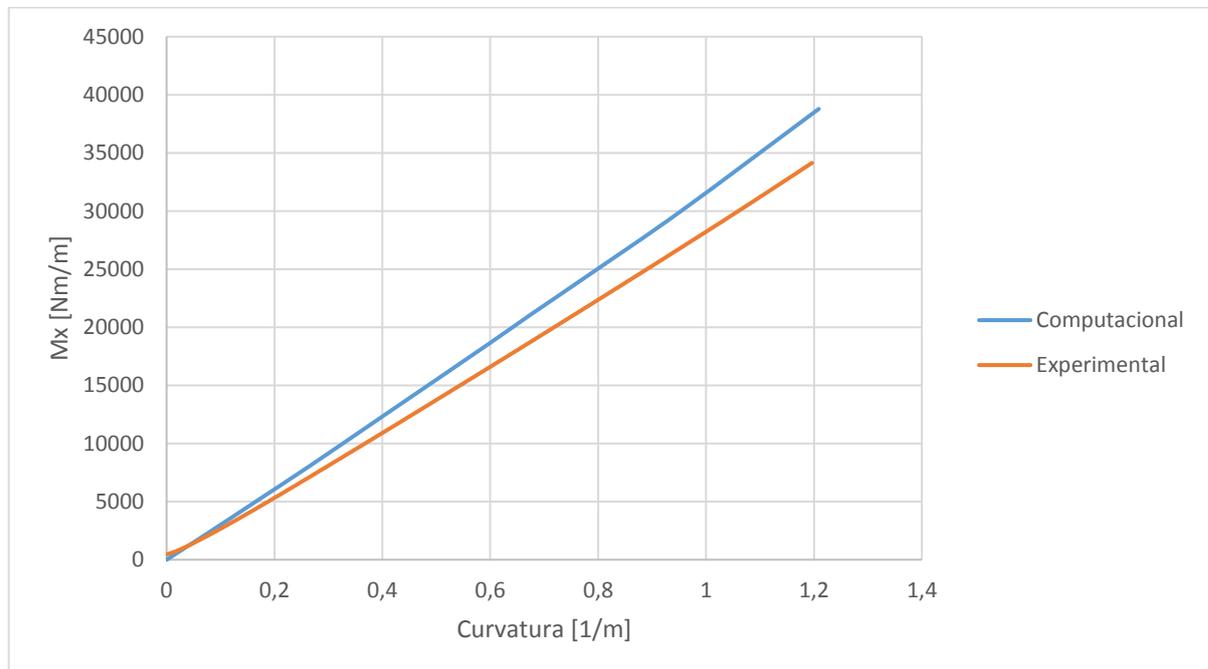
A partir destas análises conclui-se que a comparação entre os resultados experimentais e computacionais para deslocamentos U_3 superiores a 5 mm não seriam capazes de apresentar correlação satisfatória devido à não-linearidade geométrica e à dificuldade de modelamento de um contato fiel ao modelo físico. Então foi realizada a análise quantitativa para a porção inicial linear do ensaio, até o deslocamento U_3 de 5mm, onde ainda não há grande influência destes fatores. As figuras 36 e 37 apresentam os gráficos para esta parte do modelo da placa P13.

Figura 36 – Comparação força vs. deslocamento considerando as análises experimentais e computacionais para P_{13} na região linear



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Figura 37 – Comparação momento vs. curvatura, considerando as análises experimentais e computacionais para P_{13} na região linear



Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Da região entre os valores de curvatura 1 e 0,5, e através da equação 3.69, obteve-se os valores para o coeficiente de rigidez D_{11} , sendo apresentados os resultados para todos os modelos na Tabela 6, onde P_{13}^* representa o modelo com não-linearidade geométrica.

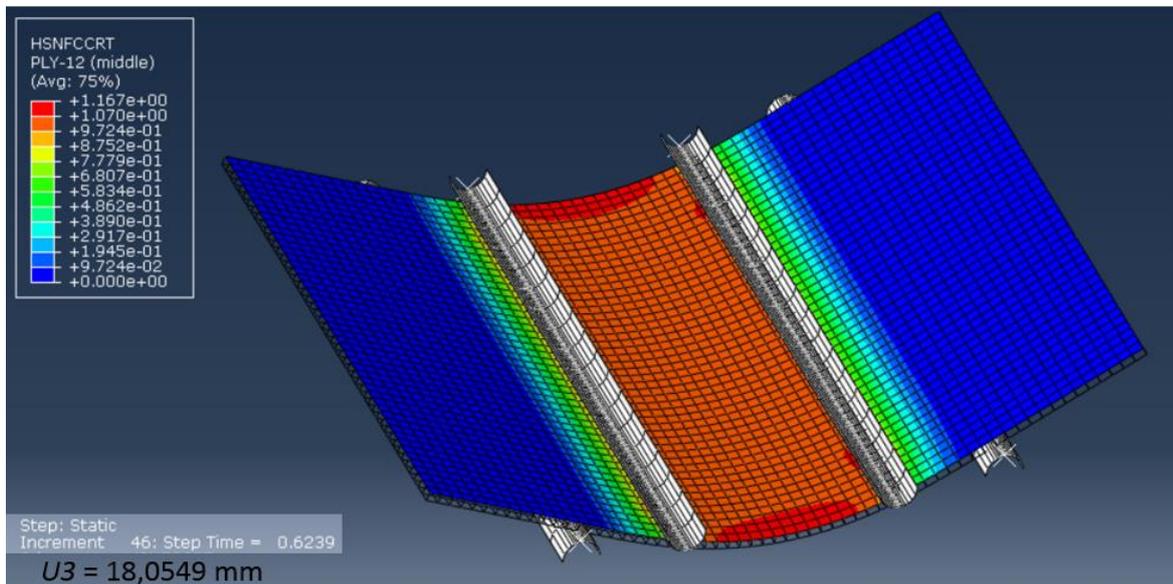
Tabela 6 – Comparação dos coeficientes D_{11} .

Placa	D_{11} Experimental	D_{11} Computacional	Diferença Relativa [%]
P₁₃	28943	32060	10,7
P₁₄	28302	31420	11,0
P₁₅	27289	30986	13,6
P₁₆	27014	31154	15,3
P₁₃*	28943	31034	7,2

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

6.3 ANÁLISE DO CRITÉRIO DE FALHA DE HASHIN

Para analisar o critério de falha de Hashin foi avaliado o primeiro deslocamento no qual o modelo apresentou algum dos quatro modos de falha.

Figura 38 – Falha da placa P₁₃ por compressão na direção das fibras

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Todas as placas tiveram como primeiro modo de falha a compressão da camada 12 na direção das fibras. O instante da falha foi registrado e foi atribuído ao deslocamento U_3 , sendo possível então comparar com o instante da falha no modelo experimental. Foi possível então elaborar a Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação do instante da falha

Placa	<i>U3</i> Experimental [mm]	<i>U3</i> Computacional [mm]	<i>Diferença Relativa</i> [%]
P₁₃	19,64	18,05	8,1
P₁₄	18,09	16,62	8,1
P₁₅	17,70	16,68	5,8
P₁₆	18,70	15,87	15,1

Fonte: Elaborado pelo autor, 2018.

Além da incerteza do resultado apresentado na Seção 6.2, outro fator importante a ser destacado sobre esta análise é que não foi encontrado o momento exato da falha, somente o incremento mais próximo a mesma, sendo que a variação de *U3* entre incrementos nesta faixa alcançava valores de até 2 mm.

7 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi desenvolver um modelo computacional capaz de obter correlação com o modelo físico para casos de flexão 4-pontos de laminados carbono-epóxi compostos por 12 lâminas, sendo modeladas placas intactas e danificadas por delaminação.

O modelo foi parcialmente capaz de atingir os resultados devido a algumas dificuldades em definir o contato e o comportamento da geometria ao longo do tempo, apresentando aumento de rigidez da placa ao longo do ensaio. No que diz respeito a previsão do momento da falha do laminado através do critério de Hashin, o modelo mostrou correlação, porém devido as dificuldades de modelagem descritas anteriormente, apresentou diferenças relativas na ordem de 10%.

Sendo assim, o modelo requer aperfeiçoamentos para que haja uma melhor correlação entre os seus resultados e os resultados experimentais. Dentre estes aperfeiçoamentos pode-se citar um maior refino da malha nos pontos de contato entre os apoios e a placa e a aplicação da hipótese de não-linearidade geométrica.

Um parâmetro não considerado nesta análise foi o de não-linearidade do material, podendo ser escopo para uma futura análise a fim de obter correlações melhores com o modelo físico. Outro ponto é o enfoque no estudo das delaminações, sendo que neste modelo, devido às dimensões da malha não pôde ser estudado a fundo, porém, a partir dos resultados gerais deste modelo é possível desenvolver um submodelo da região de delaminação, e assim estudá-lo no quesito concentração de tensão e descontinuidade.

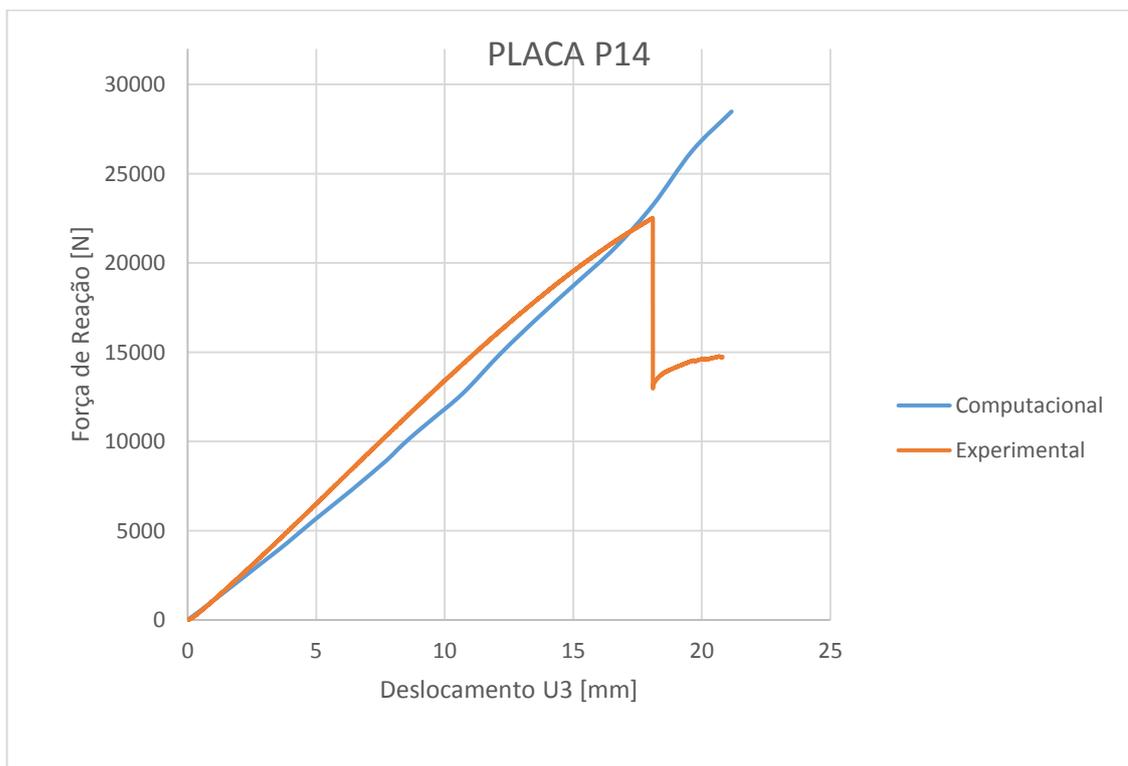
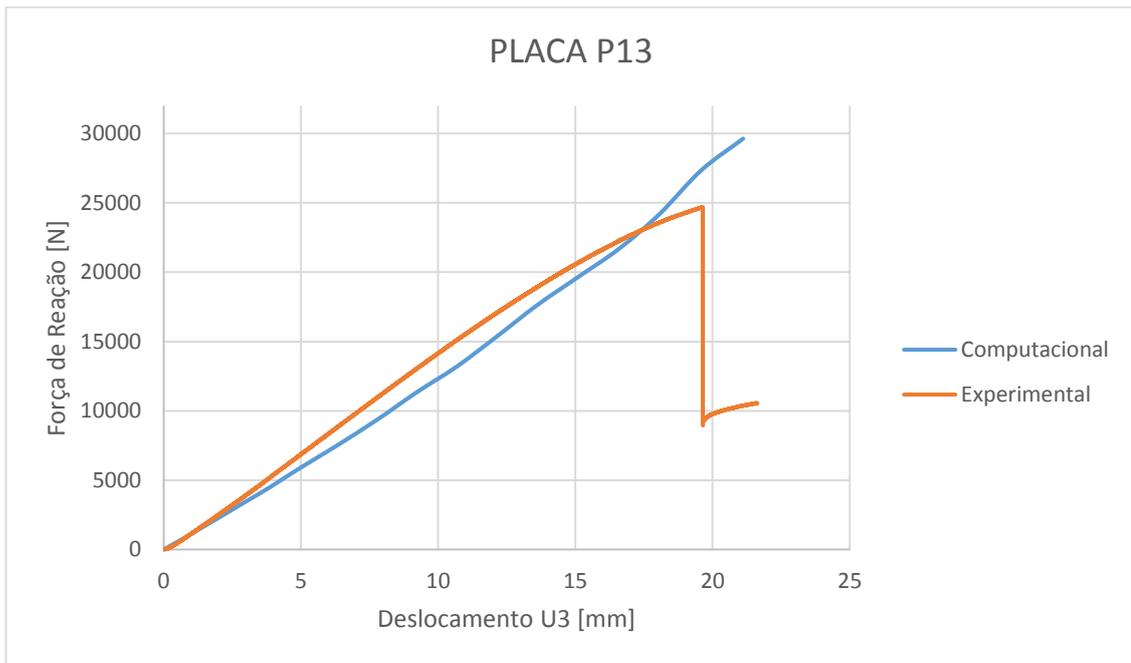
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

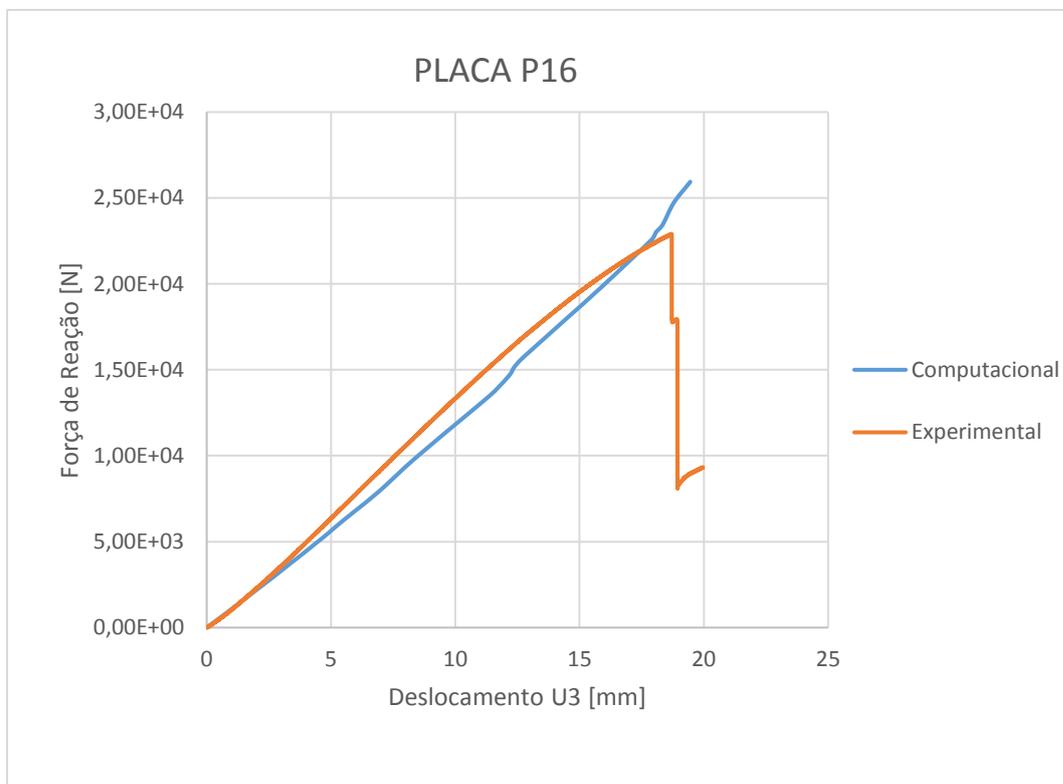
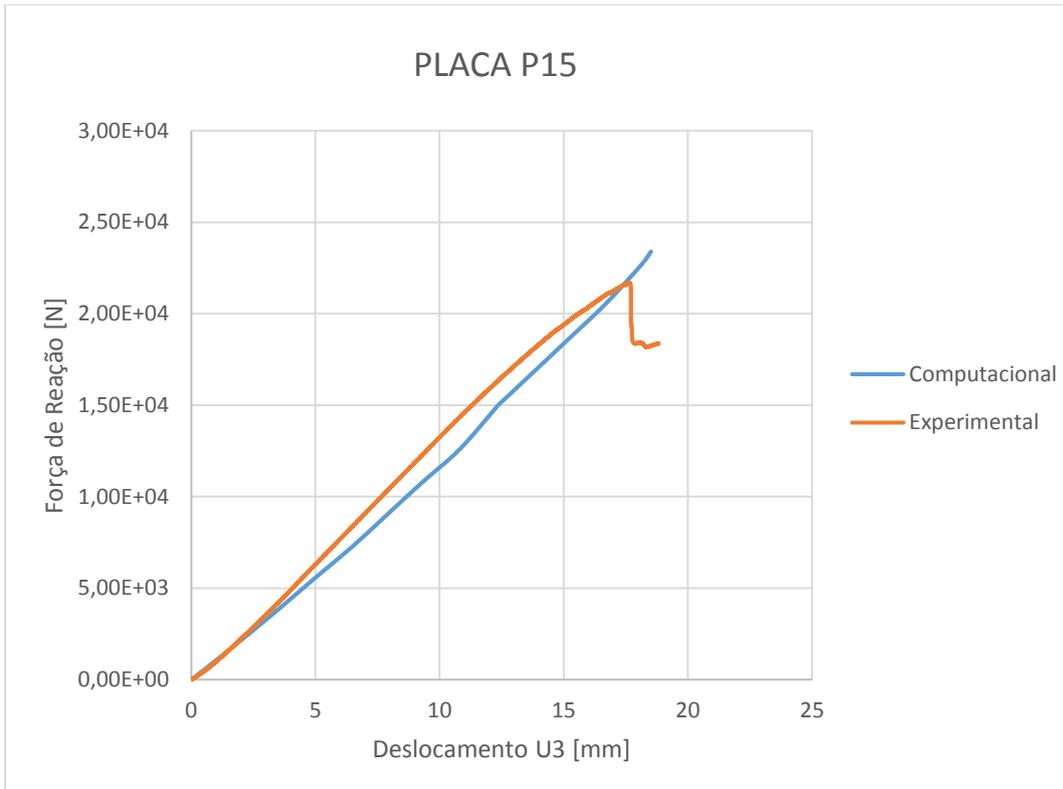
- ABAQUS, 2012, Documentation. Pawtucket: Hibbitt, Karlsson & Sorensen
- AL-QURESHI, H. A. **Introdução aos materiais plásticos reforçados**. UFSC, Florianópolis, 2002.
- AMARO, A. M.; REIS, P. N. B.; DE MOURA, M. F. S. F. Residual Strength after Low Velocity Impact in Carbon-Epoxy Laminates. **Materials Science Forum**, v. 514–516, p. 624–628, 2006.
- ASTM Standard D6272-10. Standard test method for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials by four point bending. ASTM International, 2010. <<http://www.astm.org>>.
- AZEVEDO, A. F. M., Método dos Elementos Finitos, Porto – Portugal, 1ª Edição – Abril 2003, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- BATHE, K.-J. **Finite Element Procedures**. Second Edition. K.J. Bathe, Watertown, MA, 2014.
- BOLOTIN, V. V. Mechanics of delaminations in laminate composite structures. **Mechanics of Composite Materials**, v. 37, n. 5–6, p. 367–380, 2001.
- CANTWELL, W. J.; MORTON, J. The impact resistance of composite materials - a review. **Composites**, v. 22, n. 5, p. 347–362, 1991.
- CARDOSO, E. L. Apostila Mecânica dos Sólidos III, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2003.
- COLLOMBET, F.; BONINI, J.; LATAILLADE, J. L. A three-dimensional modelling of low velocity impact damage in composite laminates. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 39, n. 9, p. 1491–1516, 1996.
- COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E.; WITT, R. J. - Concepts and Applications of Finite Element Analysis, Fourth Edition, John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- DEVIVIER Cédric. DAMAGE IDENTIFICATION IN LAYERED COMPOSITE PLATES USING KINEMATIC FULL-FIELD MEASUREMENTS. **Mechanics of the solides**. Université de Technologie de Troyes, 2012.
- DOWLING, N. E. Mechanical behavior of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue, 2nd ed. Prentice Hall International, London, 1999.
- GARG A. C. Delamination—a damage mode in composite structures. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 29, n. 5, p. 557-584, 1988.

- HASHIN, Z. Failure Criteria for Unidirectional Fiber Composites. *Journal of Applied Mechanics*, v. 47, 1980. p.329-34.
- JONES, Robert M. *Mechanics of Composite Materials* 2.ed. Philadelphia, PA: Taylor and Francis, Inc, 1999
- KIM, J. K.; MACKAY, D. B.; MAI, Y. W. Drop-weight impact damage tolerance of CFRP with rubber-modified epoxy matrix. ***Composites***, v. 24, n. 6, p. 485–494, 1993.
- KOC, M.; SONMEZ, F. O.; ERSOY, N.; CINAR, K. Failure behavior of composite laminates under four-point bending. ***Journal of Composite Materials***, v. 50, n. 26, p. 3679–3697, 2016.
- MEDEIROS, Ricardo de. **Development of a criterion for predicting residual strength of composite structures damaged by impact loading**. Tese (Doutorado em Aeronaves) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2016.
- MENDONÇA, Paulo de Tarso R. *Materiais Compostos & Estruturas-Sanduíche: Projeto Análise* 1. ed. Barueri, SP: Manole, 2005.
- NÁDAI, A. *Theory of flow and fracture of solids*. , Engineering societies monographs.. New York: McGraw-Hill. 1950.
- OZAKI, H.; SAITO, H.; NAKADA, M.; MIYANO, Y. Residual flexural strength after impact for textile carbon fiber reinforced polycarbonate laminates. ***Journal of Reinforced Plastics and Composites***, v. 34, n. 10, p. 830–838, 2015.
- PAIVA, Jane Maria Faulstich de; MAYER, Sergio; REZENDE, Mirabel Cerqueira. Evaluation of mechanical properties of four different carbon/epoxy composites used in aeronautical field. ***Mat. Res.***, São Carlos, v. 8, n. 1, p. 91-97, Mar. 2005.
- SANTIUSTE, C.; SANCHEZ-SAEZ, S.; BARBERO, E. Residual flexural strength after low-velocity impact in glass/polyester composite beams. ***Composite Structures***, v. 92, n. 1, p. 25–30. Elsevier Ltd. 2010
- SCARINGI Denis. *Comportamento em flexão a quatro pontos de tubos compósitos produzidos pela técnica de enrolamento filamentar*. 2010. Trabalho de Conclusão de Curso. Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.
- TITA, V. *Contribution to the study of damage and progressive failure on composite structures*. PhD Thesis– Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.
- TITA, V. *Projeto e Fabricação de Estruturas em Material Compósito Polimérico*. , p. 1–26, 2006.
- ZHENG, S.; SUN, C. T. Delamination interaction in laminated structures. ***Engineering Fracture Mechanics***, v. 59, n. 2, p. 225–240, 1998.

9 APÊNDICES

9.1 APÊNDICE A – GRÁFICOS FORÇA *VERSUS* DESLOCAMENTO U3





9.2 APÊNDICE B – GRÁFICOS MOMENTO M_x VERSUS CURVATURA