

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM  
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**BRUNO HENRIQUE FOGAÇA DE SOUSA**

**DETECÇÃO DE DANO EM VIGA DE ALUMÍNIO ATRAVÉS DE UM MÉTODO  
BASEADO EM VIBRAÇÕES**

**JOINVILLE, 2017**

**BRUNO HENRIQUE FOGAÇA DE SOUSA**

**DETECÇÃO DE DANO EM VIGA DE ALUMÍNIO ATRAVÉS DE UM MÉTODO  
BASEADO EM VIBRAÇÕES**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC0001) do Curso de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE, 2017**

**BRUNO HENRIQUE FOGAÇA DE SOUSA**

**DETECÇÃO DE DANO EM VIGA DE ALUMÍNIO ATRAVÉS DE UM MÉTODO  
BASEADO EM VIBRAÇÕES**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC0001) do Curso de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

**Banca examinadora**

Orientador:



---


Prof. Dr. Ricardo de Medeiros  
UDESC

**Membros**



---

Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso  
UDESC



---

Eng. Luísa Rosenstock Völtz  
UDESC

Joinville, 07 de julho de 2017.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus.

Aos meus pais e minha irmã por sempre acreditarem em mim e por todo o suporte e carinho durante toda essa caminhada, mesmo com toda a distância, sempre se fizeram muito presentes.

Aos amigos que fiz na faculdade, por toda a ajuda, companheirismo e amizade, em especial ao Luís Felipe por ter me ajudado bastante durante este trabalho.

Ao Prof. Dr. Ricardo de Medeiros pelo apoio durante o trabalho e pela confiança.

Sou muito grato a todos vocês por participarem desta etapa. Muito obrigado!

## RESUMO

A utilização de sensores para o controle de vibrações tem enorme aplicação na indústria. Em especial, a aplicação de sensores para monitorar a integridade estrutural (detecção de falhas) tem crescido muito devido à necessidade de melhorias industriais e prevenção de catástrofes. A análise modal, aliada ao monitoramento da integridade estrutural, consiste em criar uma relação entre as respostas de vibração de acordo com a excitação que o sistema recebe, para isso trabalha-se com as Funções de Resposta em Frequência (FRFs). Neste estudo são apresentadas análises computacionais e experimentais, empregando técnicas de monitoramento para a detecção de dano em uma viga de alumínio, na condição livre-livre. Além disso, esta investigação consiste em analisar experimentalmente as formas dos modos e as funções de resposta em frequência da viga intacta e danificada. Os testes experimentais foram realizados usando um martelo de impacto, que excitou a estrutura com sinal tipo pulso e dois acelerômetros, que mediram os dados de saída. Além do teste experimental, foi realizada uma análise computacional através de elementos finitos. Para verificar a influência do dano estrutural, realizou-se três furos na estrutura em questão e foi implementada a análise em quatro etapas distintas: estrutura intacta, com um furo, dois e três furos. De posse dos dados computacionais e experimentais, referente às funções de respostas em frequência da estrutura, aplicou-se uma métrica para quantificar o índice de dano e avaliar a influência do dano na estrutura. Finalmente, foram discutidas as vantagens e limitações da utilização de métodos baseados em vibração no contexto de Monitoramento de Integridade Estrutural (SHM).

**Palavras-chave:** Monitoramento da integridade estrutural. Análise experimental. Vibrações. Índice de dano estrutural.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Sistema de um grau de liberdade excitado harmonicamente e com amortecimento .....	20
<b>Figura 2</b> - Diagrama de corpo livre sistema de um grau de liberdade.....	21
<b>Figura 3</b> - Meios de representação das FRFs.....	23
<b>Figura 4</b> - Representação da FRF em três eixos .....	24
<b>Figura 5</b> - Representação do diagrama de Bode.....	25
<b>Figura 6</b> - Classificação das estruturas para análise por MEF.....	27
<b>Figura 7</b> - Representação esquemática do procedimento experimental.....	33
<b>Figura 8</b> - Fluxograma representando o procedimento adotado durante o estudo.....	33
<b>Figura 9</b> - Ilustração viga de alumínio.....	34
<b>Figura 10</b> - Influência da ponteira no módulo do deslocamento de acordo com a faixa de frequência de trabalho .....	35
<b>Figura 11</b> - Janelamento retangular .....	36
<b>Figura 12</b> - Janelamento exponencial .....	36
<b>Figura 13</b> - Esquematização dos pontos utilizados para encontrar os modos de vibração da estrutura (unidades em milímetros).....	37
<b>Figura 14</b> - Processo passo a passo da produção da malha a ser estudada .....	38
<b>Figura 15</b> - Ilustração da estrutura na condição livre-livre.....	40
<b>Figura 16</b> - Esquematização da viga com dano acumulado.....	41
<b>Figura 17</b> - Esquematização da análise experimental para a obtenção das FRFs.....	42
<b>Figura 18</b> - Ilustração da estrutura intacta .....	43
<b>Figura 19</b> - Ilustração da estrutura danificada com um furo.....	44
<b>Figura 20</b> - Ilustração da estrutura danificada com dois furos .....	44
<b>Figura 21</b> - Ilustração da estrutura danificada com três furos .....	45
<b>Figura 22</b> - Malha original e refinada para a inclusão dos pontos dos acelerômetros.....	46
<b>Figura 23</b> - Ilustração da força unitária atuando na malha .....	47
<b>Figura 24</b> - Amortecimentos estruturais utilizados para a aplicação computacional .....	48
<b>Figura 25</b> - Interface do <i>software</i> para a análise da FRF .....	49
<b>Figura 26</b> - Malha da estrutura danificada com um furo .....	49
<b>Figura 27</b> - Primeiro modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=149,5Hz).....	51
<b>Figura 28</b> - Segundo modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=418Hz).....	52
<b>Figura 29</b> - Terceiro modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=825Hz).....	52
<b>Figura 30</b> - Quarto modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=1362Hz) .....	52
<b>Figura 31</b> - Ilustração da relação da FRF com a forma modal .....	53

<b>Figura 32</b> - Malha com elemento de tamanho 19, 9,5, 4,75, 2,375 e 1,1875 [mm] respectivamente ..	54
<b>Figura 33</b> - Gráfico ilustrando a análise de convergência.....	55
<b>Figura 34</b> - Primeiro modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=157,63Hz).....	56
<b>Figura 35</b> - Segundo modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=434,28Hz).....	56
<b>Figura 36</b> - Terceiro modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=850,78Hz) .....	57
<b>Figura 37</b> - Quarto modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=1405,16Hz).....	57
<b>Figura 38</b> - Modos de vibrar de corpo rígido da estrutura intacta.....	59
<b>Figura 39</b> - Modos de vibrar da estrutura danificada com um furo.....	60
<b>Figura 40</b> - Modos de vibrar da estrutura danificada com dois furos.....	60
<b>Figura 41</b> - Modos de vibrar da estrutura danificada com três furos .....	61
<b>Figura 42</b> - FRF experimental da estrutura intacta – Acelerômetro 1 .....	62
<b>Figura 43</b> - FRF experimental da estrutura intacta – Acelerômetro 2.....	63
<b>Figura 44</b> - FRF experimental estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 1 .....	63
<b>Figura 45</b> - FRF experimental da estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 2 .....	64
<b>Figura 46</b> - FRF experimental da estrutura danificada com 2 furos – Acelerômetro 1 .....	64
<b>Figura 47</b> - FRF experimental da estrutura danificada com 2 furos – Acelerômetro 2.....	65
<b>Figura 48</b> - FRF experimental da estrutura danificada com 3 furos – Acelerômetro 1 .....	65
<b>Figura 49</b> - FRF experimental da estrutura danificada com 3 furos – Acelerômetro 2.....	66
<b>Figura 50</b> - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro 1 .....	68
<b>Figura 51</b> - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro dois.....	68
<b>Figura 52</b> - FRF computacional da estrutura intacta – Acelerômetro 1 .....	70
<b>Figura 53</b> - FRF computacional da estrutura intacta – Acelerômetro 2 .....	70
<b>Figura 54</b> - FRF computacional da estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 1.....	71
<b>Figura 55</b> - FRF computacional da estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 2.....	71
<b>Figura 56</b> - FRF computacional da estrutura danificada com 2 furos – Acelerômetro 1 .....	72
<b>Figura 57</b> - FRF computacional da estrutura danificada com 2 furo – Acelerômetro 1.....	72
<b>Figura 58</b> - FRF computacional da estrutura danificada com 3 furo – Acelerômetro 1.....	73
<b>Figura 59</b> - FRF computacional da estrutura danificada com 3 furo – Acelerômetro 2.....	73
<b>Figura 60</b> - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro 1 .....	75
<b>Figura 61</b> - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro 2 .....	76
<b>Figura 62</b> - FRFs (a) experimentais e (b) computacionais medidas pelo acelerômetro 1 .....	78
<b>Figura 63</b> - FRFs (a) experimentais e (b) computacionais medidas pelo acelerômetro 2 .....	79

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Características do material da viga.....	39
<b>Tabela 2</b> - Relação entre frequência, tamanho de elemento e números de nós .....	55
<b>Tabela 3</b> - Diferença relativa entre as frequências naturais experimental e computacional .....	58
<b>Tabela 4</b> - Frequência natural dos modos de corpo rígido e do primeiro modo de flexão .....	59
<b>Tabela 5</b> - Influência do dano nas frequências naturais da estrutura .....	67
<b>Tabela 6</b> - Índices de dano experimental calculado para o acelerômetro 1 .....	69
<b>Tabela 7</b> - Índices de dano experimental calculado para o acelerômetro 2 .....	69
<b>Tabela 8</b> - Influência do dano nas frequências naturais da estrutura .....	74
<b>Tabela 9</b> - Índices de dano computacional calculados para o acelerômetro 1 .....	76
<b>Tabela 10</b> - Índices de dano computacional calculados para o acelerômetro 2 .....	76
<b>Tabela 11</b> - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga intacta .....	80
<b>Tabela 12</b> - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga com um furo .....	80
<b>Tabela 13</b> - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga com dois furos .....	81
<b>Tabela 14</b> - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga com três furos .....	81
<b>Tabela 15</b> - Diferença relativa entre valores do índice de dano experimental e computacional medido pelo acelerômetro 1 .....	82
<b>Tabela 16</b> - Diferença relativa entre valores do índice de dano experimental e computacional medido pelo acelerômetro 2 .....	82



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>13</b>
<b>2.1 MONITORAMENTO DA INTEGRIDADE</b> .....	<b>13</b>
2.1.1 Técnicas baseadas no domínio do tempo .....	16
2.1.2 Técnicas baseadas no domínio da frequência .....	17
2.1.3 Técnicas baseadas no modelo modal .....	19
<b>2.2 VIBRAÇÕES MECÂNICAS</b> .....	<b>20</b>
2.2.1 Representação e propriedades das FRFs .....	24
2.2.2 Vibrações aplicadas para o estudo do monitoramento da integridade .....	25
<b>2.3 METODO DOS ELEMENTOS FINITOS</b> .....	<b>27</b>
2.3.1 Pré-Processamento .....	28
2.3.2 Análise realizada pelo <i>software</i> .....	29
2.3.3 Pós-processamento .....	30
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	<b>33</b>
<b>3.1 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL</b> .....	<b>34</b>
<b>3.2 ANÁLISE MODAL</b> .....	<b>37</b>
3.2.1 Análise modal experimental .....	37
3.2.2 Análise modal computacional.....	38
<b>3.3 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUENCIA (FRF)</b> .....	<b>41</b>
3.3.1 Análise experimental .....	41
3.3.2 Análise computacional.....	45
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	<b>51</b>
<b>4.1 ANÁLISE MODAL</b> .....	<b>51</b>
4.1.1 Análise modal experimental .....	51
4.1.2 Análise modal computacional.....	54
4.1.3 Análise comparativa entre as formas modais experimentais e computacionais.....	58
<b>4.2 FUNÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA</b> .....	<b>62</b>
4.2.1 Função da resposta em frequência experimental .....	62
4.2.1 Função da resposta em frequência computacional.....	70
4.2.3 Análise comparativa entre as FRFs experimentais e computacionais.....	77
<b>5 CONCLUSÕES</b> .....	<b>83</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>85</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Todas as estruturas, sujeitas a carregamento estático ou dinâmico, degradam com o passar do tempo devido a várias razões, tais como: condições ambientais, variações operacionais, eventos acidentais, e provavelmente a projetos incorretos. Seja qual for a razão de degradação, há uma necessidade de conhecer a resistência e/ou a vida residual da estrutura. Inspeção visual de peças estruturais tem sido a primeira e mais comum procedimento de avaliação. Dependendo do tipo de estrutura, o seu custo de manutenção, e o custo de substituição de peças desgastadas vários métodos tem sido adotado ao longo do tempo (MEDEIROS, 2016).

O monitoramento da integridade estrutural é um tema muito importante nas aplicações em engenharia. A programação de ciclos de manutenção aumenta a vida útil de maquinários e implica em maior segurança. O monitoramento contribui também na redução de custos em manutenção, visto que com sua utilização, é possível substituir a manutenção programada pela manutenção necessária. Portanto, uma maneira de avaliar a integridade de uma estrutura, é através da utilização de sensores de monitoramento, que captam sinais de vibração e através de *softwares* de pós-processamento realizam a análise destes dados. Portanto, o sistema de monitoramento da integridade estrutural deve informar, a cada momento, durante a vida útil de uma estrutura, um diagnóstico do "estado" dos materiais constituintes, das diferentes partes, e do conjunto total destas peças que constituem a estrutura como um todo. Esse "estado" da estrutura deve permanecer no domínio especificado no projeto, embora isso possa ser alterado pelo envelhecimento normal devido ao uso (por exemplo: carregamentos em serviço), pela ação do meio ambiente e por eventos acidentais.

Segundo Soeiro (2001), a análise modal trata-se de um processo por meio do qual se descreve uma estrutura em termos de suas características naturais, isto é, pela análise modal é possível fornecer as informações sobre as frequências naturais, os índices de amortecimento e as formas modais da estrutura em questão.

Segundo He e Fu (2001), é importante conhecer os modos de vibrar de uma estrutura para ter conhecimentos de suas frequências naturais, pois os modos de vibração de componentes ou sistemas mecânicos podem provocar mau funcionamento parcial ou até mesmo permanente, o que pode acarretar em falhas do sistema, resultando assim em situações de desconforto e, em casos extremos, até catástrofes.

Contextualizando a importância do monitoramento, este trabalho tem como objetivo analisar a influência do dano em uma estrutura de alumínio do tipo viga. Para danificar a estrutura, foram realizados três furos na viga. Portanto, para os três furos fez-se uma análise comparativa entre os estados da estrutura, isto é, comparou-se a estrutura intacta com a estrutura com um, dois e três furos. Primeiramente, realizou-se uma análise modal do sistema para identificar as frequências naturais e os modos de vibrar da estrutura. Além disso, foram medidas as Funções de Resposta em Frequência para, posteriormente, calcular e comparar os índices de dano através de uma métrica elaborada por Maia *et al.* (2003). Além da análise experimental, fez-se também um estudo computacional da estrutura através do método dos elementos finitos no *software HyperWorks*. Tal análise visa produzir uma forma de comparação e avaliar através da Função de Resposta em Frequência, com os resultados obtidos experimentalmente. Assim, serão discutidos as potencialidades e limitações da identificação de dano utilizando as propriedades dinâmicas da estrutura.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esse capítulo aborda os fundamentos teóricos necessários para análise dos experimentos e discussão dos dados dessa pesquisa. Para facilitar a compreensão, a revisão foi estruturada em: Monitoramento da integridade, Vibrações e Método dos Elementos Finitos.

### 2.1 MONITORAMENTO DA INTEGRIDADE

O monitoramento da integridade de uma estrutura pode ser considerado como um processo de detecção de dano, e este é visto como uma alteração estrutural que ocasiona mudanças no desempenho. As técnicas de monitoramento são capazes de localizar danos estruturais com a mínima intervenção humana (KESSLER; SPEARING; ATALLA, 2002). É válido citar que, com as técnicas de monitoramento, pode-se melhorar a produção industrial e, em casos extremos, salvar vidas. Para as situações relativas à produção industrial, o monitoramento pode auxiliar nas manutenções, prevendo que estas sejam executadas quando necessárias, impedindo que a produção pare devido a falhas. Para casos extremos, o monitoramento pode impedir que ocorram falhas em aviões, acidentes nucleares etc., evitando-se assim riscos à vida humana.

Desta forma, o monitoramento, isto é, o estudo da integridade estrutural passou a ter uma importância muito elevada atualmente, tanto pelo ponto de vista econômico, como pelo ponto de vista da segurança. São várias as áreas da engenharia voltadas para o monitoramento de sistemas. No entanto, existem quatro áreas chaves denominadas por Worden; Dulieu-Barton (2004):

- *Condition Monitoring*(CM);
- *Non-Destructive Evaluation* (NDE);
- *Statistical Process Control* (SPC);
- *Structural Health Monitoring* (SHM).

Segundo Worden e Dulieu-Barton (2004), as técnicas que fazem parte da área CM são normalmente utilizadas em máquinas rotativas e alternativas. Algumas destas técnicas baseiam-se em sinais de vibração, permitindo assim o monitoramento em tempo real. A análise de óleo, partículas magnéticas, ultra-som, líquidos penetrantes e, também, a análise de

sinais de vibração, são algumas das técnicas de avaliação não destrutiva (NDE). Worden e Dulieu-Barton (2004) relatam também que os processos de controle estatístico (SPC) são processos que monitoram mudanças em estruturas, através da aplicação de uma grande variedade de conceitos estatísticos sobre sinais de vibração medidos por sensores. Por fim, as técnicas SHM implicam na manipulação de sinais medidos por uma rede de sensores para monitorar o comportamento da estrutura em tempo real. Aeronaves, prédios, entre outras estruturas de engenharia mecânica e civil, são alguns exemplos de sistemas nos quais é comum a aplicação das técnicas SHM.

Com tais citações, nota-se que todas as quatro áreas de monitoramento têm como objetivo acompanhar e avaliar a integridade de cada estrutura. Sendo assim, na literatura, todas as áreas de monitoramento são agrupadas em apenas uma: o SHM. Segundo Cavalini Junior (2009) as técnicas SHM denotam um sistema com a habilidade de detectar e interpretar mudanças adversas em estruturas, a fim de obter alto desempenho em operação, reduzir custos de manutenção e principalmente, aumentar a segurança e confiabilidade dos equipamentos.

Segundo Ooijevaar (2014), o processo de monitoramento pode ser dividido em quatro etapas:

1. *Avaliação operacional*: Esta etapa é relacionada com a implementação do sistema de monitoramento, sendo assim, responde perguntas relativas às condições de operação e possíveis limitações para coleta e aquisição de dados.
2. *Aquisição de dados*: Este passo está relacionado com as quantidades de dados a serem medidos, dos tipos e números de sensores para a coleta de dados etc. Segundo Tsuruta (2008), é válido citar que como geralmente as medições são realizadas ao longo de intervalos de tempos, é importante realizar uma normalização dos resultados coletados, visando com que as variações das respostas dinâmicas não sejam afetadas por mudanças nas condições operacionais e/ou ambientais.
3. *Extração de características*: Esta etapa trata-se da identificação de parâmetros sensíveis a danos a partir de dados medidos, isto é, diferencia o estado “intacto” e “danificado”. Estas características de dano podem ser definidas no tempo, frequência ou domínio modal.
4. *Classificação*: Este último passo é relativo à implementação de algoritmos que atuam nas características extraídas (passo anterior) visando distinguir o estado

estrutural danificado e não danificado, a fim de quantificar o estado de dano da estrutura.

De acordo com Doebling *et al.* (1996), para a identificação de dano de uma maneira ideal, o sistema deve ser capaz de: detectar danos em um estágio muito precoce, localizar os danos dentro da resolução do sensor utilizado, fornecer alguma estimativa da extensão ou gravidade do dano e prever a vida útil remanescente do componente estrutural em que o dano foi identificado, independente de mudanças nas condições operacionais e ambientais. É válido citar também que o método deve ser bem adaptado à automação, e deve ser independente do julgamento e habilidade humana.

Conforme Rytter (1993), um sistema de classificação para métodos de identificação de danos pode ser classificado em quatro níveis:

- *Nível 1*: Verificação da presença de dano em uma estrutura;
- *Nível 2*: Determinação da localização do dano;
- *Nível 3*: Estimativa da extensão / gravidade do dano;
- *Nível 4*: Previsão da vida útil restante da estrutura.

Segundo Maio (2011), o estudo do monitoramento pode ser realizado de duas formas. No primeiro caso, trata-se da abordagem com um modelamento matemático, tal estudo é viável para estruturas mais simples e de menor complexidade, visto que é necessário realizar a abordagem analítica e, posteriormente, realizar medições na estrutura real. Caso a estrutura seja muito complexa ou inviável para o modelamento analítico, faz-se necessário a abordagem com a ausência de um modelo matemático, realizando-se assim a medição do dano em momentos distintos na estrutura real.

No presente estudo, será realizado o segundo caso, isto é, não haverá a aplicação de um modelo matemático, porém, ao invés de serem realizadas medições em momentos distintos na estrutura, a danificação da mesma será realizada de forma controlada, ou seja, através de furos na estrutura.

Todos os métodos existentes, baseados em modelos matemáticos ou não, podem ser analisados em três domínios: domínio do tempo, frequência ou modal. As medidas são sempre realizadas no domínio do tempo, depois de efetuadas, é possível realizar, pelo sistema de monitoramento, a conversão destes dados para o domínio da frequência e modal, quando necessário. É válido citar que tal conversão entre domínios necessita de boa compreensão dos

dados medidos. Assim, existe uma discrepância entre autores sobre qual tipo de método é mais viável, seja no domínio do tempo, frequência ou modal.

De acordo com Friswell e Penny (1997), para sistemas lineares poucas informações são perdidas na conversão entre os domínios do tempo e da frequência, eles citam também que o domínio da frequência e o modal são essencialmente equivalentes para o monitoramento de sistemas.

Por outro ponto de vista, Lee e Shin (2002) argumentam que os dados modais podem ser contaminados pelo erro de extração. Tais erros de extração não são encontrados nas FRFs. Também destacam que as FRFs são capazes de fornecer mais informações, visto que os dados modais são extraídos em faixas de frequências muito próximas à ressonância.

Diante do exposto, sendo nenhum método ser capaz de identificar todos os tipos de dano em todos os tipos de estrutura através de um domínio apenas, provavelmente, continuarão havendo campos de estudo tanto no domínio da frequência, quanto no modal e do tempo.

A seguir, tem-se algumas técnicas já utilizadas para o monitoramento. É válido citar que apenas algumas técnicas realizadas serão comentadas, visto que seria inviável comentar todos os estudos já desenvolvidos.

### **2.1.1 Técnicas baseadas no domínio do tempo**

Nos estudos realizados no domínio do tempo, as respostas são utilizadas para encontrar mudanças na massa ou na rigidez da estrutura (MARQUI, 2007). No estudo de Hajela e Soeiro (1990) foi utilizada uma técnica no domínio do tempo, tal técnica usava medidas comparativas entre os dados de entrada e de saída a fim de determinar possíveis variações do sistema. Posteriormente, Melo (1998) desenvolveu a técnica SHM baseada nos observadores de estado para a detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos discretos, tal método consiste em comparar os estados estimados pelo observador de estado para diferentes condições estruturais e, assim detectar e localizar possíveis danos, isto é, os parâmetros sujeitos a falhas são escolhidos e, projetam-se observadores globais que analisam todo o sistema. Outros pesquisadores também realizaram estudos com observadores de estado, como

foi o caso de Lemos (2004) que expandiu a técnica de Melo (1998) para sistemas contínuos, sendo seu estudo foi aplicado em um sistema rotativo.

Outro exemplo da aplicação da técnica, foi apresentado no trabalho de Cacciola, Impollonia e Musolino (2003). Eles utilizaram a análise vibracional de uma viga trincada por meio da análise estocástica para detectar a presença e a posição dos danos estruturais. Um modelo de trinca obtido por elementos finitos foi utilizado para aplicar o método de Monte Carlo a fim de avaliar a elevada ordem estatística das não-linearidades no domínio do tempo.

É válido citar que o monitoramento estrutural também pode ser realizado através da análise das séries temporais das medidas dos sinais de vibração de estruturas em condições perfeitas de funcionamento e em uma condição desconhecida (CAVALINI, 2009). Visto que danos estruturais afetam as propriedades dinâmicas de uma estrutura, resultando assim, na mudança das características estatísticas do sinal histórico temporal de aceleração, por exemplo (MARQUI, 2007).

### **2.1.2 Técnicas baseadas no domínio da frequência**

Nos estudos focados no domínio da frequência, é possível identificar mudanças nas frequências de vibração devido às mudanças nas propriedades estruturais, isto é, conforme a estrutura passa do seu estado intacto para o danificado, ocorrem alterações nas frequências de vibração do sistema. Neste trabalho, serão citadas técnicas que utilizam duas metodologias: impedância elétrica e ondas de Lamb.

A ideia geral da técnica que utiliza a impedância elétrica consiste no uso de elevadas frequências de vibrações a fim de monitorar possíveis variações na impedância estrutural, o que pode indicar uma falha. Para localizar tais variações, faz-se necessário a utilização de sensores piezelétricos, que são capazes de retornar medidas diretamente relacionadas com a impedância mecânica da estrutura (MARQUI, 2007).

Existem diversos estudos na área monitoramento pela impedância elétrica. Lopes Jr *et al.* (2001) apresentou uma metodologia que combina a técnica da impedância elétrica com um processo de otimização para detectar e localizar danos estruturais. A detecção da falha na estrutura é obtida através da técnica da impedância elétrica, enquanto que a severidade é determinada através de otimização hierárquica, baseada em um modelo reduzido de estrutura.



Moura Jr. e Steffen Jr. (2006) apresentaram um procedimento para encontrar as melhores condições de teste, para o monitoramento da integridade estrutural, utilizando a técnica da impedância elétrica aplicada em uma estrutura aeronáutica. O dano foi caracterizado pela adição de massa e dois meta-modelos estatísticos (*Probabilistic Neural Network e Statistics Surface Responses*) foram utilizados para representar a falha na estrutura. Ainda, a técnica de impedância eletromecânica (EMI) foi proposta para medir os espectros de impedância usando elementos PZT e a rede neural, sendo a mesma utilizada como uma ferramenta eficaz de conversão não-linear para quantificar o estado de saúde das estruturas (HE *et al.*, 2014). Outras aplicações da técnica de monitoramento através da impedância podem ser encontradas em: Wang, Chen e Ran (1999), Furtado (2004), Giurgiutiu e Zagari (2005), Kim (2006).

Além da técnica previamente citada, tem-se também a técnica de monitoramento através das ondas de Lamb. Segundo Inman *et al.* (2005), as ondas de Lamb são ondas de deformação plana que ocorrem nas superfícies inferior e superior de uma placa livre. Em tal técnica de monitoramento, atuadores piezelétricos acoplados a superfície da estrutura são utilizados para produzir as ondas de Lamb. É válido citar que nesta técnica também são utilizadas altas frequências de excitação. Além disso, é importante dizer também que o método das ondas de Lamb é complexo devido à dispersividade dessas ondas. Sendo assim, é necessário compreender os fundamentos da propagação da onda e da teoria das ondas de Lamb para que a aplicação deste método ocorra de maneira adequada.

Um dos estudos realizados com as ondas de Lamb foi apresentado por Monnier (2006). Ele utilizou ondas de Lamb para monitorar um painel de carbono/epóxi da *Airbus*. Outro trabalho foi desenvolvido por Franco *et al.* (2009) onde utilizaram as ondas de Lamb para determinar a localização de um dano em uma placa de alumínio. Estes pesquisadores obtiveram resultados significativos aplicando estas mesmas ondas em um painel de uma aeronave. Su e Ye (2005) utilizaram o método de propagação de ondas de Lamb e também Redes Neurais Artificiais (RNAs) para identificar falhas em uma estrutura de fibra de carbono epóxi. Para simulação das ondas de Lamb foi gerado um modelo via método dos elementos finitos (MEF) para a estrutura e para a cerâmica piezelétrica (atuador/sensor). A rede neural foi treinada com as medidas de ondas de Lamb simuladas para a identificação de falhas. Outras técnicas que utilizaram as ondas de Lamb podem ser encontradas em: Giurgiutiu (2005) e Sinha (2007).

### 2.1.3 Técnicas baseadas no modelo modal

Vários trabalhos procuram examinar variações nas propriedades modais de sistemas mecânicos a fim de detectar danos, principalmente nas frequências naturais e na forma dos modos de vibrar (MARQUI, 2007). Tal motivação, para diversos estudos, deve-se ao fato de ambos são facilmente interpretados e, desta forma mais atrativos do que propriedades com características abstratas extraídas no domínio do tempo como, por exemplo, as séries temporais de modelos auto regressivos (FUGATE; SOHN; FARRAR, 2000).

Rizos, Aspragathos e Dimarogonas (1990) localizaram e quantificaram a profundidade de danos a partir dos modos de vibrar de uma viga engastada-livre. Sendo assim, foram utilizados resultados analíticos e, com alguns modos de vibração identificados, foi possível a identificação de danos estruturais. Desta maneira, tal metodologia pode ser aplicada para identificar falhas através dos dados modais medidos. Pandey, Biswas e Samman (1991) investigaram um novo parâmetro, chamado forma da curvatura do modo, como um possível candidato para identificar e localizar danos na estrutura.

Araújo dos Santos *et al.* (2000) descrevem com sucesso um procedimento de detecção de danos baseado nas condições de ortogonalidade da forma dos modos de vibrar. Este procedimento foi demonstrado numericamente em uma placa, sendo o dano causado pela redução na rigidez em pontos específicos da mesma. Kim *et al.* (2003) apresentam uma metodologia para localizar e estimar, não destrutivamente, o tamanho do dano em estruturas para as quais apenas algumas frequências e modos de vibração estão disponíveis.

É válido citar que segundo Marqui (2007), como as frequências modais são propriedades globais da estrutura, não é totalmente claro que mudanças nestes parâmetros possam ser utilizadas para identificar além do nível 1 e 2 de falha. Sendo assim, as frequências geralmente não podem proporcionar informações espaciais sobre mudanças estruturais. Caso o estudo seja realizado em elevadas faixas de frequências modais, ocorre uma exceção, visto que os modos de vibração estão associados com respostas locais.

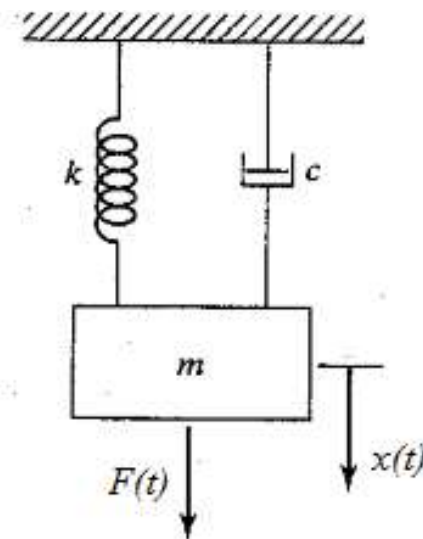
Com base nos cenários descritos acima, diferentes estudos foram desenvolvidos pelo presente grupo de pesquisa. Pissolatto (2014) apresentou a aplicação e comparação da análise modal experimental e numérica para obter alguns parâmetros de vibração de um pórtico. Gracinski (2014) apresentou um método de detecção e localização de trincas em estruturas do tipo viga longa danificadas, utilizando um aparato experimental, análise modal, otimização

por enxame de partículas e um programa comercial de método de elementos finitos. Brighenti (2015) e Zago (2016) realizaram a aquisição e processamento de sinais, em aparato experimental, com o objetivo de detectar diferentes tamanhos de defeitos na pista externa de rolamentos e desbalanceamento de eixos. Tais aplicações utilizaram transformadas e redes neurais.

## 2.2 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

Para a realização de um estudo sobre sistemas oscilatórios, faz-se necessário uma revisão sobre os principais conceitos teóricos sobre vibrações. A priori, faz-se um estudo sobre vibrações com um grau de liberdade, após entendidos estes conceitos, é possível estender os fundamentos para vários graus de liberdade. Segundo Ewins (1984), na prática poucas estruturas podem ser modeladas com base no modelo de um grau de liberdade, no entanto, sob a ótica da análise modal o comportamento dos sistemas de vários graus de liberdade pode ser estruturado a partir da sobreposição linear de vários sistemas de um grau de liberdade. Figura 1 apresenta a ilustração de um sistema equivalente discreto de um grau de liberdade.

**Figura 1** - Sistema de um grau de liberdade excitado harmonicamente e com amortecimento

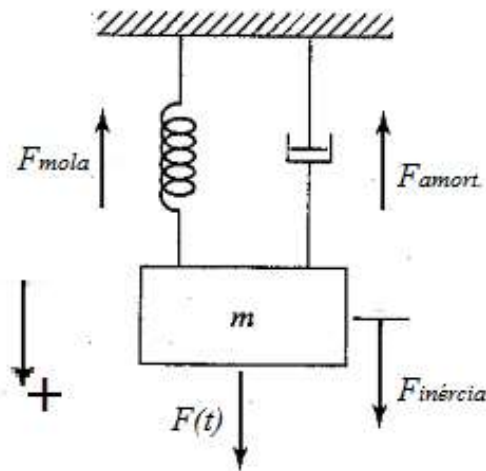


Fonte: Adaptado RAO 2008.

Na figura 1,  $F(t)$  e  $x(t)$  são a força e o deslocamento do sistema em função do tempo, respectivamente,  $m$  define a massa do sistema,  $k$  a sua rigidez e  $c$  o seu amortecimento. Para

definir a equação do movimento do sistema oscilante, (cf. Figura 1), pode-se realizar uma análise energética ou newtoniana (através do somatório das forças atuantes no sistema). Por tratar-se de um sistema simples, será realizado um diagrama de corpo livre, para posteriormente definir sua equação para o movimento. Figura 2 apresenta o diagrama de corpo livre do sistema representado na figura 1.

**Figura 2** - Diagrama de corpo livre sistema de um grau de liberdade



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Através do diagrama de corpo livre desenhado acima, nota-se que foi convenicionado o sentido e direção vertical para baixo como positivo, sendo assim, as forças que estão de acordo com essa convenção são positivas e as forças que se opõem a convenção são definidas como negativas, sendo assim, aplicando um somatório de forças no sistema desenhado acima, temos,

$$\sum F = F_{inércia}, \quad (1)$$

$$F(t) - F_{mola} - F_{amort.} = F_{inércia}, \quad (2)$$

sendo definidos como:  $F_{mola} = kx$ ;  $F_{amort.} = c\dot{x}$ ;  $F_{inércia} = m\ddot{x}$ . Assim, a equação (2) pode ser escrita,

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t). \quad (3)$$

A equação (3) define a equação do movimento do sistema de um grau de liberdade ilustrado na Fig. 1.

Nota-se que a equação (3), trata-se de uma equação diferencial ordinária com coeficientes constantes, de acordo com a mudança dos valores dos coeficientes de tal equação, pode-se ter quatro tipos de vibração distintos:

- **Vibração livre não amortecida:**  $m\ddot{x} + kx = 0$ ;
- **Vibração livre amortecida:**  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$ ;
- **Vibração forçada não amortecida:**  $m\ddot{x} + kx = F(t)$ ;
- **Vibração forçada amortecida:**  $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t)$ .

Para o estudo de caso com vários graus de liberdade, a equação do movimento tem a mesma forma da equação (3), porém, ao invés de existir apenas um termo para a massa, amortecimento e rigidez, existe uma matriz associada a cada um destes. Tem-se também um vetor de deslocamentos, velocidades, acelerações e um vetor de força,

$$[m]\{\ddot{x}\} + [c]\{\dot{x}\} + [k]\{x\} = \{F(t)\}. \quad (3^*)$$

Para encontrarmos a resposta da equação do movimento no domínio da frequência, isto é, sua FRF, faz-se necessário mudar do domínio do tempo para o domínio da frequência, desta forma, supõe-se que a resposta do deslocamento e força são dados na forma,

$$x(t) = X e^{i\omega t}, \quad (4)$$

$$F(t) = F e^{i\omega t}. \quad (5)$$

Com tal solução, temos que a derivada primeira e segunda do espaço,

$$\dot{x}(t) = i\omega X e^{i\omega t}, \quad (6)$$

$$\ddot{x}(t) = i^2 \omega^2 X e^{i\omega t} = -\omega^2 X e^{i\omega t}. \quad (7)$$

Lembrando que  $i^2 = -1$ .

Aplicando as equações (5), (6) e (7) na equação (3), temos,

$$(-m\omega^2 + ic\omega + k) X e^{i\omega t} = F e^{i\omega t}. \quad (8)$$

Reagrupando a equação (8) e separando os termos reais e imaginários, tem-se a função da resposta em frequência na forma de receptância (razão entre deslocamento e força),

$$H(\omega) = \frac{X}{F} = \frac{1}{(k - m\omega^2) + i(c\omega)}, \quad (9)$$

onde  $X$  é a saída do sistema (deslocamento) e  $F$  é a entrada (força atuante para o deslocamento).

É válido citar que de acordo com Maia e Silva (1997) a função resposta em frequência (FRF) descrita na equação (9), expressa a razão entre o deslocamento e a força. Porém, a FRF, também pode ser descrita na forma de mobilidade (razão entre a velocidade e a força), ou ainda na forma de aceleração (razão entre a aceleração e a força).

**Figura 3** - Meios de representação das FRFs

$$\begin{aligned} \text{Receptância: } H(\omega) &= \frac{X(\omega) \left[ \frac{m}{N} \right]}{F(\omega)} \\ \text{Mobilidade: } M(\omega) &= \frac{\dot{X}(\omega) \left[ \frac{ms^{-1}}{N} \right]}{F(\omega)} = i\omega \cdot H(\omega) \\ \text{Aceleração: } A(\omega) &= \frac{\ddot{X}(\omega) \left[ \frac{ms^{-2}}{N} \right]}{F(\omega)} = -\omega^2 \cdot H(\omega) \end{aligned}$$

Fonte: Adaptado Medeiros 2016

De acordo com Chandra e Barai (2014), os parâmetros modais de todos os modos de vibração dentro da faixa de frequência de interesse constituem uma descrição dinâmica completa de uma estrutura. Desta forma, os parâmetros modais representam as propriedades dinâmicas de uma estrutura e quaisquer alterações em suas propriedades de massa, rigidez ou

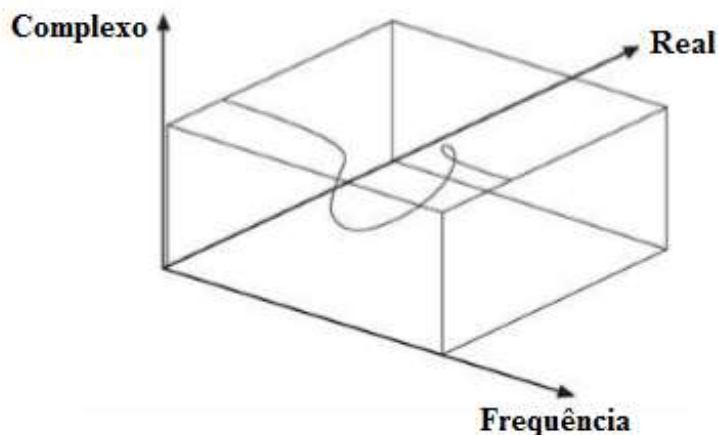
amortecimento, como no caso de danos estruturais, são refletidas nos parâmetros modais do sistema. A análise modal é o processo de determinação dos parâmetros modais de uma estrutura para todos os modos de vibração na faixa de frequências de interesse e pode ser realizada por meio de técnicas analíticas ou experimentais.

### 2.2.1 Representação e propriedades das FRFs

Como foi citado previamente, a representação de dados na forma de FRFs permite conclusões rápidas sobre as principais características modais de uma estrutura, tais como suas frequências naturais e razões de amortecimento.

Ao analisar a equação (9), nota-se que a mesma está no domínio real e complexo, sendo assim, sua representação requer três eixos, que relacionam parte real, a parte imaginária e a frequência (MAIA; SILVA, 1997), a figura 4 ilustra como os três eixos relacionam-se entre si.

**Figura 4** - Representação da FRF em três eixos

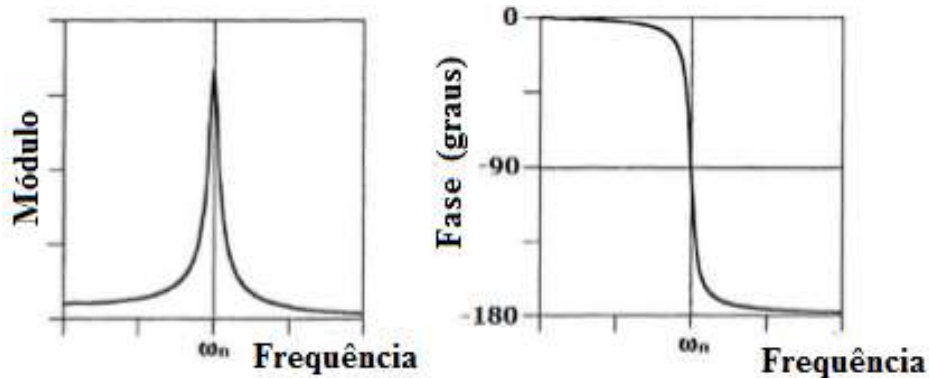


Fonte: Adaptado de He e Fu, 2001, p. 82.

Ao analisar o gráfico acima, nota-se que a utilização da FRF através do gráfico espacial não é muito prática, sendo assim, requer-se uma alternativa para tornar sua utilização mais viável. Portanto, as formas mais comuns de representar a FRF são através de gráficos bidimensionais, como o diagrama de Bode que é representado por dois gráficos, o primeiro,

geralmente a amplitude em função da frequência e o segundo a fase em função da frequência (OLIVEIRA JUNIOR, 2016), como ilustra a figura 5.

**Figura 5** - Representação do diagrama de Bode



Fonte: Adaptado de Silva e Maia, 1999, p. 13

Na figura 5, o eixo do módulo (amplitude), pode ser utilizado na receptância, mobilidade ou aceleração, sendo suas unidades definidas na figura 3. A unidade da frequência em análise nos diagramas pode ser definida pelo usuário que está estudando o sistema, geralmente representa-se em Hz.

É válido citar que a apresentação da FRF pode ser também representada pelo Diagrama de Nyquist. Entretanto, como no presente estudo será utilizado apenas o diagrama de Bode, não será analisado o Diagrama de Nyquist. Outras informações sobre este método de estudo das FRFs, pode ser encontrado em Rao (2008) e Silva e Maia(1999).

### **2.2.2 Vibrações aplicadas para o estudo do monitoramento da integridade**

Os métodos baseados em vibrações para estudos de sistemas SHM são baseados em mudanças nas respostas de vibração do sistema, que são resultantes da ocorrência de dano. Alguns destes métodos utilizam análises baseadas em uma estrutura intacta e, posteriormente essa estrutura é comparada ao novo estado da estrutura para verificar a presença do dano. Tal presença pode ser esperada, quando se realiza a comparação entre as duas estruturas (intacta e danificada) e, conseqüentemente, são encontradas modificações estruturais (na rigidez, por exemplo). Segundo Medeiros (2016) para auxiliar na identificação destas modificações



estruturais, foram desenvolvidos diferentes tipos de métricas para detectar e monitorar danos em estruturas. Usualmente, utiliza-se a Função de Resposta em Frequência para tais métricas.

Medeiros (2016) ainda cita a possibilidade de utilizar diferentes parâmetros para calcular as métricas, dentre estes, destacam-se: frequências naturais, amplitudes, fases, e modos de vibração. A escolha destes parâmetros deve ser definida de acordo com o tipo de análise abordada, tipos de sensores de medição utilizados na estrutura, tipo de dano que deve ser encontrado, entre outros. Sendo assim, deve-se tomar cuidado com o tipo de métrica utilizada para a obtenção de dados mais consistentes.

Diversos índices de danos podem ser encontrados na literatura. Neste trabalho será utilizado o índice de dano apresentado por Maia *et al.* (2003). Em seu estudo, a métrica em questão utiliza as diferenças entre pontos específicos das FRFs, isto é, trata-se da utilização dos dados da estrutura intacta e danificada para fins comparativos. Esta métrica tem como finalidade, detectar a influência do dano na análise de vibração. A métrica de Maia *et al.* (2003) é definida,

$$\Delta H_{jk}(\omega) = |H_{jk}^d(\omega) - H_{jk}^i(\omega)|, \quad (10)$$

onde os sobescritos  $i$  e  $d$  representam a estrutura intacta e danificada, respectivamente. Os subíndices  $j$  e  $k$  indicam a localização da medida e da força, respectivamente.  $H(\omega)$  representa a função de resposta em frequência e  $\omega$  indica a frequência em questão.

A equação proposta por Maia *et al.* (2003) para o cálculo do índice de dano é dada,

$$DI_{MS_j} = \frac{1}{N} \sum_{\omega} \sum_k \Delta H_{jk}(\omega), \quad (11)$$

onde o somatório relacionado ao subíndice  $k$  indica a localização da força e o somatório relacionado ao subíndice  $\omega$  indica o intervalo de frequências. Como no presente estudo a força foi localizada sempre no mesmo ponto, a equação (11) pode ser reescrita da seguinte forma,

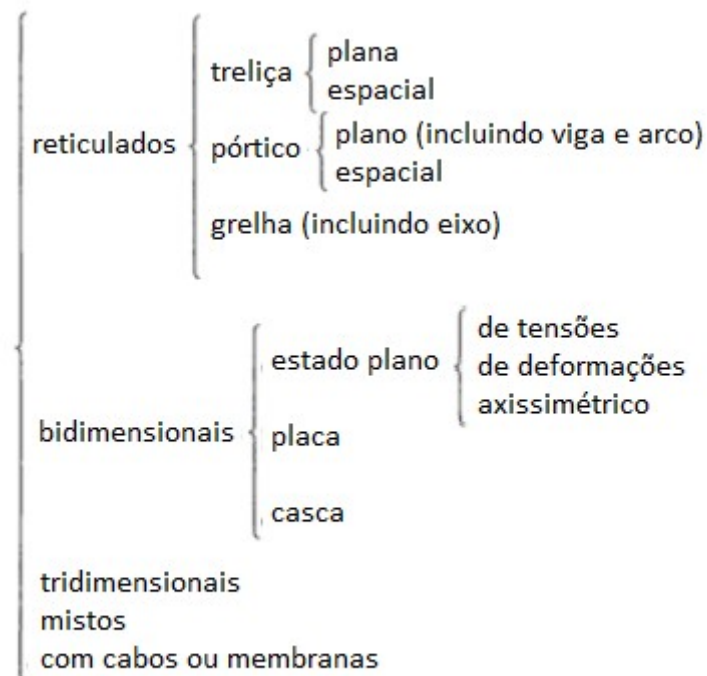
$$DI_{MS_j} = \frac{1}{N} \sum_{\omega} \Delta H_{jk}(\omega). \quad (12)$$

### 2.3 METODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Segundo Azevedo (2003) o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido com geometria qualquer que esteja sujeito a ações externas. Quando existe a necessidade de projetar uma estrutura, é comum a utilização de análises numéricas e modificações das suas características, com o objetivo de se alcançar uma solução satisfatória, seja sobre aspectos econômicos ou por características pré-estabelecidas para a estrutura.

De maneira geral, de acordo com Bathe (2006), o MEF tem como objetivo determinar soluções aproximadas de equações diferenciais. De acordo com Soriano e Lima (2003) em relação à geometria, os modelos matemáticos podem ser classificados de uma forma geral como mostra a figura 6.

**Figura 6** - Classificação das estruturas para análise por MEF



Fonte: Adaptado de Soriano e Lima (2003).

Segundo Soriano e Lima (2003), os modelos reticulados são construídos através da associação de barras ou componentes estruturais, onde a dimensão do eixo longitudinal é a principal em relação às demais dimensões do elemento, por exemplo: seu comprimento é muito maior que a espessura e largura. Os autores citam também que o comportamento de cada elemento de barra é regido por uma equação diferencial, permitindo assim que o comportamento do conjunto de elementos possa ser expresso por meios de equações algébricas.

Soriano e Lima (2003) citam ainda que nos modelos bidimensionais existem duas direções principais. Nos casos do estado plano de tensões, placa ou casca, a terceira dimensão é denominada como espessura. Analogamente, para o caso dos modelos tridimensionais, existem três direções principais. Os problemas de elementos finitos possuem uma sequência para a sua solução, a rotina a ser seguida é:

- Pré-processamento;
- Análise realizada pelo *Software*;
- Pós-processamento.

### 2.3.1 Pré-Processamento

O pré-processamento trata-se da etapa que exige maior esforço da pessoa que está executando a análise em questão. Existem *softwares* em que é preciso extrair o modelo geométrico da estrutura estudada de outro *software* de desenho, no caso do presente estudo toda a modelagem foi realizada com a utilização do *Hyperworks*.

Na etapa de pré-processamento o responsável pela execução da análise deve se atentar a alguns pontos importantes:

- *Criação da geometria*: Consiste em definir quais são os aspectos geométricos da estrutura (comprimento, largura e espessura). No caso estudado, foi necessário desenhar o a estrutura bidimensional e definir a espessura, como será ilustrado posteriormente na metodologia.
- *Definição das propriedades do material*: Está relacionado com as especificações das propriedades do material estudado, após a definição dos aspectos geométricos faz-se necessário definir as propriedades físicas do material (módulo de elasticidade longitudinal e transversal, massa específica etc.), tais propriedades estão correlacionadas com o tipo de análise a ser realizada.

- *Geração da malha de elementos finitos*: Esta etapa consiste em definir o tipo de elemento que será utilizado e, também o tamanho do elemento. O ideal seria a criação de infinitos elementos de malha, visando-se discretizar toda a geometria criada. Como, ao passo que é aumentado o número de elementos, maior torna-se o esforço computacional para a resolução do problema, costuma-se realizar uma análise de convergência indicando o número de pontos que fornece resultados satisfatórios.
- *Definição das condições de contorno*: Existem problemas em que a estrutura em questão está com movimentos restringidos, como é o caso de vigas engastadas (que possuem todos os graus de liberdade restringidos pelo engaste). Para estas situações, que apresentam condições de contorno específicas, deve-se também restringir o movimento no modelo computacional para a obtenção de resultados satisfatórios.
- *Inserção da força na malha*: Nesta etapa, é necessário definir qual em qual ponto a força externa está atuando, visto que o objetivo do MEF é avaliar a resposta do sistema em relação à força de entrada. A definição pode ser sobre cada nó da malha do sistema.
- *Validação do modelo*: Este processo consiste em verificar a veracidade do modelo computacional criado, isto é, faz-se necessário comparar o modelo criado no computador com o sistema real. É válido salientar que, caso o modelo computacional não esteja em conformidade com o modelo experimental, deve-se realizar refinamentos na malha dos elementos finitos (aumentar o número de elementos) ou realizar otimizações no modelo (*model updating*), visando obter resultados mais consistentes.

A etapa do pré-processamento é crucial para bons resultados, visto que, caso o modelo computacional não seja bem realizado, os resultados finais não serão de acordo com o esperado e pode-se resultar em conclusões inadequadas.

### **2.3.2 Análise realizada pelo software**

Após a finalização do pré-processamento, a estrutura está devidamente modelada, com sua geometria, propriedades estruturais, malha, restrições e forças (condições de contorno), tipo de análise. Inicia-se o segundo passo geral do processamento computacional. Neste passo, ocorre o processamento pelo *software*, onde o computador realiza os cálculos matemáticos que aproximam o modelo definido anteriormente com a estrutura real.

Nesta etapa, o tempo de processamento irá depender do número de graus de liberdade do problema, por isso é importante realizar uma análise de convergência, para definir a quantidade de elementos que faz-se necessário para a obtenção de resultados coerentes com os experimentais, evitando-se assim perda de tempo computacional.

O *software* que realiza o processamento, em linhas gerais, tem como função as seguintes tarefas:

- Montar as matrizes de rigidez e massa de cada elemento que compõe a malha de elementos finitos;
- Montar as matrizes de rigidez e de massa globais;
- Reduzir as matrizes globais através das condições de contorno impostas no pré-processamento;
- Resolução do sistema final.

Para a resolução do problema pelo *software*, faz-se necessário utilizar funções de interpolação, que se trata de funções aproximadas para descrever os deslocamentos de qualquer ponto do elemento em função dos deslocamentos dos nós.

Para informações sobre outras funções de interpolação, pode ser estudado em Fonseca (2002), Reddy (2004) e Mafra (2017). Realizada a análise computacional, por fim, faz-se necessário o pós-processamento.

### 2.3.3 Pós-processamento

Nesta etapa, novamente o operador responsável pela execução do processo de análise é o encarregado pela forma que ocorrerá o pós-processamento. O usuário pode receber as informações relacionadas à análise computacional de diversas formas: plotagem de gráficos, animações, valores numéricos etc.

No presente estudo, foi utilizado dois métodos de pós-processamento principais:

- *Plotagem de gráficos*: Faz-se a utilização dos dados fornecidos para a visualização gráfica das informações. No caso estudado, utilizou-se a ferramenta gráfica para visualizar as FRFs e coletar informações sobre a magnitude da aceleração da estrutura na faixa de frequência dos quatro primeiros modos de vibrar em flexão.
- *Animação*: Consiste em usar as informações da análise para uma visualização em forma animada, isto é, a animação ilustra os movimentos da estrutura estudada. No

presente estudo, foi usada a animação para mostrar as formas de vibrar (através da análise modal) do modelo computacional criado.

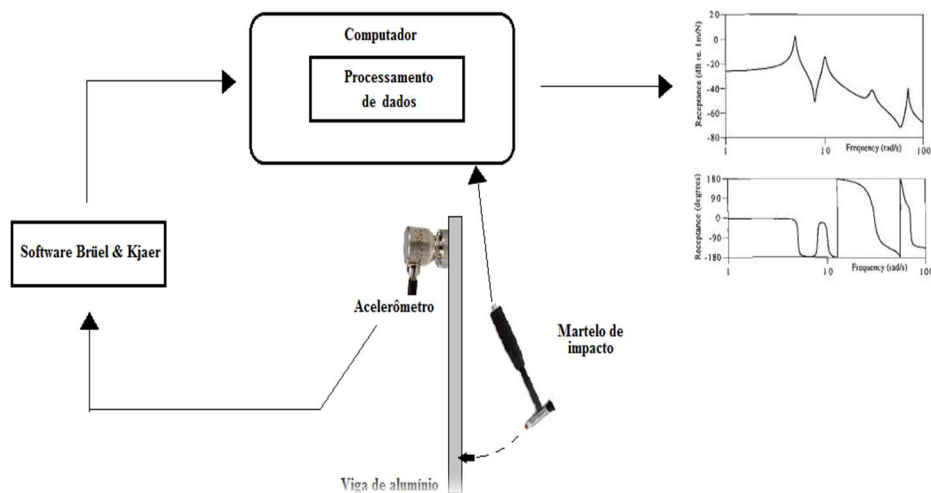
Sendo assim, o pós-processamento tem como princípio mostrar para o usuário os resultados de acordo com a necessidade do mesmo. Em linhas gerais, terminando estes passos citados, o modelamento para a análise por meio do método dos elementos finitos é finalizado e o usuário é capaz de verificar se as informações obtidas pelo procedimento computacional estão conformes com os resultados experimentais.



### 3 METODOLOGIA

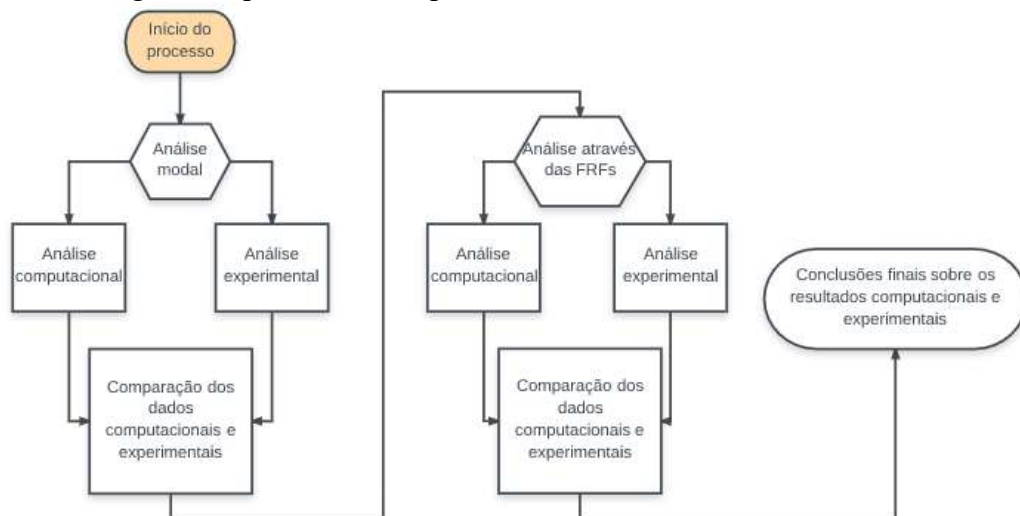
Neste item, faz-se a descrição dos procedimentos e instrumentos utilizados para a realização do procedimento experimental. Além disso, será mostrado o setup experimental e o *software* utilizado. Por fim, far-se-á a análise da estrutura em questão pelo método da simulação através do *software HyperWorks*. Na Figura 7 tem-se uma esquematização do procedimento experimental realizado e a Figura 8 ilustra o fluxograma do procedimento realizado durante a execução do trabalho.

**Figura 7** - Representação esquemática do procedimento experimental



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 8** - Fluxograma representando o procedimento adotado durante o estudo



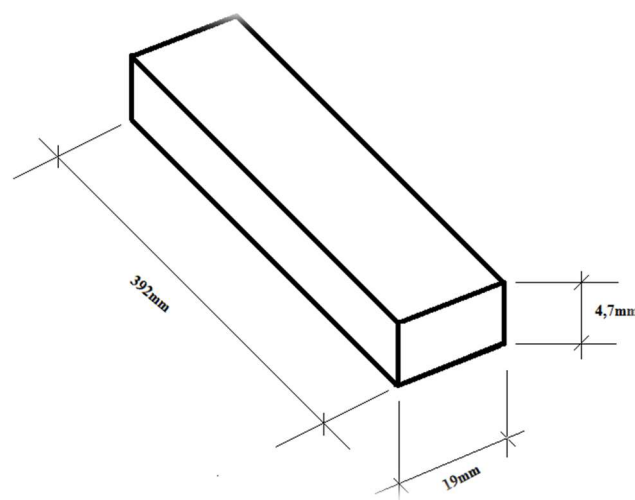
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).



### 3.1 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental consistiu em utilizar uma viga de alumínio, com 4,7mm de espessura, 392mm de comprimento e 19mm de largura, como ilustra a Figura 9.

**Figura 9** - Ilustração viga de alumínio



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

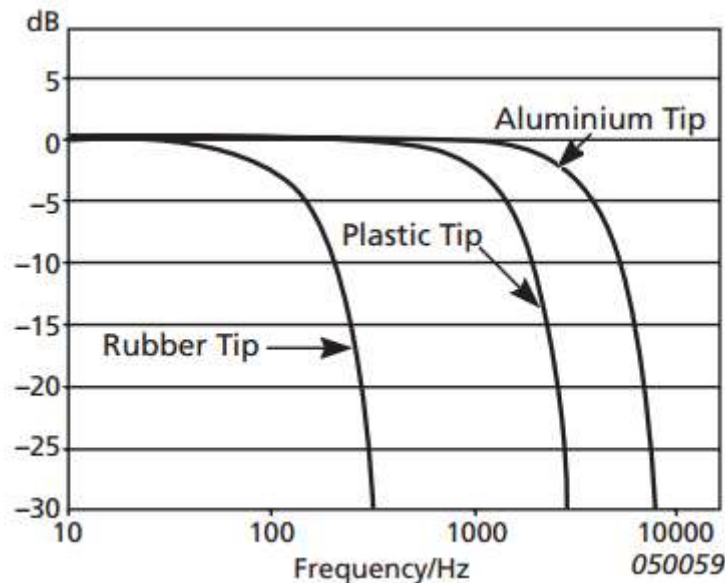
Para a realização dos ensaios, foi necessário fixar-se a viga de alumínio em uma estrutura, para tal fixação, a estrutura foi suspensa por fios elastoméricos, a fim de se obter a condição livre-livre.

Ao realizar a análise modal observa-se um ou mais modos de corpo rígido da estrutura. O modo de vibração de corpo rígido consiste na resposta da viga rotacionada ou transladada em torno dos eixos. De acordo com He e Fu (2001), se as frequências naturais dos modos de corpo rígido são distantes da primeira frequência natural da estrutura, a medição da FRF não será afetada pela condição de contorno. Desta forma, se as frequências dos modos de corpo rígido forem no máximo 10% do valor do primeiro modo de vibração da viga, a condição livre-livre é respeitada.

Durante a análise experimental, utilizou-se um martelo de impacto *Brüel&Kjaer 8206-003 56210* com sensibilidade de 1,14mV/N e utilizando uma ponteira de alumínio. É importante salientar que a ponteira foi escolhida de acordo com as frequências de trabalho.

Como ilustra a figura (10), de acordo com a faixa de frequências, o tipo de ponteira pode influenciar nos resultados das FRFs.

**Figura 10** - Influência da ponteira no módulo do deslocamento de acordo com a faixa de frequência de trabalho

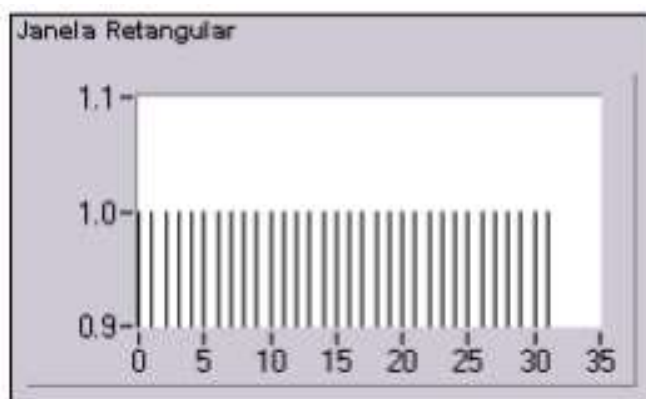


Fonte: <<https://www.bksv.com/-/media/literature/Product-Data/bp2078.ashx>> Acesso em maio 2017.

Analisando a Fig.10, nota-se que o módulo do deslocamento pela força, para elevadas faixas de frequência de trabalho, sofre menor influência quando utilizada a ponteira de alumínio. Desta forma, utilizou-se a ponteira de alumínio para os experimentos.

Além do martelo de impacto, fez-se a utilização de um acelerômetro *Brüel & Kjaer 4397* com sensibilidade de  $1\text{mV/ms}^{-2}$  e a faixa de frequência que o mesmo pode coletar informações é entre 1Hz a 25kHz.

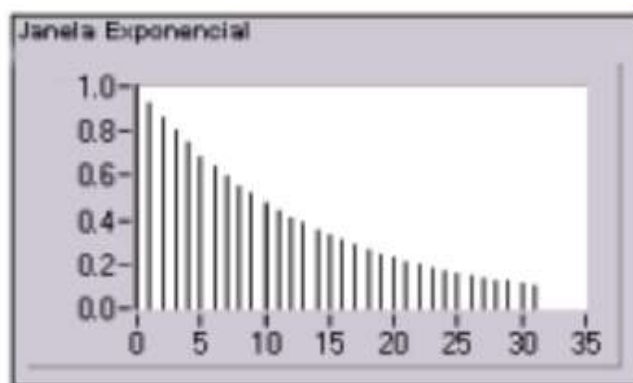
Para o tratamento de sinais obtidos na análise experimental, foi necessário realizar um janelamento nos dados coletados através do ensaio. O janelamento tem como finalidade melhorar a aquisição de dados, ele atua como um filtro para que possam ser coletados os dados da maneira correta. Para o martelo de impacto foi utilizado a técnica retangular, com este método o janelamento tem a forma ilustrada na Fig. 11.

**Figura 11** - Janelamento retangular

Fonte: Andrade e Soares (2000).

Com a utilização desta técnica é possível restringir a faixa de informações, obtendo-se assim apenas os sinais desejados. No caso do impacto, restringiu-se a janela a fim de se obter apenas a amplitude do impacto, excluindo assim os demais sinais presentes no resultado (provenientes de ruído).

Para o acelerômetro foi utilizado o janelamento exponencial, este método tem sua forma ilustrada na Fig.12.

**Figura 12** - Janelamento exponencial

Fonte: Andrade e Soares (2000).

A utilização deste método segue a mesma ideia do janelamento retangular, porém, a resposta que o acelerômetro coleta da viga no domínio do tempo, assemelha-se a uma exponencial como já é conhecido dos conceitos de vibrações. Sendo assim, este janelamento é

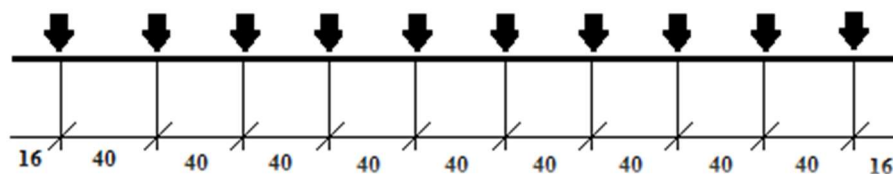
capaz de acompanhar as informações retornadas do experimento e excluir informações indesejadas (provenientes de ruído).

## 3.2 ANÁLISE MODAL

### 3.2.1 Análise modal experimental

Para a análise modal da viga, fez-se necessário fazer a aquisição da FRFs da estrutura para diversos pontos, sendo posteriormente determinados os modos de vibração da mesma. O ideal seria realizar vários impactos (analisando o oitavo modo de vibrar da estrutura e impactando nos pontos de nós e amplitudes máximas) para que o resultado da análise fosse o mais preciso, como isto levaria muito tempo, optou-se por realizar o experimento impactando em 10 pontos simétricos entre si, visando obter bons resultados e com um período de tempo de experimento não tão longo. A Figura 13 ilustra os pontos determinados para realizar as cargas de impacto na estrutura.

**Figura 13** - Esquemática dos pontos utilizados para encontrar os modos de vibração da estrutura (unidades em milímetros)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

É válido citar que o acelerômetro foi fixado no lado oposto aos pontos onde foi impactado a viga. A posição de fixação do acelerômetro foi decidida após a análise computacional, pois assim, já eram conhecidos os modos de vibrar da estrutura e a posição dos nós. Para cada um dos pontos definidos para efetuar a análise, resultou-se em uma FRF para a viga, sendo assim, como foram definidos dez pontos de impacto, resultou-se em dez FRFs.

É importante citar também que os modos de vibrar da estrutura são encontrados nos pontos de ressonância das FRFs, isto é, nos pontos de máxima receptância, mobilidade ou aceleração.

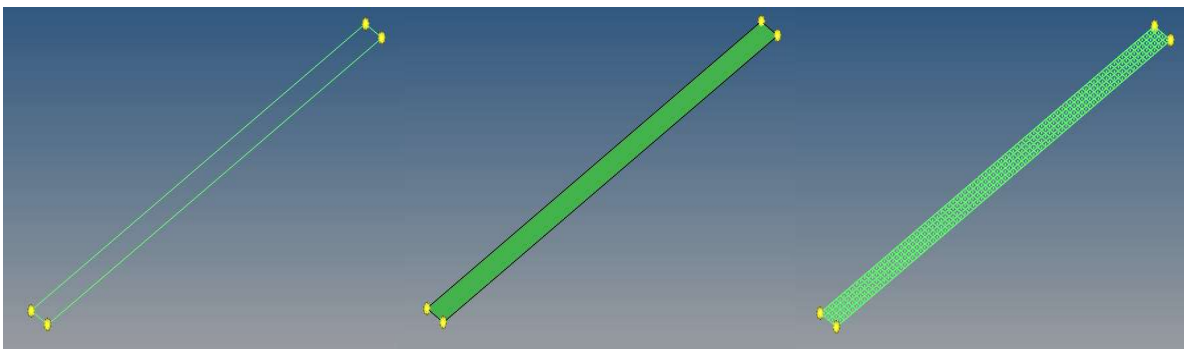
Efetuada as entradas do tipo impulso na viga, com o auxílio do *software Pulse Labshop* da *Brüel e Kjaer*, foi possível definir as formas de vibrar da viga. Os pontos predefinidos para o impulso são importantes, pois, nestes pontos, serão plotados os modos de vibrar da estrutura. Desta forma, como foram definidos dez pontos a serem analisados, foram ilustrados dez pontos de deslocamentos para os modos de vibrar devido à flexão da estrutura, como será mostrado nos resultados e discussões.

### 3.2.2 Análise modal computacional

Para a realização da análise modal através do *software* computacional, foi necessário desenvolver o modelo da estrutura em análise, através de um sistema bidimensional, definir as propriedades geométricas e físicas da estrutura, criar a malha bidimensional e inserir os componentes que realizam restrições e executam a análise em questão.

Como a estrutura do estudo trata-se de uma viga, foi necessário definir os nós temporários da estrutura, unir estes nós através de linhas. Criadas as linhas que regem a viga, a superfície e, posteriormente criar a malha. A Figura 14 ilustra passo a passo os comandos utilizados no *software* a fim de se obter a malha.

**Figura 14** - Processo passo a passo da produção da malha a ser estudada



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Definidas as propriedades geométricas da viga, faz-se necessário definir as propriedades físicas do material, isto é, módulo de elasticidade longitudinal ( $E$ ), densidade ( $\rho$ ) e coeficiente de Poisson ( $\nu$ ). Como a estrutura em análise trata-se de alumínio, a tabela 1 apresenta tais propriedades.

**Tabela 1** - Características do material da viga

Módulo de elasticidade longitudinal	69GPa
Módulo de elasticidade transversal	25GPa
Densidade	2742 kg/m <sup>3</sup>
Poisson	0,33

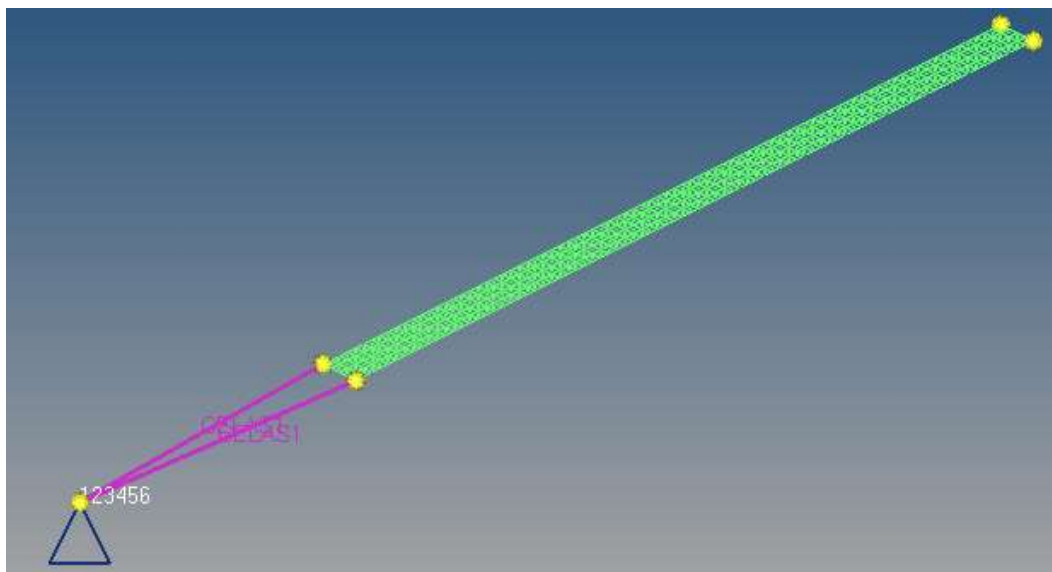
Fonte: Ciência e Engenharia de Materiais: uma Introdução 5ª Edição. Willian D. Callister, Jr (Adaptado)

Vale citar que a unidade de trabalho da densidade é em toneladas por milímetros cúbicos para que as dimensões da estrutura sejam definidas em milímetros. A densidade foi encontrada através da medição da massa da viga e dividiu-se o valor da massa pelo volume da estrutura.

Para a definição das propriedades físicas da estrutura, é necessário criar uma propriedade nomeada “PSHELL” (segundo a interface do programa), porém o elemento utilizado no presente trabalho foi o elemento de placa.

Após a definição das propriedades físicas, o próximo passo consiste em definir as restrições ao movimento da estrutura. Como já mencionado, o estudo ocorre em uma estrutura livre-livre, sendo assim, é preciso criar um componente que fixe a viga e este elemento, sendo que este elemento deve apresentar condições elásticas suaves (baixa rigidez). Para aplicar este elemento na estrutura, utilizou-se duas molas em paralelo, que apresentem pequenos valores de rigidez. Com o baixo valor de rigidez, a estrutura atende ao critério de uma viga na condição livre-livre. Vale salientar que é necessário criar também uma restrição para a fixação das molas, para tal, cria-se um engaste, evitando movimentos (de translação e rotação) em todos os eixos. Figura 15 ilustra a viga apoiada nos componentes elásticos e conectados a um engaste.

**Figura 15** - Ilustração da estrutura na condição livre-livre



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Também é preciso criar, para o componente elástico, propriedades elásticas. Desta forma, cria-se a propriedade chamada “PELAS” (segundo a interface do *software*).

Criados os componentes elásticos que fixam a viga em seu apoio, falta apenas realizar a análise modal propriamente dita. Para a realização da mesma é necessário modelar um componente que faça tal análise, sendo assim cria-se um “*loadsteps*” (de acordo com a interface do programa). Após isso, é preciso definir no *loadstep* como será feita a análise, para tal, define-se o modo de análise como “modal”. Por fim, utiliza-se um “*loadcollector*” e utiliza o mesmo para a função “EIGRL”. Vale lembrar que no *loadcollector* é preciso definir o número de modos de vibração a ser encontrados (no caso deste estudo, foram definidos os vinte primeiros modos de vibrar para posteriormente definir as FRFs) e a faixa de frequência a ser analisada. Definindo todos estes parâmetros, torna-se possível executar o *software* e obter os modos de vibrar da estrutura em análise.

Posteriormente, nos resultados e discussões, serão mostrados os modos de vibrar da estrutura através da análise modal realizada pelo *software* e serão comparados com os modos de vibração experimentais.

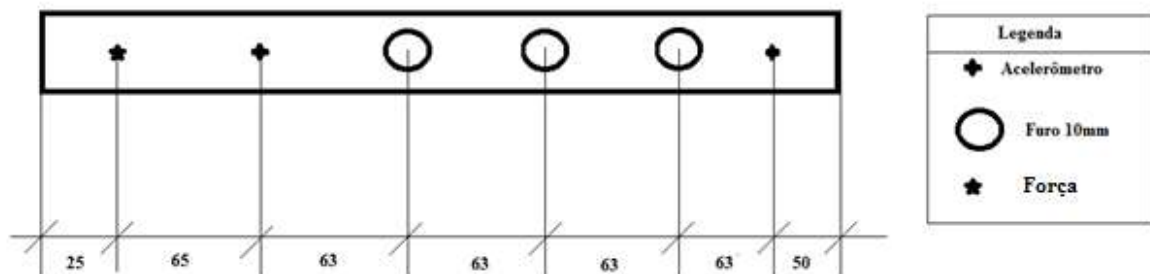
### 3.3 FUNÇÃO RESPOSTA EM FREQUENCIA (FRF)

#### 3.3.1 Análise experimental

Durante a análise experimental para a realização das FRFs, fez-se ensaio com uma viga de alumínio, para a avaliação da influência do dano na estrutura em questão, foram realizados três furos com 10 milímetros de diâmetro a fim de representar o dano estrutural. É importante citar que os estudos das FRFs foram realizados em quatro etapas:

- Viga intacta;
- Viga com um furo;
- Viga com dois furos;
- Viga com três furos.

**Figura 16** - Esquematização da viga com dano acumulado

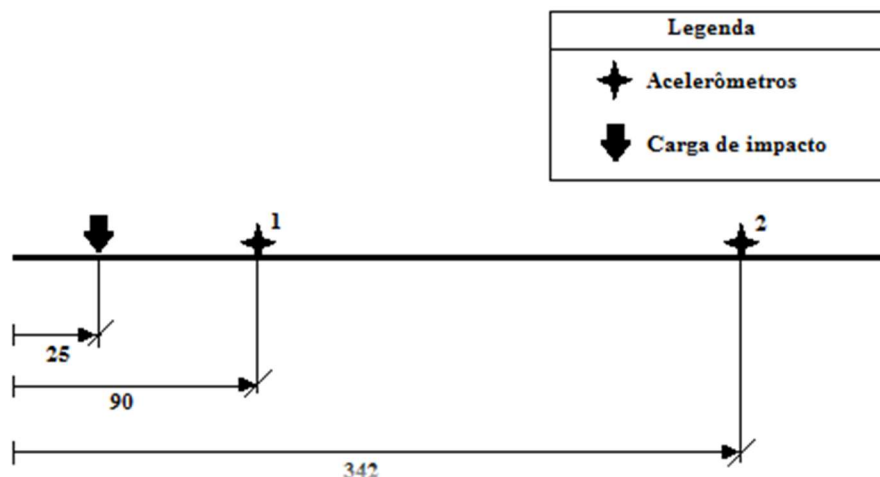


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Foram definidos três pontos simétricos entre si para simular o dano. Figura 16 mostra o esquema da viga danificada em seu estado final, isto é, com os três furos realizados na estrutura. Para a realização dos ensaios visando a obtenção das FRFs, fez-se um procedimento semelhante ao realizado para a análise modal, porém, no caso das FRFs foram definidos dois pontos para os acelerômetros serem fixados e um ponto para ocorrer o impacto, como ilustra a Figura 16. Vale salientar que, para a obtenção da resposta em frequência fez-se também na condição livre-livre. Figura 17 ilustra o esquema para a obtenção das FRFs.



**Figura 17** - Esquematização da análise experimental para a obtenção das FRFs



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Analisando a Fig. 17, nota-se que o impulso de entrada foi definido para ser realizada no ponto de 25mm, o acelerômetro 1 foi fixado em 90mm e o acelerômetro 2 foi fixado em 342mm.

Após definir os valores da equação (10) por toda a FRF, faz-se necessário a aplicação da equação (11) a fim de encontrar o índice de dano na estrutura (ambas as equações estão contidas na revisão bibliográfica).

É importante citar que, como são utilizados dois acelerômetros, são geradas duas FRFs. A primeira FRF (do acelerômetro 1) fornece informações sobre a aceleração do ponto em que o acelerômetro 1 está fixado (em 90mm) em relação ao ponto da carga de impacto (em 25mm). De forma análoga, a segunda FRF (do acelerômetro 2) fornece informações sobre a aceleração do ponto em que o acelerômetro 2 está fixado (em 342mm) em relação ao ponto da carga de impacto (em 25mm).

No caso estudado a força ocorreu sempre na mesma posição, desta forma a equação (11) foi simplificada, tornando-se a equação (12). Para os cálculos do índice de dano será utilizada a equação (12) a fim de detectar o índice de dano na estrutura intacta – um furo, intacta – dois furos e intacta – três furos.

O procedimento experimental ocorreu de maneira análoga para os quatro estados diferentes da estrutura, sendo alterado apenas o parâmetro do dano. Desta forma, nos quatro casos estudados foram obtidos duas FRFs, cada uma relativa ao seu respectivo acelerômetro.

Ainda sobre o experimento, vale salientar que o martelo de impacto é conectado ao processador do *software Brüel&Kjaer*, é necessário que o mesmo esteja conectado ao *software*, assim fornecendo a resposta completa da estrutura, isto é, a aceleração é medida em relação à força do martelo. Desta forma o eixo das ordenadas que aparece nas FRFs resulta na unidade  $\frac{(m/s^2)}{N}$ .

As Figuras 18-21 mostram o a ilustração dos ensaios dinâmicos realizados. Dito que nos quatro estados o ensaio foi realizado da mesma forma.

**Figura 18** - Ilustração da estrutura intacta



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 19** - Ilustração da estrutura danificada com um furo



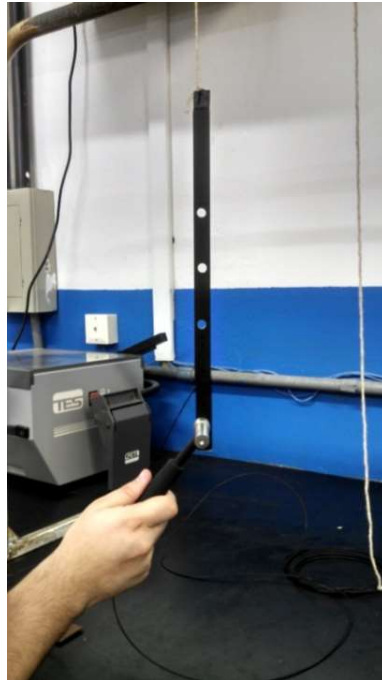
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 20** - Ilustração da estrutura danificada com dois furos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 21** - Ilustração da estrutura danificada com três furos



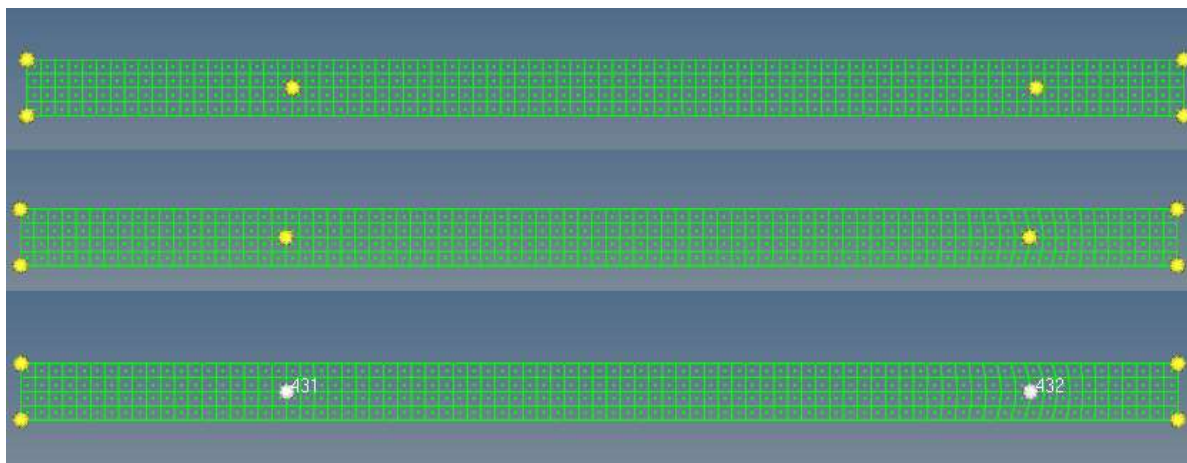
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

### 3.3.2 Análise computacional

Para coletar informações sobre as FRFs através do auxílio computacional fez-se um processo semelhante ao processo da análise modal, isto é, fez-se o modelamento da estrutura em um sistema bidimensional, definiram-se as propriedades geométricas e físicas da estrutura, criou-se a malha bidimensional e foram definidas as condições de contorno para a análise e, por fim, executado a análise em questão.

O procedimento da geração da malha ocorreu exatamente igual ao processo da análise modal. Porém, depois de definida a malha, fez-se necessário a criação de mais dois nós temporários e refinar a malha para que estes dois nós fossem incluídos na malha em questão. Estes dois nós são necessários na análise das FRFs, pois representam os pontos de alocação dos acelerômetros 1 e 2 nos ensaios experimentais. Figura 22 ilustra a malha inicial e a malha refinada, considerando a inclusão dos pontos onde são posicionados os acelerômetros (pontos dos acelerômetros localizados em 90mm e 342mm).

**Figura 22** - Malha original e refinada para a inclusão dos pontos dos acelerômetros



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

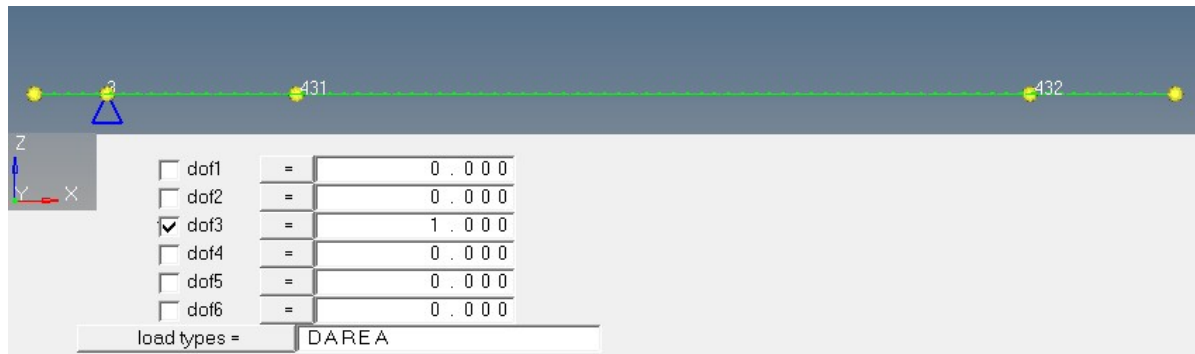
A Figura 22 ilustra passo a passo a distorção da malha, sofrida pela inclusão dos pontos de análise dos acelerômetros, os pontos “431” e “432” são os pontos onde os acelerômetros fornecerão dados das FRFs.

As propriedades físicas da viga são as mesmas da análise modal, visto que é a mesma estrutura. A estrutura será acoplada nos mesmos componentes elásticos e de restrição da análise modal, sendo assim, no *software* serão utilizadas duas molas com baixos valores de rigidez e um engaste para a restrição do movimento, simulando uma estrutura livre-livre. Portanto, da mesma forma que na análise modal, faz-se necessário definir a propriedade “PELAS” e colocar as características elásticas das molas que suportam a viga no engaste.

A partir deste ponto, ocorrem mudanças entre a análise modal e a coleta das FRFs. No caso da análise modal, fazia-se necessário utilizar um “*loadcollector*” com a função “EIGRL” para a criação da análise modal. No caso das FRFs, primeiramente faz-se necessário a criação de um componente de força unitária. Para a criação de tal componente, é necessário definir uma força na direção z (para definir a força, deve-se utilizar a aba de restrições do programa) e definir o valor para tal força igual a 1 (um). É válido citar que para a restrição atuar como uma força deve-se alterar o “*loadtype*” para “DAREA”.

A figura 23 ilustra a interface do programa com a força unitária incluída na malha em estudo.

**Figura 23** - Ilustração da força unitária atuando na malha



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Na figura (23), a restrição de movimento foi definida na direção z (*dof3*) e com valor unitário (esta restrição equivale à força unitária atuante na estrutura). Vale citar que para a inclusão de tal força, fez-se necessário criar um nó temporário na posição de 25mm para que a força fosse acoplada neste nó. Criada a carga na estrutura, o próximo passo é a criação de mais três “*loadcollectors*” para realizar a análise da FRF.

O primeiro destes é a função “TABLED1” esta função define em qual intervalo de pontos a força atuará, sendo assim, como já havia sido realizada a análise modal e era conhecida a faixa em que se encontravam os quatro primeiros modos de vibrar em flexão, definiu-se o intervalo de frequências de 0 até 1600, sendo assim, todas as frequências e modos de vibrar, nesta faixa de interesse, seriam apresentadas nas FRFs. No eixo y da função deve-se manter 1 (um) do ponto de início até o ponto final das frequências, sendo assim, representará uma força de impulso unitária durante todo o domínio de frequências em análise.

O segundo trata-se da função “RLOAD2”, essa função atua como a carga dinâmica na estrutura. A equação que rege tal carga dinâmica é dada por:  $f(\Omega) = A * B(\Omega)e^{(\varphi(\Omega) + \theta - 2\pi\Omega\tau)}$ .

Através das recomendações do *software*, na interface do programa, utiliza-se o valor da carga unitária para a excitação do sistema, este valor de força é definido para a constante A. As constantes que estão no expoente do número de Euler, para o caso de uma carga de impacto, são nulas ( $\Theta$  é a fase,  $\tau$  é o *delay time* e  $\varphi(\Omega)$  é o TP). O valor de  $B(\Omega)$  está ligado à definição já atribuída na função “TABLED1”, desta forma, na interface do programa faz-se necessário vincular tais funções. Feita tal relação, a carga ficará associada à faixa de frequência definida na função “TABLED1”.

Definidos os dados da carga dinâmica, faz-se necessário utilizar a função “FREQi”, nesta função é atribuído o incremento que será realizado para coletar os valores de aceleração. No presente estudo, atribuiu-se um incremento de 0,5Hz, mesmo passo experimental. Sendo assim, o número de pontos coletados para encontrar as FRFs deve ser o dobro do número de pontos definidos na função “TABLED1”.

Por fim, cria-se um coletor com as informações relacionadas ao amortecimento da estrutura. Para informar estes parâmetros, realiza-se a análise modal para encontrar as frequências naturais do sistema e, feito o procedimento em laboratório, utiliza-se os valores de amortecimento encontrados na análise experimental. Sendo assim, como trata-se de quatro modos de vibração em flexão, existem quatro amortecimentos estruturais para o sistema. Para a utilização dos amortecimentos, foi utilizado o valor médio do amortecimento estrutural encontrado por cada acelerômetro, como ilustra a figura 24.

**Figura 24** - Amortecimentos estruturais utilizados para a aplicação computacional

Viga intacta	Amortecimento (%)				Um furo	Amortecimento (%)			
	modo1	modo2	modo3	modo4		modo1	modo2	modo3	modo4
acc1_med1	-	0,427	0,221	0,339	acc1_med1	-	0,332	0,228	0,415
acc1_med2	-	0,43	0,236	0,353	acc1_med2	-	0,352	0,247	0,404
acc2_med1	0,773	0,472	0,217	0,352	acc2_med1	1,59	0,4	0,203	0,418
acc2_med2	0,747	0,474	0,218	0,394	acc2_med2	1,66	0,399	0,197	0,375
MÉDIA	0,76	0,45075	0,223	0,3595	MÉDIA	1,625	0,37075	0,21875	0,403
Dois furos	Amortecimento (%)				Três furos	Amortecimento (%)			
	modo1	modo2	modo3	modo4		modo1	modo2	modo3	modo4
acc1_med1	-	0,289	0,213	0,278	acc1_med1	-	0,354	0,226	0,315
acc1_med2	-	0,29	0,222	0,294	acc1_med2	-	0,347	0,227	0,337
acc2_med1	0,746	0,316	0,187	0,291	acc2_med1	0,811	0,381	0,196	0,341
acc2_med2	0,752	0,33	0,185	0,284	acc2_med2	0,817	0,366	0,199	0,353
MÉDIA	0,749	0,30625	0,20175	0,28675	MÉDIA	0,814	0,362	0,212	0,3365

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Após definir todos os “Loadcollectors” necessários para realizar a análise da FRF, basta criar o “loadstep” que fará a FRF propriamente dita. Desta forma, o tipo de análise deve ser escolhido como “Freq.Resp (modal)” e devem ser associadas as funções definidas previamente com a análise em questão. A figura 25 ilustra a interface do programa mostrando os dados associados.

**Figura 25** - Interface do *software* para a análise da FRF

Subcase Definition	
Analysis type	Freq. resp (modal)
SPC	Restricao (1)
SUPPORT1	<Unspecified>
DLOAD	rLoad2 (4)
MPC	<Unspecified>
METHOD (STRUCT)	EIGRL (6)
METHOD (FLUID)	<Unspecified>
FREQ	Freqi (5)
SDAMPING (STRUCT)	Amortecimento (8)
SDAMPING (FLUID)	<Unspecified>
STATSUB (PRELOAD)	<Unspecified>

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Na figura 25, o termo SPC refere-se à restrição do sistema (engaste que suporta a estrutura), o termo DLOAD faz referência à carga dinâmica de impacto atuando no sistema (definido pela função RLOAD2), o termo EIGRL é utilizado para realizar a análise modal e encontrar as frequências naturais do sistema, o termo FREQ indica a frequência que será estudada (definido pela função FREQi) e por fim, o ultimo termo indica os amortecimentos estruturais presentes no sistema.

Finalizados todos estes passos, é possível realizar a análise dinâmica, buscando obter a FRF da viga intacta e danificada. A única diferença que ocorre no estudo com a viga danificada é que se faz necessário incluir os furos realizados na estrutura real, sendo assim, o passo a passo é exatamente o mesmo, mudando apenas o aspecto geométrico da estrutura. Posteriormente, nos resultados e discussões serão ilustradas as FRFs e comentados os aspectos relevantes. Figura 26 tem-se a ilustração da estrutura danificada e a malha compreendida ao redor do furo.

**Figura 26** - Malha da estrutura danificada com um furo



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).





## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste item, faz-se a descrição dos resultados obtidos após a realização dos procedimentos experimentais e computacionais. As discussões serão subdivididas em análise modal e análise das FRFs, a fim de se obter melhores comparações. Na análise modal serão comparados os parâmetros realizados em laboratório com os resultados obtidos pelo auxílio do *software Hyperworks*. Posteriormente, assim como na análise modal, serão comparados os trabalhos realizados em laboratório com os resultados computacionais para as FRFs.

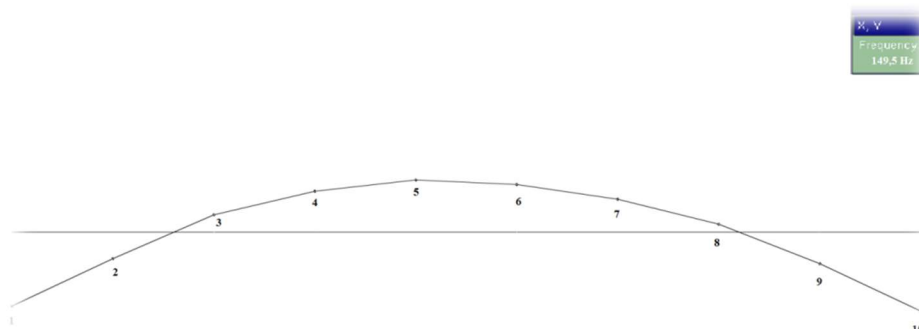
### 4.1 ANÁLISE MODAL

Na etapa da análise modal, primeiramente serão mostrados os resultados obtidos da análise experimental, em seguida serão ilustrados os dados obtidos através do método computacional. Por fim, será realizada uma análise comparativa dos resultados.

#### 4.1.1 Análise modal experimental

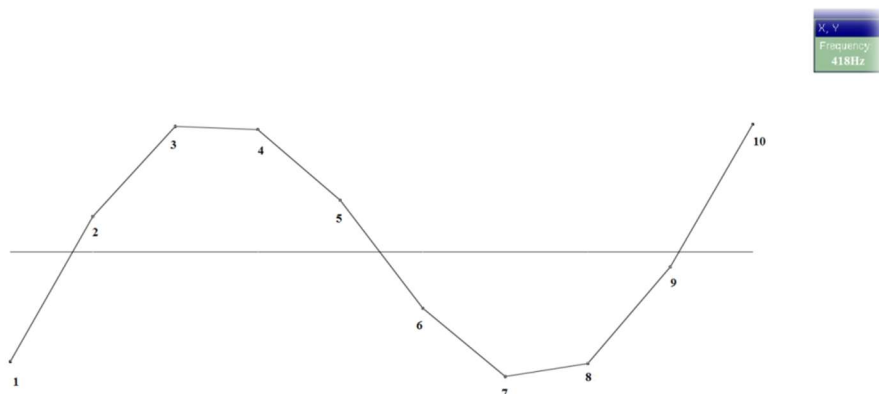
Após o setup experimental, como já descrito na metodologia, foi possível obter os resultados das frequências naturais e dos modos de vibrar da estrutura. As figuras 27-30 ilustram os quatro primeiros modos de vibração em flexão da viga de alumínio analisada.

**Figura 27** - Primeiro modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=149,5Hz)



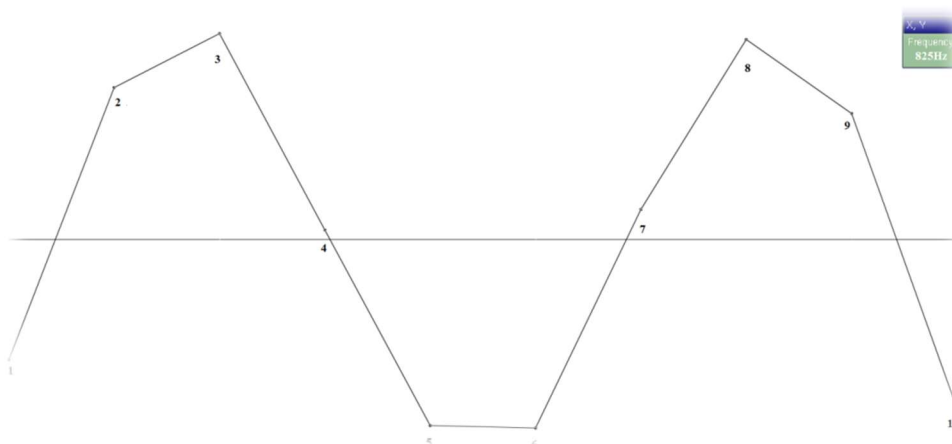
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 28** - Segundo modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=418Hz)



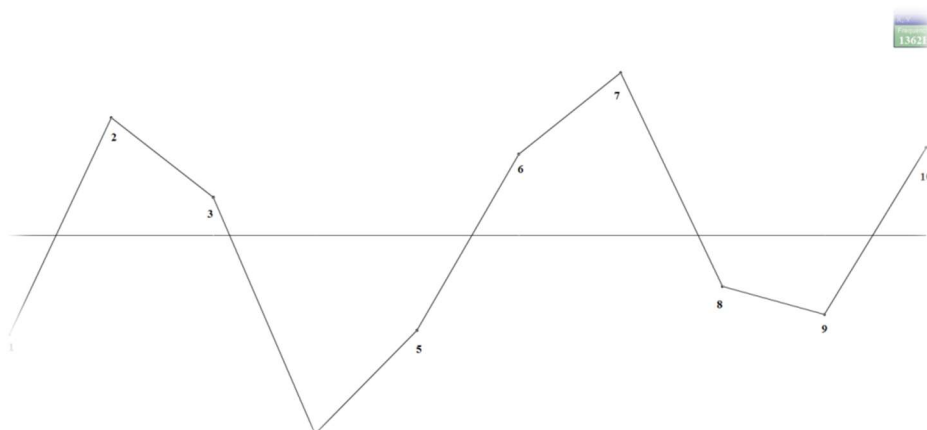
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 29** - Terceiro modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=825Hz)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 30** - Quarto modo de vibrar experimental da estrutura intacta (Frequência=1362Hz)

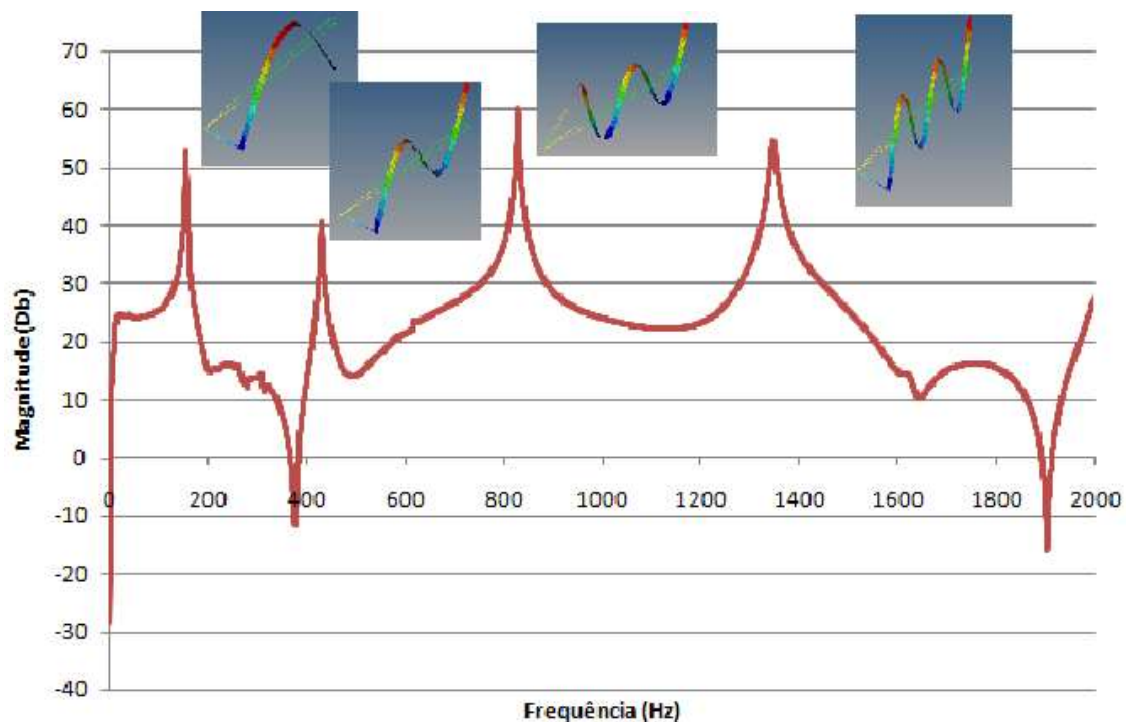


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Nas figuras 27-30, nota-se que foram apresentados os modos de vibração para dez pontos em análise. Por tratar-se de poucos pontos, há curvas não suaves (como é o caso do terceiro e quarto modos de vibrar em flexão), para a obtenção de modos de vibração com curvas mais suaves, faz-se necessário utilizar uma discretização maior para os pontos experimentais. Porém, vale citar que mesmo com curvas não suaves os modos de vibração são bem definidos, pode-se utilizar o terceiro modo de vibração para exemplificar tal fato. Analisando o terceiro modo de vibração (*cf.* Fig. 30) nota-se claramente que a estrutura apresenta simetria em sua forma de vibrar e apresenta três pontos de máxima amplitude.

É importante citar também que os modos de vibrar da estrutura são encontrados nos pontos de ressonância das FRFs, isto é, nos pontos de máxima receptância, mobilidade ou aceleração. Desta forma, cada modo de vibração foi coletado em um dos picos da FRF, como ilustra a figura 31.

**Figura 31** - Ilustração da relação da FRF com a forma modal



Fonte:

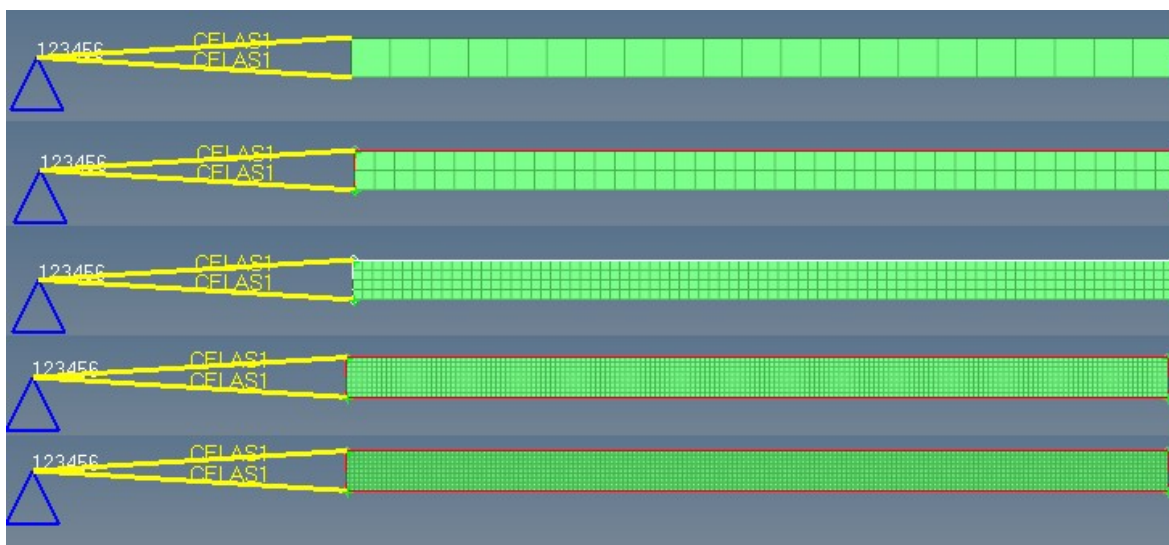
Elaborado pelo próprio autor (2017).

#### 4.1.2 Análise modal computacional

Após a realização do procedimento descrito na metodologia, foi possível obter as frequências naturais e os modos de vibrar da estrutura. É válido citar que, primeiramente, foi realizada uma análise de convergência da malha, isto é, a malha construída para a análise modal foi refinada até que convergisse em resultados satisfatórios, tais resultados podem ser avaliados pela diferença entre os dados das malhas.

Como a viga apresenta 19mm de largura, partiu-se de um elemento quadrilátero com tamanho 19, desta forma haveria apenas um elemento na largura da viga. Posteriormente, utilizou-se um elemento com tamanho 9,5 (metade do tamanho anterior), sendo assim, passou-se a ter dois elementos na largura da estrutura. Em seguida, utilizou-se um elemento de tamanho 4,75 e assim por diante (sempre dividindo o tamanho do elemento anterior por dois). Escolheu-se essa forma de análise para que sempre a estrutura apresentasse elementos iguais na sua malha, como ilustra a figura 32.

**Figura 32** - Malha com elemento de tamanho 19, 9,5, 4,75, 2,375 e 1,1875[mm], respectivamente



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Analisando a figura 32, nota-se claramente que a quantidade de elementos na malha cresce de maneira muito grande ao passo que ocorre o refinamento da malha, sendo assim, fez-se um gráfico da frequência pelo número de elementos da estrutura, a fim de se obter um valor ótimo de elementos, para a discretização da malha.

Vale citar que a análise de convergência ocorreu utilizando o oitavo modo de vibrar da estrutura, tal escolha foi com a finalidade de validar todas as faixas de frequência abaixo do oitavo modo de vibração, visto que a importância desta análise é definir qual tamanho de elemento retorna resultados satisfatórios.

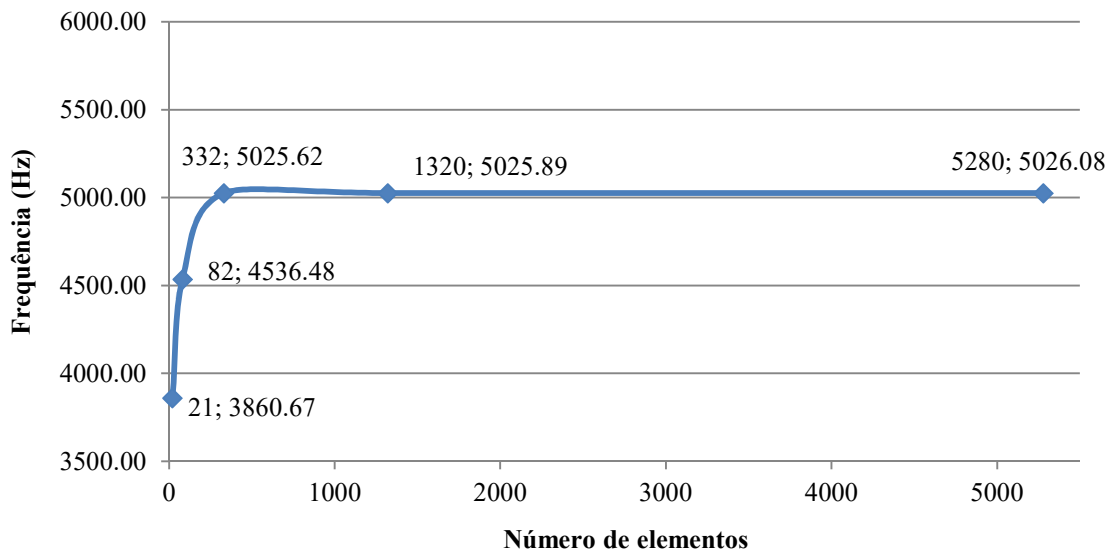
A tabela 2 relaciona a quantidade de elementos, o tamanho do elemento e seus respectivos valores de frequência. Além disso, pode-se observar na Figura 33 a relação entre tais parâmetros.

**Tabela 2** - Relação entre frequência, tamanho de elemento e números de nós

Análise de convergência pelo 8º modo de vibração em flexão		
Número de elementos	Tamanho de elemento (mm)	Frequência (Hz)
21	19	3860,67
82	9,5	4536,48
332	4,75	5025,62
1320	2,375	5025,89
5280	1,1875	5026,08

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 33** - Análise de convergência do 8º modo de vibração em flexão

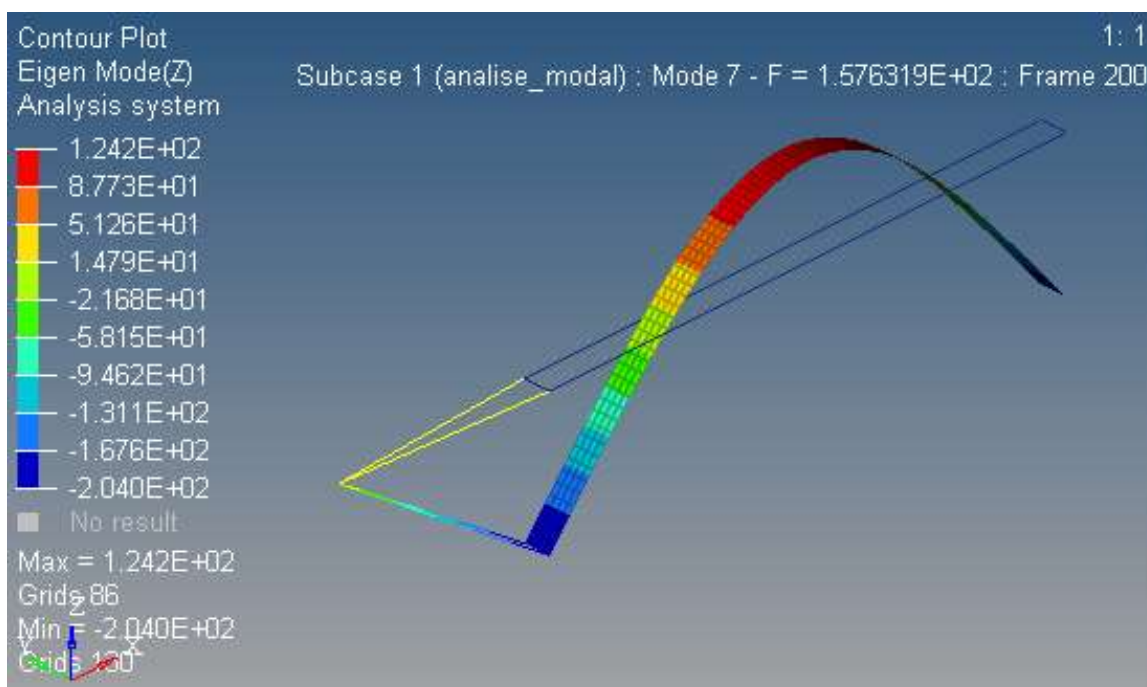


Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Através da Figura 33 e da tabela 2, pode-se verificar que a alteração no valor da frequência, a partir de 332 elementos torna-se muito pequena, desta forma, para os estudos da análise modal e das FRFs foi utilizado o elemento de tamanho 4,75 [mm].

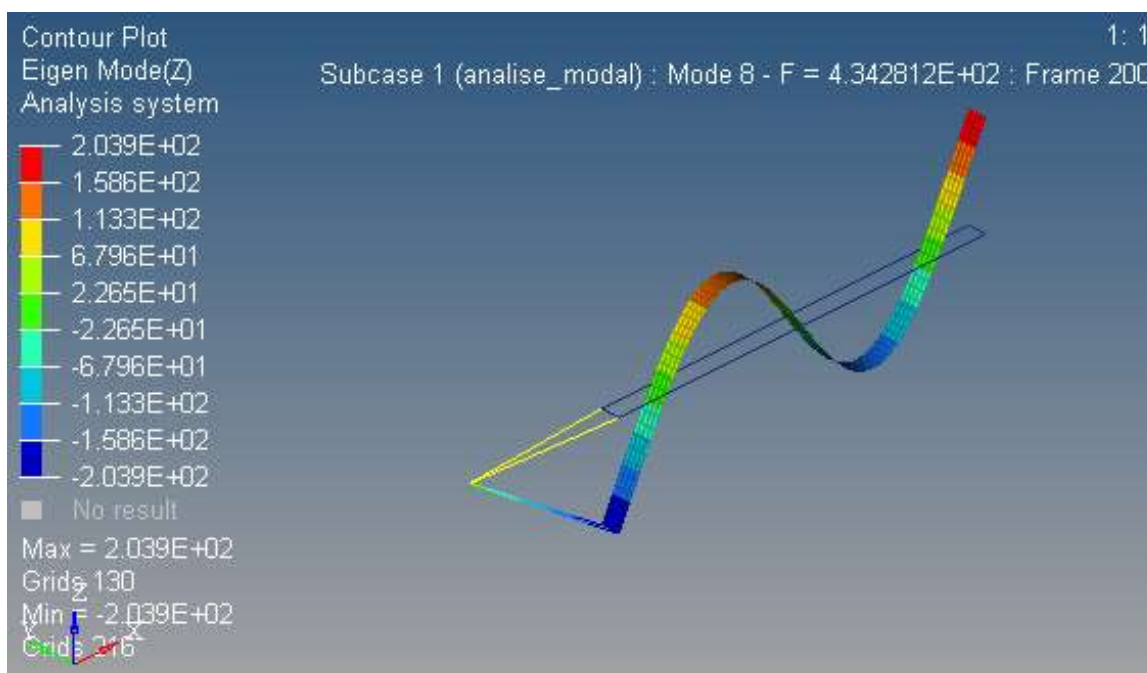
Definido o tamanho dos elementos para as análises computacionais, o próximo passo é avaliar os modos de vibração da estrutura, nas figuras 34-37 é possível verificar os modos de vibração da viga intacta.

**Figura 34** - Primeiro modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=157,63Hz)



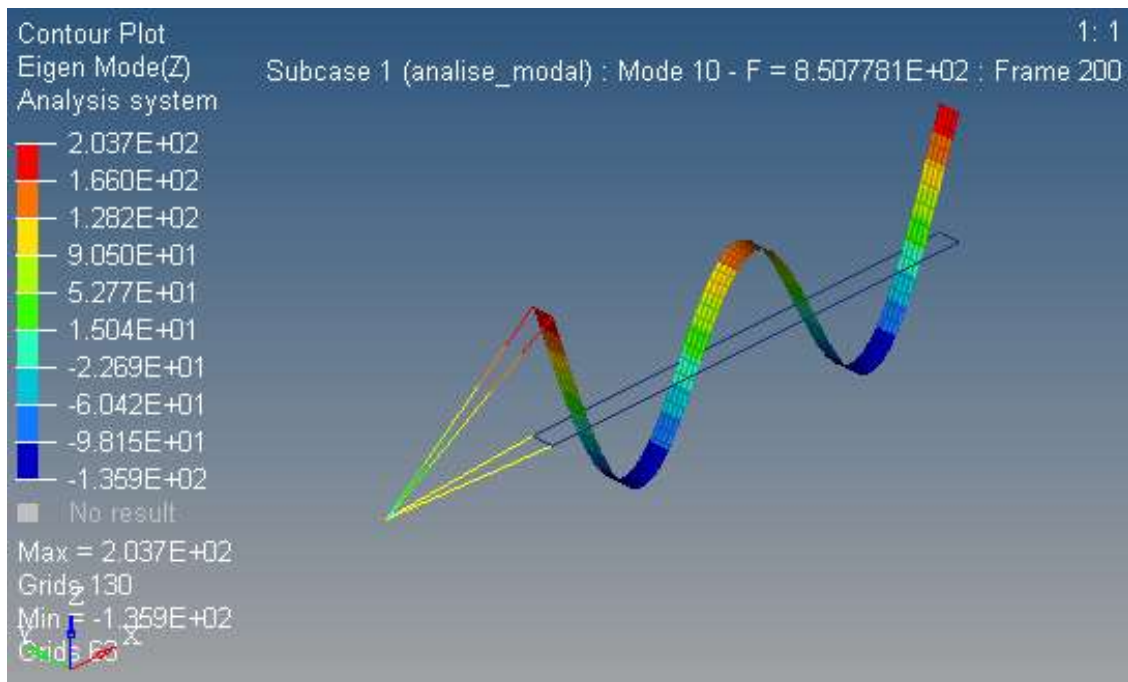
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 35** - Segundo modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=434,28Hz)



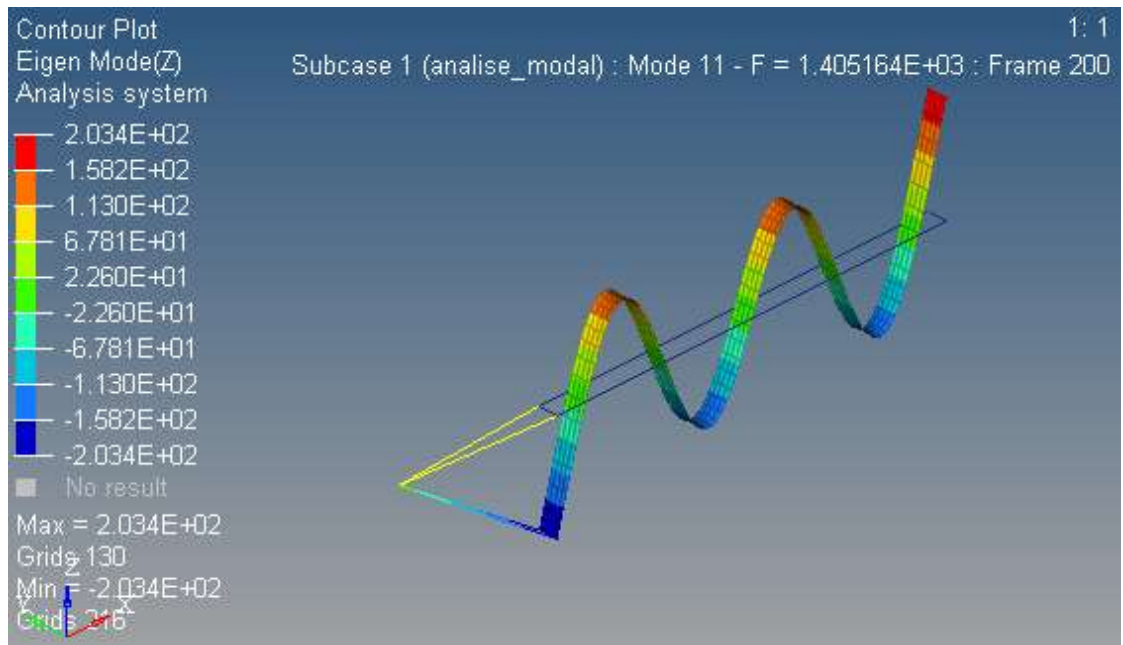
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 36** - Terceiro modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=850,78Hz)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 37** - Quarto modo de vibrar numérico da estrutura intacta (Frequência=1405,16Hz)



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Vale salientar que os modos de vibrar estudados serão os modos 7, 8, 10 e 11, como será visto nas figuras 34-37. O modo 9 de vibrar da estrutura em questão trata-se de um modo de torção, como na análise experimental tanto o acelerômetro quanto o martelo de impacto atuam na linha de centro da estrutura, não deve aparecer este modo de torção nas FRFs.



### 4.1.3 Análise comparativa entre as formas modais experimentais e computacionais

Ao realizar uma comparação entre os modos de vibrar da estrutura, nota-se facilmente que os resultados foram semelhantes. Desta forma, os resultados obtidos tanto pelo procedimento experimental, quanto pela análise computacional se mostram satisfatórios.

É importante citar que as formas de vibrar são iguais, tanto da estrutura simulada no *software* como da viga estudada em laboratório. Ao realizar um cálculo para a obtenção das diferenças relativas, entre as frequências de ressonância, nota-se que tais diferenças são pequenas, como pode ser observado na tabela 3.

**Tabela 3** - Diferença relativa entre as frequências naturais experimental e computacional

	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença relativa (%)
Modo 1	149,5	157,63	5,43813
Modo 2	418	434,28	3,89474
Modo 3	825	850,78	3,12485
Modo 4	1362	1405,16	3,16887

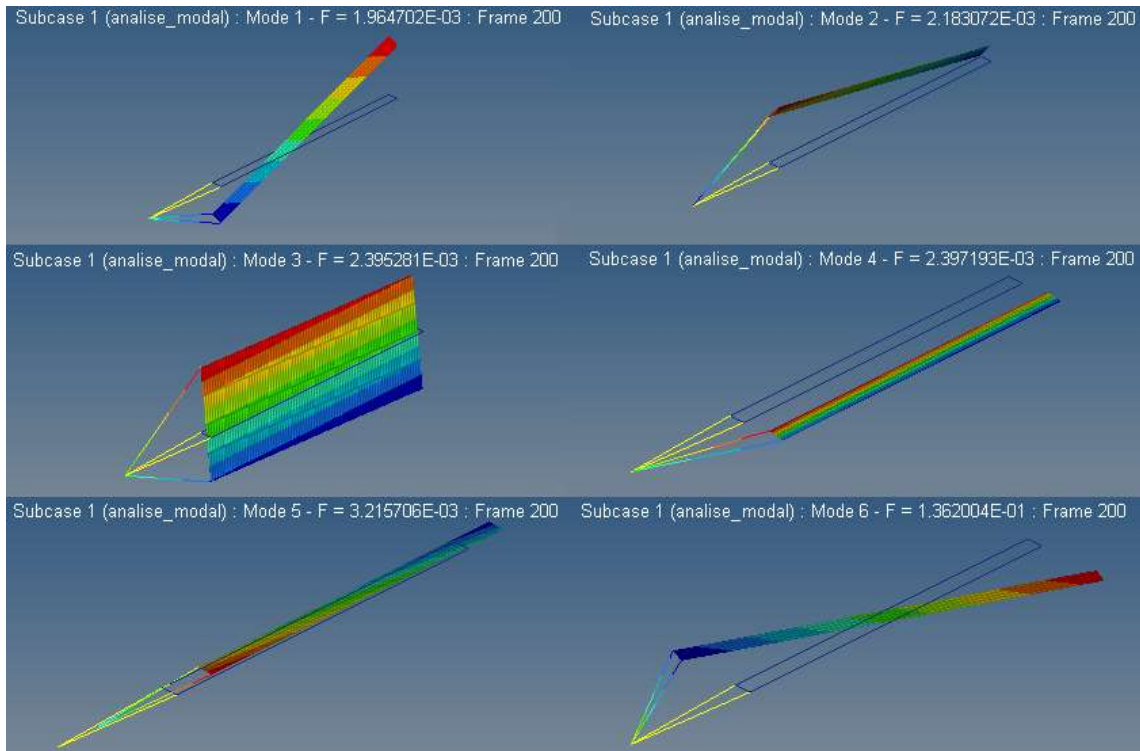
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Para a realização do cálculo da diferença, definiu-se como referência a análise experimental, pois no modelo computacional pode-se alterar os valores físicos (densidade, por exemplo). Sendo assim, a diferença relativa foi calculada como,

$$Diferença\ Relativa(\%) = \frac{Frequência\ experimental - Frequência\ computacional}{Frequência\ experimental} * 100 \quad (15)$$

Ao comparar os dados da tabela 3, relacionados à diferença relativa, nota-se que a máxima diferença relativa é 5,4%, sendo assim, as análises computacionais e experimentais tiveram bons desempenhos. Essa pequena variação pode ser explicada pelo fato de no computador são usados valores previstos em livros para as propriedades do material, como já foi citado tais valores na tabela 1. Sendo assim, caso haja alguma variação nas propriedades do alumínio em estudo, isto acarretará em diferenças nos resultados. É importante notar que os seis primeiros os modos de vibrar da estrutura são de corpo rígido. Seguir a figura 38 apresenta os seis primeiros modos de vibrar da estrutura.

**Figura 38** - Modos de vibrar de corpo rígido da estrutura intacta



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Nota-se que os valores dos modos de corpo rígido são bem inferiores ao primeiro modo de vibrar em flexão da estrutura, desta forma, a análise em questão atende aos parâmetros que He e Fu (2001) citam em seus estudos. Isto é, como as frequências de corpo rígido são distantes da primeira frequência da estrutura, a condição livre-livre é atendida. A diferença entre as ordens de grandeza entre os modos de vibrar pode ser verificada na tabela 4.

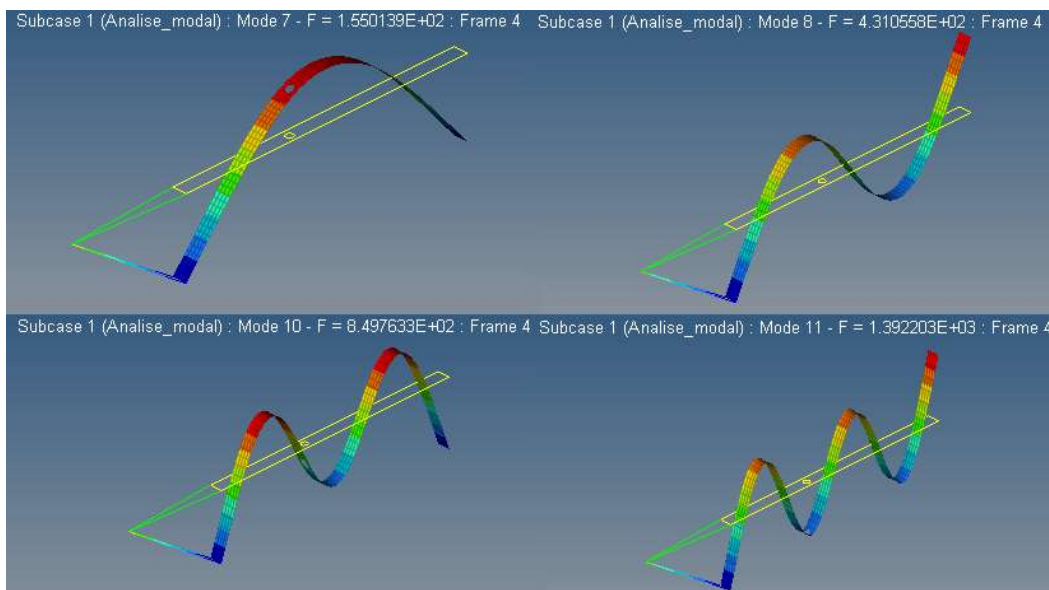
**Tabela 4** - Frequência natural dos modos de corpo rígido e do primeiro modo de flexão

	Frequência computacional (Hz)
Modo 1	1,9647E-3
Modo 2	2,1831E-3
Modo 3	2,3953E-3
Modo 4	4,3972E-3
Modo 5	3,2157E-3
Modo 6	1,3620E-1
Modo 7	1,5763E+2

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

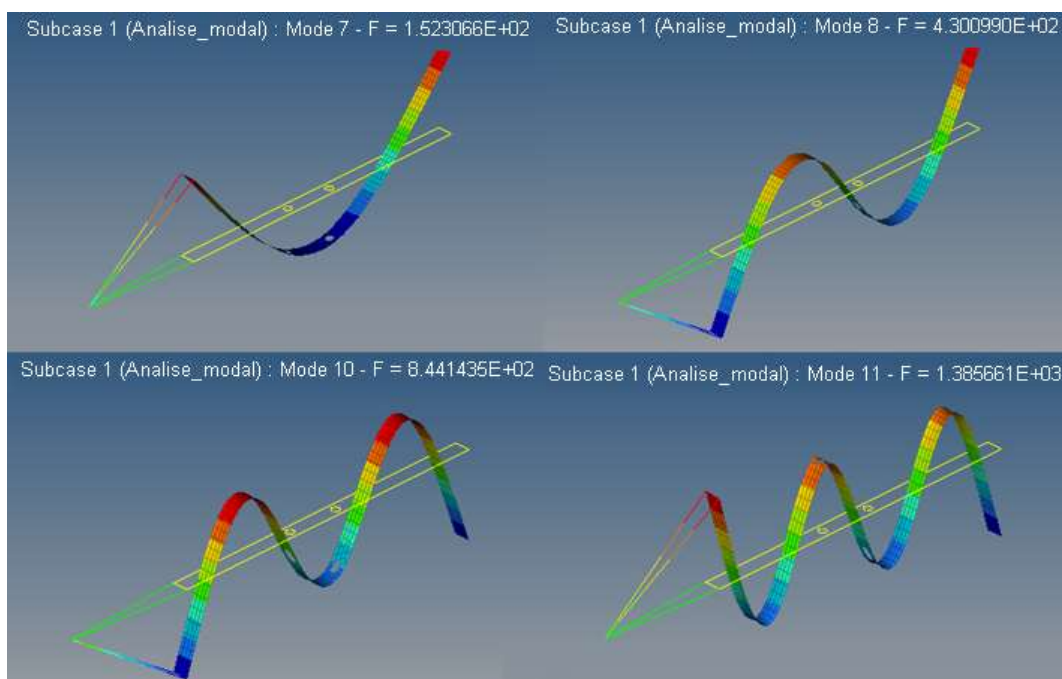
Após, realizou-se uma análise modal para a estrutura danificada, com um, dois e três furos. Porém, tal estudo foi realizado apenas através do auxílio computacional, visto que a análise modal tem como intuito principal mostrar os modos de vibrar da estrutura. Realizada a simulação no *Hyperworks* foram obtidos os seguintes resultados expostos nas figuras 39-41.

**Figura 39** - Modos de vibrar da estrutura danificada com um furo



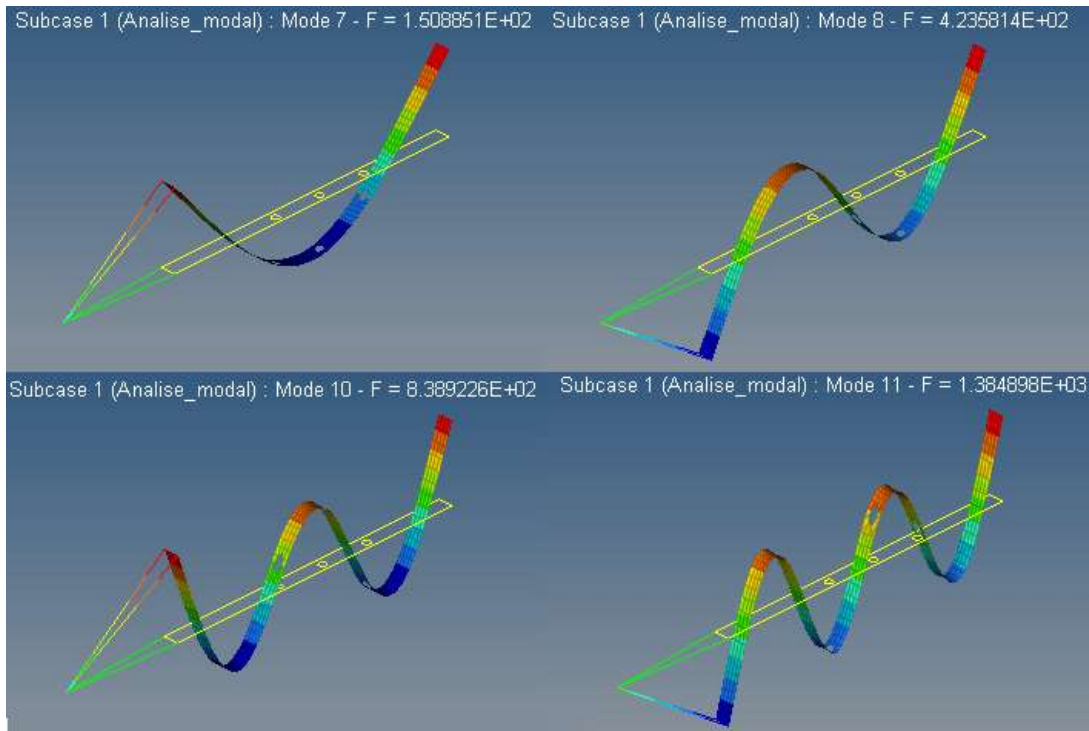
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 40** - Modos de vibrar da estrutura danificada com dois furos



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 41 - Modos de vibrar da estrutura danificada com três furos**



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Analisando as figuras 39-41, referentes às formas de vibrar, nota-se que os quatro modos de vibrar em flexão das estruturas danificadas são iguais aos modos de vibrar da estrutura intacta. Entretanto é possível observar uma alteração nos valores das frequências naturais. Sendo assim, o dano na estrutura diminui a frequência de ressonância de cada modo de vibração.

Partindo da ideia de que o dano na estrutura diminui sua frequência natural, pode-se concluir que mesmo diminuindo a massa da estrutura (devido ao dano) ocorre uma diminuição de uma ordem de grandeza maior na rigidez do material, visto que  $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ . Pode-se concluir que, segundo a equação anterior a rigidez diminui em uma ordem de grandeza maior do que a da massa. Sendo assim, o dano é capaz de diminuir a rigidez do material, isto é, a estrutura torna-se menos resistente a possíveis forças aplicadas nela

Tal hipótese pode ser analisada, visto que, ao danificar a estrutura, ocorre uma mudança na sua inércia. Sabe-se que a rigidez de uma viga está associada ao seu módulo de elasticidade transversal ( $E$ ), seu comprimento ( $L$ ) e sua inércia ( $I$ ); como os parâmetros de elasticidade e comprimento não são alterados, uma vez que a danificação dar-se-á através da inserção de furos. Pode-se concluir que a propriedade que influencia na rigidez é a inércia da

seção transversal da viga, porém a contribuição principal é devido às teorias relacionadas com mecânica da fratura.

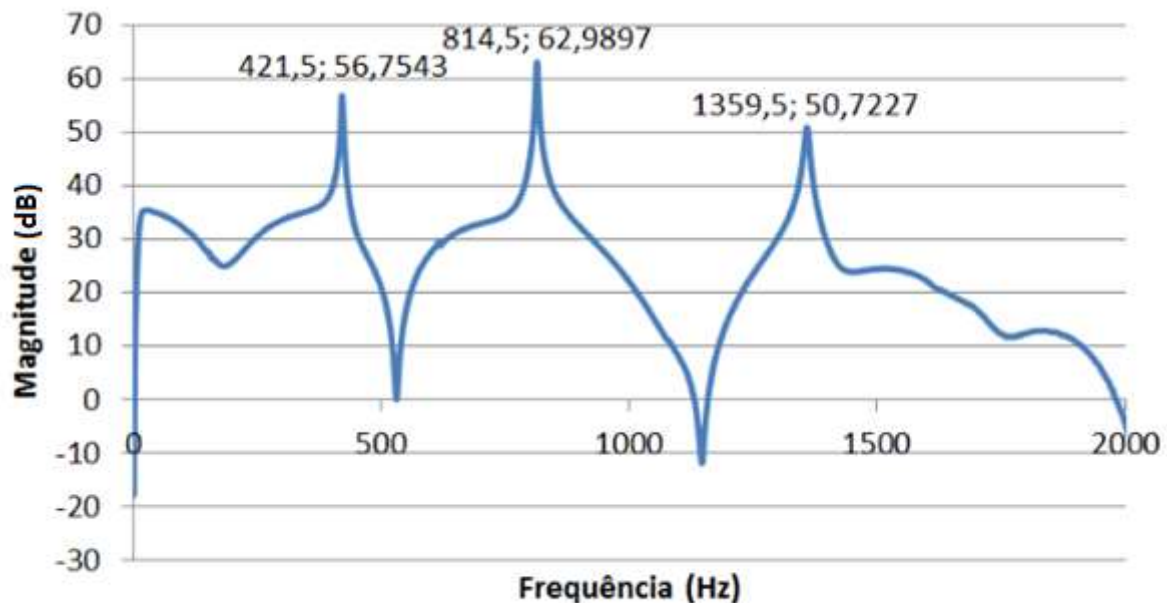
## 4.2 FUNÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Na etapa da análise das FRFs, primeiramente serão mostrados os resultados obtidos das análises experimentais e, em seguida, serão ilustrados os dados obtidos através das simulações computacionais. Por fim, será realizada uma análise comparativa dos resultados.

### 4.2.1 Função da resposta em frequência experimental

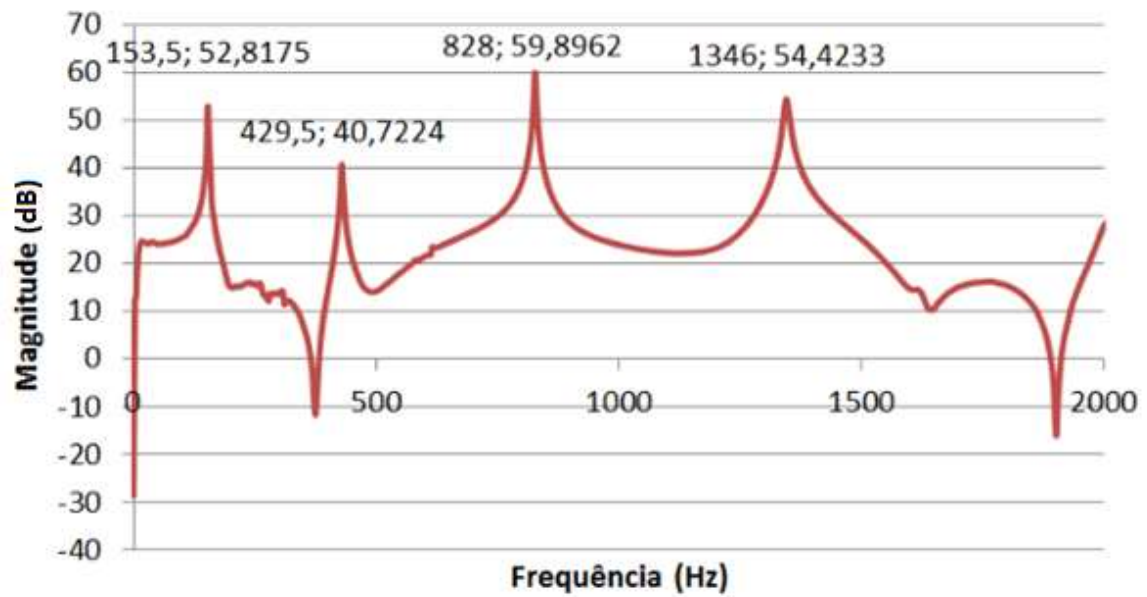
Após o setup experimental, apresentado na metodologia, foi possível obter os resultados das FRFs para a estrutura. As figuras 42-49 ilustram as amplitudes das FRFs relativos à análise experimental.

**Figura 42** - FRF experimental da estrutura intacta – Acelerômetro 1



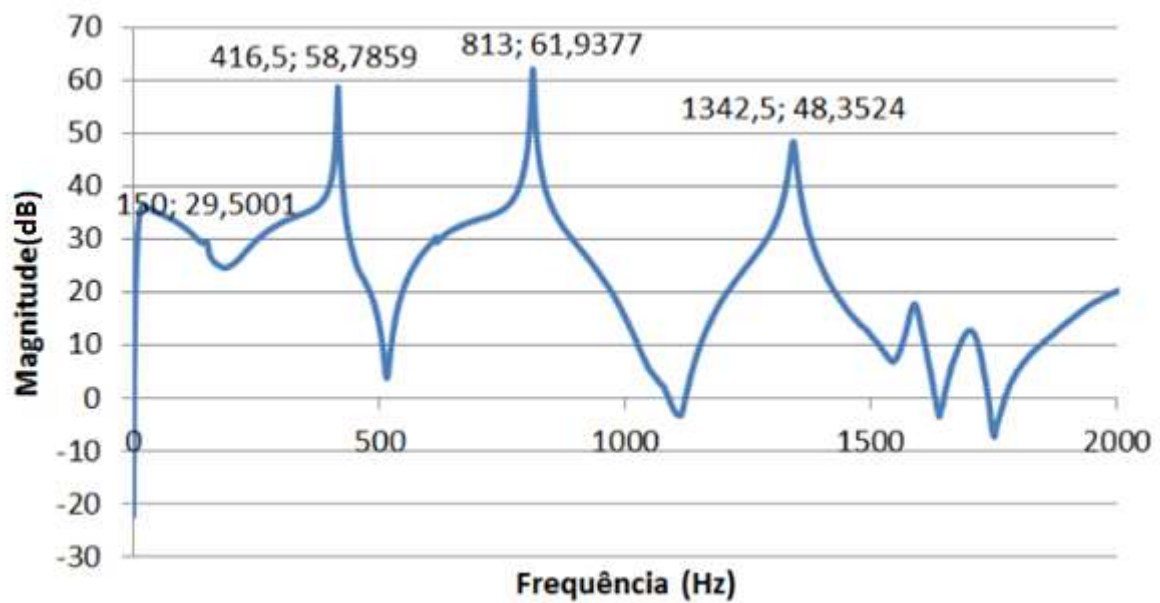
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 43** - FRF experimental da estrutura intacta – Acelerômetro 2



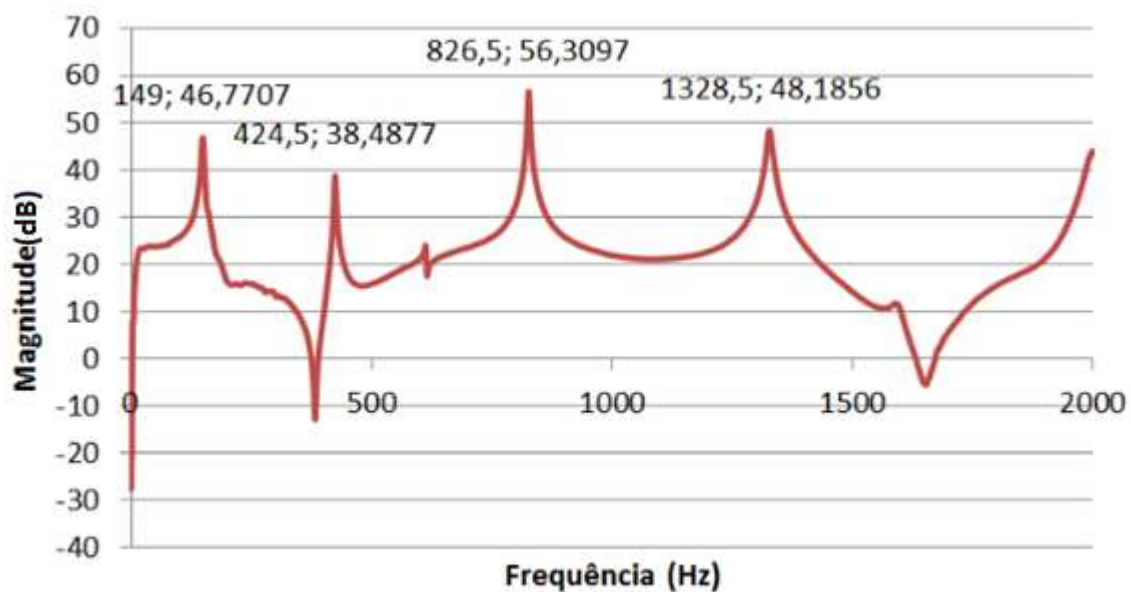
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 44** - FRF experimental estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 1



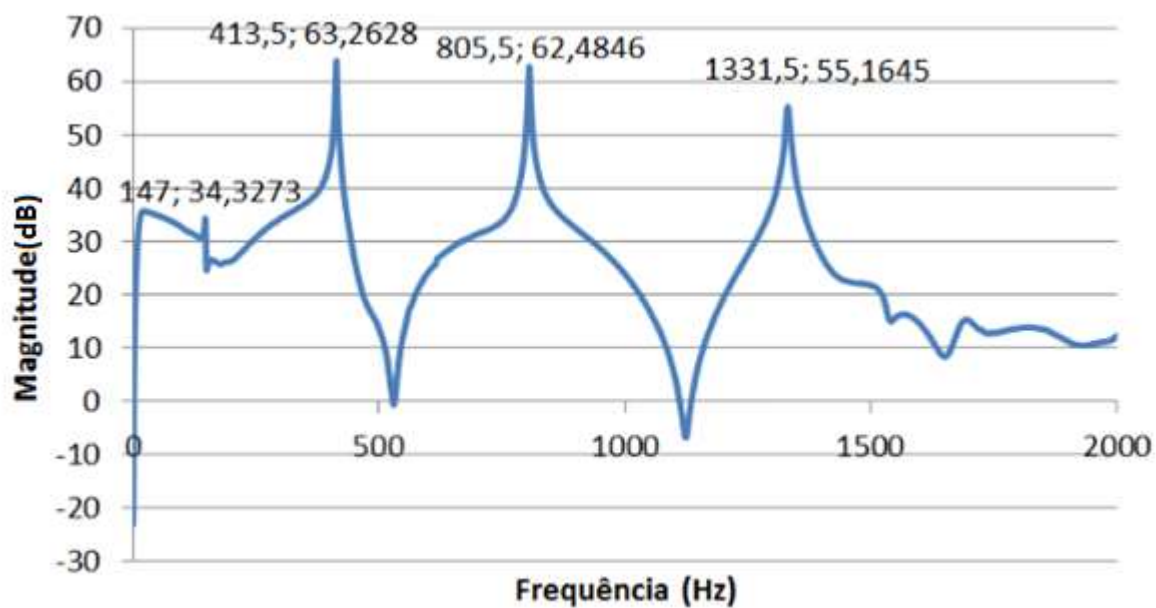
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Figura 45 - FRF experimental da estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 2



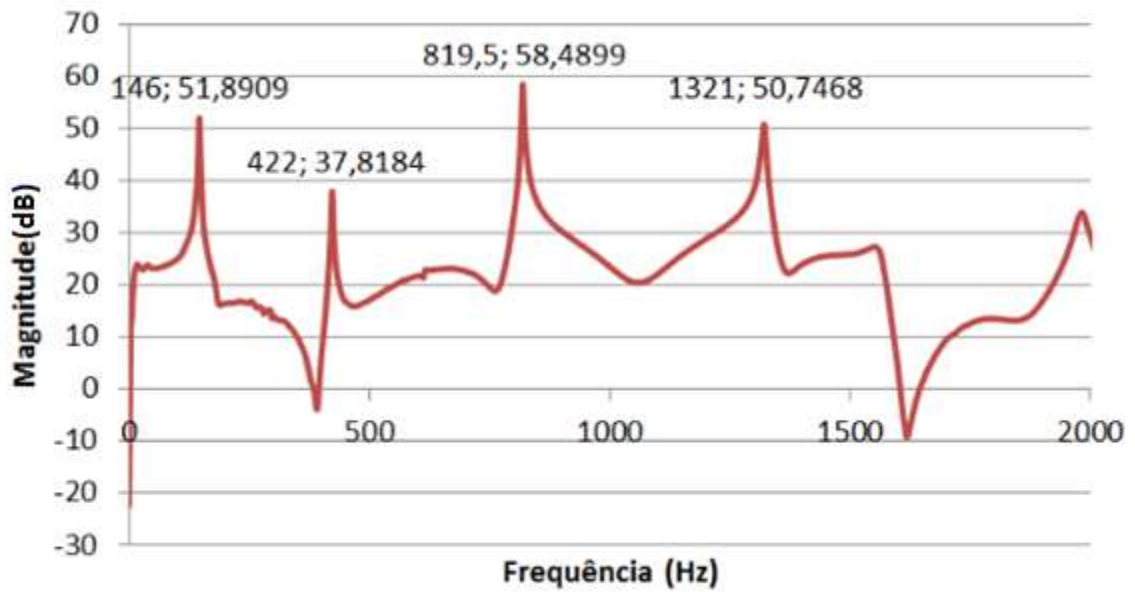
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Figura 46 - FRF experimental da estrutura danificada com 2 furos – Acelerômetro 1



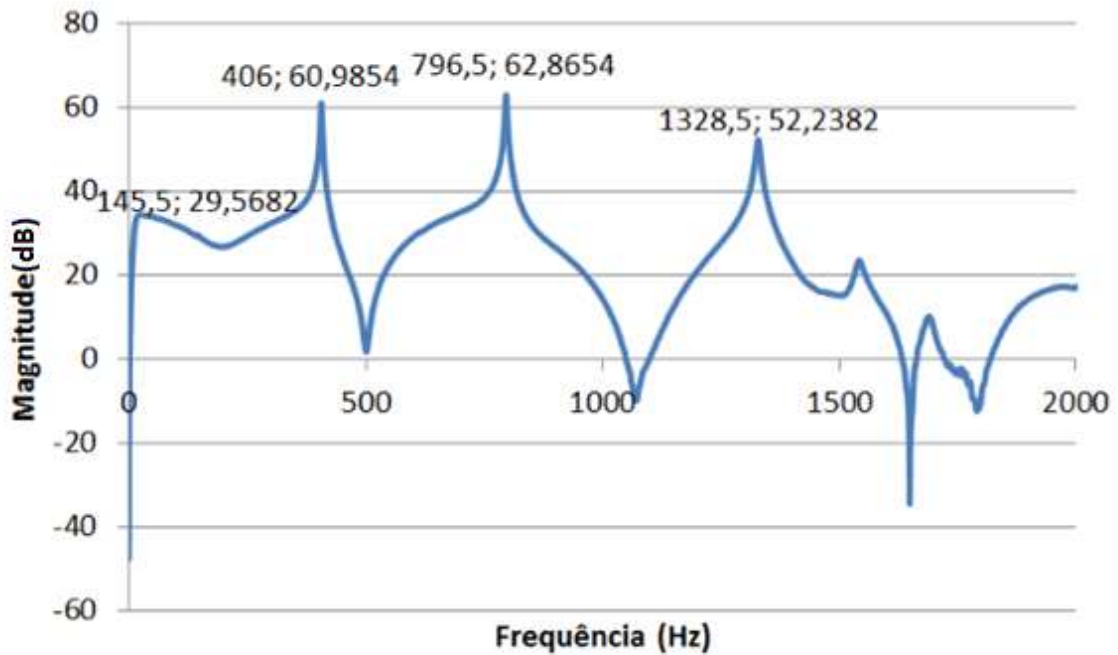
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 47** - FRF experimental da estrutura danificada com 2 furos – Acelerômetro 2



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

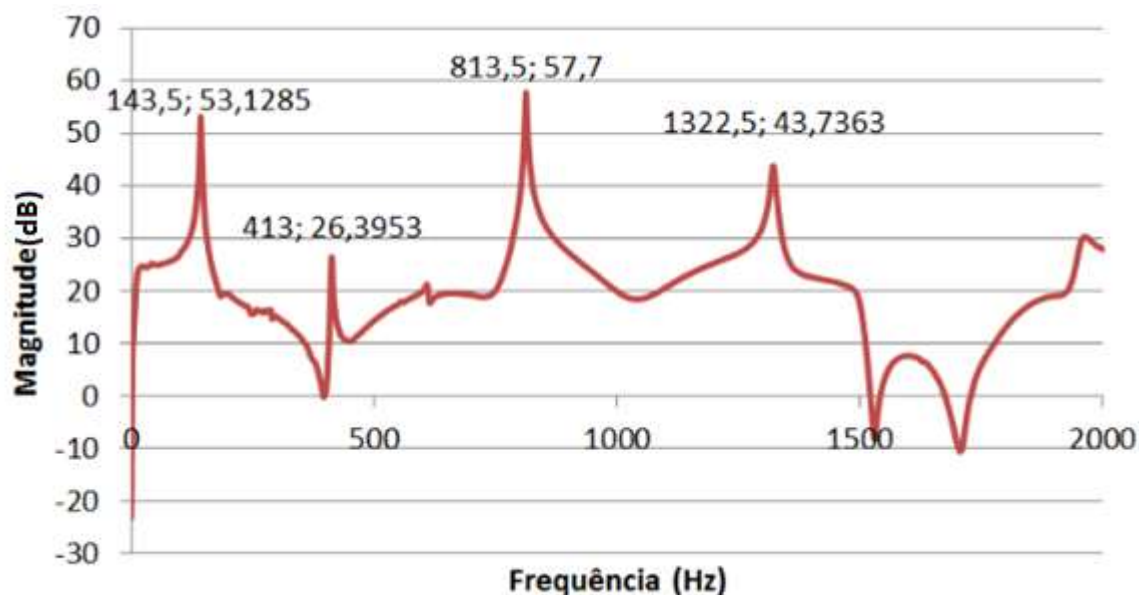
**Figura 48** - FRF experimental da estrutura danificada com 3 furos – Acelerômetro 1



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).



**Figura 49** - FRF experimental da estrutura danificada com 3 furos – Acelerômetro 2



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Nas figuras 43-49, são apresentadas as amplitudes das Funções de Resposta em Frequência da estrutura intacta, danificada com um, dois e três furos, respectivamente. Os pontos marcados nos gráficos representam ressonâncias frequências naturais da estrutura. O primeiro valor indicado nos pontos é relativo à frequência e o segundo valor se refere à magnitude da aceleração da estrutura.

Ao analisar os valores de ressonância da estrutura é possível verificar que, assim como foi visto na análise modal, conforme aumenta-se o nível de danificação da estrutura, menores foram suas frequências naturais para cada um dos modos de vibrar. A explicação para a diminuição das frequências naturais é a mesma do que foi comentado previamente na análise modal, ou seja, ocorre uma alteração na rigidez devido a alteração da seção transversal do material. A tabela 5 apresenta as frequências naturais de cada estado da estrutura, a fim de facilitar na visualização das mudanças que ocorreram na viga.

Ao analisar as frequências mostradas na tabela 5, é possível observar uma diminuição das frequências naturais de acordo com o aumento do dano estrutural. Além disso, nota-se que não foi possível determinar o valor da primeira frequência natural pelo acelerômetro 1 para a viga intacta. O motivo deste valor não aparecer na tabela é devido ao fato de que o acelerômetro 1 estar posicionado exatamente sobre um dos nós do primeiro modo de vibração da viga.

**Tabela 5** - Influência do dano nas frequências naturais da estrutura

Estrutura intacta			Estrutura com um furo		
Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2	Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2
Modo 1	-	153,5	Modo 1	150,0	149,0
Modo 2	421,5	429,5	Modo 2	416,5	424,5
Modo 3	814,5	828,0	Modo 3	813,0	826,5
Modo 4	1359,5	1346,0	Modo 4	1342,5	1328,5
Estrutura com dois furos			Estrutura com três furos		
Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2	Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2
Modo 1	147,0	146,0	Modo 1	145,5	143,5
Modo 2	413,5	422,0	Modo 2	406,0	413,0
Modo 3	805,5	819,5	Modo 3	796,5	813,5
Modo 4	1331,5	1321,0	Modo 4	1328,5	1322,5

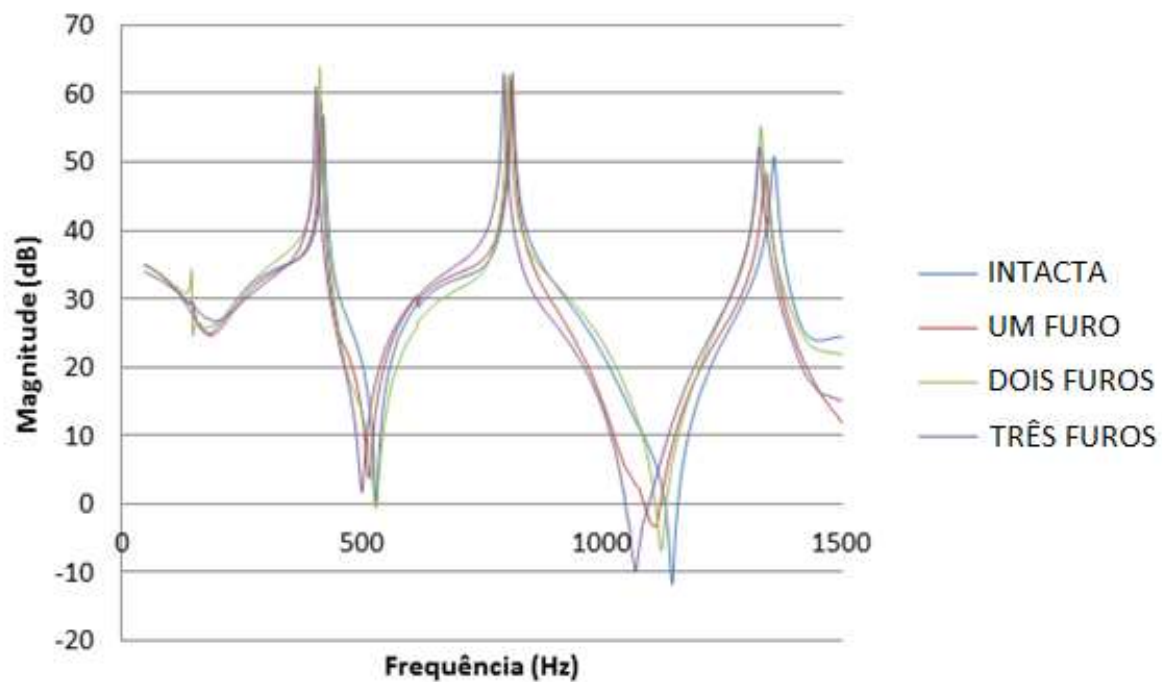
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Ao analisar-se a figura 37 verifica-se a existência de apenas três picos de ressonância, a explicação para isto se dá ao fato já citado anteriormente da posição do acelerômetro um sobre o nó. É importante citar que, ao passo que a estrutura é danificada, o primeiro pico (relacionado ao primeiro modo de vibrar) começa a aparecer. Isto deve-se ao fato do dano deslocar as FRFs para esquerda, devido à alteração da frequência natural. Portanto, o acelerômetro 1 que está posicionado sobre um nó, no primeiro modo de vibrar, na estrutura intacta, ao passo que o dano estrutural desloca levemente o nó e, assim o pico aparece no gráfico das FRFs.

As figuras 50 e 51 ilustram a influência do dano estrutural nas FRFs mostrando o deslocamento das frequências naturais que ocorre nas curvas. Analisando as figuras 50 e 51 é possível verificar a influência do dano estrutural na alteração da frequência natural da estrutura e, conseqüentemente, deslocamento das FRFs.

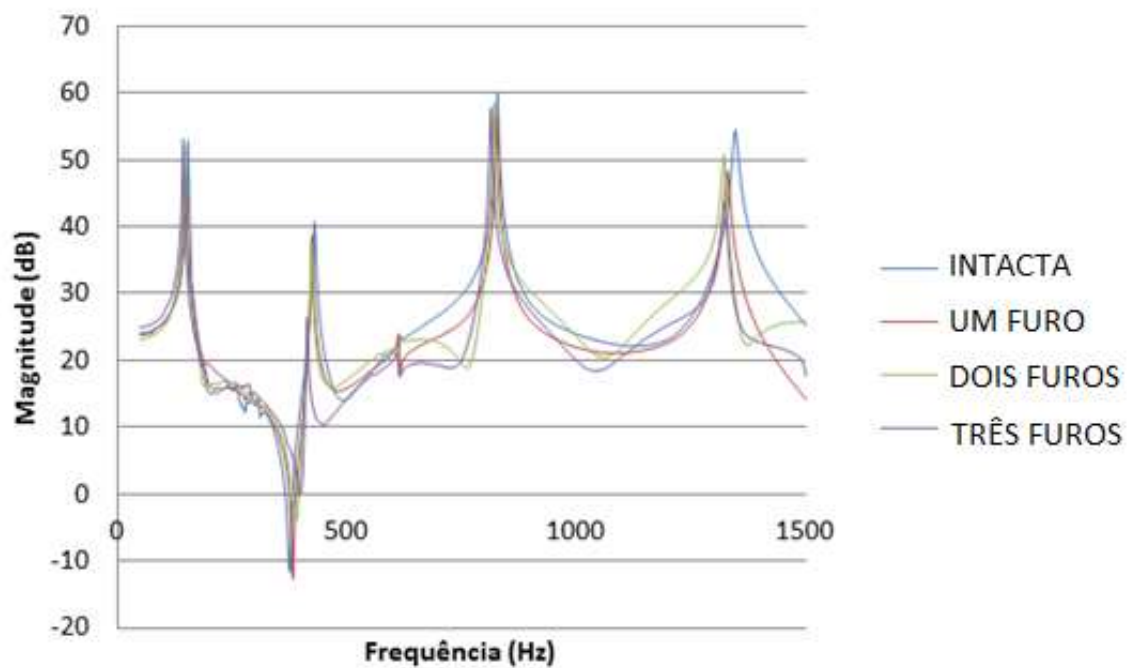
Nota-se que os gráficos ilustrados acima estão em uma faixa de frequências limitadas (entre 49,5Hz até 1500Hz), essa limitação se dá ao fato de que nessa faixa de frequência são abordados os quatro picos de frequência natural da estrutura, portanto, foi nessa faixa de frequências que ocorreu o cálculo do índice de dano (descrito na metodologia, equação (12)). As tabelas 6 e 7 apresentam o índice de dano para a faixa de frequência definida.

**Figura 50** - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro 1



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 51** - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro dois



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 6** - Índices de dano experimental calculado para o acelerômetro 1

ÍNDICE DE DANO - ACELERÔMETRO 1		
INTACTA - UM_FURO	INTACTA - DOIS_FUROS	INTACTA - TRES_FUROS
Faixa de frequências (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequências (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequências (Hz): 49,5-1500
3,74779	3,15146	5,98392

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 7** - Índices de dano experimental calculado para o acelerômetro 2

ÍNDICE DE DANO - ACELERÔMETRO 2		
INTACTA - UM_FURO	INTACTA - DOIS_FUROS	INTACTA - TRES_FUROS
Faixa de frequências (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequências (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequências (Hz): 49,5-1500
3,17161	4,04795	4,82271

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Analisando a tabela 7, relativa aos índices de dano medidos pelo acelerômetro 2, pode-se observar que os índices cresceram ao passo que aumentou o dano estrutural, tal fato era esperado, visto que o índice de dano está diretamente relacionado com a intensidade do dano na estrutura. Em contrapartida, analisando a tabela 6, referente ao índice medido pelo acelerômetro 1, nota-se que o dano da viga intacta, dois furos, foi menor do que a viga intacta. Para explicar isto faz-se necessário analisar a FRF do acelerômetro 1. Assim, da Figura 53 observa-se que nos vales da anti-ressonância, há uma relativa diferença nas magnitudes para a mesma frequência, isto é, se analisar as magnitudes das estruturas em seu estado intacto e danificado com um, dois e três furos, nota-se que há uma diferença em algumas faixas de frequência, porém tal discrepância nos valores de magnitude ocorre nos vales de anti-ressonância (como pode ser visto em frequências próximas a 1000Hz).

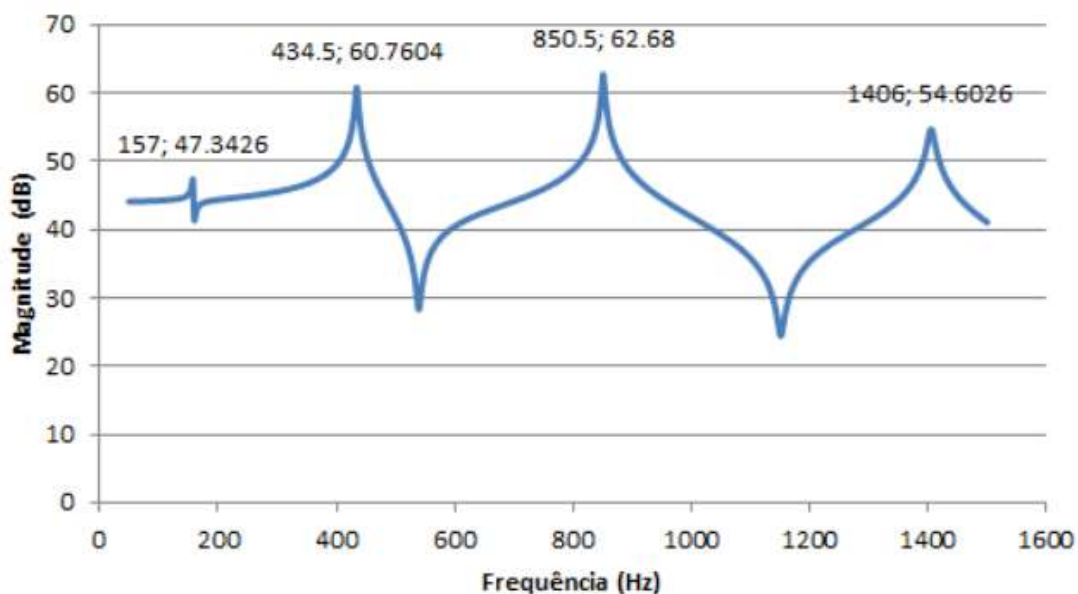
Devido ao fato da metodologia de análise proposta por Maia *et al.* (2003) trabalhar com as análises em toda a faixa de frequência predeterminada, não ocorre nenhum tipo de filtro para frequências ou magnitudes. Uma alternativa para a métrica de Maia *et al.* (2003) seria utilizar apenas magnitudes acima de um valor predeterminado.

Ao analisar as figuras 50 e 51, para as FRFs obtidas pelos acelerômetros 1 e 2, nota-se que para elevadas magnitudes o comportamento é semelhante em todos os modos de vibrar, porém, as FRFs com dano estrutural são levemente deslocadas para a esquerda, em relação à estrutura intacta. Desta forma, como para elevadas magnitudes (próximas às frequências de ressonância) o comportamento é melhor definido, o ideal seria aplicar um filtro apenas em faixas de frequências específicas, desta forma seria possível utilizar a métrica de Maia *et al.* (2003), e obter resultados mais consistentes.

#### 4.2.1 Função da resposta em frequência computacional

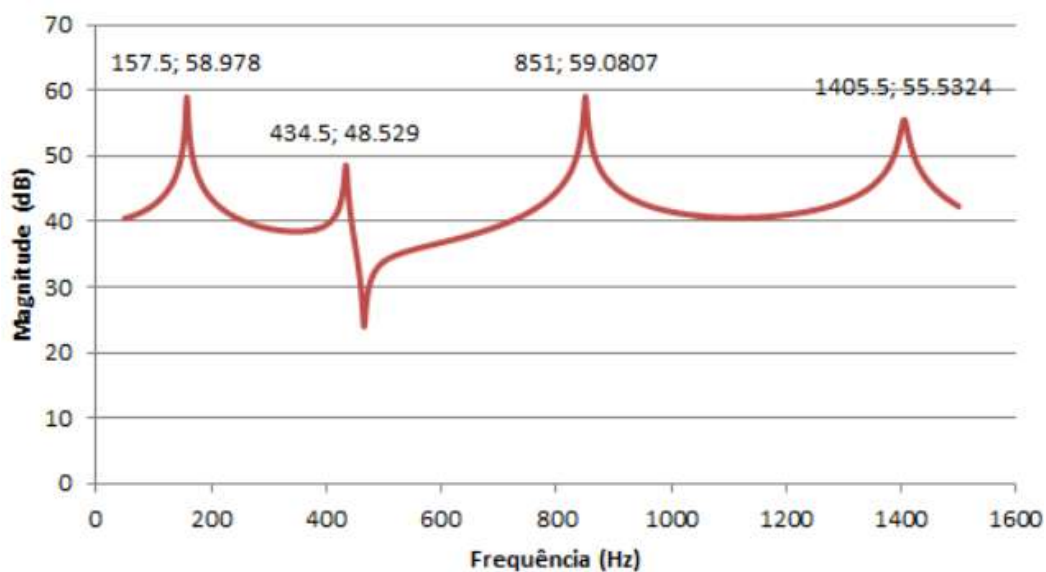
Após a realização do procedimento citado na metodologia foi possível obter as funções de resposta em frequência computacional da estrutura, as figuras 52-59 apresentam as FRFs das estruturas analisadas computacionalmente.

**Figura 52** - FRF computacional da estrutura intacta – Acelerômetro 1



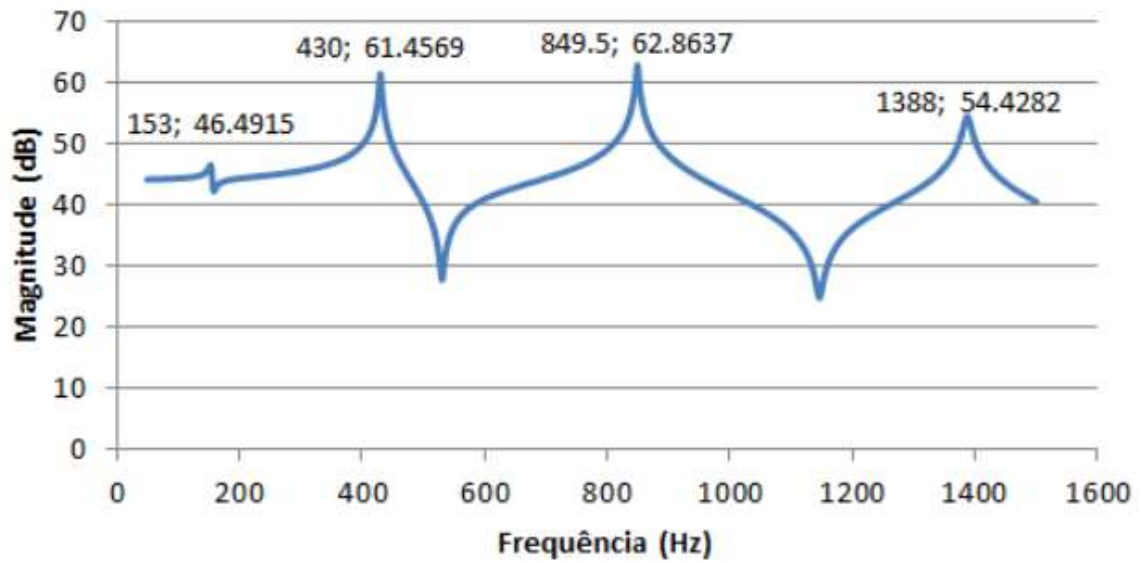
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 53** - FRF computacional da estrutura intacta – Acelerômetro 2



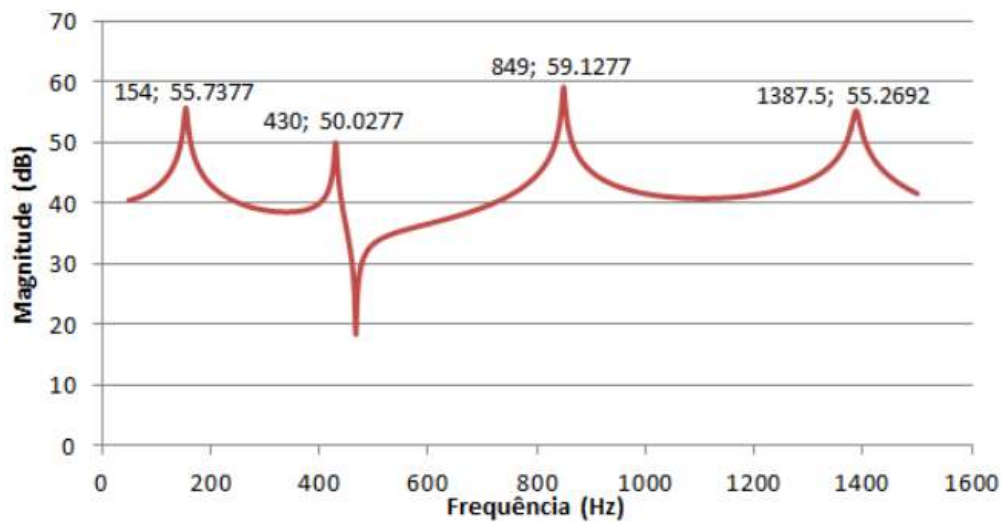
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 54** - FRF computacional da estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 1



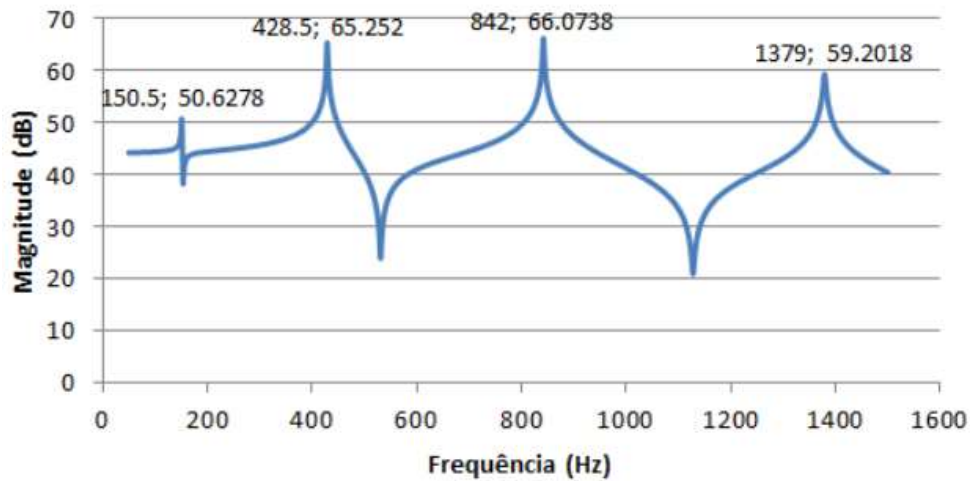
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 55** - FRF computacional da estrutura danificada com 1 furo – Acelerômetro 2



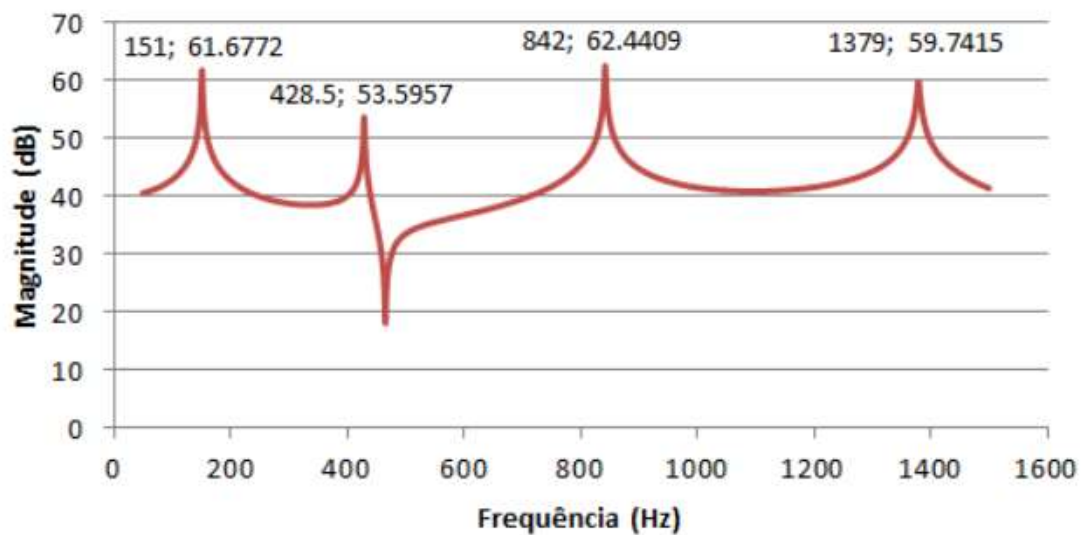
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 56** - FRF computacional da estrutura danificada com 2 furos – Acelerômetro 1



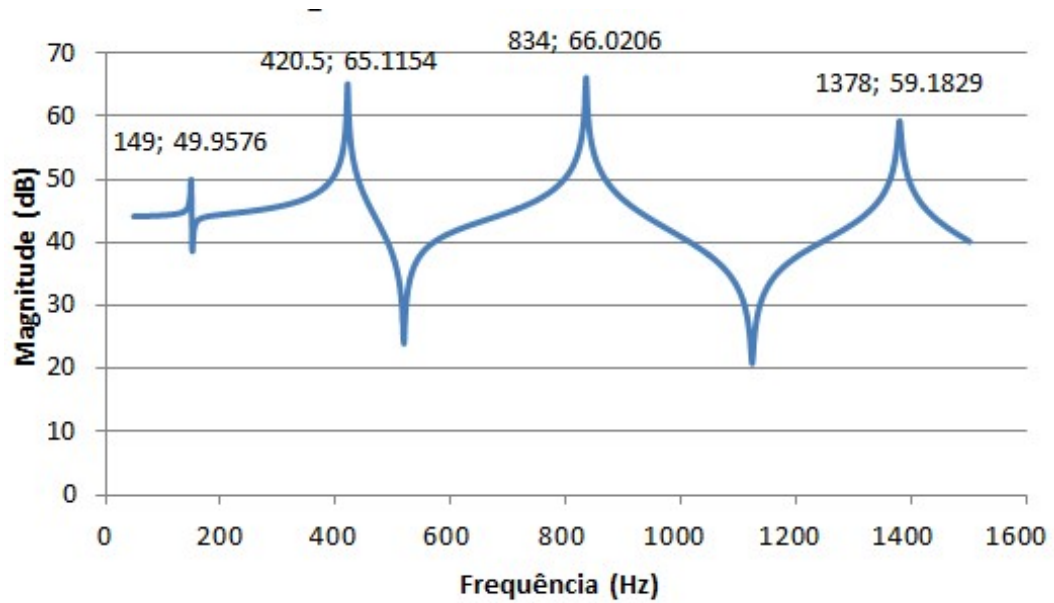
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 57** - FRF computacional da estrutura danificada com 2 furo – Acelerômetro 1



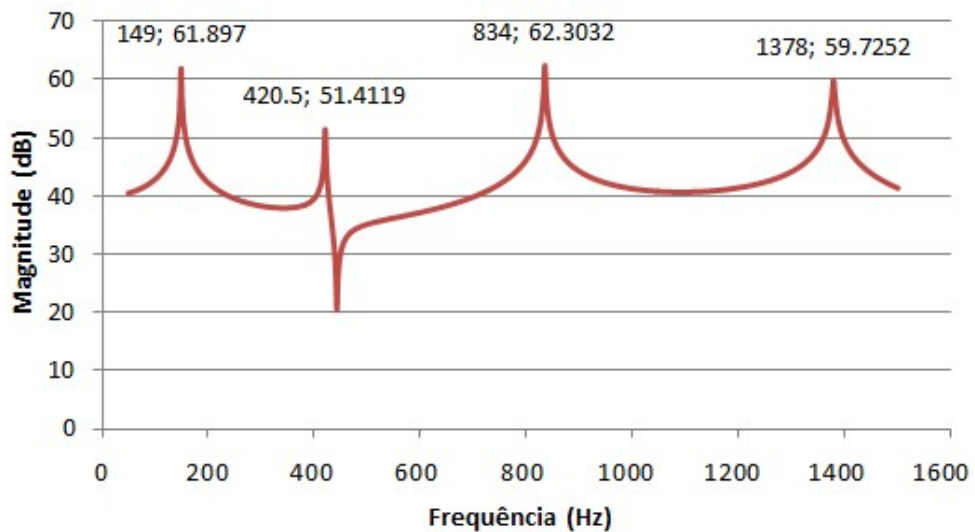
Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 58** - FRF computacional da estrutura danificada com 3 furo – Acelerômetro 1



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 59** - FRF computacional da estrutura danificada com 3 furo – Acelerômetro 2



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Assim, como já mencionado previamente nos resultados experimentais, nas figuras 52-59 são ilustradas as Funções de Resposta em Frequência da estrutura intacta, danificada com um, dois e três furos, respectivamente. Os pontos marcados nos gráficos representam os



pontos de ressonância da estrutura, localizados nos picos das FRFs, ou seja, o primeiro valor indicado é relativo à frequência e o segundo valor se refere à magnitude da aceleração da estrutura. Assim como foi feito na análise experimental, utilizou-se dois acelerômetros para plotar as FRFs.

É importante citar que, diferentemente da análise experimental, o primeiro modo de vibrar da estrutura, pode ser observado na medição da estrutura intacta pelo acelerômetro 1. No ensaio em laboratório o acelerômetro foi posicionado exatamente sobre o nó do primeiro modo de vibrar. Para o modelo simulado pelo computador, estipulou-se a posição de fixação do acelerômetro com base na posição da análise experimental, porém não foi devidamente preciso devido à dimensão do acelerômetro, isto é, o ponto de coleta da FRF computacional foi um pouco transladado se comparado à medição em laboratório.

É importante citar também que para as estruturas com furos, foi preciso refinar a malha ao redor dos mesmos para melhor discretizar o problema. Assim como foi verificado na análise experimental e na análise modal, ao passo que a estrutura foi danificada houve um decréscimo em suas frequências naturais, tornando a estrutura menos rígida. A tabela 8 ilustra as frequências naturais da estrutura medidas pelos acelerômetros 1 e 2.

**Tabela 8** - Influência do dano nas frequências naturais da estrutura

Estrutura intacta			Estrutura com um furo		
Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2	Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2
Modo 1	157,0	157,5	Modo 1	153,0	154,0
Modo 2	434,5	434,5	Modo 2	430,0	430,0
Modo 3	850,5	851,0	Modo 3	849,5	849,0
Modo 4	1406,0	1405,5	Modo 4	1388,0	1387,5
Estrutura com dois furos			Estrutura com três furos		
Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2	Modo de vibrar	Acelerômetro 1	Acelerômetro 2
Modo 1	150,5	151,0	Modo 1	149,0	149,0
Modo 2	428,5	428,5	Modo 2	420,5	420,5
Modo 3	842,0	842,0	Modo 3	834,0	834,0
Modo 4	1379,0	1379,0	Modo 4	1378,0	1378,0

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

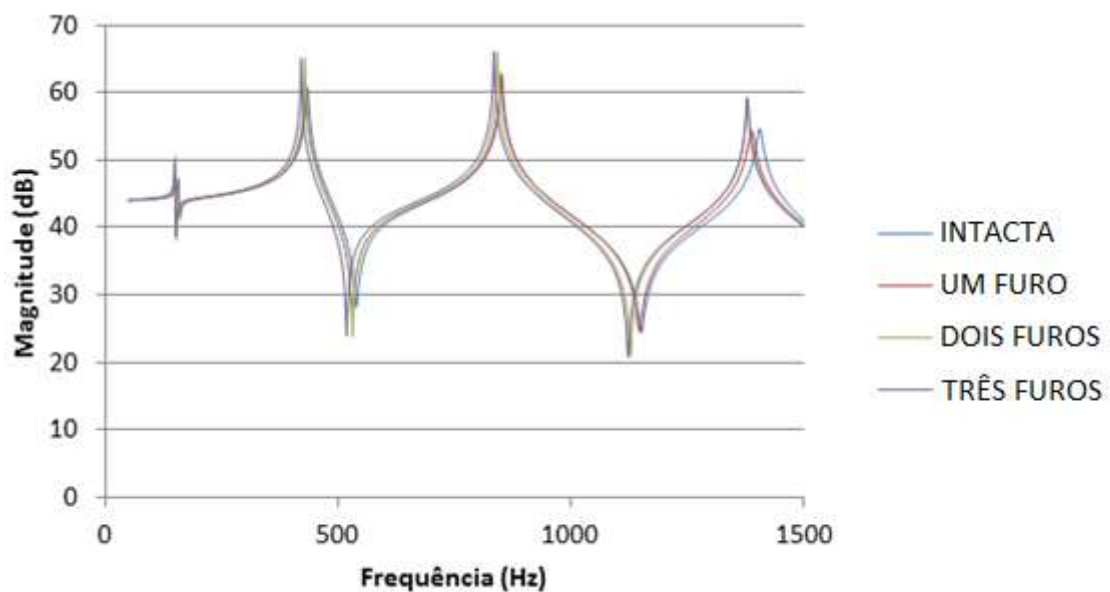
Analisando a tabela 8, nota-se que os valores medidos pelos acelerômetros 1 e 2 foram muito próximos, o que era esperado, pois no ensaio experimental existem fatores externos que

podem implicar nos resultados, em contrapartida, nas análises computacionais, fatores externos (como ruído, por exemplo) não atuam no teste.

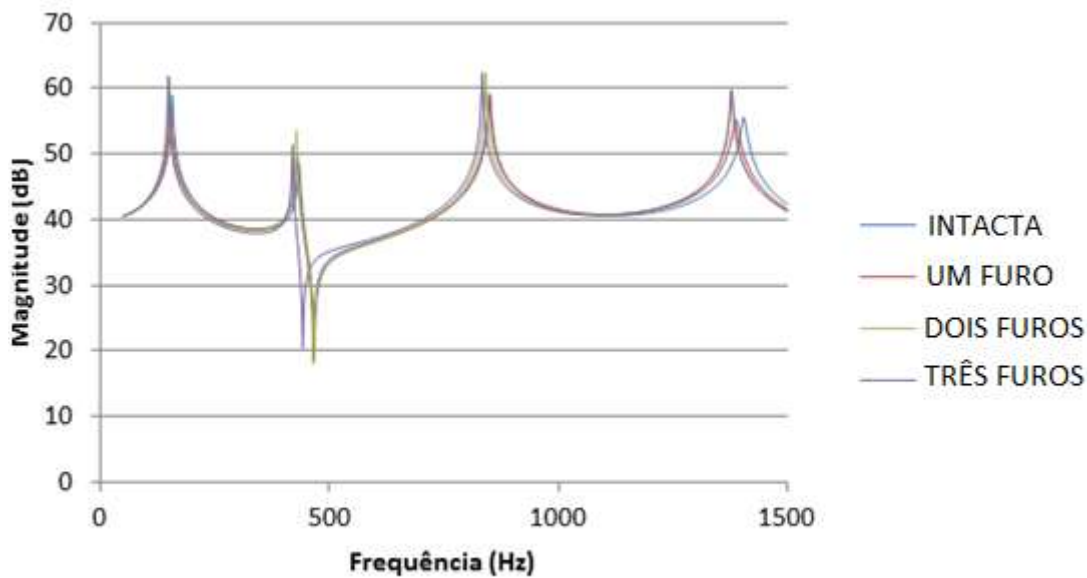
Além dos fatores externos, a análise experimental foi realizada em duas etapas, sendo a primeira com o acelerômetro fixado na posição 1e, na segunda etapa com o acelerômetro fixado na posição 2. Desta forma, no ensaio experimental, a estrutura está em duas situações distintas, o que pode levar a discrepância de valores medidos pelos acelerômetros 1e 2. No caso das análises computacionais a estrutura sempre está nas mesmas condições definidas no modelo.

Ainda, analisando a influência do dano nas frequências naturais do sistema, as figuras 60 e 61 ilustram uma comparação das FRFs medidas pelos acelerômetros 1e 2.

**Figura 60** - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro 1



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 61** - Influência do dano nas FRFs medido pelo acelerômetro 2

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Nota-se que as Figuras 60 e 61 estão em uma faixa de frequência limitada (entre 49,5 Hz até 1500 Hz), essa limitação deve-se ao fato de que foi nessa faixa de frequências que ocorreu o cálculo do índice de dano (explicado na metodologia, equação (12)). As Tabelas 9 e 10 apresentam o índice de dano para a faixa de frequência.

**Tabela 9** - Índices de dano computacional calculados para o acelerômetro 1

Índice de dano - Acelerômetro 1		
intacta - um furo	intacta - dois furos	intacta - tres furos
Faixa de frequência (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequência (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequência (Hz) : 49,5 - 150
0,735899207	1,512544004	2,105251206

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 10** - Índices de dano computacional calculados para o acelerômetro 2

Índice de dano - Acelerômetro 2		
intacta - um furo	intacta - dois furos	intacta - tres furos
Faixa de frequência (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequência (Hz) : 49,5 - 1500	Faixa de frequência (Hz) : 49,5 - 150
0,590120882	1,014203963	1,519939593

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Analisando as tabelas 9 e 10, relativa aos índices de dano medidos pelo acelerômetro 1 e 2, nota-se que os índices cresceram ao passo que aumentou o dano na estrutura, o que era esperado, visto que o índice de dano está diretamente relacionado com a intensidade do dano

na estrutura. Ainda, pode-se inferir sobre as tabelas 9 e 10 relativas ao dano, que os valores de dano para o acelerômetro 1, são maiores que para o acelerômetro 2, tal explicação deve-se as diferenças encontradas analisando as figuras 60 e 61, que ilustram as quatro FRFs. Considerando a figura 60 (acelerômetro 1), pode-se observar a existência de três vales (anti-ressonâncias), enquanto na figura 61 (acelerômetro 2) existe apenas um vale. Portanto, assim como foi visto na análise experimental, nos vales as curvas tendem a se distanciar. Assim, esta distância impacta diretamente no cálculo do índice de dano, pois aumenta a diferença entre magnitudes nestas frequências próximas à anti-ressonância.

#### **4.2.3 Análise comparativa entre as FRFs experimentais e computacionais**

Ao finalizar os ensaios experimentais e análises computacionais nota-se que os resultados foram semelhantes, visto que o índice de dano aumentou conforme a estrutura foi danificada. Vale ressaltar que o único caso em que o índice de dano não cresceu, foi na estrutura medida pelo acelerômetro 1, que foi o caso em que as frequências de anti-ressonância da estrutura com um e três furos apresentaram uma variação maior.

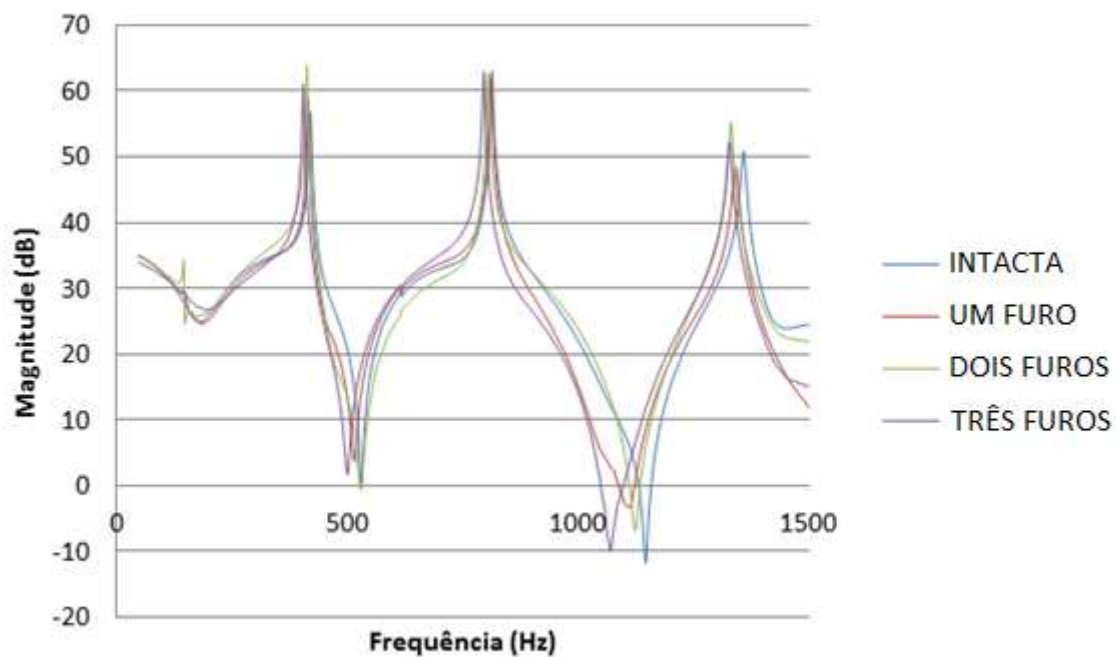
Analisando as figuras 62 e 63, nota-se que o comportamento das FRFs é muito parecido, isto é, na FRF medida pelo acelerômetro um, tanto a análise experimental quanto a computacional apresentam quatro picos de ressonâncias e três vales de anti-ressonância. No caso das medições realizadas pelo acelerômetro dois nota-se quatro picos de ressonância e apenas um pico de anti-ressonância. Indicando assim que o modelo computacional foi conforme com o experimento realizado em laboratório.

Vale citar também que nas FRFs plotadas pelo acelerômetro 2 aparece um pico e um vale entre o segundo e terceiro modo de vibrar em flexão, este pico indica uma outra frequência natural, indicando a presença de um modo de torção (como já foi dito na análise modal, entre o segundo e terceiro modo de vibrar em flexão existe um modo de torção, porém no presente estudo só seriam analisados modos de vibrar em flexão). A explicação para o aparecimento desse modo de torção é devido à fixação do acelerômetro ou o impacto estarem posicionados fora da linha de centro da estrutura.

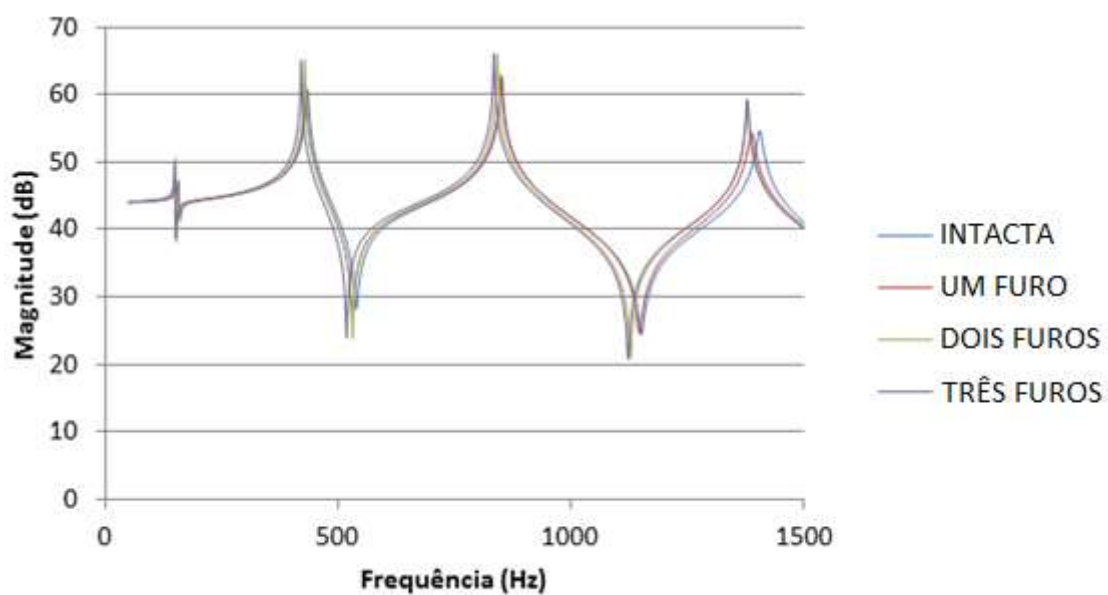
Outro ponto importante na comparação entre as FRFs experimentais e computacionais é o ruído presente no ensaio experimental, nota-se claramente que nos resultados

computacionais as FRFs estão livres de ruídos, enquanto nas FRFs geradas pelos ensaios experimentais existem trechos que apresentam ruído.

**Figura 62** - FRFs (a) experimentais e (b) computacionais medidas pelo acelerômetro 1



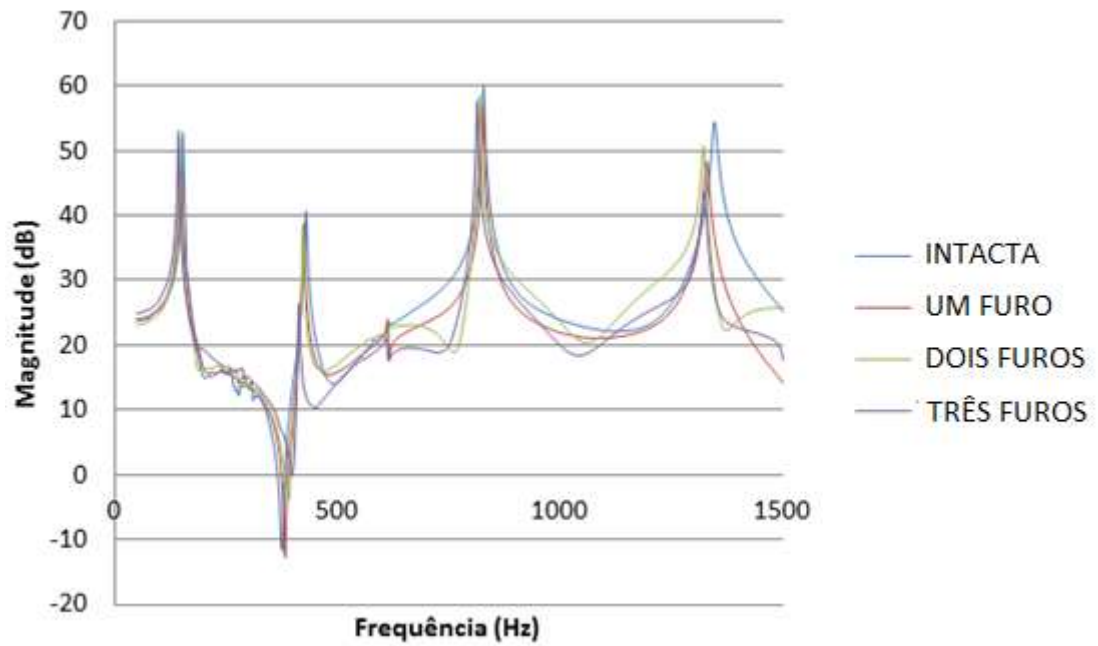
(a)



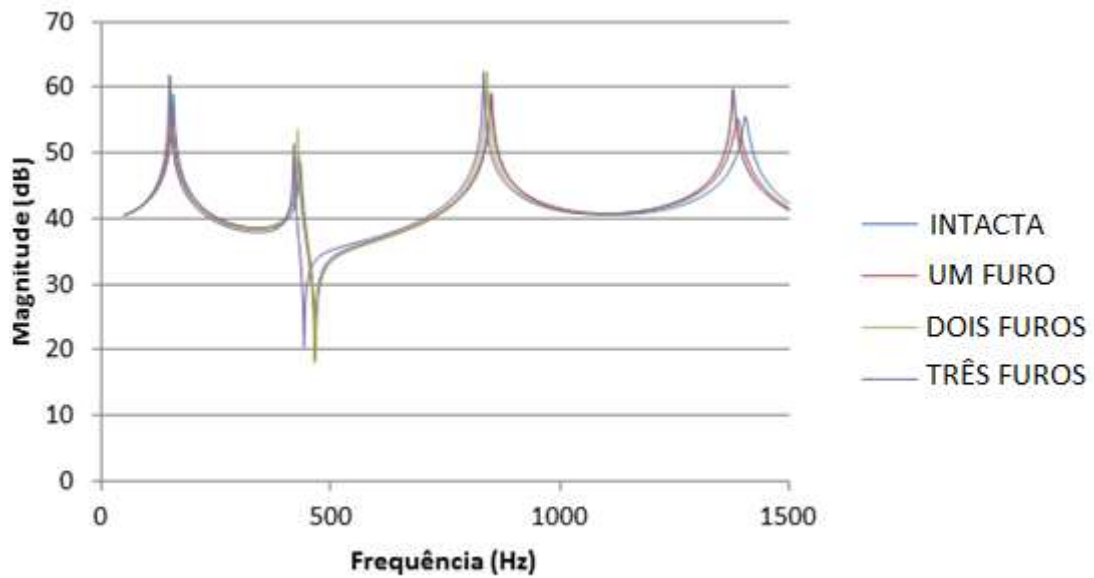
(b)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Figura 63** - FRFs (a) experimentais e (b) computacionais medidas pelo acelerômetro 2



(a)



(b)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

As tabelas 11-16 apresentam os valores experimentais e computacionais de frequência e o índice de dano com suas respectivas diferenças relativas.

**Tabela 11** - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga intacta

Viga intacta			
Acelerômetro 1			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	-	157,0	-
Modo 2	421,5	434,5	3,0842
Modo 3	814,5	850,5	4,4199
Modo 4	1359,5	1406,0	3,4204
Acelerômetro 2			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	153,5	157,5	2,6059
Modo 2	429,5	434,5	1,1641
Modo 3	828,0	851,0	2,7778
Modo 4	1346,0	1405,5	4,4205

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 12** - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga com um furo

Viga um furo			
Acelerômetro 1			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	150,0	153,0	2,0000
Modo 2	416,5	430,0	3,2413
Modo 3	813,0	849,5	4,4895
Modo 4	1342,5	1388,0	3,3892
Acelerômetro 2			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	149,0	154,0	3,3557
Modo 2	424,5	430,0	1,2956
Modo 3	826,5	849,0	2,7223
Modo 4	1328,5	1387,5	4,4411

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 13** - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga com dois furos

Viga dois furos			
Acelerômetro 1			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	147,0	150,5	2,3810
Modo 2	413,5	428,5	3,6276
Modo 3	805,5	842,0	4,5313
Modo 4	1331,5	1379,0	3,5674
Acelerômetro 2			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	146,0	151,0	3,4247
Modo 2	422,0	428,5	1,5403
Modo 3	819,5	842,0	2,7456
Modo 4	1321,0	1379,0	4,3906

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 14** - Diferenças relativas entre as frequências naturais, experimental e computacional, da viga com três furos

Viga três furos			
Acelerômetro 1			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	145,5	149,0	2,4055
Modo 2	406,0	420,5	3,5714
Modo 3	796,5	834,0	4,7081
Modo 4	1328,5	1378,0	3,7260
Acelerômetro 2			
	Frequência experimental (Hz)	Frequência computacional (Hz)	Diferença Relativa (%)
Modo 1	143,5	149,0	3,8328
Modo 2	413,0	420,5	1,8160
Modo 3	813,5	834,0	2,5200
Modo 4	1322,5	1378,0	4,1966

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).



**Tabela 15** - Diferença relativa entre valores do índice de dano experimental e computacional medido pelo acelerômetro 1

	Acelerômetro 1		
	Experimental	Computacional	Diferença Relativa (%)
Intacta - um furo	3,74779	0,735899	80,3645
Intacta - dois furos	3,15146	1,512544	52,0050
Intacta - três furos	5,98392	2,105251	64,8182

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

**Tabela 16** - Diferença relativa entre valores do índice de dano experimental e computacional medido pelo acelerômetro 2

	Acelerômetro 2		
	Experimental	Computacional	Diferença Relativa (%)
Intacta - um furo	3,17161	0,59012	81,3936
Intacta - dois furos	4,04795	1,01420	74,9453
Intacta - três furos	4,82271	1,51994	68,4837

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2017).

Com relação às tabelas 11-14, nota-se que nos quatro primeiros modos de vibrar existem diferenças relativas que não ultrapassam 5%. Desta maneira, os resultados feitos com o auxílio computacional foram bem próximos aos resultados experimentais, logo, o modelo computacional atendeu às expectativas.

Uma explicação para estes erros entre frequências se dá ao fato de que as propriedades do alumínio foram retiradas de bibliografias, com exceção da densidade, que foi calculada após a medição da massa da estrutura. Portanto, como as propriedades foram retiradas da literatura, o material real pode ter algumas propriedades diferentes do mencionado nas bibliografias.

Fazendo uma análise dos dados relativos aos índices de dano, nota-se que os valores das diferenças relativas são maiores se comparados às diferenças das frequências naturais. A discrepância presente nos resultados dos índices de dano é relacionado, principalmente, com os problemas encontrados nos vales de anti-ressonância. Portanto, a utilização de um filtro para trabalhar apenas com determinadas faixas de frequência, poderia minimizar estas diferenças relativas.

## 5 CONCLUSÕES

Neste trabalho buscou-se demonstrar a influência que o dano estrutural pode ter em uma viga de alumínio através da análise das FRFs e dos modos de vibrar da estrutura. O objetivo principal do estudo foi alcançado, visto que foi possível ilustrar a influência do dano em uma estrutura, e mostrar como o acúmulo de dano altera as propriedades da estrutura. Foi evidenciado isto ao notar que com o aumento do dano, as frequências naturais de cada modo de vibração diminuíram, devido à alteração da rigidez do material.

Verificou-se que tanto o ensaio computacional quanto o experimental atenderam às expectativas, pois as FRFs e os modos de vibrar da estrutura real e modelada virtualmente apresentaram os mesmos comportamentos.

O único aspecto que não ficou exatamente igual entre o modelo computacional e o real foi a diferença entre frequências naturais e índices de dano.

Através da comparação do modelo computacional com o experimental, foi possível constatar que as condições que regem o ensaio (como presença de ruído, por exemplo) são capazes de influenciar nos resultados.

Ao analisar os dados pertinentes ao ensaio experimental, tornou-se razoável entender que a métrica utilizada para o cálculo do índice de dano não foi a mais adequada, visto que para algumas faixas de valores (para menores magnitudes) a métrica gera resultados que nem sempre são adequados à situação da estrutura, como foi o caso do índice de dano da estrutura com dois furos tornar-se menor do que o índice de dano da estrutura com um furo (principalmente devido à forma não esperada dos vales de anti-ressonância).

Foi possível verificar que a condição livre-livre foi atingida, visto que, no ensaio computacional as frequências naturais de corpo rígido foram muito inferiores à primeira frequência natural do sistema, atendendo às condições impostas por He e Fu (2001).

Através da análise das FRFs não foi possível concluir que os amortecimentos de cada modo de vibração seguem um comportamento esperado, isto é, não foi possível visualizar a tendência de um parâmetro sobre a influência do dano estrutural nos valores de amortecimento (Os valores de amortecimento podem ser vistos na figura 24).

Para trabalhos futuros seguindo a mesma linha de estudo, recomenda-se que a métrica utilizada para calcular o índice de dano seja alterada. É indicado que, se utilizada a métrica proposta por Maia *et. al* (2003), seja realizado um filtro nos valores de magnitude, a fim de

trabalhar apenas com magnitudes próximas às frequências de ressonância. Desta forma, a métrica não trabalharia com valores de magnitude próximos aos vales de anti-ressonância, visto que no presente estudo, estes foram os pontos que geraram maiores discussões sobre a utilização da métrica.

## REFERÊNCIAS

- ANDRADE, A. O.; SOARES A. B. **Técnicas de Janelamento de Sinais**. III Seminário dos Estudantes de Engenharia Elétrica da UFU, Uberlândia-MG, 2000.
- ARAÚJO DOS SANTOS, J. V. *et al.* **A Damage identification numerical model based on the sensitivity of orthogonality conditions and Least squares techniques**. Computers and Structures, Elmsford, v. 78, p. 283-291, 2000.
- AZEVEDO, A. F. M., **Método dos Elementos Finitos**, Porto – Portugal, 1ª Edição – Abril 2003, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- BATHE, Klaus-jürgen. **Finite Element Procedures**. Watertown: Klaus-jurgen Bathe, 2006. 1037 p.
- BRINGHENTI, Anderson Tonello. **Detecção de falhas em sistemas rotativos**. 2015. 50 f. TCC (Graduação)-Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso de Engenharia Mecânica, Joinville, 2015.
- CACCIOLA, P.; IMPOLLONIA, N.; MUSCOLINO, G. **Crack detection and location in a damaged beam vibrating under white noise**, Computers and Structures, v. 81, n.18-19, p. 1773-1782, 2003.
- CALLISTER, W. D. **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução**. 5ed. LTC, São Paulo, 2002.
- CAVALINI JUNIOR, Aldemir Aparecido. **Monitoramento da Integridade Estrutural de Sistemas Mecânicos via Observador de Estado Modal**. 2009. 206 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.
- CHANDRA, S.; BARAI, S.V. **Experimental investigations and critical observations on the use of modal parameters for structural damage detection**. Current Advances in Civil Engineering, v.2, n.1, p.6-15, 2014.
- DOEBLING, S.W.; FARRAR, C.R.; PRIME, M.B. and SHEVITZ, D.W. **Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: a literature review**. Technical report, Los Alamos National Laboratory, NM, USA, 1996.

- EWINS, D. J. **Modal testing**. New York: Wiley, 1984.
- FONSECA, J. **Ferramentas de simulação em mecânica: elementos finitos**. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.
- FRANCO, V. R. *et al.* **An experimental study of damage propagation in smart structures**. In: ECCOMAS Thematic Conference, Smart Structures and Materials Smart, 4, 2009, Porto. Conference ... Porto: [S.n.], 2009.
- FRISWELL, M.I; PENNY, J.E.T. **Is Damage location using vibration measurements practical?** In: Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures DAMAS' 97, University of Sheffield, UK, Sheffield Academic Press Ltd., p. 351 – 362, 1997.
- FUGATE, M.L.; SOHN, H.; FARRAR, C.R. **Unsupervised learning methods for vibration based damage detection**. In: Proceedings of 18th International Modal Analysis Conference, 18, San Antonio, Texas, USA, 2000. (CD-Room).
- FURTADO, R. M. **Deteção e localização de falhas estruturais utilizando sensores e atuadores piezelétricos e redes neurais artificiais**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.
- GIURGIUTIU, V. **Tuned lamb wave excitation and detection with piezoelectric wafer active sensors for structural health monitoring**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 16, p. 291-306, 2005.
- GIURGIUTIU, V.; ZAGRAI, A. **Damage detection in thin plates and aerospace structures with the electro-mechanical impedance method**. Structural Health Monitoring, Newbury Park, v. 4, n. 2, 2005.
- GRACINSKI, Alini Emmanuele. **Deteção de trincas em vigas utilizando análise modal**. 2014. 102 f. TCC (Graduação)-Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso de Engenharia Mecânica, Joinville, 2014
- HAJELA, P.; SOEIRO, F.J. **Recent developments in damage detection based on system identification methods**. Structural and Multidisciplinary Optimization, v. 2, n. 1, p. 1-10, 1990.
- HE, J.; FU, Z-F. **Modal Analysis**. Oxford: Butterworth Heinemann, 2001. 304 p.

- INMAN, D.J.; FARRAR, C. R.; LOPES JUNIOR, V.; STEFFEN JUNIOR, V. **Damage prognosis for aerospace, civil and mechanical systems**. John Wiley & Sons Ltd, England, 2005.
- KESSLER, S.S.; SPEARING, S.M.; ATALLA, M.J. **In-situ damage detection of composites structures using lamb wave methods**. American Institute of Aeronautics and Astronautics AIAA-2002-1545, 2002.
- KIM, J.-T.; RYU, Y.-S.; CHO, H.-M.; STUBBS, N. **Damage identification in beam-type structures: frequency-based method vs mode-shape-based method**. Engineering Structures, v. 25, p. 57-67, 2003.
- KIM, M. H. **Smart health monitoring systems with application to welded structures using piezoceramic and fiber optic transducers**. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 17, p. 35-44, 2006.
- LEE, U.; SHIN, J. **A frequency response function-based structural damage identification method**. Computers and Structures, v. 80, n. 2, p. 117 – 132, 2002.
- LEMOS, G. F. **Detecção de falhas via observadores de estado em sistemas rotativos, considerando-se suas fundações**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.
- LOPES JUNIOR, V.; TURRA, A.E.; MÜLLER, H.H.; BRUNZEL, F.; INMAN, D.J. **A new methodology of damage detection by electrical impedance and optimization technique**. Proceedings of the International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics – Diname 2001, 9, pp. 311-316, Florianópolis-Brasil, 2001.
- MAFRA, L.F. **Ajuste de parâmetros do modelo dinâmico estrutural de placas de compósito laminado usando o método dos elementos finitos e PSO**. 2017. 142f. TCC (Graduação)-Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso de Engenharia Mecânica, Joinville, 2017.
- MAIA, N. N. M.; SILVA, J. M. M. **Theoretical and experimental modal analysis**. Taunton: Research Studies Press, 1997.
- MAIA, N.; SILVA, J.; ALMAS, E.; SAMPAIO, R. **Damage detection in structures: From mode shape to Frequency Response Function methods**. Mechanical Systems and Signal Processing, v.17, n.3, p.489-498, 2003.

- MAIO, C.E.B. **Técnicas para monitoramento de integridade estrutural usando sensores e atuadores piezelétricos.** 2011. 113p. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo – SP.
- MARQUI, Clayton Rodrigo. **Modelagem de Estruturas Piezelétricas para Aplicação em Localização de Falhas.** 2007. 237 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2007.
- MEDEIROS, R. **Desenvolvimento de um critério para previsão da resistência residual de estruturas em material compósito danificadas por impacto.** 2016. 246p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.
- MELO, G. P. **Deteção e localização de falhas via observadores de estado de ordem Reduzida,** 1998, Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – SP, 125p, 1998.
- MONNIER, T. **Lamb waves-based impact damage monitoring of a stiffened aircraft panel using piezoelectric transducers.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 17, n. 5, p. 411-421, 2006.
- MOURA, J. R. V.; STEFFEN JUNIOR, V. **Impedance-based health monitoring for aeronautic structures using statistical meta-modeling.** Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Lancaster, v. 17, p. 1023-1036, 2006.
- OLIVEIRA JUNIOR, Adelmo Fernandes de. **Estudo das Características Modais de um Modelo de Aeronave em Alumínio.** 2016. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.
- OOIJEVAAR, Theodorus Hendricus. **Vibration based structural health monitoring of composite skin-stiffener structures.** PhD thesis, University of Twente, Enschede, Netherlands, 194p, 2014.
- PANDEY, A.K.; BISWAS, M.; SAMMAN, M.M. **Damage detection from changes in curvature mode shapes.** Journal of Sound and Vibration, v. 145, p. 321-332, 1991.
- PISSOLATTO, Gabriel Carvalho. **Análise modal experimental e numérica de um pórtico.** 2014. 64 f. TCC (Graduação)-Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso de Engenharia Mecânica, Joinville, 2014.

- RAO, S.S. *Vibrações Mecânicas*, 4ª Ed., São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.
- REDDY, J. N. **Mechanics of laminated composite plates and shells: Theory and analysis**. 2ed. Boca Raton, Florida, EUA: CRC Press, 2004.
- RIZOS, P. F.; ASPRAGATHOS, N.; DIMAROGONAS, A. D. **Identification of crack location and magnitude in a cantilever beam from the vibration modes**. *Journal of Sound and Vibration*, London, v. 138, n. 3, p. 381-388, 1990.
- RYTTER, A. **Vibration based inspection of civil engineering structures**. Ph.D. Thesis, Aalborg University, Denmark, 1993.
- SILVA, J. M. M.; MAIA, N. N. M. **Modal analysis and testing**. Sesimbra: Springer Science Business Media, 1999.
- SINHA, J. K. **Higher order spectra for crack and misalignment identification in the shaft of a rotating machine**. *Structural Health Monitoring*, Newbury Park, v. 6, n. 4, p. 325-334, 2007.
- SOEIRO, N. S. **Análise modal experimental**. Belém: 2001, 74 f. Apostila de aula – Curso de Engenharia Mecânica, Instituto de Tecnologia, Universidade Federal do Pará, Belém, 2001.
- SORIANO, Humberto Lima; LIMA, Silvio de Souza. **Método de elementos finitos em análise de estruturas**. São Paulo: Edusp, 2003. 48 v. (Acadêmica).
- SU, Z.; YE, L. **Lamb wave propagation-based damage identification for quasi-isotropic CF/EP composite laminates using artificial neural algorithm: part I – methodology and database development**. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, Lancaster, v. 16, n. 2, p. 97-111, 2005.
- TSURUTA, Karina Mayumi. **Structural health monitoring of composite materials subjected to impacts using the electromechanical impedance technique**. 2008. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharias) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2008.
- WANG, Z.; CHEN, S.; HAN, W. **Integrated structural and control optimization of intelligent structures**. *Engineering Structures*, Guildford, v. 21, p. 183-191, 1999.



WORDEN, K.; DULIEU-BARTON, J. M. **An overview of intelligent fault detection in systems and structures**. Structural Health Monitoring, Newbury Park, v. 3, n. 1, p. 85-98, 2004.

ZAGO, Julio Andre. **Detecção de falhas em rolamentos através da análise de vibrações e redes neurais artificiais**. 2016. 80 f. TCC (Graduação) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso de Engenharia Mecânica, Joinville, 2016.