

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA – PPGEM**

**HELIO JOSE ALIPIO JUNIOR**

**AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO EM ESTRUTURAS DE MATERIAL  
COMPÓSITO POLIMÉRICO REFORÇADO POR FIBRAS DE CARBONO COM  
CONSIDERAÇÃO DA FALHA PROGRESSIVA**

**JOINVILLE**

**2024**

**HELIO JOSE ALIPIO JUNIOR**

**AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO EM ESTRUTURAS DE MATERIAL  
COMPÓSITO POLIMÉRICO REFORÇADO POR FIBRAS DE CARBONO COM  
CONSIDERAÇÃO DA FALHA PROGRESSIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo De Medeiros

**JOINVILLE**

**2024**

Para gerar a ficha catalográfica de teses e  
dissertações acessar o link:  
<https://www.udesc.br/bu/manuais/ficha>

AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO EM ESTRUTURAS DE  
MATERIAL COMPÓSITO POLIMÉRICO REFORÇADO POR FIBRAS DE  
CARBONO COM CONSIDERAÇÃO DA FALHA PROGRESSIVA / Helio  
Jose Alipio Junior. - Joinville, 2024.

86 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo De Medeiros.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado  
de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica,  
Joinville, 2024.

1. Palavra-chave. 2. Palavra-chave. 3. Palavra-chave.  
4. Palavra-chave. 5. Palavra-chave. I. , . II. , . III.  
Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de  
Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica. IV. Título.

**HELIO JOSE ALIPIO JUNIOR**

**AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO EM ESTRUTURAS DE MATERIAL  
COMPÓSITO POLIMÉRICO REFORÇADO POR FIBRAS DE CARBONO COM  
CONSIDERAÇÃO DA FALHA PROGRESSIVA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo De Medeiros

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Ricardo De Medeiros (Presidente/Orientador)  
Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC

Membros:

Prof. Dr. Ricardo De Medeiros  
Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC

Prof. Dr. Volnei Tita  
Universidade de São Paulo – USP

Prof. Dr. Romeu Rony Cavalcante da Costa  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR

Joinville, 26 de fevereiro de 2024

À minha família, pelo amor incondicional,  
apoio e paciência ao longo desta jornada.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar minha sincera gratidão a todas as pessoas e instituições que tornaram possível a realização desta dissertação de mestrado.

Em primeiro lugar, quero agradecer, ao meu orientador, o Professor Ricardo de Medeiros, pela sua orientação excepcional, dedicação e seus conselhos valiosos que contribuirão com este trabalho. Sua paciência e comprometimento foram fundamentais para o meu desenvolvimento acadêmico.

Aos membros da comissão de avaliação, Professores Volnei Tita e Romeu, agradeço pela disponibilidade em participar desta banca e pelas sugestões construtivas que enriqueceram significativamente a qualidade desta pesquisa.

À minha família, que sempre foi meu alicerce e fonte de apoio incondicional, expresso meu profundo agradecimento. Sempre me encorajarão nos momentos desafiadores e celebrando comigo nos momentos de conquista.

Aos meus amigos e colegas de classe, agradeço pela parceria, troca de ideias e apoio mútuo ao longo deste percurso. Suas contribuições foram valiosas.

À Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação de Santa Catarina (FAPESC) pelo suporte financeiro (FAPESC - 2017TR1747, 2021TR843, e 2023TR563). A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES 001). Sou grato pela oportunidade concedida.

Por fim, dedico este trabalho à memória de Minha Mãe, cujo legado inspirador e valores continuam a orientar meu percurso acadêmico.

Cada pessoa e instituição mencionada desempenhou um papel crucial, e este trabalho é, em grande parte, o resultado de uma rede solidária de apoio. A todos, meu sincero obrigado.

“A verdadeira sabedoria está em reconhecer a própria ignorância.” (SÓCRATES,)

## RESUMO

Materiais compósitos estão cada vez mais presentes em diversas indústrias, sendo adotados em novos segmentos na busca por produtos mais leves e resistentes. No entanto, muitas vezes a sensibilidade desses materiais a diferentes carregamentos e condições ambientais não é devidamente considerada na seleção estrutural. Fatores como defeitos variados e variações de temperatura local podem comprometer a resistência desses materiais, afetando sua qualidade, durabilidade e integridade estrutural. Com base nessa necessidade, este estudo propõe o desenvolvimento e aplicação de um modelo computacional para avaliar a resistência residual em laminados de polímeros reforçados com fibra de carbono. O objetivo é simular o comportamento do dano progressivo observado durante testes de flexão de quatro pontos, considerando diferentes condições. Para isso, são conduzidas análises numéricas utilizando o método dos elementos finitos, empregando o software ABAQUS<sup>®</sup> em conjunto com uma sub-rotina (*UMAT - User Material Subroutine*). Os experimentos foram realizados em amostras retangulares de material compósito, envolvendo duas sequências de empilhamento e duas espessuras diferentes, além de placas contendo concentradores de tensão, como furos, para avaliar a influência desses fatores na resposta à flexão. Os resultados numéricos foram comparados aos experimentais para verificar as limitações e potencialidades do modelo computacional. Os resultados demonstraram uma boa concordância entre o modelo numérico e os experimentais, indicando sua viabilidade como ferramenta para prever o dano progressivo em materiais compósitos. Além disso, foram avaliados o campo de tensão e o módulo de elasticidade reduzido após a aplicação do carregamento de flexão. Por fim, esses resultados oferecem informações importantes para o projeto e desenvolvimento de estruturas de material compósito, contribuindo para o avanço do conhecimento nessa área.

**Palavras-chave:** Método Elementos Finitos. Materiais compósitos. Flexão quatro pontos. Dano Progressivo. Resistência residual.

## ABSTRACT

Composite materials are increasingly prevalent in various industries, being adopted in new segments in search of lighter and more resilient products. However, often the sensitivity of these materials to different loads and environmental conditions is not adequately considered in structural selection. Factors such as varied defects and local temperature variations can compromise the strength of these materials, affecting their quality, durability, and structural integrity. Based on this need, this study proposes the development and application of a computational model to evaluate residual strength in carbon fiber-reinforced polymer laminates. The aim is to simulate the behavior of progressive damage observed during four-point bending tests, under various conditions. For this purpose, numerical analyses are conducted using the finite element method, employing the ABAQUS<sup>®</sup> software in conjunction with a subroutine (UMAT - User Material Subroutine). Experiments were performed on rectangular samples of composite material, involving two stacking sequences and two different thicknesses, as well as plates containing stress concentrators, such as holes, to assess the influence of these factors on flexural response. Numerical results were compared to experimental ones to verify the limitations and potential of the computational model. The results showed good agreement between the numerical and experimental models, indicating its viability as a tool to predict progressive damage in composite materials. Additionally, stress distribution and reduced elastic modulus after applying flexural loading were evaluated. Finally, these findings provide important insights for the design and development of composite material structures, contributing to advancing knowledge in this field.

**Keywords:** Finite element analysis. Composite Materials. four-point bending test. Progressive damage. Residual strength.

## SUMÁRIO

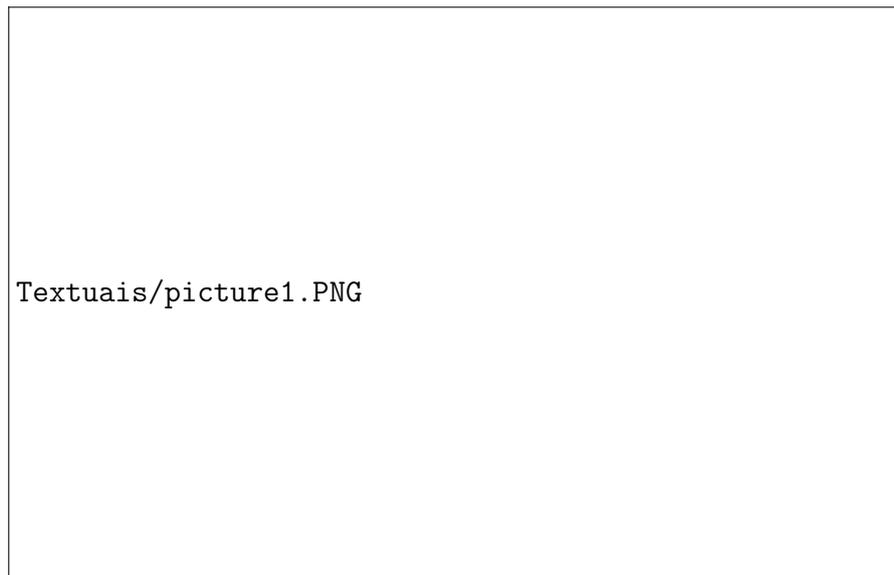
<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>11</b>
1.1	MOTIVAÇÃO	13
1.2	OBJETIVO	14
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	15
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>17</b>
2.1	MATERIAIS COMPÓSITOS	17
<b>2.1.1</b>	<b>Micromecânica de uma Lâmina</b>	<b>20</b>
2.2	RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO	21
<b>2.2.1</b>	<b>Lei de Hooke para material ortotrópico sob Estado Plano de Tensão</b>	<b>24</b>
2.3	TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS	30
<b>2.3.1</b>	<b>Análise de Tensões e de Deformações</b>	<b>32</b>
2.4	FALHA EM COMPÓSITOS	35
<b>2.4.1</b>	<b>Modos de falha de Falha</b>	<b>35</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Critérios de Falha</b>	<b>39</b>
2.5	MECÂNICA DO DANO	41
2.6	MODELO DE DANO	42
<b>2.6.1</b>	<b>Modelo para fibra sob tração</b>	<b>42</b>
<b>2.6.2</b>	<b>Modelo para fibra sob compressão</b>	<b>42</b>
<b>2.6.3</b>	<b>Comportamento da Matriz</b>	<b>43</b>
2.7	ESTADO DA ARTE	47
<b>2.7.1</b>	<b>Flexão em materiais compósitos</b>	<b>47</b>
<b>2.7.2</b>	<b>Resistência residual</b>	<b>48</b>
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b>	<b>50</b>
3.1	METODOLOGIA	50
3.2	MATERIAIS	51
3.3	TESTES EXPERIMENTAIS	52
3.4	MODELO COMPUTACIONAL	52
3.5	ANÁLISE NÃO-LINEAR	54
3.6	DEFINIÇÃO DE CONTATO	54
3.7	CONDIÇÕES DE CONTORNO	55
3.8	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS	57
<b>4</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>60</b>
4.1	TENSÃO NAS PLACAS	60
4.2	DEGRADAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE	63

4.3	COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS NÚMÉRICOS . . . . .	66
4.4	ÍNDICE DE DANO . . . . .	72
5	CONCLUSÃO . . . . .	80
	REFERÊNCIAS . . . . .	82

## 1 INTRODUÇÃO

A utilização de materiais compósitos tem sido cada vez mais frequente, em diversas indústrias como a aeronáutica, naval, automotiva, médica e até mesmo em materiais esportivos de alto desempenho (Müzel et al., 2020), conforme Figura 1. Tal aumento na utilização desse tipo de material é justificado pelas características específicas que são possíveis ser obtidas com esse tipo de material, muitas vezes combinado com o aumento da resistência e com a diminuição de peso (Jones, 2018).

Figura 1 – Aplicações materiais compósitos.

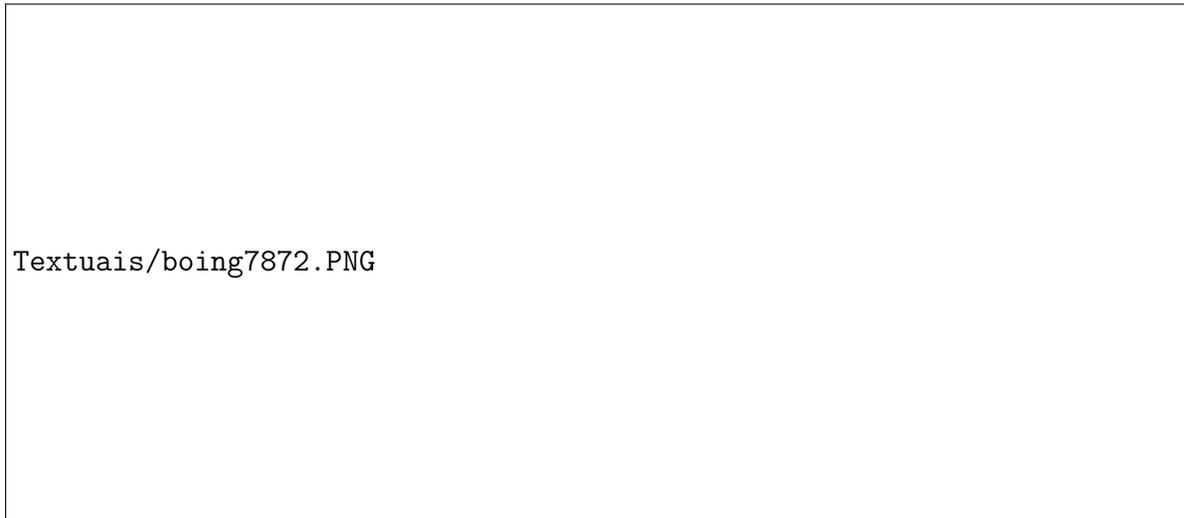


Fonte: Callister (2000).

Essas estruturas são reconhecidas pela combinação das propriedades mecânicas de diferentes materiais, convergindo para uma gama de características mecânicas que não podem ser alcançadas por materiais convencionais, tais como metais, cerâmicas e polímeros. A forma como a maioria desses materiais se constitui é determinada pela junção de duas fases distintas: a matriz, que é contínua e envolve a outra fase chamada fase dispersa, geralmente constituída por fibras. As propriedades mecânicas obtidas para o material compósito dependem das características de cada fase, da quantidade de cada fase, bem como da configuração da fase dispersa (Callister, 2000).

A aplicação de materiais compósitos na indústria aeronáutica, como já mencionado em outras áreas industriais, desempenha um papel fundamental na redução do peso da aeronave. Em alguns casos, a diminuição do peso da estrutura pode chegar a até 30% (Niu, 2008). A Figura 2 mostra o emprego dos materiais compósitos em diversas partes do Boeing 787, tais como a estrutura das asas, fuselagem, entre outros.

Figura 2 – Utilização de materiais compósitos no Boeing 787.



Fonte: Aly (2017)

Entretanto, diferentemente da aplicação de materiais metálicos, que possuem um comportamento dúctil, a avaliação da margem de segurança para a aplicação de um material compósito não depende apenas da comparação do critério de falha de Von Mises com o limite de escoamento do material. Para materiais compósitos, os mecanismos de falha são mais complexos. Existem diversos mecanismos de falha e dano que podem ser considerados com a finalidade de prever a resposta mecânica para a aplicação desse tipo de material (Souza, 2021).

É possível separar os fenômenos que ocorrem no interior das lâminas, bem como entre lâminas adjacentes, em dois tipos: falha intralaminar, que ocorrem dentro das lâminas, e falhas interlaminar, que ocorrem entre as lâminas (Tita, 2003). Os principais modos de falha são tensão, compressão, cisalhamento e flexão. Dentre os principais mecanismos que levam à falha do material compósito, é possível destacar a falha da fibra, que pode ocorrer devido a um carregamento de flexão excessiva. Também pode-se citar como um mecanismo de falha de material compósito a falha da matriz, o material que envolve as fibras. Outro mecanismo de falha e dano é a delaminação, que é a separação das camadas ou lâminas de material compósito devido à falha da adesão entre elas, conforme mostrado na Figura 3 (Gay, 2022). O dano também pode ocorrer por fadiga, iniciação de trinca, carregamento de impacto ou até mesmo devido a questões ambientais, como exposição a ambientes corrosivos ou temperaturas elevadas (Agarwal et al., 1990).

Soutis e Curtis (1996) enfatizaram que o uso de compósitos de fibras de carbono reforçadas com polímero para fabricação de estruturas na indústria aeronáutica, especialmente pela razão que esse tipo de material tem potencial para reduzir o peso de estruturas de aeronaves de alta performance. Entretanto há algumas limitações na aplicação de tal material, como defeitos de fabricação de diferentes tipos, impactos causados durante manuseio e fabricação do material, ou enquanto o material estiver em serviço. De maneira particular na indústria aeronáutica dano pode ser causado das mais diferentes maneiras como já supracitado quedas de ferramentas durante

o processo de manufatura e manutenção, colisões com pássaros ou até mesmo com detritos, colisões com outros veículos entre outros (Abrate, 1998).

Figura 3 – Mecanismos de dano.



Fonte: Gay (2022).

Diante deste contexto, neste trabalho, empregou-se um modelo que abrange apenas falhas intralaminares, deixando de considerar os efeitos causados pela delaminação. Outro ponto crucial é que o modelo utilizado contempla a falha progressiva, ou seja, a falha tem início em uma camada do material e acarreta danos adicionais que se propagam ao longo do tempo ou sob ação de cargas repetitivas. Assim, a falha inicial serve como ponto de partida para a propagação de danos em outras regiões do material (Kaw, 2005).

Por outro lado, a detecção e monitoramento do dano progressivo em estruturas de materiais compósitos representam um grande desafio. O uso de técnicas destrutivas é muitas vezes necessário, enquanto a aplicação de técnicas não destrutivas para monitorar a integridade do material frequentemente se torna inviável devido aos elevados custos. Com base nisso, conclui-se que a utilização de técnicas de modelagem computacional como apoio em projetos de estruturas fabricadas com materiais compósitos se mostra como uma alternativa vantajosa. Os avanços recentes nessas técnicas permitem prever o comportamento dessas estruturas sob diferentes condições de serviço, possibilitando o desenvolvimento de produtos mais duráveis e seguros. Além disso, a compreensão do dano progressivo é fundamental para otimizar o design e o desempenho de componentes feitos com materiais compósitos em diversas aplicações.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

A análise da falha progressiva em materiais compósitos é um campo de estudo de grande relevância para a engenharia, dado que esse tipo de material é amplamente utilizado em diversas estruturas, como aviões, carros, entre outros. Tais estruturas estão sujeitas a carregamentos que podem resultar em falhas catastróficas após o desenvolvimento progressivo de danos na estrutura.

O melhor entendimento do comportamento de estruturas de materiais compósitos sujeitos a carregamento de flexão, que sofrem a ação de dano progressivo, se mostra como uma oportunidade de prever possíveis falhas em campo. Alguns estudos anteriores se propuseram a estudar o dano progressivo em estruturas de materiais compósitos, destaca-se Kachanov (1986), Ladeveze e LeDantec (1992), Puck e Schürmann (2004), Lapczyk e Hurtado (2007), Maimí et al. (2007), Donadon et al. (2009), Angélico (2009), Murakami (2012), Ribeiro (2013), Ferreira (2014), Ferreira et al. (2020), Llobet et al. (2021), Souza (2021), Ueda et al. (2023).

Diante do exposto, torna-se necessário o desenvolvimento de um modelo computacional destinado à simulação do comportamento de estruturas de materiais compósitos submetidas a carregamentos de flexão, especialmente no que concerne ao dano progressivo. O modelo computacional desenvolvido neste estudo baseia-se no modelo de dano progressivo proposto por Ribeiro (2013), cujo trabalho abrangeu uma investigação numérica-experimental em cilindros de material compósito. Ao fazer isso, este estudo não apenas utiliza o modelo desenvolvido por Ribeiro (2013) como ponto de partida, mas também busca avançar na compreensão do dano progressivo em estruturas planas, como placas de material compósito submetidas a carregamento de flexão. Assim, o presente trabalho faz uma comparação entre resultados numéricos e experimentais em placas de material compósito, bem como considera a aplicação de concentradores de tensão como furos nas estruturas. Dessa forma, espera-se que essa pesquisa contribua para aprimorar as estratégias de projeto e manutenção de estruturas que incorporam materiais compósitos em diversas aplicações industriais.

## 1.2 OBJETIVO

Este trabalho visa desenvolver um modelo computacional para avaliar o comportamento estrutural em relação ao dano progressivo de placas de material compósito sob carregamento de flexão. A pesquisa realiza uma comparação entre os resultados numéricos obtidos por simulação computacional e os resultados experimentais. Além disso, o trabalho analisa o comportamento de placas contendo furos, que são concentradores de tensão.

Em sendo assim, o objetivo geral do presente trabalho pode ser dividido nos seguintes objetivos específicos:

- Realizar um levantamento de informações disponíveis na literatura sobre materiais compósitos, dano progressivo, resistência residual.
- Desenvolver um modelo computacional para simular o comportamento estrutural de placas de material compósito sob o carregamento de flexão.
- Definir os parâmetros do modelo de material ideais, para simulação.
- Comparar os resultados numéricos obtidos com as simulações, com resultados experimentais obtidos com as mesmas condições, na tese de De Medeiros (2016), visando validar o modelo de dano progressivo.

- Avaliar os resultados das simulações das placas com furos, e comparar o desempenho de cada uma a depender da dimensão do furo.
- Comparar os resultados para os diferentes tipos de dano obtidos pelo modelo computacional, visando verificar os pontos fortes e fracos existentes em cada uma delas e, portanto, avaliar criteriosamente o modelo de dano progressivo para aplicação em estruturas reais.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A estrutura do trabalho proposto tem o objetivo de desenvolver um modelo computacional para análise estrutural de placas fabricadas com material compósito e submetidas a um carregamento de flexão. Sendo assim, se organiza os capítulos da dissertação da seguinte maneira:

- Capítulo 1 - Introdução, Motivação e Objetivos: Neste primeiro capítulo é feita uma breve introdução sobre o assunto abordado, bem como as aplicações dos materiais pesquisados e suas principais propriedades, e também os principais tipos de dano. Também são apresentados as motivações que levaram ao desenvolvimento do trabalho, demonstrando a lacuna de estudo que o trabalho pretende cobrir. Também foram resumidos ao final do capítulo os principais objetivos do trabalho, e qual contribuição se pretende alcançar com o trabalho.
- Capítulo 2 - Fundamentação Teórica e Revisão Bibliográfica: No segundo capítulo é apresentado uma breve introdução sobre as principais características dos materiais compósitos, os equacionamentos para relação tensão e deformação em materiais anisotrópicos, e também para teoria clássica dos laminados, são apresentados posteriormente modos de falha em materiais compósitos, bem como os critérios de falha. Por fim é apresentado o modelo matemático utilizado para considerar o dano progressivo no estudo realizado, e o estado da arte para flexão aplicada em materiais compósitos e resistência residual.
- Capítulo 3 - Materiais e Métodos: Neste capítulo é apresentado a metodologia empregado para o desenvolvimento do modelo computacional, as propriedades do material utilizado e suas dimensões, é mostrado as condições em que foram realizados os testes experimentais, e as teorias utilizadas para desenvolver o modelo computacional.
- Capítulo 4 - Resultados: Essa secção apresenta as principais descobertas obtidas durante a pesquisa, faz a apresentação de dados adquiridos, e organiza os resultados da pesquisa, os principais resultados estão relacionados ao estado de tensão nas placas após o carregamento, os resultados para a redução do módulo de elasticidade depois da aplicação do carregamento, a comparação dos resultados experimentais com os numéricos, e avaliação dos resultados com os concentradores de tensão.

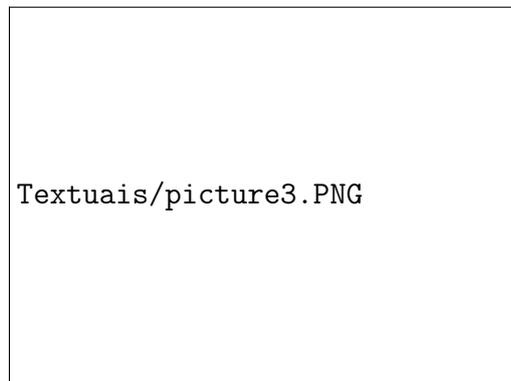
- Capítulo 5 - Conclusão: Sintetiza os Principais resultados da pesquisa, trazendo uma resposta para perguntas criadas à partir das lacunas de estudo e as contribuições significativas do estudo, apresenta as interpretações finais e discute os resultados, bem como mostra as limitações do estudo.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

Materiais compósitos são constituídos pela combinação de dois materiais em fases distintas: as fibras, que possuem alta resistência, e a fase matriz, responsável pela união das fibras e pela proteção contra a exposição ao meio ambiente (Figura 4). A grande vantagem da utilização desse tipo de material consiste na possibilidade de combinar propriedades, resultando em um material com características específicas que não poderiam ser obtidas utilizando apenas um material (Callister, 2000).

Figura 4 – Formação do material compósito.



Fonte: Callister (2000).

A incorporação de fibras na composição de materiais compósitos ocorre devido à maior rigidez apresentada pelo material quando na forma de fibra. Isso implica que as fibras conseguem suportar cargas sem sofrer deformações significativas, resultando em um material compósito globalmente mais rígido. Além disso, proporcionam resistência superior, conferindo ao material compósito uma capacidade aprimorada para resistir a forças externas, como tração, compressão ou flexão. Outra vantagem significativa da utilização de fibras na composição do material está relacionada à durabilidade. Materiais compósitos com fibras frequentemente demonstram uma durabilidade superior devido à resistência à fadiga e à propagação de trincas. Em comparação com o material base sem o reforço de fibras, essas características tornam o compósito uma escolha mais robusta e resistente. Por outro lado, a fase matriz, responsável pela união entre todas as fibras, possui propriedades uniformes em todas as direções (Callister, 2000). Dentre as vantagens que os materiais compósitos apresentam em comparação com os materiais isotrópicos, destacam-se não apenas pela maior rigidez e resistência, mas também por sua elevada resistência à fadiga, boa resistência à corrosão, estabilidade térmica e baixa condutividade (Ferreira, 2014).

Os materiais compósitos são comumente empregados em estruturas sob a forma de finas camadas conhecidas como lâminas, constituídas por fibras e matriz. As estruturas desejadas são fabricadas através do empilhamento dessas camadas até alcançar a resistência e rigidez necessárias para um determinado projeto. A sequência e orientação no empilhamento das fibras

exercem uma influência significativa nas propriedades finais da estrutura, especialmente em termos de resistência e rigidez. A realização de um projeto em material compósito requer uma análise aprofundada dos elementos estruturais formados por esses laminados que compõem o produto. Essa análise é complexa e demanda diversas ferramentas e conhecimentos, incluindo equações para materiais elásticos anisotrópicos, teoria de resistência dos materiais, métodos analíticos e computacionais, além da teoria de falha e dano (Reddy, 2003).

As fibras podem se distribuir na matriz de diversas maneiras, como de forma contínua, descontínua, unidirecional, bidirecional, costurada, ou até mesmo de maneira aleatória, conforme ilustrado na Figura 5. Compósitos fabricados com fibras unidirecionais apresentam maior resistência e módulo de elasticidade na direção da fibra (direção longitudinal), embora apresentem desvantagens na direção transversal. Já aqueles fabricados com fibras descontínuas demonstram menor resistência e módulo de elasticidade em comparação aos contínuos.

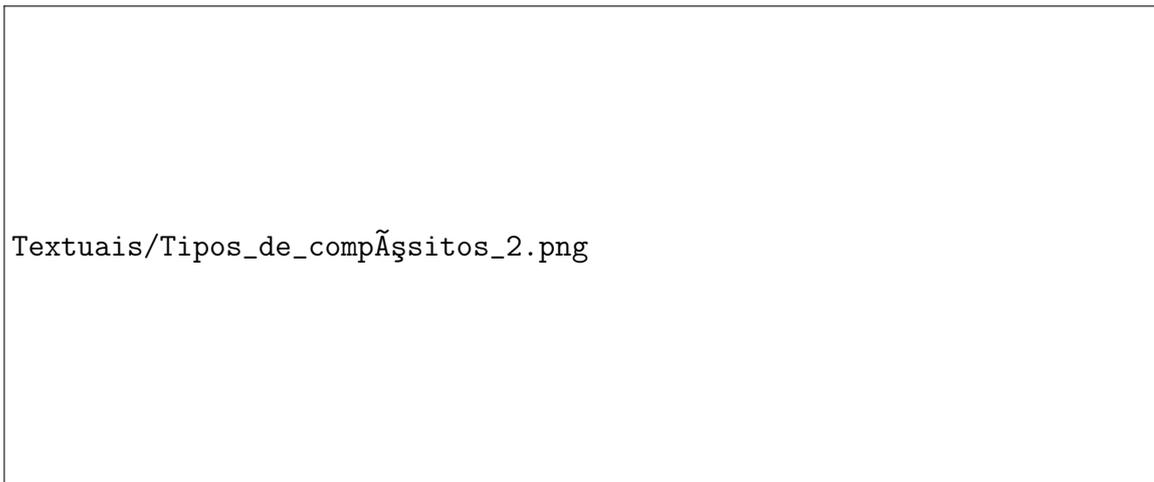
Figura 5 – Modelos de distribuição das fibras na matriz.



Fonte: Reddy (2003).

De acordo com (Callister, 2000), os materiais compósitos podem ser categorizados em três diferentes classes: aqueles reforçados por partículas, os estruturais e os reforçados por fibras, conforme representado na Figura 6. Este trabalho apresenta análises de compósitos do tipo estrutural, mais especificamente, laminados. Nas estruturas dos compósitos laminados, as propriedades mecânicas não dependem apenas dos materiais constituintes, mas também da sequência de empilhamento das camadas. Os compósitos laminados unidirecionais consistem em lâminas que são placas ou painéis bidimensionais com uma direção preferencial de alta resistência. Além disso, os laminados podem ser construídos utilizando materiais na forma de tecido, que são posteriormente inseridos dentro de uma matriz plástica (Callister, 2000).

Figura 6 – Formação do material compósito.



Fonte: Adaptado de Tita (2007).

Em relação ao laminado, é possível conceber cada lâmina que compõe a estrutura como uma placa, que, quando empilhada uma sobre a outra, forma o laminado. As lâminas dos compósitos laminados reforçados por fibras são fabricadas com fibras imersas em matrizes, podendo ser metálicas ou não metálicas (Reddy, 2003). As propriedades dos laminados são influenciadas pela orientação de cada lâmina em relação às outras e pela quantidade de lâminas, especialmente no que diz respeito à rigidez, resistência e espessura do laminado. Cada camada é unida à outra pela mesma matriz presente nas lâminas, e o termo utilizado para descrever as possíveis combinações de lâminas que formam o laminado é esquema de laminação ou sequência de empilhamento (Reddy, 2003). O compósito polimérico reforçado com fibra de carbono (*CFRP - Carbon Fiber Reinforced Polymer*) é um material que apresenta vantagens em relação a materiais isotrópicos. Conforme destacado por Forintos e Czigany (2019), algumas dessas propriedades incluem:

- Resistência química;
- Propriedades mecânicas;
- Baixa densidade;
- Boa rigidez;
- Boa resistência a corrosão;
- Boa resistência à fadiga;
- Baixa condutividade.

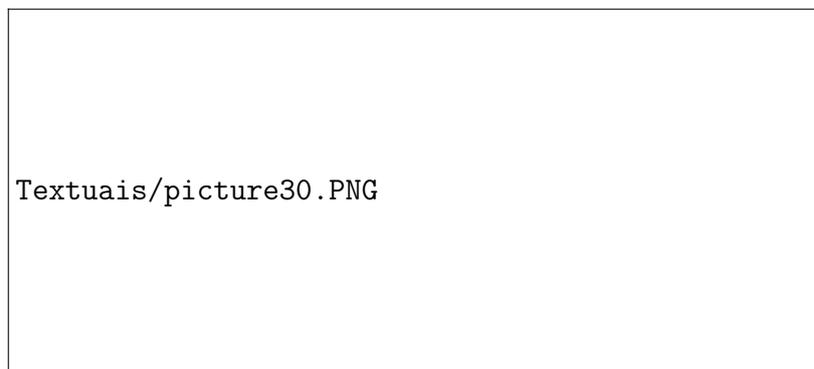
O CFRP é um material que vem sendo crescentemente utilizado na indústria, graças às suas excelentes características, e também devido à recente redução nos custos de manufatura e

matéria-prima, conforme mencionado por Forintos e Czigany (2019). No entanto, em contrapartida, os testes de caracterização são mais complexos e dispendiosos. A anisotropia do material também contribui para tornar o processo de análise dos modos de falha em estruturas de material compósito mais complexo. Diante desses desafios, os modelos computacionais desempenham um papel importante no processo de analisar tais estruturas e na busca por prever de maneira consistente e precisa os modos de falha em estruturas fabricadas com material compósito, como destacado por Ferreira (2014).

### 2.1.1 Micromecânica de uma Lâmina

Em um contexto de laminado, o termo lâmina refere-se a uma camada individual de material que compõe a estrutura laminada, variando em orientação para atender às especificações de cada produto. Dessa forma, as propriedades macroscópicas do laminado, como resistência e comportamento elástico, dependem não apenas das características do material em si, mas também da ordem e orientação das lâminas individuais que o compõem, conforme explicado por (Mendonça, 2005). Durante a fase de projeto de estruturas fabricadas de materiais compósitos laminados, é possível estimar as propriedades da lâmina seguindo o fluxograma apresentado na Figura 7, conforme orientações fornecidas por Mendonça (2005).

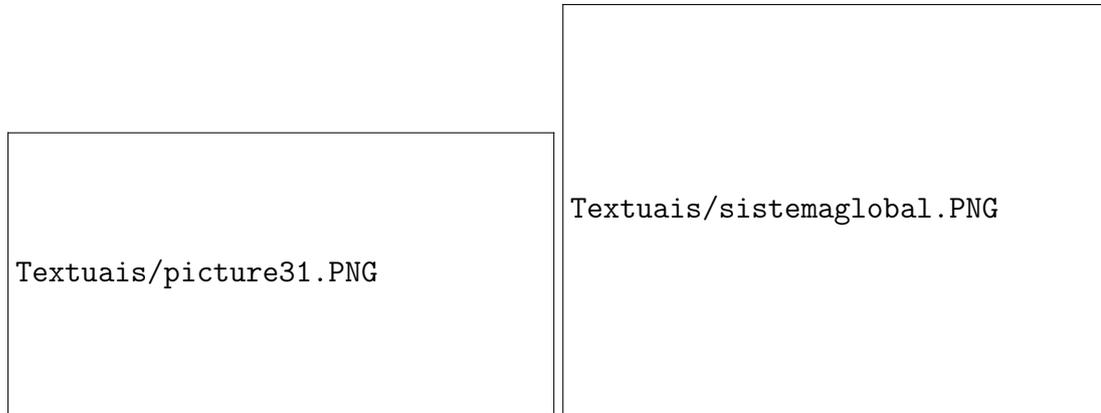
Figura 7 – Esquema de cálculo para estimativa de propriedade da lâmina.



Fonte: Adaptado de Mendonça (2005)

A resposta aproximada a este problema envolve o estudo das interações microscópicas entre os elementos da lâmina (matriz e reforço), constituindo a área de pesquisa denominada micromecânica de uma lâmina (Mendonça, 2005). Para definir as propriedades mecânicas dos laminados, torna-se essencial estabelecer um sistema de coordenadas local. Isso permite compreender as características ao longo da fibra, transversalmente à fibra ou normal à fibra. A Figura 8 mostra um esquema de uma lâmina reforçada com fibras unidirecionais usando um sistema de coordenadas locais (1-2-3) e ilustra a estrutura de um laminado reforçado por fibras com um sistema de coordenadas globais (x-y-z).

Figura 8 – (a) lâmina considerando o sistema de coordenadas local e (b) laminado considerando o sistema de coordenadas global



Fonte: Daniel et al. (2006)

## 2.2 RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

A forma geral da equação constitutiva linear para deformações infinitesimais é expressa pela lei de Hooke generalizada. As componentes de tensão são funções lineares das componentes de deformação, conforme definido por Reddy (2003), como

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\epsilon_{kl}, \quad (1)$$

onde  $C$  representa o tensor de rigidez de quarta ordem,  $\sigma$  é o tensor de tensão, e  $\epsilon$  é o tensor de deformação, ambos de segunda ordem. Em geral, o tensor  $C$  possui 81 componentes escalares. No entanto, devido à simetria entre  $\sigma$ ,  $\epsilon$ , e  $C$ , o número de componentes independentes de  $C$  é reduzido.

Assim, ao adotar a notação de Voigt, que utiliza apenas um subscrito para os tensores de tensão e deformação, e dois subscritos para o tensor de rigidez do material, a notação simplificada para tensões e deformações tridimensionais é estabelecida. Essa notação reduzida é apresentada em comparação com a notação padrão de tensor na Tabela 1, especialmente quando os tensores de tensão e deformação exibem simetria.

Tabela 1 – Tensor e notação contraída para tensões e deformações

Tensão		Deformação	
Notação tensorial	Notação contraída	Notação tensorial	Notação contraída
$\sigma_{11}$ ( $\sigma_1$ )	$\sigma_1$	$\epsilon_{11}$ ( $\epsilon_1$ )	$\epsilon_1$
$\sigma_{22}$ ( $\sigma_2$ )	$\sigma_2$	$\epsilon_{22}$ ( $\epsilon_2$ )	$\epsilon_2$
$\sigma_{33}$ ( $\sigma_3$ )	$\sigma_3$	$\epsilon_{33}$ ( $\epsilon_3$ )	$\epsilon_3$
$\tau_{23} = \sigma_{32}$	$\sigma_4$	$\gamma_{23} = 2\epsilon_{23}$	$\epsilon_4$
$\tau_{31} = \sigma_{31}$	$\sigma_5$	$\gamma_{31} = 2\epsilon_{31}$	$\epsilon_5$
$\tau_{12} = \sigma_{12}$	$\sigma_6$	$\gamma_{12} = 2\epsilon_{12}$	$\epsilon_6$

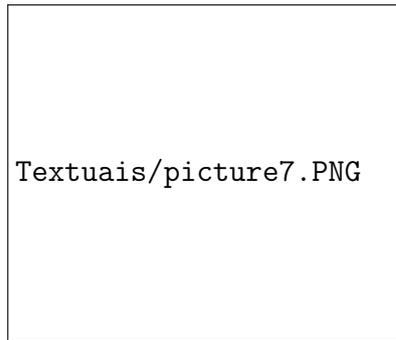
Fonte: Adaptado de Jones (2018).

Dessa forma, reescreve-se a Eq. (1), como

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad i, j = 1, \dots, 6, \quad (2)$$

onde  $\sigma_i$  representa as componentes de tensão, exibidas no cubo com coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , e conforme ilustrado na Figura 9. Além disso,  $C_{ij}$  é a matriz de rigidez, enquanto  $\varepsilon_j$  refere-se às componentes de deformação.

Figura 9 – Direções das tensões



Fonte: Souza (2021).

As deformações podem ser definidas conforme descrito por Jones (2018), por meio de

$$\varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_2 = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \varepsilon_3 = \frac{\partial w}{\partial z} \quad \gamma_{23} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \quad \gamma_{31} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad \gamma_{12} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (3)$$

onde  $u$ ,  $v$  e  $w$  são deslocamentos nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ .

A matriz de rigidez  $C_{ij}$  contém 36 constantes (Eq. (2)). No entanto, ao considerar as características da energia de deformação, observa-se que menos de 36 constantes são independentes para materiais elásticos. Materiais elásticos, que possuem potencial elástico ou função densidade de energia de deformação, apresentam trabalho incremental por unidade de volume, conforme

$$dW = \sigma_i d\varepsilon_i. \quad (4)$$

Substituindo na Eq. (2), o trabalho incremental se torna,

$$dW = C_{ij}\varepsilon_j d\varepsilon_i. \quad (5)$$

Integrando a Eq. (5), o trabalho por unidade de volume fica,

$$W = \frac{1}{2}C_{ij}\varepsilon_j\varepsilon_i. \quad (6)$$

Entretanto, pela lei de Hooke, Eq. (7), pode ser derivada da Eq. (6),

$$\frac{\partial W}{\partial \varepsilon_j} = C_{ij}\varepsilon_j. \quad (7)$$

Portanto,

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_i \partial \varepsilon_j} = C_{ij}. \quad (8)$$

Do mesmo modo, é possível afirmar que

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \varepsilon_j \partial \varepsilon_i} = C_{ji}. \quad (9)$$

Dessa forma,

$$C_{ij} = C_{ji}. \quad (10)$$

A matriz de rigidez é simétrica, portanto, apenas 21 das constantes são independentes. De maneira semelhante, demonstra-se

$$W = \frac{1}{2} S_{ij} \sigma_j \sigma_i, \quad (11)$$

onde  $S_{ij}$  é definido pela inversa da relação tensão-deformação, chamada de relação deformação-tensão,

$$\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j. \quad (12)$$

Da mesma forma que para a tensão, pode-se demonstrar que a matriz de flexibilidade é simétrica, também contando com 21 constantes independentes. As componentes de rigidez e flexibilidade são designadas como constantes elásticas. Com a redução de 36 para 21 constantes independentes, as relações tensão-deformação são

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

As relações expressas na matriz caracterizam materiais anisotrópicos, que são aqueles desprovidos de isotropia, resultante da ausência de planos de simetria nas propriedades do material. Entretanto, há materiais que possuem dois planos de simetria, denominados ortotrópicos, os quais apresentam apenas 9 constantes independentes na matriz de rigidez. Conforme estabelecido pela lei de Hooke, essa matriz é representada

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

A matriz de rigidez dos materiais ortotrópicos pode ser reescrita em termos da matriz de flexibilidade, estabelecendo uma relação entre cada termo e as propriedades elásticas que podem ser mensuradas através de experimentos, como

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{13} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Em termos de propriedades elásticas, pode-se escrever

$$S_{11} = \frac{1}{E_{11}} \quad S_{12} = \frac{-\nu_{21}}{E_{22}} \quad S_{13} = \frac{-\nu_{31}}{E_{33}}, \quad (16)$$

$$S_{21} = \frac{-\nu_{12}}{E_{11}} \quad S_{22} = \frac{1}{E_{22}} \quad S_{23} = \frac{-\nu_{32}}{E_{33}}, \quad (17)$$

$$S_{31} = \frac{-\nu_{13}}{E_{11}} \quad S_{22} = \frac{-\nu_{23}}{E_{22}} \quad S_{23} = \frac{1}{E_{33}}, \quad (18)$$

$$S_{44} = \frac{1}{G_{23}} \quad S_{55} = \frac{1}{G_{13}} \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}, \quad (19)$$

onde  $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $E_{33}$ , são os módulos de elasticidade nas direções 1, 2 e 3,  $\nu_{ij}$  são os coeficientes de Poisson e  $G_{ij}$  são os módulos de elasticidade cisalhantes nos planos  $ij$ . Estas relações são aplicadas em contextos genéricos de materiais compósitos. No entanto, ao considerar que o comprimento das lâminas é significativamente maior em relação à sua espessura, podemos assumir o estado plano de tensões.

### 2.2.1 Lei de Hooke para material ortotrópico sob Estado Plano de Tensão

Ao considerar uma lâmina no plano 1-2 no estado plano de tensão (EPT), pressupõe-se que um corpo está submetido a um estado plano de tensões quando cada ponto suporta tensões em um único plano. Para esse caso específico de carregamento, teremos  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , e  $\tau_{12}$  como termos não nulos, enquanto  $\sigma_3 = 0$ ,  $\tau_{23} = 0$ , e  $\tau_{31} = 0$  (Mendonça, 2005).

A Lei de Hooke descreve o comportamento elástico de materiais sólidos. No caso de um material ortotrópico no estado plano de tensão, essa lei pode ser expressa de maneira matricial como

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 \\ C_{12} & C_{22} & 0 \\ 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

onde  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$  são tensões nos eixos 1 e 2 respectivamente,  $\tau_{12}$  é o componente de tensão de cisalhamento no plano 1-2,  $C_{11}$ ,  $C_{22}$  e  $C_{12}$  são os coeficientes de elasticidade ortotrópica,  $C_{66}$  é o coeficiente de cisalhamento em um material ortotrópico,  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  são as deformações nas

direções dos eixos 1 e 2, respectivamente e  $\gamma_{12}$  é o componente de deformação de cisalhamento no plano 1-2.

Ao relacionar as tensões e deformações no estado plano de tensões para um material ortotrópico usando a matriz de flexibilidade, que é a inversa da matriz de rigidez elástica, obtêm-se

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

sendo  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  as deformações nas direções dos eixos 1 e 2, respectivamente,  $\gamma_{12}$  a componente de deformação de cisalhamento no plano 1-2,  $S_{11}$ ,  $S_{22}$  e  $S_{12}$  os coeficientes de flexibilidade ortotrópica,  $S_{66}$  o coeficiente de flexibilidade sob cisalhamento em um material ortotrópico,  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$  as tensões nos eixos 1 e 2 respectivamente e  $\tau_{12}$  a componente de tensão de cisalhamento no plano 1-2.

A matriz de rigidez elástica está relacionada ao módulo de elasticidade (ou módulo de Young) de um material ortotrópico no estado plano de tensões. A relação entre tensões e deformações com a matriz de rigidez elástica pode ser expressa

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & -\frac{\nu_{12}}{E_{22}} & 0 \\ -\frac{\nu_{21}}{E_{11}} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

onde  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$  são tensões nos eixos 1 e 2 respectivamente,  $\tau_{12}$  é a componente de tensão de cisalhamento no plano 1-2,  $E_{11}$  e  $E_{22}$  são os módulos de elasticidade nas direções dos eixos 1 e 2, respectivamente,  $G_{12}$  é o módulo de cisalhamento (ou módulo de elasticidade em cisalhamento) no plano 1-2,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  são os coeficientes de Poisson relacionando as deformações nas direções dos eixos 1 e 2,  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  são as deformações nas direções dos eixos 1 e 2, respectivamente,  $\gamma_{12}$  é a componente de deformação de cisalhamento no plano 1-2.

Essa relação pode ser invertida, resultando na expressão reduzida da relação tensão-deformação

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

onde  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$  são tensões nos eixos 1 e 2 respectivamente,  $\tau_{12}$  é o componente de tensão de cisalhamento no plano 1-2,  $Q_{11}$ ,  $Q_{22}$  e  $Q_{12}$  são os componentes do tensor de rigidez ortotrópico,  $Q_{66}$ , é outro componente do tensor de rigidez ortotrópico,  $\nu_{12}$ ,  $\nu_{21}$  são os coeficientes de Poisson relacionando as deformações nas direções dos eixos 1 e 2,  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  são as deformações nas direções dos eixos 1 e 2, respectivamente,  $\gamma_{12}$ , é o componente de deformação de cisalhamento no plano 1-2.

Pode-se expressar os componentes da matriz de rigidez reduzida  $Q_{ij}$  em termos das propriedades elásticas medidas nas direções de ortotropia 1 e 2, ou seja, nas direções longitudinal e perpendicular às fibras, respectivamente. Dessa forma, obtêm-se

$$Q_{11} = \frac{E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad (24)$$

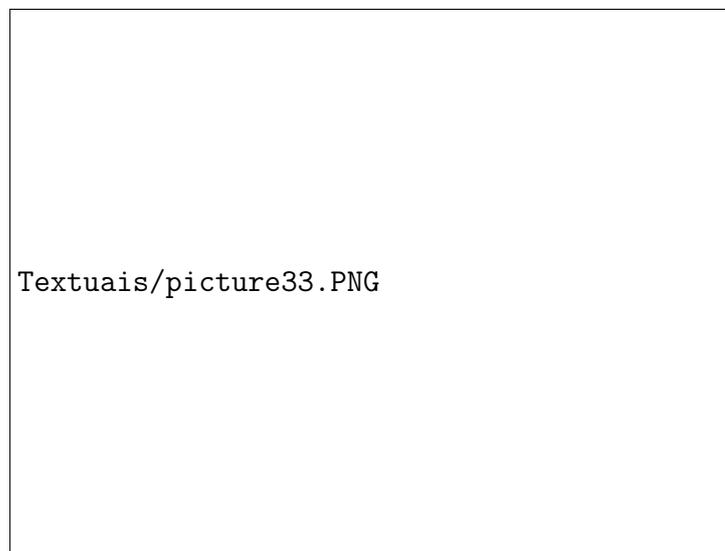
$$Q_{22} = \frac{E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad (25)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad (26)$$

$$Q_{66} = G_{12}. \quad (27)$$

A maioria dos laminados são finos e experienciam estado plano de tensão, consequentemente nas teorias de camada simples a tensão transversal normal  $\sigma_{33}$  é negligenciada (Figura 10).

Figura 10 – Estado plano de tensão em uma lamina



Fonte: Reddy (2003).

O efeito do acoplamento é de grande importância para o estudo da aplicação de materiais compósitos em estruturas. É possível observar que, para direções de ortotropia de uma lâmina, o material não sofre efeito de cisalhamento. Em outras palavras, tensões de cisalhamento provocam apenas deformações cisalhantes (distorção angular), enquanto tensões normais geram somente deformações normais.

Entretanto, ao considerar um sistema de coordenadas locais conforme representado na Figura 11, nota-se a presença do acoplamento cisalhamento-extensão. Nesse cenário, tensões normais não apenas geram deformações normais, mas também distorções. Da mesma forma, tensões de cisalhamento provocam ambos os tipos de deformações, onde 1 e 2 são as direções longitudinais e transversais às fibras, respectivamente, e  $x$  e  $y$  representam direções quaisquer rotacionadas por um ângulo  $\theta$  em relação ao eixo de ortotropia. Com o objetivo de definir as propriedades nas direções arbitrárias  $(x, y)$ , em relação às atuantes nos eixos ortotrópicos, torna-se necessário estabelecer uma matriz de rotação  $[T]$  cujos elementos dependem do ângulo  $\theta$ . A matriz de transformação é empregada em análises de tensões e deformações em materiais compósitos para relacionar as propriedades do material em coordenadas locais (fibras) com as coordenadas globais (referência geral).

Figura 11 – Representação de coordenadas Locais



Fonte: Jones (2018).

Uma representação geral da matriz de transformação de coordenadas  $[T]$ , para um material compósito unidirecional, com fibras alinhadas em uma direção principal, pode ser definido

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \sin^2(\theta) & 2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ \sin^2(\theta) & \cos^2(\theta) & -2\sin(\theta)\cos(\theta) \\ -\sin(\theta)\cos(\theta) & \sin(\theta)\cos(\theta) & (\cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)) \end{bmatrix}. \quad (28)$$

Para estabelecer as relações entre as propriedades nas coordenadas locais e globais, é necessário utilizar a inversa de  $[T]$ , representada por  $[T]^{-1}$ . Essa inversa é obtida substituindo  $-\theta$  no lugar de  $\theta$  em  $[T]$ , resultando em uma simples troca de sinais nos termos não-quadráticos em  $\sin(\theta)$  fora da diagonal. Vale ressaltar que essa operação é denominada transformação de tensões (Mendonça, 2005).

As deformações também podem ser transformadas de maneira semelhante às tensões, com a ressalva de que a deformação cisalhante  $\frac{\gamma}{2}$  deve ser utilizada em vez da deformação de

engenharia  $\gamma$ . Assim, de acordo com Mendonça (2005), tem-se

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix} = [T^{-1}] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T^{-1}] \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Com base na matriz de rigidez da lâmina  $[Q]$  e no ângulo  $\theta$ , a relação constitutiva referente ao sistema global (x, y) pode ser obtida:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

E utilizando a matriz de Reuter  $[R]$ ,

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{\gamma_{12}}{2} \end{bmatrix}, \quad (32)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = [R] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

onde  $R$  é definido,

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Substituindo a Eq. (32) na Eq. (31), obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} [R][T] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{bmatrix}. \quad (35)$$

E finalmente substituindo a Eq. (33) na Eq. (35), resulta

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} [R][T][R]^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Sendo assim, a relação constitutiva da lâmina, referente ao sistema de eixos (x, y), é dada por,

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [\bar{Q}] \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Considerando,

$$[\bar{Q}] = [T]^{-1}[Q][T]^{-T}. \quad (38)$$

Pode-se empregar as seguintes relações para calcular os coeficientes da matriz  $[\bar{Q}]$ :

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cdot \cos^4(\theta) + Q_{22} \cdot \sin^4(\theta) + 2 \cdot (Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \cdot \sin^4(\theta) + Q_{22} \cdot \cos^4(\theta) + 2 \cdot (Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{12}(\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{12}(\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta)) \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) \end{aligned}$$

As constantes elásticas efetivas para a obtenção dos componentes da matriz  $[\bar{Q}]$  podem ser determinadas tanto experimentalmente, seguindo normas técnicas, quanto calculadas por meio de modelos micromecânicos (Jones, 2018; Daniel et al., 2006). Conforme Reddy (2003), os modelos micromecânicos podem ser empregados para obter as constantes de engenharia de uma lâmina, com base nas seguintes hipóteses:

- As fibras são paralelas e distribuídas de maneira uniforme em todo seu comprimento;
- A matriz é inicialmente livre de tensão residual, vazios ou microfraturas;
- Tanto fibra quanto matriz que constituem o compósito são isotrópicos e seu comportamento obedece a lei de Hooke;
- Interface perfeita entre fibra e matriz;
- A aplicação das cargas são tais que sejam paralelas ou perpendiculares as direções das fibras.

Além disso, é possível determinar as propriedades da lâmina com base no conhecimento prévio das propriedades dos constituintes da lâmina e suas frações volumétricas

$$E_1 = E_f \cdot f_f + E_m \cdot f_m, \quad (39)$$

$$E_2 = \frac{E_f \cdot E_m}{E_f \cdot f_m + E_m \cdot f_f}, \quad (40)$$

$$\nu_{12} = \nu_f \cdot f_f + \nu_m \cdot f_m, \quad (41)$$

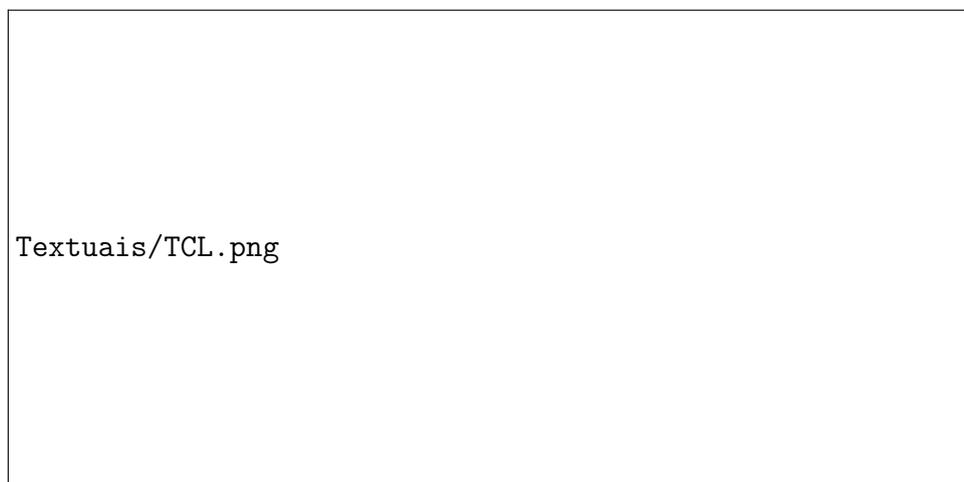
$$G_{12} = \frac{G_f \cdot G_m}{G_f \cdot f_m + G_m \cdot f_f}, \quad (42)$$

sendo  $E_f$  o módulo de elasticidade da fibra,  $E_m$  o módulo de elasticidade da matriz,  $\nu_f$  o coeficiente de Poisson da fibra,  $\nu_m$  o coeficiente de Poisson da matriz,  $f_f$  a fração volumétrica da fibra e  $f_m$  a fração volumétrica da matriz.

### 2.3 TEORIA CLÁSSICA DOS LAMINADOS

As equações constitutivas dos laminados multidirecionais se tornam mais complexas devido aos gradientes de tensão ao longo da espessura. Assim, não é recomendável expressá-las em termos da relação tensão-deformação. Em vez disso, é mais apropriado estabelecer as relações entre as forças, momentos e tensões, aplicando uma condição de equilíbrio estático. Onde,  $N$  representa as forças e  $M$  os momentos resultantes, obtidos pela integração ao longo da espessura do laminado  $z$  (conforme Figura 12).

Figura 12 – Convenção numérica adotada para lamina



Fonte: Souza (2021).

A relação tensão-deformação para um estado plano de tensão em uma lâmina, considerando as suposições da Teoria Clássica dos Laminados (CLT), é a mesma que foi obtida por Love (1888). Para determinar as tensões internas no laminado, é necessário recorrer à CLT, que se fundamenta nas seguintes hipóteses:

- O laminado é considerado plano e a superfície média que divide o mesmo ao meio está contido no plano x-y (plano 1-2);

- As lâminas estão perfeitamente vinculadas entre si, não existindo deslocamento relativo entre as mesmas e promovendo assim a continuidade de deslocamentos;
- A matriz que permanece entre as lâminas é infinitesimalmente fina e não deformável por cisalhamento;
- Para laminados finos, são utilizadas as aproximações cinemáticas de Kirchhoff, o que resulta em:  $\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = \varepsilon_z = 0$  e  $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_z \ll \sigma_{xy}, \sigma_y, \sigma_x$ .

As forças e os momentos resultantes por unidade de comprimento que atuam no plano médio são definidos através de

$$\underline{N} = \int_{-t/2}^{t/2} \underline{\sigma} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\sigma} dz, \quad (43)$$

$$\underline{M} = \int_{-t/2}^{t/2} \underline{\sigma} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \underline{\sigma} z dz, \quad (44)$$

sendo  $\underline{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^T$ ,  $\underline{N} = (N_x, N_y, N_{xy})^T$ , para forças e  $\underline{M} = (M_x, M_y, M_{xy})^T$  para momentos, onde  $N_x, N_y$  são resultantes da tensão normal, e,  $N_{xy}$  é a resultante da tensão de cisalhamento no plano por unidade de comprimento, e  $M_x, M_y$  são os momentos de flexão resultantes e  $M_{xy}$  é o momento torsional resultante por unidade de comprimento. A relação tensão-deformação é dada por:

$$\underline{\sigma} = \underline{Q}^- k \underline{\varepsilon}^0 + z \underline{Q}^- k k, \quad (45)$$

onde  $\varepsilon^0$  é a deformação do plano médio e  $k$  é a curvatura.

Considerando a deformação e a curvatura do plano médio constantes durante toda a espessura, e substituindo as Eqs. (43) e (44) na Eq. (45), obtêm-se

$$\underline{N} = \left( \sum_{k=1}^N \underline{Q}^{-k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz \right) \varepsilon^0 + \left( \sum_{k=1}^N \underline{Q}^{-k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz \right) k, \quad (46)$$

$$\underline{M} = \left( \sum_{k=1}^N \underline{Q}^{-k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz \right) \varepsilon^0 + \left( \sum_{k=1}^N \underline{Q}^{-k} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z^2 dz \right) k. \quad (47)$$

E definindo as matrizes de rigidez A, B e C,

$$\underline{A} = \sum_{k=1}^N \underline{Q}^{-k} (h_k - h_{k-1}), \quad (48)$$

$$\underline{B} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \underline{Q}^{-k} (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad (49)$$

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N \underline{\underline{Q}}^{-k} (h^3_k - h^3_{k-1}). \quad (50)$$

Realizando todas as substituições, resulta-se na equação constitutiva para laminados multidirecionais

$$\begin{Bmatrix} \underline{N} \\ \underline{M} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{\varepsilon}^0 \\ \underline{k} \end{Bmatrix}. \quad (51)$$

A matriz de acoplamento  $[B]$  nas equações constitutivas resulta nas forças normais  $N_x$  e  $N_y$ , bem como nas forças de cisalhamento  $N_{xy}$  atuantes no plano médio de um laminado. Essas forças induzem deformações normais e distorções angulares  $\gamma_{xy}$ , além de causar flexão e torção, resultando, respectivamente, nas curvaturas  $K_x$ ,  $K_y$  e  $K_{xy}$ . Analogamente, a ação dos momentos  $M_x$ ,  $M_y$  e  $M_{xy}$  gera deformações no plano médio, juntamente com as curvaturas correspondentes (Tita, 2007).

Em situações de simetria nos laminados, a matriz  $[B]$  se torna nula devido à integração que incorpora a variável  $z$ . Dentro do contexto da simetria, os termos positivos provenientes dessa integração se anulam com as contribuições negativas, resultando na ausência de acoplamento entre forças normais, força de cisalhamento e momentos fletores, momento de torção (Tita, 2007). Quando a matriz  $[B]$  é nula, a análise se concentra na matriz  $[A]$ , onde as forças normais geram deformações normais e distorções angulares. As forças de cisalhamento também induzem deformações normais e distorções angulares. Da mesma forma, na matriz  $[D]$ , os momentos fletores e de torção influenciam tanto a flexão quanto a torção (Tita, 2007).

### 2.3.1 Análise de Tensões e de Deformações

É possível estabelecer um procedimento para conduzir uma análise de tensões e deformações em um laminado, conforme descrito por Tita (2007), através dos seguintes passos:

Passo 1: Determinar as propriedades elásticas da lâmina ortotrópica ( $E_{11}$ ;  $E_{22}$ ;  $G_{12}$  e  $\nu_{12}$ );

Passo 2: Calcular a matriz de rigidez reduzida de uma lâmina em relação ao sistema local de coordenadas, definido por

$$[Q]_{local} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}, \quad (52)$$

onde:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad (53)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad (54)$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{(1 - \nu_{12}\nu_{21})}, \quad (55)$$

$$Q_{66} = G_{12}. \quad (56)$$

Passo 3: Calcular a matriz de rigidez reduzida transformada de cada lâmina em relação ao sistema global de coordenadas,

$$[\bar{Q}]_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}, \quad (57)$$

onde:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cdot \cos^4(\theta) + Q_{22} \cdot \sin^4(\theta) + 2 \cdot (Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \cdot \sin^4(\theta) + Q_{22} \cdot \cos^4(\theta) + 2 \cdot (Q_{12} + 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta)$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{12}(\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta))$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cdot \sin^2(\theta) \cdot \cos^2(\theta) + Q_{12}(\sin^4(\theta) + \cos^4(\theta))$$

$$\bar{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta)$$

$$\bar{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \cdot \sin^3(\theta) \cdot \cos(\theta) + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos^3(\theta)$$

Passo 4: Calcular as sub-matrizes A, B e D da matriz de rigidez do laminado em relação ao sistema global de coordenadas,

$$[A] = \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k (h_k - h_{k-1}), \quad (58)$$

$$[B] = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k (h_k^2 - h_{k-1}^2), \quad (59)$$

$$[D] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n [\bar{Q}]_k (h_k^3 - h_{k-1}^3), \quad (60)$$

Passo 5: Calcular as deformações no plano médio e as curvaturas em relação ao sistema global de coordenadas,

$$\begin{bmatrix} [\epsilon_0] \\ [K] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A'] & [B'] \\ [C'] & [D'] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix}, \quad (61)$$

onde:

$$[A'] = [A*] - [B*][D*]^{-1}[C*],$$

ou

$$[A'] = [A*] + [B*][D*]^{-1}[B*]^T,$$

$$[B'] = [B*][D*]^{-1},$$

$$[C'] = -[D*]^{-1}[C*],$$

ou

$$[C'] = [B']^T,$$

e

$$[D*] = [D*]^{-1}.$$

Passo 6: Calcular as tensões que atuam numa dada lâmina  $k$  em relação ao sistema global de coordenadas,

$$[\sigma]_{global}^k = [\bar{Q}]_{Global}^k [[\epsilon_0]_{Global} + z[K]_{Global}]. \quad (62)$$

Passo 7: Calcular as tensões que atuam numa dada lâmina  $k$  em relação ao Sistema Local de Coordenadas,

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}_{local} = [T] \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix}_{Global}, \quad (63)$$

onde:

$$[T] = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & -mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}$$

$$m = \cos(\theta) \quad n = \sin(\theta)$$

Com base nas tensões obtidas nas equações, é possível realizar as substituições nos critérios de falha. Assim, com os resultados obtidos, torna-se viável avaliar se uma determinada lâmina irá falhar ou não, considerando uma específica combinação de carregamentos.

## 2.4 FALHA EM COMPÓSITOS

### 2.4.1 Modos de falha de Falha

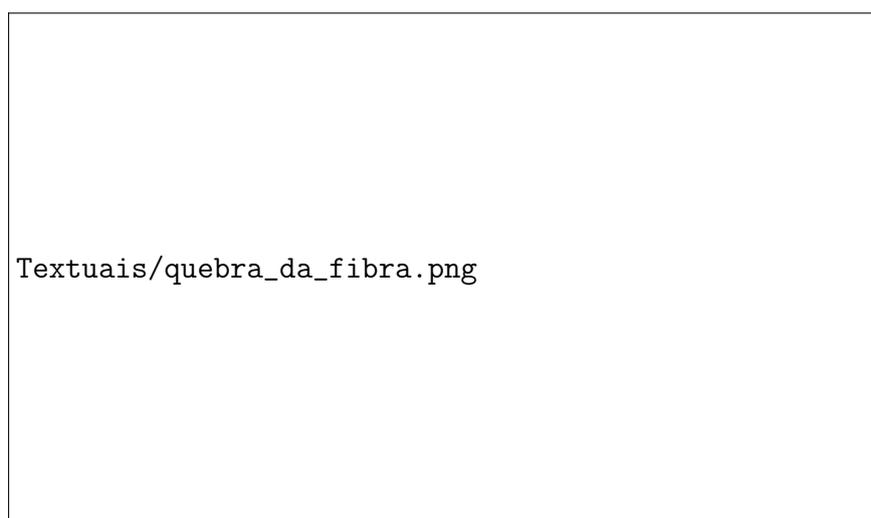
De maneira geral, entende-se como falha o momento em que a estrutura deixa de desempenhar sua funcionalidade de maneira satisfatória. No entanto, essa definição pode variar conforme a aplicação. Em alguns contextos, uma pequena deformação pode ser considerada como falha, enquanto em outros, apenas a falha catastrófica do material é reconhecida como tal.

Geralmente, em materiais compósitos, a iniciação de falhas internas ocorre muito antes de ser possível detectar qualquer alteração externa no material (Bhudolia et al., 2021). Essas falhas internas podem ser classificadas de várias maneiras, como:

- Quebra das fibras;
- Microquebra da matriz;
- Separação da fibra da matriz *debonding*;
- Separação da lamina *delamination*.

Materiais compósitos são constituídos por uma matriz e fibras incorporadas, sendo as fibras responsáveis por proporcionar a resistência mecânica, enquanto a matriz contribui para a ligação entre as fibras e a distribuição de carga. A ruptura da fibra ocorre quando uma ou mais fibras no material compósito se rompem sob carga Figura 13. Isso pode ser causado por diversos fatores, sendo uma falha que pode comprometer significativamente a integridade estrutural do componente (Talreja, 2015).

Figura 13 – Quebra da fibra

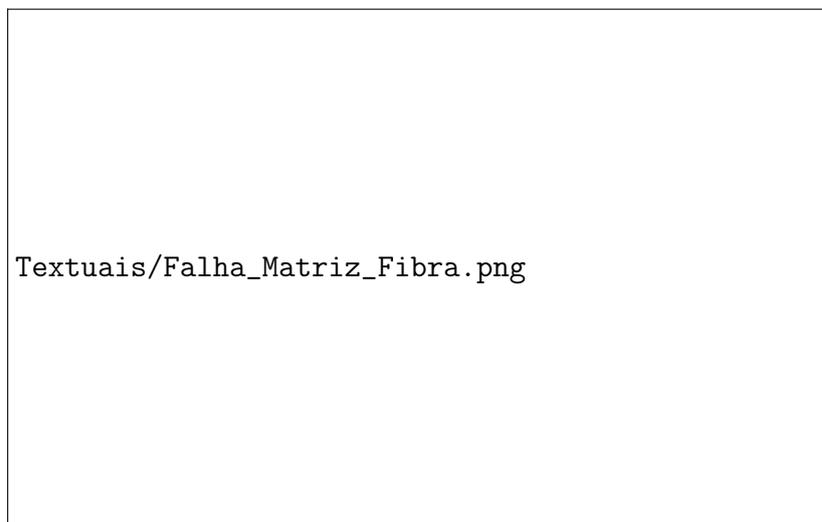


Fonte: Talreja (2015).

A ruptura das fibras não é o único desafio enfrentado pelos materiais compósitos; a microfissuração da matriz é um fenômeno adicional que ocorre nesses materiais. Consiste no

surgimento de pequenas trincas na matriz, tão pequenas que não são perceptíveis a olho nu. Apesar de seu tamanho reduzido, essas microfissuras podem ter impactos significativos na integridade e desempenho do material. A quebra da matriz é desencadeada pelo campo de tensão elevado e pelos efeitos de indentação. Embora imperceptíveis visualmente, as microfissuras têm o potencial de enfraquecer a matriz do material compósito, o que pode levar a uma redução na resistência e rigidez, tornando-o mais suscetível a falhas. É importante destacar que a falha da matriz representa um dos estágios finais na deterioração de um compósito. Segundo a teoria de feixes de fibras (*fiber bundle theory*), a tensão final de falha de um compósito é alcançada quando um determinado número de fibras se rompe (Figura 14) (Safri; Sultan; Jawaid, 2019).

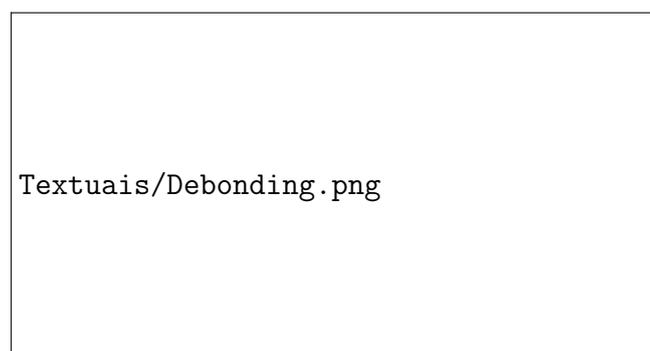
Figura 14 – Falhas em matriz e fibras



Fonte: Thorsson, Waas e Rassaian (2018).

A separação da matriz da fibra, conhecida como *debonding*, tem início por meio de quebras na fibra e é considerada um dos mecanismos de dano mais amplamente reconhecidos em compósitos unidirecionais Figura 15. O aumento das separações entre a fibra e a matriz resulta na diminuição da rigidez, culminando na falha final do compósito.

Figura 15 – Debonding



Fonte: Pupurs (2016).

A delaminação em materiais compósitos representa um tipo crítico de falha (Figura 16), caracterizado pela separação ou descolamento de camadas individuais dentro do material. Também chamada de separação da lamina, essa condição é responsável por uma absorção significativa de energia durante o processo de fratura. As fraturas por delaminação são frequentes em laminados submetidos a testes de flexão (Bhudolia et al., 2021).

Figura 16 – Delaminação iniciação



Fonte: Antony, Drissi-Habti e Raman (2018).

Os mecanismos de falha são classificados essencialmente em dois tipos:

- Danos intralaminares: aqueles que ocorrem dentro das lâminas;
- Falhas interlaminares: aquelas que ocorrem entre as lâminas;

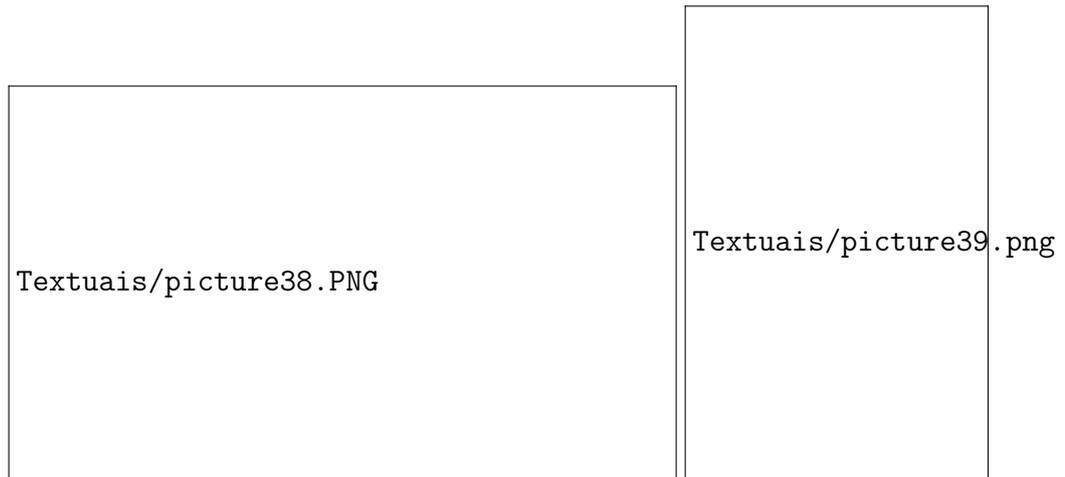
Os mecanismos de dano intralaminares referem-se a danos que podem ocorrer tanto na matriz quanto na fibra, e até mesmo na interface entre ambos. Por outro lado, as falhas interlaminares estão especificamente associadas ao fenômeno conhecido como delaminação (Tita, 2007).

Os mecanismos que conduzem à falha da fibra dependem de uma série de fatores, como:

- Diâmetro e comprimento da fibra;
- Fração volumétrica;
- Orientação das fibras.

No entanto, os modos de dano ou falha também estão diretamente relacionados aos carregamentos aplicados. Carregamentos de compressão podem resultar na falha da fibra por meio de microflambagem Figura 17(a), ou cisalhamento das fibras Figura 17(b).

Figura 17 – (a) Microflambagem e (b) Cisalhamento



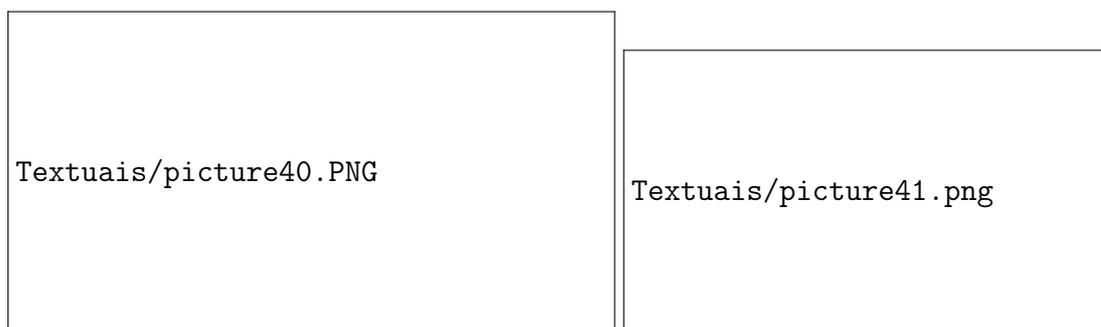
Fonte: Tita (2007).

Carregamentos de tração podem resultar na ruptura das fibras em um compósito unidimensional. Em tal compósito sujeito a um aumento do carregamento de tensão, a falha na fibra se inicia na seção transversal mais fraca. À medida que o carregamento aumenta, mais fibras falham devido à quebra (Bhudolia et al., 2021).

Os modos de falha/dano da matriz estão diretamente ligados às propriedades físico-químicas da resina polimérica, que pode ser frágil ou dúctil, linear elástica ou até mesmo viscoelastoplástica.

Em termos gerais, a ruptura da matriz pode ocorrer na proximidade de uma fibra rompida ou de um vazio criado por uma bolha de ar durante o processo de fabricação. Essas regiões são pontos concentradores de tensão. Assim, sob um determinado carregamento de tração, o processo de danificação inicia-se com microquebras isoladas (1), que se propagam quantitativamente (2) e, eventualmente, coalescem (3) até formarem uma macroquebra catastrófica (4) Figura 18(a). Por outro lado, quando a lâmina está sob carregamento de compressão, a matriz falha por cisalhamento, Figura 18(b) (Tita; Carvalho; Vandepitte, 2008).

Figura 18 – (a) Evolução do dano na matriz sob tração e (b) Evolução do dano na matriz sob compressão



Fonte: Tita (2007).

A lâmina também pode falhar devido à ruptura da matriz quando submetida a carregamentos de cisalhamento. No que diz respeito ao modo de dano/falha da interface, como no deslocamento entre fibra e matriz, também conhecido como *debonding*, ocorre devido a uma interação fraca entre a fibra e a matriz. Essa interação é fortemente influenciada pela compatibilidade físico-química entre ambas, conforme Figura 19.

Figura 19 – Danificação/falha da interface sob compressão



Fonte: Tita (2007).

## 2.4.2 Critérios de Falha

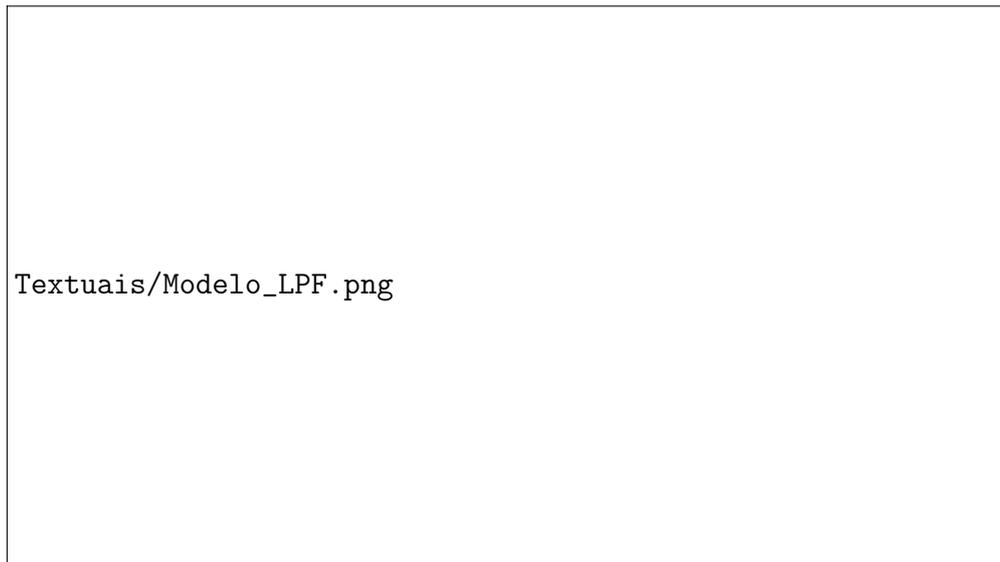
Os critérios de falha para materiais compósitos consistem em um conjunto de regras e equações utilizadas para antecipar as condições nas quais um material compósito pode falhar sob diferentes tipos de carga, como tração, compressão e cisalhamento. Esses critérios desempenham um papel fundamental na engenharia, permitindo aos engenheiros avaliar a segurança e o desempenho das estruturas feitas de materiais compósitos em diversas aplicações (Tita; Carvalho; Vandepitte, 2008):

- Se  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \geq 0$  então a lâmina falhou.
- Se  $f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \leq 0$  então a lâmina não falhou.

Associado ao Critério de Falha da lâmina tem-se dois métodos de abordagem:

- Método FPF (*First Ply Failure*): considera a falha completa do laminado quando o carregamento proporcionar a falha da primeira lâmina;
- Método LPF (*Last Ply Failure*): considera a falha completa do laminado quando o carregamento proporcionar a falha da última lâmina, Figura 20.

Figura 20 – Procedimento de análise de falha em laminados: Método LPF



Fonte: Tita (2007)

A abordagem do Método FPF é notadamente mais conservadora em termos de segurança, uma vez que a falha de uma única lâmina não implica na falha do laminado completo. Em contraste, o Método LPF pode tender a superestimar a resistência do laminado. Portanto, é crucial escolher o método e critério de falha com cautela (Tita, 2007). Destaca-se três critérios de falha:

- Critério da máxima tensão;
- Critério da máxima deformação.
- Critério de Tsai-Hill.

O critério da máxima tensão leva em consideração cinco modos fundamentais de falha. Se um dos limites desses modos de falha é ultrapassado pela tensão correspondente nos eixos principais do material, a falha ocorrerá. As desigualdades que definem o critério, de acordo com Tita (2007), são as seguintes:

- $\sigma_1 \geq X_T$  ou  $\sigma_1 \leq -X_C$ : Isso significa que a tensão principal  $\sigma_1$  na direção longitudinal às fibras deve ser maior ou igual à resistência à tração do material  $X_T$  ou menor ou igual à resistência à compressão do material  $X_C$ . Essas são as condições para evitar falha por tração ou compressão na direção das fibras.
- $\sigma_2 \geq Y_T$  ou  $\sigma_2 \leq -Y_C$ : Isso significa que a tensão principal  $\sigma_2$  na direção transversal às fibras deve ser maior ou igual à resistência à tração do material  $Y_T$  ou menor ou igual à resistência à compressão do material  $Y_C$ . Essas são as condições para evitar falha por tração ou compressão na direção transversal às fibras.

- $\sigma_{12} \geq S_{12}$ : Isso significa que a tensão de cisalhamento  $\sigma_{12}$  no plano da lâmina deve ser maior ou igual à resistência ao cisalhamento no plano da lâmina  $S_{12}$ . Essa é a condição para evitar a falha por cisalhamento no plano da lâmina.

O Critério da Máxima Deformação considera cinco modos fundamentais de falha. Se um dos limites desses modos de falha é excedido pela deformação correspondente nos eixos principais do material, a falha ocorrerá. As desigualdades que definem o critério são as seguintes:

- $\varepsilon_1 \geq X'T$  ou  $\varepsilon_1 \leq -X'C$
- $\varepsilon_2 \geq Y'T$  ou  $\varepsilon_2 \leq -Y'C$
- $\gamma_{12} \geq S'_{12}$

onde  $\varepsilon_1$  é a deformação na direção longitudinal às fibras;  $\varepsilon_2$  é a deformação na direção transversal às fibras;  $\gamma_{12}$  é a distorção angular no plano da lâmina;  $X'_{T,C}$  é a deformação limite à tração ou à compressão na direção longitudinal;  $Y'_{T,C}$  é a deformação limite à tração ou à compressão na direção transversal e  $S'_{12}$  é a distorção limite.

## 2.5 MECÂNICA DO DANO

Entende-se por dano o surgimento de microtrincas e microvazios em um material. A partir dos estudos de Kachanov (1958), desenvolveu-se a Mecânica do Dano em Meios Contínuos (MDC), que investigou os mecanismos de fragilização em metais resultantes do processo de danificação. Com o intuito de aprofundar essa pesquisa, o material foi avaliado como um meio contínuo homogeneizado com presença de vazios e trincas, representando o dano e as mudanças microestruturais irreversíveis.

Além disso, Lemaitre (2012) fez uma contribuição significativa para o estudo do dano. Segundo ele, a deterioração das propriedades dos materiais sob uma determinada carga pode ser simulada por meio de variáveis internas criadas para descrever o processo de danificação. De acordo com Lemaitre (2012), existem diversas formas de classificar o dano em meios contínuos, tais como:

- Dano frágil: Iniciação de uma trinca em uma lâmina sem deformações plásticas consideráveis;
- Dano dúctil: Iniciação da trinca, como crescimento de micro-vazios são resultados de deformações plásticas;
- Fadiga de baixo ciclo: ocorre a altos valores de tensão e deformação;
- Fadiga de alto ciclo: ocorre a cargas cíclicas menores que a tensão de referência.

Compreender a teoria do dano em materiais anisotrópicos a partir de materiais isotrópicos não é uma tarefa trivial. No caso de materiais anisotrópicos, utiliza-se uma variável  $D$  para representar o dano, porém, ao contrário do caso dos materiais isotrópicos, esta já não é mais um escalar, mas sim um tensor (Lemaitre, 2012).

## 2.6 MODELO DE DANO

O modelo de dano empregado neste estudo é fundamentado em abordagens previamente utilizadas em outras pesquisas, como mencionado por Ladeveze e LeDantec (1992), Ribeiro (2013) e Ferreira (2014). A mecânica do dano contínuo, conforme descrito por Ferreira et al. (2014), considera o comportamento da fibra e da matriz como uma lâmina homogênea sob estado plano de tensões. No que diz respeito ao modelo de material utilizado, ele incorpora a falha da fibra sob tração e compressão, assim como a falha da matriz sob tração, compressão e cisalhamento. É importante ressaltar que o modelo proposto aborda exclusivamente falhas intralaminares, não contemplando falhas por delaminação.

Devido à característica de ortotropia do material em estudo, foi formulada a hipótese de que os mecanismos de falha são independentes. Em outras palavras, a falha da fibra não afeta o comportamento da matriz, e vice-versa. No entanto, após a ocorrência da falha, o modelo sugere um processo de degradação das propriedades da lâmina afetada, o que resulta na reintrodução de dependência entre os comportamentos (Ferreira, 2014).

### 2.6.1 Modelo para fibra sob tração

Para modelar o comportamento da fibra, emprega-se o critério da Máxima Tensão, sendo descrito por

$$\frac{\sigma_{11}}{X_t} \geq 1, \quad (64)$$

onde,  $\sigma_{11}$  é a componente de tensão tridimensional na direção 1;  $X_t$  é o critério de tensão máxima longitudinal.

Após a detecção da falha, é assumido que o reforço está completamente danificado. Este comportamento pode ser caracterizado como linear elástico com fratura frágil, onde a falha ocorre de forma abrupta, sem apresentar um estágio de escoamento prévio (Ferreira, 2014).

### 2.6.2 Modelo para fibra sob compressão

Para o modelo sob compressão, foi assumido um comportamento linear até um determinado valor, denotado por  $X_{C0}$ , após o qual o comportamento se torna não linear. Esse limite é determinado experimentalmente. O critério de dano para o regime elástico é expresso por

$$\frac{|\sigma_{11}|}{X_{C0}} \geq 1 \quad (65)$$

onde  $X_{C0}$  é o limite linear elástico obtido da curva de compressão a  $0^\circ$ .

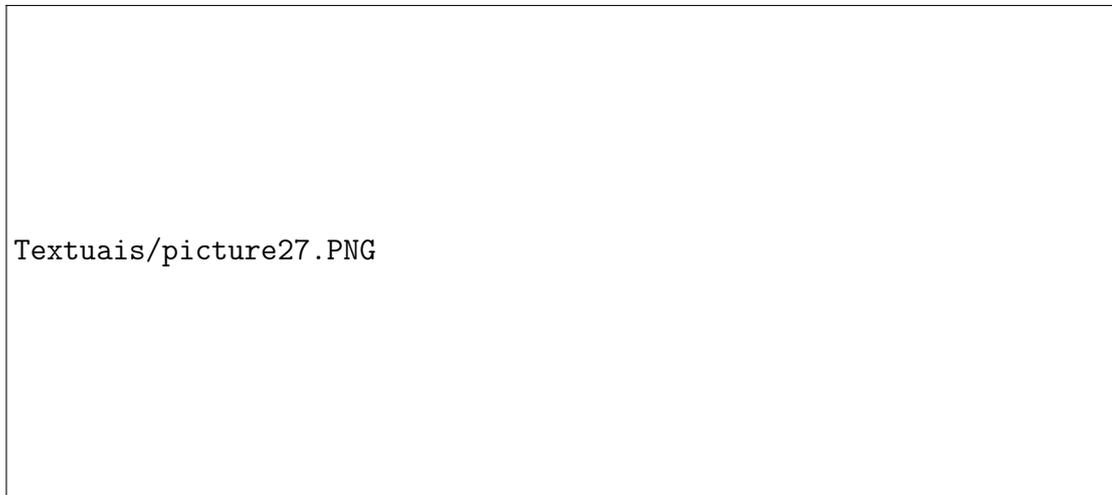
Para o ponto em que o material exibe um comportamento não linear, o módulo de elasticidade é representado pelo módulo secante, conforme

$$E_{11} = \frac{X_{C0}}{|\underline{\epsilon}_{11}|} (1 - \underline{f}(\underline{\epsilon}_{11})) + \underline{f}(\underline{\epsilon}_{11}) \cdot E_{110}, \quad (66)$$

onde  $\underline{f}(\underline{\epsilon}_{11})$  é o ajuste linear obtido a partir das curvas de compressão a  $0^\circ$ ,  $E_{110}$  é o módulo de elasticidade inicial a  $0^\circ$  sob compressão e  $E_{11}$  o módulo de elasticidade secante.

O parâmetro  $\underline{f}(\underline{\epsilon}_{11})$  representa a equação da reta que melhor se ajusta à curva tensão-deformação a partir do limite linear elástico, calculado com base nas curvas de compressão a  $0^\circ$  (Figura 21-c). Este limite é determinado utilizando a reta tangente à curva deslocada para a posição em que a deformação é de 0,2% (Figura 21-a) (Ferreira, 2014). Em seguida, a partir desse ponto, determina-se a reta que melhor se ajusta à curva e o módulo de elasticidade secante  $E_i$  ou  $E_{11}$ , calculado por meio de manipulações trigonométricas (Figura 21-b), conforme a Equação (66). A Figura 21-c ilustra os sucessivos módulos de elasticidade utilizados para degradar o valor de  $E_{110}$ .

Figura 21 – Módulo secante: (a) curva de ensaio de compressão, (b) módulo secante e (c) módulo secante sucessivo.



Fonte: Ferreira (2014).

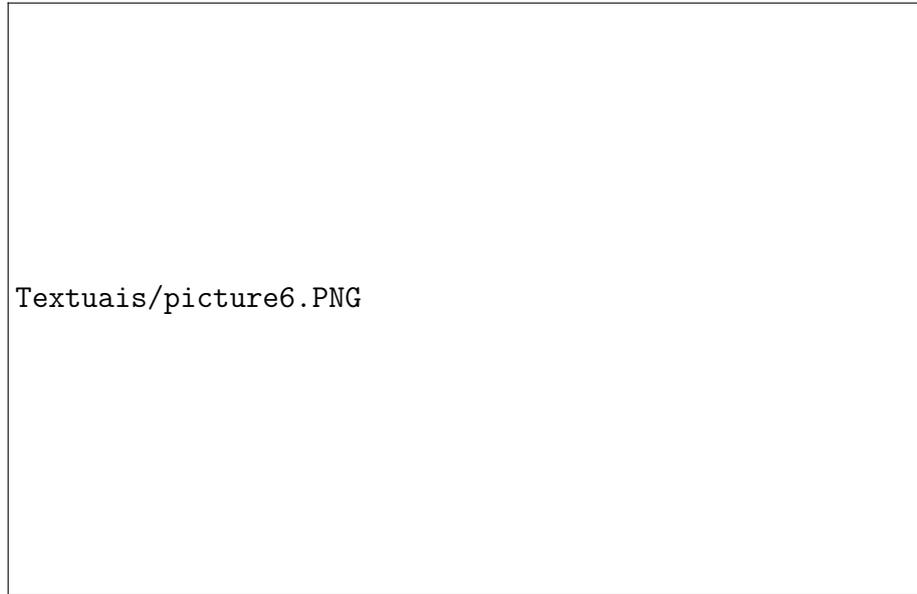
### 2.6.3 Comportamento da Matriz

A matriz empregada neste estudo é uma matriz epóxi. Seu comportamento em relação ao dano pode ser modelado considerando a tensão de cisalhamento ( $\tau_{12}$ ), a tensão na direção transversal ( $\sigma_{22}$ ), e os parâmetros ( $S_{12y}$ ), que representam o limite linear elástico sob cisalhamento, e ( $Y_{co}$ ), que denota o limite linear elástico na direção transversal às fibras, conforme detalhado em:

$$\underline{f} = 1 - \left( \frac{(\tau_{12})^2}{(S_{12y})^2} + \frac{(\sigma_{22})^2}{(Y_{co})^2} \right). \quad (67)$$

A Equação (68) descreve uma superfície, comumente referida como superfície de dano, onde a ocorrência de dano é considerada quando um par de valores está situado além dos limites dessa superfície (Figura 22).

Figura 22 – Superfície de dano para matriz.



Fonte: Ferreira (2014).

Como é evidente na Figura 22, os valores para o material proposto por Tita et al. (2008) demonstraram uma abordagem mais conservadora. No entanto, dois materiais exibem características bastante similares. Ambos são compostos de matriz epóxi reforçada com fibra de carbono e possuem uma fração volumétrica de fibras bastante semelhante, em torno de 63%. No entanto, diferenças nos processos de fabricação levam a pequenas disparidades nos valores de resistência.

Conforme relatado por Ribeiro (2013), resultados experimentais demonstraram que o comportamento da matriz sob compressão é não linear e pode ser descrito por:

$$E_{22} = \frac{Y_{C0}}{|\epsilon_{22}|} (1 - \underline{g}(\epsilon_{22})) + \underline{g}(\epsilon_{22}) \cdot E_{220}, \quad (68)$$

onde  $\underline{g}(\epsilon_{22})$  é o parâmetro obtido experimentalmente do ajuste das curvas tensão-deformação de ensaios a 90° sob compressão,  $\epsilon_{22}$  é a componente de deformação na direção transversal e  $E_{220}$  o módulo de elasticidade inicial a compressão. É importante lembrar que o modelo de dano proposto leva em consideração os efeitos de não linearidade devido a compressão da matriz no compósito (Ferreira, 2014).

Com o intuito de incorporar o dano ao modelo de material proposto, foram introduzidas três variáveis:  $d_1$ ,  $d_2$  e  $d_6$ , que estão, respectivamente, associadas à tensão longitudinal, tensão transversal e tensão de cisalhamento. Esses parâmetros variam de "0" quando não há dano algum até "1" quando o material está completamente danificado. O modelo é fundamentado na Mecânica do Dano Contínuo (MDC), onde são aplicadas as hipóteses de tensão efetiva para relacionar

essas variáveis internas ao estado plano de tensões na lâmina (Herakovich, 1998), e descritos pela equação

$$\begin{bmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\tau}_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-d_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-d_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{1-d_6} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}. \quad (69)$$

Considera-se que o dano em estruturas de compósitos começa com a perda de sua rigidez, que é observada pela degradação do módulo de elasticidade do material. De acordo com a Mecânica do Dano Contínuo (MDC), o laminado se comporta de maneira diferente quando submetido à tração ou compressão transversal, devido a um fenômeno conhecido como autorecuperação (Herakovich, 1998). A matriz polimérica contém microfissuras e microporosidades, permitindo a propagação do dano sob tração transversal às fibras ou cisalhamento no plano da lâmina. Entretanto, quando submetido a compressão transversal, os microfissuras e microporosidades na matriz podem ser fechados, em um processo chamado autorecuperação. Para considerar esse comportamento, a variável de dano  $d_2$  evoluirá apenas quando  $\sigma_{22} \geq 0$ , enquanto o parâmetro de dano  $d_6$  evoluirá independentemente do sinal da tensão de cisalhamento  $\tau_{12}$ .

A degradação do módulo de elasticidade começa com o comportamento não linear da estrutura. Assim, a força termodinâmica  $Y_0$  será calculada para  $d = 0$  e será dada por:

$$Y_0 = \frac{\sigma^2}{2E_0}. \quad (70)$$

À medida que o carregamento é aplicado, há uma redução na rigidez do material. Portanto, o parâmetro de dano é calculado da seguinte forma:

$$d = 1 - \frac{E_1}{E_0}. \quad (71)$$

As forças termodinâmicas são calculadas levando em consideração o dano estrutural em um determinado ponto material, o qual pode ser obtido por meio de um ciclo de carregamento e descarregamento. Além disso, outro ponto importante a ser considerado no modelo de dano é o acoplamento entre a tensão transversal  $\sigma_{22}$  e os efeitos do cisalhamento  $\tau_{12}$  no processo de danificação da matriz. Esse acoplamento pode ser modelado como uma combinação linear de  $Y_2$  e  $Y_6$  (Ladeveze; LeDantec, 1992), conforme:

$$\hat{Y} = Y_6 + bY_2, \quad (72)$$

onde  $b$  representa o coeficiente de acoplamento, que depende do material e  $\hat{Y}$  a força termodinâmica relacionada a combinação de efeitos  $\sigma_{22}$  e  $\tau_{12}$ , definido como

$$\underline{\hat{Y}}(t) = \max[Y_6(\tau) + bY_2(\tau)]. \quad (73)$$

E considerando  $\tau \leq t$ , dessa forma a evolução do dano da matriz pode ser escrita como:

$$d_6 = \frac{[\sqrt{\hat{Y}} - \sqrt{Y_0}]}{\sqrt{Y_c}}, \quad (74)$$

$$d_2 = \frac{[\sqrt{\hat{Y}} - \sqrt{Y_0'}]}{\sqrt{Y_c'}}, \quad (75)$$

onde  $Y_0, Y_c, Y_0', Y_c'$  são os parâmetros determinados através de ensaios quase estáticos.

A obtenção dos parâmetros de dano  $d_2$  e  $d_6$  é feita de forma experimental, através de ensaios quase estáticos com laminados  $[+45/-45]_8$  e  $[+67,5/-67,5]_{10}$  realizados por Ribeiro (2013), de acordo com tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros  $d_2$  e  $d_6$

$\sqrt{Y_0}$	0,06627
$\sqrt{Y_c}$	1,861591
$\sqrt{Y_0'}$	0,013425
$\sqrt{Y_c'}$	6,125483

Fonte: Autor

Considerando o conceito de Mecânica do Dano Contínuo (MDC) e realizando alguns ajustes apenas para o coeficiente de Poisson, conforme descrito por Matzenmiller, Lubliner e Taylor (1995), obtêm-se à equação constitutiva:

$$D = \frac{1}{K} \begin{bmatrix} (1-d_1)E_{11} & (1-d_1)(1-d_2)v_{21}E_{22} & 0 \\ (1-d_1)(1-d_2)v_{21}E_{22} & (1-d_2)E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & K(1-d_6)G_{12} \end{bmatrix}, \quad (76)$$

onde  $K = [1 - (1-d_1)(1-d_2)v_{21}v_{21}]$ .

A Tabela 3 apresenta um resumo das equações para o modelo de dano.

Tabela 3 – Resumo modelo de Dano

Critério de falha	Tipo de falha	Lei de degradação
$\frac{\sigma_{11}}{X_t} \geq 1$	Tensão na fibra	$E_{11} = E_{110} \cdot (1 - \underline{d}_1)$
$\frac{ \sigma_{11} }{X_{co}} \geq 1$	Compressão na fibra	$E_{11} = \frac{X_{co}}{ \epsilon_{11} } (1 - \underline{f}(\epsilon_{11})) + \underline{f}(\epsilon_{11}) \cdot E_{110}$
$\underline{f} \geq 0$	Tensão na matriz	$E_{22} = E_{220} \cdot (1 - \underline{d}_2)$
$\underline{f} \geq 0$	Compressão na matriz	$E_{22} = \frac{Y_{co}}{\sigma_{22y}} (1 - \underline{g}(\epsilon_{22})) + \underline{g}(\epsilon_{22}) \cdot E_{220}$
$\underline{f} \geq 0$	Cisalhamento	$G_{12} = G_{120} \cdot (1 - \underline{d}_6)$

Fonte: Ferreira (2014)

## 2.7 ESTADO DA ARTE

O estudo das propriedades residuais das estruturas de materiais compósitos está intrinsecamente ligado ao efeito causado pelo dano nas propriedades mecânicas do material. Busca-se compreender melhor essas propriedades residuais por meio de experimentos, modelos matemáticos ou simulações computacionais (Abrate, 1991).

É possível classificar as propriedades residuais dos materiais em diferentes subgrupos. Por exemplo, a resistência residual ao carregamento de compressão é avaliada por meio de experimentos importantes, como o teste CAI (*Compression After Impact*), que visa estudar o comportamento de materiais compósitos após impacto e submetidos a carregamentos de compressão. Esse teste permite avaliar tanto a resistência residual das estruturas de compósitos sob carregamento de compressão quanto os mecanismos de falha associados (Abrate, 1991).

Outro aspecto relevante é a resistência residual à tração. Estudos experimentais revelam que tanto a resistência da fibra quanto a resistência à falha exercem um efeito significativo em laminados danificados e não danificados, enquanto esse efeito não é observado na matriz (Abrate, 1991).

Embora esses métodos possam avaliar as propriedades dos laminados de CFRP em graus variados, é comumente assumido que outras propriedades podem ser comprometidas. As propriedades de flexão são normalmente consideradas, uma vez que a falha por flexão pode ser causada por tração, compressão, cisalhamento ou uma combinação dessas tensões no plano (Dong; Davies, 2012). O efeito dos métodos de tenacidade mencionados anteriormente nas propriedades de Flexão Após Impacto (FAI) não foi tão extensivamente estudado quanto nas propriedades de compressão após impacto (CAI). Em termos de avaliação da tolerância a danos, o FAI é uma boa alternativa ao CAI porque diminui a influência das condições de fixação, é adaptável a tamanhos variados de amostras e avalia mais do que simplesmente propriedades compressivas (Hart et al., 2017).

Diante desse contexto, a avaliação correta das propriedades de flexão tornou-se essencial, pois é um passo necessário para posteriormente avaliar a tenacidade via FAI ou CAI de forma abrangente e precisa. Compreender como as propriedades de flexão são afetadas por diferentes reforços e matrizes é crucial para garantir a integridade estrutural e o desempenho confiável de materiais compósitos em aplicações práticas.

### 2.7.1 Flexão em materiais compósitos

No contexto da flexão em materiais compósitos, destacam-se os seguintes estudos. Cantwell e Morton (1991) conduziram uma pesquisa sobre o estado da arte no campo do impacto em compósitos reforçados com fibra. Um dos artigos citados nesse estudo, de Rogers, Sidey e Kingston-Lee (1971), revela que a melhoria na resistência da interface fibra/matriz em compósitos de matriz epoxy reforçada com fibra de carbono resulta em uma maior energia necessária após o impacto para iniciar o dano. Este estudo também compara as propriedades

residuais pós-impacto entre compósitos com fibras tratadas e não tratadas, demonstrando que os compósitos com fibras tratadas apresentam propriedades residuais superiores.

Kim, Mackay e Mai (1993) realizaram um estudo baseado no teste de queda de peso (*drop-weight*), no qual laminados compósitos foram impactados para avaliar suas propriedades residuais mecânicas e tolerância ao dano. Os resultados indicaram que os compósitos com matrizes de resina epóxi modificadas exibiram melhores propriedades residuais em comparação com as não modificadas, com aumento de aproximadamente 25% na resistência à flexão e no módulo de flexão para maiores energias de impacto.

Tubos fabricados em materiais compósitos, assim como placas, têm ampla aplicação em indústrias como aeroespacial, automotiva e marinha, substituindo materiais metálicos devido à sua maior resistência, rigidez e menor peso. Bhudolia et al. (2021) realizaram uma pesquisa sobre a fabricação de tubos finos de fibra de carbono tecida, investigando experimentalmente suas propriedades de impacto e flexão.

Zhang, Waas e Yen (2015) investigaram a deformação e os mecanismos de falha de compósitos híbridos de alto desempenho (H3DTCs) sob carregamento quase estático por meio de testes de flexão de três pontos. Os compósitos híbridos eram compostos por fibras de carbono, vidro e Kevlar. Os resultados mostraram níveis consideráveis de durabilidade e tolerância ao dano para esse tipo de material. Além disso, observou-se que, à medida que a espessura da amostra aumentava, a deformação até a falha em flexão também aumentava.

O uso de compósitos 3D-FRC tem aumentado significativamente nos últimos anos devido às suas propriedades transversais, e tolerância ao dano, com as fibras distribuídas tridimensionalmente nos três eixos, x, y, z, em comparação com os 2D-FRC. No entanto, suas propriedades no plano são reduzidas. Shah et al. (2022) estudaram a resposta de compósitos 3D reforçados com fibra de carbono (FRC) Elium® e compararam com os convencionais Epolam®, ambos 3D-FRC. Os testes de flexão de três pontos realizados nas amostras revelaram que aquelas com fibras orientadas no eixo apresentaram uma resposta linear e uma falha frágil, enquanto as amostras com orientação fora do eixo mostraram uma resposta não linear e uma falha dúctil.

### **2.7.2 Resistência residual**

No estudo realizado por Philippidis e Passipoularidis (2007), é investigada a degradação da resistência residual em compósitos laminados submetidos a carregamento de fadiga. Os benefícios atribuídos à modelagem da resistência residual estão relacionados à capacidade de criar modelos que se tornam ferramentas poderosas para prever a resistência residual após carregamentos dinâmicos em compósitos laminados. Esses modelos representam uma alternativa às teorias empíricas, como a de Palmgren-Miner, e ainda são capazes de considerar danos não lineares. Belouettar et al. (2009) conduziram um estudo envolvendo compósitos sanduíche do tipo *honeycomb*, com amostras avaliadas por meio do teste de flexão de quatro pontos. O dano e os módulos de falha foram relatados e discutidos. Do ponto de vista fenomenológico, o comportamento em fadiga desse tipo de compósito pode ser avaliado por meio da resistência

residual.

De acordo com Shah et al. (2022), a resposta em flexão dos compósitos 3D-FRC depende da distribuição das fibras na matriz, orientação das fibras (no-eixo fora-eixo), dureza da matriz e propriedades de tensão e compressão. Durante um carregamento de flexão, a superfície superior experimenta um carregamento compressivo, enquanto a superfície inferior tensão. Din et al. (2020) apresentaram um estudo aplicando carregamentos bi-axiais e uniaxiais em compósitos laminados de fibra de carbono reforçado com polímeros. Um estudo de dano foi realizado aplicando o compósito a cisalhamento puro na direção da fibra. O experimento foi realizado em duas etapas, primeiramente a aplicação de cisalhamento puro e posteriormente tração até o limite de resistência. Hu, Huang e Li (2021) desenvolveram um modelo de elementos finitos baseado no critério de Hashin para prever o processo de evolução de dano em adesivos filmes intra e inter laminar de SLJ (Single-Lap Joint) de laminados CFRP.

Ao considerar a interação entre os concentradores de tensão e o carregamento de flexão, seria possível desenvolver um entendimento mais abrangente dos mecanismos de falha e das limitações de resistência dos materiais compósitos em condições de serviço realistas. Além disso, a implementação de um modelo de dano progressivo permitiria uma análise mais precisa e preditiva do comportamento dos materiais compósitos sob cargas cíclicas de flexão, levando em conta a propagação gradual e acumulativa de danos ao longo do tempo. Isso seria crucial para o desenvolvimento de estratégias eficazes de projeto e manutenção de estruturas compósitas sujeitas a carregamentos dinâmicos.

Portanto, há uma necessidade evidente de pesquisas que abordem essa lacuna de conhecimento, explorando a resposta dos concentradores de tensão a carregamentos de flexão e desenvolvendo modelos de dano progressivo que capturem de forma precisa e abrangente o comportamento dos materiais compósitos nessas condições. Esses estudos poderiam contribuir significativamente para o avanço da engenharia de materiais compósitos e para a melhoria da segurança e desempenho de estruturas compósitas em uma variedade de aplicações industriais.

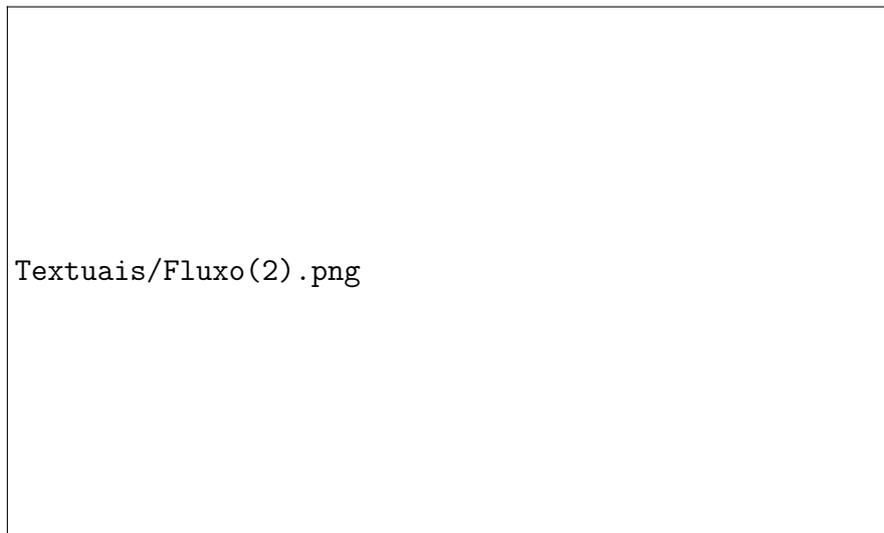
### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 METODOLOGIA

No trabalho, é investigada a resistência residual de placas fabricadas com material compósito quando submetidas a carregamento de flexão. Realizam-se simulações computacionais para determinar essa resistência residual e comparar os resultados com dados experimentais previamente reportados na literatura para condições similares. A análise abrange diversas situações, incluindo placas planas e curvas, esta última resultante do processo de fabricação. Além disso, são examinadas placas com diferentes sequências de empilhamento. Também são investigadas placas com furos, os quais podem atuar como concentradores de tensão, para compreender o comportamento dessas placas em termos de resistência residual, especialmente em situações que exijam a aplicação de fixadores.

O desenvolvimento do estudo segue algumas etapas específicas. Inicialmente, são desenvolvidos modelos computacionais para simulação. Em seguida, são aplicadas as condições de contorno, como o carregamento de flexão, utilizando o software ABAQUS®. Para isso, emprega-se uma UMAT (*User Material Subroutine*), que permite definir o comportamento constitutivo do material. Após a simulação, com base na análise dos resultados, são comparados os dados obtidos virtualmente com os resultados experimentais da literatura. O fluxograma utilizado no desenvolvimento do trabalho é apresentado na Figura 23.

Figura 23 – Fluxograma da metodologia utilizada



Fonte: autor

Conforme ilustrado na Figura 23, o desenvolvimento do modelo computacional é um processo central nesta pesquisa. Inicialmente, os dados experimentais foram retirados de De De Medeiros (2016) são utilizados para validar o modelo de Elementos Finitos (MEF). Esta etapa de validação é importante para assegurar que o modelo computacional reproduza com precisão o comportamento observado nas condições experimentais.

Após a validação, a próxima etapa consiste na análise das placas danificadas. Esta etapa envolve a avaliação dos efeitos do carregamento e do dano progressivo nas estruturas de material compósito. Através de simulações numéricas, é possível investigar a distribuição de tensões, a deformação estrutural e outros parâmetros relevantes para compreender o comportamento das placas sob diversas condições. Adicionalmente, os resultados obtidos são submetidos a uma avaliação utilizando um índice de dano. Esse índice proporciona uma medida quantitativa do nível de dano acumulado nas placas durante o carregamento, permitindo uma análise objetiva da integridade estrutural das peças de material compósito.

Em conjunto, essas etapas compõem uma abordagem para estudar o comportamento das placas de material compósito sob carga, fornecendo informações para o projeto e a análise de estruturas em uma variedade de aplicações industriais.

### 3.2 MATERIAIS

A Tabela 4 apresenta de forma detalhada as propriedades fundamentais que foram utilizadas como base e referência ao longo deste trabalho.

Tabela 4 – Resumo modelo de Dano

<b>Propriedades Elásticas</b>	
Módulo de Elasticidade longitudinal $E_{11}$	127GPa
Módulo de Elasticidade transversal $E_{22}$	10GPa
Módulo de Elasticidade perpendicular $E_{33}$	10GPa
Módulo de Cisalhamento no plano 1-2 $G_{12}$	5.44GPa
Módulo de Cisalhamento no plano 1-3 $G_{13}$	5.44GPa
Módulo de Cisalhamento no plano 2-3 $G_{23}$	3.05GPa
Coefficiente de Poisson no plano 1-2 $\nu_{12}$	0.34
Coefficiente de Poisson no plano 1-3 $\nu_{13}$	0.34
Coefficiente de Poisson no plano 2-3 $\nu_{23}$	0.306
<b>Valores de Resistência</b>	
Limite de Tração na direção da fibra $X_T$	1400 Mpa
Limite de compressão na direção da fibra $X_C$	930 Mpa
Limite de tensão na direção transversal $Y_T$	47 Mpa
Limite de compressão na direção transversal $Y_C$	130 Mpa
Resistência ao Cisalhamento $S_{12}$	53 Mpa
Resistência ao Cisalhamento $S_{13}$	53 Mpa
Resistência ao Cisalhamento $S_{23}$	89 Mpa
<b>Fração de volume de Fibra</b>	
Fração volumétrica de fibra $\nu_f$	60
Densidade $\rho$	1580 $\frac{Kg}{m^3}$

Fonte: Adaptado de Ribeiro (2013).

O material utilizado na simulação computacional foi obtido dos testes experimentais

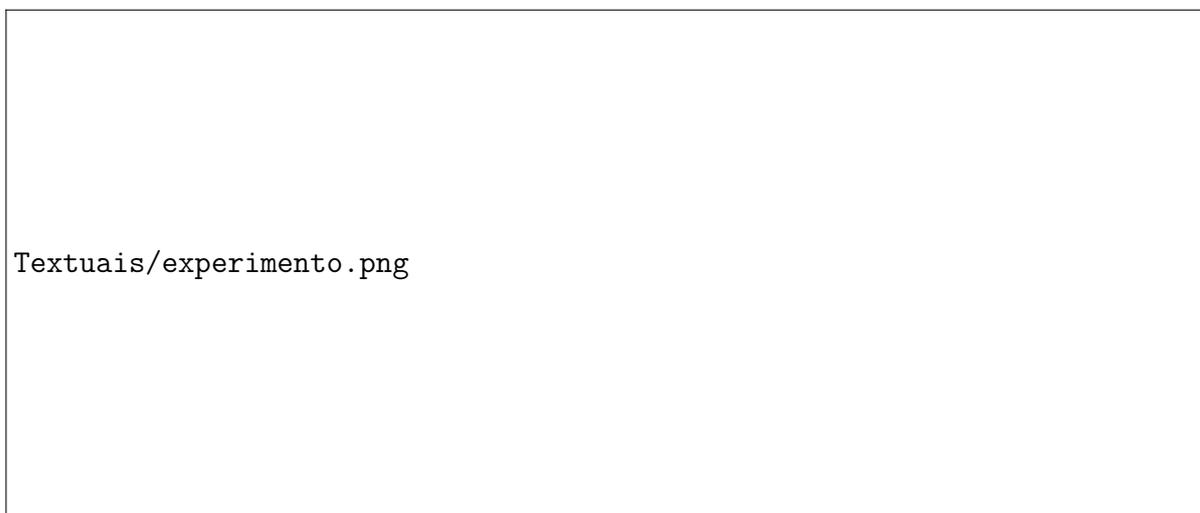
realizados por De Medeiros (2016). Este material apresenta propriedades mecânicas similares às encontradas em estudos anteriores, como os de Tita (2003), Tita, Carvalho e Vandepitte (2008), Ribeiro (2013) e De Medeiros (2016).

### 3.3 TESTES EXPERIMENTAIS

Os copos-de-prova foram submetidas a ensaios de flexão de quatro pontos em condições quase estáticas. Foram realizados testes em quatro amostras com configurações e sequências de empilhamento distintas. Os ensaios foram conduzidos de acordo com a norma ASTM D6272-10 (ASTM, 2010). O carregamento de flexão de quatro pontos foi aplicado a uma taxa constante de 1.0 mm/min na amostra. Os testes foram realizados utilizando uma máquina de ensaio universal, o modelo Instron 5985, capaz de medir tanto o carregamento quanto a deflexão durante a flexão de quatro pontos.

Para medir a deflexão das placas, empregou-se transdutores *Linear Variable Differential Transformer* (LVDT), que permitiram comparar as medições com as do travessão da máquina universal (ver Figura 24(a)). A distância entre os suportes foi de 180 mm, enquanto a distância entre os indentadores foi de 90 mm (ver Figura 24(b)). A razão entre o vão e a espessura foi de 60:1, uma grande razão que assegura a negligência dos efeitos de cisalhamento (De Medeiros, 2016).

Figura 24 – Testes experimentais



Fonte: De Medeiros (2016).

### 3.4 MODELO COMPUTACIONAL

Os modelos e simulações foram desenvolvidos utilizando o software ABAQUS®. As placas de material compósito possuem as mesmas dimensões das placas utilizadas nos ensaios experimentais De Medeiros (2016). Inicialmente, foram modeladas e simuladas quatro placas, sendo duas com curvatura e duas planas. As dimensões das placas estão detalhadas na

Tabela 5. Estas placas foram empregadas para as simulações computacionais, sujeitas apenas ao carregamento de flexão.

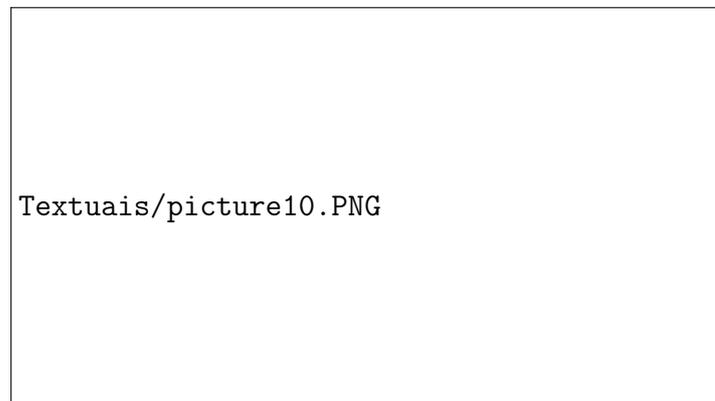
Tabela 5 – Dimensões das placas de material compósito

Placa	Comprimento (mm)	Largura (mm)	Espessura (mm)	Sequência de empilhamento
<i>P07CF</i>	305,30	245,79	2,208	$[0]_8$
<i>P08CF</i>	303,84	245,88	2,212	$[0]_8$
<i>P13CF</i>	306,62	247,13	3,370	$[0/15/-15/0/15/-15]_s$
<i>P14CF</i>	304,14	245,21	3,333	$[0/15/-15/0/15/-15]_s$

Fonte: Adaptado de De Medeiros (2016).

A curvatura observada nas placas com sequência de empilhamento  $[0]_8$  é atribuída ao processo de manufatura das mesmas. Essas placas foram fabricadas utilizando o processo de enrolamento de filamentos (*filament winding*). Na Figura 25, são apresentados as distâncias  $C_1$  e  $C_2$ , ou seja, distância do plano horizontal até a curvatura da placa (Tabela 6). No entanto, houve uma variação entre os valores experimentais obtidos e os valores empregados no modelo computacional, devido a limitações na representação tridimensional das placas. Para a modelagem, foram adotados os valores médios dos raios de curvatura.

Figura 25 – Geometria considerando os efeitos da curvatura



Fonte: Adaptado de De Medeiros (2016).

Tabela 6 – Valores de  $C_1$  e  $C_2$  fornecidos pela máquina de varredura ATOS utilizada nos modelos computacionais

Placa	$C_1$ [mm]	$C_2$ [mm]	$C_{media}$ [mm]
<i>P07CF</i>	4,060	4,225	4,142
<i>P08CF</i>	4,385	4,643	4,514

Fonte: Adaptado de De Medeiros (2016).

Com o objetivo de analisar o comportamento das placas quando submetidas a carregamento de flexão na presença desses concentradores de tensão, que são frequentemente necessários

para a aplicação de fixadores, por exemplo, foram desenvolvidos novos modelos nas mesmas placas já modeladas, desta vez incorporando furos. Em cada uma das quatro placas, foram introduzidos três furos com diferentes diâmetros: 5 mm, 8 mm e 10 mm, além de um furo oblongo com raio de 5 mm e comprimento de 10 mm. A Figura 26 ilustra os modelos com os furos.

Figura 26 – Modelos de placas com furos



Fonte: Autor

### 3.5 ANÁLISE NÃO-LINEAR

Para desenvolver um modelo de simulação que reproduza de forma precisa os resultados dos experimentos, é essencial considerar e incorporar as não-linearidades pertinentes ao sistema. Afim de alcançar a convergência necessária nesse contexto, neste trabalho empregou-se o método de Newton-Raphson. Este método utiliza uma abordagem iterativa para obter soluções, especialmente em sistemas complexos onde as relações não-lineares influenciam no comportamento do sistema. Através da aplicação do método de Newton-Raphson, é possível capturar com maior fidelidade as interações não-lineares que influenciam o desempenho do modelo de simulação.

### 3.6 DEFINIÇÃO DE CONTATO

O contato entre duas superfícies refere-se à interação entre essas superfícies durante uma análise de elementos finitos. O contato representa a interação entre superfícies, sob diferentes condições de carregamento (Simulia, 2007). Definição de contato *surface-to-surface* pode ser usado como uma alternativa a definição de contato genérica para modelar interações entre

superfícies específicas em um modelo. Algumas comportamento podem somente ser definidos usando o contato *surface-to-surface* (Simulia, 2007). A formulação de deslizamento utilizada foi *finite sliding*, que é mais genérica e que permite qualquer movimento arbitrário entre as superfícies. O Método de discretização utilizado foi o *node-to-surface*, onde cada nó *slave*, em uma superfície, interage com um ponto de projeção na superfície *master*. A formulação de atrito utilizada, foi *penalty*, com coeficiente de atrito de 0.3. Onde é aplicado na interação entre as superfícies uma penalidade de rigidez (Simulia, 2007).

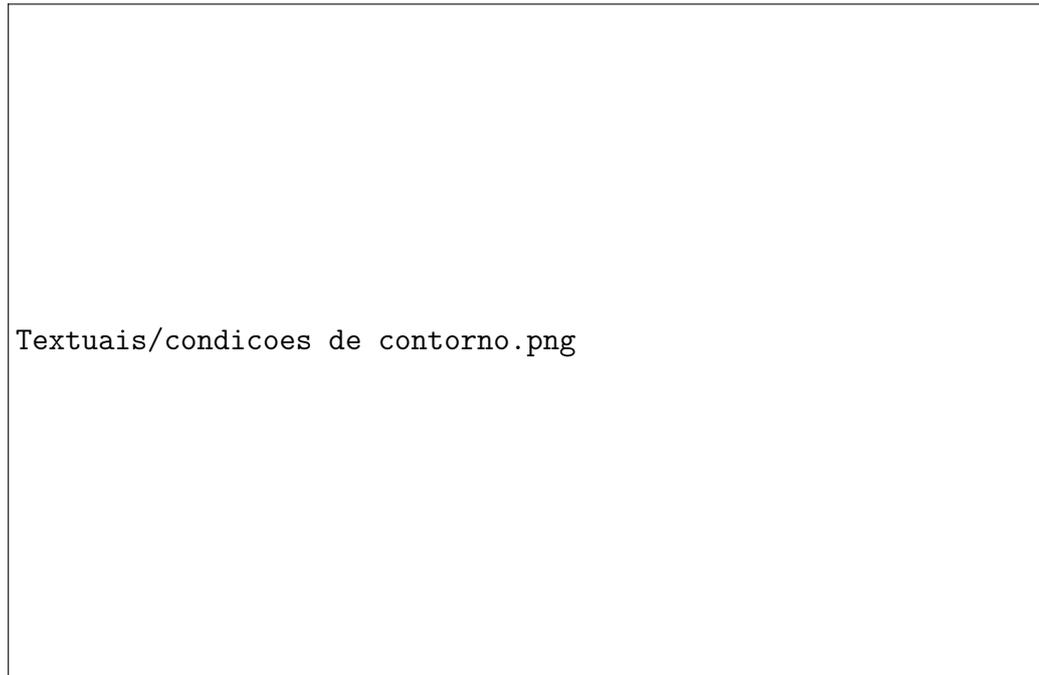
### 3.7 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para modelar as condições de contorno, os carregamentos e apoios foram definidos de acordo com a norma ASTM D6272-10 para testes de flexão. Os dois suportes que sustentam a placa foram fixados completamente em relação a todos os graus de liberdade. A placa foi fixada em quatro graus de liberdade, exceto no deslocamento na direção Y e na rotação na direção Z, permitindo assim o deslocamento e a flexão da placa. Aos indentadores, foi aplicado o deslocamento mencionado anteriormente, na direção Y negativa. A Figura 27 ilustra as condições de contorno aplicadas no teste virtual. Os suportes e indentadores foram modelados como corpos rígidos, cada um com um raio de 7,5 mm e um comprimento de 250 mm, enquanto as placas de compósito foram modeladas como corpos deformáveis. A aplicação das propriedades do material no modelo é realizada com o auxílio de uma UMAT (*User Material Subroutine*). Para o desenvolvimento do modelo, é necessário definir o contato entre os indentadores e a superfície do compósito. A configuração de contato selecionada foi a *surface-to-surface*, que difere da configuração *node-to-surface*, na qual um nó da superfície *slave* interage com um ponto de projeção na superfície *master*. Na definição de contato *surface-to-surface*, uma média dos valores presentes em cada nó é considerada, permitindo que cada restrição de contato leve em conta não apenas o nó da superfície *slave* mais próximo, mas também outros nós em diferentes posições.

A definição de contato *surface-to-surface* geralmente resulta em melhores resultados em comparação com a *node-to-surface*, porém requer mais recursos devido à complexidade da modelagem do contato e ao refinamento da malha. Isso se deve ao fato de que a região de contato exige um maior número de elementos e nós, o que aumenta a necessidade de capacidade computacional. Além disso, a introdução de não linearidades, como as encontradas nas técnicas de solução iterativa, como o método de Newton-Raphson, também aumenta o tempo de simulação.

Os modelos desenvolvidos foram submetidos a um carregamento de flexão, que é imposto pelo deslocamento dos indentadores movendo-se verticalmente contra a placa. A magnitude do deslocamento do indentador para cada placa é definida de acordo com a convergência do resultado. É configurado o deslocamento máximo até que a curva não demonstre nenhum comportamento de divergência, como enrijecimento do material ou mudanças abruptas de comportamento, que não condizem com os resultados experimentais. A Tabela 7 apresenta os deslocamentos aplicados a cada placa.

Figura 27 – Condições de contorno



Fonte: Autor

Tabela 7 – Deslocamentos aplicados as placas

<b>Placa</b>	<b>Deslocamento(mm)</b>
P07CF	20mm
P07CF Furo 5mm	35mm
P07CF Furo 8mm	25mm
P07CF Furo 10mm	20mm
P07CF Oblongo	30mm
P08CF	25mm
P08CF Furo 5mm	25mm
P08CF Furo 8mm	25mm
P08CF Furo 10mm	20mm
P08CF Oblongo	25mm
P13CF	20mm
P13CF Furo 5mm	35mm
P13CF Furo 8mm	35mm
P13CF Furo 10mm	30mm
P13CF Oblongo	25mm
P14CF	20mm
P14CF Furo 5mm	25mm
P14CF Furo 8mm	25mm
P14CF Furo 10mm	25mm
P14CF Oblongo	25mm

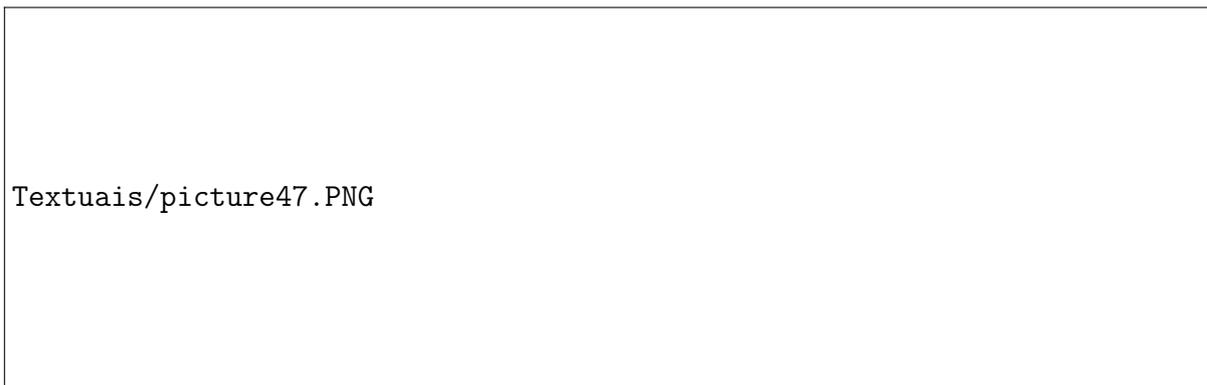
Fonte: Autor

### 3.8 MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

Com o propósito de discretizar o modelo e avaliar o comportamento do material, foi desenvolvida uma malha de elementos tridimensionais de quatro nós, com integração reduzida do tipo casca, apresentando seis graus de liberdade (DOF) por nó (definido como S4 – ABAQUS® - Simulia (2007)).

É considerada como malha a representação do domínio físico do problema por meio de um número finito de elementos. Devido às questões geométricas do domínio físico, frequentemente é impossível representar o domínio com poucos elementos. Conforme ilustrado na Figura 28, observa-se um domínio com uma malha mais grosseira e outro com uma malha mais refinada, composta por elementos menores. É evidente que o domínio com mais elementos oferece uma representação mais precisa, sendo a geometria do elemento também um fator significativo nesse contexto. A malha mais refinada permite capturar detalhes mais sutis e proporciona uma melhor resolução do problema em análise (Hutton, 2004).

Figura 28 – Refinamento de Malha



Fonte: (Hutton, 2004)

É possível afirmar que quando determinado requisito matemático é alcançado, a solução com um número finito de elementos converge para a solução exata do problema. À medida que o número de elementos aumenta, a solução dos elementos finitos muda de forma incremental, aproximando-se da solução exata, o que é entendido como convergência (Hutton, 2004).

Realizar uma análise de convergência é fundamental na validação e melhoria de modelos computacionais baseados em elementos finitos, garantindo que os resultados numéricos se aproximem dos resultados reais. Os resultados da análise de convergência do modelo em questão estão apresentados na Tabela 8.

Observa-se que os resultados para a reação no suporte 2, utilizados para analisar a convergência da malha, mostram-se instáveis para malhas grosseiras, onde o tamanho do elemento é maior. Isso se reflete em grandes diferenças entre o resultado anterior e o seguinte. No entanto, a partir de 1000 elementos, a diferença passa a ser quase insignificante, como ilustrado na Figura 29.

Tabela 8 – Análise de convergência

Tipo de Elemento	Tamanho do elemento(mm)	Número de elementos	Reação Suporte 2 (N)	Diferença
S4	65	32	$4,24 \cdot 10^3$	
S4	50	40	$4,27 \cdot 10^3$	0,5%
S4	25	140	$4,3 \cdot 10^3$	0,81%
S4	20	192	$4,24 \cdot 10^3$	1,42%
S4	15	320	$4,24 \cdot 10^3$	0,02%
S4	10	800	$4,22 \cdot 10^3$	0,42%
S4	9	972	$4,22 \cdot 10^3$	0,09%
S4	8	1240	$4,22 \cdot 10^3$	0,00%
S4	7	1470	$4,22 \cdot 10^3$	0,00%
S4	6	2050	$4,22 \cdot 10^3$	0,05%
S4	5	2940	$4,21 \cdot 10^3$	0,05%

Fonte: Autor

Figura 29 – Análise de convergência



Textuais/Analise\_de\_convergencia(1).png

Fonte: Autor

A malha definida para o desenvolvimento das simulações é composta por 2940 elementos, sendo definida com base nas análises realizadas anteriormente. Foram considerados aspectos como a confiabilidade da malha e a capacidade de processamento do equipamento utilizado.

Concentradores de tensão em problemas de elementos finitos fazem com que haja a necessidade de uma análise de convergência mais detalhada para a escolha da malha de elementos ideal. Os concentradores de tensão, como furos, geram gradientes de tensão significativos que podem levar a concentrações de tensão locais, resultando em potenciais pontos de falha. A Figura 30 mostra o gráfico da análise de convergência desenvolvida para resolver o problema, tem elementos do tipo *shell* com 4195 elementos S4 Quadrilaterais e 74 elementos triangulares S3.

Figura 30 – Análise de convergência considerando concentradores de tensão



Fonte: Autor

## 4 RESULTADOS

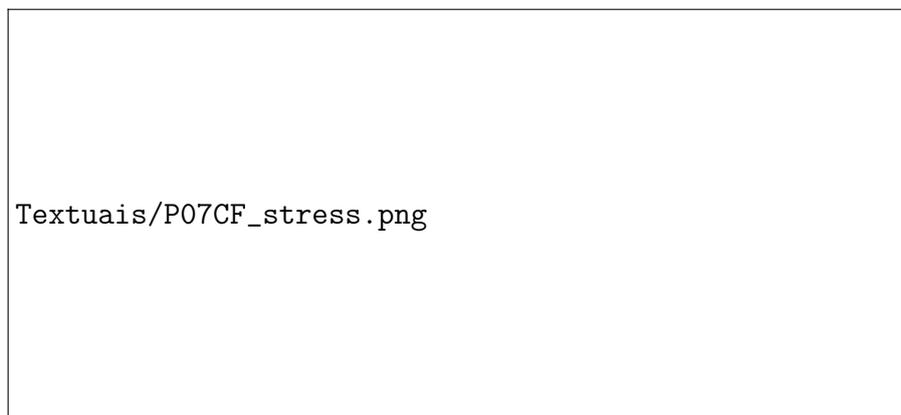
Este capítulo visa apresentar os resultados derivados das simulações computacionais realizadas, bem como discutir suas implicações. Os resultados discutidos neste capítulo estão centrados no fenômeno do dano progressivo em materiais compósitos. Esse fenômeno refere-se à evolução gradual e acumulação de danos nos materiais ao longo do tempo, como resultado da aplicação de carregamentos diversos. Durante as simulações computacionais, foram examinadas as diferentes etapas do processo de dano progressivo, desde a iniciação até a propagação e eventual falha do material compósito. Foram analisados parâmetros como a taxa de crescimento do dano, e magnitude dos carregamentos aplicados, bem como a resposta estrutural do material diante desses estímulos. A discussão dos resultados abordará os aspectos quantitativos, como taxas de crescimento de dano e resistência final do material, e alguns aspectos qualitativos, incluindo processo de fabricação ou projeto do material.

Além disso, serão exploradas as aplicações práticas dos resultados obtidos, destacando seu potencial impacto em setores como aeronáutica, construção civil e indústria automotiva. Essa análise contribuirá para uma compreensão mais abrangente do comportamento dos materiais compósitos sob diferentes condições de carregamento e para o desenvolvimento de estratégias de mitigação de danos mais eficazes.

### 4.1 TENSÃO NAS PLACAS

Esta seção inicial visa apresentar o estado de tensão das placas. Esta distribuição nas placas é de importante para compreender a resposta das estruturas ao carregamento aplicado. A Figura 31 ilustra a distribuição de tensão na placa P07CF após o carregamento de flexão.

Figura 31 – Tensão  $\sigma_{11}$  na placa P07CF



Fonte: Autor

Neste trabalho, buscou-se empiricamente avaliar a influência dos parâmetros  $X_{C0}$  (limite linear elástico obtido da curva de compressão a  $0^\circ$ ) e  $Y_{C0}$  (limite linear elástico na direção transversal às fibras) na resposta do laminado. Esses parâmetros são fundamentais para compre-

ender e prever o comportamento mecânico do material compósito, especialmente em termos de sua capacidade de suportar cargas em diferentes direções. Ao analisar o  $X_{C0}$  e  $Y_{C0}$ , buscou-se identificar como variações nesses limites elásticos afetam a resistência e a rigidez do laminado sob diferentes condições de carregamento, proporcionando conclusões importantes para o projeto e a otimização de estruturas compósitas. A Tabela 9 apresenta as propriedades aplicadas e a tensão máxima obtida para a Placa P07CF.

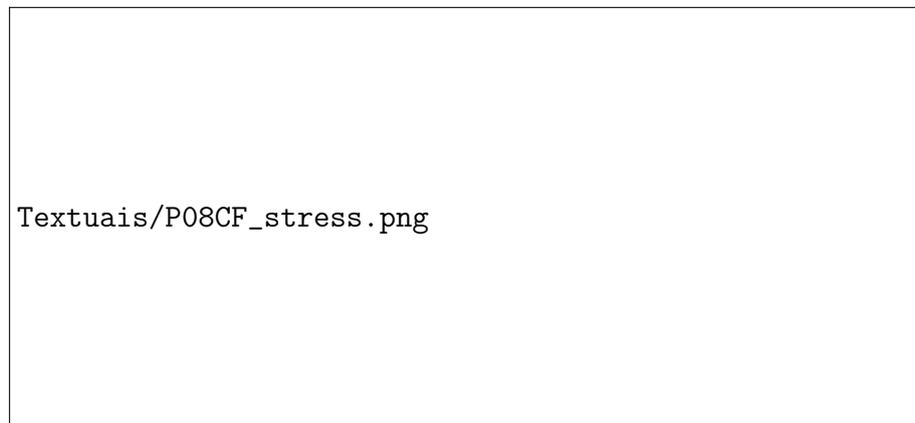
Tabela 9 – Informações da Placa P07CF

Placa P07CF	
$X_{C0}$	2,8 (MPa)
$Y_{C0}$	60,3 (MPa)
Tensão Máxima	644 (MPa)

Fonte: Autor

A Figura 32 apresenta a distribuição de tensão na Placa P08CF. A Tabela 10 detalha as propriedades do material e da simulação, incluindo a tensão máxima.

Figura 32 – Tensão  $\sigma_{11}$  na placa P08CF



Fonte: Autor

Tabela 10 – Informações da Placa P08CF

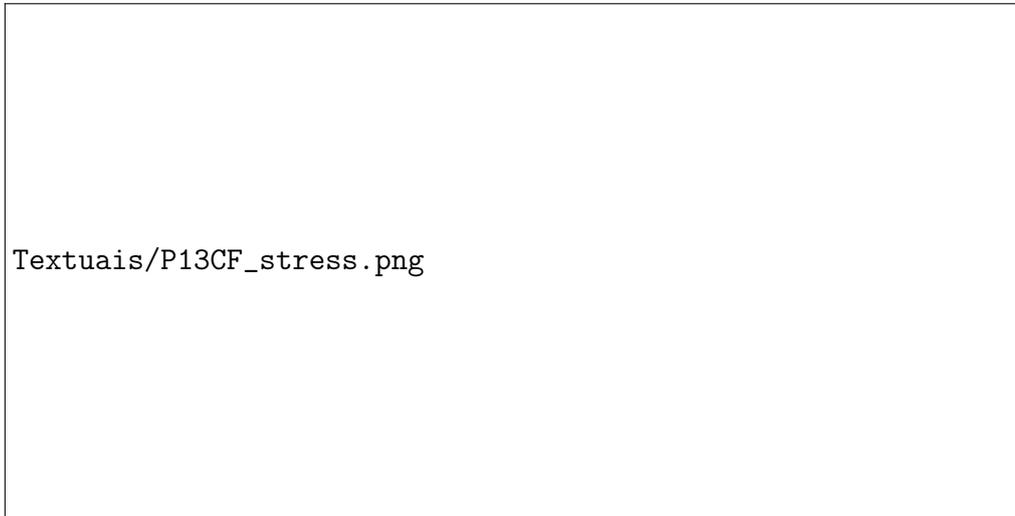
Placa P08CF tensão	
$X_{C0}$	90 (MPa)
$Y_{C0}$	20 (MPa)
Tensão Máxima	640 (MPa)

Fonte: Autor

A Figura 33 exibe a distribuição de tensão na Placa P13CF. Semelhante às duas placas anteriores, esta placa apresenta uma maior magnitude de tensão no centro. No entanto, de forma particular para esta placa, a magnitude da tensão máxima é menor em comparação com as placas

P07CF e P08CF, devido à sua sequência de empilhamento de lâminas ser diferente. A Tabela 11 detalha as propriedades do material e da simulação, incluindo a tensão máxima.

Figura 33 – Tensão  $\sigma_{11}$  na placa P08CF



Fonte: Autor

Tabela 11 – Informações da Placa P13CF

Placa P13CF tensão	
$X_{C0}$	0 (MPa)
$Y_{C0}$	0 (MPa)
Tensão Máxima	353 (MPa)

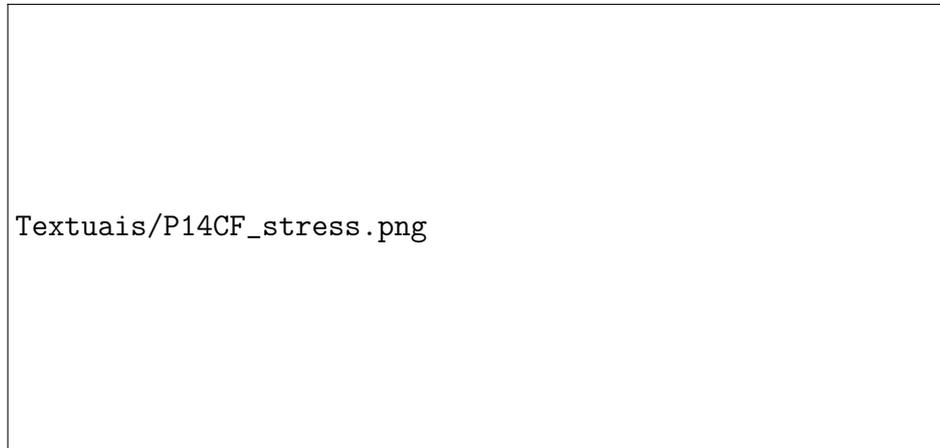
Fonte: Autor

A Figura 34 apresenta a distribuição de tensão na Placa P14CF. Assim como nas três placas anteriores, esta placa exibe uma maior magnitude de tensão no centro. No entanto, de forma particular para esta placa, observam-se alguns pontos discrepantes. Para fins de estudo, consideramos o valor de uma região maior, resultando em uma tensão máxima ainda menor que a da P13CF. A Tabela 12 detalha as propriedades do material e da simulação, incluindo a tensão máxima.

Ao analisar as Tabelas 9-12, conclui-se que os parâmetros  $X_{C0}$  e  $Y_{C0}$  são influenciados tanto pelo efeito da curvatura da placa quanto pela sequência de empilhamento. Essas influências são cruciais para entender como as propriedades mecânicas do material compósito variam em diferentes configurações e condições de carregamento. Além disso, é interessante observar que, para uma mesma sequência de empilhamento e considerando a placa plana, esses parâmetros exibem um comportamento igual, como evidenciado nas Tabelas 11 e 12. Isso sugere que a curvatura da placa representa um parâmetro importante na variação dos limites elásticos  $X_{C0}$  e  $Y_{C0}$ , enquanto a sequência de empilhamento também contribui para essas variações, mas de forma mais discreta. Esses resultados são valiosos para a compreensão mais profunda do

comportamento estrutural dos laminados compósitos e podem orientar decisões de projeto e otimização.

Figura 34 – Tensão  $\sigma_{11}$  na placa P08CF



Fonte: Autor

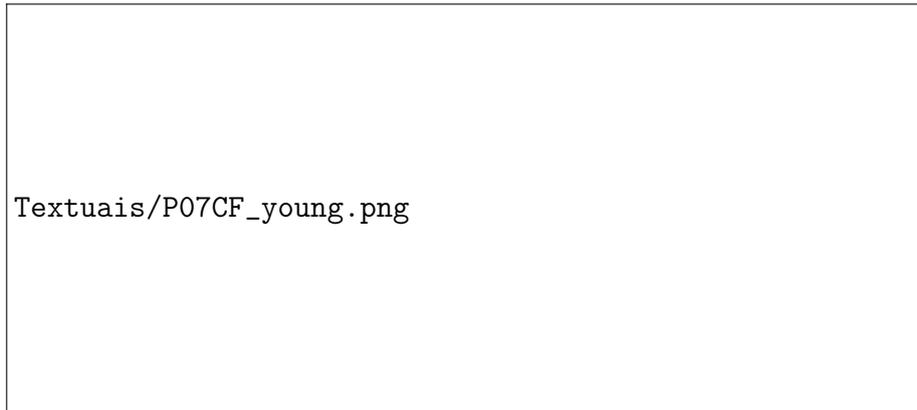
Tabela 12 – Informações da Placa P14CF

Placa P14CF tensão	
$X_{C0}$	0 (MPa)
$Y_{C0}$	0 (MPa)
Tensão Máxima	135 (MPa)

Fonte: Autor

#### 4.2 DEGRADAÇÃO DO MÓDULO DE ELASTICIDADE

Esta seção tem como objetivo demonstrar a degradação do módulo de elasticidade nas placas devido à aplicação do carregamento de flexão, ocasionando dano progressivo. Observa-se uma redução na propriedade mecânica do material à medida que o dano evolui. As Figuras 35-38 apresentam os campos de módulo de elasticidade, destacando as áreas onde ocorreu uma maior diminuição, evidenciando os pontos críticos no projeto da estrutura e os locais onde uma falha potencial pode ocorrer. A Figura 35 exibe o módulo de elasticidade na placa P07CF após o carregamento de flexão. As regiões onde ocorre uma maior diminuição do módulo de elasticidade devido à ação do dano progressivo são as áreas centrais da placa, onde há uma tensão de compressão considerável. As propriedades do material e o valor mínimo do módulo de elasticidade são apresentados na Tabela 13.

Figura 35 – Módulo de elasticidade  $E_{11}$  na placa P07CF

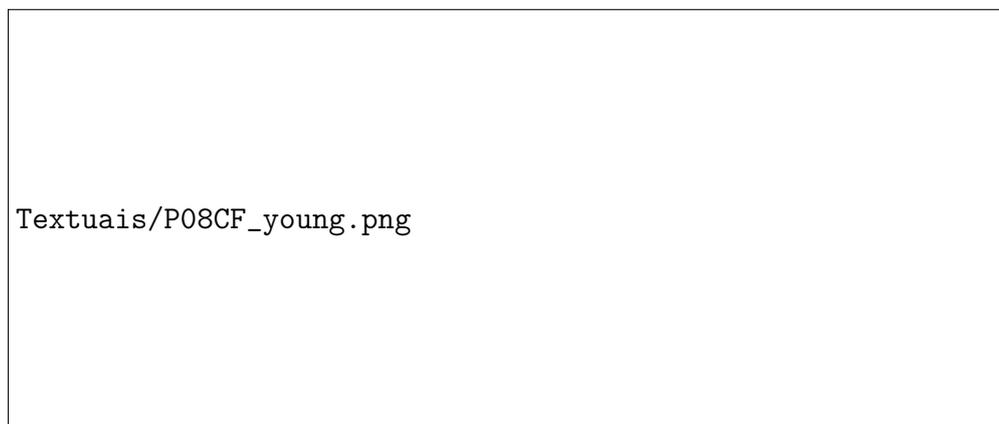
Fonte: Autor

Tabela 13 – Informações da Placa P07CF

Placa P07CF tensão	
$X_{C0}$	2,8 (MPa)
$Y_{C0}$	60,3 (MPa)
Menor Módulo de Elasticidade	50,4 (MPa)

Fonte: Autor

A Figura 36 apresenta o módulo de elasticidade na placa P08CF após o carregamento de flexão. De maneira semelhante à placa P07CF, as regiões onde ocorre uma maior diminuição do módulo de elasticidade devido à ação do dano progressivo são as áreas centrais da placa. Isso se deve ao fato de a placa possuir a mesma sequência de empilhamento das lâminas, bem como dimensões similares. As propriedades do material e o valor mínimo do módulo de elasticidade são mostrados na Tabela 14.

Figura 36 – Módulo de elasticidade  $E_{11}$  na placa P08CF

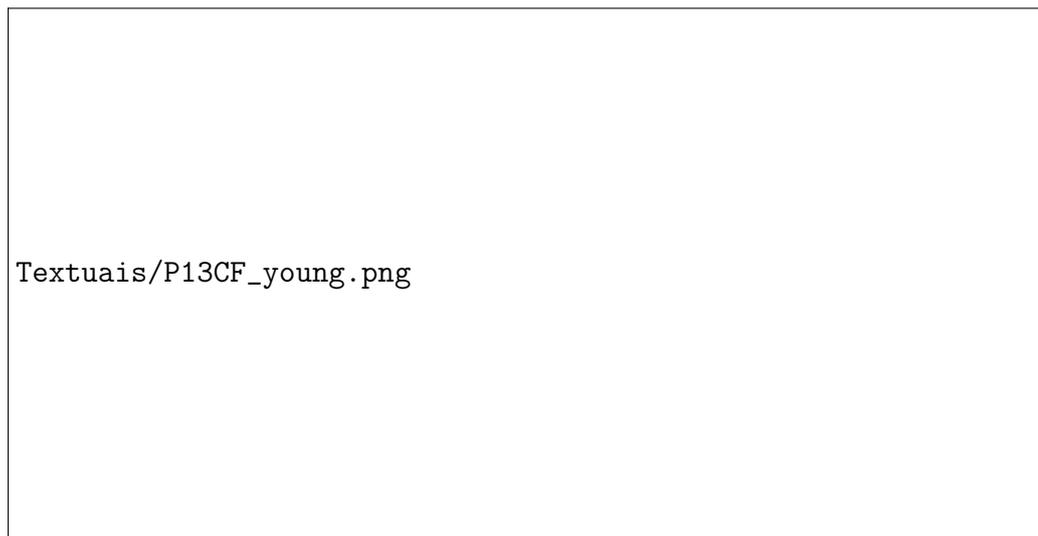
Fonte: Autor

Tabela 14 – Informações da Placa P08CF

Placa P08CF tensão	
$X_{co}$	90 (MPa)
$Y_{co}$	20 (MPa)
Menor Módulo de Elasticidade	55,5 (MPa)

Fonte: Autor

A Figura 37 apresenta o módulo de elasticidade na placa P13CF após o carregamento de flexão. De forma distinta das placas sem acoplamento, a placa P13CF exibe valores discrepantes para o módulo de elasticidade, que foram desconsiderados por serem resultado de erro de convergência. Os valores válidos que demonstraram uma maior degradação do módulo de elasticidade concentram-se no centro da placa. No entanto, a diminuição na magnitude do módulo de elasticidade foi significativamente menor em comparação com as placas P07CF e P08CF. O valor mínimo do módulo de elasticidade é mostrado na Tabela 15.

Figura 37 – Módulo de elasticidade  $E_{11}$  na placa P13CF

Fonte: Autor

Tabela 15 – Informações da Placa P13CF

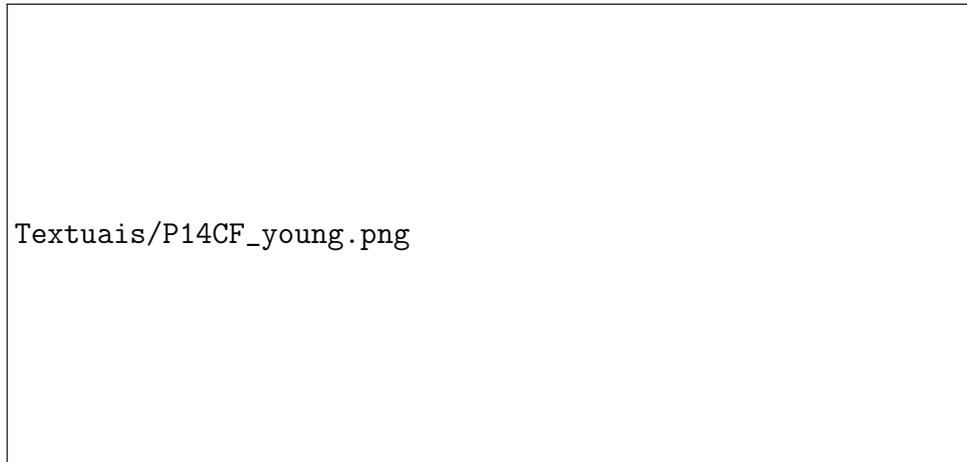
Placa P13CF tensão	
$X_{co}$	0 (MPa)
$Y_{co}$	0 (MPa)
Menor Módulo de Elasticidade	148 (MPa)

Fonte: Autor

A Figura 38 apresenta o módulo de elasticidade na placa P14CF após o carregamento de flexão. Assim como na placa P13CF, ocorreram alguns valores discrepantes para o módulo de

elasticidade, os quais foram desconsiderados. Os valores menores para o módulo de elasticidade concentraram-se no centro da placa. No entanto, a diminuição do módulo de elasticidade foi menor para esta placa em comparação com a anterior. O valor mínimo do módulo de elasticidade é mostrado na Tabela 16.

Figura 38 – Módulo de elasticidade  $E_{11}$  na placa P14CF



Fonte: Autor

Tabela 16 – Informações da Placa P14CF

Placa P14CF tensão	
$X_{co}$	0 (MPa)
$Y_{co}$	0 (MPa)
Menor Módulo de Elasticidade	170 (MPa)

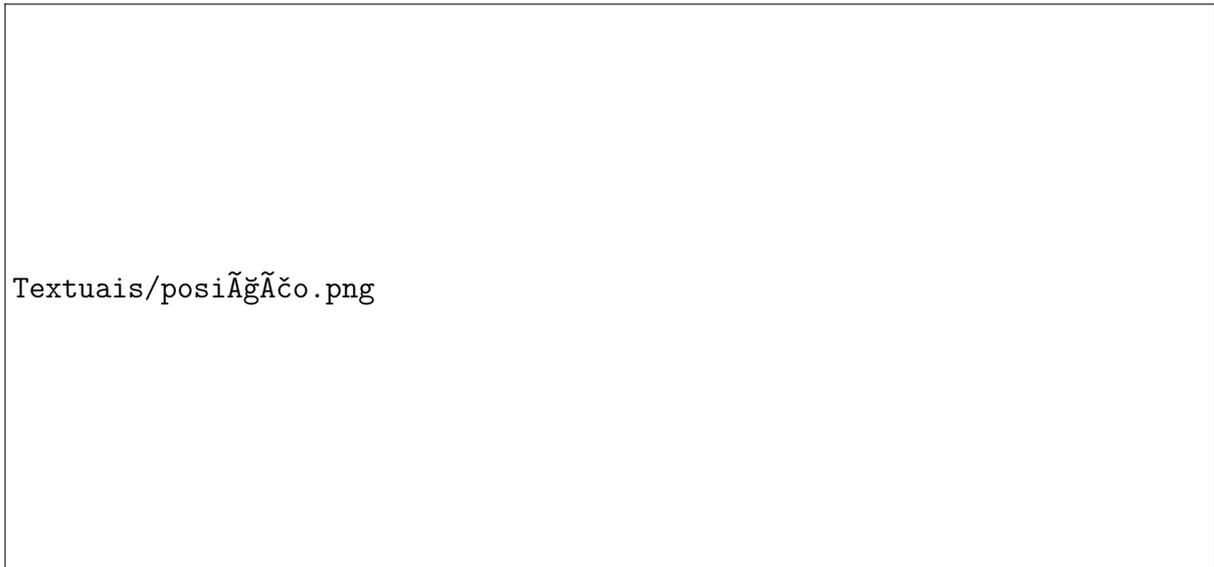
Fonte: Autor

### 4.3 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS COM OS NUMÉRICOS

Nesta seção, apresenta-se os resultados numéricos das placas por meio do gráfico de força versus deslocamento, destacando o progressivo dano da estrutura após o carregamento de flexão. Os resultados gerados pelo modelo computacional são confrontados com os dados obtidos da tese de De Medeiros (2016), mantendo as mesmas condições mencionadas no capítulo de materiais e métodos para garantir a comparação precisa e consistente.

As curvas de força versus deslocamento obtidas neste estudo derivam dos dados adquiridos no modelo computacional. O deslocamento máximo na placa é medido no ponto central na extremidade da mesma, assim como a força de reação nos dois suportes, conforme ilustrado na Figura 39.

Figura 39 – Posição onde foram adquirido os dados



Fonte: Autor

A Figura 40 compara a curva de reação versus deslocamento obtida pelo modelo computacional com a obtida experimentalmente. A curva P07CF representa os dados experimentais, enquanto a curva P07X<sub>0</sub> representa os resultados da simulação computacional.

Figura 40 – Comparação P07CF



Fonte: Autor

Observa-se que ambas as curvas apresentam um comportamento similar desde o início até o final da região elástica, até cerca de 8 kN. Mesmo na região plástica, o comportamento ainda é semelhante, com uma pequena divergência próxima aos 9 kN. A curva computacional termina pouco antes de atingir 30 mm devido a questões de convergência, enquanto a curva experimental mostra a falha da placa pouco antes de 35 mm. A Tabela 17 mostra os deslocamentos encontrados no modelo computacional e nos dados experimentais.

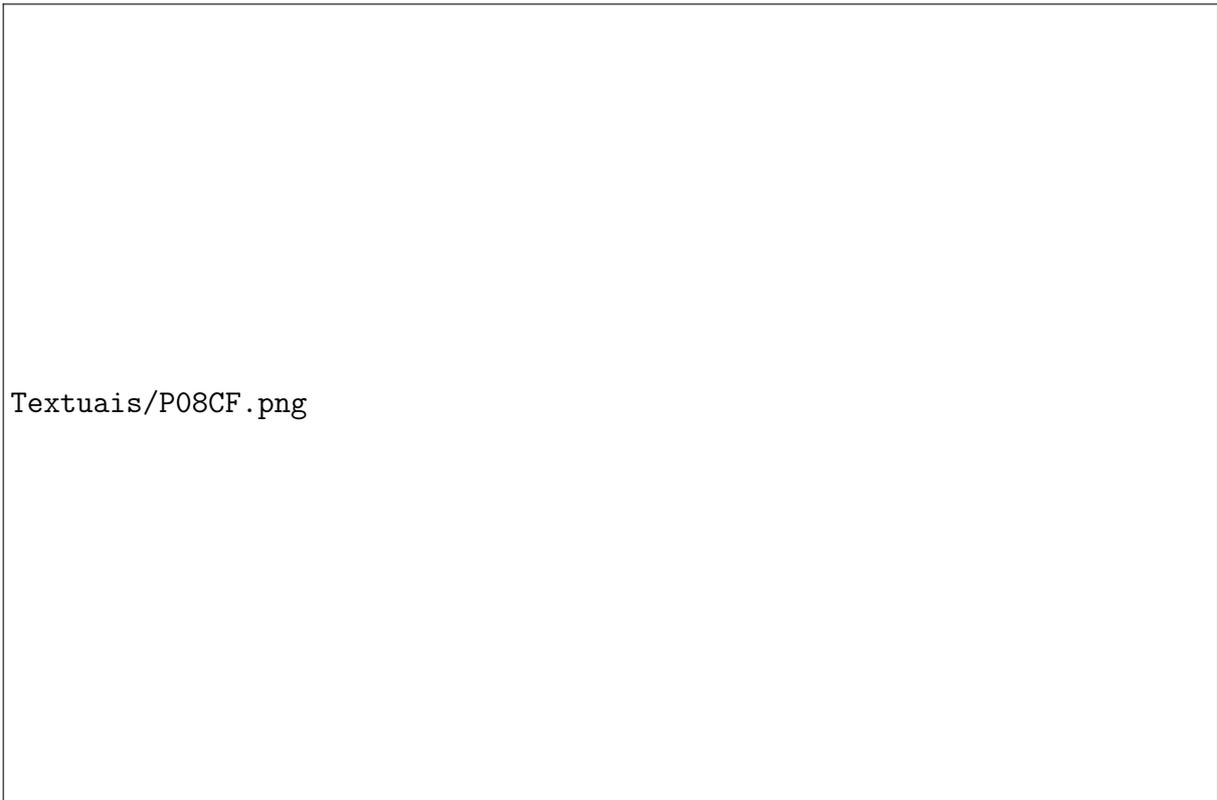
Tabela 17 – Informações da Placa P07CF

Placa P07CF tensão	
$X_{C0}$	2.8 (MPa)
$Y_{C0}$	60.3 (MPa)
Deslocamento máximo da curva computacional	27,45mm
Ponto de falha curva experimental	33,9 mm
Diferença relativa entre o deslocamento computacional e experimental	19,03 %

Fonte: Autor

A Figura 41 compara a curva de reação versus deslocamento obtida pelo modelo computacional com a obtida experimentalmente. A curva P08CF representa os dados experimentais, enquanto a curva P08CF  $X_{90}Y_{20}$  representa os resultados da simulação computacional. Ambas as curvas demonstram um comportamento quase idêntico desde o início até o final da região elástica, um pouco antes de atingir 8 kN. Mesmo na região elástica, o comportamento ainda é similar, com uma pequena divergência próxima aos 6 kN. A curva computacional termina pouco antes de atingir 30 mm devido a questões de convergência, enquanto a curva experimental mostra a falha da placa pouco antes de 35 mm. No entanto, enquanto as duas curvas coexistem, o comportamento delas é muito semelhante. Em comparação com o gráfico anterior da placa P07CF, a placa P08CF mostra um resultado muito próximo ao da placa P07CF, muito provavelmente devido às similaridades de propriedades e dimensionais. No entanto, é perceptível que o gráfico da placa P08CF é ainda mais similar ao resultado experimental. A Tabela 18 mostra os deslocamentos encontrados no modelo computacional e nos dados experimentais.

Figura 41 – Comparação P08CF



Fonte: Autor

Tabela 18 – Informações da Placa P08CF

Placa P08CF tensão	
$X_{co}$	90 (MPa)
$Y_{co}$	20 (MPa)
Deslocamento máximo da curva computacional	28,8 mm
Ponto de falha curva experimental	33,4 mm
Diferença relativa entre o deslocamento computacional e experimental	13,37 %

Fonte: Autor

A Figura 42 compara a curva de reação versus deslocamento obtida pelo modelo computacional com a obtida experimentalmente. A curva P13CF representa os dados experimentais, enquanto a curva P13CF  $RZY0_0$  representa os resultados da simulação computacional. Ambas as curvas demonstram um comportamento quase idêntico desde o início até uma diminuição da rigidez, caracterizada pela falha, por volta de 23 kKN. Diferentemente das placas sem acoplamento, o ponto de falha das duas curvas é quase o mesmo. A grande dissimilaridade entre as duas curvas está relacionada à maneira como a falha ocorre: enquanto a curva computacional

mostra um comportamento frágil de falha, o que é esperado para um material compósito, o comportamento da curva experimental é similar ao de um material dúctil. De maneira geral, as duas curvas têm um comportamento quase idêntico antes da falha, porém a maneira como a falha ocorre no gráfico é distinta. A Tabela 19 mostra os deslocamentos encontrados no modelo computacional e nos dados experimentais.

Figura 42 – Comparação P13CF



Fonte: Autor

Tabela 19 – Informações da Placa P13CF

Placa P13CF tensão	
$X_{co}$	0 (MPa)
$Y_{co}$	0 (MPa)
Deslocamento máximo da curva computacional	19,93 mm
Ponto de falha curva experimental	19,65 mm
Diferença relativa entre o deslocamento computacional e experimental	1,42 %

Fonte: Autor

A Figura 43 compara a curva de reação versus deslocamento obtida pelo modelo computacional com a obtida experimentalmente. A curva *P14CF* representa os dados experimentais, enquanto a *P14CF X<sub>0</sub>Y<sub>0</sub>* representa os resultados da simulação computacional. Ambas as curvas demonstram um comportamento quase idêntico desde o início até uma diminuição da rigidez, caracterizada pela falha, por volta de 23 kN para as duas placas. O ponto de falha das duas curvas é quase o mesmo. A grande dissimilaridade entre as duas curvas está relacionada à maneira como a falha ocorre, bem como na *P13CF* a experimental se comporta de maneira frágil e a computacional de maneira dúctil. A Tabela 20 mostra os deslocamentos encontrados no modelo computacional e nos dados experimentais.

Figura 43 – Comparação P14CF



Fonte: Autor

Tabela 20 – Informações da Placa P14CF

Placa P14CF tensão	
$X_{co}$	0 (MPa)
$Y_{co}$	0 (MPa)
Deslocamento máximo da curva computacional	18,44 mm
Ponto de falha curva experimental	18,09 mm
Diferença relativa entre o deslocamento computacional e experimental	1,93 %

Fonte: Autor

#### 4.4 ÍNDICE DE DANO

A teoria clássica dos laminados é aplicável a laminados de fibra contínua ortotrópica. A teoria clássica dos compósitos laminados é baseada em uma série de hipóteses simplificadoras. Assim, as lâminas são consideradas muito finas, constituídas por um material homogêneo, ortotrópico, material elástico linear em um estado de tensão plano. Além disso, é assumida a perfeita adesão entre as lâminas e a hipótese de Kirchhoff. A maioria dos algoritmos e modelos baseados nesses fatos levar a uma análise global do estado de tensão e deformação sem caracterização do mecanismo comportamento desses materiais. Além disso, as cargas admissíveis são assumidas como um conjunto de esultantes forças e momentos, definidos numa secção representativa do laminado. A matriz ABBD é uma Matriz  $6 \times 6$ , que relaciona as cargas aplicadas e as deformações associadas no laminado. No ensaio de flexão em quatro pontos, apenas o momento ( $M_x$ ) e a curvatura ( $\kappa_x$ ) são diferentes de zero, portanto a matriz pode ser reescrita como:

$$M_x = D_{11} \kappa_x. \quad (77)$$

O índice de dano é uma medida quantitativa que expressa o nível de degradação ou falha em um material ou estrutura devido a diferentes formas de carregamento ou condições de serviço. Esse índice é frequentemente utilizado em análises de danos em materiais compósitos, metais, concretos e outros materiais estruturais. O fator de dano é a diferença entre o momento máximo para a placa intacta e o momento para a placa danificada. Esse critério pode ser aplicado a materiais compósitos. O critério de dano é definido, segundo De Medeiros (2016) por

$$DI = 1 - \frac{M_{Max}^d}{M_{Max}^i}, \quad (78)$$

onde  $d$  é danificado e  $i$  é intacto. Sendo a variação entre 0 e 1, onde 1 é intacto e 0 é totalmente danificado (De Medeiros, 2016).

Usualmente, no projeto de estruturas de material compósito, é aplicado um fator de segurança  $FS$ , conforme requerido pela FAA (*Federal Aviation Administration*). Um fator de

segurança comum para aviões é 1,5. Para o presente estudo, o fator de segurança foi aplicado ao momento fletor máximo obtido no teste de flexão quatro pontos. Um ponto importante a ser observado é que o fator de segurança deve ser viável para o projeto, uma vez que um fator de segurança muito alto influencia no peso da estrutura, podendo inviabilizar o projeto da mesma De Medeiros (2016), conforme

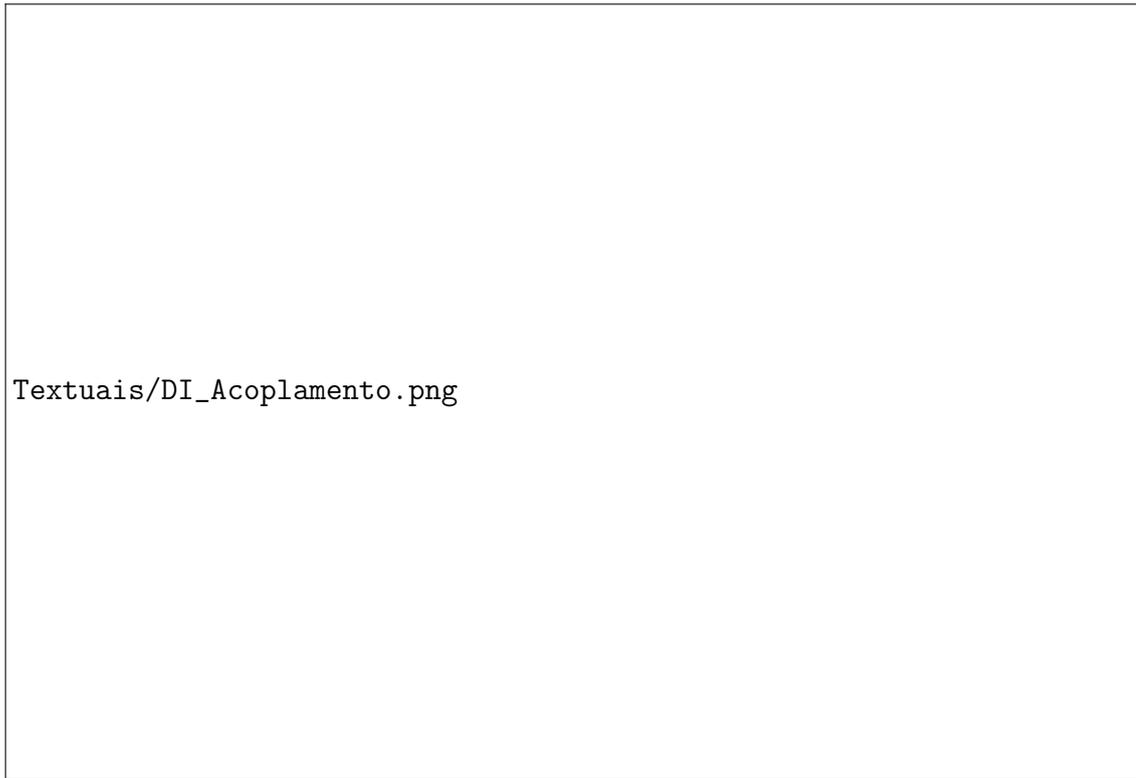
$$DI = \frac{M_{Max}^i}{SF}. \quad (79)$$

As Figuras 45 e 44 mostram os gráficos momento versus curvatura para placas de material compósito com acoplamento e sem acoplamento, respectivamente. Os resultados foram obtidos computacionalmente. É realizada uma análise do índice de dano, onde  $DI = 0$  representa o momento máximo e  $DI = 1$  representa o momento máximo dividido por 1,5.

Figura 44 – Momento versus curvatura obtido computacionalmente [0]<sub>8</sub>



Fonte: Autor

Figura 45 – Momento versus curvatura obtido computacionalmente [0/15/ – 15/0/15/ – 15]<sub>s</sub>

Fonte: Autor

As Tabelas 22 e 21 apresentam os resultados do índice de dano para as placas intactas. É possível observar uma diferença nos valores de dano para a mesma placa, o que é causado por variações no processo de fabricação e na geometria.

Tabela 21 – Fatores de danos [0]<sub>8</sub>

Placa	Momento (Nm/m)	DI
P07CF	$1,02 \times 10^5$	0,00
P08CF	$1,02 \times 10^5$	0,00

Fonte: Autor

Tabela 22 – Fatores de danos [0/15/ – 15/0/15/ – 15]<sub>s</sub>

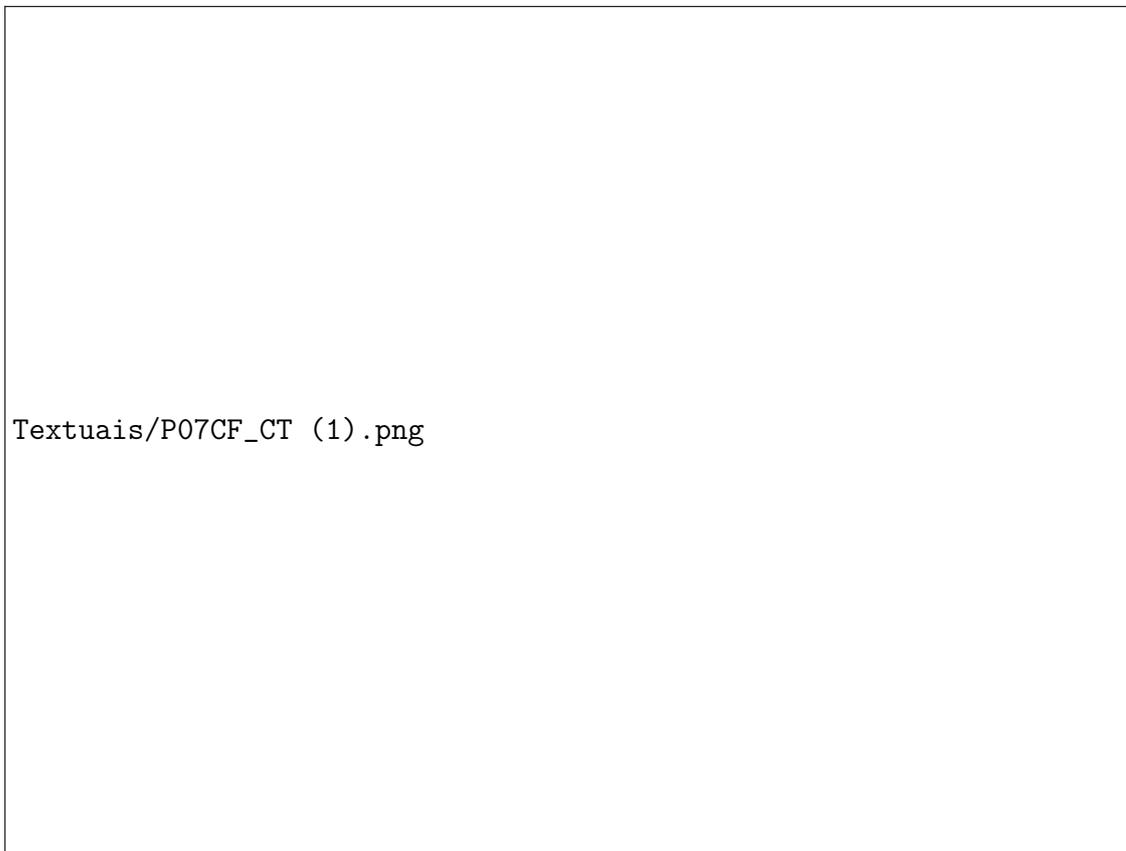
Placa	Momento (Nm/m)	DI
P13CF	$1,68 \times 10^5$	0,00
P14CF	$1,58 \times 10^5$	0,06

Fonte: Autor

A Figura 46 apresenta a comparação do comportamento de placas sob o mesmo carregamento de flexão, porém com a adição de furos como concentradores de tensão. São avaliadas quatro condições: com furos de 5mm, 8mm e 10mm de diâmetro, centralizados na placa, além

de um furo oblongo de 10mm de comprimento. A Figura 46 evidencia inclinações semelhantes nas curvas, representando os módulos de elasticidade. Nota-se que a presença de furos influencia diretamente o momento máximo que a placa pode suportar antes da falha, pois aumenta as tensões nas proximidades do furo. Os furos, como descontinuidades geométricas, impactam no campo de tensões e deformações na placa, especialmente nas regiões próximas a eles. Essas influências são importantes para compreender a capacidade de carga e a resistência estrutural da placa compósita. A Tabela 23 faz uma comparação entre os momentos máximos obtidos nas placas com concentradores de tensão.

Figura 46 – Comportamento das placas com aplicação de concentradores de tensão P07CF



Fonte: Autor

Tabela 23 – Informações da placa, avaliação concentradores de tensão P07CF

Placa	Momento (Nm/m)	DI
Intacta	$1,02 \times 10^5$	0,00
Furo 5mm	$1,01 \times 10^5$	0,01
Furo 8mm	$1,07 \times 10^5$	-0,05
Furo 10mm	$1,04 \times 10^5$	-0,02
Furo Oblongo	$9,86 \times 10^4$	0,04

Fonte: Autor

A Figura 47 apresenta de maneira semelhante à Figura 46 a comparação do comportamento das placas sob o mesmo carregamento de flexão, agora para a placa P08CF, com os furos nas placas atuando como concentradores de tensão. Da mesma forma, são avaliadas quatro diferentes condições, com furos de 5mm, 8mm e 10mm de diâmetro, centralizados na placa, além de um furo oblongo de 10mm de comprimento. A Tabela 24 faz uma comparação entre os momentos máximos obtidos nas placas com concentradores de tensão.

Figura 47 – Comportamento das placas com aplicação de concentradores de tensão P08CF

Textuais/P08CF\_CT.png

Fonte: Autor

Tabela 24 – Informações da placa, avaliação concentradores de tensão P08CF

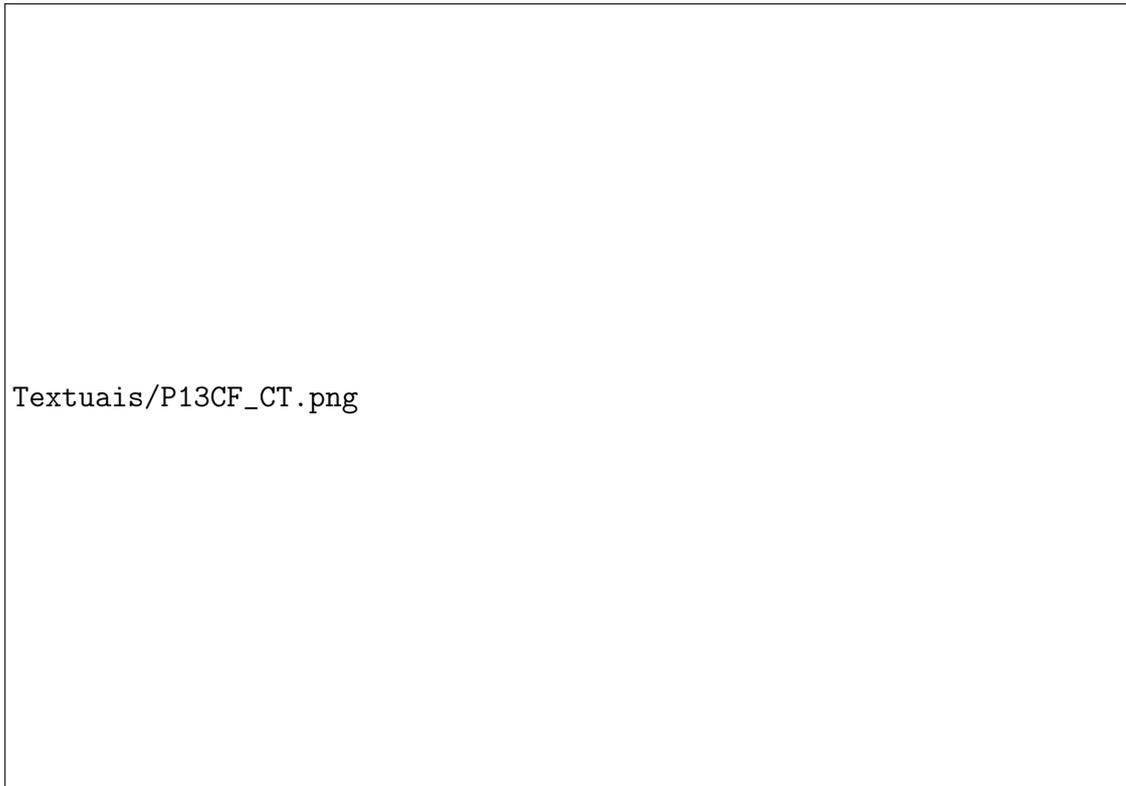
Placa	Momento (Nm/m)	DI
Intacta	$1,02 \times 10^5$	0,00
Furo 5mm	$1,04 \times 10^5$	-0,03
Furo 8mm	$1,02 \times 10^5$	0,00
Furo 10mm	$9,84 \times 10^4$	0,03
Furo Oblongo	$9,64 \times 10^5$	0,05

Fonte: Autor

A Figura 48 mostra de maneira semelhante à Figura 47 a comparação do comportamento das placas sob o mesmo carregamento de flexão, agora para a placa P13CF, em que a sequência de empilhamento possui acoplamento. Da mesma forma, são avaliadas quatro diferentes condições,

com furos de 5mm, 8mm e 10mm de diâmetro, centralizados na placa, além de um furo oblongo de 10mm de comprimento. Assim como nas anteriores, o gráfico mostra que as inclinações na curva são praticamente idênticas, representando os módulos de elasticidade. Há uma diferença visível e decrescente no momento máximo das placas na seguinte ordem: 5mm, 8mm, 10mm e oblongo. A Tabela 25 faz uma comparação entre os momentos máximos obtidos nas placas com concentradores de tensão.

Figura 48 – Comportamento das placas com aplicação de concentradores de tensão P13CF



Fonte: Autor

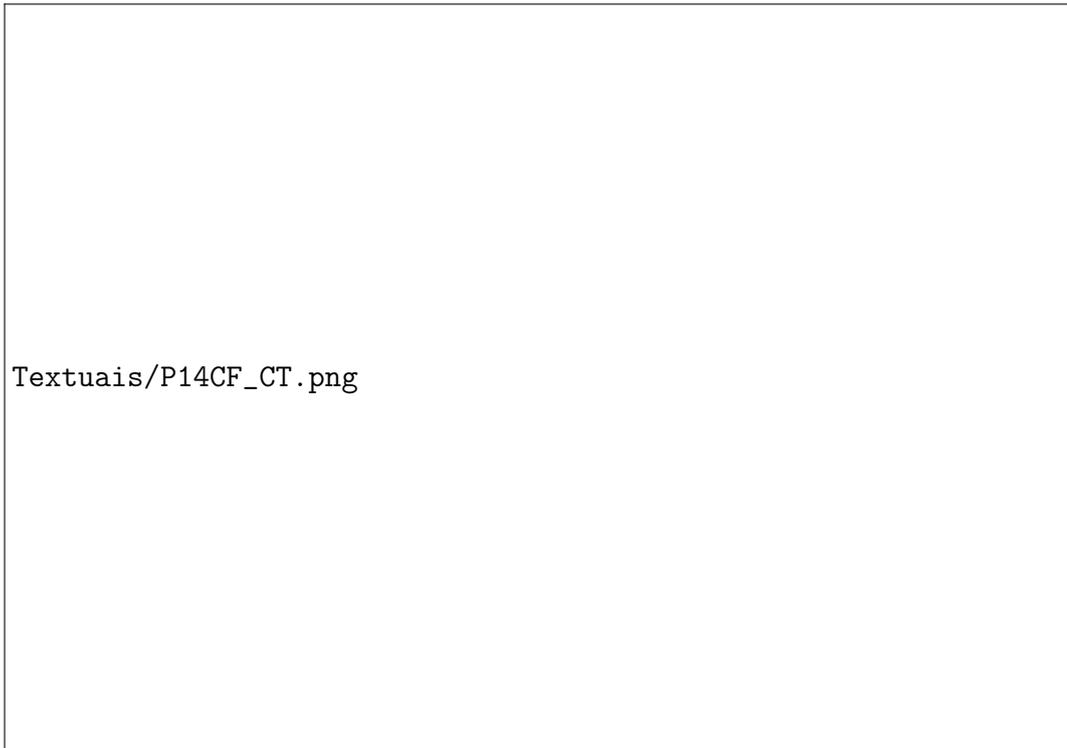
Tabela 25 – Informações da Placa, avaliação concentradores de tensão P13CF

Placa	Momento (Nm/m)	DI
Intacta	$1,68 \times 10^5$	0,00
Furo 5mm	$1,64 \times 10^5$	0,02
Furo 8mm	$1,60 \times 10^5$	0,05
Furo 10mm	$1,62 \times 10^5$	0,04
Furo Oblongo	$1,46 \times 10^5$	0,15

Fonte: Autor

A Figura 49 mostra de maneira semelhante à Figura 48 a comparação do comportamento das placas sob carregamento de flexão, com os furos nas placas atuando como concentradores de tensão. A Tabela 26 realiza uma comparação entre os momentos máximos obtidos nas placas com concentradores de tensão.

Figura 49 – Comportamento das placas com aplicação de concentradores de tensão P14CF



Fonte: Autor

Tabela 26 – Informações da Placa, avaliação concentradores de tensão P14CF

Placa	Momento (Nm/m)	DI
Intacta	$1,58 \times 10^5$	0,00
Furo 5mm	$1,41 \times 10^5$	0,11
Furo 8mm	$1,44 \times 10^5$	0,09
Furo 10mm	$1,48 \times 10^5$	0,06
Furo Oblongo	$1,35 \times 10^5$	0,15

Fonte: Autor

Após analisar os resultados obtidos por meio da simulação computacional e comparação com dados experimentais, é possível concluir que a adição de furos como concentradores de tensão em placas de material compósito tem um impacto em seu comportamento sob carregamento de flexão. Observou-se que, em geral, o aumento do diâmetro dos furos resulta em uma diminuição no momento máximo suportado pela placa. Além disso, foi notado que placas com acoplamento entre suas camadas mostram um comportamento mais próximo ao esperado em comparação com placas sem acoplamento. Isso sugere que o arranjo das camadas no material compósito apresenta um fator importante na resposta estrutural diante de concentrações de tensão.

Ainda, ressalta-se que a escolha do fator de segurança é determinante para o projeto de estruturas de material compósito, uma vez que um fator muito alto pode influenciar negativamente

no peso da estrutura, podendo inviabilizar o projeto. Em resumo, os resultados obtidos oferecem informações significativas para o projeto e análise de estruturas de material compósito. Destaca-se a importância de considerar tanto a presença de concentradores de tensão quanto a influência do arranjo das camadas no comportamento estrutural.

## 5 CONCLUSÃO

Este trabalho buscou desenvolver um modelo numérico capaz de reproduzir os resultados experimentais obtidos nos estudos anteriores conduzidos por De Medeiros (2016). O objetivo foi proporcionar uma análise confiável e robusta do comportamento de materiais compósitos sob carregamento de flexão, especialmente em relação ao dano progressivo. O trabalho se propôs a descrever e avaliar os resultados sob diferentes condições de contorno, incluindo o estudo de placas com furos destinados à alocação de fixadores, que funcionam como concentradores de tensão.

Os resultados desta pesquisa demonstraram que o modelo de dano progressivo desenvolvido conseguiu prever com precisão o comportamento das placas de material compósito sob carregamento de flexão. Identificou-se também os principais parâmetros que influenciam nos resultados, através de métodos experimentais, através das simulações numéricas, foi possível realizar comparação entre os dados obtidos, e através de observações e análises, encontrar parâmetros concretos, visando alcançar uma convergência consistente com os resultados experimentais.

Além disso, a análise revelou a distribuição de tensão nas placas e o módulo de elasticidade, onde conclui-se que para o seguinte carregamento e propriedades de material há uma maior concentração de tensão no centro da placa. Também foi mostrado o módulo de elasticidade residual pós-carregamento, foi constatado que a medida que há o avanço do indentador e aplicação do carregamento, há uma degradação progressiva do módulo de elasticidade, e conseqüentemente uma nova propriedade residual da estrutura. Os resultados mostram uma maior degradação das propriedades elásticas nas placas que possuem sequência de empilhamento  $[0]_8$ .

Outra importante conclusão está relacionada a influência dos furos como concentradores de tensão, evidenciando que quanto maior o diâmetro do furo, menor a tensão máxima suportada, e esse comportamento é mais evidente para as placas com sequência de empilhamento  $[0/15/-15/0/15/-15]_s$ . Os resultados obtidos mostram que a sequência de empilhamento tem influência em relação ao momento máximo das placas danificadas, é possível concluir de acordo com as tabelas: 23, 24, 25, 26, que as placas que estão danificadas, com os furos, tem uma diferença do momento máximo mais evidente para a sequência de empilhamento  $[0/15/-15/0/15/-15]_s$ , em relação  $[0]_8$ .

Essas descobertas são de grande relevância para o desenvolvimento de produtos de materiais compósitos em diversas aplicações. O uso do modelo computacional permite uma análise do comportamento em relação ao dano progressivo antes mesmo de realizar testes físicos, tornando o processo de desenvolvimento de produtos mais rápido e econômico. Além disso, os resultados servem como suporte para o desenvolvimento de pesquisas futuras na mesma área.

No entanto, é importante reconhecer algumas limitações deste estudo. As placas sem acoplamento não convergiram até o final da curva onde ocorre a falha, indicando a necessidade de um estudo adicional para investigar as possíveis causas desse comportamento. Para as placas com

acoplamento, embora os resultados tenham sido mais precisos, a falha no gráfico computacional apresentou características de uma falha dúctil, que não é esperada para esse tipo de material. Novas pesquisas para analisar as causas desse comportamento são recomendadas.

Apesar das limitações, esta pesquisa contribui para o projeto de estruturas de material compósito e abre caminho para futuros estudos acadêmicos nesse campo tão relevante. Em conclusão, este trabalho oferece uma contribuição para o entendimento do dano progressivo em materiais compósitos sob carregamento de flexão. O conhecimento adquirido aqui tem implicações importantes para os campos de Engenharia Mecânica e de Materiais, bem como para o projeto e desenvolvimento de estruturas de material compósito. Espera-se que inspire estudos futuros a aprofundar ainda mais nesse tópico relevante.

Como sugestão para trabalhos futuros, propõe-se a realização de um estudo abordando a identificação e a influência dos parâmetros  $X_{C0}$  e  $Y_{C0}$  na resposta da estrutura por meio de metamodelos ou aprendizado de máquina. Esse estudo poderia explorar a utilização de técnicas avançadas de modelagem, como metamodelos baseados em análise de regressão ou em algoritmos de aprendizado de máquina, como redes neurais artificiais ou máquinas de vetores de suporte. Além disso, sugere-se aprimorar a modelagem das placas em relação aos parâmetros  $C_1$  e  $C_2$ , em vez de utilizar um valor médio ( $C_{mdio}$ ). Uma abordagem mais refinada consideraria a variação desses parâmetros ao longo da placa, levando em conta possíveis gradientes ou heterogeneidades que possam influenciar o comportamento estrutural.

## REFERÊNCIAS

- Abrate, Serge. Impact on laminated composite materials. 1991. Citado na página 47.
- Abrate, Serge. Impact on composite structures. (**No Title**), Cambridge university press, 1998. Citado na página 13.
- Agarwal, BD et al. **Analysis and performance of fiber composites Second edition**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1990. Citado na página 12.
- Aly, Nermin M. A review on utilization of textile composites in transportation towards sustainability. In: IOP PUBLISHING. **IOP conference series: materials science and engineering**. [S.l.], 2017. v. 254, n. 4, p. 042002. Citado na página 12.
- Angélico, Ricardo Afonso. **Avaliação de modelos de falhas progressivas para estruturas em material compósito**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2009. Citado na página 14.
- Antony, Sheedev; Drissi-Habti, Monssef; Raman, Venkadesh. Numerical analysis to enhance delamination strength around bolt holes of unidirectional pultruded large smart composite platform. **Advances in Materials Science and Engineering**, Hindawi, v. 2018, 2018. Citado na página 37.
- Belouettar, S et al. Experimental investigation of static and fatigue behaviour of composites honeycomb materials using four point bending tests. **Composite Structures**, Elsevier, v. 87, n. 3, p. 265–273, 2009. Citado na página 48.
- Bhudolia, Somen K et al. Mechanical performance and damage mechanisms of thin rectangular carbon/elium® tubular thermoplastic composites under flexure and low-velocity impact. **Thin-Walled Structures**, Elsevier, v. 165, p. 107971, 2021. Citado 4 vezes nas páginas 35, 37, 38 e 48.
- Callister, William. **Ciência E Engenharia de Materiais: Uma Introdução** . [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. Citado 3 vezes nas páginas 11, 17 e 18.
- Cantwell, Wesley J; Morton, John. The impact resistance of composite materials—a review. **composites**, Elsevier, v. 22, n. 5, p. 347–362, 1991. Citado na página 47.
- Daniel, Isaac M et al. **Engineering mechanics of composite materials**. [S.l.]: Oxford university press New York, 2006. v. 1994. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 29.
- De Medeiros, Ricardo. **Development of a criterion for predicting residual strength of composite structures damaged by impact loading**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2016. Citado 8 vezes nas páginas 14, 50, 52, 53, 66, 72, 73 e 80.
- Din, Israr Ud et al. Sequential damage study induced in fiber reinforced composites by shear and tensile stress using a newly developed arcan fixture. **Journal of Materials Research and Technology**, Elsevier, v. 9, n. 6, p. 13352–13364, 2020. Citado na página 49.
- Donadon, Maurício V et al. A three-dimensional ply failure model for composite structures. **International Journal of Aerospace Engineering**, Hindawi, v. 2009, 2009. Citado na página 14.

Dong, Chensong; Davies, Ian J. Optimal design for the flexural behaviour of glass and carbon fibre reinforced polymer hybrid composites. **Materials & Design**, Elsevier, v. 37, p. 450–457, 2012. Citado na página 47.

Ferreira, Gregório FO et al. Development of a finite element via unified formulation: Implementation as a user element subroutine to predict stress profiles in composite plates. **Thin-Walled Structures**, Elsevier, v. 157, p. 107107, 2020. Citado na página 14.

Ferreira, Gregório Felipe Oliveira. **Estruturas de material compósito sob carregamento de tração e impacto: avaliação de um modelo de material**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2014. Citado 7 vezes nas páginas 14, 17, 20, 42, 43, 44 e 46.

Forintos, Norbert; Czigany, Tibor. Multifunctional application of carbon fiber reinforced polymer composites: Electrical properties of the reinforcing carbon fibers—a short review. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 162, p. 331–343, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

Gay, Daniel. **Composite materials: design and applications**. [S.l.]: CRC press, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 13.

Hart, Kevin R et al. Comparison of compression-after-impact and flexure-after-impact protocols for 2d and 3d woven fiber-reinforced composites. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier, v. 101, p. 471–479, 2017. Citado na página 47.

Herakovich, Carl T. **Mechanics of fibrous composites. (No Title)**, 1998. Citado na página 45.

Hu, Chunxing; Huang, Guibin; LI, Cheng. Experimental and numerical study of low-velocity impact and tensile after impact for cfrp laminates single-lap joints adhesively bonded structure. **Materials**, MDPI, v. 14, n. 4, p. 1016, 2021. Citado na página 49.

Hutton, David V. **Fundamentals of finite element analysis**. [S.l.]: The McGraw Hill Companies,, 2004. Citado na página 57.

Jones, Robert M. **Mechanics of composite materials**. [S.l.]: CRC press, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 11, 21, 22, 27 e 29.

Kachanov, L. On the creep fracture time: subtítulo (se houver). **Izv Akad, Nauk SSSR Old tekhn**, v. 8, n. número e/ou edição, p. 26–31, 1958. Disponível em: <<http://www.udesc.br/cct>>. Acesso em: 10 nov. 2020. Citado na página 41.

Kachanov, Lasar. **Introduction to continuum damage mechanics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1986. v. 10. Citado na página 14.

Kaw, Autar K. **Mechanics of composite materials**. [S.l.]: CRC press, 2005. Citado na página 13.

Kim, Jang-Kyo; Mackay, DB; Mai, Yiu-Wing. Drop-weight impact damage tolerance of cfrp with rubber-modified epoxy matrix. **Composites**, Elsevier, v. 24, n. 6, p. 485–494, 1993. Citado na página 48.

Ladeveze, Pierre; LeDantec, E. Damage modelling of the elementary ply for laminated composites. **Composites science and technology**, Elsevier, v. 43, n. 3, p. 257–267, 1992. Citado 3 vezes nas páginas 14, 42 e 45.

- Lapczyk, Ireneusz; Hurtado, Juan A. Progressive damage modeling in fiber-reinforced materials. **Composites Part A: Applied science and manufacturing**, Elsevier, v. 38, n. 11, p. 2333–2341, 2007. Citado na página 14.
- Lemaitre, Jean. **A course on damage mechanics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 42.
- Llobet, J et al. A continuum damage model for composite laminates: Part iv-experimental and numerical tests. **Mechanics of Materials**, Elsevier, v. 154, p. 103686, 2021. Citado na página 14.
- Love, Augustus Edward Hough. Xvi. the small free vibrations and deformation of a thin elastic shell. **Philosophical Transactions of the Royal Society of London.(A.)**, The Royal Society London, n. 179, p. 491–546, 1888. Citado na página 30.
- Maimí, P et al. A continuum damage model for composite laminates: Part i-constitutive model. **Mechanics of materials**, Elsevier, v. 39, n. 10, p. 897–908, 2007. Citado na página 14.
- Matzenmiller, Aljtr; Lubliner, Jacob; Taylor, Robert L. A constitutive model for anisotropic damage in fiber-composites. **Mechanics of materials**, Elsevier, v. 20, n. 2, p. 125–152, 1995. Citado na página 46.
- Mendonça, Paulo de Tarso Rocha. **Materiais compostos e estruturas-sanduíche: projeto e análise**. [S.l.]: Manole, 2005. Citado 4 vezes nas páginas 20, 24, 27 e 28.
- Murakami, Sumio. **Continuum damage mechanics: a continuum mechanics approach to the analysis of damage and fracture**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. v. 185. Citado na página 14.
- Müzel, Sarah David et al. Application of the finite element method in the analysis of composite materials: A review. **Polymers**, MDPI, v. 12, n. 4, p. 818, 2020. Citado na página 11.
- Niu, Michael CY. Composite airframe structures. **Hong Kong Conmilit Press, LTD**, 2008. Citado na página 11.
- Philippidis, TP; Passipoularidis, VA. Residual strength after fatigue in composites: Theory vs. experiment. **International Journal of Fatigue**, Elsevier, v. 29, n. 12, p. 2104–2116, 2007. Citado na página 48.
- Puck, Alfred; Schürmann, H. Failure analysis of frp laminates by means of physically based phenomenological models. In: **Failure criteria in fibre-reinforced-polymer composites**. [S.l.]: Elsevier, 2004. p. 832–876. Citado na página 14.
- Pupurs, Andrejs. Fiber failure and debonding in composite materials. In: **Modeling damage, fatigue and failure of composite materials**. [S.l.]: Elsevier, 2016. p. 173–196. Citado na página 36.
- Reddy, Junuthula Narasimha. **Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis**. [S.l.]: CRC press, 2003. Citado 5 vezes nas páginas 18, 19, 21, 26 e 29.
- Ribeiro, Marcelo Leite. **Damage and progressive failure analysis for aeronautic composite structures with curvature**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 14, 42, 44, 46, 51 e 52.

Rogers, KF; Sidey, GR; Kingston-Lee, DM. Ballistic impact resistance of carbon-fibre laminates. **Composites**, Elsevier, v. 2, n. 4, p. 237–241, 1971. Citado na página 47.

Safri, Syafiqah Nur Azrie Bt; Sultan, MTH; Jawaid, Mohammad. Damage analysis of glass fiber reinforced composites. In: **Durability and life prediction in biocomposites, fibre-reinforced composites and hybrid composites**. [S.l.]: Elsevier, 2019. p. 133–147. Citado na página 36.

Shah, Syed Zulfiqar Hussain et al. Off-axis and on-axis performance of novel acrylic thermoplastic (elium®) 3d fibre-reinforced composites under flexure load. **Polymers**, MDPI, v. 14, n. 11, p. 2225, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 49.

Simulia, Dassault Systèmes. **ABAQUS Analysis User's Manual**. 2007. Documentação. Disponível em: <<https://classes.engineering.wustl.edu/2009/spring/mase5513/abaqus/docs/v6.6/books/usb/default.htm?startat=pt09ch29s02aus114.html>>. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 57.

Soutis, C; Curtis, PT. Prediction of the post-impact compressive strength of cfrp laminated composites. **Composites science and technology**, Elsevier, v. 56, n. 6, p. 677–684, 1996. Citado na página 12.

Souza, Gabriel Sales Candido. **Evaluation of laminated composite plates behavior under shear-after-impac loading conditions: a methodology proposal**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, São Carlos, 2021. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18161/tde-05082021-081042/pt-br.php>>. Acesso em: 09 set. 2023. Citado 4 vezes nas páginas 12, 14, 22 e 30.

Talreja, R. A mechanisms-based framework for describing failure in composite materials. **Structural Integrity and Durability of Advanced Composites**, Elsevier, p. 25–42, 2015. Citado na página 35.

Thorsson, Solver I; Waas, Anthony M; Rassaian, Mostafa. Low-velocity impact predictions of composite laminates using a continuum shell based modeling approach part a: Impact study. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 155, p. 185–200, 2018. Citado na página 36.

Tita, Volnei. Contribuição ao estudo de danos e falhas progressivas em estruturas de material compósito polimérico. **Escola de Engenharia de São Carlos, Ph. D. dissertation**, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 52.

Tita, Volnei. Projeto e fabricação de estruturas em material compósito polimérico. Escola de Engenharia de São Carlos - Universidade de São Paulo, 2007. Citado 6 vezes nas páginas 19, 32, 37, 38, 39 e 40.

Tita, Volnei; Carvalho, Jonas De; Vandepitte, Dirk. Failure analysis of low velocity impact on thin composite laminates: Experimental and numerical approaches. **Composite Structures**, Elsevier, v. 83, n. 4, p. 413–428, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 38, 39 e 52.

Ueda, Masahito et al. Continuum damage mechanics behavior of a carbon-fiber-reinforced epoxy composite fabricated by filament winding with different material and manufacturing conditions. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, Taylor & Francis, p. 1–11, 2023. Citado na página 14.

Zhang, Dianyun; Waas, Anthony M; Yen, Chian-Fong. Progressive damage and failure response of hybrid 3d textile composites subjected to flexural loading, part i: Experimental studies. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 75, p. 309–320, 2015. Citado na página 48.