

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RAFAEL HENRIQUE LOOS

**CIDADE ROBÓTICA: A QUEDA DAS MÁQUINAS - PROPOSTA DE UM JOGO
ENVOLVENDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS PELO
MÉTODO DE SINGAPURA.**

JOINVILLE

2023

RAFAEL HENRIQUE LOOS

**CIDADE ROBÓTICA: A QUEDA DAS MÁQUINAS - PROPOSTA DE UM JOGO
ENVOLVENDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS PELO
MÉTODO DE SINGAPURA.**

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da UDESC - Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^o. Dra. Ivanete Zuchi Siple

JOINVILLE

2023

CIDADE ROBÓTICA: A QUEDA DAS MÁQUINAS - PROPOSTA DE UM JOGO ENVOLVENDO A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS PELO MÉTODO DE SINGAPURA.

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Prof^o. Dra. Ivanete Zuchi Siple

BANCA EXAMINADORA:

Prof^o. Dra. Ivanete Zuchi Siple
UDESC

Membros:

Prof. Me. Adriano Luiz dos Santos Né
UDESC

Profa. Me. Raiane Lemke de Souza
UDESC

Joinville, 19 de junho de 2023

Dedico este trabalho aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por tudo, inclusive pela realização desse trabalho.

Aos meus pais por terem me apoiado ao longo de todo o curso.

À professora Ivanete, por ter me orientado e tornado esse trabalho possível.

Aos amigos, colegas, professores e demais pessoas que direta ou indiretamente auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho.

“Ensina-me algo aquele que apresenta aos meus olhos, ou a qualquer sentido corporal, ou à própria mente, aquilo que desejo conhecer.”

Santo Agostinho

RESUMO

O trabalho visa apresentar o desenvolvimento de um jogo implementado no *RPG Maker MV*, que contém problemas de matemática para serem resolvidos com base no método de Singapura. Assim como a elaboração do jogo, esse projeto foi fundamentado em trabalhos acadêmicos que abordem a utilização de jogos e tecnologias para o ensino de matemática, a resolução de problemas pelo método de Singapura, e por fim, o uso das *engines* no estilo *RPG Maker* como ferramentas para os professores criarem jogos que possam usar em sala. Além da produção do jogo digital, foi disponibilizada uma proposta para a utilização do mesmo, com a finalidade de oferecer sugestões sobre como professores poderão utilizá-lo em sala. Como resultados desse projeto foi disponibilizado um produto educacional aos professores da Educação Básica, esperando promover a reflexão sobre as potencialidades do *RPG Maker MV* e o método de Singapura para o ensino de matemática no Brasil.

Palavras-chave: Educação Matemática. Método de Singapura. Resolução de problemas. Jogos Digitais. *RPG Maker*.

ABSTRACT

The work aims to present the development of a game implemented in RPG Maker MV, which contains math problems to be solved based on the Singapore method. As well as the development of the game, this project was based on academic works that address the use of games and technologies for teaching mathematics, problem solving using the Singapore method, and finally, the use of engines in the RPG Maker style as tools for teachers to create games they can use in class. In addition to the production of the digital game, a proposal for its use was made available, in order to offer suggestions on how teachers can use it in the classroom. As a result of this project, an educational product was made available to Basic Education teachers, hoping to promote reflection on the potential of RPG Maker MV and the Singapore method for teaching mathematics in Brazil.

Keywords: Mathematics Education. Singapore method. Problem solving. Digital games. RPG Maker.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - proficiências médias nacionais do 5º ano do ensino fundamental de 1995 a 2019 .	14
Figura 2 - proficiências médias nacionais do 9º ano do ensino fundamental de 1995 a 2019 .	15
Figura 3 - Mapa de Singapura de acordo com o Google Maps	24
Figura 4 - Modelo pentagonal do currículo de ensino de matemática de Singapura.....	25
Figura 5 - Representação de meia maçã em cada estágio da abordagem CPA	27
Figura 6 - Exemplo 1 de Number bond	29
Figura 7 - Exemplo de number bond	29
Figura 8 - Exemplo de representação do modelo de barras.....	30
Figura 9 - Níveis de dificuldade das atividades.....	35
Figura 10 - Primeira mensagem que aparece no jogo	36
Figura 11 - Parte do tutorial do jogo: como mover o personagem	37
Figura 12 - Trecho do texto rolante que apresenta o contexto do jogo	37
Figura 13 - Prefeito mostrando a cidade ao jogador.....	38
Figura 14 - Ponto de Ônibus ao norte.....	38
Figura 15 - Interação com o mordomo	39
Figura 16 - Quadro de pontuação em frente à taverna	40
Figura 17 - Conexão entre os principais cenários do jogo	41
Figura 18 - Questão da granja	42
Figura 19 - Exemplo de resolução da atividade na granja nível 1	43
Figura 20 - Parte do mapa do vinhedo.....	44
Figura 21 - Interface para responder a atividade do vinhedo	45
Figura 22 - Vinhedo: exemplo de resolução utilizando <i>Number Bond</i>	46
Figura 23 - Mapa da atividade da plantação com terra preparada e adubada.....	47
Figura 24 - Operação Multiplicativa através da Decomposição e do Cálculo de Áreas	48
Figura 25 - Exemplo de resolução da atividade da plantação	49
Figura 26 - Exemplo de problema na Transportadora PISGOU	50
Figura 27 - Interface para interagir com os caminhões da transportadora	51
Figura 28 - Exemplo 1 de divisão realizada na simulação	52
Figura 29 - Exemplo 2 de divisão realizada na simulação	53
Figura 30 - Exemplo de problema nível 1 da empacotadora.....	54

Figura 31 - Exemplo de problema nível 2 da empacotadora com resolução.....	55
Figura 32 - Problema do calendário	56
Figura 33 - Exemplo de problema na loja de sementes	57
Figura 34 - Exemplo de resolução do problema na loja de sementes.....	57
Figura 35 - Pontos principais a serem definidos antes de aplicar o jogo em sala	59
Figura 36 - Ordem sugerida para acessar as atividades.....	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CPA	Concreto-Pictórico-Abstrato
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NPC	Non-playable character
OECD	Organization for Economic Co-operation and Development
PCN	Parâmetros curriculares nacionais
PISA	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes
RPG	Role-playing game
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica

Sumário

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. Objetivos	16
1.1.1. Objetivo Geral	16
1.1.2. Objetivos Específicos	16
1.2. Metodologia	16
1.3. Estrutura do documento	18
2. REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1. Jogos.....	18
2.1.1. Lúdico.....	19
2.1.1. Tecnologia digital.....	20
2.2. Resolução de Problemas.....	21
2.2.1. Método de Singapura.....	23
2.2.1.1. CPA	27
2.2.1.2. <i>Number Bond</i>	28
2.2.1.3. Modelo de Barras	30
2.3. RPG Maker MV	31
2.3.1. Motivo da escolha.....	32
3. Cidade Robótica: A Queda das Máquinas	33
3.1. Programação.....	34
3.2. Jogando o jogo	36
3.2.1. Granja	41
3.2.1.1. Fundamentação e possibilidades	43
3.2.2. Vinhedo	44
3.2.2.1. Fundamentação e possibilidades	45

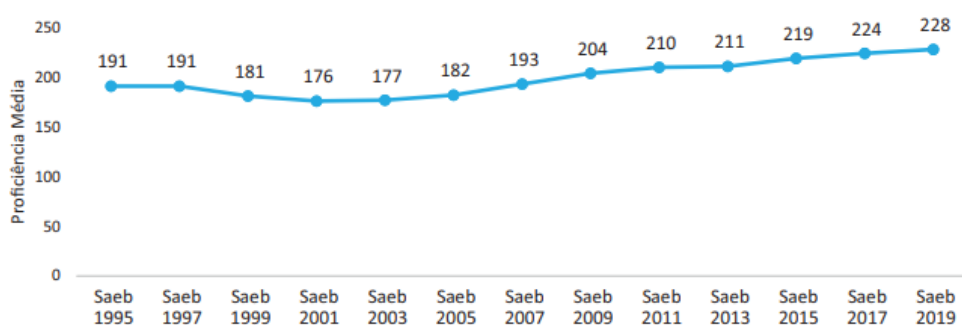
3.2.3. Plantação.....	46
3.2.4. Transportadora.....	49
3.2.4.1. Fundamentação e possibilidades	51
3.2.5. Empacotadora	53
3.2.5.1. Fundamentação e possibilidades	55
3.2.6. Loja de sementes	56
3.2.6.1. Fundamentação e possibilidades	58
3.3. Orientações para o uso	59
3.3.1. Proposta de aplicação	60
4. Considerações finais	64
5. Referências	66

1. INTRODUÇÃO

O impulso para realizar esse trabalho advém de um grande apreço por jogos no geral e suas possibilidades na educação, bem como algumas experiências pessoais do autor com a educação. Entre essas experiências, pode-se destacar os alunos do ensino fundamental 2 que não tinham maleabilidade para lidar com operações básicas da matemática e, por conta disso, não conseguiam evoluir nos conteúdos. Isso incentivou refletir sobre diferentes modos de revisar os conteúdos mais básicos com os alunos. Outra experiência foi o contato com alguns membros da gestão escolar pedindo que os professores utilizassem as tecnologias digitais presentes na escola, principalmente os *tablets*, pois eram materiais concedidos a rede estadual e municipal, mas eram deixados para acumular pó. Então, começou a surgir a ideia de abordar conteúdos basilares da matemática por meio das tecnologias digitais disponíveis.

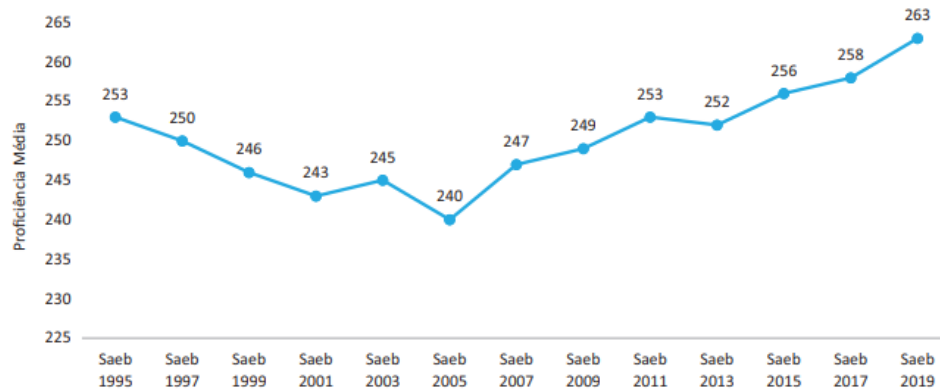
Essa percepção da dificuldade de alguns alunos quando se trata da matemática não é descontextualizada da realidade. Há um tempo o Brasil vem figurando inferiormente nos rankings em matemática, tanto em nível nacional quanto internacional. Por exemplo, de acordo com o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) o gráfico de proficiência média nacional do 5º ano do ensino fundamental apresentado na Figura 1 mostra que, apesar de crescer constantemente desde 2001, com 176 pontos, até 2019, chegando a 228 pontos, a média brasileira não alcançou, em um total de 10 níveis, o nível 6 de proficiência, que exige uma pontuação de 250 a 275 pontos (INEP, 2021). Em relação ao 9º ano do ensino fundamental, que também advém de um crescimento contínuo nos últimos quatro anos, a Figura 2 evidencia que a proficiência média foi 263 pontos em 2019, atingindo, de nove níveis, apenas o nível 3, o qual requisita uma pontuação de 250 a 275 pontos (INEP, 2021). Quanto a avaliações internacionais, a pontuação média do Brasil em matemática nos anos que foi realizado o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA), entre 2009 e 2018, é 384 pontos, o que é abaixo do esperado (OECD, 2010, 2014, 2016, 2019).

Figura 1 - proficiências médias nacionais do 5º ano do ensino fundamental de 1995 a 2019



Fonte: INEP (2021, p. 120).

Figura 2 - proficiências médias nacionais do 9º ano do ensino fundamental de 1995 a 2019



Fonte: INEP (2021, p. 168).

Com indicadores de desempenho que não estão muito bons, faz sentido buscar metodologias alternativas para o ensino de matemática, especialmente em lugares que mostram bons resultados, como é o caso de Singapura. Um dos motivos para a matemática de Singapura chamar atenção é devido aos indicadores internacionais de avaliação matemática, nos quais figura nas primeiras posições nos últimos anos (TEIXEIRA, 2015a). No PISA de 2018, 37% dos estudantes de Singapura conseguiram alcançar o nível de proficiência matemática suficiente para modelar situações matemáticas e solucionar problemas, enquanto somente 1% dos alunos brasileiros conseguiu demonstrar essa capacidade (OECD, 2019). Segundo Holetz (2019) o método de Singapura é voltado principalmente à resolução de problemas, geralmente com o apoio de recursos visuais e ferramentas pedagógicas que facilitam a interpretação e auxiliam na busca por soluções, o que torna os jogos uma boa opção para introduzir o método de Singapura à realidade brasileira.

No que tange o uso de tecnologias digitais nas escolas, nota-se que o professor precisa adaptar a metodologia de ensino para utilizá-las apropriadamente em uma aula, o que pode ser um dos motivos para que elas não sejam utilizadas em algumas escolas, mesmo quando disponíveis. Para Pires e Silveira (2022), no que diz respeito à utilização de diferentes metodologias em sala no Brasil, percebe-se que a falta de tempo, a carência na formação inicial, a necessidade de uma formação continuada, evitar sair da zona de conforto, a realidade em que a escola se encontra e outros diversos fatores pessoais ou sociais são motivos para que alguns professores sigam metodologias de ensino mais rotineiras e evitem ministrar aulas que saiam de um padrão considerada mais tradicional.

Tendo esses fatores em mente, esse trabalho de graduação foi tomado como uma oportunidade de agregar a formação pessoal como professor por meio da pesquisa e desenvolvimento de um recurso didático que possa ser utilizado e aprimorado no futuro. Desse

modo, a partir dos motivos que incentivaram esse trabalho, foi realizada uma breve investigação sobre o que seria tratado nele, e foi decidido desenvolver um jogo digital baseado nos métodos de Singapura para o ensino de matemática. O público-alvo escolhido para o jogo foram os alunos da educação básica, principalmente as turmas do 6° ao 9° ano. Após mais pesquisas, foi escolhido que o jogo seria criado usando o *RPG Maker MV* e voltado a resolução de problemas pelo método de Singapura. O *RPG Maker MV* é um motor de jogos (*engine*) que permite o desenvolvimento de jogos digitais, no estilo *Role Playing Game* (RPG), para diversos dispositivos e de modo prático.

1.1. Objetivos

Para facilitar a elaboração desse trabalho, principalmente em relação às investigações que seriam realizadas, foi necessário formalizar e esclarecer os objetivos propostos, dividindo-os em objetivo geral e objetivos específicos.

1.1.1. Objetivo Geral

- Desenvolver um jogo digital cujo foco é a resolução de problemas baseados no método de Singapura.

1.1.2. Objetivos Específicos

- Desenvolver um jogo no motor de jogos *RPG Maker MV* cujo foco é a resolução de problemas baseados no método de Singapura.
- Elaborar uma proposta de utilização do jogo em sala de aula, evidenciando as potencialidades do *RPG Maker MV* numa aula de matemática.

1.2. Metodologia

A ideia que originou esse trabalho consistia em programar um jogo digital que envolvesse os métodos de Singapura para o ensino de matemática. Dessa forma, inicialmente buscou-se por trabalhos acadêmicos que abordassem o ensino de matemática em Singapura e um motor de jogos que fosse propício para o objetivo posto. Ao aprender um pouco mais sobre a matemática de Singapura e descobrir o *RPG Maker MV*, o foco do desenvolvimento deste

trabalho voltou-se à programação de um jogo digital no *RPG Maker MV*, cujo objetivo é a resolução de problemas de acordo com o método de Singapura.

Com o objetivo de alcançar os resultados desejados, realizou-se uma pesquisa preliminar abrangendo os seguintes tópicos relacionados a este trabalho: jogos e tecnologias educacionais; resolução de problemas utilizando o método de Singapura; e a aplicação do *RPG Maker* no contexto educacional. Em seguida, foi dedicado um tempo à instrumentalização do *RPG Maker MV*, em que se buscou aprender como utilizá-lo, analisar suas potencialidades e limitações para o desenvolvimento do jogo digital com fins educacionais, bem como entender como melhor adaptar as questões do método de Singapura em um jogo feito nessa *engine*.

Com um aporte teórico e entendendo como o *RPG Maker MV* funciona, os problemas que fariam parte do jogo foram formulados e se iniciou a fase de programação. Os problemas foram formulados com base nos trabalhos acadêmicos sobre o método de Singapura e suas ferramentas para resolução de problemas (HOLETZ, 2019; DINIS; TEIXEIRA; PACHECO, 2019; RICHIT e RICHIT, 2022; TEIXEIRA, 2015a; TEIXEIRA, 2015b). Quanto ao processo de programação, num primeiro momento utilizou-se tutoriais no *youtube* para aprender o básico sobre o *RPG Maker MV*, mas depois, conforme o jogo ia sendo desenvolvido, os fóruns voltados à *engine* serviram de apoio para sanar dúvidas e entender funcionalidades mais avançadas. Não se buscou por canais ou fóruns específicos, apenas se pesquisava na internet pelo problema ou dúvida em questão.

Além dos testes conduzidos pelo autor, o jogo foi avaliado por diferentes perfis de testadores. Um colega com experiência em tecnologia e desenvolvimento de jogos no *RPG Maker MV* participou dos testes. Além disso, uma estudante do ensino médio, que tinha conhecimento matemático recente adquirido na escola, e seu pai, que havia concluído os estudos há alguns anos, também foram envolvidos nos testes. Nenhum deles conhecia as ferramentas do método de Singapura e seus pareceres foram levados em consideração na hora de escrever as orientações do jogo. Além disso, um colega que conhecia o *RPG Maker MV* contribuiu avaliando se a programação estava adequada para a proposta do jogo.

Por fim, foi disponibilizada uma proposta com orientações sobre como os professores poderão utilizar o jogo. As orientações não serão completamente estritas, pois a ideia é que os professores tenham liberdade para explorar o jogo de acordo com suas preferências nas aulas. O propósito das orientações é servir como um guia para que os professores estejam cientes das potencialidades e limitações presentes no jogo, e também tenham acesso a sugestões de utilização, feitas por quem criou o jogo.

1.3. Estrutura do documento

A fundamentação teórica deste trabalho, apresentada no capítulo 2, está dividida em três partes denominadas jogos, resolução de problemas e *RPG Maker MV*:

1. Jogos: nesta primeira parte será abordado o papel do jogo na educação matemática, evidenciando sua característica lúdica e o aspecto tecnológico que pode apresentar.
2. Resolução de problemas: neste tópico será evidenciado como a resolução de problemas pode ser benéfica no ensino da matemática. Em seguida, a discussão será voltada ao método de Singapura, suas ferramentas e teorias relacionadas à resolução de problemas matemáticos. Por fim, será dedicado um espaço para abordar mais a fundo a teoria Concreto-Pictórico-Abstrato (CPA) e as ferramentas *Number Bond* e Modelo de Barras, pois foram elementos fundamentais na construção do jogo proposto neste trabalho.
3. *RPG Maker MV*: neste momento serão apresentadas as características do motor de jogos *RPG Maker MV*, que foi utilizado para programar o jogo desenvolvido neste trabalho, e serão evidenciados os motivos que levaram a escolha dessa *engine*.

Dando continuidade ao desenvolvimento desse trabalho, o terceiro capítulo é denominado “Cidade Robótica: a queda das máquinas” e é voltado inteiramente ao jogo, com o mesmo nome, desenvolvido neste trabalho. Primeiramente, é explicado o processo de programação envolvido no desenvolvimento do jogo e em seguida cada cenário e as seis atividades presentes no jogo são explicadas. Para terminar esse capítulo, a proposta de utilização desse jogo é descrita, com orientações para professores interessados em aplicá-lo em suas aulas.

O quarto capítulo apresenta as considerações finais do autor sobre esse trabalho e, logo após, estão referenciados todos os trabalhos utilizados para fundamentar a escrita desse trabalho de graduação e confecção do jogo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Jogos

De acordo com Rostirola (2018), determinados jogos podem aprimorar o raciocínio lógico, estimular a curiosidade e motivar a busca por diversas alternativas para enfrentar obstáculos, sendo tais atributos essenciais para o desenvolvimento de habilidades necessárias à resolução de problemas. Por isso, Rostirola (2018) conclui que um jogo que possua características análogas às de uma situação-problema convencional pode ser empregado como

um instrumento metodológico de mesmo caráter pedagógico. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

Acerca do aspecto desafiador presentes nos jogos, Santos e Silva (2021, p. 45) pensam que “os desafios que os jogos trazem as pessoas geram diversas sensações entre elas: satisfação, medo, interesse, prazer. Motivando-as e dando sentido concreto ao que antes era abstrato para sua compreensão, isso confere ao jogo um caráter educativo por natureza.”

Macedo (2022) acredita que o uso de certos jogos pode ajudar a melhorar o desempenho dos alunos no estudo de conteúdos da matemática que lhes causem estranheza e dificuldade. Para o autor, o jogo é um meio histórico de transmitir conhecimentos e ao longo da evolução humana foi utilizado, principalmente com as crianças e adolescentes, para ensinar sobre como superar os obstáculos presentes no mundo.

A seguir, busca-se abordar dois aspectos presentes em alguns jogos: ludicidade e tecnologia digital.

2.1.1. Lúdico

De acordo com Santos, Santos e Lima (2020) o lúdico permite com que o aluno compreenda a lógica do jogo e a relação à formalização matemática subjacente. Assim, para os autores, os jogos lúdicos tornam-se um caminho que leva ao entendimento dos conteúdos matemáticos, de modo que o estudante construa seu conhecimento gradualmente. Como mencionado por Santos e Silva (2021) é possível utilizar atividades lúdicas para construir os conteúdos da matemática com os alunos, de modo que os motive a buscar mais conhecimento e os tornem capazes de encontrar informações, formar conexões e desenvolver melhor seu raciocínio lógico.

A respeito das atividades lúdicas envolvendo a resolução de problemas, Rostirola (2018, p. 138) afirma:

Sendo parte do ato educativo, as atividades lúdicas no âmbito da Resolução de Problemas, podem ser também um instrumento de avaliação, uma vez que há evidências que a aprendizagem decorre das reflexões feitas pelo estudante no momento do jogo e dos significados que ele atribui para os raciocínios desenvolvidos. Desse modo, a observação atenta do professor, o questionamento pontual e também o registro escrito durante o jogo tornam o momento de jogar, um momento de construção de conhecimento dialógico, em que ensino, aprendizagem e avaliação não se dissociam.

A partir disso, percebe-se que os professores podem utilizar os jogos como instrumentos de avaliação devido ao seu caráter lúdico. Um jogo bem aplicado pode conferir ao professor a oportunidade de, ao observar os alunos, identificar suas estratégias de resolução de problemas, seu pensamento crítico e suas habilidades de tomada de decisões em tempo real. Embora um jogo por si só possa ser uma poderosa ferramenta de aprendizagem, ao estar presente, o professor tem a oportunidade de instigar a reflexão dos alunos sobre seus métodos de resolução e suas respostas, tornando o processo de aprendizagem ainda mais rico e, ao mesmo tempo, avaliando o desempenho dos estudantes.

Melo (2021) afirma que a utilização de jogos nas aulas de matemática permite trabalhar conteúdos de forma lúdica, proporcionando uma abordagem alternativa àquilo que muitas vezes é visto como chato ou desinteressante pelos alunos quando trabalhado de uma maneira mais convencional. Ademais, o autor aponta que o desenvolvimento tecnológico e as mudanças sociais causam a necessidade de refletir sobre o processo de ensino-aprendizagem da matemática, tal como as eventuais mudanças e atualizações necessárias para que a educação matemática não fique estagnada no tempo.

Assim, o próximo ponto a ser abordado nesse trabalho é o uso das tecnologias digitais no ensino da matemática, ressaltando os jogos digitais.

2.1.1. Tecnologia digital

Devido às mudanças tecnológicas na sociedade, como o aumento da popularidade de computadores e dispositivos móveis, cabe também aos educadores a responsabilidade de atualizarem suas práticas e ferramentas metodológicas de acordo com a realidade atual, com o objetivo de modo a utilizar as tecnologias como instrumentos de aprendizagem.

Para Barros (2021) os jogos digitais são atrativos para alunos da Educação Básica devido ao gosto deles por videogames, bem como por seus recursos de cores, sons e estratégias de raciocínio envolventes. Ainda, para a autora, um professor bem formado para utilizar esse tipo de tecnologia, que sabe ponderar os prós e contras, consegue aplicar jogos que promovam

o desenvolvimento intelectual e cognitivo dos jogadores, pois permitem a resolução de problemas, o desenvolvimento do pensamento crítico, o reconhecimento de padrões e a criatividade. Em relação ao uso de tecnologias digitais, os PCN indicam que:

A utilização de recursos como o computador e a calculadora pode contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne uma atividade experimental mais rica, sem riscos de impedir o desenvolvimento do pensamento, desde que os alunos sejam encorajados a desenvolver seus processos metacognitivos e sua capacidade crítica e o professor veja reconhecido e valorizado o papel fundamental que só ele pode desempenhar na criação, condução e aperfeiçoamento das situações de aprendizagem. (BRASIL, 1998, p. 45).

Sanches, Batista e Marcelino (2020) lembram que ainda há controvérsias sobre o uso de certas tecnologias em sala, como os dispositivos móveis, especialmente os *smartphones*. Entretanto, segundo os autores, essa má fama se origina da utilização indevida de tais dispositivos pelos alunos em sala. Os autores defendem que o uso correto desse tipo de tecnologia proporciona que o professor realize certas atividades com seus alunos que não seriam possíveis sem a utilização dessas ferramentas.

1.1. Resolução de Problemas

A resolução de problemas, bem como sua formulação, é parte fundamental da matemática, atribuindo-a um aspecto criativo e instigando a busca por respostas, o que torna esse processo em torno dos problemas uma rica contribuição da matemática para outras áreas acadêmicas ou cotidianas (MELO, 2021). Para Dantas e Matucheski (2019) a resolução de problemas é tão importante, que deve ser fortemente trabalhada na formação profissional dos professores de matemática, de modo que o professor aprenda mais matemática, não no sentido quantitativo, mas sim no sentido qualitativo.

Costa e Silva (2021) defendem que quando o ensino da matemática está estagnado somente na aplicação de fórmulas e regras, os estudantes acham essa matéria difícil e sem sentido, mas ao utilizar a resolução de problemas em sala, os alunos têm um interesse maior pelos conteúdos e aprendem com mais facilidade. Segundo os autores, isso ocorre pois aprende-se mais facilmente aquilo que interessa e instiga o aprendiz. Além disso, Costa e Silva (2021) relembram que é natural do ser humano resolver problemas, inclusive desde os primórdios das civilizações, seja contando animais, medindo terras ou realizando demais tarefas cotidianas.

Proença et al (2020) tomam a representação do problema como passo que precede a resolução dele, realçando um ponto importante nesse processo: antes de resolver o problema, o aluno precisa primeiro traduzir as informações, utilizando seus conhecimentos linguísticos e semânticos. Os autores exemplificam isso com um problema sobre pintar o quarto, em que o conhecimento linguístico é necessário para entender expressões como “demão de tinta” e o conhecimento semântico para saber que 100 centímetros equivalem a um metro. Depois, realiza-se um processo de integração, que os autores relacionam com a seleção das informações relevantes e a identificação do conteúdo matemática que está sendo abordado no problema.

Allevato, Jahn e Onuchic (2017) trazem uma concepção chamada Ensino-Aprendizagem-Avaliação de matemática através da Resolução de problemas, que foi elaborada por um grupo de pesquisadores coordenados pela Prof^a Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic. Segundo Allevato, Jahn e Onuchic (2017, p. 255):

Numa aula de Matemática realizada dentro dessa concepção, um problema proposto aos alunos – problema gerador – é que conduzirá ao conteúdo que o professor planejou construir naquela aula. Reitere-se que, nesta metodologia, os problemas são propostos aos alunos antes mesmo de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor, necessário ou mais apropriado à resolução do problema proposto. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado. A avaliação do crescimento dos alunos, é feita continuamente, durante a resolução do problema.

Desse modo percebe-se que a aprendizagem parte do problema e os conceitos são construídos ao longo da sua resolução. Isso torna importante a formulação do enunciado do problema, pois é a partir dele que o aluno iniciará o processo de resolução e se o enunciado estiver confuso ou mal formulado, o aluno seguirá caminhos inadequados, o que lhe impedirá de alcançar as respostas desejadas pelo professor.

Como a avaliação é realizada ao longo de todo o processo de resolução do problema e o papel do professor é guiar os alunos na construção de seu conhecimento, outro ponto importante nessa concepção é a postura do professor, principalmente como ele lida com os questionamentos dos alunos. Holetz (2019) sugere que o professor não diga a resposta de imediato quando o estudante apresentar algum erro na resolução de um problema, mas sim o faça pensar e refletir sobre a situação e seus resultados. Segundo a autora, dar respostas prontas impede que o aluno aprenda com seus erros, discuta suas resoluções com os colegas, busque superar os obstáculos que encontrou ou busque compreender melhor o problema.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) considera a resolução de problemas como uma competência essencial para o desenvolvimento dos alunos e sua preparação para lidar com desafios cotidianos, enfatizando a importância de trabalhá-la nas aulas de matemática em diferentes contextos e com o uso de diferentes tecnologias, inclusive digitais (BRASIL, 2017). Segundo Rostirola (2018, p. 29), a relação entre a resolução de problemas e os jogos ocorre de modo que “o jogo então tem a função de potencializar as habilidades de Resolução de Problemas propiciando o desenvolvimento do raciocínio lógico e promovendo o questionamento e a exploração de estratégias”.

Os resultados do PISA de 2018, divulgados pela OECD (2019), revelaram que somente 1% dos estudantes brasileiros demonstraram proficiência matemática no nível 5. Esse nível representa a habilidade de modelar situações matemáticas e encontrar soluções eficientes para problemas. Em comparação, 37% dos alunos em Singapura alcançaram esse mesmo nível de proficiência (OECD, 2019). É importante considerar que fatores sociais, econômicos e outras diferenças entre os países podem influenciar essa disparidade percentual. No entanto, surge uma curiosidade em analisar a metodologia adotada em Singapura e explorar seu potencial nas salas de aula brasileiras.

Segundo Richit e Richit (2022), no ensino de Singapura, há uma ênfase significativa na resolução de problemas, onde se utiliza ferramentas como o Modelo de Barras, amplamente adotado nas escolas locais, também sendo empregado por diversos países como um meio de solucionar problemas aritméticos e algébricos (RICHIT e RICHIT, 2022).

Esses fatores indicam que Singapura está numa boa fase em relação à educação matemática nas escolas, pelo menos no que diz respeito à resolução de problemas. Isso motiva a pesquisa sobre o ensino de Singapura e a busca por alternativas didáticas em seus métodos de ensino que possam contribuir com as escolas do Brasil.

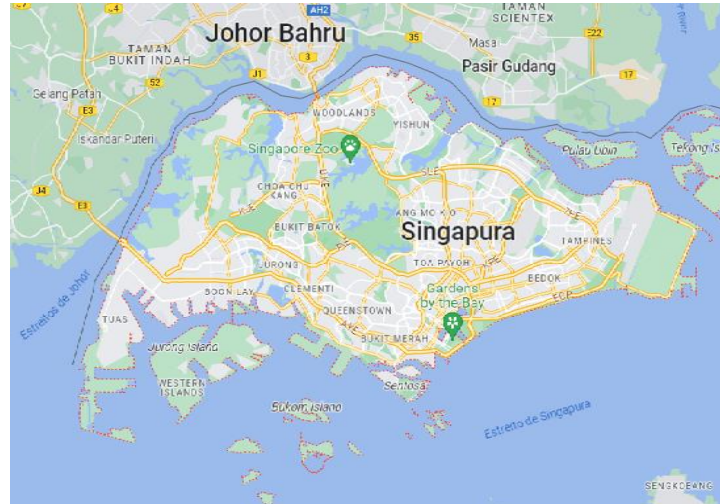
2.1.1. Método de Singapura

Singapura é uma cidade-cidade-estado composta por 63 ilhas, possuindo cerca de 5 milhões de habitantes, localizada no sudeste asiático, separada do sul da Malásia pelo Estreito de Johor e do norte das Ilhas Riau, da Indonésia, pelo Estreito de Singapura (Figura 3) (TEIXEIRA, 2015a). Para Santos (2019, p. 24):

É curioso observar como Singapura se tornou uma referência no ensino, em particular no ensino de matemática. Isso se deu por razões muito claras, objetivas e intencionais. Mas, ao realizar as pesquisas necessárias vemos que Singapura tinha altos índices de

analfabetismo e que finalmente o país acordou para a prosperidade, vendo que a única forma disso acontecer seria levar a educação a sério.

Figura 3 - Mapa de Singapura de acordo com o Google Maps



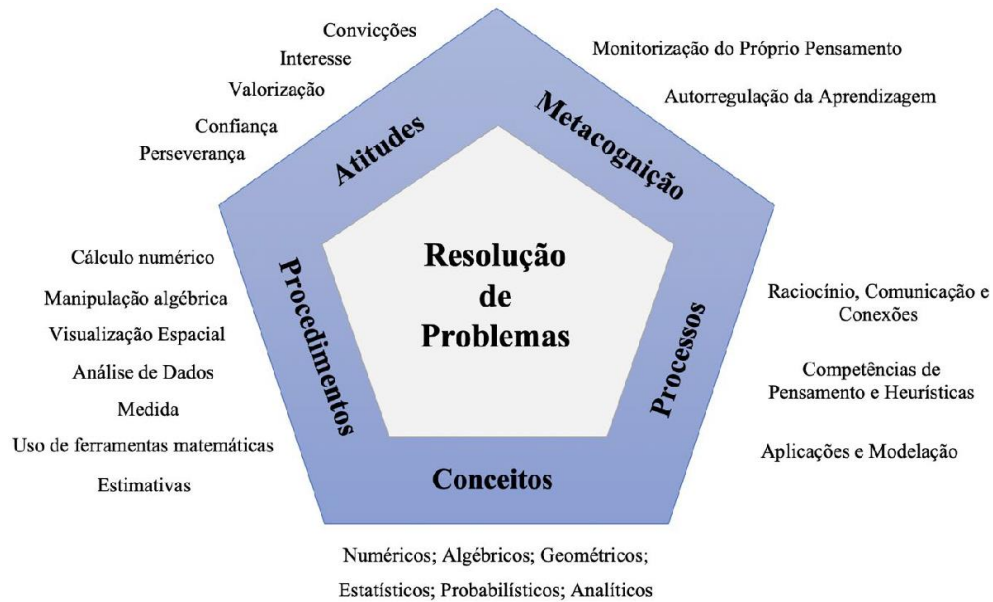
Fonte: Imagem extraída do Software *Google maps* em 26 mai. 2023.

Nos últimos anos, Singapura tem se destacado no topo dos rankings internacionais que avaliam o desempenho dos alunos em matemática. No Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), Singapura ocupou o primeiro lugar em matemática nos anos de 2009, 2012 e 2015, perdendo sua posição para a China em 2018, quando ficou em segundo lugar. Por sua vez, o Brasil ocupou as posições 51, 55, 68 e 71 nesses mesmos anos, respectivamente (OECD, 2010, 2014, 2016, 2019). A pontuação média do Brasil em matemática nesses anos é 384 pontos, enquanto a de Singapura é 567 pontos. Não há uma pontuação máxima para o PISA, mas para se ter uma referência, a pontuação média do primeiro lugar entre 2009 e 2018 foi de 572,5 pontos e a média da média internacional nesses mesmos anos foi de 492 pontos. Para Teixeira (2015a) é por causa do sucesso de Singapura na área de Educação Matemática, escolas de diferentes países, como Estados Unidos, Portugal, Espanha, entre outros, começaram a adotar o chamado método de Singapura.

O Currículo de matemática de Singapura é refletido por um modelo pentagonal. Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) observaram que os cinco grandes componentes desse modelo – Conceitos, Procedimentos, Processos, Atitudes e Metacognição – estão interligados entre si e têm a resolução de problemas ocupando uma posição central entre eles. Para Sprovieri (2021), que também avaliou esse modelo pentagonal, os conceitos matemáticos representam a base da aprendizagem, os procedimentos envolvem habilidades a serem realizadas, os processos estão relacionados à exploração e utilização de conceitos matemáticos com eficácia, a metacognição refere-se a reflexão sobre o próprio aprendizado e as atitudes remetem a postura esperada dos

alunos ante aos problemas a serem resolvidos. O modelo pentagonal em questão pode ser observado na Figura 4.

Figura 4 - Modelo pentagonal do currículo de ensino de matemática de Singapura



Fonte: Dinis, Teixeira e Pacheco (2019, p. 7).

Em relação aos princípios orientadores do método de Singapura, após pesquisas realizadas, Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) constatam que um dos modelos aplicados em uma grande proporção das escolas de Singapura é dividido em três fases, sendo elas a fase da compreensão, a fase da consolidação e a fase da transferência, as quais são interligadas por meio da avaliação contínua ou formativa. Dessas três fases, a primeira possui subdivisões:

A componente “Compreender” divide-se em três etapas: a criança faz as primeiras explorações de um novo conceito que é introduzido (“Iniciar”); em seguida, desenvolve uma compreensão geral desse conceito (“Abstrair”); por fim, procura encontrar padrões ou relações estruturantes do conceito que está a aplicar (“Esquematizar”). (TEIXEIRA, 2017, p. 17).

Teixeira (2017) também informa que na fase de compreensão, espera-se que o aluno lembre dos conceitos que aprendeu e possa aplicá-los adequadamente em determinadas situações, geralmente utilizando jogos e outras atividades lúdicas para isso. Quanto a fase de transferência, o autor indica que é o momento que o aluno, após ter compreendido e consolidado os conceitos, irá aplicá-los em diferentes situações e até mesmo utilizá-los para introduzir e buscar aprender novos conceitos, sendo o momento ideal para inserir a resolução de problemas e outros tipos de jogos. Teixeira (2017) salienta que a avaliação pode ser formal, por meio de

provas escritas, ou informal, mediante elaboração de trabalhos ou respostas a questionários. O autor também menciona que a avaliação pode ser contínua ou formativa, pois, caso seja identificado alguma falha no aprendizado do aluno, o professor pode regressar para uma fase anterior.

Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) identificaram, também, três teorias ocidentais que são o alicerce desse método de Singapura: abordagem concreto-pictórico-abstrato (CPA) ; princípio de variabilidade matemática e perceptiva; e compreensão instrumental *versus* compreensão relacional. Os autores mencionam como certas orientações do Grupo de Trabalho de Matemática, criado pelo Ministério da educação, em 2018, para elaborar recomendações a respeito da educação matemática no Brasil, harmonizam com esses princípios orientadores do método de Singapura. Com isso percebe-se que há a possibilidade de buscar alternativas de ensino com base naquilo que funciona em Singapura e não está desconectado das propostas para o ensino no Brasil.

Holetz (2019) evidencia que o método de Singapura adere, também, o uso de algumas ferramentas matemáticas para serem utilizadas na resolução de problemas, tais como o *Number Bonds*, o *Fact Family Numbers* e o *Bar Model* (modelo de barras). Algumas dessas ferramentas serão abordadas com mais detalhes na sequência, mas resumidamente, o *number bond* trata-se da decomposição adequada de números para facilitar o cálculo envolvendo as quatro operações aritméticas básicas. Por exemplo, $15 = 10 + 5$ e $12 = 10 + 2$, então o aluno tem mais facilidade de perceber que $15 + 12 = 10 + 5 + 10 + 2 = 20 + 7 = 27$. O *Fact Family Numbers* consiste em explorar as possibilidades envolvendo as quatro operações básicas com números de um conjunto. Assim, dado o conjunto $[4,5,9]$, obtêm-se as seguintes operações possíveis: $4 + 5 = 9$, $5 + 4 = 9$, $9 - 5 = 4$ e $9 - 4 = 5$. Quanto ao modelo de barras, sua utilização é baseada na representação pictórica da matemática concreta, por meio do desenho de barras, e pode ser usado em diversos assuntos da matemática. Para a autora, a ideia por trás dessas ferramentas é oferecer ao aluno um repertório de ferramentas para auxiliá-lo na resolução de problemas, de modo que, com a prática, ele saiba qual ferramenta é mais adequada para cada situação.

O jogo que será apresentado neste trabalho se baseia na resolução de problemas de acordo com o método de Singapura. Buscou-se aplicar a abordagem CPA na maioria desses problemas, bem como incentivar a utilização das ferramentas Number Bonds e Modelo de barras para resolvê-los. Por isso, a teoria CPA e essas duas ferramentas serão abordadas em particular.


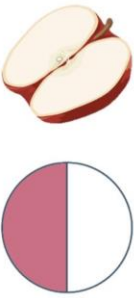
1.1.2.1. CPA

A abordagem concreta-pictórico-abstrato (CPA) é uma teoria desenvolvida a partir do trabalho de Jerone Bruner, o qual defende que a aprendizagem é um processo no qual a criança deve passar pelo estágio ativo, depois icônico e então simbólico para adquirir um melhor conhecimento dos conceitos (DINIS; TEIXEIRA; PACHECO, 2019).

Santos (2019) expressa que, de forma semelhante à abordagem ativo-icônico-simbólico de Bruner, a abordagem CPA espera que o aluno busque a solução de problemas inicialmente com o auxílio de materiais concretos, depois relacione esses materiais com suas representações pictóricas e, por fim, utilize a abstração dos símbolos matemáticos.

A abordagem CPA pode ser exemplificada utilizando a soma de uma maçã inteira com uma maçã pela metade: para o estágio concreto, pode-se utilizar uma maçã inteira e uma pela metade para a criança manipular com as próprias mãos e tirar suas conclusões; depois, na fase pictórica, representasse essa situação por meio de um desenho das próprias maçãs, de uma bolinha completamente pintada e outra pintada pela metade, ou algum outro tipo de representação visual; por fim, atribui-se os números as maçãs, como 1 e 0,5 ou 1 e $\frac{1}{2}$, de acordo com o conteúdo que se está abordando. Dinis, Texeira e Pacheco (2019) apresentam na Figura 5 a representação de meia maçã em cada um desses estágios.

Figura 5 - Representação de meia maçã em cada estágio da abordagem CPA

Concreto	Pictórico	Abstrato
		1 <hr/> 2

Fonte: Dinis, Texeira e Pacheco (2019, p. 12).

Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) ressaltam que o programa de matemática de Singapura não restringe o estágio concreto do CPA apenas a manipulação de objetos concretos, mas também a experiências concretas. Segundo eles, isso vai ao encontro da fase ativa da teoria de Bruner, que remete a ação.

No jogo que será apresentado neste trabalho buscou-se explorar a relação entre os estágios concreto, pictórico e abstrato. Porém, como trata-se de um jogo digital, a fase concreta restringe-se à experiência de manipulação de objetos em um ambiente virtual. Desse modo, houve um foco maior na conexão do pictórico com o abstrato nos problemas encontrados no jogo. Apesar disso, ao abordar a proposta de aplicação para esse jogo, será sugerido como um professor pode trabalhar tais problemas de forma concreta fora do jogo.

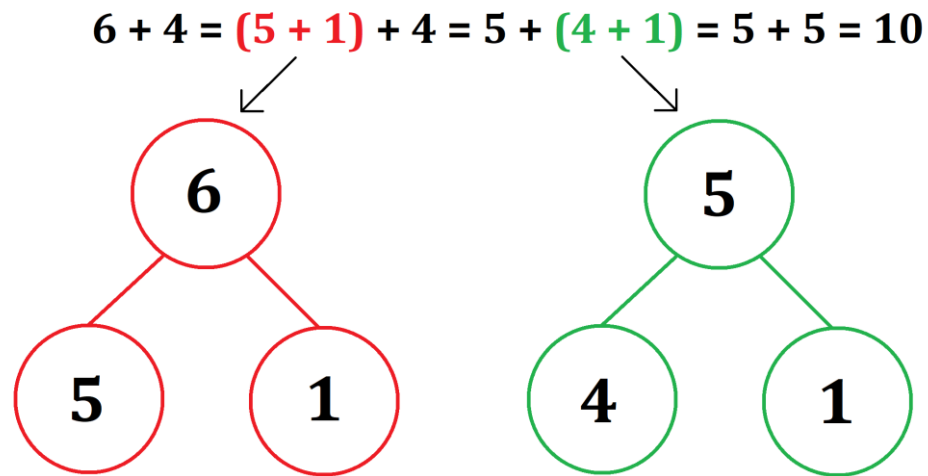
1.1.2.2. *Number Bond*

De acordo com Holetz (2019) o *number bond* é uma ferramenta bastante utilizada no ensino das operações básicas como soma, subtração, multiplicação e divisão, consistindo na busca por uma decomposição adequada dos números envolvidos de modo que facilite os cálculos.

Para Teixeira (2015b) o *Number bond* está relacionado a representação do todo e suas partes: quando se conhece o todo, pode-se decompô-lo e encontrar as partes; ao conhecer as partes, pode-se somá-las para identificar o todo; e no caso de se conhecer o todo e uma das partes, é possível subtrair a parte conhecida do todo e encontrar a outra parte desejada. Além disso, o autor escreve que o ideal é que o aluno trabalhe primeiro com valores inferiores a 10 e, quando já tiver certa proficiência, parta para valores maiores.

Usemos como exemplo uma soma de números pequenos, tal como seis e quatro. Utilizando o *Number Bond*, pode-se efetuar a conta $6 + 4 = 10$ como $6 + 4 = (5 + 1) + 4 = 5 + (1 + 4) = 5 + 5 = 10$. Esse raciocínio é utilizado com crianças bem pequenas, que aqui no Brasil equivale-se ao fundamental 1. É claro que para quem já tem um bom domínio da matemática, é muito mais rápido dizer que “seis mais quatro é dez”, entretanto, o que importa aqui é o raciocínio por trás do cálculo realizado, pois ele pode ser aplicado em números maiores. Na subtração, o processo é semelhante, por exemplo $16 - 8 = (10 + 6) - 8 = (10 - 8) + 6 = 2 + 6 = 8$. Para tornar a resolução mais visual, pode-se utilizar esquemas visuais para representar as decomposições, como mostra a Figura 6 a respeito do primeiro exemplo.

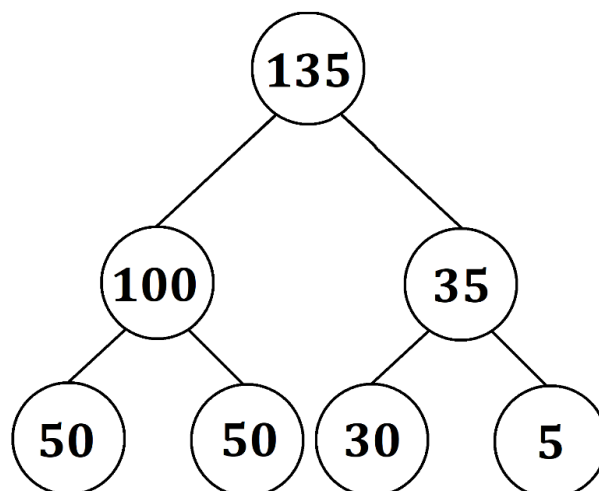
Figura 6 - Exemplo 1 de Number bond



Fonte: o autor (2023).

Agora, tomando como exemplo a divisão de 135 por 5, temos que o número 135 pode ser decomposto como $135 = 100 + 35$, então $135 \div 5 = (100 \div 5) + (35 \div 5)$. Nesse caso, se o aluno souber o resultado das duas divisões que surgiram, é possível partir direto para a soma final. Caso o aluno não saiba, ainda é possível fazer novas decomposições, por exemplo: $100 = 50 + 50$ e $35 = 30 + 5$. Desse modo, temos $135 \div 5 = (50 \div 5) + (50 \div 5) + (30 \div 5) + (5 \div 5)$. Nota-se que os resultados de todas essas divisões podem ser encontrados na tabuada, que é comumente estudada no Brasil, assim, o valor final é dado por $135 \div 5 = 10 + 10 + 6 + 1 = 27$. A Figura 7 mostra um esquema visual de como o *number bond* pode ser utilizado dentro dessa resolução.

Figura 7 - Exemplo de number bond



Fonte: o autor (2023).

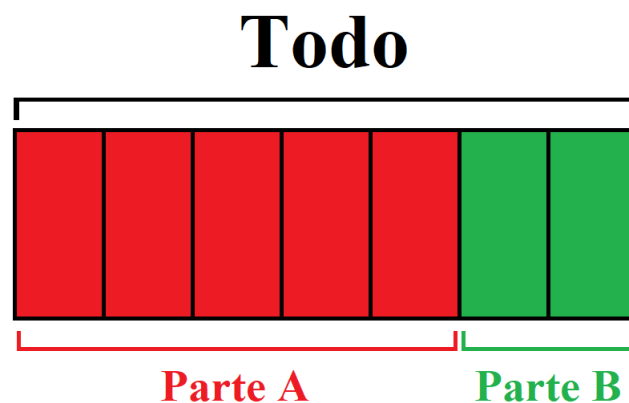
O *Number bond* não requer uma representação como mostra a Figura 7, mas, segundo Holetz (2019) esse tipo de esquema visual pode ajudar na resolução de problemas e é uma forma eficiente de registro. Em relação a rapidez para efetuar os cálculos, quem já tem certa proficiência matemática pode conseguir realizar operações como a do exemplo anterior sem a necessidade de tantas decomposições. Porém, o *Number Bond* é abordado nesse trabalho pois, conforme afirma Holetz (2019), essa ferramenta pode auxiliar na interpretação dos problemas e aperfeiçoar o raciocínio lógico matemático. Assim, no jogo que será apresentado, os problemas que envolvem o *Number bond* têm como objetivo ajudar aqueles alunos com mais dificuldade nas operações e raciocínios básicos da matemática.

1.1.2.3. Modelo de Barras

Segundo Sprovieri (2021) o modelo de barras é amplamente utilizado no ensino fundamental de Singapura como ferramenta para estimular a construção de conceitos aritméticos, ajudando os alunos a compreender as operações envolvidas e a linguagem simbólica. O autor ainda aponta que na resolução de problemas o modelo de barras permite que o aluno visualize as operações aritméticas e conceitos como razão, proporção e a noção de parte e todo.

Em seu trabalho, Sprovieri (2021) mostra que o modelo de barras pode abranger diversos tipos de representações e pode ser utilizado para somar, subtrair e comparar valores numéricos, bem como dividir esses valores em partes iguais, representá-los como multiplicações e evidenciar a razão ou proporção entre dois valores. O Exemplo da Figura 8 busca evidenciar algumas dessas possibilidades em apenas uma representação.

Figura 8 - Exemplo de representação do modelo de barras



Fonte: O autor (2023).

Na Figura 8 há um retângulo dividido em sete retângulos menores e iguais, dos quais cinco são vermelhos e pertencem a parte A e dois são verdes e pertencem a parte B. Nessa representação é possível visualizar como o todo é a soma das partes A e B. Em uma situação problema onde o todo vale 7 unidades e se busca saber quantos unidades restarão caso seja retirado uma quantidade equivalente à parte B, fica evidente, ao observar o modelo, que restará uma quantidade equivalente à parte A, ou seja, 5 unidades. O inverso também pode ser observado, em que o todo menos a parte A equivale a parte B, ou seja, 2 unidades. Além disso, ao comparar as partes A e B, nota-se que A equivale a $\frac{5}{2}$ de B e B é $\frac{2}{5}$ de A.

Depois de uma pesquisa mais aprofundada sobre a teoria CPA e essas duas ferramentas, foram exploradas maneiras de aplicá-las em um jogo desenvolvido no *RPG Maker MV*. No próximo tópico, será discutido brevemente sobre esse motor de jogos e os motivos pelos quais ele foi escolhido para este trabalho.

1.1. RPG Maker MV

RPG Maker MV é um motor de jogos (*engine*) não gratuito, desenvolvido pela *Enterbrain* e lançado no Brasil no dia 23 de outubro de 2015, com tradução para o português, que possibilita a criação de jogos no estilo *Role Playing Game (RPG)* (CORILAÇO, 2016). Na *engine* consta uma série de recursos visuais e sonoros que acompanham sua compra e possibilitam a criação imediata dos jogos, sem a necessidade de procurar por outros recursos. Apesar disso, o usuário é livre para colocar as imagens e sons que quiser, desde que respeite as limitações de tamanho sugeridas. Lima et al. (2020, p.157) resumem o *RPG Maker MV* como:

Engine especializada em criação de *RPGs* baseados em turnos, com essa ferramenta é possível montar os mapas, decorá-los e interconectá-los, criar personagens e seus sistemas de progressão, personalizar as batalhas, itens, equipamentos, usar sequência de gatilhos; além de ser totalmente compatível com plugins criados tanto oficialmente, quanto pelos usuários. Ele é baseado na linguagem *javascript* e permite a criação de comandos personalizados.

Ainda que o foco do *RPG Maker MV* seja criar *RPGs* com combate em turnos, o jogo que será apresentado neste trabalho não utiliza a mecânica de combates e não se caracteriza como um *RPG*, apenas tem alguns elementos desse estilo de jogo. A escolha da *engine* deriva de alguns motivos que serão abordados a seguir.

2.1.1. Motivo da escolha

Ao pesquisar sobre a matemática de Singapura, surgiu a ideia de confeccionar um jogo digital que comportasse algumas de suas ferramentas para resolução de problemas. Holetz (2019) nota que nas atividades propostas no método de Singapura há uma forte presença do aspecto visual para contextualizar as situações problema, bem como uma relação característica entre esquematizações e a construção da representação simbólica própria da matemática. Devido a essas e outras características, para Holetz (2019) um jeito de trazer as ferramentas presentes no método de Singapura para a realidade das escolas brasileiras é por meio da utilização de jogos em sala.

Na busca por um motor de jogos adequado, os da linha *RPG Maker* pareceram ser uma boa opção. Como destacado por Sousa (2018), “apesar de permitir a criação de jogos por meio de programação, o *RPG Maker* é considerado de simples manuseio, diferentemente de outros disponíveis no mercado que muitas vezes exigem um tipo de conhecimento mais aprofundado na área de programação”. Dentre as diversas opções, como *RPG Maker VX Ace*, *XP*, *2003*, *MV*, *2000*, *VX* e *MZ*, optou-se pelo *RPG Maker MV*. Alguns pontos positivos dessa *engine* foram elencados por Nunes et al. (2021), como a prática customização de personagens para o jogo, a simples programação requerida para criar um jogo, a possibilidade de aderir uma programação mais avançada por meio de *Plugins* disponibilizados gratuitamente na internet e o fato dos jogos criados no *RPG Maker MV* poderem ser executados nas plataformas *Windows*, *Mac*, *iOs*, *Android* e *HTML 5*. Além dos pontos levantados pelos autores, o *RPG Maker MV* foi escolhido por mostrar ter o melhor custo-benefício para os propósitos desse trabalho, em comparação a outras versões. O tempo que seria disponibilizado para programação do jogo e escrita do trabalho também foi levado em consideração na hora da escolha, uma vez que se buscou uma *engine* que não fosse muito complicada de aprender a utilizá-la, bem como tivesse uma diversidade de tutoriais disponíveis e acessíveis na *internet*.

2. Cidade Robótica: A Queda das Máquinas

“Cidade Robótica: a queda das máquinas” é um jogo desenvolvido no motor de jogos RPG Maker MV que aborda o ensino da matemática pelo método de Singapura. O jogo se passa em uma cidade altamente tecnológica, onde a maioria das atividades que envolvem raciocínio matemático eram realizadas por robôs. No entanto, sem razão aparente, esses robôs pararam de funcionar, deixando as pessoas incapazes de realizar tarefas importantes. O jogador assume o papel de um estrangeiro que chega à cidade para ajudar a população a resolver os problemas matemáticos que surgem.

Ao longo do jogo, o jogador deve resolver problemas matemáticos, que foram criados com base na abordagem pedagógica de Singapura. A jogabilidade foi desenvolvida de forma que as ferramentas de resolução de problemas do método de Singapura pudessem ser implementadas no jogo. Um dos princípios levados em consideração para a criação do jogo foi o de proporcionar que os jogadores se entretendam enquanto desenvolvem habilidades matemáticas.

No momento, não há uma trama linear para o jogador seguir, apenas uma história geral para contextualizar os problemas propostos nas atividades presentes no jogo. O propósito dessa primeira versão do jogo não é contar uma história, mas sim viabilizar que os problemas matemáticos possam ser resolvidos de forma fluida, ou seja, foi priorizado evitar que o jogador não fique muito tempo travado por não conseguir entender o que fazer em certa etapa do jogo ou por ter ocorrido algum problema de programação. Nos testes realizados, buscou-se arrumar os problemas identificados, naquele momento, na programação do jogo, mas isso não quer dizer que foram arrumados todos os defeitos que o jogo possa apresentar. Alguns problemas menores podem acabar acontecendo devido à ordem que cada jogador efetua suas ações no jogo, tornando possível arrumá-los apenas após o parecer de cada jogador. Porém, diversos testes foram realizados a fim de evitar tais empecilhos.

O jogo está apresentado numa versão que possibilita a sua utilização em sala de aula, com algumas condições, mas isso será abordado melhor na proposta de utilização desse jogo. No entanto, ainda há várias oportunidades de adicionar e aprimorar elementos dentro do jogo. Alguns aspectos não essenciais para sua funcionalidade, especialmente em termos de estética, não foram concluídos. Nessa primeira versão, a preocupação principal é transformar esse jogo em uma ferramenta didática eficaz para o ensino de matemática.

2.1. Programação

A programação é baseada em dois elementos principais, que são os eventos e o mapeamento. Os eventos são quadrados que o programador coloca no mapa que será utilizado no jogo e clicando neles é possível colocar uma ordem de comandos para que sigam dentro do jogo. Esses comandos são selecionados de uma lista pré-definida pelo *RPG Maker MV* e não exigem um conhecimento sobre linguagens de programação. Os eventos podem ser utilizados para armazenar variáveis e chaves que controlam os acontecimentos dentro do jogo. Além disso, é possível dar uma aparência aos eventos, de modo que, dentro do jogo, sejam vistos como animais, pessoas, objetos ou coisas mais abstratas como o final de uma rua. O jogador pode interagir com certos eventos, que produzem um efeito correspondente aos comandos definidos neles. Por exemplo, ao interagir com uma porta, o jogador pode aparecer dentro de uma casa e ao interagir com uma pessoa, ela pode falar algo.

O mapeamento engloba tudo aquilo que é visual no jogo e que não são eventos. O ambiente por onde o personagem do jogador irá se mover é chamado de mapa e é o processo de mapeamento que estabelece os caminhos, obstáculos, construções e demais elementos presentes no mapa. O processo de mapeamento pode ser comparado a uma pintura em tela, onde o indivíduo tem à disposição diversas tintas e precisa combiná-las de maneira a formar na tela aquilo que deseja representar. No *RPG Maker MV* as tintas são conhecidas como “Tilesets”, que podem ser utilizadas para preencher o mapa quadriculado característico desse motor de jogos. Em “Cidade Robótica: a queda das máquinas” foram usados apenas os Tilesets disponibilizados pelo *RPG Maker MV* e alguns feitos pelo próprio autor.

O jogo foi programado levando em consideração que fosse possível jogá-lo em um computador ou dispositivo móvel. Ao jogar no computador, é possível interagir com os eventos do jogo utilizando o clique do mouse ou algumas teclas específicas. Já em dispositivos móveis, o jogador deve clicar na tela. Em razão disso, durante as descrições das atividades, a palavra “interagir” será empregada para se referir a qualquer um desses métodos de controle das ações no jogo. Em relação a movimentação do personagem, no computador o jogador pode utilizar o mouse ou as setas do teclado para se locomover, enquanto nos dispositivos móveis só é possível mover o personagem clicando na tela. O clique na tela dos dispositivos móveis equivale ao clique do mouse no computador, então não há muita diferença entre os dois.

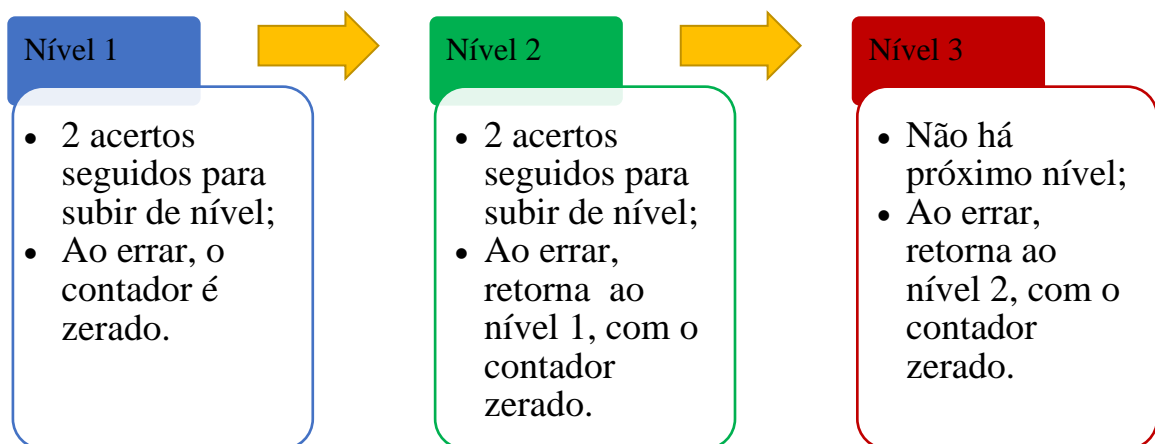
Um dos tipos de evento mais importante dentro do jogo é o *Non-Playable Character* (NPC), que se traduz para personagem não jogável. Então, toda vez que o termo NPC aparecer ao longo da descrição das atividades, está se referindo a algum personagem que não pode ser

controlado pelo jogador, mas que está presente por motivos visuais ou para que o jogador interaja com ele. Nesse jogo, para acessar qualquer problema o jogador deverá interagir com pelo menos um NPC, que é responsável por dar o enunciado do problema ou instruir os passos que o jogador deve realizar.

Olhando por uma perspectiva da programação, o jogo se resume em resolver atividades e contabilizar pontos. Cada vez que o jogador finaliza uma atividade, a pontuação naquela atividade aumenta em 100 pontos e não perde quando erra, assim só é possível ver quantas atividades o jogador realizou corretamente. Ao todo são seis atividades distintas disponíveis, que foram programadas para serem jogadas mais de uma vez. Para isso, os números que aparecem em cada problema são gerados aleatoriamente, possibilitando que o jogador encontre diferentes respostas cada vez que for refazer o mesmo tipo de problema.

Cada atividade possui níveis de dificuldade, definidos por uma variável que serve para nivelar a dificuldade dos problemas de acordo com a quantidade de acertos e erros dos alunos. Em cada atividade, o valor dessa variável diminui em dois para cada erro, não podendo ser menor que 0, e o valor aumenta em um para cada acerto, com um valor máximo de cinco. Desse modo, ao resolver uma atividade duas vezes sem errar, o jogador avança para o próximo nível nessa atividade, caso exista. Se ele cometer algum erro, voltará a um nível anterior. Essa progressão de níveis não é informada ao jogador, mas não é impossível de ser percebida por ele. A quantidade de pontos para avançar em cada nível pode ser melhor entendida ao observar a Figura 9, lembrando que são dois acertos para passar de um nível para o próximo e, ao errar, volta-se ao nível anterior.

Figura 9 - Níveis de dificuldade das atividades



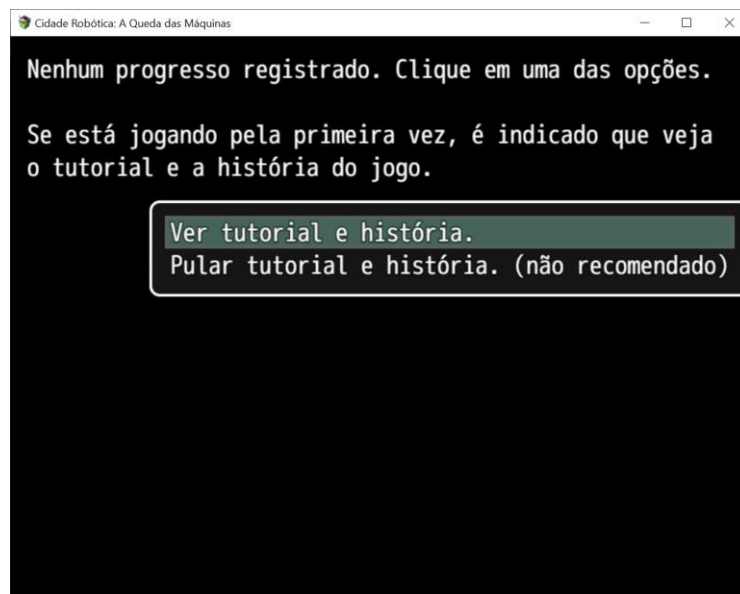
Fonte: O autor (2023).

Entender um pouco sobre como funciona a programação de um jogo no *RPG Maker MV* pode ajudar a perceber os motivos que fazem o jogo funcionar de certo modo. O próximo tópico abordará a perspectiva de jogar o jogo.

2.2. Jogando o jogo

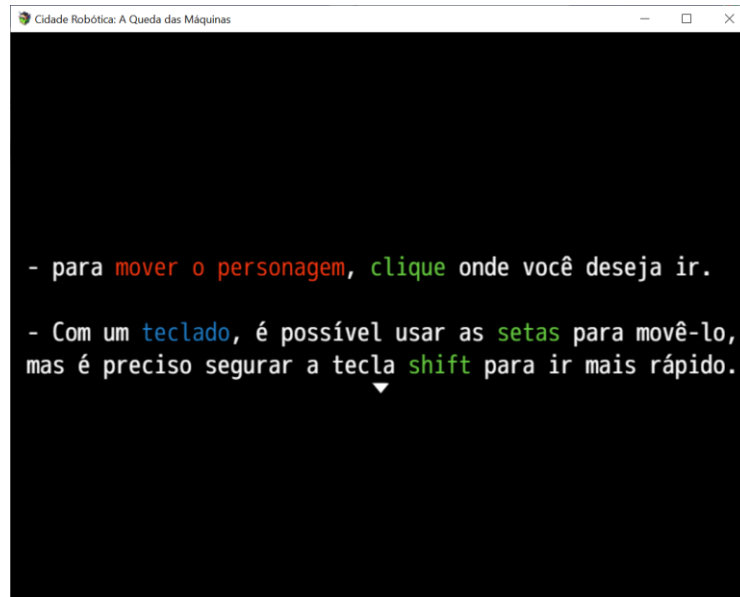
Para acessar o jogo em sua versão atual, a pasta contendo os arquivos do jogo deve ser compartilhada com quem deseja jogá-lo. Em futuras versões, os meios de disponibilização do jogo serão explorados melhor, mas, por enquanto, esse é o único meio de acessá-lo. Com a pasta disponível, ao executar o jogo sem ter um jogo salvo, uma mensagem aparece na tela perguntando se o jogador deseja pular o tutorial do jogo, mas recomendando que não faça isso caso seja a primeira vez jogando (Figura 10). Caso não pule o tutorial, são exibidas algumas mensagens contendo informações sobre como mover o personagem, interagir com os eventos e como salvar o jogo (Figura 11). Em seguida, um breve texto aparece aos poucos na tela, contando o contexto que se passa a história desse jogo (Figura 12).

Figura 10 - Primeira mensagem que aparece no jogo



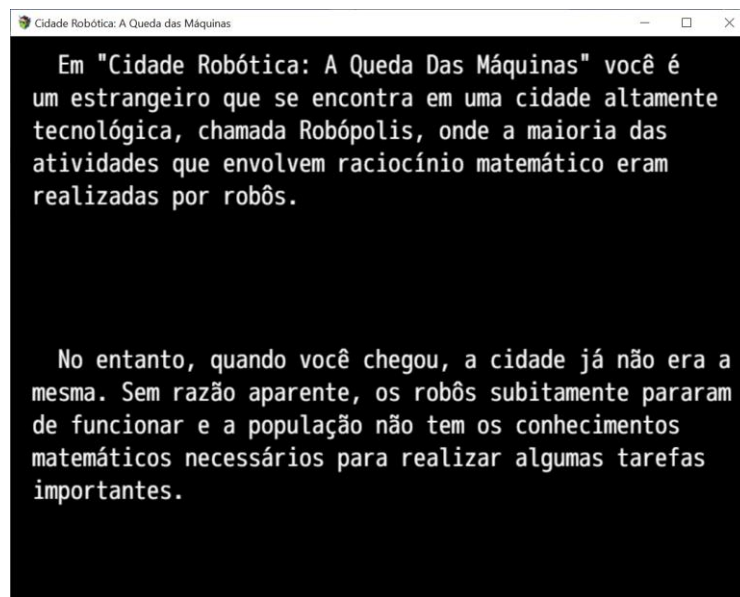
Fonte: o autor (2023).

Figura 11 - Parte do tutorial do jogo: como mover o personagem



Fonte: o autor (2023).

Figura 12 - Trecho do texto rolante que apresenta o contexto do jogo



Fonte: o autor (2023).

Logo após essa parte inicial, o jogador aparece dentro da cidade principal, que se chama Robópolis, e o tutorial continua com o prefeito apresentando os pontos principais da cidade e onde encontrar os problemas para resolver (Figura 13). Após o passeio pela cidade, o jogador é livre para explorar o local e ajudar a população a resolver os problemas de matemática. Destaca-se que este jogo não segue uma estrutura narrativa linear, portanto, desde o início, o jogador possui liberdade para ir aonde quiser dentro das limitações pré-estabelecidas.

Entretanto, para ter uma melhor experiência com o jogo, é necessário que o jogador procure interagir com certos moradores locais a fim de acessar as atividades matemáticas disponíveis.

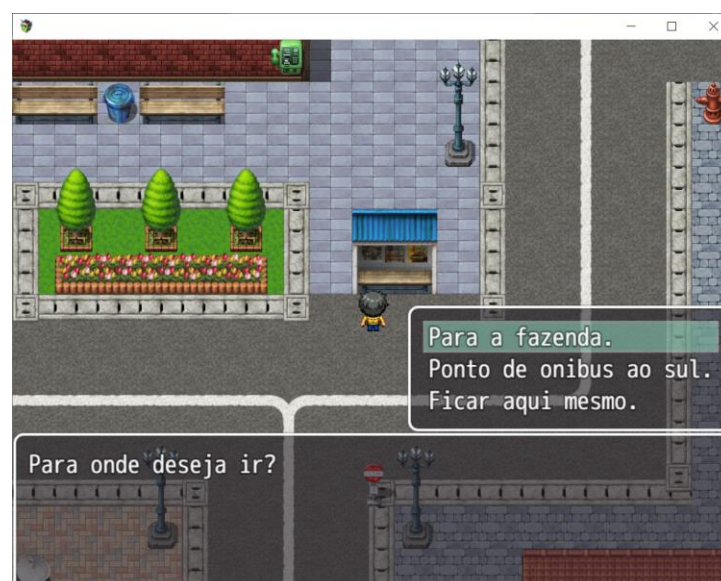
Figura 13 - Prefeito mostrando a cidade ao jogador



Fonte: o autor (2023).

Há dois pontos de ônibus presentes em Robópolis, um ao norte e outro ao sul, que levam o jogador instantaneamente para a fazenda ou para outro ponto de ônibus. Na fazenda há um ponto de ônibus para retornar à cidade. Algumas atividades são encontradas na cidade principal e outras na fazenda, por isso existe esse meio de transporte imediato para agilizar as coisas. A Figura 14 exemplifica como é a interface desses pontos de ônibus.

Figura 14 - Ponto de Ônibus ao norte



Fonte: o autor (2023).

São seis atividades que o jogador pode encontrar, as quais são referidas como granja, plantação, vinhedo, transportadora, empacotadora e loja de sementes. O jogador pode acessar as três primeiras atividades mencionadas na fazenda, falando com o mordomo responsável por distribuir as tarefas nessa região (Figura 15). As outras três atividades são encontradas em diferentes regiões de Robópolis: a transportadora fica ao norte, a empacotadora fica ao sudeste e a loja de sementes fica ao leste. A taverna, onde o jogador deve dormir para poder fazer novamente as atividades, fica próxima ao centro do mapa.

Figura 15 - Interação com o mordomo

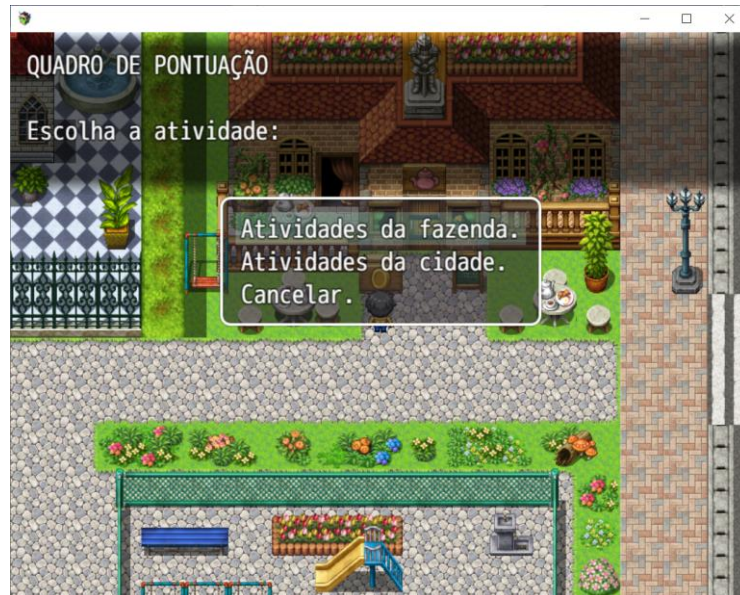


Fonte: o autor (2023).

Não há um final para o jogo, isso fica a critério daqueles que o forem jogar. Em frente a taverna há um quadro de pontuação que pode servir como indicador de atividades realizadas. Independentemente do nível, o jogador ganha 100 pontos em uma atividade quando a finaliza corretamente. A cada atividade finalizada também há ouro como recompensa, que varia conforme o nível de dificuldade dessa atividade. O quadro de pontuação é uma boa ferramenta no caso do jogo ser aplicado em sala de aula, pois permite um controle maior do número de atividades feitas pelo aluno. Para ver sua pontuação, o jogador deve primeiro selecionar a região da atividade, conforme mostra a Figura 16, e a lista de atividades daquela região irá aparecer, então, basta selecionar uma delas e a pontuação aparecerá na tela. Desse modo, para um professor saber quantas atividades cada aluno fez, ele pode pedir para o aluno mostrar a tela do seu jogo, enviar uma captura de tela ou lhe informar esses dados de alguma outra maneira. Se o aluno apresentar 400 pontos na atividade da granja, por exemplo, isso indica que ele concluiu corretamente essa atividade quatro vezes. Não há como o professor saber quantas vezes o aluno

errou a resolução da atividade, apenas ter uma noção de se o aluno está acompanhando a turma, ao comparar a pontuação em cada atividade.

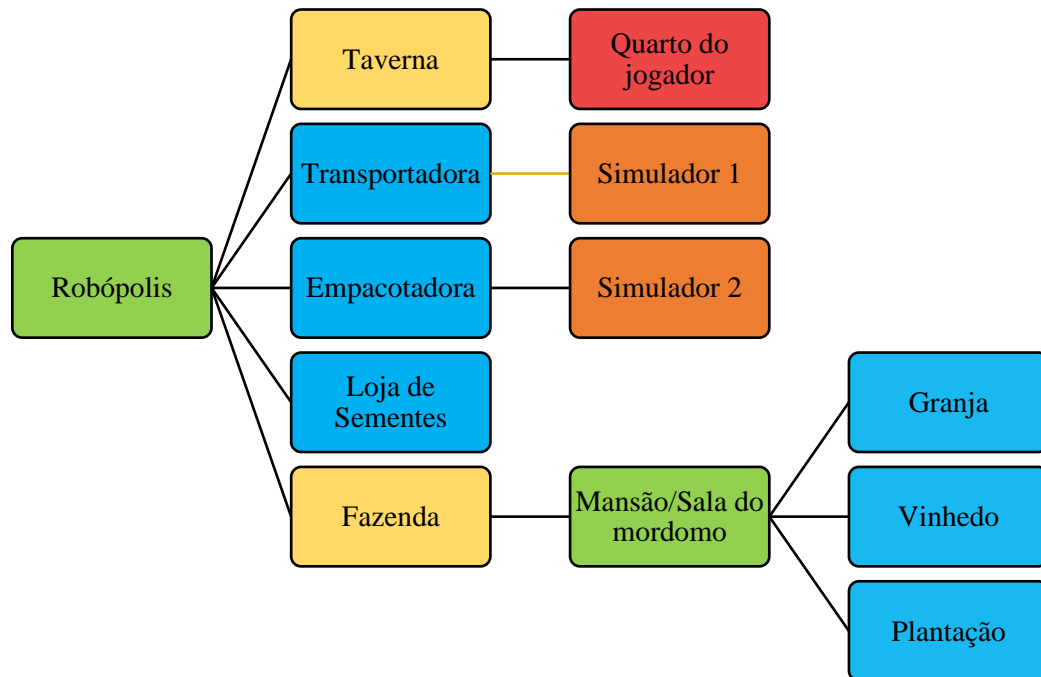
Figura 16 - Quadro de pontuação em frente à taverna



Fonte: o autor (2023).

A Figura 17 mostra como os principais cenários do jogo estão relacionados. Em azul estão os mapas das seis atividades, em verde estão os últimos mapas por onde o jogador deve passar antes de chegar às atividades, em laranja estão os mapas que podem ou devem ser acessados em alguma atividade, em amarelo estão os mapas com menos importância que os mapas depois deles e em vermelho está o quarto do jogador.

Figura 17 - Conexão entre os principais cenários do jogo



Fonte: o autor (2023).

Antes de abordar a proposta de aplicação desse jogo, cada atividade será apresentada individualmente. Desse modo, é possível explicar melhor como funcionam, evidenciar o respaldo teórico que fundamenta sua criação e ponderar as possibilidades de melhoria e adaptações dentro do que o *RPG Maker MV* proporciona.

3.1.1. Granja

Essa primeira atividade é a mais simples e busca a aplicação do *number bonds* aliado à fase pictórica da abordagem Concreto-Pictórico-Abstrato (DINIS; TEIXEIRA; PACHECO, 2019) para a resolução de problemas envolvendo somas. A ambientação dela se passa em uma granja, onde há uma NPC no centro do mapa, na parte superior, e dois galinheiros de dimensões proporcionais, um ao lado do outro, localizados um pouco mais abaixo. Um NPC é um personagem que o jogador não pode controlar, apenas interagir com ele, conforme foi mencionado no capítulo sobre a programação do jogo. Então, nesse caso, ao interagir com essa NPC um breve diálogo acontece e ela instrui que o jogador “Distribua as x galinhas nos galinheiros como quiser” (Figura 18), onde x é um número aleatório de galinhas, programado para ter um valor de 3 a 18, no nível 1 de dificuldade, e um valor de 26 a 50, no nível 2).

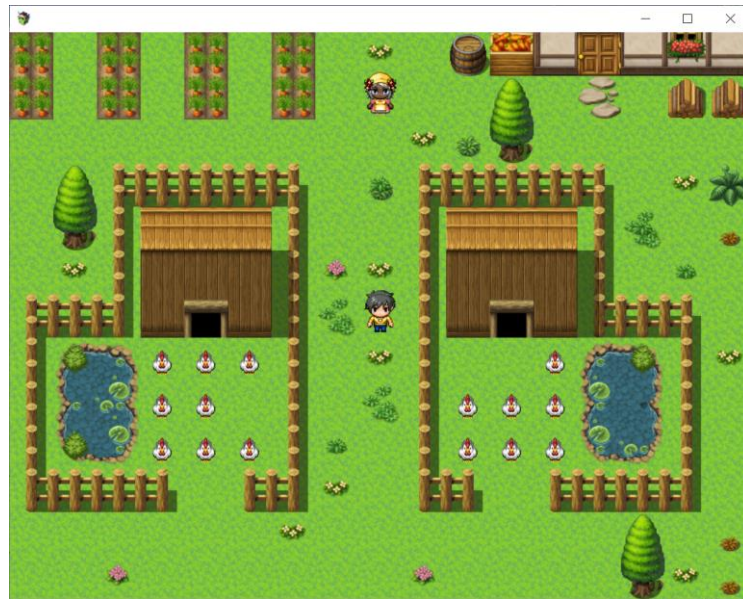
Figura 18 - Questão da granja



Fonte: o autor (2023).

Em seguida, o jogador pode colocar galinhas no galinheiro ao interagir com os espaços vazios e retirar galinhas ao interagir com alguma galinha (Figura 19). Ao interagir novamente com a NPC, o jogador tem a opção de pedir para que ela repita o problema ou pode informar que terminou de organizar as galinhas. Quando a segunda opção é selecionada, o jogo verifica se a resposta está correta ou não. Se estiver correta, após uns diálogos a atividade é finalizada e o jogador é enviado de volta para a mansão, onde é pago pelo mordomo por seus serviços. Caso a resposta esteja errada, a NPC indica quantas galinhas há em cada galinheiro e pergunta qual é a soma dessas quantidades. No caso de acerto, a NPC indica que a quantidade que ela realmente precisa nos galinheiros, mas enquanto o jogador continuar errando, a NPC sugere que ele use os dedos ou objetos para ajudar nos cálculos e repete isso até o jogador acertar, só então indica a quantidade necessária.

Figura 19 - Exemplo de resolução da atividade na granja nível 1



Fonte: o autor (2023).

Nessa atividade buscou-se não dar a resposta de imediato quando o jogador errar, conforme sugere Holetz (2019). Para isso, foram implementadas essas falas da NPC em caso de respostas erradas, desse modo o jogador precisa refletir onde está seu erro e faz isso voltando à sua resolução, que é visual e permanece no jogo até a finalização da atividade, quando o galinheiro fica vazio novamente.

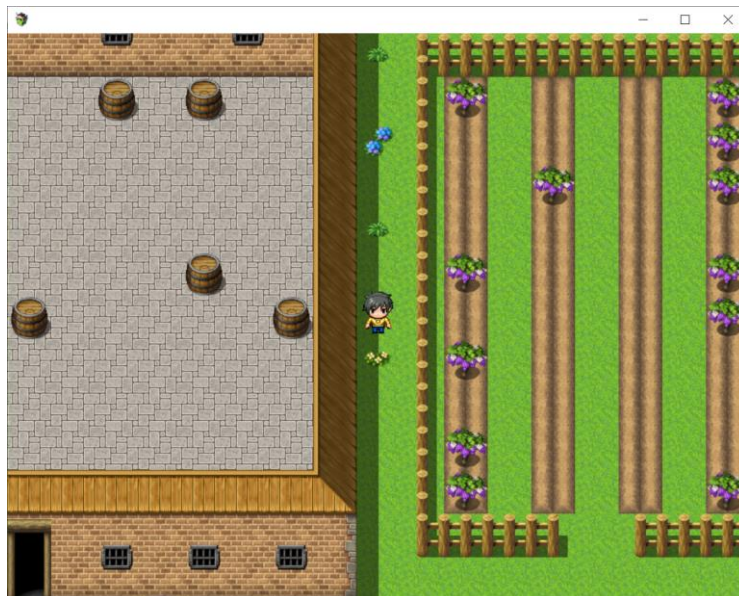
3.1.1.1. Fundamentação e possibilidades

A principal ferramenta abordada nessa questão é o Number bonds. Apesar de ser um assunto abordado por diferentes autores, o trabalho de Holetz (2019) foi tomado como referência nesse caso. Também, pode-se notar a presença da fase pictórica, presente na abordagem CPA do método de Singapura, em que os trabalhos de Holetz (2019), Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) e Teixeira (2015b) providenciaram uma base teórica para sua implementação. Embora as outras fases dessa abordagem não estejam presentes nessa atividade, o *RPG Maker MV* viabiliza a implementação da fase abstrata, pois permite que o programador insira os elementos visuais que quiser, desde que os arquivos de imagem tenham um tamanho compatível com o exigido pela *engine*. Assim, uma das ideias para o futuro desse jogo é programar uma fase abstrata como sequência direta dessa atividade da granja.

3.1.2. Vinhedo

O problema presente na atividade do vinhedo trabalha as operações de soma e subtração. Nela o jogador encontra-se em um vinhedo, à direita fica um armazém de barris para armazenar uvas e à sua esquerda fica uma vinha (Figura 20). O número de barris e vinhas é determinado aleatoriamente toda vez que o jogador vai realizar essa atividade. Uma NPC, localizada próxima ao centro do mapa, pede que o jogador conte quantas videiras há, compare com o número de barris e depois indique se estão faltando ou sobrando barris para que o número de barris seja o mesmo que o de videiras. O jogador pode circular pelo mapa para observar os barris e as videiras quantas vezes quiser.

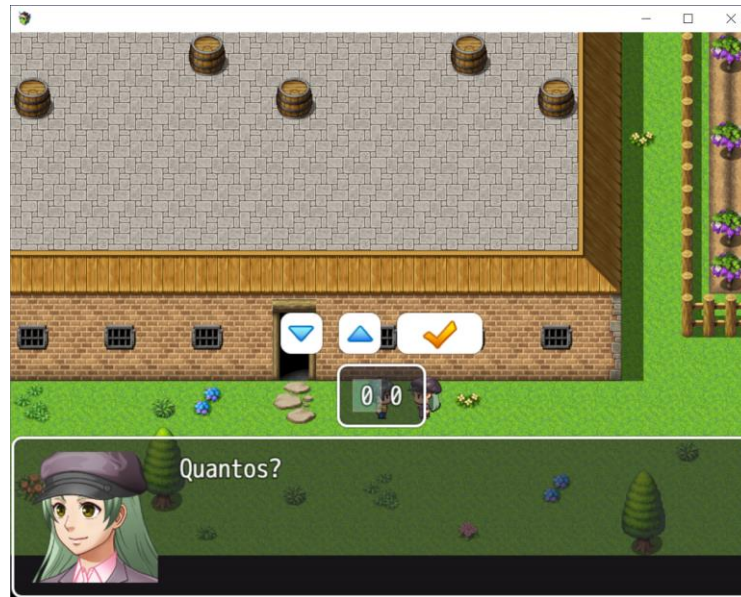
Figura 20 - Parte do mapa do vinhedo



Fonte: o autor (2023).

Para dar a resposta final do problema, deve-se interagir com a NPC novamente e indicar se estão sobrando ou faltando barris, então a NPC pergunta quantos e uma interface aparece na tela para que o jogador indique sua resposta, conforme mostra a Figura 21. Se a resposta estiver correta, a NPC agradece e o jogador volta para a mansão, onde é pago pelo mordomo. No caso de respostas erradas, a NPC sugere que o jogador conte e anote quantos barris há, em seguida faça o mesmo com as videiras e, por fim, veja quantos barris é necessário colocar ou retirar para que o número de videiras e barris seja igual. Inicialmente, se o jogador responde errado que faltam ou sobram barris, a NPC pergunta se ele tem certeza disso, não permitindo que ele dê a resposta final, e sugere a mesma coisa que foi descrita no caso de respostas erradas.

Figura 21 - Interface para responder a atividade do vinhedo



Fonte: o autor (2023).

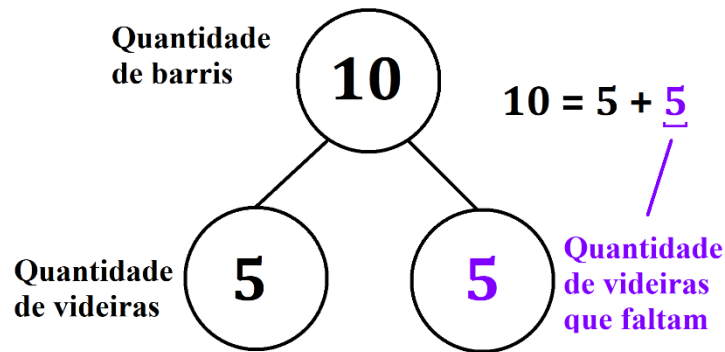
Há três níveis de dificuldade nessa atividade, que influenciam na quantidade de barris e videiras que aparecem. No nível 1 aparecem até 14 barris e de 10 a 15 videiras, no nível 2 esse número aumenta para um máximo de 29 barris e de 15 a 30 videiras, enquanto no nível 3 pode haver até 39 barris e o número de videiras varia entre 30 e 40. O mínimo de barris é sempre um.

3.1.2.1. Fundamentação e possibilidades

Buscando manter a fase pictórica da abordagem CPA, a atividade do vinhedo conta com fortes auxílios visuais para a resolução de situações problema. Além disso, dessa vez o aluno precisa relacionar as representações dos materiais concretos com os símbolos formais abstratos. Dentro dessa atividade há poucos recursos para auxiliar a representação formal da matemática, mas ela pode servir como uma ferramenta de apoio que proporciona uma melhor visualização do problema, enquanto os cálculos podem ser realizados fora do jogo. Essa atividade não foi adaptada de nenhuma questão específica, mas a teoria em relação a abordagem CPA presente nos trabalhos de Holetz (2019), Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) e Teixeira (2015a), bem como a ferramenta *number bond* apresentada no trabalho de Holetz (2019) foram fundamentais para a realização dessa atividade.

Para resolver essa atividade há a possibilidade de aplicar o *number bond*. Por exemplo, no caso de haver 10 barris e 5 videiras, o jogador deve identificar que há mais barris do que videiras, podendo fazer conforme ilustra Figura 22 .

Figura 22 - Vinhedo: exemplo de resolução utilizando *Number Bond*



Fonte: o autor (2023).

Para montar o esquema da figura anterior, teve-se em mente que a quantidade de videiras é menor que a de barris, pois $10 > 5$, então temos que dez é igual a cinco mais algum valor. Sabe-se que $10 = 5 + 5$, dá até para contar nos dedos. Desse modo, para que a quantidade de videiras e barris seja a mesma, precisaríamos de mais cinco videiras, mas não é possível plantar mais videiras, portanto, devo tirar cinco barris.

Esse não é o único jeito possível de resolver esse problema. O jogador pode simplesmente contar os elementos e fazer as contas mentalmente, pode utilizar o modelo de barras ou algum outro tipo de representação visual e pode até mesmo utilizar materiais concretos como o material dourado para auxiliá-lo nos cálculos. No caso de uma aula, seria interessante o professor incentivar que o aluno utilize as diferentes ferramentas do método de Singapura, principalmente para praticar antes das atividades mais difíceis.

3.1.3. Plantação

O contexto dessa atividade é a preparação e adubação do solo. Nela o jogador encontra uma NPC chamada Catarina que lhe pede para preparar x metros quadrados de solo e adubar uma quantidade y do solo preparado, onde x e y são números aleatórios definidos pelo nível de dificuldade em que o jogador se encontra, de modo que y seja menor que x . Ao interagir a primeira vez com um quadrado de solo, ele troca da cor verde para a cor marrom, indicando que a terra foi preparada, e, ao interagir novamente, torna-se um marrom mais escuro, voltando para o verde original na próxima interação. A Figura 23 mostra como é a ambientação dessa atividade.

Figura 23 - Mapa da atividade da plantação com terra preparada e adubada



Fonte: o autor (2023).

Para concluir a atividade o jogador deve interagir com os quadrados de terra e preencher corretamente os valores de terra preparada e adubada, informando Catarina em seguida, que o enviará de volta para a mansão para ser pago pelo mordomo, no caso de a resposta estar correta. Se o jogador indicar a quantidade errada de terra preparada, a NPC pergunta se essa quantidade está realmente correta e relembra o valor que ela precisa. Caso o jogador acerte a quantidade de terra preparada e erre a quantidade de terra adubo, Catarina dirá “mas era para você adubar apenas y m² dessa terra” quando o jogador adubar mais do que era preciso e “mas era para você adubar y m² dessa terra, também” quando o jogador adubar menos do que deveria. A atividade só é finalizada quando o jogador acertar tudo.

Em relação aos níveis de dificuldade, essa atividade possui três. O máximo de terra que os jogadores terão que interagir vai de 10 a 20 quadrados no nível 1, de 20 a 80 quadrados no nível 2 e de 80 a 170 quadrados no nível 3. O número de terra a ser adubado é sempre um pouco inferior ao número de terra a ser preparado, proporcionalmente de acordo com cada nível. As recompensas por cumprir a atividade em cada nível são 100, 300 e 750 moedas de ouro, respectivamente.

3.1.3.1. Fundamentação e possibilidades

O conceito de área está presente nessa atividade, de maneira básica, com cada quadrado representando 1 m². Independentemente do nível de dificuldade, não existe uma limitação para

que o jogador represente as áreas requeridas de forma regular ou simétrica, porém, conforme a dificuldade vai aumentando, o número de quadrados exigidos cresce e vai ficando mais complicado contá-los um por um, principalmente porque não aparece o mapa inteiro na tela. Assim, colocar os pedaços de terra muito separados pode se tornar uma tarefa difícil e o jogador terá que buscar ferramentas para calcular corretamente a área exigida. Por isso, essa atividade foi programada com a intenção de aplicar o método da multiplicação pelo cálculo de áreas, utilizado na metodologia de Singapura, que relaciona a representação pictórica e simbólica da teoria CPA, conforme abordado no trabalho de Holetz (2019).

Segundo a autora, nesse método é necessário decompor os números que estão sendo multiplicados, depois colocá-los de forma que representem os lados das áreas a serem calculadas e, após calcular o valor dessas áreas multiplicando seus lados, deve-se somar o valor dessas áreas menores para se obter o valor da área total, assim como é mostrado no exemplo da Figura 24 (HOLETZ, 2019).

Figura 24 - Operação Multiplicativa através da Decomposição e do Cálculo de Áreas

24 × 15 =			
	x	20	4
24 = 20 + 4	10	200	40
15 = 10 + 5	5	100	20
		200 + 100 = 300	
		40 + 20 = 60	
		300 + 60 = 360	
		24 × 15 = 360	

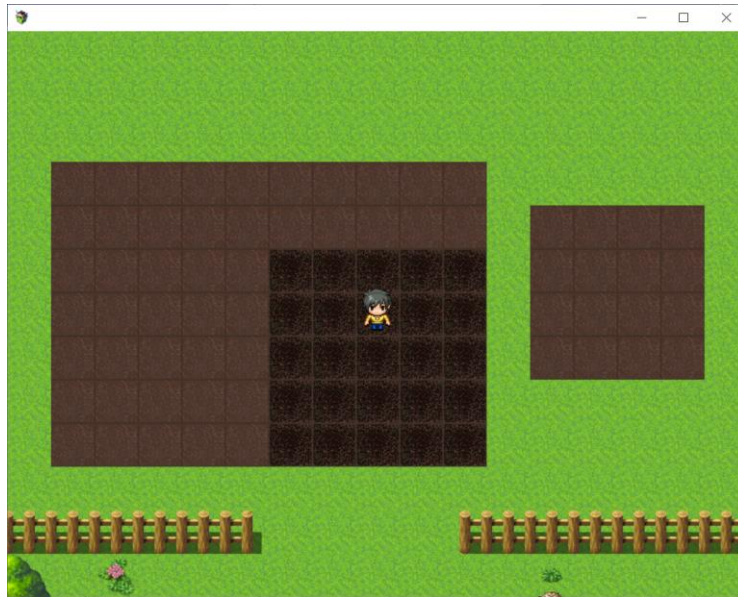
Fonte: Holetz (2019, p. 61).

O tipo de problema presente na atividade da plantação possibilita um processo de resolução semelhante ao método da multiplicação pelo cálculo de áreas mencionado anteriormente. O jogador pode começar representando áreas pequenas, que são mais fáceis de calcular ou mais conhecidas, e ir somando até que chegue no resultado desejado na questão.

No exemplo da Figura 25 era necessário preparar 86 m² de terra e adubar 25 m² dessa terra. Há muitas maneiras de decompor o número 86, mas a forma utilizada no exemplo foi

decompor o número 86 em $86 = 70 + 16$. Sabendo que $70 = 7 \times 10$, $16 = 4 \times 4$ e $25 = 5 \times 5$, o jogador representa as áreas de terra preparada como um retângulo de lados medindo 7m e 10m, um quadrado cujo lado mede 4m e, dentro do retângulo maior, cria um quadrado com 5m de lado para representar a terra adubada.

Figura 25 - Exemplo de resolução da atividade da plantação



Fonte: o autor (2023).

Percebe-se que o processo de resolução do exemplo presente na Figura 25 é quase o inverso do processo realizado no exemplo apresentado por Holetz (2019) na Figura 24, porém o jogador não precisa chegar numa única multiplicação para representar a área total, ele pode parar quando encontrar áreas menores que, quando somadas, dão o valor total requerido.

3.1.4. Transportadora

A principal transportadora da cidade chama-se PISGOU e tem como lema a frase “piscou, chegou”. Nela o jogador pode ajudar a organizar um número aleatório de caixas, dividindo-as igualmente em caminhões. Essa atividade possui três níveis de dificuldade: no nível 1, a quantidade de caixas varia de 5 a 20 e podem haver de 2 a 4 caminhões, enquanto no nível 2 e 3 a quantidade de caixas vai de 10 a 99 e 100 a 999, respectivamente, e o número de caminhões pode variar entre 2 e 9 em ambos os níveis.

Em relação à disposição dos elementos no mapa, os caminhões estão localizados na parte superior e na parte central localizam-se um NPC e uma mesa. A função do NPC é explicar, quando o jogador entra no local, para que serve cada um dos objetos presentes na mesa e pede

para que o jogador informe a ele a resposta final, quando terminar. Na mesa há um telefone, um monitor grande e um computador, distribuídos da esquerda para direita, respectivamente, e o jogador pode interagir com cada um deles. O telefone serve para que o jogador informe quantas caixas não podem ser divididas igualmente nos caminhões e vão sobrar, o monitor grande mostra quantas caixas estão disponíveis, em quantos caminhões elas devem ser divididas e quantas caixas ainda restam para dividir, por fim, o computador permite que o jogador entre em uma simulação que pode ajudá-lo nos cálculos. A Figura 26 mostra os elementos do mapa que foram descritos e um exemplo de como, após interagir com o monitor grande, os problemas aparecem nessa atividade.

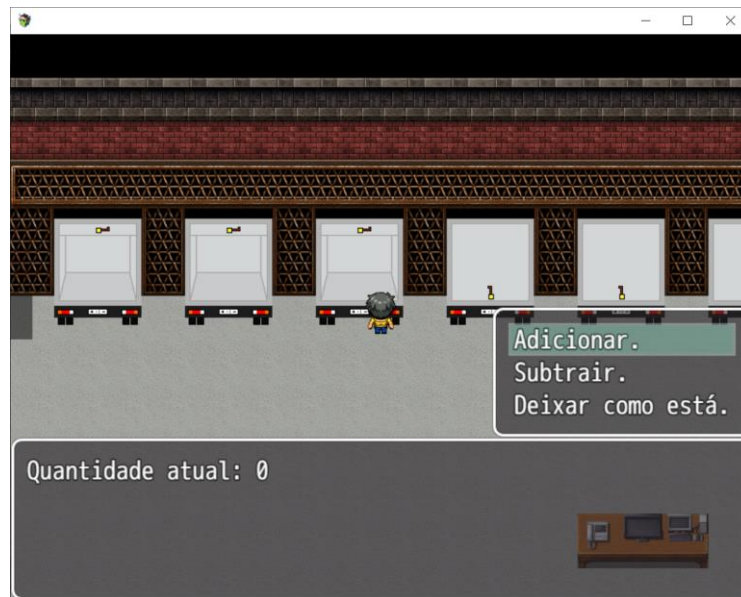
Figura 26 - Exemplo de problema na Transportadora PISGOU



Fonte: o autor (2023).

Os passos que o jogador precisa efetuar para terminar a atividade são poucos e simples, basta que ele vá até cada caminhão aberto e indique quantas caixas deve haver neles, depois use o telefone para registrar quantas caixas irão sobrar e, para finalizar, informe que terminou tudo ao NPC. A Figura 27 mostra como é a interface que aparece ao interagir com os caminhões. Nela também pode-se notar como alguns caminhões aparecem abertos, indicando que são os caminhões com os quais o jogador deve interagir, enquanto os restantes aparecem fechados. A interface para usar o telefone é semelhante à dos caminhões, mas está escrita a frase "informe quantas caixas sobraram" logo acima do indicador de quantidade.

Figura 27 - Interface para interagir com os caminhões da transportadora



Fonte: o autor (2023).

Apesar dos diversos artifícios visuais presentes nessa atividade, nenhuma das etapas necessárias para concluí-la focam em auxiliar na resolução do problema. O jogador pode utilizar os meios e as ferramentas que preferir para efetuar a divisão e solucionar o problema. Porém, a fim de disponibilizar algum meio que possa ajudar nos cálculos, foi adicionado um mapa denominado como simulação e que pode ser acessado ao interagir com o computador. A simulação conta com blocos enumerados de 0 a 9 e onde seria o chão há três divisões que indicam as áreas respectivas às centenas, dezenas e unidades. O jogador pode selecionar um tipo de bloco e colocá-los nas áreas demarcadas, o que permite a aplicação de alguns algoritmos da divisão.

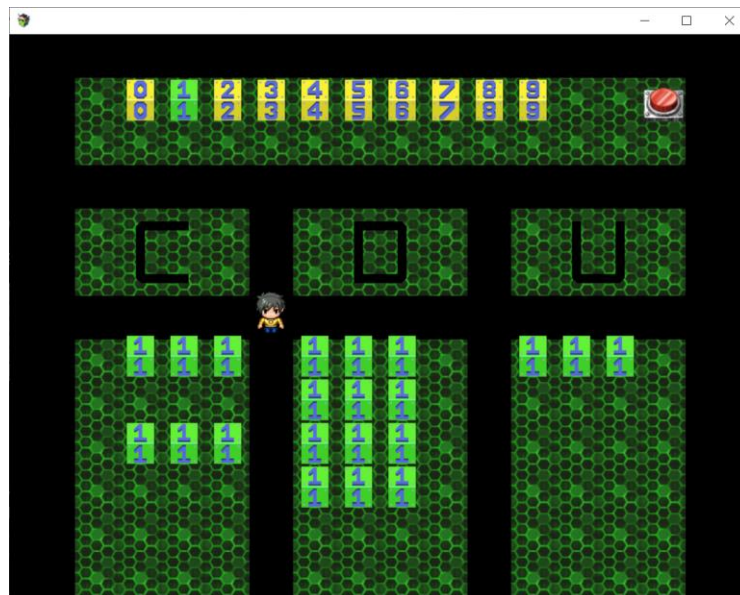
3.1.4.1. Fundamentação e possibilidades

Os problemas de divisão do método de Singapura podem ser resolvidos de diversas formas e aplicando diferentes ferramentas. Por isso essa atividade não obriga o jogador a buscar a solução de uma única maneira. De forma externa ao jogo, é possível utilizar o modelo de barras, o *number bond*, o material dourado e até mesmo desenhos. Esse problema não foi adaptado de nenhum outro, apenas foi dado um contexto a operação do tipo “divida X para Y”. De forma geral, o suporte teórico dessa atividade foi dado pelos trabalhos de Holetz (2019), Dinis, Teixeira e Pacheco (2019) e Richit e Richit (2022).

Segundo Holetz (2019) é comum a utilização do material dourado no método de Singapura como material concreto para auxiliar os estudantes na resolução de problemas.

Criou-se a simulação para ser uma versão pictórica do material dourado. A Figura 28 apresenta a divisão do número 723 por três seguindo um dos métodos de divisão com o uso do material dourado. Note que cada cubo com o número um representa um elemento das centenas, dezenas ou unidades. Para efetuar a divisão, primeiro 723 foi decomposto em sete centenas, duas dezenas e três unidades. Depois, como a divisão é por três, buscou-se agrupar as centenas, dezenas e unidades em grupo de três. Como só é possível formar dois grupos de três elementos nas centenas, a centena que sobrou é transformada em dez dezenas, tornando as duas dezenas em doze dezenas, de modo que é possível formar quatro grupos de três elementos nas dezenas. Apenas um grupo foi formado nas unidades, então o resultado da divisão é 241, pois há dois grupos de três centenas, quatro grupos de três dezenas e um grupo de três unidades.

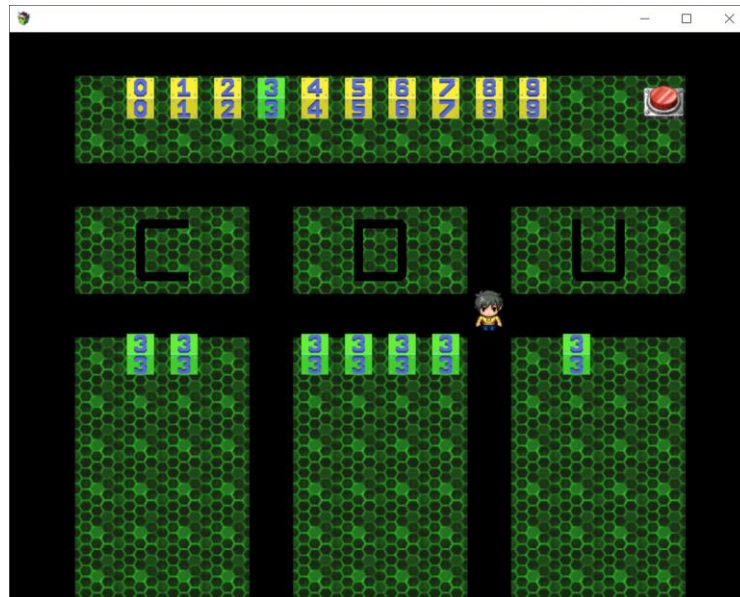
Figura 28 - Exemplo 1 de divisão realizada na simulação



Fonte: o autor (2023).

A Figura 29 apresenta outra opção de divisão utilizando o mesmo método. No exemplo anterior cada cubo com o número um representava uma unidade de centena, dezena ou unidade. Agora, o número 3 é utilizado para representar de forma direta os agrupamentos. O processo de resolução é o mesmo, mas ocorre de forma mais direta.

Figura 29 - Exemplo 2 de divisão realizada na simulação



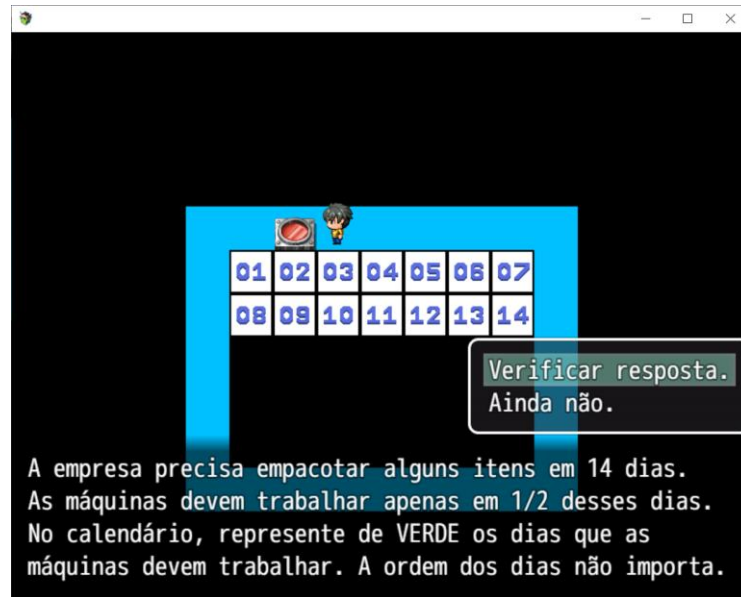
Fonte: o autor (2023).

Pelo modo de resolução do problema ser bastante aberto nessa atividade, em uma aula o professor pode utilizá-la para introduzir diferentes métodos para efetuar a divisão.

3.1.5. Empacotadora

Os problemas dessa atividade têm como objetivo utilizar o modelo de barras para trabalhar com frações. O contexto da atividade remete a uma empacotadora, conhecida como “Em-pacote”, que precisa de ajuda para definir os dias que suas máquinas devam trabalhar, de modo que elas não passem do número de dias recomendados no mês, não importando a ordem desses dias. Para cumprir a atividade, o jogador deve falar com o recepcionista, que libera o acesso a um computador para que se possa resolver os problemas. Ao interagir com o computador, o jogador é transportado para um mapa com o chão em formato de calendário e, ao interagir com um botão vermelho no mapa, o problema a ser resolvido aparece na tela (Figura 30).

Figura 30 - Exemplo de problema nível 1 da empacotadora



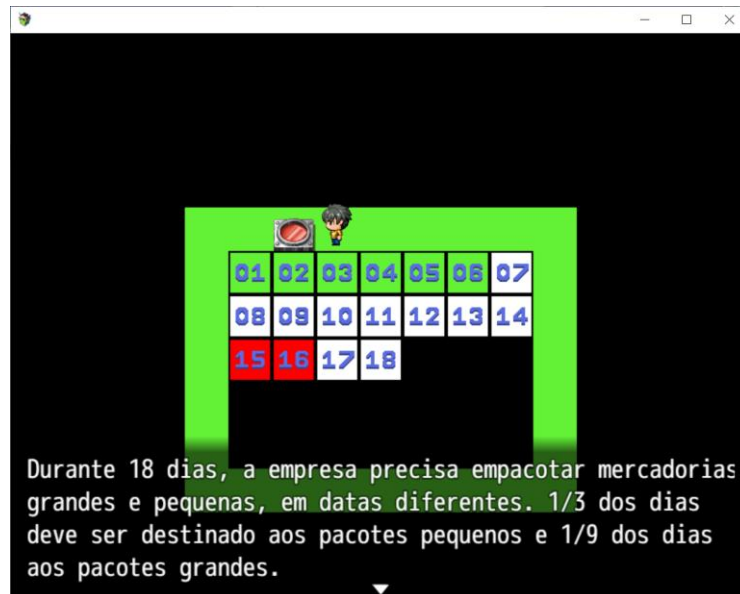
Fonte: o autor (2023).

O jogador resolve o problema interagindo com os quadrados no chão, que mudam, a cada interação, de branco para verde, depois para vermelho e de volta para branco, repetindo esse ciclo conforme as interações são realizadas. Os quadrados brancos representam os dias que a máquina não irá trabalhar e as partes pintadas representam os dias que a máquina irá trabalhar. Os quadrados vermelhos só têm efeito no nível 2 em diante. Após finalizar sua resolução, o jogador interage novamente com o botão e verifica sua resposta. Se estiver certa, ele retorna à recepção, onde será pago, mas caso a resposta esteja errada, ele deve continuar tentando até acertar.

Há três níveis de dificuldade nessa atividade. No nível 1, o problema é análogo ao da Figura 30, enquanto nos níveis 2 e 3 o problema passa a ser semelhante ao da Figura 31¹, com o valor da fração e dos dias sendo gerados aleatoriamente em todos eles.

¹ O problema exibido na **figura** é complementado em seguida por uma frase indicando que o jogador deve representar de verde os pacotes pequenos e de vermelho os pacotes grandes. Foi feito dessa forma, pois não caberia todas as instruções em uma só caixa de texto.

Figura 31 - Exemplo de problema nível 2 da empacotadora com resolução



Fonte: o autor (2023).

No primeiro nível o número de dias pode variar de 8 a 15 e nos dois outros níveis pode ser considerado de 8 a 30 dias, excluindo os números primos nos três níveis. As frações são programadas para ser compatíveis com o número de dias de cada problema, de modo que o problema possa ser resolvido com o jogador pintando um número inteiro positivo de quadrados. Até o nível 2, o número um sempre será o numerador das frações.

3.1.5.1. Fundamentação e possibilidades

Nessa atividade buscou-se trabalhar frações usando o modelo de barras e a concepção de parte-todo. A ideia de abordar isso em um problema que envolvesse representação de frações em um calendário surgiu após observar um exercício apresentado por Holetz (2019) cujo enunciado é: “quantos dias correspondem $\frac{1}{3}$ de um mês, considerado um mês com 30 dias?” (HOLETZ, 2019, p. 69). Logo embaixo da pergunta há um diagrama em forma de calendário com os 30 dias divididos em 3 partes, cada uma com uma cor, para representar as frações (Figura 32). Essa representação visual inspirou a criação do mapa utilizado na atividade da empacotadora.

Figura 32 - Problema do calendário

1 How many days is $\frac{1}{3}$ of 30 days?

		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

$\frac{1}{3}$ of 30 days = 10 days

I draw a diagram.

Fonte: Holetz (2019, p. 69).

Ao programar essa atividade foi possível perceber que há como trabalhar frações dentro do *RPG Maker MV*. Seu forte caráter visual concilia-se com o aspecto pictórico presente nos problemas do Método de Singapura. Para futuras atualizações no jogo, será interessante buscar abordar mais atividades envolvendo frações.

3.1.6. Loja de sementes

A ideia dessa atividade é introduzir um problema de maneira sutil e imersa dentro da situação ao redor do jogador. Na loja de sementes o jogador encontra uma simpática vendedora chamada Clotilde e, ao interagir com a NPC, uma das opções de fala disponível é perguntar se ela precisa de ajuda com algo. Perguntando isso, Clotilde fala que recentemente choveu e havia uma goteira logo acima de seu caderno de registros, ocasionando a perda de algumas informações, pois foram manchadas pela água. Em seguida, pergunta se o jogador pode ajudá-la a encontrar os valores borrados pela água. Caso o jogador decida ajudar, Clotilde fala que vai trocar o nome dos clientes por letras para manter a privacidade deles e que o jogador pode pedir para ela repetir o problema quantas vezes quiser, então informa um problema análogo ao exemplo apresentado na Figura 33, mas os números são sempre aleatórios e compatíveis aos três níveis de dificuldade da atividade.

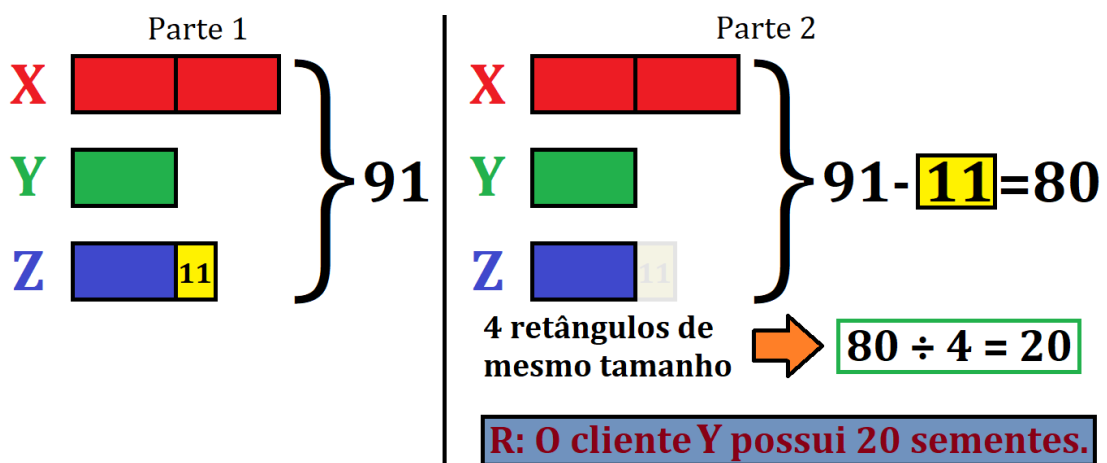
Figura 33 - Exemplo de problema na loja de sementes



Fonte: o autor (2023).

Esse problema pode ser resolvido usando a representação do modelo de barras, mas a loja de sementes é uma atividade que não possui ferramentas do método de Singapura integradas nela, então o jogador não tem nenhum auxílio dentro do jogo. Dentro do jogo só é possível indicar a resposta final por meio de uma interface em que o jogador seleciona o valor desejado e confirma, assim como as interfaces utilizadas nas atividades anteriores. A Figura 34 mostra um jeito de resolver o problema apresentado na Figura 33, utilizando o modelo de barras.

Figura 34 - Exemplo de resolução do problema na loja de sementes



Fonte: o autor (2023).

Como mostra a Figura 34, a primeira parte do problema envolve representar as informações abstratas de um modo visual. Como se deseja saber a quantidade de sementes que o cliente Y possui, usou-se ele como referencial. O cliente X comprou duas vezes mais que Y,

o que foi representado por dois retângulos do mesmo tamanho que Y. É dito que o cliente Y comprou 11 sementes a menos que Z, logo, o cliente Z possui 11 sementes a mais que Y, então foi desenhado um pequeno retângulo amarelo em Z para representar as 11 sementes que ele comprou a mais que Y. Desse modo, têm-se que o total de sementes representado é 91. A segunda parte do problema envolve retirar essa parte amarela sobressalente em Z para que os retângulos tenham todos os mesmos tamanhos. Ao fazer isso, o total de semente representado pelas barras torna-se 80, pois foi tirado 11 de 91. Assim, têm-se quatro retângulos representando o mesmo valor de sementes, então é possível dividir o valor total, 80 sementes, pela quantidade de retângulos. Desse modo, conclui-se que cada retângulo equivale a 20 sementes, logo, o cliente Y possui esse mesmo valor.

3.1.6.1. Fundamentação e possibilidades

O problema presente nessa atividade é uma adaptação de um problema abordado por Holetz (2019) em sua dissertação, o qual a autora retirou da coleção de livros chamada “*math: No Problem!*”, especificamente do *textbook* 3A de Singapura (2014, p. 160, apud HOLETZ, 2019, p. 52). O problema, traduzido pela autora, é originalmente redigido da seguinte forma:

Sam, Ravi e Elliott tinham juntos 92 bolinhas de gude. Sam tem três vezes mais bolinhas de gude que Ravi e Ravi tem duas bolinhas de gude a menos que Elliott. Quantas bolinhas de gude Ravi possui? (HOLETZ, 2019, p.52)

A fim de adaptar esse problema para o jogo, foi necessário reformular seu texto de forma que ele combinasse com a realidade dentro do jogo, então, foi utilizado sementes no lugar de bolinhas de gude e o problema foi inserido numa loja de sementes. Em relação a programação, buscou-se que os números fossem gerados aleatoriamente toda vez que o jogador fosse realizar essa mesma atividade, com o intuito de mostrar que o modelo de barras pode ser utilizado para resolver problemas análogos a esse para quaisquer valores. Letras foram utilizadas no lugar dos nomes para evitar ter que gerar nomes aleatórios cada vez que o jogador fosse resolver esse problema e a NPC justifica isso dizendo que é para preservar a identidade de seus clientes, assim não fica tão estranho.

Com a criação dessa atividade buscou-se mostrar que alguns problemas um pouco mais complexos podem ser inseridos no *RPG Maker MV* sem uma programação muito complicada modo que façam parte de um contexto dentro do jogo. A resolução desse tipo de problema pode ser realizada fora do jogo, utilizando materiais físicos, como seria caso o jogo não fosse digital.

Entretanto, ainda parece preferível priorizar aqueles problemas que podem ser resolvidos dentro do jogo, pois trabalham melhor a fase pictórica do método de Singapura.

3.2. Orientações para o uso

Como já mencionado, o presente trabalho não busca apresentar um jogo completo e finalizado em todos seus aspectos, mas sim um jogo que está pronto para ser jogado e que tem potencial para ser aperfeiçoado no futuro. O motivo dessas orientações é dar um ponto de partida para um professor que esteja utilizando o jogo pela primeira vez. Contudo, o professor pode adaptar tais sugestões e aplicar o jogo em função de sua prática e metodologia, permitindo que ele personalize e enriqueça sua abordagem de ensino. A Figura 35 exibe os quatro pontos principais que o professor pode definir antes de aplicar o jogo em sala, para que esse processo seja facilitado.

Figura 35 - Pontos principais a serem definidos antes de aplicar o jogo em sala



Fonte: o autor (2023).

O professor tem liberdade para aplicar esse jogo de diversos modos com seus alunos, buscando alcançar diferentes objetivos, tais como revisar conteúdos, ensinar os alunos a usarem alguma ferramenta específica do método de Singapura, trabalhar apenas as operações de soma e subtração, entre outros motivos. Assim, o primeiro passo é definir o objetivo que se pretende alcançar com a aplicação do jogo.

O próximo passo é selecionar quais atividades serão realizadas. Existem seis atividades diferentes, e o jogador tem liberdade para explorar o jogo desde o início. Isso abre possibilidades para que o professor instrua seus alunos a realizar as atividades mais adequadas para os objetivos de sua aula. O professor pode optar por pedir que os alunos realizem todas as atividades livremente ou apenas as atividades determinadas por ele. Além disso, as atividades podem ser realizadas de forma que o professor forneça as direções a serem seguidas e todos os alunos ou grupos realizem a mesma atividade simultaneamente.

Um ponto que precisa ser avaliado pelo professor é o nível de dificuldade dos problemas, principalmente devido aos conhecimentos prévios que cada um deles exige. Os problemas da atividade da empacotadora envolvem fração, então o aluno não conseguirá

resolvê-lo caso não conheça nada sobre frações e o professor não o auxilie na hora. Outro exemplo é o problema da loja de sementes, que foi considerado um dos mais difíceis segundo o parecer de quem testou o jogo, pois, se o jogador não sabe como usar o modelo de barras corretamente, ele pode tentar resolver um sistema de equações, o que é muito mais difícil.

Após definir quais atividades serão feitas, é necessário saber os dispositivos que os alunos usarão, quantos alunos compartilharão o mesmo dispositivo e o tempo disponível para jogar. Infelizmente o jogo não possui modo cooperativo integrado nele, então, para jogá-lo em grupo, apenas um aluno poderá controlar o personagem de cada vez. Desse modo, os alunos terão que opinar nas resoluções e revezar quem utilizará o dispositivo.

Por fim, é importante que o professor defina um jeito de avaliar o progresso de seus alunos, sabendo que a forma mais adequada de avaliação pode variar de acordo com aquilo definido nos passos anteriores. Dentro do jogo há a placa em frente a taverna que guarda a pontuação do jogador em cada atividade. Caso o professor deseje saber esses valores, cabe a ele definir o modo que preferir para que os alunos informem esses números. Além disso, o professor pode avaliar o progresso dos alunos de outras formas, seja observando-os ao longo das atividades ou via relatórios.

A seguir será apresentado um exemplo possível de aplicação. Esse não é o único jeito possível de aplicar esse jogo em sala, é apenas uma sugestão.

3.2.1. Proposta de aplicação

Essa proposta de aplicação do jogo levará em consideração uma turma do 6º ano do ensino fundamental, com 30 alunos, em uma escola que possui *tablets* disponíveis para uso. O objetivo da aula será apresentar algumas ferramentas do método de Singapura a fim de aumentar a familiaridade dos alunos com a manipulação dos números e mostrar como certos problemas podem ser resolvidos de diferentes maneiras. Será uma aula extra, sem a necessidade de seguir o conteúdo programado.

Para alcançar esse objetivo, todas as seis atividades serão realizadas, inicialmente com a sala inteira acompanhando as instruções do professor simultaneamente, e após cada atividade ser realizada uma vez, os alunos estarão livres para resolverem as atividades que quiserem. A aplicação terá duração de duas aulas de 45 minutos e será realizada em sala de aula que os alunos costumam frequentar. Os alunos serão divididos em grupos com três integrantes e cada grupo terá um *tablet*.

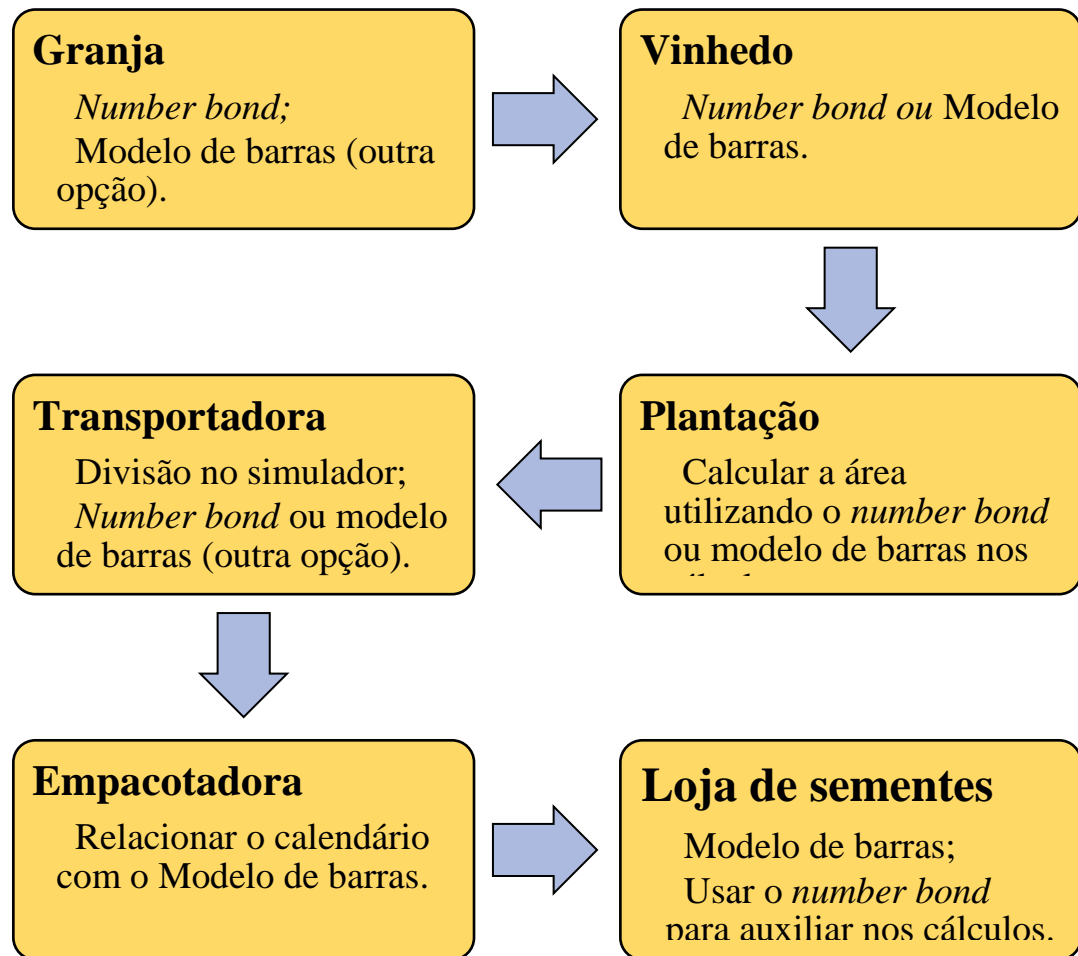
Quanto à avaliação, além de passar em cada grupo para orientar e observar o progresso, o professor irá pedir um relatório escrito contendo o nome dos estudantes, a pontuação em cada atividade e um pequeno parágrafo explicando as maiores dificuldades encontradas por cada jogador na hora de resolvê-las.

Se o professor tiver acesso a um computador com projetor em sala, ele pode projetar o jogo no quadro para que os alunos possam seguir os seus passos. Caso não tenha, é melhor haver pelo menos um *tablet* para o professor usar, assim será mais fácil de fazer todos os alunos acompanharem o professor, sem que ele fique perdido na explicação. Para esse exemplo, vamos supor que o professor possa projetar o jogo para os alunos visualizarem melhor aonde ir.

A primeira rodada de atividades que será realizada com os alunos seguirá o seguinte processo: O professor orienta como chegar até a atividade e acessar o problema, em seguida propõe que os alunos discutam sobre como resolver o problema, por fim, a partir dos comentários dos alunos, o professor apresenta como resolver o problema utilizando algumas ferramentas do método de Singapura. É importante que o professor não desconsidere as sugestões dos alunos e busque relacioná-las com a ferramenta apresentada para resolver o problema. Além disso, não é ideal que o professor impeça os alunos de resolverem o problema do seu jeito, mesmo que eles estejam errados, pois assim eles poderão aprender com o erro.

A Figura 36 apresenta a ordem sugerida para acessar cada atividade e as ferramentas do método de Singapura para solucionar cada problema. Em algumas atividades é possível usar mais de uma ferramenta, então o professor pode escolher qual achar melhor.

Figura 36 - Ordem sugerida para acessar as atividades



Fonte: O autor (2023).

Após passar por todos os cenários com os alunos, o professor pode deixá-los refazendo as atividades que preferirem, incentivando-os a utilizar diferentes métodos para resolver os problemas e ajudando-os com suas dúvidas, sempre buscando fazê-los refletir sobre seus resultados e evitando dar a resposta final. Faltando cerca de 10 minutos para acabar a aula, o professor pode começar a recolher os tablets, enquanto inicia uma conversa entre a sala, para que os grupos possam compartilhar suas experiências. O relatório pode ser recolhido na mesma aula, ou em uma aula subsequente, conforme o professor desejar.

O tempo dedicado a cada etapa da aplicação fica a critério do professor, com base no desenvolvimento dos alunos. O jogo leva, em média, 10 minutos para ter todos os problemas resolvidos por quem domina um pouco a matemática. Assim sendo, para passar por todos os cenários, iniciar uma discussão sobre o problema e apresentar algumas soluções possíveis a alunos do 6º ano, cerca de 30 a 40 minutos devem ser o suficiente, dependendo da colaboração da turma. Então, com 90 minutos disponíveis de aula, espera-se que os alunos possam jogar

sozinho por pelo menos 30 minutos, considerando um tempo para organizar os alunos no início da aula e recolher os *tablets* no final.

Finaliza-se aqui a proposta, destacando-se que um de seus pontos fundamentais é apresentar o *Number bond* e o modelo de barras como ferramentas que possam ser utilizadas pelos alunos para resolver os problemas. Outro detalhe essencial é propor que os alunos busquem resolver os problemas de diferentes formas, refletindo sobre a situação e seus resultados. O papel do professor se torna facilitar esse processo de reflexão, mas devendo evitar dar respostas prontas aos alunos.

4. Considerações finais

Os jogos digitais, quando utilizados adequadamente nas aulas, podem ser grandes aliados no ensino e aprendizagem da matemática. Eles oferecem uma abordagem lúdica e envolvente para conceitos matemáticos e o uso de dispositivos digitais, como computadores e *tablets*, podem passar uma visão de sala de aula mais modernizada e atual para a época que os alunos estão. Além disso, os jogos digitais são um excelente meio de abordar a resolução de problemas com os alunos.

A resolução de problemas nas aulas de matemática pode contribuir positivamente ao processo de ensino e aprendizagem da matemática, sendo capaz de potencializar o raciocínio lógico, o pensamento crítico e as habilidades de comunicação, interpretação e tomada de decisão dos alunos. Não é sem motivo que Singapura, um país que, segundo os indicadores internacionais, possui um ensino de matemática eficiente, tem seu currículo de matemática voltado principalmente à resolução de problemas. Por meio de algumas ferramentas como o *number bond* e o modelo de barras, juntamente com teorias como a concreto-pictórico-abstrato (CPA) de Jerome Bruner, o método de Singapura abre um horizonte de possibilidades para resolver diversos tipos de problemas.

O *RPG Maker MV* é uma *engine* de criação de jogos eletrônicos que permite aos usuários desenvolverem seus próprios jogos no estilo *RPG* (Role-Playing Game). Embora não seja diretamente voltado para a educação, professores podem utilizar o *RPG Maker MV* para criar jogos a fim de ensinar matemática de uma forma diferente e divertida. O fato de seus jogos poderem ser jogados em diversos dispositivos contribui ainda mais com sua utilização em escolas.

Assim, surgiu o objetivo geral de desenvolver um jogo digital focado na resolução de problemas com base no método de Singapura. Considera-se que os resultados desse trabalho satisfizeram seus objetivos, com a criação do jogo chamado "Cidade robótica: a queda das máquinas". Apesar do jogo não estar completamente concluído, foi possível utilizar o *RPG Maker MV* para implementar seis problemas que podem ser resolvidos por meio de ferramentas do método de Singapura. Após vários testes, os problemas de programação encontrados foram sendo resolvidos, fazendo com que o jogo funcionasse de maneira consistente, sem apresentar muitos obstáculos adicionais.

Das dificuldades encontradas no desenvolvimento do jogo, destacam-se a complexidade para programar certos aspectos, como a aleatoriedade dos números em cada atividade e o tempo exigido para tornar o jogo visualmente agradável. Sobre as perspectivas para o jogo, será

considerado aumentar o dinamismo das atividades e a liberdade do jogador, de modo que alguns problemas possam ser resolvidos de formas diferentes dentro do próprio jogo e os jogadores possam buscar informações para resolvê-los nos diversos locais presentes no jogo, tais como em uma biblioteca, escola, casas de NPCs, entre outros possíveis cenários. Além disso, deseja-se acrescentar mais cenários, NPCs, objetos e estruturas para o jogador interagir, sem que estejam relacionados com alguma atividade, apenas para aumentar a imersão no jogo.

Sobre pesquisas futuras, a aplicação do jogo e sua análise, quando possível, possibilitará a identificação de erros teóricos em relação ao método de Singapura e problemas com a programação do jogo. Além disso, acredita-se que o RPG Maker MV tem muito mais a contribuir com a educação matemática, então explorar melhor seu uso é algo que pode agregar em pesquisas na área.

5. Referências

- ALLEVATO, N. S. G.; JAHN, A. P.; ONUCHIC, L. de la R.. O computador no ensino e aprendizagem de matemática : reflexões sob a perspectiva da resolução de problemas In: ONUCHI, Lourdes de la rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (org). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria Da Física, 2017. p. 247-279.
- BARROS, V. L. S.. ENSINO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DOS JOGOS DIGITAIS: o ensino de matemática através do uso dos jogos digitais. **Educação Matemática em Pesqorilaçouisa: Perspectivas e Tendências - Volume 1**, [S.L.], p. 528-536, 2021. Editora Científica Digital. <http://dx.doi.org/10.37885/201102095>.
- BRASIL. Ministério da Educação. Base nacional comum curricular. Brasília, DF: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 15 mar. 2023.
- BRASIL, Secretaria da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CORILAÇO, M. M.. **Sobrevivente: Uma proposta de um protótipo de jogo eletrônico como contribuição para o ensino e aprendizagem de matemática**. 2016. 52 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Federal de Rondônia - UNIR, Porto Velho, 2016. Disponível em: <http://www.ri.unir.br/jspui/handle/123456789/1609>. Acesso em 15 maio 2023.
- COSTA, L. P. da.; SILVA, L. R. C. da.. Resolução de problemas: perspectivas metodológicas para o ensino da matemática. In: MAIA, Marília; GUILHERME, Amsranon; CHARAPA, Francione (org.). **O Ensino de Matemática na Educação Contemporânea: o dever entre a teoria e a práxis**. Iguatu, CE: Quipá Editora, 2021. p. 211-226. Disponível em: <https://quipaeditora.com.br/ensino-matematica>. Acesso em: 20 mar. 2023.
- DANTAS, S. C.; MATUCHESKI, S. Resolução de um problema com o uso de diferentes ferramentas do GeoGebra. **Pesquisa e Debate em Educação**, [S. l.], v. 9, n. 1, p. 588–605, 2019. DOI: 10.34019/2237-9444.2019.v9.31131. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/RPDE/article/view/31131>. Acesso em: 3 maio 2023.
- DINIS, R.; TEIXEIRA, R. C.; PACHECO, S.. Os Princípios Orientadores do Método de Singapura e a Aprendizagem da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico. **Jornal das Primeiras Matemáticas**. [S. L.], p. 5-36. dez. 2019.
- HOLETZ, M. S.. **Utilizando a gamificação e a metodologia de ensino de Singapura para trabalhar com as operações matemáticas básicas nos anos iniciais do ensino fundamental**. 2019. 145 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Educação e Novas Tecnologias, Centro Universitário Internacional, Curitiba, 2019. Disponível em: <https://repositorio.uninter.com/handle/1/491>. Acesso em: 11 mar. 2023.
- Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). **Relatório de resultados do Saeb 2019 : volume 1 : 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e séries finais do Ensino Médio** [recurso eletrônico]. Brasília, DF: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2021. 245 p.: il. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/saeb/resultados>. Acesso em 16 mar. 2023.
- LIMA, G. B. da S.. Et al. Acanno: Um Jogo Eletrônico de RPG com acessibilidade em LIBRAS. In: CONCURSO APPS.EDU - PROTÓTIPO - CONGRESSO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO (CBIE), 9. , 2020, Online. **Anais [...]**. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2020 . p. 155-162. Disponível em: <https://doi.org/10.5753/cbie.wcbie.2020.155>. Acesso em: 29 mar. 2023.
- MACEDO, F. J. da C.. **Matemática na educação básica: aprendendo números inteiros de forma lúdica com alunos do 7º ano**. - 2022. 39 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Pós Graduação Latu Sensu em Práticas Pedagógicas) – Instituto Federal do Espírito Santo, Piúma, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/2486>. Acesso em 11 mar 2023.
- MELO, J. R. Desafios e possibilidades da utilização de jogos para o ensino de Matemática na Educação Básica. **Conjecturas**, [S. l.], v. 21, n. 3, p. 59–70, 2021. Disponível em: <http://www.conjecturas.org/index.php/edicoes/article/view/105>. Acesso em: 11 mar. 2023.
- NUNES, D. M.; RAMOS, F. M.; CORREA, A. D.; ALTO, A. K. M. M. Detetive x: uma abordagem matemática através de jogos digitais educativos / Detective x: a mathematical approach through educational digital games. **Brazilian Journal of Development**, [S. l.], v. 7, n. 6, p. 53978–53995, 2021. DOI: 10.34117/bjdv7n6-004.

Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/30608>. Acesso em: 2 maio. 2023.

OECD (2010), PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I) <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>

OECD (2014), PISA 2012 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Mathematics, Reading and Science (Volume I, Revised edition, February 2014), PISA, OECD Publishing. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264201118-en>

OECD (2016), PISA 2015 Results (Volume I): Excellence and Equity in Education, PISA, OECD Publishing, Paris. <http://dx.doi.org/10.1787/9789264266490-en>

OECD (2019), PISA 2018 Results (Volume I): What Students Know and Can Do, PISA, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/5f07c754-en>.

PROENÇA, M. C. de. Et Al. (2020). Resolução de problemas de matemática: análise das dificuldades de alunos do 9.º ano do ensino fundamental. Amazônia: **Revista de educação em ciências e matemáticas**, 16(36), pp. 224-243 . Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/29666/>. Acesso em: 22 mar. 2023.

PIRES, E. M.; SILVEIRA, E.. Obstáculos e Resistências no Uso de Tendências Metodológicas na Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.L.], v. 36, n. 72, p. 471-494, abr. 2022. FapUNIFESP (SciELO). Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n72a21>. Acesso em: 10 mar. 2023.

RICHIT, L. A.; RICHIT, A.. O Modelo de Barras de Singapura na Resolução de Problemas Aritméticos e Algébricos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, [S.L.], v. 36, n. 73, p. 697-724, ago. 2022. FapUNIFESP (SciELO). <http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v36n73a05>.

ROSTIROLA, S. C. M.. **Jogos Cooperativos Como Instrumento De Ensino-Aprendizagem-Avaliação De Análise Combinatória No Ciclo De Alfabetização**. 2018. 160 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências, Matemática e Tecnologias, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2018.

SANCHES, R. M. L.; BATISTA, S. C. F.; MARCELINO, V. de S.. JOGOS EDUCACIONAIS PARA DISPOSITIVOS MÓVEIS: SELEÇÃO E AVALIAÇÃO POR ALUNOS DA EDUCAÇÃO BÁSICA. **Anais do CIET:EnPED:2020 - (Congresso Internacional de Educação e Tecnologias | Encontro de Pesquisadores em Educação a Distância)**, São Carlos, ago. 2020. ISSN 2316-8722. Disponível em: <https://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2020/article/view/1713>. Acesso em: 02 maio. 2023.

SANTOS, C. dos.; SANTOS, D. P. dos.; LIMA, M. A. de. A Importância da Atividade Lúdica na Educação Matemática. **Revista Psicologia & Saberes**, [S. l.], v. 9, n. 14, p. 79–87, 2020. Disponível em: <https://revistas.cesmac.edu.br/psicologia/article/view/1152>. Acesso em: 17 maio. 2023.

SANTOS, J. C. M. dos. **Conceituação, manipulação e aplicação de frações pelo método Singapura**. 2019. 146 f. Tese (Doutorado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2019.

SANTOS, J. M. F. dos; SILVA, B. A.. As relações métricas no triângulo retângulo: o uso do lúdico e material concreto como recurso didático na aprendizagem do alunado. In: MAIA, Marília; GUILHERME, Amsranon; CHARAPA, Francione (org.). **O Ensino de Matemática na Educação Contemporânea: o devir entre a teoria e a práxis**. Iguatu, CE: Quipá Editora, 2021. p. 42-51. Disponível em: <https://quipaeditora.com.br/ensino-matematica>. Acesso em: 20 mar. 2023.

SOUSA, R. F. de C.. **O software RPG Maker e a construção do jogo Apolo: Uma experiência com professores de Matemática**. 2018. 108 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2018.

SPROVIERI, L. H.. **Utilização do modelo pictórico da Matemática de Singapura em resoluções de problemas para os 5º e 6º anos do ensino fundamental, dentro da proposta curricular do estado de São Paulo**. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ufscar.br/handle/ufscar/15703>. Acesso em: 5 mar. 2023.

TEIXEIRA, R. E. C.. Ensino da Matemática: A abordagem de Singapura para o ensino-aprendizagem da Matemática. **Atlântico Expresso**, p. 17, 2 jan. 2017. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.3/3976>. Acesso em: 14 mar 2023.

TEIXEIRA, R. C.. Ensino da Matemática: O Método de Singapura. **Atlântico Expresso**, Ponta Delgada, p. 17, 19 out. 2015a. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.3/3489>. Acesso em: 11 mar. 2023.

TEIXEIRA, R. E. C.. Ensino da Matemática: Os Number Bonds de Singapura. **Atlântico Expresso**, p. 9, 2 nov. 2015b. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10400.3/3976>. Acesso em: 14 mar 2023.