

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM CIÊNCIA E ENGENHARIA DE MATERIAIS
– PPGCEM

JANICE LONGO

PROPRIEDADES EFETIVAS DE LAMINADOS HÍBRIDOS COM CAMADAS
PIEZELÉTRICAS E ESTRUTURAIS MULTIORIENTADAS VIA SIMULAÇÃO
COMPUTACIONAL

JOINVILLE

2023

JANICE LONGO

**PROPRIEDADES EFETIVAS DE LAMINADOS HÍBRIDOS COM CAMADAS
PIEZELÉTRICAS E ESTRUTURAIS MULTIORIENTADAS VIA SIMULAÇÃO
COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência e Engenharia de Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo De Medeiros

JOINVILLE

2023

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Universitária Udesc,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Longo, Janice

Propriedades efetivas de laminados híbridos com camadas piezelétricas e estruturais multiorientadas via simulação computacional / Janice Longo. -- 2023.

94 p.

Orientador: Ricardo de Medeiros

Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação , Joinville, 2023.

1. Compósitos piezelétricos. 2. Coeficientes efetivos. 3. Volume elementar representativo. 4. Homogeneização. 5. Simulação numérica. I. Medeiros, Ricardo de. II. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação . III. Título.

JANICE LONGO

**PROPRIEDADES EFETIVAS DE LAMINADOS HÍBRIDOS COM CAMADAS
PIEZELÉTRICAS E ESTRUTURAIS MULTIORIENTADAS VIA SIMULAÇÃO
COMPUTACIONAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Ciência e Engenharia de Materiais.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo De Medeiros

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Ricardo de Medeiros (presidente/orientador)
Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Membros:

Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso
Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Prof. Dr. Reinaldo Rodríguez Ramos
Faculty of Mathematics and Computing Sciences, University of Havana - UH

Joinville, 07 de julho de 2023

À minha mãe (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) por proporcionar um ambiente acadêmico propício à pesquisa e ao estudo, disponibilizar os recursos necessários, como bibliotecas, laboratórios e computadores, que foram fundamentais para o desenvolvimento desta dissertação.

Agradeço ao meu orientador, professor Ricardo de Medeiros, pela generosidade ao compartilhar seu tempo e experiência e pela sua paciência e disponibilidade em responder minhas dúvidas e questionamentos. Suas orientações regulares, reuniões e discussões foram cruciais para o avanço deste projeto.

Ao professor Humberto Brito Santana pela sua colaboração para a obtenção de resultados analíticos, bem como pela sua disponibilidade para reuniões e discussões acerca do trabalho.

Ao colega Matheus Rodrigues Silva por sua valiosa colaboração no processo de implementação dos códigos. Sua experiência e disposição em ajudar foram essenciais para que eu pudesse superar os desafios encontrados.

Expresso também minha gratidão a todos os demais professores e membros do corpo docente da UDESC, que contribuíram com seus conhecimentos e enriqueceram minha formação acadêmica.

A todos os funcionários do Programa de Pós Graduação em Ciências e Engenharia de Materiais (PGCEM), em especial à Luiza, cuja dedicação e eficiência foram essenciais para garantir uma experiência acadêmica tranquila e produtiva.

Aos colegas de turma e demais estudantes da UDESC, com os quais compartilhei conhecimentos, ideias e experiências ao longo do Mestrado.

À Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação de Santa Catarina (FAPESC) pela bolsa concedida e pelo suporte financeiro (FAPESC - 2017TR1747, 2019TR779, 2021TR843, e 2023TR563). A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES 001).

À minha família, meu pai, que compreendeu minha ausência enquanto eu me dedicava a mais essa etapa da minha vida acadêmica.

Ao Edgard, pelo amor, encorajamento, por sempre me contagiar com sua paixão pela ciência, por sua parceria em todos os dias e noites de estudos e pelo seu apoio e dedicação nos momentos mais difíceis que enfrentei durante toda a minha jornada.

“Science is organized knowledge.
Wisdom is organized life.”
(Immanuel Kant)

RESUMO

Dado o crescente interesse tecnológico nas aplicações de estruturas compósitas inteligentes, faz-se necessário expandir os esforços de pesquisas e o desenvolvimento de metodologias que possam prever com precisão o comportamento e as propriedades desses materiais. Este trabalho propôs a utilização de uma metodologia computacional que visa ampliar a compreensão de compósitos ativos híbridos (com camadas estruturais e camada piezoelétrica) multiorientados, por meio da determinação de seus coeficientes efetivos através de simulação computacional. A metodologia utiliza o método de elementos finitos, conceitos de volume elementar representativo (VER) e homogeneização, juntamente com condições de contorno periódicas implementadas por equações de restrição nó-a-nó. Três laminados compósitos consistindo de camadas estruturais e piezoelétricas foram considerados neste estudo. Os laminados possuem empilhamentos [0/interface/90/piezo], [0/interface/45/piezo] e [45/interface/-45/piezo], apresentam um único plano de simetria e, portanto, exibem equações constitutivas monoclônicas. Além disso, o campo elétrico é aplicado na direção das fibras piezoelétricas (efeito 33). Observou-se que os coeficientes efetivos obtidos através da simulação computacional apresentam concordância com aqueles calculados analiticamente para a interface com contato perfeito, o que indica que a metodologia é adequada para determinar as propriedades efetivas destes materiais. O aumento da espessura da interface com contato perfeito resultou em diminuição nos valores de quase todos os coeficientes efetivos mecânicos. No entanto, teve influência mínima nos coeficientes de acoplamento piezoelétrico e dielétrico. Verificou-se que a degradação das propriedades da interface tem um impacto significativo nos coeficientes efetivos determinados pelas condições de contorno de deslocamento normal na direção x e de cisalhamento nos planos xy e xz , sendo que essa influência faz com que tais coeficientes se aproximem de zero. O posicionamento da camada piezoelétrica entre as camadas estruturais resultou em diminuição de aproximadamente 27% nos coeficientes e_{13}^{eff} e e_{32}^{eff} e de quase 100% em ϵ_{33}^{eff} . Desta forma, pôde-se verificar as potencialidades e limitações da metodologia em aplicações estruturais.

Palavras-chave: Compósitos Piezoelétricos. Coeficientes Efetivos. Volume Elementar Representativo. Homogeneização. Simulação Numérica.

ABSTRACT

Given the increasing technological interest in the applications of intelligent composite structures, it is necessary to expand research efforts and develop methodologies that can accurately predict the behavior and properties of these materials. This work proposed the use of a computational methodology that aims to expand the comprehension of these materials by determining their effective coefficients via numerical simulation. The methodology utilizes the finite element method, concepts of representative volume element and homogenization along with periodic boundary conditions implemented by node-to-node constraint equations. Three composite laminates consisting of structural and piezoelectric layers are considered in this study. The laminates have [0/interface/90/piezo], [0/interface/45/piezo], and [45/interface/−45/piezo] stackings, and possess a single plane of symmetry and thus, they exhibit monoclinic constitutive equations. Furthermore, the electric field is applied in the direction of the piezoelectric fibers. It was observed that the effective coefficients obtained through numerical simulation show good agreement with those calculated analytically for the interface with perfect contact, which indicates that the methodology is suitable to determine the effective properties of these materials. Increasing the thickness of the interface with perfect contact resulted in a decrease in the values of nearly all mechanical effective coefficients. It had minimal influence on the piezoelectric coupling and dielectric ones, however. It was verified that the degradation of interface properties has significant impact on the effective coefficients determined under tensile loading along the x direction and shear loading along the xy and xz directions. This influence causes such coefficients to approach zero. Positioning the piezoelectric layer between the structural layers resulted in a decrease of approximately 27% in the coefficients e_{13}^{eff} and e_{32}^{eff} , and nearly 100% in the coefficient $\epsilon_{33}^{\text{eff}}$.

Keywords: Piezoelectric Composites. Effective Coefficients. Representative Volume Element. Homogenization. Numerical Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Classificação dos materiais compósitos.	26
Figura 2 – Representação esquemática de uma lâmina unidirecional.	26
Figura 3 – Representação esquemática das partes de um compósito laminado.	27
Figura 4 – Deformação de um elemento cúbico de um material monoclinico.	29
Figura 5 – Representação esquemática do efeito piez elétrico direto.	32
Figura 6 – Representação esquemática do efeito piez elétrico inverso.	32
Figura 7 – Relações entre os parâmetros da rede cristalina e figuras mostrando as geometrias das células unitárias para os sete sistemas cristalinos e as redes de Bravais.	34
Figura 8 – Modelo de uma molécula simples: (a) molécula não perturbada; (b) sujeita a uma força externa F e (c) efeito da polarização na superfície do material. . .	35
Figura 9 – Representação da estrutura da cristalina perovskita $CaTiO_3$	36
Figura 10 – Representação da estrutura cristalina do PZT (a) abaixo e (b) acima da Temperatura de Curie.	36
Figura 11 – Representação do processo de polarização por meio de um campo elétrico: (a) antes da polarização, (b) durante a polarização e (c) após a polarização. .	38
Figura 12 – Exemplos de quatro orientações possíveis dos vetores de tensão mecânica e de polarização piez elétrica que ilustram o efeito piez elétrico longitudinal (L) e transversal (T) com a polarização (a) paralela à tensão normal, (b) transversal à tensão normal, (c) transversal às tensões de cisalhamento e (c) longitudinal às tensões de cisalhamento.	42
Figura 13 – Desenho esquemático de um PFC.	44
Figura 14 – AFC com eletrodos interdigitados.	44
Figura 15 – Representação esquemática de um MFC.	45
Figura 16 – Desenho esquemático de um transdutor atuando nos modos (a) d_{33} e (b) d_{31}	46
Figura 17 – Método de investigação empregado no trabalho.	49
Figura 18 – Conceito de Volume Elementar Representativo (VER) de um compósito. . .	50
Figura 19 – Representação das faces de um VER genérico para a aplicação das condições de contorno.	53
Figura 20 – Conjunto de condições de contorno: (a) deslocamento, (b) tensão e (c) deslocamento-tensão (mista).	53
Figura 21 – Representação de (a) célula unitária e (b) modo de deformação do meio periódico contínuo formado por células unitárias.	55
Figura 22 – Condições de contorno periódicas para um par de nós pertencentes à superfície A^+ e A^-	56
Figura 23 – Categoria para os conjuntos de nós nas superfícies do VER.	58

Figura 24 – (a) VER não deformado, VER deformado sob (b) carregamento normal em x , (c) carregamento normal em y , (d) carregamento normal em z , (e) cisalhamento no plano xy , (f) cisalhamento no plano xz e (g) cisalhamento no plano yz	60
Figura 25 – (a) Laminado com camadas estruturais em diferentes orientações e camada piezolétrica; (b) vista frontal da estrutura periódica do material compósito inteligente.	67
Figura 26 – Volume elementar representativo do compósito piezolétrico.	68
Figura 27 – Estudo do refinamento de malha para o coeficiente efetivo c_{66}^{eff} do compósito piezolétrico homogeneizado.	68
Figura 28 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{11}^{eff} e (b) c_{12}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	73
Figura 29 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{13}^{eff} e (b) c_{14}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	74
Figura 30 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{22}^{eff} e (b) c_{23}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	74
Figura 31 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{24}^{eff} e (b) c_{33}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	74
Figura 32 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{34}^{eff} e (b) c_{66}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	75
Figura 33 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{54}^{eff} e (b) c_{55}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	75
Figura 34 – Comportamento dos coeficientes efetivos c_{44}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.	75
Figura 35 – Volume elementar representativo do compósito piezolétrico (a) original e (b) com a interface modificada.	76
Figura 36 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{11}^{eff} , (b) c_{12}^{eff} , (c) c_{13}^{eff} e (d) c_{14}^{eff} , como função do grau de delaminação (θ), obtidos numericamente.	77
Figura 37 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{66}^{eff} e (b) c_{54}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtidos numericamente.	78
Figura 38 – Comportamento do coeficiente efetivo c_{55}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.	78
Figura 39 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{22}^{eff} e (b) c_{23}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.	79
Figura 40 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{24}^{eff} e (b) c_{33}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.	79
Figura 41 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{34}^{eff} e (b) c_{44}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.	80

Figura 42 – Volume elementar representativo do compósito piezelétrico (a) original e (b) com a camada piezelétrica modificada. 80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Notação matricial	28
Tabela 2 – Lista de materiais piezelétricos e suas simetrias de cristais.	35
Tabela 3 – Quatro possibilidades de efeito piezelétrico: longitudinal (L), transversal (T), para as componentes de tensão normal (T_1 a T_3) e de cisalhamento (T_4 a T_6).	41
Tabela 4 – Deslocamentos (u) e tensões (t) prescritos em cada face do VER, para carregamentos normal na direção x e de cisalhamento no plano xy para as condições de contorno cinemáticas de deslocamento uniforme, estáticas de tensão uniforme e mistas.	54
Tabela 5 – Equações de restrição para nós do interior das faces.	58
Tabela 6 – Equações de restrição para nós contidos nas arestas.	59
Tabela 7 – Equações de restrição para nós contidos nos vértices A, B, C e D.	59
Tabela 8 – Equações de restrição para nós contidos nos vértices A', B', C' e D'.	59
Tabela 9 – Deslocamentos impostos aos pontos de referência Rp-1, Rp-2 e Rp-3 para cada condição de contorno.	60
Tabela 10 – Propriedades mecânicas, piezelétricas e dielétricas da camada piezelétrica.	67
Tabela 11 – Propriedades mecânicas e dielétricas da camada estrutural e interface.	67
Tabela 12 – Propriedades mecânicas das camadas estruturais.	68
Tabela 13 – Coeficientes efetivos mecânicos do laminado [0/interface/90/piezo] calculados pelos métodos dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.	69
Tabela 14 – Coeficientes efetivos mecânicos do laminado [0/interface/45/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e homogeneização assintótica.	70
Tabela 15 – Coeficientes efetivos mecânicos do laminado [45/interface/-45/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.	70
Tabela 16 – Coeficientes efetivos de acoplamento piezelétrico e dielétricos do laminado [0/interface/90/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.	71
Tabela 17 – Coeficientes efetivos de acoplamento piezelétrico e dielétricos do laminado [0/interface/45/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.	71
Tabela 18 – Coeficientes efetivos de acoplamento piezelétrico e dielétricos do laminado [45/interface/-45/piezo] calculados pelos métodos dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.	71
Tabela 19 – Coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [0/interface/piezo/90] (camada piezelétrica modificada) e [0/Interface/90/piezo] (original) calculados numericamente.	81

Tabela 20 – Coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [0/interface/piezo/90] (camada piezométrica modificada) e [0/Interface/90/piezo] (original) calculados numericamente.	82
Tabela 21 – Coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [45/interface/piezo/-45] (camada piezométrica modificada) e [45/Interface/-45/piezo] (original) calculados numericamente.	82
Tabela 22 – Coeficientes efetivos piezométricos e dielétrico dos laminados [0/interface/piezo/90] (camada piezométrica modificada) e [0/Interface/90/piezo] (original) calculados numericamente.	83
Tabela 23 – Coeficientes efetivos piezométricos e dielétrico dos laminados [0/interface/piezo/45] (camada piezométrica modificada) e [0/Interface/45/piezo] (original) calculados numericamente.	83
Tabela 24 – Coeficientes efetivos piezométricos e dielétrico dos laminados [45/interface/piezo/-45] (camada piezométrica modificada) e [45/Interface/-45/piezo] (original) calculados numericamente.	83

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AFC	Active Fiber Composite
AHM	Asymptotic Homogenization Method
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CCP	Condição de Contorno Periódica
CCT	Centro de Ciências Tecnológicas
FAPESC	Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação de Santa Catarina
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFC	Micro Fiber Composite
MHA	Método de Homogeneização Assintótica
NASA	National Aeronautics and Space Administration
PFC	Piezoelectric Fiber Composite
PGCEM	Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais
RP	Reference Point
UDESC	Universidade do Estado de Santa Catarina
VER	Volume Elementar Representativo

LISTA DE SÍMBOLOS

eff	Sobrescrito indicando coeficiente efetivo
σ	Tensão normal
Ti	Titânio
S_i	Tensor de deformação
s_{ij}	Tensor de constantes elásticas
T_{ij}	Tensor de tensões
ξ	Susceptibilidade elétrica
ϵ_0	Constante de permissividade elétrica do vácuo
D_i	Tensor de deslocamento elétrico
E_j	Tensor de campo elétrico
P_i	Polarização
ϵ_{ij}	Coefficiente dielétrico do material
U	Energia
H	Entalpia
c_{ijkl}	Constante elástica de rigidez
e_{ijkl}	Constante piezoeétrica
T	Sobrescrito indicando transposição de matriz
L	Longitudinal
T	Transversal
V_y	Volume do VER
μ	Sobrescrito indicando variável da microescala
\bar{T}_{ij}	Tensor médio de tensão
\bar{S}_{ij}	Tensor médio de deformação
\bar{D}_{ij}	Tensor médio de deslocamento elétrico
\bar{E}_{ij}	Tensor médio de campo elétrico
$\langle \cdot \rangle$	Operador de média volumétrica
nel	Número de elementos contido no VER
np	Número de pontos de Gauss do elemento
u	Deslocamento
∂W	Fronteira do VER

v_i Deslocamento flutuante

ϕ_i Potencial elétrico

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	OBJETIVOS	22
1.2	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	23
2	TEORIA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1	MATERIAIS COMPÓSITOS	25
2.1.1	Relações Constitutivas	27
2.2	PIEZELETRICIDADE	30
2.2.1	História	30
2.2.2	O efeito piezelétrico	31
2.2.3	Simetria cristalográfica na piezeletricidade	33
2.2.4	Direção de polarização	37
2.2.5	Equações: relações constitutivas de materiais piezelétricos	37
2.2.6	Coefficientes piezelétricos	41
2.3	PIEZOCOMPÓSITOS	42
2.3.1	Transdutores piezelétricos	42
<i>2.3.1.1</i>	<i>Modos de atuação</i>	<i>45</i>
2.4	ESTADO DA ARTE EM COMPÓSITOS PIEZELÉTRICOS	46
3	METODOLOGIA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	48
3.1	METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO	48
3.2	VOLUME ELEMENTAR REPRESENTATIVO	49
3.3	HOMOGENEIZAÇÃO	50
3.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO	52
3.4.1	Implementação das CCPs por equações de restrição nó-a-nó	56
3.5	APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA A OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES EFETIVOS	61
3.5.1	Primeira análise	61
3.5.2	Segunda análise	62
3.5.3	Terceira análise	63
3.5.4	Quarta análise	64
3.5.5	Quinta análise	64
3.5.6	Sexta análise	65
3.5.7	Sétima análise	65
3.6	ESTUDO DE CASO	66
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	69

4.1	INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA INTERFACE NOS COEFICIENTES EFETIVOS	73
4.2	INFLUÊNCIA DA DEGRADAÇÃO DA INTERFACE NOS COEFICIENTES EFETIVOS	77
4.3	INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DA CAMADA PIEZELÉTRICA NOS COEFICIENTES EFETIVOS	80
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	84
	REFERÊNCIAS	86

1 INTRODUÇÃO

A tecnologia de materiais tem profundo impacto na evolução da civilização humana, que está diretamente ligada à manipulação do ambiente. Cada era (Idade da Pedra, do Bronze e do Ferro) trazia a busca contínua por materiais e produtos melhores, busca essa que continua em evidência nos dias atuais (CHOPRA; SIROHI, 2013). A necessidade de materiais com melhor performance e o avanço da tecnologia possibilitaram o desenvolvimento de materiais e estruturas inteligentes que monitoram e respondem às variações mecânicas e ambientais.

Neste contexto, materiais inteligentes têm propriedades que podem ser alteradas pela temperatura, umidade, campos elétricos ou magnéticos, pH e tensão mecânica. Eles podem mudar de forma e cor, ou produzir tensão como resultado de estímulos externos, ou seja, apresentam acoplamentos entre diferentes campos físicos e, portanto, têm características adaptativas que podem ser empregadas para adequar-se às mudanças ambientais (SCHWARTZ, 2008; SERGIO, 1994).

O campo de materiais e estruturas inteligentes é interdisciplinar entre ciência e tecnologia, e combina conhecimentos de física, matemática, química, ciência da computação, engenharia de materiais, engenharia elétrica e engenharia mecânica. Implementa a criatividade humana e ideias inovadoras para servir a sociedade com tarefas como projetar um carro mais seguro, um avião mais confortável, um cano de água de auto-reparo, etc. e pode ajudar a controlar melhor o meio ambiente para aumentar a eficiência energética dos dispositivos (CAO; CUDNEY; WASER, 1999).

Existem diferentes tipos de materiais inteligentes. Alguns exemplos incluem ligas e polímeros com memória de forma, fluidos eletro-reológicos e cerâmicos e polímeros piezoelétricos que alteram as suas dimensões em resposta a campos elétricos ou geram uma corrente elétrica em resposta a uma tensão mecânica aplicada. Os materiais piezoelétricos têm grande destaque devido à sua capacidade de converter energia mecânica em energia elétrica e vice-versa, através dos efeitos piezoelétricos direto e inverso e são amplamente utilizados na construção de estruturas inteligentes que são, por sua vez, sistemas que contêm peças multifuncionais que podem realizar detecção, controle e atuação (CAO; CUDNEY; WASER, 1999).

O efeito piezoelétrico foi descoberto pelos irmãos franceses Jacques e Pierre Curie em 1880, que notaram que cristais de turmalina, de quartzo e de topázio apresentavam cargas elétricas em suas superfícies quando submetidos a tensões mecânicas. Desde então, a piezoelectricidade tornou-se um motor de inovação que abriu mercado em todo o mundo com faturamento de bilhões de dólares (HEYWANG; LUBITZ; WERSING, 2008). O mercado de materiais piezoelétricos abrange uma gama muito ampla de aplicações. Tais materiais têm sido utilizados nas mais diversas áreas, como por exemplo, instrumentação médica, robótica, aeroespacial, construção civil, instrumentação industrial, fabricação de semicondutores, controle de vibrações (GAUTSCHI, 2006; SETTER, 2002) e são especialmente relevantes nas áreas de informação e comunicação, automação industrial, diagnóstico médico, automação e tráfego e nas indústrias

de defesa (HEYWANG; LUBITZ; WERSING, 2008). Uma gama de produtos e equipamentos comerciais como impressoras jato de tinta, ignitores, motores lineares de câmeras fotográficas, etc, utilizam materiais piezelétricos (GAUTSCHI, 2006; SETTER, 2002).

Outra área de aplicação de interesse do mundo todo é a da geração de energia por meio de piezelétricos. Esses materiais têm a capacidade de coletar a energia mecânica do ambiente e convertê-la em energia elétrica que pode ser usada para alimentar equipamentos, podendo ser manufaturados em nano e microescala e assim integrados a sistemas microeletrônicos. Muitos estudos têm sido desenvolvidos nessa área, mostrando que a energia pode ser capturada de diversas fontes, como o movimento dos oceanos, do corpo humano, da vibração de pontes, trilhos de trem, de várias partes de veículos em movimento, dentre outras (SEZER; KOÇ, 2021).

A piezoeletricidade é encontrada naturalmente em muitos materiais monocristalinos. No entanto, esses materiais não são apropriados para a aplicação em atuadores e, vez em disso, materiais cerâmicos policristalinos como titanato zirconato (PZT) podem ser produzidos e exibem forte acoplamento entre os domínios mecânico e elétrico (MOHEIMANI; FLEMING, 2006). As cerâmicas piezoelétricas têm sido empregadas há muito tempo e seus componentes estão bem estabelecidos em muitos campos de aplicações em larga escala devido à rápida resposta eletromecânica e tamanho compacto (TICHÝ et al., 2010). Transdutores piezelétricos são largamente utilizados sob o formato de folhas finas que podem ser incorporados em estruturas compósitas (MOHEIMANI; FLEMING, 2006). Piezocompósitos compostos por uma cerâmica piezoelétrica e um polímero são materiais promissores devido às suas excelentes propriedades adaptáveis.

Muitas das tecnologias modernas exigem materiais com combinações não usuais de propriedades inexistentes em materiais convencionais tais como ligas metálicas, cerâmicas, dentre outros. Em especial, para aplicações aeroespaciais, subaquáticas e de transporte procura-se materiais leves, resistentes, rígidos, com resistência à abrasão e ao impacto e que não sejam corroídos com facilidade. Diante disso, compósitos apresentam vantagens como estruturas inteligentes, devido às suas excelentes propriedades. Piezocompósitos têm sido amplamente estudados devido ao seu potencial para aplicação na engenharia. Os materiais piezelétricos presentes nessas estruturas permitem que elas sejam utilizadas para monitoramento em tempo real (PENG et al., 2020), supressão de vibração (WANG et al., 2018) e ruído (FIORE et al., 1999), monitoramento da integridade estrutural (KSICA; HADAS; HLINKA, 2019), etc.

No cenário atual, pesquisas na área de compósitos inteligentes são estratégicas, visto que a inserção desses materiais em equipamentos permite o desenvolvimento de dispositivos mais eficientes, silenciosos e a possibilidade de controle integrado ao sistema. Além disso, a pesquisa nessa área também contribui para a descoberta de novos materiais e tecnologias que possam ser aplicados em diferentes setores da indústria, além de ser importante para o entendimento dos princípios físicos envolvidos na transformação de energia em diferentes materiais. Diante do grande interesse tecnológico nas aplicações diversas de estruturas compósitas inteligentes, são necessários estudos e desenvolvimento de metodologias para a previsão do comportamento e

das propriedades desses materiais. As principais abordagens de investigação incluem pesquisas experimentais, numéricas e analíticas.

A caracterização experimental é fundamental para estudar as propriedades dos materiais compósitos piezelétricos. Nessa abordagem, são realizados testes mecânicos e elétricos em amostras do material, visando medir as propriedades, como as constantes piezoelétricas, a rigidez e a resistência mecânica. Essa abordagem permite validar os modelos teóricos e as simulações computacionais, além de fornecer informações essenciais para o projeto de dispositivos piezoelétricos. Mais recentemente, investigações experimentais incluem trabalhos como os de Shahab e Erturk (2017), Hong et al. (2018), Lezgy-Nazargah, Saeidi-Aminabadi e Yousefzadeh (2019), Zhang et al. (2020) e Farhan et al. (2021).

Vários métodos analíticos baseados em técnicas matemáticas rigorosas podem ser empregados no estudo das propriedades de materiais compósitos. A homogeneização assintótica é uma das técnicas mais comuns utilizada para determinar as propriedades de materiais com microestruturas periódicas, com base na análise de equações diferenciais parciais com coeficientes que oscilam rapidamente. Esse método foi desenvolvido para substituir um meio heterogêneo com uma estrutura periódica por um meio homogêneo efetivo (KALAMKAROV; ANDRIANOV; DANISHEVS'KYY, 2009; YI; PARK; YOUN, 1998). Diversos trabalhos que utilizam abordagens analíticas, por vezes em associação com métodos experimentais ou numéricos, são encontrados na literatura. Neste contexto, pode-se citar os trabalhos de Deraemaeker et al. (2009), Biscani et al. (2011), Prasath e Arockiarajan (2013), Prasath e Arockiarajan (2014), López-Realpozo et al. (2018) e Li et al. (2020).

Métodos numéricos são amplamente utilizados para a determinação de propriedades de materiais compósitos piezelétricos, uma vez que permitem uma abordagem mais precisa e detalhada da microestrutura do material. Dentre os métodos numéricos mais comuns, destaca-se a análise de elementos finitos (MEF), uma poderosa ferramenta matemática utilizada na resolução aproximada de problemas científicos e de engenharia. Essa técnica se baseia na discretização da estrutura em partes distintas chamadas elementos, que são conectados entre si por pontos discretos chamados nós, nos quais são obtidos os deslocamentos. A partir dessa discretização, é possível calcular o comportamento interno de cada elemento, resultando em uma resposta aproximada do comportamento global da estrutura (OKEREKE et al., 2018; FILHO, 2018). Trabalhos conduzidos por Ksica et al. (2020), Emad, Fanni e Mohamed (2020), Lv, Zhong e Wang (2021), Chanda, Kontoni e Sahoo (2023), Silva, Tita e Medeiros (2023), Zhao et al. (2023), Kim e Jiang (2023) empregaram o método dos elementos finitos na investigação de materiais compósitos piezelétricos.

O grupo de pesquisa em Vibração e Estruturas Leves do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade do Estado de Santa Catarina apresenta projetos com foco experimental com ênfase na vibração, análise e fabricação de compósitos e caracterização de material, e também em abordagens numéricas para a determinação de propriedades efetivas, detecção de dano e modelos de falha progressiva. O presente trabalho enquadra-se na área de determina-

ção de propriedades efetivas de materiais compósitos piezelétricos e utiliza alguns conceitos abordados em trabalhos anteriores, tais como: volume elementar representativo (RODRÍGUEZ-RAMOS et al., 2013; TITA et al., 2015), contato perfeito e imperfeito (MEDEIROS et al., 2015; BRITO-SANTANA et al., 2016), diferentes seções transversais (MEDEIROS et al., 2015), análise macromecânica (SANTANA et al., 2017; BRITO-SANTANA et al., 2018), multiescala (BRITO-SANTANA et al., 2019; SILVA; TITA; MEDEIROS, 2023) e, compósitos estruturais com camadas piezelétricas (SILVA et al., 2021). Vale ressaltar que todos os trabalhos mencionados utilizaram a metodologia desenvolvida por Medeiros (2012) e nenhuma pesquisa do grupo abordou ainda problemas empregando o tensor constitutivo monoclinico ou paralelismo aplicado nó-a-nó. Diante deste contexto, ressalta-se a importância deste trabalho na busca de expandir pesquisas já realizadas nesta área, contribuindo para o estudo de materiais compósitos multicamadas estruturais e piezelétricas.

Ao investigar e compreender as características dos materiais tecnológicos, abre-se um vasto campo de possibilidades para sua aplicação em diversas áreas. No contexto específico deste trabalho, destaca-se a importância do estudo de laminados compósitos com camadas piezelétricas, uma vez que esses materiais podem ser integrados a estruturas e desempenhar um papel fundamental como sensores de detecção e monitoramento de danos.

1.1 OBJETIVOS

O presente trabalho visa desenvolver uma metodologia computacional que utiliza os conceitos de volume elementar representativo (VER) e homogeneização, empregando análises numéricas pelo método dos elementos finitos para a determinação dos coeficientes efetivos de uma estrutura inteligente periódica, formada por compósito laminado com camadas estruturais e camadas piezelétricas. Considera-se que essa estrutura apresenta um plano de simetria, sendo assim, um material com relação constitutiva monoclinica e com o campo elétrico atuando somente na direção da fibra piezelétrica, a direção 3. Vale ressaltar que a maioria dos trabalhos da literatura que utilizam esse tipo de metodologia computacional propõem o estudo de estruturas inteligentes com camadas estruturais orientadas a 0° e 90° e, dessa forma, resolvem as relações constitutivas ortotrópicas ou transversalmente isotrópicas. Tais trabalhos implementam condições de contorno periódicas no volume elementar representativo, impondo condições de carregamento que garantem as superfícies do VER planas após a deformação. No entanto, a introdução de camadas estruturais com orientações diferentes de $0/90^\circ$ proposta pelo presente trabalho, resulta em um material monoclinico, com o aparecimento dos coeficientes c_{14}^{eff} , c_{24}^{eff} , c_{34}^{eff} , e_{24}^{eff} , e e_{32}^{eff} na matriz constitutiva, sendo necessário o desenvolvimento de uma metodologia que incorpore/explore os efeitos destes coeficientes na resposta mecânica, piezelétrica e dielétrica. A metodologia desenvolvida utiliza equações de restrição para garantir as condições de contorno periódicas, implementadas nó a nó no VER e, dessa forma, fornece uma melhor previsão dos coeficientes efetivos do material, em comparação com aqueles obtidos pela metodologia que não utiliza as

equações de restrição ponto a ponto.

O trabalho pode ser dividido nos seguintes objetivos específicos:

- Realizar revisão bibliográfica buscando os estudos mais relevantes e recentes na área de previsão do comportamento, caracterização e modelagem de materiais compósitos piezelétricos;
- Desenvolver uma metodologia computacional baseada em um volume elementar representativo (VER) e condições de contorno específicas, a fim de se obter as propriedades mecânicas, elétricas e piezelétricas, mais especificamente, os coeficientes efetivos associados ao tensor constitutivo de materiais compósitos formados por camadas estruturais e ativas;
- Realizar as simulações computacionais no modelo do VER, utilizando o software ABAQUS[®] juntamente com scripts baseados na linguagem *Python*, tanto para as análises quanto para o cálculo das propriedades médias homogeneizadas;
- Avaliar as potencialidades e limitações da metodologia proposta, através de estudos de caso por abordagens diretas, comparando os resultados obtidos numericamente com aqueles calculados por métodos analíticos;
- Investigar a influência da variação de alguns parâmetros, como espessura e posição da interface no laminado e posição da camada piezelétrica;
- Verificar a influência da degradação das propriedades da interface, dano conhecido como delaminação, nos coeficientes efetivos.

1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho consiste em cinco capítulos organizados da seguinte forma:

- Capítulo 1 – Introdução: o primeiro capítulo apresenta a contextualização e importância dos materiais inteligentes, em especial aqueles que apresentam propriedades piezelétricas e, a relevância de se estudar tais materiais por diferentes abordagens, devido às suas amplas aplicações tecnológicas. Em seguida, os objetivos gerais e específicos deste trabalho são delineados.
- Capítulo 2 – Revisão Bibliográfica: este capítulo aborda os conceitos teóricos envolvidos neste estudo, tais como a definição de materiais compósitos, piezeletricidade, compósitos piezelétricos e as equações constitutivas que regem o comportamento desses materiais. Na sequência, é apresentado o estado da arte sobre a caracterização e estudo dos materiais compósitos piezelétricos com a previsão dos coeficientes efetivos.

- Capítulo 3 – Metodologia e Formulação do Problema: inicialmente este capítulo aborda o conceito de volume elementar representativo, bem como a definição e formulação matemática da homogeneização, que são os pilares da metodologia computacional. Posteriormente, o capítulo trata das condições de contorno, mais especificamente condições de contorno periódicas e sua implementação detalhada por meio de equações de restrição implementadas nó a nó nas superfícies do VER. Por fim, são descritas sete diferentes análises com as respectivas condições de contorno utilizadas, que determinam os coeficientes efetivos dos materiais estudados através de suas matrizes constitutivas.
- Capítulo 4 – Resultados e Discussão: o quarto capítulo apresenta os resultados obtidos por cada uma das análises, resultados analíticos e discussões acerca dos coeficientes efetivos apresentados, assim como a validação da metodologia proposta. Além disso, este capítulo traz algumas investigações realizadas, tais como a variação da espessura da interface e modificação de sua posição, a influência do dano por delaminação sobre os coeficientes efetivos e a modificação da posição da camada piezolétrica e seus impactos no comportamento dos materiais investigados.
- Capítulo 5 – Considerações Finais e Perspectivas Futuras: Por fim, o último capítulo descreve as conclusões do trabalho com base na discussão dos resultados apontados no capítulo 4, apresentando também perspectivas para trabalhos futuros.
- Capítulo 6 – Referências Bibliográficas: este capítulo contempla toda a literatura utilizada na elaboração deste trabalho, desde as citadas em partes do texto como as consultadas para obtenção de dados adicionais.

2 TEORIA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 MATERIAIS COMPÓSITOS

Materiais compósitos são caracterizados pela heterogeneidade de elementos, ou seja, por serem fabricados de mais de um elemento ou material ou, por partes diferentes. No entanto, nem todo material que possui dois ou mais materiais distintos pode ser considerado um compósito. Na definição atual que envolve aplicações aeroespaciais, náuticas, automotivas, etc., é necessário que as fases constituintes apresentem nítida diferença nas propriedades físicas e químicas, mostrando uma fase descontínua e uma fase contínua (MARINUCCI, 2011). Portanto, uma definição a ser considerada acerca dos materiais compósitos é a de uma mistura não solúvel de dois ou mais constituintes quimicamente diferentes, que na escala macroscópica apresenta uma interface bem definida separando esses elementos constituintes (JUNIOR; RETHWISCH, 2002; MARINUCCI, 2011).

A fase contínua é chamada de matriz, cuja função é garantir a união do reforço, transmitir as tensões e proteger o reforço do desgaste gerado pelo uso, enquanto a fase descontínua é chamada de reforço, constituída de partículas que são mais resistentes e rígidas e que suportam os carregamentos mecânicos (NETO; PARDINI, 2016). Esses materiais combinam propriedades de suas fases e são projetados para produzir uma nova geração de materiais com características mecânicas melhoradas (JUNIOR; RETHWISCH, 2002).

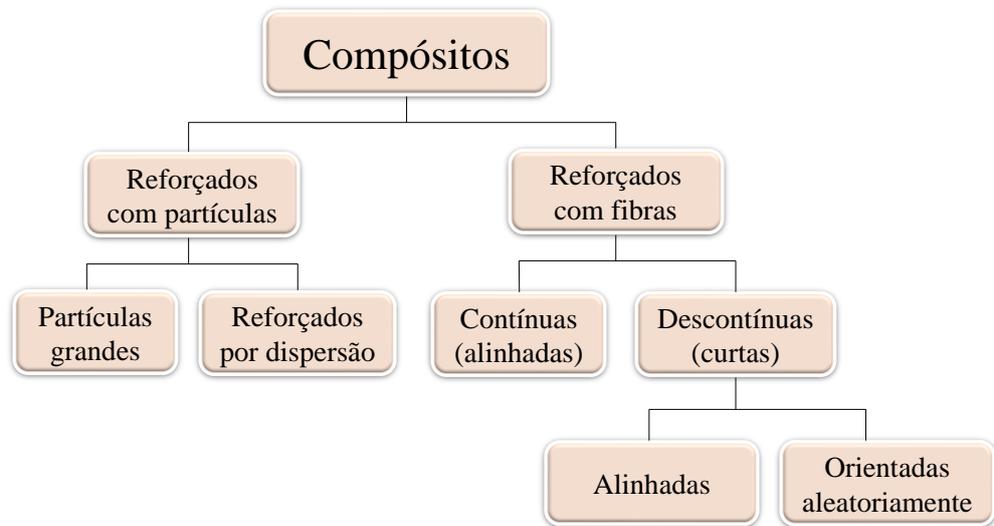
As propriedades dos compósitos estão diretamente associadas às propriedades dos seus elementos constituintes, tais como propriedades da fibra e da matriz, suas frações volumétricas, interface e adesão entre a fibra e a matriz e da geometria da fase dispersa, ou seja, da forma, tamanho, distribuição e orientação dessas partículas (JUNIOR; RETHWISCH, 2002; MARINUCCI, 2011). Se o reforço está sob a forma de partículas com dimensões aproximadamente iguais, por exemplo, o compósito tem comportamento quasi-isotrópico, enquanto materiais com fibras contínuas podem se comportar anisotropicamente, dependendo da orientação das fibras.

A classificação dos compósitos pode ser diferente para diferentes autores, a depender dos aspectos considerados e, fornece informações que são importantes para a sua aplicação. A Figura 1 apresenta um esquema com a classificação de acordo com a geometria e orientação do reforço.

Os compósitos particulados contêm partículas de um ou mais materiais dispersos em uma matriz de outro material. As partículas aumentam a rigidez e modificam as propriedades da matriz para atender necessidades específicas, como melhorar propriedades térmicas e/ou elétricas, aumentar a resistência à abrasão e garantir o desempenho do material a temperaturas elevadas. Os compósitos fibrados apresentam o reforço na forma de fibras. As fibras descontínuas proporcionam resistência em quase todas as direções, porém inferior às fibras contínuas. A representação de uma lâmina com fibras contínuas unidirecionais é ilustrada na Figura 2.

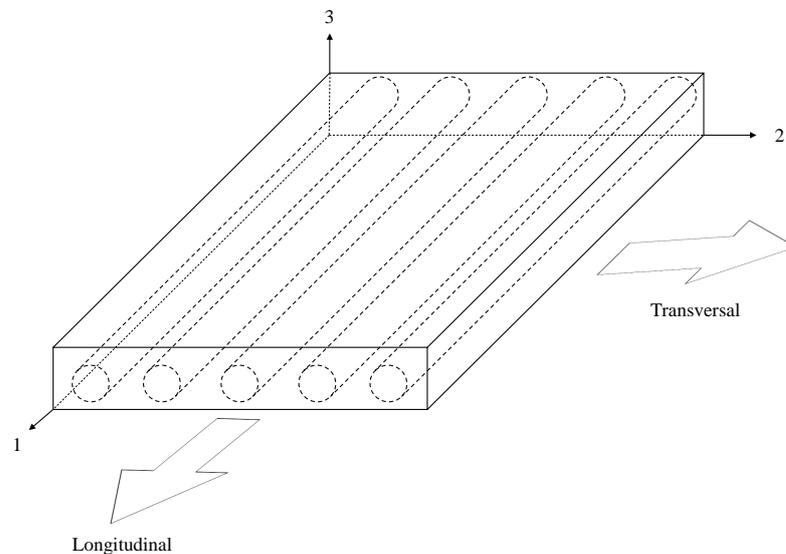
Um compósito laminado é constituído por lâminas, que são camadas de fibras unidirecionais embebidas em uma matriz. As lâminas possuem uma direção preferencial de alta resistência, que são empilhadas e unidas umas às outras, de modo que a orientação da direção

Figura 1 – Classificação dos materiais compósitos.



Fonte: Adaptado de Marinucci (2011).

Figura 2 – Representação esquemática de uma lâmina unidirecional.

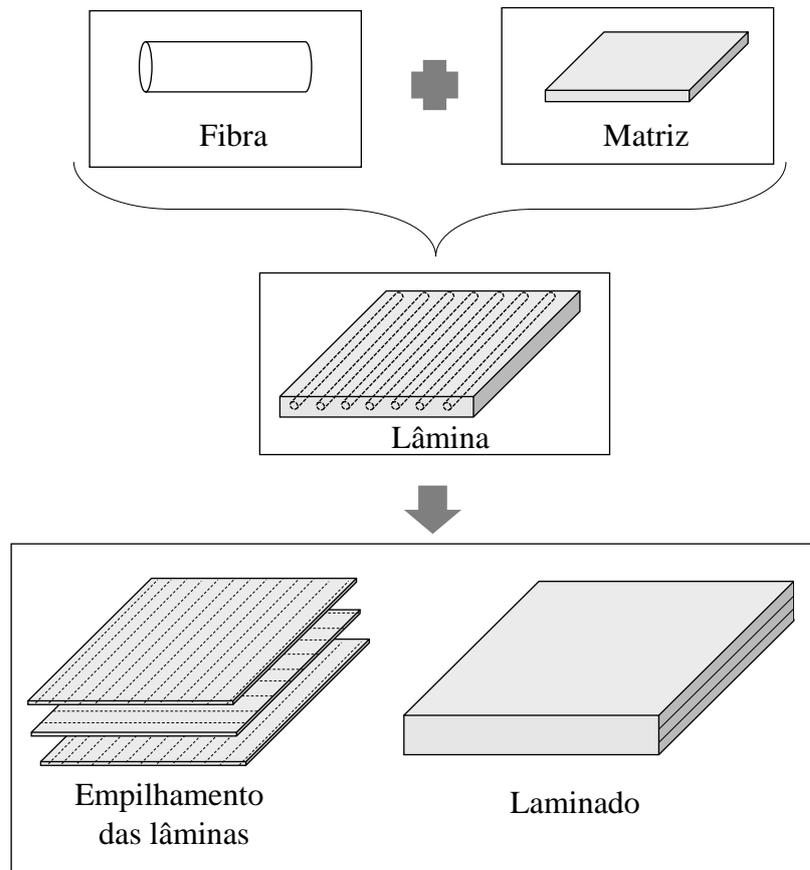


Fonte: Produção do autor.

de alta resistência varie de acordo com cada camada. O empilhamento forma um laminado que possui resistência relativamente alta, quando comparado aos materiais isotrópicos, nas direções do plano bidimensional. A Figura 3 mostra como é formado um compósito laminado.

A tecnologia dos materiais compósitos está em constante evolução e sua utilização está crescendo em importância, quantidade e campos de aplicação. A diversidade de compósitos atualmente disponíveis é extraordinariamente grande e inclui materiais muito especializados para determinadas aplicações. A integração de camadas piezelétricas em materiais compósitos

Figura 3 – Representação esquemática das partes de um compósito laminado.



Fonte: Produção do autor.

tem sido objeto de estudos e pesquisas (QING et al., 2007; TANG et al., 2005; YANG; HUNG; CHEN, 2005), visando sua aplicação no monitoramento da saúde estrutural.

2.1.1 Relações Constitutivas

As equações que caracterizam um dado material e sua resposta a carregamentos mecânicos são chamadas de equações constitutivas. Se as componentes de tensão são funções lineares das componentes de deformação, então a forma mais geral da equação constitutiva linear para deformações infinitesimais é dada pela lei de Hooke generalizada (REDDY, 2003):

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad (1)$$

onde C é um tensor de quarta ordem denominado tensor de rigidez, σ é um tensor de tensão e ε é um tensor de deformação. Existem, em geral, 81 componentes escalares deste tensor de quarta ordem. No entanto, o número de componentes independentes de C é menor devido à simetria de σ , ε e C .

Pode-se expressar a equação (1) utilizando a notação notação de *Voigt-Kelvin*, com apenas um subscrito para os tensores de tensão e deformação e dois subscritos para o tensor de rigidez do

material. Para escrever os tensores elásticos na forma matricial, os índices ij e kl são substituídos por p ou q , onde i, j, k e l tomam os valores 1, 2 e 3 e p e q assumem os valores 1, 2, 3, 4, 5 e 6 de acordo com a Tabela 1.

Tabela 1 – Notação matricial

ij ou kl	p ou q
11	1
22	2
33	3
23 ou 32	4
31 ou 13	5
12 ou 21	6

Fonte: IEE ANSI/IEEE Std 176-1987.

Pela notação de *Voigt-Kelvin*, a equação (1) tem a forma

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j, \quad (2)$$

que em notação matricial por ser escrita por

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

onde a matriz 6×6 $[C]$ é chamada de matriz de rigidez. A matriz de rigidez tem 36 constantes. Um material anisotrópico, com as considerações energia ($ij = ji$), apresenta 21 constantes elásticas independentes, sendo esta a matriz de rigidez definida por:

$$[C]_{\text{anisotrópico}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix}.$$

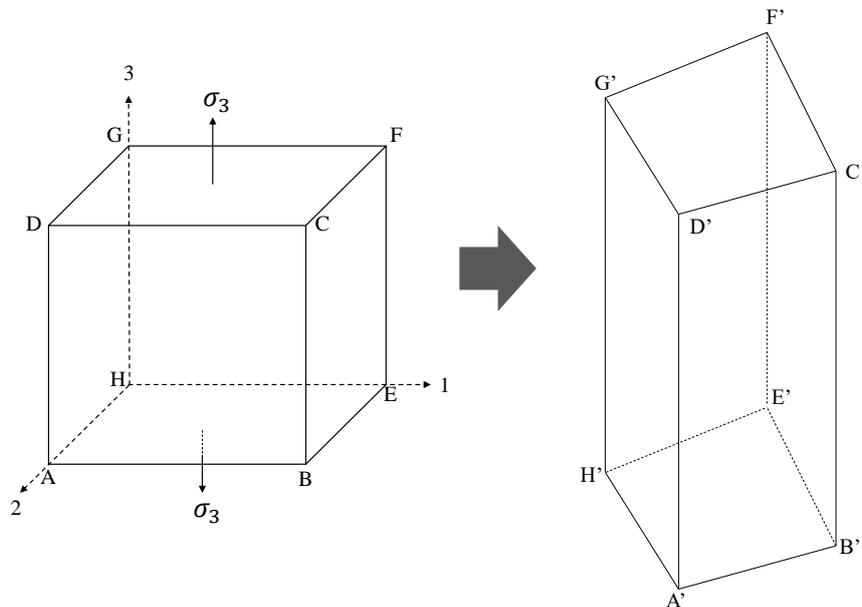
No entanto, os materiais usados em aplicações de engenharia frequentemente apresentam características geométricas da microestrutura que podem ocasionar o aparecimento de um plano de simetria, e as propriedades elásticas são idênticas em direções de simetria, reduzindo o número de parâmetros independentes. Os materiais chamados monoclinicos apresentam um plano de simetria material (CHATZIGEORGIOU; MERAGHNI; CHARALAMBAKIS, 2022).

Considerando que tal plano tenha vetor normal paralelo ao eixo de direção x_3 , em caso de completa rotação da direção x_3 para a direção oposta $-x_3$, o tensor de elasticidade do material não muda e a matriz de rigidez do material monoclinico se reduz a (KAW, 2005):

$$[C]_{\text{monoclinico}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & C_{36} \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{45} & C_{55} & 0 \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}.$$

Tomando-se um elemento cúbico de um material monoclinico com a direção 3 perpendicular ao plano de simetria 1-2 e aplicando-se uma tensão normal (σ_3) na direção 3, o cubo não apresentará deformação por cisalhamento nos planos 2-3 e 1-3. Apenas o plano 1-2 terá mudança na sua forma. Conforme ilustra a Figura 4, as faces $ABEH$ e $CFGD$, perpendiculares à direção 3, mudam de retângulos para paralelogramos, enquanto as demais faces permanecem retangulares.

Figura 4 – Deformação de um elemento cúbico de um material monoclinico.



Fonte: Adaptado de Kaw (2005)

Se um material tem três planos mutuamente perpendiculares de simetria material, ele é dito ortotrópico e sua matriz de rigidez pode ser calculada a partir da matriz do material monoclinico, sendo que com mais dois planos de simetria, $C_{16} = C_{26} = C_{36} = C_{45} = 0$ e, então,

a matriz de rigidez se torna (KAW, 2005)

$$[C]_{\text{ortotrópico}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix}.$$

Três planos mutuamente perpendiculares de simetria material também implicam três planos mutuamente perpendiculares de simetria elástica. Nesta configuração nove constantes elásticas independentes estão presentes.

Considerando-se um plano de isotropia em um dos planos de um material ortotrópico, sendo a direção 1 normal a esse plano 2-3 de isotropia, tem-se um material transversalmente isotrópico cujas relações $C_{22} = C_{33}$, $C_{12} = C_{13}$, $C_{55} = C_{66}$ e $C_{44} = \frac{C_{22}-C_{23}}{2}$ resultam na seguinte matriz constitutiva (KAW, 2005):

$$[C]_{\text{T. ortotrópico}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{22}-C_{23}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} \end{bmatrix},$$

com apenas cinco constantes independentes.

Se todos os planos de um material ortotrópico são idênticos, o que implica infinitos planos principais de simetria, trata-se de um material isotrópico. A isotropia resulta nas seguintes relações adicionais: $C_{11} = C_{22}$, $C_{12} = C_{23}$, $C_{66} = \frac{C_{22}-C_{23}}{2} = \frac{C_{11}-C_{12}}{2}$ e apenas duas constantes estão presentes na matrix constitutiva, que é dada por (KAW, 2005):

$$[C]_{\text{isotrópico}} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix}.$$

2.2 PIEZELETRICIDADE

2.2.1 História

A piezeletricidade foi descoberta em 1880 por dois jovens irmãos físicos franceses: Jacques e Pierre Curie. Eles notaram que cristais de turmalina, de quartzo e de topázio apresentavam cargas elétricas nas superfícies quando submetidos a uma tensão mecânica e assim

detectaram o chamado efeito piezoeletrico direto, o que imediatamente se tornou objeto de estudo tanto de seus descobridores, como de outros pesquisadores (BALLATO, 1995; KATZIR, 2007). Um ano depois, Jonas Ferdinand Gabriel Lippmann previu através de argumentos baseados na termodinâmica que deveria existir também o efeito piezoeletrico inverso e logo os irmãos Curie confirmaram experimentalmente também este efeito inverso (POPRAWSKI et al., 2011).

O efeito piezoeletrico permaneceu uma curiosidade até o início de 1920 e nos primeiros quinze anos de sua pesquisa foram desenvolvidas e refinadas as bases da teoria que explica o fenômeno, que ainda não tinha aplicações práticas. Apenas após vinte anos de sua descoberta o efeito piezoeletrico começou a ser explorado fora de laboratório (BALLATO, 1995; KATZIR, 2007).

A primeira aplicação desses materiais foi durante a Primeira Guerra Mundial, quando navios alemães tinham alto índice de naufrágio e precisavam localizar submarinos inimigos. Para isso, Paul Langevin desenvolveu um sistema de sonar que utilizava cristais de quartzo para gerar ondas acústicas (MASON, 1981). O dispositivo foi usado para transmitir um sinal de som de alta frequência na água e medir a profundidade cronometrando o eco de retorno. A invenção, no entanto, não foi aperfeiçoada até o final da guerra (MOHEIMANI; FLEMING, 2006). O ressonador de quartzo continuou a evoluir para se tornar um dispositivo capaz de precisão um milhão de vezes maior que o original e desde então, dispositivos baseados em piezoeletricidade têm expandido sua aplicação dramaticamente (BALLATO, 1995).

Após seu uso bem-sucedido em transdutores de sonar entre as duas Guerras Mundiais, os cristais piezoeletricos foram empregados em muitas aplicações. Cristais de quartzo foram usados no desenvolvimento de estabilizadores de frequência para osciladores de tubo de vácuo e transdutores ultrassônicos fabricados a partir de cristais piezoeletricos foram usados para medição das propriedades do material. Muitas das aplicações piezoeletricas clássicas, tais como microfones, acelerômetros, transdutores ultrassônicos, etc., foram desenvolvidas e comercializadas neste período (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

Durante a Segunda Guerra Mundial, pesquisas significativas foram realizadas nos Estados Unidos e em outros países como o Japão e a antiga União Soviética. Tais estudos visavam o desenvolvimento de materiais com constantes dielétricas muito altas para a construção de capacitores. O desenvolvimento de materiais piezocerâmicos durante e após a Segunda Guerra Mundial ajudou a revolucionar este campo (MOHEIMANI; FLEMING, 2006).

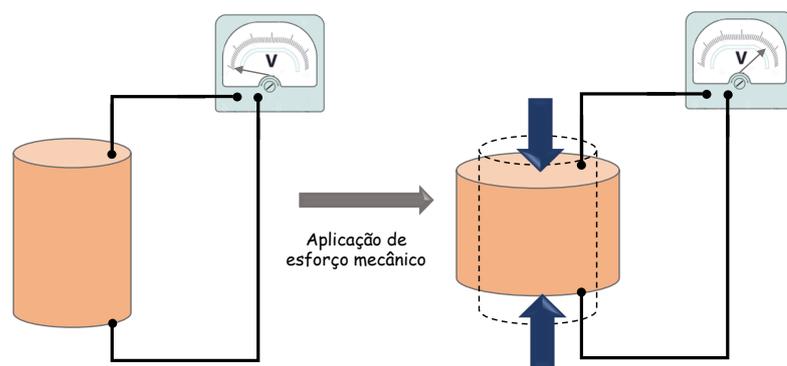
2.2.2 O efeito piezoeletrico

A piezoeletricidade é um fenômeno complexo que abrange conceitos de eletrônica, bem como a maioria das áreas da física clássica como: mecânica, elasticidade e resistência dos materiais, termodinâmica, acústica, propagação de ondas, óptica, eletrostática, dinâmica dos fluidos, teoria de circuitos, cristalografia, etc. (ARNAU et al., 2004). A terminologia “piezoeletricidade” tem origem na junção das palavras “piezier”, que em grego significa “pressionar” e, “eletricidade”. O termo foi proposto por Hankel em 1981 e se refere à capacidade que alguns

cristais têm de gerar tensão elétrica em resposta a uma pressão mecânica ou ainda, de transformar energia mecânica em elétrica e vice-versa (BALLATO, 1995; ARNAU et al., 2004).

A piezeletricidade pode se manifestar de duas formas: pelo efeito direto, que é quando a aplicação de um esforço mecânico sobre o material provoca uma modificação na sua polarização elétrica, gerando uma diferença de potencial e, o efeito inverso, que consiste na deformação do material devido a aplicação de um campo elétrico (BALLATO, 1995; GAUTSCHI, 2006). A Figura 5 ilustra o efeito piezelétrico direto: quando uma carga é aplicada no material deformando-o, o voltímetro registra a diferença de potencial gerada.

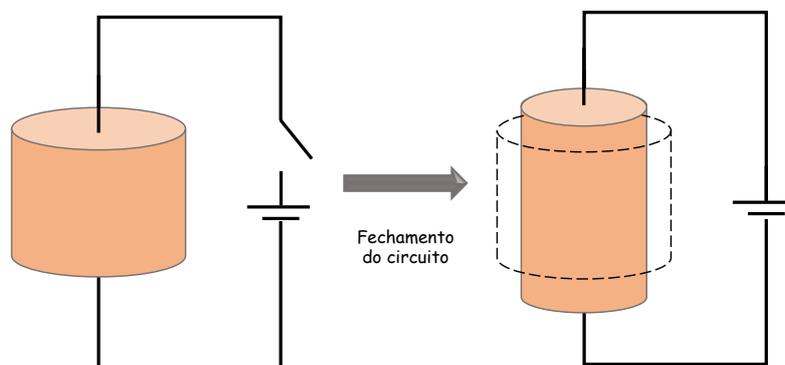
Figura 5 – Representação esquemática do efeito piezelétrico direto.



Fonte: Produção do autor

A Figura 6 mostra o efeito piezelétrico inverso: quando o circuito é fechado, o material sofre uma deformação e muda suas dimensões devido a uma solitação de caráter elétrico, e não mecânico. A piezeletricidade é, portanto, um fenômeno de interação eletromecânica, ou seja, dos estados mecânico e elétrico do material. Tal característica é encontrada em apenas alguns materiais cristalinos e está relacionada com o fato de a sua estrutura cristalina não apresentar um centro de simetria, o que faz com que os íons dentro da célula unitária se movimentem, produzindo dipolos elétricos (GAUTSCHI, 2006).

Figura 6 – Representação esquemática do efeito piezelétrico inverso.



Fonte: Produção do autor

2.2.3 Simetria cristalográfica na piezeletricidade

Em nível atômico/molecular, a matéria sólida se apresenta sob dois estados fundamentais de ordenação: o amorfo, sem ordenação espacial a longa distância e o cristalino, com organização dos átomos de forma geométrica, com agrupamento ordenado que se repete nas três dimensões. Uma estrutura cristalina pode ser construída a partir da repetição no espaço de uma estrutura elementar paralelepípedica denominada célula unitária, a menor subdivisão de uma rede cristalina que conserva as características gerais de toda a rede. Em função dos parâmetros de rede, isto é, do comprimento das arestas da célula unitária e dos ângulos que as suas faces formam entre si, sete sistemas cristalinos são classificados. Por sua vez, em função das possíveis localizações das partículas (átomos, íons ou moléculas) na célula unitária, estabelecem-se 14 estruturas cristalinas básicas denominadas redes de Bravais, conforme ilustra a Figura 7.

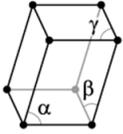
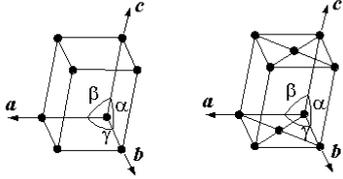
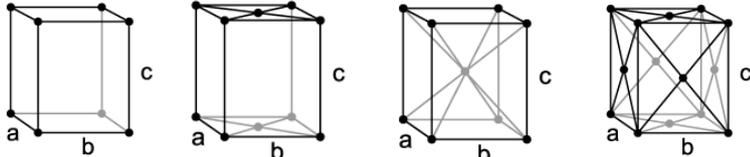
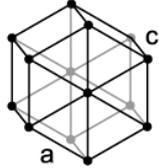
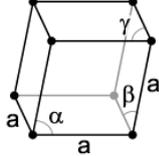
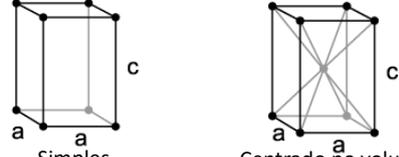
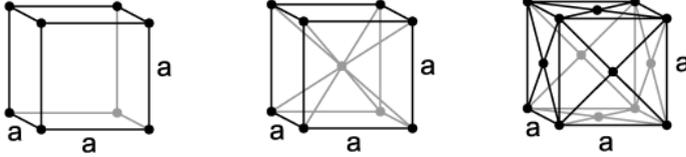
O grupo cristalográfico pontual, ou classe do cristal, é o conjunto de simetrias não translacionais que podem ser executadas deixando um ponto do cristal fixo. A simetria dos cristais pode ser totalmente descrita com um conjunto de elementos que podem ser combinados em 32 classes de grupos pontuais de simetria. Os 10 elementos básicos são: m , $\bar{1}$, 1, 2, 3, 4, 6, $\bar{3}$, $\bar{4}$ e $\bar{6}$. A partir dos sete sistemas de cristalização é possível obter 32 classes de cristal distintas, de acordo com o número de eixos de rotação e planos de reflexão quando a malha cristalina se mantém invariante, podendo toda molécula ser classificada em um dos 32 grupos pontuais possíveis (TICHÝ et al., 2010).

Essas classes, por indicarem a assimetria estrutural do cristal e a consequente assimetria na distribuição de cargas elétricas, estão diretamente ligadas ao comportamento piezoelétrico dos materiais. Das 32 classes cristalográficas, 20 podem exibir coeficientes piezoelétricos diferentes de zero, sendo estas não centrossimétricas (TICHÝ et al., 2010). A tabela 2 lista os principais materiais piezoelétricos, suas respectivas classes e arranjos cristalinos.

No material piezoelétrico ocorre um deslocamento do baricentro da estrutura cristalina pela aplicação de esforços mecânicos, criando uma polaridade na célula unitária (no caso do efeito direto). É possível visualizar esse mecanismo através de um modelo molecular simples apresentado na Figura 8 que mostra as cargas elétricas geradas pela aplicação de uma força exercida no material. Antes da aplicação da força, os centros de gravidade das cargas positivas e negativas coincidem e, portanto, os efeitos dessas cargas se cancelam, deixando a molécula eletricamente neutra. Quando uma pressão é exercida no material, sua estrutura interna se deforma, causando a separação dos centros de gravidade dessas cargas, gerando pequenos dipolos (ARNAU et al., 2004).

Um exemplo clássico de estrutura que apresenta o efeito piezoelétrico é a perovskita. Trata-se de uma classe de materiais que têm fórmula química ABC_3 , sendo os íons do sítio B rodeados por um octaedro de íons do sítio C . A Figura 9 apresenta um representante dessa classe, o titanato de cálcio ($CaTiO_3$), mineral com carga líquida diferente de zero devido à presença do íon de titânio situado fora do centro da célula unitária. A ausência de simetria gera uma

Figura 7 – Relações entre os parâmetros da rede cristalina e figuras mostrando as geometrias das células unitárias para os sete sistemas cristalinos e as redes de Bravais.

Sistema cristalino	Redes de Bravais
Triclínico $\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$ $a \neq b \neq c$	
Monoclínico $\beta \geq 90^\circ$ $\alpha, \gamma = 90^\circ$ $a \neq b \neq c$	 Simples Centrado
Ortorrômbico $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a \neq b \neq c$	$a \neq b \neq c$ $a \neq b \neq c$ $a \neq b \neq c$ $a \neq b \neq c$  Simples Centrado na base Centrado no volume Centrado na face
Hexagonal $\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$ $a = b \neq c$	$a \neq c$ 
Romboédrico ou trigonal $\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$ $a = b = c$	$\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$ 
Tetragonal $\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$ $a = b \neq c$	$a \neq c$ $a \neq c$  Simples Centrado no volume
Cúbico $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$ $a = b = c$	 Simples Centrado no volume Centrado na face

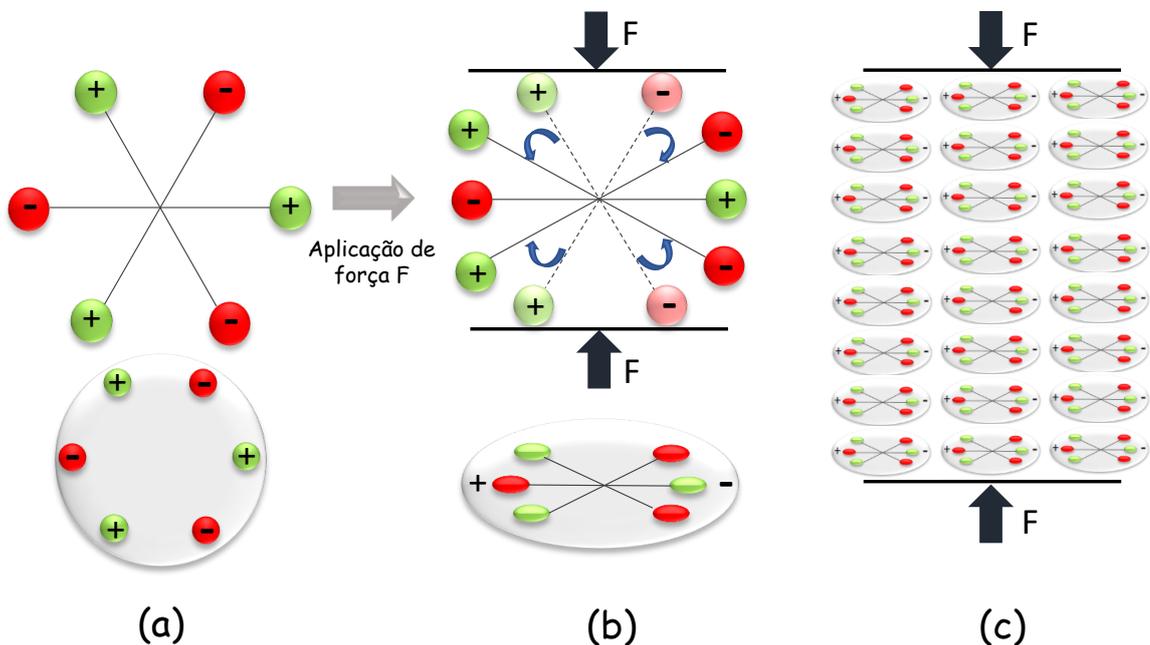
Fonte: Adaptado de Junior e Rethwisch (2002).

Tabela 2 – Lista de materiais piezelétricos e suas simetrias de cristais.

Material	Classe cristalográfica	Arranjo cristalino
Sulfeto de cádmio		
Titanato zirconato de chumbo (PZT)		
Difluoreto de polivinilideno (PVDF)	$6mm$	Hexagonal
Óxido de zinco		
Sulfeto de zinco		
Dihidrogenofosfato de amônio	$42m$	Tetragonal
Dihidrogenofosfato de potássio		
Niobato de sódio de bário	$mm2$	Ortorrômico
Titanato de bário	$4mm$	Tetragonal
Niobato de lítio	$3m$	Trigonal
Tantalita de lítio		
Sal de Rochelle	222	Ortorrômico
Bismuto óxido de germânio	$43m$	Cúbico
Arseneto de gálio		
Dióxido de telúrio	422	Tetragonal

Fonte: Kar-Gupta e Venkatesh (2007).

Figura 8 – Modelo de uma molécula simples: (a) molécula não perturbada; (b) sujeita a uma força externa F e (c) efeito da polarização na superfície do material.



Fonte: Produção do autor

polaridade na célula unitária que quando submetida a uma carga mecânica, tem sua polarização intensificada pelo deslocamento do íon Ti, o efeito piezelétrico direto. Quando a célula é sujeita a um campo elétrico, como resposta, a posição do íon Ti se modifica, gerando deformação, o efeito piezelétrico inverso.

Existe uma temperatura crítica chamada de “Temperatura de Curie”, acima da qual a

Os materiais piezoelétricos podem ser naturais ou artificiais. Os naturais são cristais como quartzo (SiO_2), sal de Rochelle, topázio, minerais do grupo turmalina e algumas substâncias orgânicas como seda, madeira, esmalte, dentina, osso, cabelo e borracha. Materiais piezoelétricos artificiais podem ser classificados como cristais análogos de quartzo, cerâmicas, polímeros e compósitos. Destacam-se entre as cerâmicas artificiais o titanato de bário ($BaTiO_3$), titanato de chumbo ($PbTiO_3$), zirconato de chumbo (PZT), niobato de potássio ($KNbO_3$), niobato de lítio ($LiNbO_3$) e tantalato de lítio ($LiTaO_3$) (DINEVA et al., 2014).

Dentre os polímeros que apresentam piezeletricidade, o polifluoreto de vinilideno ($PVDF$) tem o maior destaque na comunidade científica devido às suas boas propriedades mecânicas, baixo preço, resistência a solventes, ácidos, calor e radiação e, principalmente, por sua elevada resposta piezométrica. São exemplos de outros polímeros também piezométricos: náilon-11, ácido poli(lático-co-glicólico) ($PLGA$) e ácido polilático ($PLLA$) (MARTINS; LOPES; LANCEROS-MENDEZ, 2014).

Algumas cerâmicas apresentam grandes efeitos piezométricos, mas são materiais duros e quebradiços, praticamente sem flexibilidade. Por outro lado, os polímeros que apresentam as propriedades mecânicas desejadas são piezoelétricos muito fracos. Nesse contexto, os materiais mais usados em compósitos piezométricos são cerâmicas piezométricas dispersas em matriz polimérica que garante flexibilidade e a possibilidade de ser moldada em diferentes formas (ARAÚJO, 2012).

2.2.4 Direção de polarização

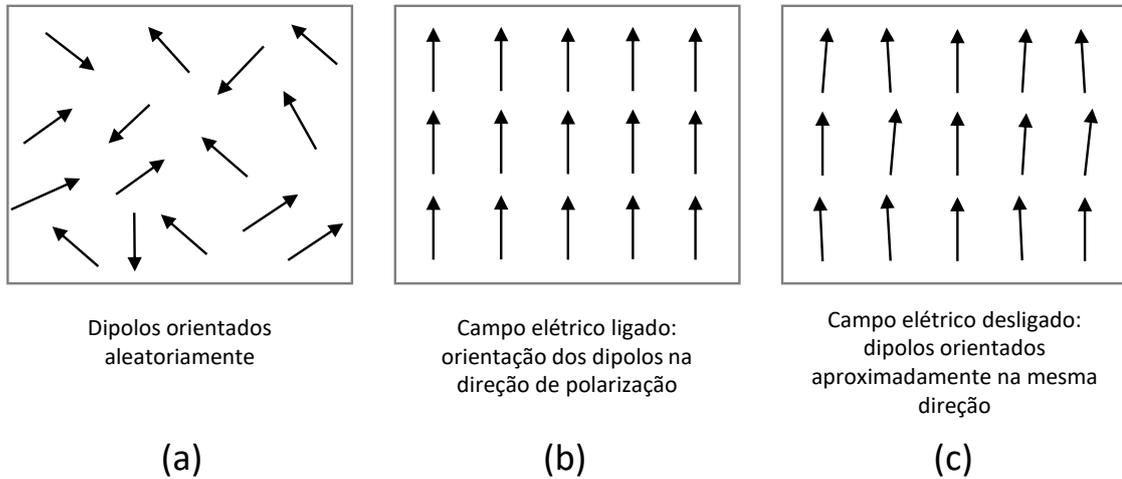
A polarização em um material piezométrico não é naturalmente uniformemente alinhada por todo o volume de material. Por exemplo, uma cerâmica com estrutura perovskita por ter o íon mais próximo de qualquer um dos oxigênios que forma o octaedro e todas as seis posições são igualmente prováveis. Devido a esta orientação aleatória nos diferentes domínios, ou seja, nos volumes de material com a mesma direção de polarização, a polarização macroscópica da rede é zero (FONSECA, 2017).

Pode-se criar um estado inicial em uma macroestrutura cristalina, composta por várias células unitárias com dipolos orientados aleatoriamente, no qual os dipolos fiquem orientados aproximadamente na mesma direção, chamada direção de polarização. Durante este processo, apresentado na Figura 11, o material é submetido a um alto campo elétrico que orienta os dipolos em sua direção. Uma vez que o campo elétrico é desligado, os dipolos não retornam às suas orientações originais e numerosos dipolos permanecem orientados conferindo polarização ao material (DATTA, 2014).

2.2.5 Equações: relações constitutivas de materiais piezométricos

Uma relação constitutiva em problemas mecânicos descreve como o material se comporta quando está sob tensão mecânica. Tal relação é conhecida como Lei de Hooke, que relaciona a

Figura 11 – Representação do processo de polarização por meio de um campo elétrico: (a) antes da polarização, (b) durante a polarização e (c) após a polarização.



Fonte: Adaptado de Datta (2014).

deformação \mathbf{S} e tensão \mathbf{T} por uma constante elástica s , e segundo a notação reduzida de Voigt é definida por

$$S_i = s_{ij}T_j. \quad (4)$$

Essas relações também existem para problemas elétricos e descrevem como cargas se movem em um material dielétrico quando este é submetido a um campo elétrico. A polarização \mathbf{P} de um meio dielétrico, ou isolante, decorre de um campo elétrico \mathbf{E} que alinha os dipolos atômicos ou moleculares e é proporcional ao campo (GRIFFITHS, 2011):

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j. \quad (5)$$

O tensor de segunda ordem, χ_{ij} , é chamado de suscetibilidade elétrica do meio e depende da estrutura microscópica do material, além de condições externas tais como temperatura e, ϵ_0^1 é a constante de permissividade do vácuo. Os materiais que obedecem à equação (5) são ditos dielétricos lineares. Nos meios lineares o deslocamento elétrico D_i é dado por

$$D_i = \epsilon_0 E_j + P_i. \quad (6)$$

Substituindo a equação (5) em (6), tem-se que

$$D_i = \epsilon_0 (1 + \chi_{ij}) E_j, \quad (7)$$

e definindo-se a permissividade do material por $\epsilon_{ij} = (1 + \chi_{ij})$, o deslocamento elétrico D_i é proporcional ao campo elétrico E_j , segundo a notação reduzida de Voigt, por definido por:

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j. \quad (8)$$

¹ A constante de permissividade do vácuo ϵ_0 pode ser determinada pela fórmula: $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi K}$, sendo $K = 8,9875 \times 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$, juntamente com a lei de Coulomb e, portanto, $\epsilon_0 = 8,854187817 \times 10^{-12} \text{ C}^2 \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2}$.

Pela razão $\frac{\epsilon}{\epsilon_0}$, tem-se a chamada permissividade relativa, ou constante dielétrica do material. Considerando-se o caso tridimensional, a equação (8) pode ser representada na forma matricial como

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & \epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

As equações (4) e (8) são as relações constitutivas que podem ser usadas para a descrição de grandezas mecânicas e elétricas, respectivamente. No entanto, para o caso específico de materiais piezelétricos, há interação entre fenômenos mecânicos e elétricos e, portanto, esses materiais combinam essas duas equações constitutivas de forma acoplada (DAMJANOVIC, 1998). O acoplamento das variáveis elástica e elétrica, assim como da temperatura, é feito por uma abordagem termodinâmica e as equações constitutivas piezelétricas estão estabelecidas na norma IEE ANSI/IEEE Std 176-1987, que fundamentam a modelagem matemática desses materiais, considerando a teoria da piezeletricidade linear, conforme a dedução descrita a seguir.

Considerando-se um material piezelétrico linear contínuo, pelo princípio da conservação da energia, a Primeira Lei da Termodinâmica, utilizando a notação de Newton para a derivada, estabelece que

$$\dot{U} = T_{ij}\dot{S}_{ij} + E_i\dot{D}_i, \quad (10)$$

sendo U a densidade de energia armazenada, \mathbf{T} , \mathbf{S} , \mathbf{E} e \mathbf{D} os tensores das tensões, deformações, campo elétrico e deslocamento elétrico, respectivamente. A densidade de entalpia elétrica é definida por

$$H = U - E_i D_i. \quad (11)$$

Da equação (10) e (11), tem-se a equação

$$\dot{H} = T_{ij}\dot{S}_{ij} - D\dot{E}_i, \quad (12)$$

que implica

$$H = H(S_{k,l}, E_k). \quad (13)$$

Da equação (12) tem-se como resultado

$$T_{ij} = \frac{\partial H}{\partial S_{ij}}, \quad (14)$$

e

$$D_i = -\frac{\partial H}{\partial E_i}. \quad (15)$$

Na teoria da piezeletricidade linear, H é dado por

$$H = \frac{1}{2}c_{ijkl}^E S_{ij}S_{kl} - e_{kij}E_k S_{ij} - \frac{1}{2}\varepsilon_{ij}^S E_i E_j, \quad (16)$$

sendo c_{ijkl}^E , e_{kij} e ε_{ij}^S as constantes elástica, piezelétrica e dielétrica, respectivamente. Em geral, existem 21 constantes elásticas, 18 constantes piezelétricas e 6 constantes dielétricas, todas independentes. Das equações (14), (15) e (16), obtém-se as equações constitutivas piezelétricas

$$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{kij}E_k \quad (17)$$

e

$$D_i = e_{ikl}S_{kl} + \varepsilon_{ij}^S E_k, \quad (18)$$

sendo $i, j, k, l = 1, 2$ ou 3 . As variáveis independentes são os tensores de deformação e tensão mecânicas, S_{ij} e T_{ij} , respectivamente e, os vetores de deslocamento e campo elétricos, D_i e E_k , respectivamente. Os termos c_{ijkl}^E e ε_{ij}^S são os tensores de rigidez e de permissividade dielétrica, respectivamente (os sobrescritos E e S indicam que o campo elétrico E e a deformação S são constantes) e o termo e_{ikl} é o tensor de acoplamento piezelétrico.

$$T_p = c_{pq}^E S_q - e_{kp}E_k \quad (19)$$

e

$$D_i = e_{iq}S_q + \varepsilon_{ik}^S E_k. \quad (20)$$

Utilizando-se a notação de Voigt, as equações (19) e (20) são reescritas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} [T] \\ [D] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [c]^E & -[e] \\ [e]^T & [\varepsilon]^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [S] \\ [E] \end{bmatrix}, \quad (21)$$

sendo que equação (21) possui campos acoplados que relaciona campo elétrico $E_{3 \times 1}$, deslocamento elétrico $D_{3 \times 1}$, deformação $S_{6 \times 1}$ e tensão $T_{6 \times 1}$. A permissividade dielétrica $\varepsilon_{3 \times 3}^S$, o acoplamento piezelétrico $e_{3 \times 6}$ e a rigidez $c_{6 \times 6}^E$ relacionam os campos mecânico e elétrico e o sobrescrito T representa a transposição da matriz.

Este trabalho utilizou a hipótese de um material sólido piezelétrico com matriz constitutiva monoclinica, e, dessa forma, apresentando 13 coeficientes mecânicos, 3 dielétricos e 5 piezelétricos independentes. A relação considerada, é portanto, na sua forma expandida, dada por

$$\begin{bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{12} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & c_{14}^E & 0 & 0 & -e_{13} \\ c_{12}^E & c_{22}^E & c_{23}^E & 0 & 0 & c_{24}^E & 0 & 0 & -e_{13} \\ c_{13}^E & c_{23}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & c_{34}^E & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^E & c_{54}^E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & -e_{15} & 0 & 0 \\ c_{14}^E & c_{24}^E & c_{34}^E & 0 & 0 & c_{44}^E & 0 & -e_{24} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & \varepsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{24} & 0 & \varepsilon_{22}^S & 0 \\ e_{13} & e_{32} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{12} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

2.2.6 Coeficientes piezelétricos

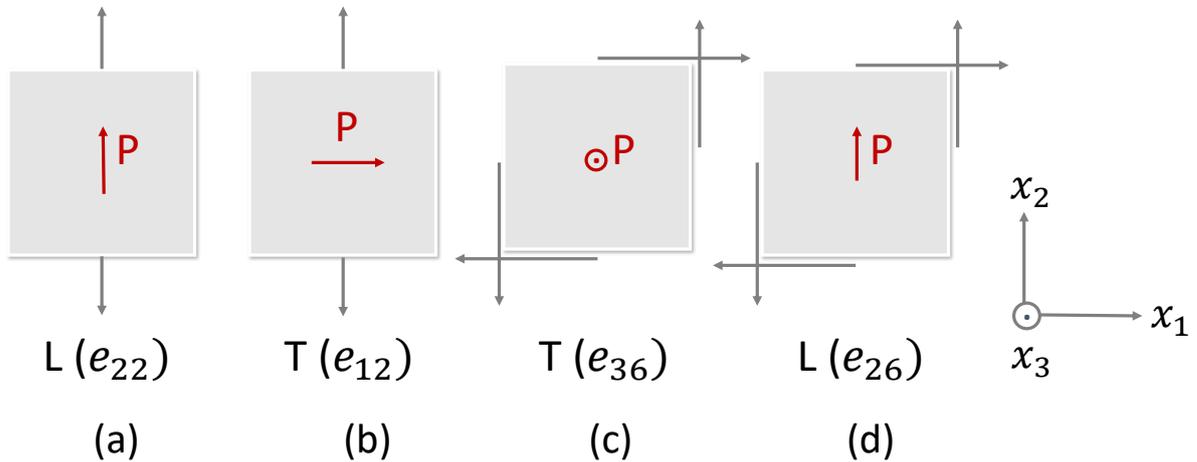
Cada coeficiente piezelétrico e_{ij} corresponde a uma certa relação entre uma componente específica de tensão mecânica T_i e uma componente específica de deslocamento elétrico D_i . A aplicação de um carregamento normal ou de cisalhamento no material piezelétrico pode gerar polarização longitudinal, que causa polarização paralela à tensão aplicada ou ainda transversal, que causa uma polarização perpendicular à tensão mecânica aplicada. Sendo assim, existem quatro casos distintos de efeito piezelétrico de acordo com a direção do deslocamento elétrico e a componente de tensão mecânica (TICHÏ et al., 2010). A Figura 12 exemplifica os quatro casos de efeito piezelétrico possíveis e a tabela 3 mostra todos os coeficientes piezelétricos de acordo com as possibilidades de tensão mecânica e deslocamento elétrico. Os coeficientes e_{11} , e_{22} e e_{33} descrevem o efeito piezelétrico longitudinal causado por uma componente de tensão mecânica normal, enquanto os coeficientes e_{12} , e_{13} , e_{21} , e_{23} , e_{31} e e_{32} descrevem o efeito piezelétrico transversal causado pela mesma componente de tensão. Para o caso de cisalhamento, o efeito piezelétrico longitudinal é descrito pelos coeficientes e_{14} , e_{25} , e_{31} e e_{26} e o efeito piezelétrico transversal de cisalhamento é caracterizado pelos coeficientes e_{15} , e_{16} , e_{24} , e_{26} , e_{34} e e_{35} .

Tabela 3 – Quatro possibilidades de efeito piezelétrico: longitudinal (L), transversal (T), para as componentes de tensão normal (T_1 a T_3) e de cisalhamento (T_4 a T_6).

	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
D_1	e_{11} L	e_{12} T	e_{13} T	e_{14} L	e_{15} T	e_{16} T
D_2	e_{21} T	e_{22} L	e_{23} T	e_{24} T	e_{25} L	e_{26} T
D_3	e_{31} T	e_{32} T	e_{33} L	e_{34} T	e_{35} T	e_{36} L

Fonte: TichÏ et al. (2010).

Figura 12 – Exemplos de quatro orientações possíveis dos vetores de tensão mecânica e de polarização piezelétrica que ilustram o efeito piezelétrico longitudinal (L) e transversal (T) com a polarização (a) paralela à tensão normal, (b) transversal à tensão normal, (c) transversal às tensões de cisalhamento e (c) longitudinal às tensões de cisalhamento.



Fonte: Adaptado de Tichý et al. (2010).

2.3 PIEZOCOMPÓSITOS

Estruturas não-homogêneas são geralmente denominadas compósitos piezelétricos se ao menos uma de suas fases é piezelétrica (TICHÝ et al., 2010). O termo piezocompósito se aplica a qualquer compósito que resulta da combinação de qualquer material piezelétrico (polimérico ou cerâmico) com outro material não-piezelétrico. Essas combinações normalmente resultam em novos piezocompósitos que oferecem vantagens substanciais sobre materiais piezelétricos convencionais. Algumas dessas vantagens são o alto acoplamento eletromecânico, que mede a conversão de energia, e a baixa impedância acústica, o que facilita a transmissão de ondas acústicas em materiais como tecidos do corpo humano ou água (SILVA, 1998).

Piezocompósitos compostos por uma cerâmica piezoelétrica e um polímero são materiais promissores devido às suas excelentes propriedades adaptáveis. Esses compósitos são produzidos com o objetivo de oferecer uma combinação de propriedades piezoelétricas e mecânicas, além de um material final flexível e de baixa densidade, o que os torna especialmente úteis na aplicação em transdutores eletromecânicos (UCHINO, 2017; GUINOVART-DIAZ et al., 2001).

2.3.1 Transdutores piezelétricos

A transdução é um campo de estudo muito multidisciplinar, em que cada disciplina envolvida tem a sua própria perspectiva acerca das definições fundamentais na área. Em virtude da falta de consenso para designar o termo “transdutor”, há muitas diferentes definições, dentre

as mais comuns, a que trata-se de um dispositivo que transforma energia não elétrica em energia elétrica, ou dispositivo que transforma energia de um domínio em outro (sendo típicos exemplos de domínios energia mecânica, elétrica, química, etc.), ou ainda, dispositivo que transforma energia de um tipo em outro, mesmo que os tipos de energia não pertençam ao mesmo domínio (BUSCH-VISHNIAC, 1998).

Os tipos de transdutores mais comuns são os eletromecânicos, em que as duas formas de energia são a elétrica e a mecânica. Os exemplos de conversores eletromecânicos são numerosos, sendo os mais comuns os geradores eletromecânicos (extensamente diversificados), os eletroímãs, vibradores, alto-falantes e microfones (FALCONE, 1979).

Os transdutores piezelétricos podem ser classificados como sensores e/ou atuadores. Define-se como sensor o transdutor que quando tensionado mecanicamente gera uma voltagem, fenômeno este que é governado pelo efeito piezoelétrico direto, o que torna esses transdutores adequados para aplicações de detecção (MOHEIMANI; FLEMING, 2006). Quando os transdutores piezelétricos têm como objetivo converter energia elétrica em mecânica, ou seja, operando segundo o efeito inverso, são chamados de atuadores (CARDOSO, 2005).

Transdutores piezelétricos têm uma ampla gama de aplicações em nosso ambiente cotidiano, desde câmeras, aparelhos de comunicação, eletrodomésticos, radiadores, condicionadores de ar, máquinas-ferramentas, carros, embarcações, aeronaves e até espiradores artificiais. São componentes indispensáveis a sistemas que precisam ser controlados e essenciais para a implementação de sistemas mecatrônicos e em tecnologia de microssistemas (JANOCHA, 2004).

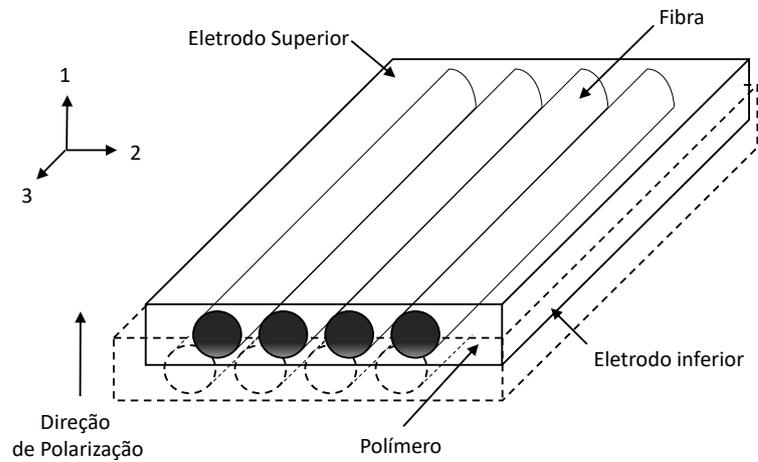
Os compósitos com fibras piezelétricas, chamados de PFCs (*Piezoelectric Fiber Composites*), foram propostos na década de 90 por Hagood e Bent: trata-se de transdutores manufaturados com fibras piezelétricas circulares embebidas em matriz polimérica, atuando no modo d_{31} , isto é, com um campo elétrico perpendicular ao transdutor (direção 3) provocando uma deformação longitudinal da fibras piezelétricas (direção 1) (MOHEIMANI; FLEMING, 2006; HAGOOD; BENT, 1993; BENT, 1997).

A Figura 13 ilustra um PFC composto por fibras piezelétricas e eletrodos nas partes superior e inferior, no qual a direção de polarização é orientada ao longo da espessura do compósito.

Os PFCs demonstraram vantagens substanciais sobre os transdutores de cerâmicas monolíticas, porém com baixa performance como atuadores. Na busca por melhoria do desempenho piezelétrico, foram desenvolvidos os AFCs (*Active Fiber Composites*) com padrão de eletrodos interdigitais (IDE). Esse novo arranjo, ilustrado na Figura 14 aumentou a fração volumétrica de cerâmica, permitindo maiores níveis de deformação e os campos elétricos passaram a ser longitudinais ao longo do comprimento de cada fibra (BENT; HAGOOD, 1997). Além disso, os eletrodos interdigitais possibilitaram a atuação do transdutor no modo d_{33} , ou seja, com um campo elétrico na direção 3 e uma deformação nessa mesma direção, gerando uma melhoria no desempenho do transdutor.

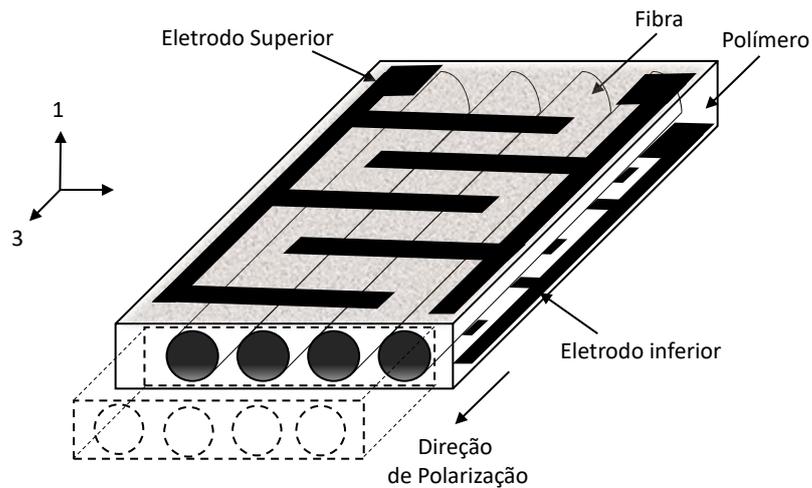
Um terceiro tipo de dispositivos que usam eletrodos interdigitais são os chamados MFCs

Figura 13 – Desenho esquemático de um PFC.



Fonte: Adaptada de Bent e Hagood (1997).

Figura 14 – AFC com eletrodos interdigitados.

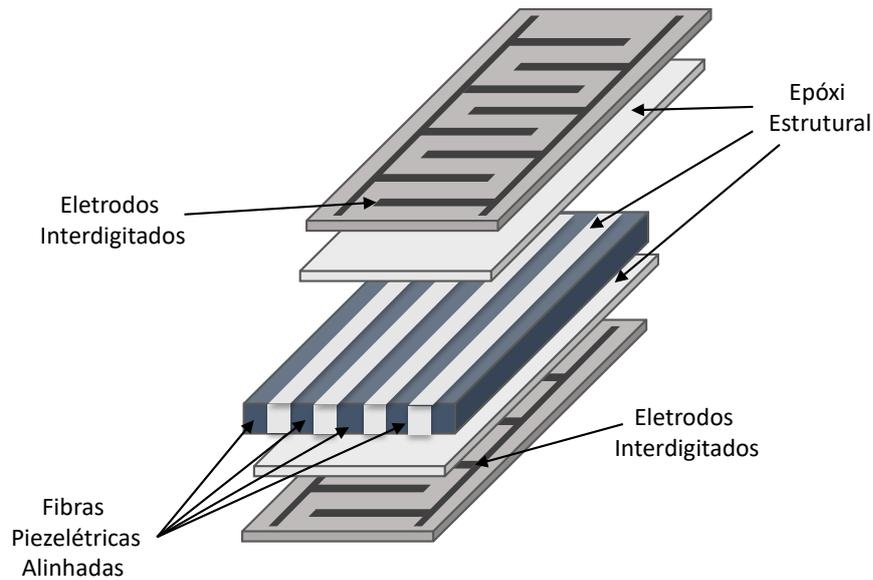


Fonte: Adaptada de Bent e Hagood (1997).

(*Macro Fiber Composites*) e foram desenvolvidos no Centro de Pesquisas Langley da *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) (WILLIAMS et al., 2002). Estes elementos são similares aos AFCs, têm fibras alinhadas uniaxialmente cercadas por uma matriz polimérica, mas as fibras têm especificamente uma seção transversal retangular, conforma ilustra a Figura 15.

Os MFCs foram criados como alternativa às outras gerações de dispositivos compósitos piezelétricos para reduzir custo e precisão de fabricação. Eles mantêm as vantagens dos PFCs, como atuação direcional, conformabilidade e durabilidade, mas incorporam várias novas melhorias, sendo as mais importantes o baixo custo de fabricação e as propriedades eletromecânicas uniformes (HIGH, 2003). O dispositivo foi criado pela NASA em 1999 e passou a ser

Figura 15 – Representação esquemática de um MFC.



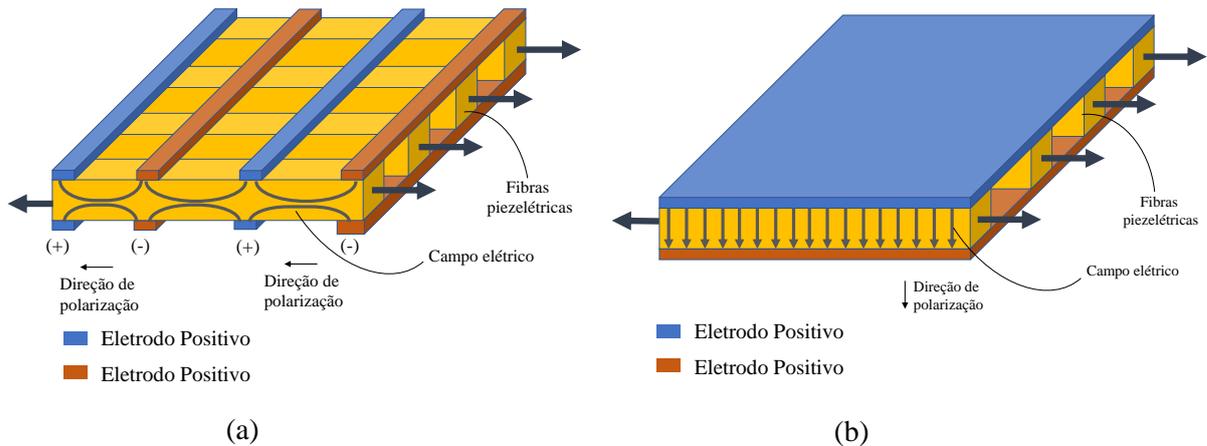
Fonte: Adaptada de Williams et al. (2002).

comercializado e fabricado pela *Smart Material Coporation* em 2002 e desde então, tem sido continuamente aprimorado e personalizado para atender às necessidades específicas de novas aplicações.

2.3.1.1 Modos de atuação

A forma como os eletrodos estão dispostos no transdutor influencia a polarização do material. Transdutores que têm eletrodos contínuos operam no modo d_{31} e a diferença de potencial aplicada entre os eletrodos positivo e negativo gera campo elétrico uniforme perpendicular à direção longitudinal da fibra piezelétrica. Já, transdutores que operam no modo d_{33} , apresentam seus eletrodos de dispostos de forma intercalada, que gera campo elétrico não-uniforme (curvo), alinhado na direção longitudinal da fibra piezelétrica. A Figura 16 ilustra a distribuição do campo elétrico para essas duas diferentes configurações de eletrodos.

Figura 16 – Desenho esquemático de um transdutor atuando nos modos (a) d_{33} e (b) d_{31}



Fonte: Adaptada de Deraemaeker e Nasser (2010).

2.4 ESTADO DA ARTE EM COMPÓSITOS PIEZELÉTRICOS

Diferentes abordagens foram desenvolvidas ao longo do tempo para descrever o comportamento de materiais piezelétricos. Os trabalhos incluem métodos experimentais (DONG; LI, 2005; HAMMAMI et al., 2006), analíticos e numéricos e alguns utilizam mais de um tipo de abordagem. Trabalhos analíticos empregam com frequência o Método de Homogeneização Assintótica (AHM- *Asymptotic Homogenization Method*), tais como os estudos de Castillero et al. (1998), Bravo-Castillero et al. (2001), Guinovart-Díaz et al. (2001), Guinovart-Díaz et al. (2002), Sevostianov, Levin e Kachanov (2001) e Panasenko (2005). Mais recentemente, León et al. (2021) propuseram um método semi-analítico de elementos finitos 3D para calcular as propriedades efetivas de compósitos piezoelétricos reforçados com fibras. O método foi baseado nos problemas locais derivados da homogeneização assintótica e resolvidos por análise de elementos finitos e sua validação foi feita por meio de comparações com resultados numéricos relatados na literatura. Guinovart-Sanjuan et al. (2022) estudaram compósitos piezelétricos com interface imperfeita não-uniforme, com condições de contato distintas nas interfaces, utilizando o método de homogeneização assintótica para determinar as propriedades efetivas do referido piezocompósito. Para validar o modelo, os autores compararam os resultados com os valores obtidos pelo método dos elementos finitos (MEF).

O método dos elementos finitos tem grande destaque nas abordagens numéricas e sua crescente utilização se dá devido ao avanço das tecnologias computacionais. Além disso, os modelos de elementos finitos proporcionam maior liberdade para o estudo de diferentes topologias e geometrias. Diversos trabalhos numéricos utilizam o conceito de volume elementar representativo (VER), juntamente com técnicas de homogeneização para encontrar as propriedades efetivas de MFCs. Os estudos realizados por Deraemaeker e Nasser (2010), Trindade e Benjeddou (2011), Trindade e Benjeddou (2013), Tita et al. (2015), Steiger e Mokrý (2015), Trindade e Benjeddou (2016), Medeiros (2016), Kuang e Zhu (2019) e Ksica et al. (2019), por

exemplo, utilizaram condições de contorno periódicas para solucionar o problema.

O método dos elementos finitos com o emprego do VER e considerando o material transversalmente isotrópico embasou trabalhos como os de Medeiros et al. (2015), que determinaram as propriedades efetivas de compósitos com fibras piezelétricas com seção transversal circular e quadrada e, de Brito-Santana et al. (2016), que calcularam os coeficientes efetivos de um compósito piezelétrico para diferentes frações volumétricas de fibra com um novo modelo de interface, com contato perfeito e imperfeito.

Outro estudo recente empregando métodos numéricos com técnicas de homogeneização e conceito de VER foi feito por Nasedkin e Nassar (2021), que investigaram um compósito piezoelétrico poroso desenvolvido com camadas metálicas introduzidas nas interfaces com o intuito de melhorar as propriedades mecânicas e eletromecânicas do compósito. Os autores exploraram os efeitos do aumento da fração metálica nos coeficientes efetivos e encontraram efeitos drásticos na permissividade dielétrica e nas propriedades piezoelétricas do compósito.

Silva et al. (2021) estudaram a influência da posição da camada piezelétrica nos coeficientes efetivos de um laminado compósito inteligente orientado a 0 e 90° com contato perfeito e imperfeito, considerando isotropia transversal e condições de contorno periódicas, através do método dos elementos finitos.

Portanto, diante do exposto, há grande interesse pelo estudos de materiais compósitos inteligentes, e, este trabalho busca ampliar a compreensão desses materiais através da aplicação de uma metodologia computacional numérica que preveja seus coeficientes efetivos corretamente.

3 METODOLOGIA E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Compósitos com estrutura periódica (formados por elementos que se repetem, ou células) permitem a atribuição de elementos representativos de volume que contenham todas as suas características físicas. Por se tratarem de meios heterogêneos, a avaliação das propriedades desses materiais necessita de estudos que considerem aspectos microestruturais e, uma descrição do relacionamento entre a sua microestrutura e macroestrutura (DUTRA et al., 2020).

A busca por informações sobre o comportamento macroscópico constitutivo desses materiais através de uma abordagem numérica emprega técnicas de homogeneização, que não necessita considerar toda a estrutura do compósito. Em vez disso, uma região representativa que contém as informações necessárias dos microconstituintes é selecionada e em suas fronteiras são aplicadas condições de contorno apropriadas. O elemento representativo é, portanto, um meio globalmente equivalente e homogêneo do compósito, sendo as constantes que caracterizam este meio homogeneizado denominadas coeficientes efetivos (DUTRA et al., 2020; TIAN et al., 2019).

3.1 METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO

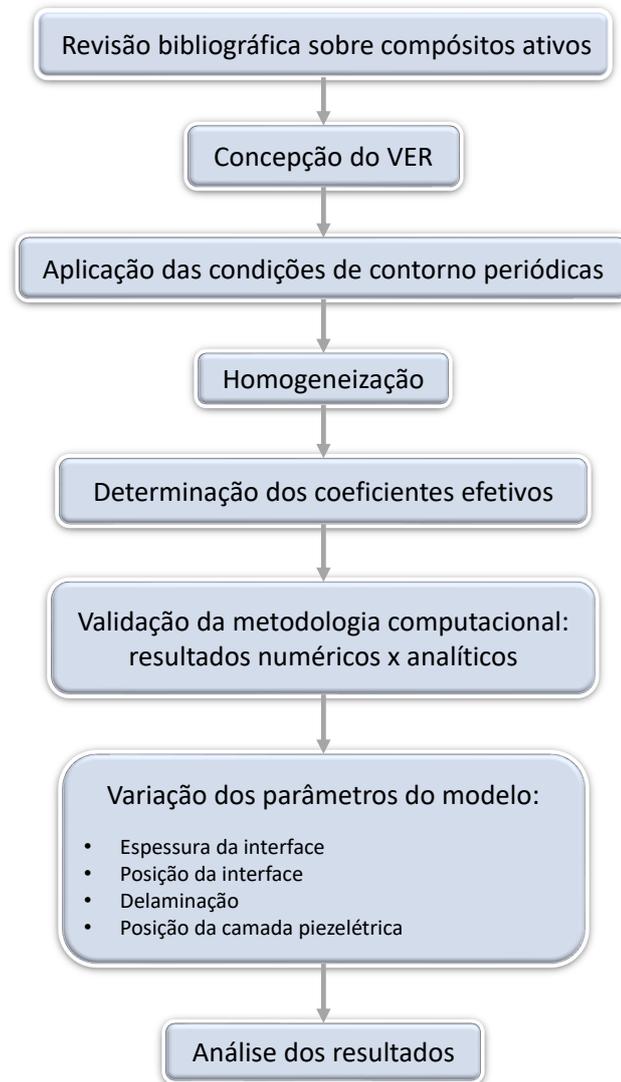
Inicialmente, realizou-se revisão bibliográfica sobre materiais compósitos ativos a fim de se estudar os conceitos teóricos necessários para o desenvolvimento e implementação de uma metodologia computacional que visa determinar numericamente os coeficientes efetivos compósitos com camadas piezelétricas. Tais conceitos incluem o volume elementar representativo (VER), homogeneização e condições de contorno periódicas (CCP), descritos nas subseções 3.2, 3.3 e 3.4, respectivamente. Nessa etapa foi feito também o levantamento dos trabalhos mais relevantes sobre a caracterização e o modelamento do material em estudo.

Na sequência, foi realizada a concepção de um modelo computacional do VER de um laminado compósito constituído de duas camadas estruturais, uma camada piezelétrica e uma interface no software *ABAQUS*[®]. A etapa seguinte foi a aplicação das condições de contorno no VER para realização das análises, seguidas do processo de homogeneização, que resultou na determinação dos coeficientes efetivos do material compósito piezelétrico através da metodologia apresentada em detalhes na subseção 3.5.

A seguir, foi feita a validação da metodologia computacional pela comparação de seus resultados com os coeficientes efetivos calculados por método analítico, apresentados na seção 4. Por fim, os códigos computacionais validados foram utilizados para investigar os efeitos da variação de alguns parâmetros do modelo sobre os coeficientes efetivos. Tais variações incluíram o aumento da espessura da interface, sua posição no laminado e a degradação de suas propriedades e, ainda, a posição da camada piezelétrica no laminado. Os resultados obtidos dessas investigações foram discutidos e apresentados na seção 4.

O método de investigação utilizado neste trabalho consiste nas oito etapas descritas acima e está ilustrado no fluxograma da Figura 17.

Figura 17 – Método de investigação empregado no trabalho.

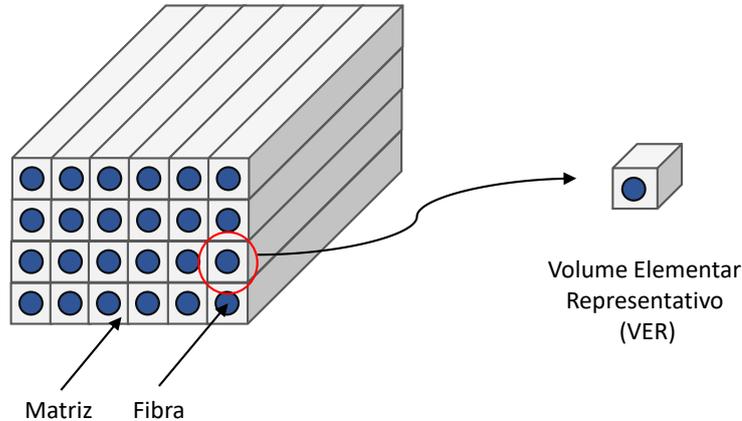


Fonte: Elaborada pelo autor.

3.2 VOLUME ELEMENTAR REPRESENTATIVO

O volume elementar representativo (VER) desempenha um papel central na previsão de propriedades efetivas de materiais heterogêneos, dada a complexidade de se estudar cada região heterogênea separadamente. É definido como o menor elemento de volume de um material, suficientemente grande para apresentar propriedades médias que representem estatisticamente as propriedades do meio contínuo como um todo, sendo portanto, uma amostra de todas as configurações microestruturais que ocorrem no material (DRUGAN; WILLIS, 1996; KANIT et al., 2003). O VER pode ser modelado como uma célula unitária periódica microscópica que gera a estrutura macroscópica de um compósito, como ilustra a Figura 18.

Figura 18 – Conceito de Volume Elementar Representativo (VER) de um compósito.



Fonte: Adaptado de Deraemaeker e Nasser (2010).

3.3 HOMOGENEIZAÇÃO

Um meio heterogêneo é caracterizado pela variação de suas propriedades físicas ao longo da sua estrutura. Quando se trata de propriedades de um meio altamente heterogêneo há duas escalas envolvidas: a macroscópica, na qual o tamanho das heterogeneidades é muito pequeno e a microscópica, que é a escala da heterogeneidades (SÁNCHEZ-PALENCIA, 1980). A notação frequentemente utilizada na literatura (SÁNCHEZ-PALENCIA, 1980; CHUNG; TAMMA; NAMBURU, 2001) considera x como o referencial da macroescala, que caracteriza o sistema global, e y como o referencial da microescala, associada às heterogeneidades da microestrutura.

O objetivo da homogeneização é substituir o problema original associado ao sólido heterogêneo por um problema homogêneo equivalente com coeficientes efetivos constantes e, dessa forma, encontrar as propriedades macroscópicas de um material levando em conta as propriedades de sua estrutura microscópica.

O problema homogeneizado é obtido considerando-se que quando o material é sujeito a um campo de deformação macroscopicamente homogêneo, os tensores médios macroscópicos de tensão e deformação são as médias volumétricas das respectivas quantidades microscópicas (SUQUET, 1985; ABOUDI, 2013), definidos por

$$\bar{T}_{ij} = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} T_{ij}^\mu dV_y = \langle T_{ij}^\mu \rangle, \quad (23)$$

e

$$\bar{S}_{kl} = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} S_{kl}^\mu dV_y = \langle S_{kl}^\mu \rangle, \quad (24)$$

sendo \bar{T}_{ij} e \bar{S}_{kl} os tensores médios de tensão e deformação da macroescala, T_{ij}^μ e S_{kl}^μ os respectivos tensores na microescala, V_y o volume do VER e $\langle \cdot \rangle$ o operador de média volumétrica. As equações (23) e (24) podem ser demonstradas pelo teorema da divergência, estão detalhadas em Pahr (2003)

e podem ser ampliadas para os vetores de campo elétrico e deslocamento elétrico:

$$\bar{D}_i = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} D_i^\mu dV_y = \langle D_i^\mu \rangle, \quad (25)$$

e

$$\bar{E}_k = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} E_k^\mu dV_y = \langle E_k^\mu \rangle. \quad (26)$$

Ao utilizar o Método dos Elementos Finitos (MEF), que discretiza o VER em elementos, as médias dos campos de tensão, deformação, campo elétrico e deslocamento elétrico podem ser escritas em função dos elementos de discretização e as equações (23), (24), (25) e (26) tornam-se

$$\bar{T}_{ij} = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} T_{ij}^{(n)} V^{(n)}, \quad (27)$$

$$\bar{S}_{kl} = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} S_{kl}^{(n)} V^{(n)}, \quad (28)$$

$$\bar{D}_i = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} D_i^{(n)} V^{(n)}, \quad (29)$$

e

$$\bar{E}_k = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} E_k^{(n)} V^{(n)}, \quad (30)$$

respectivamente, sendo V_y o volume de uma célula unitária (VER), nel o número de elementos contidos no VER, np o número de pontos de Gauss do elemento, V^n o volume do n -ésimo elemento e, $T_{ij}^{(n)}$, $S_{kl}^{(n)}$, $D_i^{(n)}$ e $E_k^{(n)}$ os campos microscópicos dos pontos.

As propriedades lineares efetivas de um material piezelétrico homogeneizado definem a relação entre as médias das variáveis de campo tensão \bar{T}_{ij} , deformação \bar{S}_{ij} , campo elétrico \bar{E}_i e deslocamento elétrico \bar{D}_j . Assim, considerando-se o conceito de coeficiente efetivo proveniente da homogeneização, a relação constitutiva para materiais piezoelétricos homogeneizados, na sua forma compacta é escrita como

$$\begin{bmatrix} [\bar{T}] \\ [\bar{D}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [c]_{\text{eff}}^E & -[e]_{\text{eff}} \\ [e]_{\text{eff}}^T & [\varepsilon]_{\text{eff}}^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\bar{S}] \\ [\bar{E}] \end{bmatrix}, \quad (31)$$

com o subscrito "eff" indicando os coeficientes efetivos. Os tensores lineares de elasticidade de quarta ordem, de acoplamento piezelétrico de terceira ordem e dielétrico de segunda ordem são escritos na forma matricial e denotados por $[c]_{\text{eff}}^E$, $[e]_{\text{eff}}$ e $[\varepsilon]_{\text{eff}}^S$ respectivamente. Os sobrescritos "E" e "S" denotam campo elétrico e campo de deformações constantes, respectivamente.

3.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

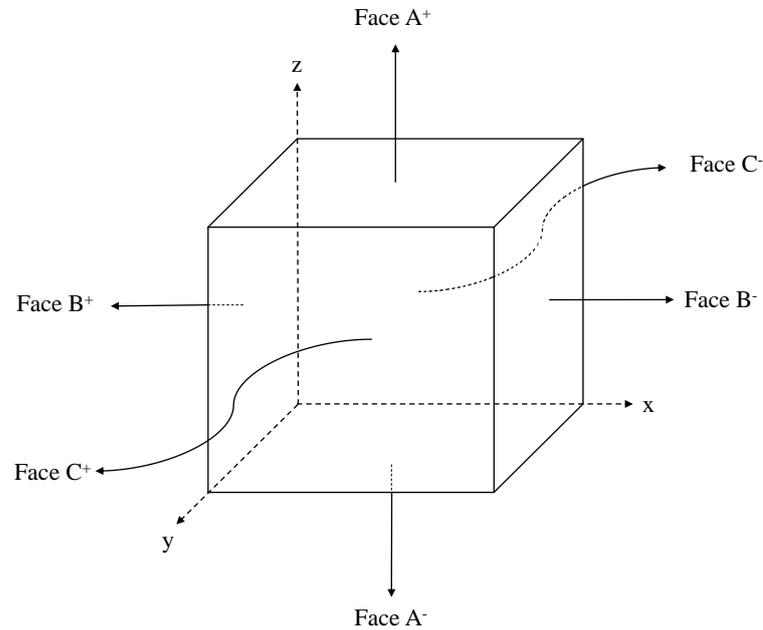
Uma condição de contorno é um conjunto de restrições impostas nas coordenadas dos nós da superfície do VER que devem ser satisfeitas pela solução da equação diferencial associada ao problema físico investigado. As propriedades efetivas de um material compósito piezelétrico são computadas numericamente pelo método dos elementos finitos através da aplicação de condições de contorno no VER. Nenhuma solução é possível sem definir o comportamento/condições dos nós nas superfícies do volume elementar representativo, portanto, a solução de qualquer problema é altamente dependente das condições de contorno implementadas (OKEREKE et al., 2018).

A condição de Hill estabelece que a média do produto interno dos tensores de tensão e deformação do nível macroscópico é igual ao produto interno de suas médias em nível microscópico e, para um meio não-periódico, três tipos de condições de contorno, tipicamente utilizadas em trabalhos encontrados na literatura, satisfazem a condição de Hill (PAHR; BÖHM, 2008; PANYASANTISUK et al., 2015): condições de contorno cinemáticas de deslocamento, nas quais pontos do contorno são restritos a deslocamentos uniformes; condições de contorno estáticas uniformes, nas quais pontos do contorno são restritos a trações uniformes e, condições de contorno mistas, que combinam restrições de deslocamentos e trações uniformes. As condições de contorno de Dirichlet, Neumann e Robin também são chamadas de condição de contorno de primeiro tipo, segundo tipo e terceiro tipo, respectivamente. A condição de contorno mista refere-se aos casos em que as condições de contorno de Dirichlet são prescritas em algumas partes do contorno, enquanto as condições de contorno de Neumann existem nas outras. Dessa forma, três condições de contorno em termos de tensões e deslocamentos podem ser definidas em cada face do VER. As Figuras 19 e 20 ilustram as faces de um VER genérico e o conjunto das três condições de contorno, respectivamente.

A tabela 4 apresenta os deslocamentos e tensões nas direções 1, 2 e 3 em cada face do VER, quando aplicados carregamentos normal na direção x e de cisalhamento no plano xy para as três condições de contorno supracitadas. Em geral, para volumes de elementos que não são representativos, essas condições de contorno fornecem propriedades elásticas aparentes distintas, no entanto, para volumes elementares representativos, os resultados são os próprios coeficientes efetivos (PANYASANTISUK et al., 2015).

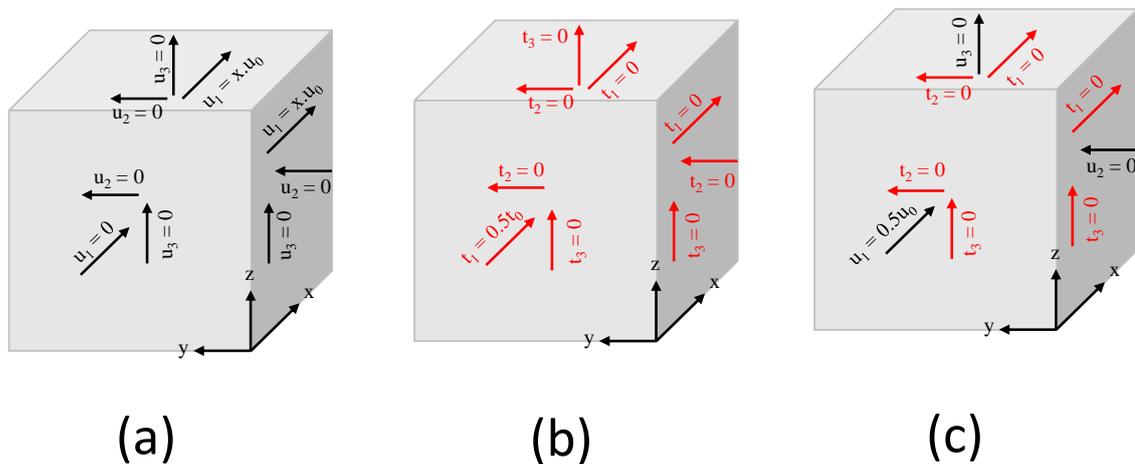
Quando o material pode ser tratado como um meio periódico, formado por um conjunto de VERs, a célula unitária é repetida ao longo das três dimensões para imitar um corpo físico contínuo e, condições de contorno periódicas podem ser utilizadas. Deslocamentos na fronteira entre duas células unitárias adjacentes devem ser conectados adequadamente para evitar interpenetração ou descontinuidades, como ilustra a Figura 21. Da mesma forma, as tensões também devem respeitar a continuidade nas fronteiras. A condição de contorno periódica estipula que pares opostos de arestas ou faces na superfície do VER devam sofrer deformação idêntica sob determinado carregamento (ZHANG; LI; SCHMIDT, 2015; GAROZ et al., 2019).

Figura 19 – Representação das faces de um VER genérico para a aplicação das condições de contorno.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 – Conjunto de condições de contorno: (a) deslocamento, (b) tensão e (c) deslocamento-tensão (mista).



Fonte: Adaptado de Blöß e Welsch (2015).

Alguns estudos demonstram que condições de contorno periódicas alcançam melhores aproximações para os coeficientes efetivos mecânicos em comparação com deslocamento linear ou tração uniforme (BOUAOUNE et al., 2016; HAZANOV; HUET, 1994; HORI; NEMAT-NASSER, 1999).

Considerando-se o VER periódico da Figura 19 com fronteira ∂W , decomposta em duas partes opostas ∂W^+ e ∂W^- , tal que $\partial W = \partial W^+ \cup \partial W^-$ e $\partial W^+ \cap \partial W^- = \emptyset$, sendo cada ponto

Tabela 4 – Deslocamentos (u) e tensões (t) prescritos em cada face do VER, para carregamentos normal na direção x e de cisalhamento no plano xy para as condições de contorno cinemáticas de deslocamento uniforme, estáticas de tensão uniforme e mistas.

	Deslocamento		Tensão		Mista	
	x	xy	x	xy	x	xy
Face A^+	$u_1 = xu_0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$u_1 = 0$ $u_2 = xu_0$ $u_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$
Face A^-	$u_1 = xu_0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$u_1 = 0$ $u_2 = xu_0$ $u_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$
Face B^+	$u_1 = xu_0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$u_1 = 0$ $u_2 = 0$ $u_3 = xu_0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = \frac{t_0}{2}$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$u_1 = \frac{u_0}{2}$ $t_2 = 0$ $u_3 = 0$
Face B^-	$u_1 = xu_0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$u_1 = 0$ $u_2 = xu_0$ $u_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = \frac{-t_0}{2}$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$u_1 = \frac{-u_0}{2}$ $t_2 = 0$ $u_3 = 0$
Face C^+	$u_1 = 0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$u_1 = 0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$t_1 = \frac{-t_0}{2}$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = \frac{-t_0}{2}$ $t_3 = 0$	$u_1 = \frac{-u_0}{2}$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $u_2 = \frac{-u_0}{2}$ $u_3 = 0$
Face C^-	$u_1 = u_0$ $u_2 = 0$ $u_3 = 0$	$u_1 = 0$ $u_2 = u_0$ $u_3 = 0$	$t_1 = \frac{t_0}{2}$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $t_2 = \frac{t_0}{2}$ $t_3 = 0$	$u_1 = \frac{-u_0}{2}$ $t_2 = 0$ $t_3 = 0$	$t_1 = 0$ $u_2 = \frac{u_0}{2}$ $u_3 = 0$

Fonte: Adaptado de Blöß e Welsch (2015).

x^+ em ∂W^+ associado a um único ponto x^- em ∂W^- e os vetores normais dessas fronteiras satisfazendo $n^- = -n^+$, os deslocamentos de pares de pontos de superfícies opostas são descritos por (SUQUET, 1985):

$$u_i^{W^+} = \bar{S}_{ij} y_j^{W^+} + v_i^{W^+} \quad (32)$$

e

$$u_i^{W^-} = \bar{S}_{ij} y_j^{W^-} + v_i^{W^-}, \quad (33)$$

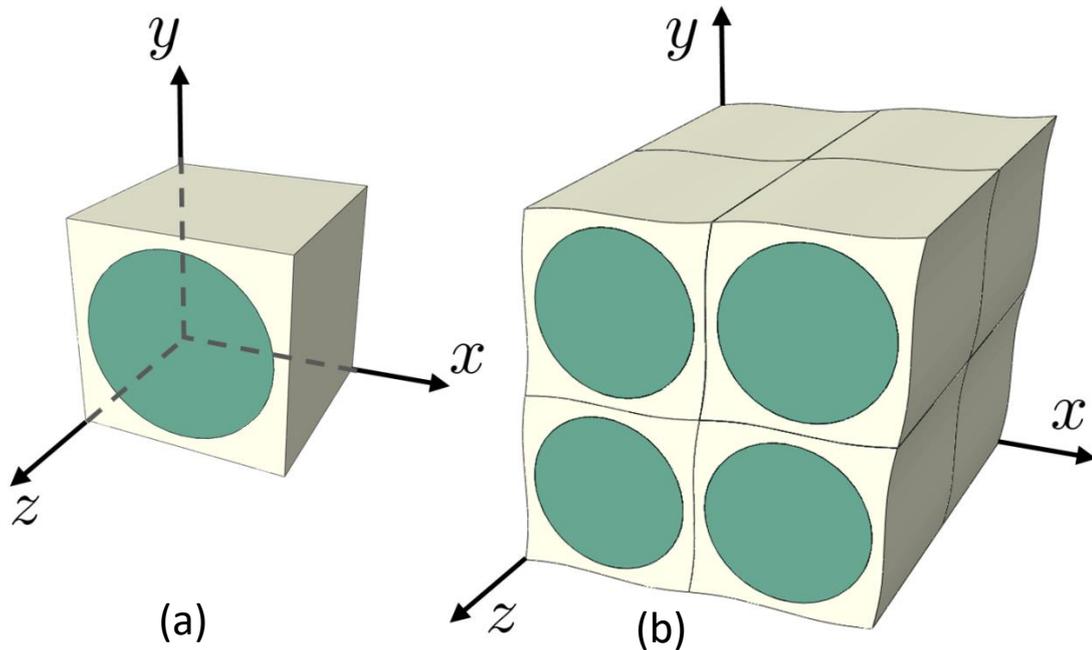
sendo W^+ associado às faces A^+ , B^+ e C^+ , W^- associado às faces A^- , B^- e C^- e, v_i os deslocamentos flutuantes. Devido às condições periódicas do VER, os deslocamentos flutuantes são idênticos nas faces opostas, portanto, pelas equações (32) e (33), tem-se:

$$u_i^{W^+} - u_i^{W^-} = \bar{S}_{ij} (y_j^{W^+} - y_j^{W^-}) = \bar{S}_{ij} \Delta y_j^W. \quad (34)$$

Além das condições de contorno mecânicas que podem ser impostas ao VER, há também as condições de contorno elétricas, pela aplicação de diferença de potencial elétrico em uma dada direção. Similarmente, a condição periódica para o potencial elétrico é dada por:

$$\phi_i^{W^+} - \phi_i^{W^-} = \bar{E}_i (y_j^{W^+} - y_j^{W^-}) = \bar{E}_i \Delta y_j^W. \quad (35)$$

Figura 21 – Representação de (a) célula unitária e (b) modo de deformação do meio periódico contínuo formado por células unitárias.



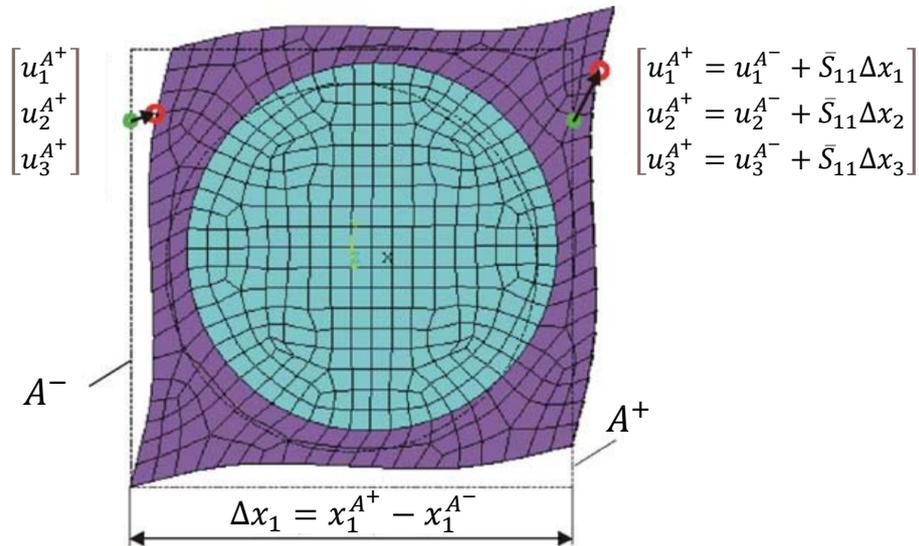
Fonte: Adaptado de Garoz et al. (2019).

Diferentes metodologias computacionais podem ser utilizadas para implementar as CCPs no VER e assim determinar os coeficientes efetivos de materiais compósitos. Alguns trabalhos (BERGER et al., 2005; TITA et al., 2015; BRITO-SANTANA et al., 2016; TRINDADE; BEN-JEDDOU, 2016; KOTHARI et al., 2016; BRITO-SANTANA et al., 2018; SILVA et al., 2021) utilizam uma forma simplificada em que alguns carregamentos não requerem a aplicação de equações de restrição. Essa metodologia alcança periodicidade impondo condições de contorno que garantem as superfícies do VER planas após a deformação, com deslocamentos ou forças concentradas prescritos diretamente nas superfícies do VER. A exemplo de uma condição de contorno utilizada nesses estudos, um carregamento normal na direção x do VER da Figura 19 é conseguido prescrevendo-se deslocamentos normais iguais a zero nas faces A^+ e A^- , C^+ , C^- , B^+ e deslocamento diferente de zero na face B^+ na direção x . No entanto, essa metodologia só é consistente, com boa previsão dos coeficientes efetivos para VERs transversalmente isotrópicos (OMAIREY; DUNNING; SRIRAMULA, 2019). Para o caso de um VER monoclinico, é necessário aplicar condições periódicas nó a nó, em que as superfícies de contorno deformadas podem distorcer e não permanecem mais planas.

Trabalhos mais recentes (TIAN et al., 2019; ZHU; BETTAIEB; ABED-MERAİM, 2020; GE et al., 2023) utilizam uma metodologia que emprega equações de restrição para cada par de pontos equivalentes de superfícies opostas, nó-a-nó, de forma a aplicar as CCPs no VER. A Figura 22 mostra as condições de contorno para um par de nós correspondentes de superfícies opostas. O presente trabalho está embasado em tal método e seguiu a implementação proposta

por Tian et al. (2019), descrita na subseção 3.4.1.

Figura 22 – Condições de contorno periódicas para um par de nós pertencentes à superfície A^+ e A^- .



Fonte: Adaptado de Berger et al. (2005).

3.4.1 Implementação das CCPs por equações de restrição nó-a-nó

Esta subseção apresenta a metodologia utilizada para implementar as equações de restrição que garantem a aplicação de condições de contorno periódicas ao VER, necessárias para a determinação de cada coeficiente efetivo da matriz constitutiva de um material compósito inteligente homogeneizado considerando um plano de simetria e, portanto, com relação constitutiva monoclínica.

Neste trabalho, tanto o pré-processamento, incluindo a aplicação de condições de contorno periódicas, análises pelo método dos elementos finitos, quanto o pós-processamento usado para avaliar os coeficientes efetivos dos laminados compósitos piezelétricos por método de homogeneização, foram implementados no pacote comercial do software *ABAQUS*[®] por meio de um procedimento computacional baseado na linguagem Python.

A equação (34) implica que os nós em uma aresta/superfície devem combinar com os nós correspondentes na borda oposta, sendo assim possível restringir cinematicamente os dois nós correspondentes. Para garantir que isso aconteça, a discretização do VER deve ocorrer de forma que duas arestas/superfícies opostas tenham o mesmo número de nós, ou seja, que a malha seja periódica, caso contrário não é possível implementar as CCPs. O problema em estudo utilizou um VER com geometria cúbica e, portanto, com fácil implementação de malha periódica.

As condições de contorno periódicas foram aplicadas nos nós das superfícies do VER, uma vez que o software permite a restrição de multipontos por uma combinação linear geral de

variáveis nodais (como deslocamentos em diferentes nós), em que o produto de um coeficiente e a variável nodal correspondente é igual a zero, ou seja,

$$A_1 u_i^P + A_2 u_j^Q + \dots + A_N u_k^R = 0, \quad (36)$$

sendo u_i^P o deslocamento do nó, P no grau de liberdade i e A_N os coeficientes que definem o movimento relativo dos nós.

Para aplicar as condições de contorno periódicas descritas pela equação (34) às equações de restrição lineares multipontos (36), um conceito abstrato de “nó fictício”, representado por um ponto de referência com coordenadas arbitrárias, é introduzido no *ABAQUS*[®]. Embora o nó fictício não esteja conectado a nenhuma parte do modelo, ele fornece os graus de liberdade necessários para controlar as respostas mecânicas do VER. A forma geral do conjunto de sistemas de equações utilizadas na formulação das condições de contorno periódicas é então representada por

$$u_i^{W+} - u_i^{W-} = u_i^{RP}, \quad (37)$$

sendo $W+$ e $W-$ os sobrescritos que representam os conjuntos de nós pertencentes às faces opostas e paralelas do VER e u_i^{RP} a perturbação imposta no ponto de referência. A equação (36) é então aplicada a cada nó pertencente à face $W+$ e seu correspondente nó pertencente à face $W-$ e, portanto, uma vez que um grau de liberdade tenha sido utilizado em uma equação de restrição, é por esta eliminado e não poderá ser usado em outra equação de restrição. Sendo assim, as equações de restrição para as arestas e vértices do VER precisam ser reduzidas, de modo a evitar sobreposição de restrições.

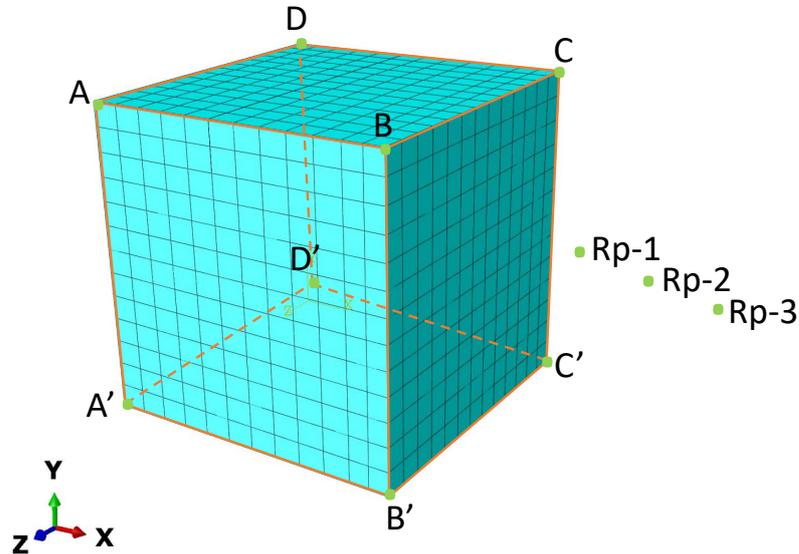
Para determinar as equações de restrição e impor as condições de contorno periódicas nas superfícies do VER adequadamente, o primeiro passo foi categorizar os nós da sua superfície em três conjuntos: nós pertencentes ao interior das faces (excluindo-se os nós contidos em arestas e vértices), nós das arestas (excluindo-se os nós dos vértices) e nós dos vértices. De acordo com a Figura 23, determinou-se as seguintes faces, arestas e vértices:

- Interior das faces: face X^+ (BB'C'C), face X^- (AA'D'D), face Y^+ (ABCD), face Y^- (A'B'C'D'), face Z^+ (AA'B'B) e face Z^- (DD'C'C).
- Arestas: CC', BB', AA', DD', CD, AB, A'B', C'D', AD, BC, B'C', A'D'.
- Vértices: A, B, C, D, A', B', C' e D'.

As tabelas 5 e 6 apresentam as equações de restrição utilizadas nos nós pertencentes ao interior das faces e arestas, respectivamente e as tabelas 7 e 8 mostram as equações de restrição utilizadas para os nós dos vértices, totalizando 57 equações que garantem as condições de contorno periódicas no VER.

Para determinar os coeficientes efetivos mecânicos do laminado compósito piezoeletrico através do método dos elementos finitos, é necessário o procedimento de homogeneização, que

Figura 23 – Categoria para os conjuntos de nós nas superfícies do VER.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 5 – Equações de restrição para nós do interior das faces.

X^+ e X^-	Y^+ e Y^-	Z^+ e Z^-
$u_1^{X^+} - u_1^{X^-} - u_1^{Rp-1} = 0$	$u_1^{Y^+} - u_1^{Y^-} - u_1^{Rp-3} = 0$	$u_1^{Z^+} - u_1^{Z^-} - u_1^{Rp-2} = 0$
$u_2^{X^+} - u_2^{X^-} - u_2^{Rp-3} = 0$	$u_2^{Y^+} - u_2^{Y^-} - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^{Z^+} - u_2^{Z^-} - u_2^{Rp-1} = 0$
$u_3^{X^+} - u_3^{X^-} - u_3^{Rp-2} = 0$	$u_3^{Y^+} - u_3^{Y^-} - u_3^{Rp-1} = 0$	$u_3^{Z^+} - u_3^{Z^-} - u_3^{Rp-3} = 0$

Fonte: Produção do autor

requer a aplicação de seis condições de contorno diferentes no VER analisado. Os pontos de referência Rp-1 e Rp-2 são utilizados para aplicar três condições de cisalhamento, enquanto Rp-3 é usado para aplicação de três condições de carregamento normal.

As condições de contorno são impostas ao VER quando as magnitudes dos deslocamentos dos pontos de referência são escolhidas. Para os casos de carregamentos normais, estabelece-se que os deslocamentos u_i^{Rp-1} e u_i^{Rp-2} (com $i = 1, 2$ e 3) são iguais a zero. Para que haja carregamento normal na direção x , arbitra-se um valor não nulo para u_1^{Rp-3} e zero para u_2^{Rp-3} e u_3^{Rp-3} . Para impor carregamento normal na direção y , arbitra-se um valor não nulo para u_2^{Rp-3} , e zero para u_1^{Rp-3} e u_3^{Rp-3} . Da mesma forma, o carregamento normal na direção z é imposto quando se emprega um valor não nulo para u_3^{Rp-3} e zero para u_1^{Rp-3} e u_2^{Rp-3} .

As condições de contorno de cisalhamento puro são impostas quando os deslocamentos u_i^{Rp-3} (com $i = 1, 2$ e 3) são iguais a zero. O cisalhamento puro no plano xy é imposto ao VER quando os deslocamentos u_1^{Rp-1} e u_2^{Rp-2} são iguais e não nulos, enquanto u_2^{Rp-1} , u_3^{Rp-1} , u_1^{Rp-2} e

Tabela 6 – Equações de restrição para nós contidos nas arestas.

AA' e BB'	AA' e DD'	CC' e DD'
$u_1^{BB'} - u_1^{AA'} - u_1^{Rp-3} = 0$	$u_1^{AA'} - u_1^{DD'} - u_1^{Rp-2} = 0$	$u_1^{CC'} - u_1^{DD'} - u_1^{Rp-3} = 0$
$u_2^{BB'} - u_2^{AA'} - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^{AA'} - u_2^{DD'} - u_2^{Rp-1} = 0$	$u_2^{CC'} - u_2^{DD'} - u_2^{Rp-2} = 0$
$u_3^{BB'} - u_3^{AA'} - u_3^{Rp-1} = 0$	$u_3^{AA'} - u_3^{DD'} - u_3^{Rp-3} = 0$	$u_3^{CC'} - u_3^{DD'} - u_3^{Rp-1} = 0$
AB e CD	CD e C'D'	AB' e CD'
$u_1^{AB} - u_1^{CD} - u_1^{Rp-2} = 0$	$u_1^{CD} - u_1^{CD'} - u_1^{Rp-1} = 0$	$u_1^{AB'} - u_1^{CD'} - u_1^{Rp-2} = 0$
$u_2^{AB} - u_2^{CD} - u_2^{Rp-1} = 0$	$u_2^{CD} - u_2^{CD'} - u_2^{Rp-3} = 0$	$u_2^{AB'} - u_2^{CD'} - u_2^{Rp-1} = 0$
$u_3^{AB} - u_3^{CD} - u_3^{Rp-3} = 0$	$u_3^{CD} - u_3^{CD'} - u_3^{Rp-2} = 0$	$u_3^{AB'} - u_3^{CD'} - u_3^{Rp-3} = 0$
BC e DA	DA e D'A'	D'A' e B'C'
$u_1^{BC} - u_1^{DA} - u_1^{Rp-3} = 0$	$u_1^{DA} - u_1^{D'A'} - u_1^{Rp-1} = 0$	$u_1^{B'C'} - u_1^{D'A'} - u_1^{Rp-3} = 0$
$u_2^{BC} - u_2^{DA} - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^{DA} - u_2^{D'A'} - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^{B'C'} - u_2^{D'A'} - u_2^{Rp-2} = 0$
$u_3^{BC} - u_3^{DA} - u_3^{Rp-1} = 0$	$u_3^{DA} - u_3^{D'A'} - u_3^{Rp-3} = 0$	$u_3^{B'C'} - u_3^{D'A'} - u_3^{Rp-1} = 0$

Fonte: Produção do autor

Tabela 7 – Equações de restrição para nós contidos nos vértices A, B, C e D.

D e A	D e C	C e B
$u_1^A - u_1^D - u_1^{Rp-2} = 0$	$u_1^C - u_1^D - u_1^{Rp-3} = 0$	$u_1^B - u_1^C - u_1^{Rp-2} = 0$
$u_2^A - u_2^D - u_2^{Rp-1} = 0$	$u_2^C - u_2^D - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^B - u_2^C - u_2^{Rp-1} = 0$
$u_3^A - u_3^D - u_3^{Rp-3} = 0$	$u_3^C - u_3^D - u_3^{Rp-1} = 0$	$u_3^B - u_3^C - u_3^{Rp-3} = 0$

Fonte: Produção do autor

Tabela 8 – Equações de restrição para nós contidos nos vértices A', B', C' e D'.

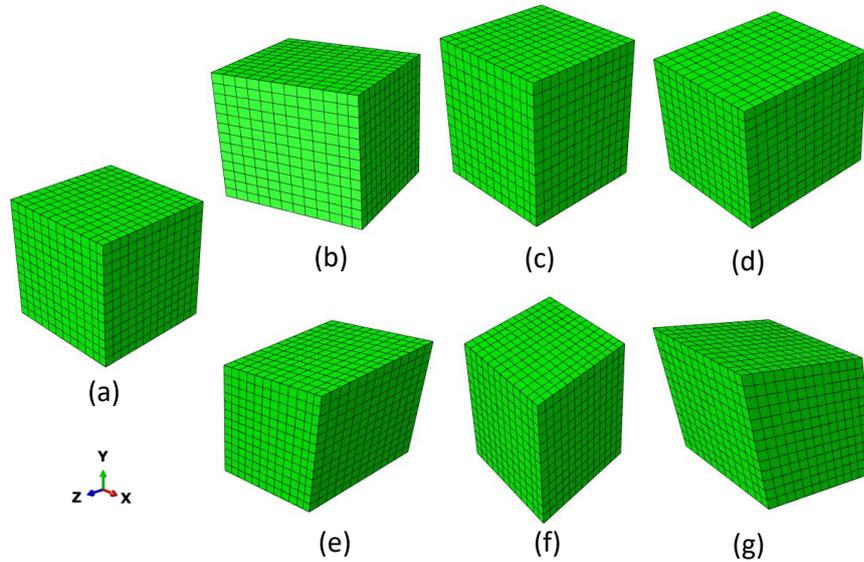
A' e B'	D' e A'
$u_1^{B'} - u_1^{A'} - u_1^{Rp-3} = 0$	$u_1^{A'} - u_1^{D'} - u_1^{Rp-2} = 0$
$u_2^{B'} - u_2^{A'} - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^{A'} - u_2^{D'} - u_2^{Rp-1} = 0$
$u_3^{B'} - u_3^{A'} - u_3^{Rp-1} = 0$	$u_3^{A'} - u_3^{D'} - u_3^{Rp-3} = 0$
D' e C'	D' e D
$u_1^{C'} - u_1^{D'} - u_1^{Rp-3} = 0$	$u_1^D - u_1^{D'} - u_1^{Rp-1} = 0$
$u_2^{C'} - u_2^{D'} - u_2^{Rp-2} = 0$	$u_2^D - u_2^{D'} - u_2^{Rp-3} = 0$
$u_3^{C'} - u_3^{D'} - u_3^{Rp-1} = 0$	$u_3^D - u_3^{D'} - u_3^{Rp-2} = 0$

Fonte: Produção do autor

u_3^{Rp-2} são iguais a zero. Para o cisalhamento puro no plano xz , arbitra-se um valor não nulo para u_3^{Rp-1} e u_1^{Rp-2} e zero para u_1^{Rp-1} , u_2^{Rp-1} , u_2^{Rp-2} e u_3^{Rp-2} . Já, a escolha de um valor não nulo para u_2^{Rp-1} e u_3^{Rp-2} e zero para u_1^{Rp-1} , u_2^{Rp-1} , u_1^{Rp-2} e u_2^{Rp-2} , implica o cisalhamento puro no plano yz . A tabela 9 sintetiza as seis condições de contorno independentes que são impostas através dos pontos de referência. A Figura 24 apresenta o estado deformado do VER sob as seis diferentes condições de contorno supracitadas.

A determinação dos coeficientes efetivos dielétricos e de acoplamento piezolétrico do laminado compósito piezolétrico pelo método dos elementos finitos também utiliza procedimento

Figura 24 – (a) VER não deformado, VER deformado sob (b) carregamento normal em x, (c) carregamento normal em y, (d) carregamento normal em z, (e) cisalhamento no plano xy, (f) cisalhamento no plano xz e (g) cisalhamento no plano yz.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 9 – Deslocamentos impostos aos pontos de referência Rp-1, Rp-2 e Rp-3 para cada condição de contorno.

Condição de contorno	Deslocamentos dos Rps		
Carregamento normal na direção 1	$u_1^{Rp-1} = 0$	$u_2^{Rp-1} = 0$	$u_3^{Rp-1} = 0$
	$u_1^{Rp-2} = 0$	$u_2^{Rp-2} = 0$	$u_3^{Rp-2} = 0$
	$u_1^{Rp-3} = \varepsilon_{22}$	$u_2^{Rp-3} = 0$	$u_3^{Rp-3} = 0$
Carregamento normal na direção 2	$u_1^{Rp-1} = 0$	$u_2^{Rp-1} = 0$	$u_3^{Rp-1} = 0$
	$u_1^{Rp-2} = 0$	$u_2^{Rp-2} = 0$	$u_3^{Rp-2} = 0$
	$u_1^{Rp-3} = 0$	$u_2^{Rp-3} = \varepsilon_{11}$	$u_3^{Rp-3} = 0$
Carregamento normal na direção 3	$u_1^{Rp-1} = 0$	$u_2^{Rp-1} = 0$	$u_3^{Rp-1} = 0$
	$u_1^{Rp-2} = 0$	$u_2^{Rp-2} = 0$	$u_3^{Rp-2} = 0$
	$u_1^{Rp-3} = 0$	$u_2^{Rp-3} = 0$	$u_3^{Rp-3} = \varepsilon_{33}$
Cisalhamento no plano 12	$u_1^{Rp-1} = \frac{\varepsilon_{12}}{2}$	$u_2^{Rp-1} = 0$	$u_3^{Rp-1} = 0$
	$u_1^{Rp-2} = 0$	$u_2^{Rp-2} = \frac{\varepsilon_{21}}{2}$	$u_3^{Rp-2} = 0$
	$u_1^{Rp-3} = 0$	$u_2^{Rp-3} = 0$	$u_3^{Rp-3} = 0$
Cisalhamento no plano 13	$u_1^{Rp-1} = 0$	$u_2^{Rp-1} = 0$	$u_3^{Rp-1} = \frac{\varepsilon_{13}}{2}$
	$u_1^{Rp-2} = \frac{\varepsilon_{31}}{2}$	$u_2^{Rp-2} = 0$	$u_3^{Rp-2} = 0$
	$u_1^{Rp-3} = 0$	$u_2^{Rp-3} = 0$	$u_3^{Rp-3} = 0$
Cisalhamento no plano 23	$u_1^{Rp-1} = 0$	$u_2^{Rp-1} = \frac{\varepsilon_{23}}{2}$	$u_3^{Rp-1} = 0$
	$u_1^{Rp-2} = 0$	$u_2^{Rp-2} = 0$	$u_3^{Rp-2} = \frac{\varepsilon_{32}}{2}$
	$u_1^{Rp-3} = 0$	$u_2^{Rp-3} = 0$	$u_3^{Rp-3} = 0$

Fonte: Produção do autor

de homogeneização e requer a aplicação de três condições de contorno elétricas nas faces do VER. A seção 3.5 detalha as condições de contorno utilizadas para a determinação de todos os coeficientes efetivos.

3.5 APLICAÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO PARA A OBTENÇÃO DOS COEFICIENTES EFETIVOS

Devido às características do VER, bem como dos seus constituintes, este estudo considerou que o material piezelétrico homogeneizado possui um plano de simetria, com matriz constitutiva monoclínica. Além disso, foi considerado o campo elétrico atuando somente na direção da fibra piezelétrica, ou seja, na direção 3, como no caso de sensores de atuam no modo d_{33} . Diante dessas considerações, a equação constitutiva do material em estudo, na sua forma expandida é dada por

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} \\ \bar{S}_{22} \\ \bar{S}_{33} \\ \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{13} \\ \bar{S}_{23} \\ \bar{E}_3 \end{bmatrix}, \quad (38)$$

com 11 coeficientes mecânicos, 3 de acoplamento piezelétrico e 1 coeficiente dielétrico a serem determinados. Para encontrar os coeficientes efetivos, as condições de contorno devem ser construídas de forma que para um caso de carregamento particular apenas um valor no vetor deformação/campo elétrico seja diferente de zero e todos os outros sejam nulos. São necessárias, no total, sete análises, cada uma impondo uma condição de contorno diferente, das quais seis mecânicas e uma elétrica, para determinar todos os coeficientes do material estudado.

3.5.1 Primeira análise

Para determinar os coeficientes c_{11}^{eff} , c_{12}^{eff} , c_{13}^{eff} , c_{14}^{eff} e e_{13}^{eff} , a primeira condição de contorno consiste em deformar o VER apenas ao longo da direção x , conforme mostra a Figura 24(b), ou seja, impor que apenas \bar{S}_{11} seja diferente de zero, enquanto os demais componentes do vetor deformação sejam nulos: $\bar{S}_{22} = \bar{S}_{33} = \bar{S}_{12} = \bar{S}_{13} = \bar{S}_{23} = 0$. Para isso, pode-se tanto aplicar deslocamento quanto força concentrada diferente de zero em Rp-3 na direção 1, conforme descrito na seção 3.4.1. O potencial elétrico deve ser fixado igual a zero em todas as faces do

VER para que $\bar{E}_3 = 0$. Dessa forma, a equação (38) se reduz a

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{S}_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (39)$$

e os coeficientes efetivos c_{11}^{eff} da primeira linha, c_{12}^{eff} da segunda, c_{13}^{eff} da terceira, c_{14}^{eff} da sexta e e_{13}^{eff} da sétima linha da matriz constitutiva podem ser determinados pelas equações

$$c_{11}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{11}}{\bar{S}_{11}}, \quad (40)$$

$$c_{12}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{22}}{\bar{S}_{11}}, \quad (41)$$

$$c_{13}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{11}}, \quad (42)$$

$$c_{14}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{23}}{\bar{S}_{11}}, \quad (43)$$

e

$$e_{13}^{\text{eff}} = \frac{\bar{D}_3}{\bar{S}_{11}}. \quad (44)$$

3.5.2 Segunda análise

A segunda condição de contorno objetiva determinar os coeficientes efetivos c_{22}^{eff} , c_{23}^{eff} , c_{24}^{eff} e e_{32}^{eff} , presentes na segunda, terceira, sexta e sétima linhas da matriz constitutiva, respectivamente. A imposição de deformação no VER apenas ao longo da direção y , conforme ilustra a Figura 24(c), faz com que \bar{S}_{22} seja diferente de zero e os demais componentes do vetor deformação sejam nulos. Esse modo de deformação pode ser aplicado arbitrando-se um deslocamento não nulo em Rp-3 na direção y , ou ainda uma força concentrada nesse mesmo ponto de referência, conforme descrito na subseção 3.4.1. O potencial elétrico deve ser fixado igual a zero em todas

as faces do VER para que $\bar{E}_3 = 0$. Assim, a equação (38) se torna

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{S}_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (45)$$

e os coeficientes efetivos são dados por

$$c_{22}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{22}}{\bar{S}_{22}}, \quad (46)$$

$$c_{23}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{22}}, \quad (47)$$

$$c_{24}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{23}}{\bar{S}_{22}}, \quad (48)$$

e

$$e_{32}^{\text{eff}} = \frac{\bar{D}_3}{\bar{S}_{22}}. \quad (49)$$

3.5.3 Terceira análise

A terceira análise utiliza a condição de contorno que impõe deformação somente ao longo da direção z no VER, conforme mostra a Figura 24(d) para determinar os coeficientes c_{33}^{eff} , c_{34}^{eff} e e_{33}^{eff} . Esse modo de deformação acontece quando quando é arbitrado um deslocamento ou força concentrada diferente de zero ao Rp-3 na direção z , procedimento descrito na sessão 3.4.1, o que implica \bar{S}_{33} não nulo e $\bar{S}_{22} = \bar{S}_{12} = \bar{S}_{13} = \bar{S}_{23} = 0$. Prescrevendo-se potencial nulo em todas as faces do VER, tem-se $\bar{E}_3 = 0$. Pelas condições de contorno aplicadas, a equação (38) se reduz a

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (50)$$

que permite determinar c_{33}^{eff} da terceira linha, c_{34}^{eff} da sexta linha e e_{33}^{eff} da sétima linha pelas equações

$$c_{33}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{33}}, \quad (51)$$

$$c_{34}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{23}}{\bar{S}_{33}}, \quad (52)$$

e

$$e_{33}^{\text{eff}} = \frac{\bar{D}_3}{\bar{S}_{33}}. \quad (53)$$

3.5.4 Quarta análise

A quarta condição de contorno prescreve cisalhamento puro no plano xy do VER, conforme ilustra a Figura 24(e), e tal modo de deformação é conseguido pelo procedimento descrito na seção 3.4.1, com a prescrição adequada de força concentrada ou deslocamento nos pontos de referência. Assim, apenas \bar{S}_{12} é diferente de zero e \bar{S}_{11} , \bar{S}_{22} , \bar{S}_{33} , \bar{S}_{13} e \bar{S}_{23} são nulos. Com o potencial elétrico igual a zero em todas as faces do VER, o campo elétrico \bar{E}_3 é igual a zero e dessa forma, da equação (38), os coeficientes c_{66}^{eff} e c_{54}^{eff} , da quarta e quinta linha, respectivamente, são obtidos, conforme descrevem as equações a seguir:

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (54)$$

$$c_{66}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{12}}{\bar{S}_{12}}, \quad (55)$$

$$c_{54}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{13}}{\bar{S}_{12}}. \quad (56)$$

3.5.5 Quinta análise

A quinta condição de contorno imposta ao VER é o cisalhamento puro no plano xz , de acordo com o procedimento descrito na seção 3.4.1, ilustrado pela Figura 24(f), que permite determinar o coeficiente efetivo c_{55}^{eff} . Prescrevendo-se o potencial elétrico nulo em todas as faces

do VER, tem-se que \bar{S}_{11} , \bar{S}_{22} , \bar{S}_{33} , \bar{S}_{12} , \bar{S}_{23} e \bar{E}_3 são nulos e apenas \bar{S}_{13} é diferente de zero. Logo, a equação (38) pode ser reescrita para

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{13} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (57)$$

e c_{55}^{eff} calculado por

$$c_{55}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{12}}{\bar{S}_{13}}. \quad (58)$$

3.5.6 Sexta análise

Para determinar o coeficiente efetivo C_{44}^{eff} , a sexta condição de contorno é imposta ao VER e prescreve cisalhamento puro no plano yz, conforme ilustra a Figura 24(g) e cujo procedimento está detalhado na seção 3.4.1. Esse modo de deformação estabelece que \bar{S}_{23} é diferente de zero, enquanto os demais componentes de vetor das deformações são nulos. De forma análoga às condições de contorno anteriores, prescreve-se potencial elétrico nulo em todas as faces do VER, de modo que \bar{E}_3 é igual a zero. Dessa forma, a equação

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^E & c_{55}^E & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{23} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (59)$$

permite a obtenção de c_{44}^{eff} na sexta linha por

$$c_{44}^{\text{eff}} = \frac{\bar{T}_{23}}{\bar{S}_{23}}. \quad (60)$$

3.5.7 Sétima análise

Por fim, a determinação do coeficiente dielétrico $\epsilon_{33}^{\text{eff}}$ na sétima linha se dá pela aplicação uma condição de contorno estritamente elétrica. A sétima condição de contorno estabelece deslocamento ou força concentrada igual a zero em todos os pontos de referência em todas as direções e, portanto, o VER não sofre nenhum tipo de deformação. Além disso, o potencial

elétrico é fixado zero na face Z^- e um valor arbitrário não nulo na face Z^+ . Com isso, todos os componentes do vetor das deformações são nulos, e \bar{E}_3 é diferente de zero. Dessa forma, da equação (38), obtém-se o coeficiente efetivo $\epsilon_{11}^{\text{eff}}$ pelas equações

$$\begin{bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{13} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{D}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{14}^{\text{eff}} & -e_{13}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{24}^{\text{eff}} & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{34}^{\text{eff}} & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & c_{54}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{54}^{\text{eff}} & c_{55}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ c_{14}^{\text{eff}} & c_{24}^{\text{eff}} & c_{34}^{\text{eff}} & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{13}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{E}_3 \end{bmatrix}, \quad (61)$$

$$\epsilon_{33}^{\text{eff}} = \frac{\bar{D}_3}{\bar{E}_3}. \quad (62)$$

3.6 ESTUDO DE CASO

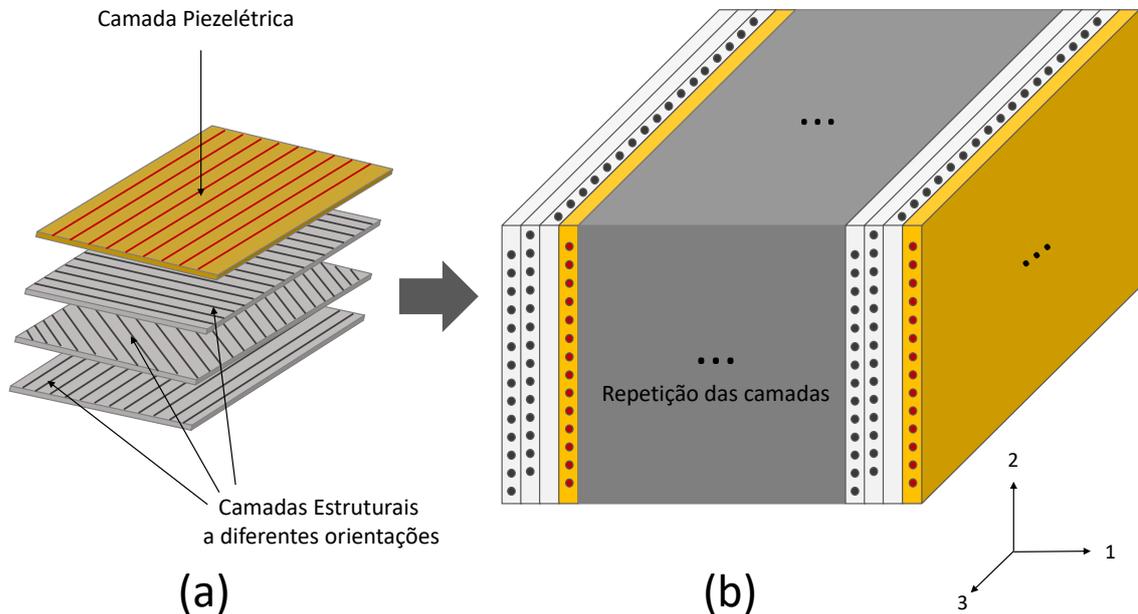
Neste trabalho investigou-se três estruturas compósitas inteligentes, constituídas por camadas estruturais orientadas a diferentes ângulos e camadas piezelétricas, com o emprego da metodologia computacional que utiliza o volume elementar representativo, homogeneização do material e aplicação de condições de contorno periódicas pelo método dos elementos finitos, para a determinação de seus coeficientes efetivos. O primeiro laminado apresenta o empilhamento [0/interface/90/piezo], o segundo [0/interface/45/piezo] e o terceiro [45/interface/-45/piezo]. A Figura 25 fornece uma visão geral de tais estruturas.

A tabela 10 apresenta as propriedades da camada piezelétrica constituída de matriz polimérica e fibra de PZT-5, com fração volumétrica de 0.5 (BRITO-SANTANA et al., 2016). A tabela 12 mostra as propriedades mecânicas das camadas estruturais a 0° , 90° , 45° e -45° utilizadas como entrada no código computacional. O VER construído para a realização das simulações computacionais está ilustrado na Figura 26, com dimensões de aproximadamente 1 mm de largura, 1 mm de altura e 1 mm de profundidade. As camadas estruturais, interface e camada piezelétrica apresentam 0,434763 mm, $4,34769 \times 10^{-5}$ mm e 0,13044 mm de espessura, respectivamente.

A análise computacional do VER no software *ABAQUS*[®] empregou elementos piezelétricos hexaédricos isoparamétricos tri-quadráticos de 20 nós, chamados C3D20E, sendo estes, elementos finitos que possuem 27 pontos de integração ($3 \times 3 \times 3$) contendo três graus de liberdade de deslocamento translacional e um de potencial elétrico em cada nó.

Para avaliar a convergência numérica dos resultados, um estudo de refinamento de malha foi realizado baseado em todos os coeficientes efetivos calculados para o VER homogeneizado dos três laminados. As malhas contendo entre 36 e 1000 elementos apresentaram bom equilíbrio entre resultados convergentes e tempo computacional. A Figura 27 mostra a convergência

Figura 25 – (a) Laminado com camadas estruturais em diferentes orientações e camada piezolétrica; (b) vista frontal da estrutura periódica do material compósito inteligente.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 10 – Propriedades mecânicas, piezolétricas e dielétricas da camada piezolétrica.

Mecânicas (GPa)	Piezolétricas (C/m ²)	Dielétricas (nF/m)
C_{11} 9.296	e_{13} -0.204	ϵ_{11} 0.241
C_{12} 4.328	e_{15} 0.015	ϵ_{33} 3.842
C_{13} 5.320	e_{33} 9.771	
C_{33} 31.667		
C_{44} 1.776		
C_{66} 1.354		

Fonte: Brito-Santana et al. (2016)

Tabela 11 – Propriedades mecânicas e dielétricas da camada estrutural e interface.

Camadas Estruturais	Interface
E_{11} 127 GPa	Contato perfeito ($\theta = 0$)
$E_{22} = E_{33}$ 10 GPa	E 5.033 GPa
$G_{12} = G_{13}$ 5.4 GPa	ν 0.4
G_{23} 3.05 GPa	Contato imperfeito ($\theta = 1$)
$\nu_{12} = \nu_{13}$ 0.34	E 50.33 Pa
ν_{23} 3.306	ν 0.4×10^{-8}

Fonte: Brito-Santana et al. (2019)

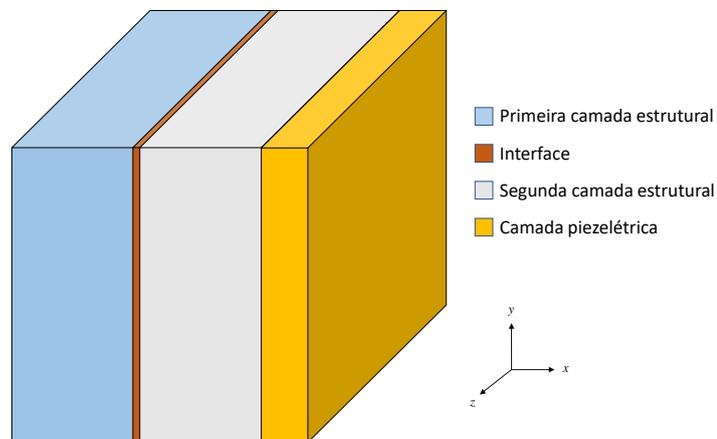
dos resultados para o coeficiente efetivo c_{66}^{eff} do laminado [0/interface/45/piezo]. As diferenças relativas entre as malhas escolhidas e as malhas mais refinadas foram menores que 1%.

Tabela 12 – Propriedades mecânicas das camadas estruturais.

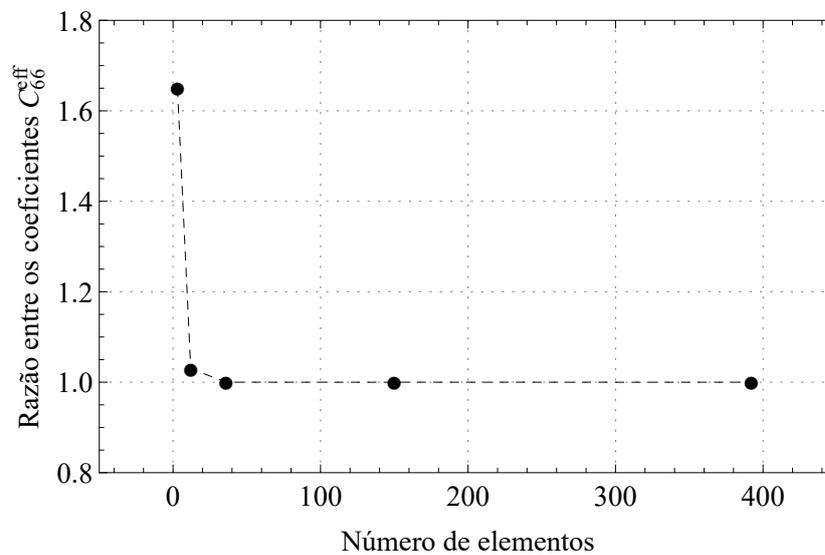
Orientação	C_{11} (GPa)	C_{12} (GPa)	C_{13} (GPa)	C_{33} (GPa)	C_{66} (GPa)	C_{44} (GPa)
0°	11.227	3.570	5.031	1.304	3.050	5.400
45°	11.227	4.300	4.300	43.327	4.225	32.896
90°	11.227	5.031	3.570	1.222	3.049	5.400
-45°	11.227	4.300	4.300	43.327	4.225	32.896

Fonte: Produção do autor

Figura 26 – Volume elementar representativo do compósito piezelétrico.



Fonte: Produção do autor.

Figura 27 – Estudo do refinamento de malha para o coeficiente efetivo c_{66}^{eff} do compósito piezelétrico homogeneizado.

Fonte: Produção do autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os coeficientes efetivos dos laminados compósitos piezelétricos obtidos pelo método dos elementos finitos foram calculados pela aplicação das condições de contorno no VER de acordo com a subseção 3.4.1 e a metodologia foi validada por comparação direta com coeficientes efetivos obtidos pelo método analítico de homogeneização assintótica (MHA)¹. As tabelas 13, 14 e 15 apresentam os 13 coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [0/interface/90/Piezo], [0/interface/45/Piezo] e [45/interface/-45/Piezo], respectivamente, assim como a diferença relativa entre os resultados analíticos e numéricos.

Tabela 13 – Coeficientes efetivos mecânicos do laminado [0/interface/90/piezo] calculados pelos métodos dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.

Coeficiente c^{eff}	MHA (GPa)	MEF (GPa)	Diferença ($\times 10^{-4}$)%
c_{11}	10,9309864741	10,9310092807	2,09
c_{22}	62,7546923804	62,7545112661	-2,89
c_{23}	5,10991060704	5,10991544979	0,948
c_{24}	0	0	0
c_{12}	4,30499653677	4,30500817003	2,70
c_{33}	65,6603901480	65,6601823915	3,16
c_{34}	0	0	0
c_{13}	4,45720450656	4,45721534133	2,43
c_{66}	3,13115443438	3,13115062043	0,122
c_{54}	0	0	0
c_{55}	3,37267978182	3,37267424427	1,642
c_{44}	4,92721529948	4,9272083117	1,42
c_{14}	0	0	0

Fonte: Produção do autor.

Os coeficientes mecânicos obtidos pela simulação numérica se mostraram convergentes com aqueles calculados pelo método analítico. Conforme o esperado, o laminado [0/interface/90/piezo] apresentou coeficientes c_{14}^{eff} , c_{24}^{eff} , c_{34}^{eff} e c_{54}^{eff} nulos, uma vez que esse empilhamento caracteriza o material como ortotrópico e, portanto, com matriz constitutiva sendo definida por

$$\begin{bmatrix} c_{11}^{\text{eff}} & c_{12}^{\text{eff}} & c_{13}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{31}^{\text{eff}} \\ c_{12}^{\text{eff}} & c_{22}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{\text{eff}} \\ c_{13}^{\text{eff}} & c_{23}^{\text{eff}} & c_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{\text{eff}} \\ 0 & 0 & 0 & c_{44}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & -e_{15}^{\text{eff}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{\text{eff}} & 0 & -e_{15}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15}^{\text{eff}} & 0 & \epsilon_{11}^{\text{eff}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_{15}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{22}^{\text{eff}} & 0 \\ e_{31}^{\text{eff}} & e_{32}^{\text{eff}} & e_{33}^{\text{eff}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{\text{eff}} \end{bmatrix},$$

¹ Os coeficientes efetivos obtidos pelo método analítico de homogeneização assintótica foram calculados pelo Prof. Dr. Humberto Brito-Santana, colaborador do projeto deste trabalho.

Tabela 14 – Coeficientes efetivos mecânicos do laminado [0/interface/45/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e homogeneização assintótica.

Coeficiente c^{eff}	MHA (GPa)	MEF (GPa)	Diferença ($\times 10^{-4}$)%
c_{11}	10,9309864741	10,9310091252	2,07
c_{22}	24,9190765795	24,9190777698	0,478
c_{23}	17,0305882201	17,0305909611	0,161
c_{24}	12,9465706052	12,946541328	2,26
c_{12}	3,99580339113	3,99581231044	2,23
c_{33}	79,6546507227	79,6544271095	2,81
c_{34}	12,9683675825	12,9683383829	2,25
c_{13}	4,76639765221	4,76640288282	1,10
c_{66}	2,88380638004	2,88380348988	1,00
c_{54}	0,33691653012	0,33691465049	5,58
c_{55}	3,80607375938	3,80606537563	2,20
c_{44}	16,8696898898	16,8696852783	2,73
c_{14}	0,30919314564	0,30919168715	4,72

Fonte: Produção do autor.

Tabela 15 – Coeficientes efetivos mecânicos do laminado [45/interface/-45/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.

Coeficiente c^{eff}	MHA (GPa)	MEF (GPa)	Diferença ($\times 10^{-4}$)%
c_{11}	10,9309864741	10,9310090982	2,07
c_{22}	38,8872348326	38,8872182424	0,427
c_{23}	28,9773681548	28,9773678796	-0,00950
c_{24}	0	0	0
c_{12}	4,30499653677	4,30499963067	0,719
c_{33}	41,7929326001	41,7928933163	-0,940
c_{34}	0	0	0
c_{13}	4,45720450656	4,45720678596	0,511
c_{66}	3,13115443438	3,13115059796	-1,23
c_{54}	0	0	0
c_{55}	3,37267978182	3,37267424309	-1,642
c_{44}	28,7946728473	28,7946702668	0,0896
c_{14}	0	0	0

Fonte: Produção do autor.

na qual tais coeficientes não aparecem. Por outro lado, c_{14}^{eff} , c_{24}^{eff} , c_{34}^{eff} e c_{54}^{eff} são diferentes de zero para o laminado [0/interface/45/piezo], tendo em vista que tal empilhamento faz com que o material tenha comportamento monoclinico e em cuja matriz constitutiva esses coeficientes estão presentes.

As tabelas 16, 17 e 18 apresentam os coeficientes efetivos de acoplamento piezoeletrico e dielétrico dos laminados [0/interface/90/piezo], [0/interface/45/piezo] e [45/interface/-45/piezo], respectivamente, assim como a diferença relativa entre os resultados analíticos e numéricos.

Embora os coeficientes efetivos de acoplamento piezoeletrico tenham sido calculados por

Tabela 16 – Coeficientes efetivos de acoplamento piezométrico e dielétricos do laminado [0/interface/90/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.

Coeficiente e^{eff}	MHA (C/m ²)	MEF (C/m ²)	Diferença (%)
e_{13}	-0,031376	-0,0320888482664	-0,005079
e_{32}	-0,0266158	-0,0266156359346	-0,000616
e_{33}	1,2770569	1,27704382499	-0,001024
Coeficiente ϵ^{eff}	MHA (nF/m)	MEF (nF/m)	Diferença (%)
ϵ_{33}	0,501689	0,501880652766	0,038202

Fonte: Produção do autor.

Tabela 17 – Coeficientes efetivos de acoplamento piezométrico e dielétricos do laminado [0/interface/45/piezo] calculados pelo método dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.

Coeficiente e^{eff}	MHA (C/m ²)	MEF (C/m ²)	Diferença (%)
e_{13}	-0,031375	-0,0313744063769	-0,001892
e_{32}	-0,025728	-0,0257281756099	-0,000683
e_{33}	1,276169	1,27615638874	-0,000988
Coeficiente ϵ^{eff}	MHA (nF/m)	MEF (nF/m)	Diferença %
ϵ_{33}	0,501689	0,501880652766	0,038202

Fonte: Produção do autor.

Tabela 18 – Coeficientes efetivos de acoplamento piezométrico e dielétricos do laminado [45/interface/-45/piezo] calculados pelos métodos dos elementos finitos e por homogeneização assintótica.

Coeficiente e^{eff}	MHA (C/m ²)	MEF (C/m ²)	Diferença (%)
e_{13}	-0,0313746	-0,0313744062853	-0,000617
e_{32}	-0,026615869888993	-0,0266156114506	-0,000971
e_{33}	1,2770569	1,27704384928	-0,002267
Coeficiente ϵ^{eff}	MHA (nF/m)	MEF (nF/m)	Diferença (%)
ϵ_{33}	0,501869273050454	0,501880652766	0,002267

Fonte: Produção do autor.

condições de contorno mecânicas, por relacionarem campos mecânicos e elétricos, suas posições na matriz constitutiva permitem que eles sejam calculados também por condições de contorno elétricas. Os coeficientes e_{13}^{eff} , e_{32}^{eff} e e_{33}^{eff} foram calculados pela aplicação de diferença de potencial na direção z e não apresentaram diferença em relação aos resultados obtidos pela aplicação de condições de contorno mecânicas. Com base nos resultados apresentados nas tabelas 13, 14, 15, 16, 17 e 18, pode-se afirmar que os coeficientes efetivos obtidos numericamente pela metodologia proposta, com o emprego de equações de restrição nó a nó, apresentaram boa concordância com aqueles calculados analiticamente.

Visando apresentar uma comparação dos resultados, os coeficientes efetivos foram calculados pela metodologia com condições de contorno que garantem as superfícies do VER

planas após a deformação e observou-se que os resultados concordam com aqueles obtidos analiticamente apenas para o laminado com [0/interface/90/piezo], devido às suas características ortotrópicas, conforme já previsto, com a maior diferença relativa de 4,63% para o coeficiente c_{22} , ficando todos os demais coeficientes com diferença inferior a 0,039% entre os resultados numéricos e analíticos. Já, para o laminado [0/interface/45/piezo], os coeficientes c_{14} e c_{34} apresentaram as maiores discrepâncias entre resultados analíticos e numéricos, alcançando 71,26% de diferença relativa, enquanto para o laminado [45/interface/-45/piezo] o coeficiente com maior diferença relativa foi o c_{23} com 54,81%, o que ratifica que essa metodologia não oferece boa aproximação numérica para alguns coeficientes efetivos para materiais não ortotrópicos ou transversalmente isotrópicos.

Considerando-se a validação da metodologia proposta pela comparação direta dos resultados numéricos com os analíticos e, tendo em vista boa concordância dos resultados obtidos pelos dois métodos, pode-se afirmar que as matrizes constitutivas calculadas via simulação numérica dos laminados [0/interface/90/piezo], [0/interface/45/piezo] e [45/interface/-45/piezo] são, respectivamente,

$$[C]_{[0/i/90/piezo]}^{\text{eff}} = \begin{bmatrix} 10,931 & 4,305 & 4,457 & 0 & 0 & 0 & 0,032 \\ 4,305 & 62,754 & 5,101 & 0 & 0 & 0 & 0,027 \\ 4,457 & 5,101 & 65,660 & 0 & 0 & 0 & -1,277 \\ 0 & 0 & 0 & 3,131 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,373 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4,927 & 0 \\ -0,032 & -0,027 & 1,277 & 0 & 0 & 0 & 0,502 \end{bmatrix},$$

$$[C]_{[0/i/45/piezo]}^{\text{eff}} = \begin{bmatrix} 10,931 & 3,996 & 4,766 & 0 & 0 & 0,309 & 0,031 \\ 3,996 & 24,919 & 17,030 & 0 & 0 & 12,946 & 0,026 \\ 4,766 & 17,030 & 79,654 & 0 & 0 & 12,968 & -1,276 \\ 0 & 0 & 0 & 2,884 & 0,337 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,337 & 3,806 & 0 & 0 \\ 0,309 & 12,946 & 12,968 & 0 & 0 & 16,870 & 0 \\ -0,031 & -0,026 & 1,276 & 0 & 0 & 0 & 0,502 \end{bmatrix},$$

e

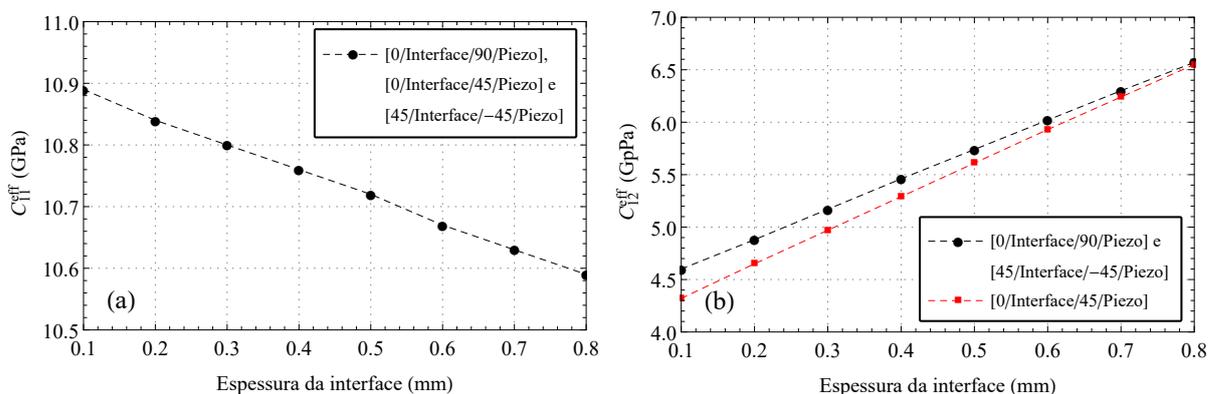
$$[C]_{[45/i/-45/piezo]}^{\text{eff}} = \begin{bmatrix} 10,931 & 4,305 & 4,457 & 0 & 0 & 0 & 0,031 \\ 4,305 & 38,887 & 28,977 & 0 & 0 & 0 & 0,027 \\ 4,457 & 28,977 & 41,793 & 0 & 0 & 0 & -1,277 \\ 0 & 0 & 0 & 3,131 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3,373 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28,795 & 0 \\ -0,031 & -0,027 & 1,277 & 0 & 0 & 0 & 0,502 \end{bmatrix}.$$

Um vez validados, os códigos computacionais desenvolvidos foram utilizados para investigar o comportamento dos coeficientes efetivos em função da variação de alguns parâmetros dos laminados, a espessura e posição da interface, dano por delaminação e posição da camada piezolétrica.

4.1 INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA INTERFACE NOS COEFICIENTES EFETIVOS

Considerando-se o contato perfeito entre as camadas e, portanto, as propriedades da interface para $\theta = 0$, conforme apresentadas na tabela 11, foi investigado o comportamento de cada coeficiente efetivo em função da variação da espessura da interface de 0,1 até 0,8 mm, mantendo-se o volume da célula unitária e a espessura da camada piezolétrica, com a diminuição das espessuras das camadas estruturais devido ao aumento da espessura da interface. Conforme mostram as Figuras 28 a 34, a maioria dos coeficientes efetivos mecânicos, exceto c_{12}^{eff} e c_{13}^{eff} , diminuem quando a espessura da interface aumenta, para todos os empilhamentos².

Figura 28 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{11}^{eff} e (b) c_{12}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.

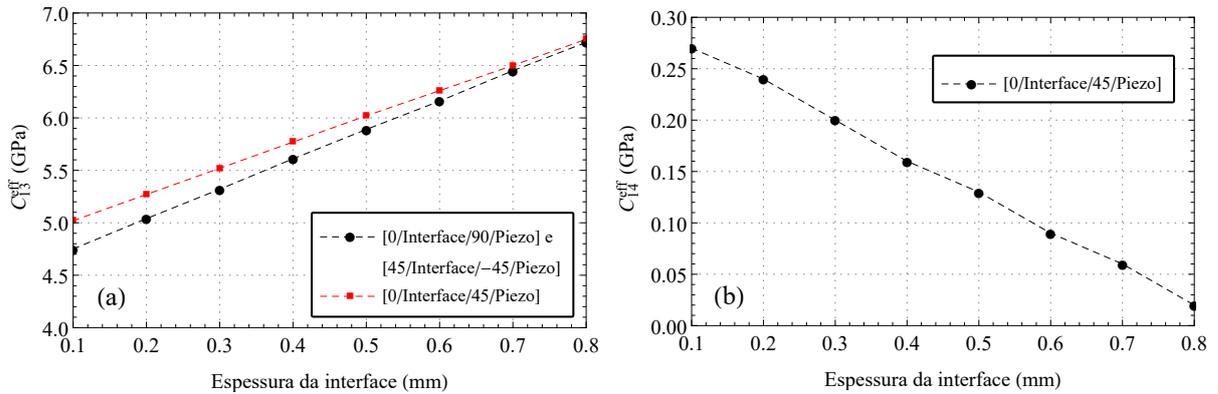


Fonte: Produção do autor.

De acordo com Brito-Santana et al. (2019), uma vez que os módulos de elasticidade e de cisalhamento das camadas estruturais são consideravelmente mais altos do que as propriedades

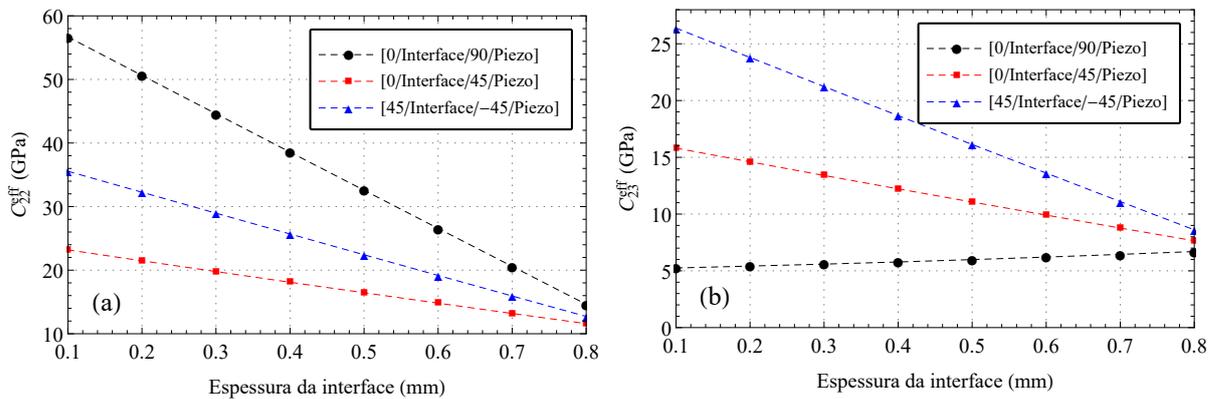
² O coeficiente efetivo c_{54}^{eff} dos laminados [0/interface/90/piezo] e [45/interface/-45/piezo] é nulo para qualquer espessura da interface.

Figura 29 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{13}^{eff} e (b) c_{14}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.



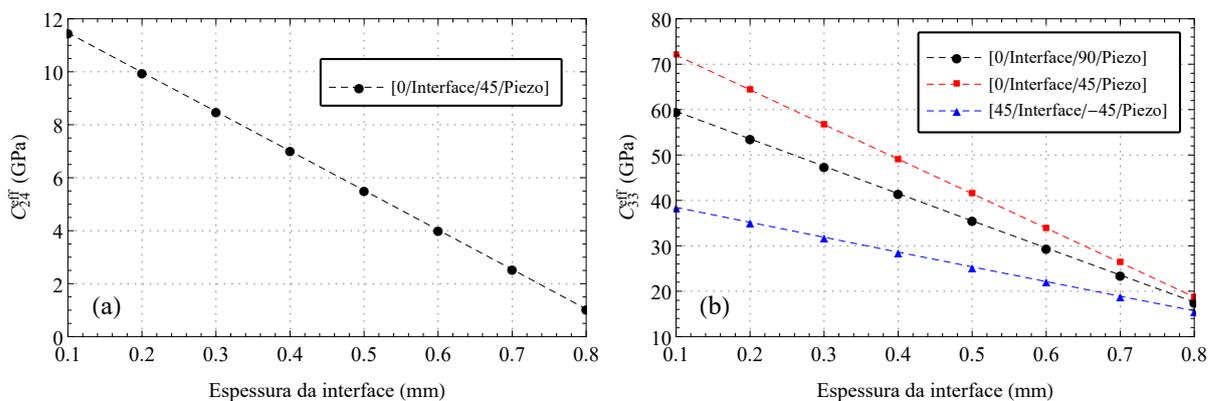
Fonte: Produção do autor.

Figura 30 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{22}^{eff} e (b) c_{23}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.



Fonte: Produção do autor.

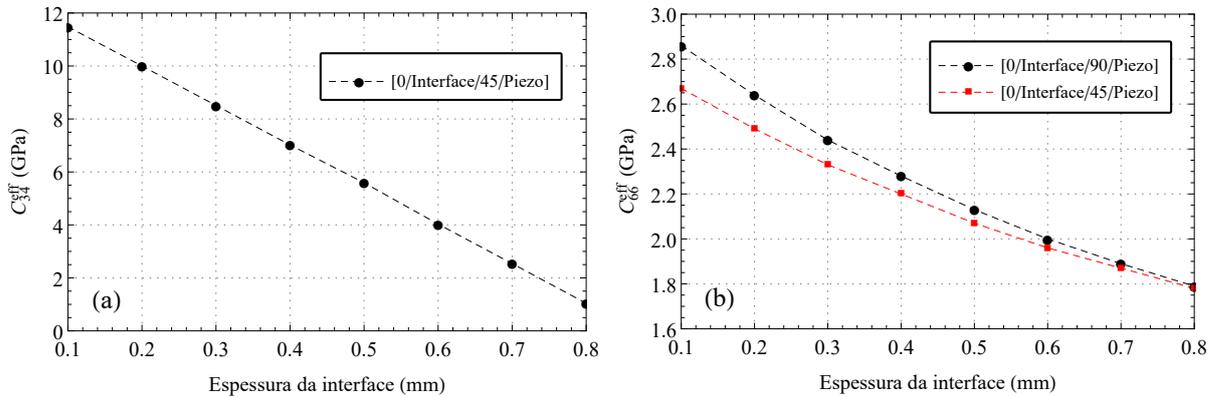
Figura 31 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{24}^{eff} e (b) c_{33}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.



Fonte: Produção do autor.

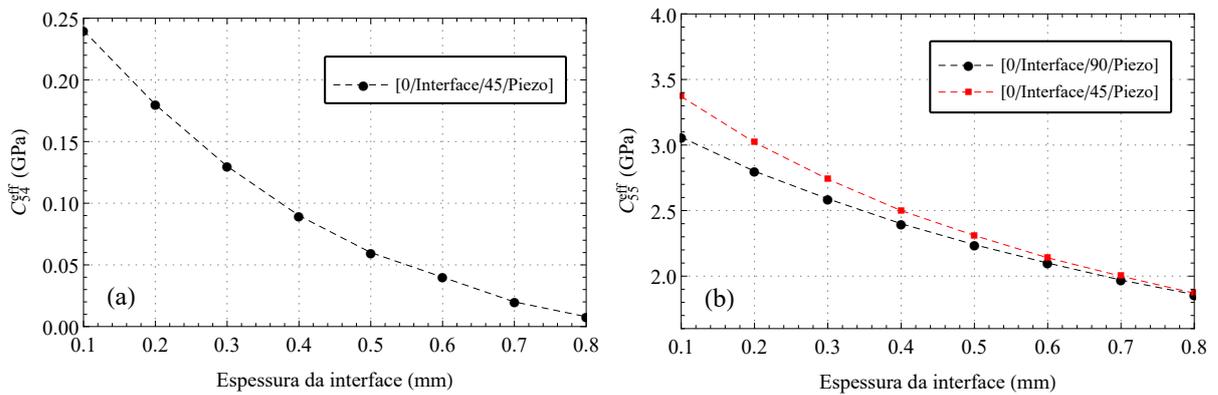
elásticas da interface, conforme a espessura da interface aumenta uma menor fração volumétrica das camadas estruturais contribuem para o comportamento mecânico dos laminados e assim, os coeficientes efetivos da diagonal principal da matriz constitutiva, que estão relacionados aos

Figura 32 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{34}^{eff} e (b) c_{66}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.



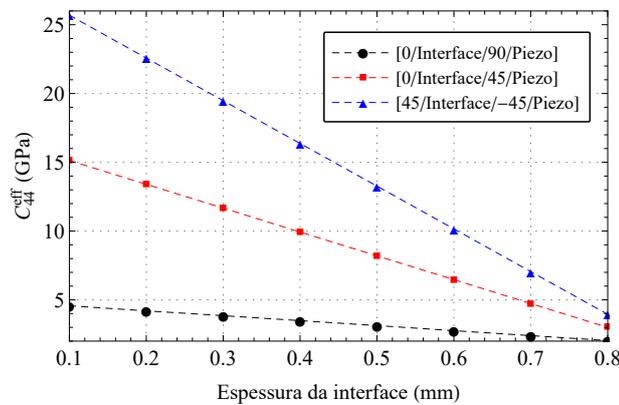
Fonte: Produção do autor.

Figura 33 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{54}^{eff} e (b) c_{55}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.



Fonte: Produção do autor.

Figura 34 – Comportamento dos coeficientes efetivos c_{44}^{eff} em função do aumento da espessura da interface com contato perfeito.



Fonte: Produção do autor.

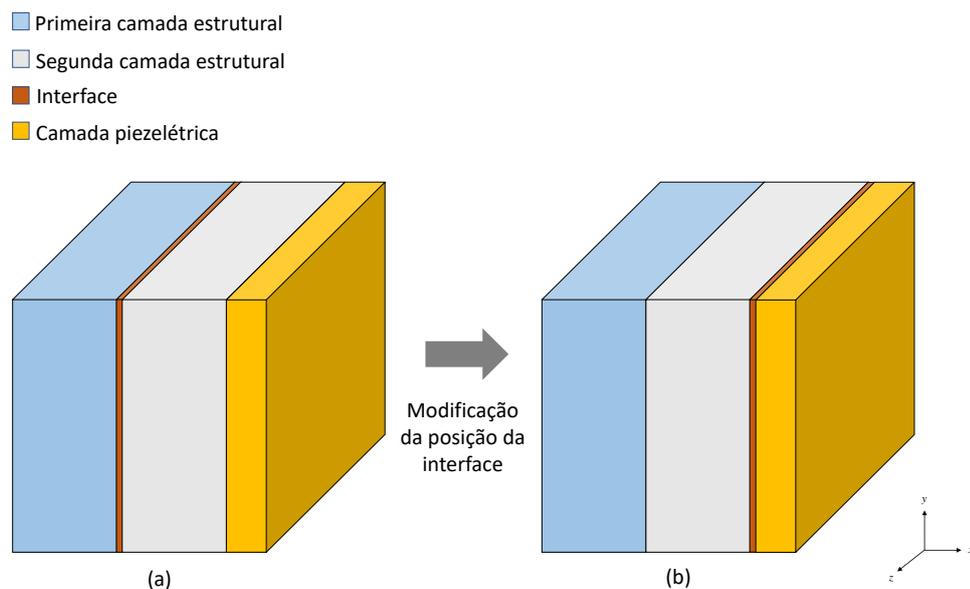
módulos de elasticidade e de cisalhamento, diminuem. Por outro lado, o comportamento de acoplamento é mais pronunciado na interface, pois ela apresenta maior coeficiente de Poisson

em relação às camadas estruturais e, dessa forma, conforme sua espessura aumenta, os valores de c_{12}^{eff} , c_{13}^{eff} e c_{23}^{eff} também devem aumentar. Observou-se, no entanto, que apenas o empilhamento [0/90/Interface/Piezo] apresentou aumento em c_{23}^{eff} devido ao aumento da espessura da interface. Além disso, tal variação não teve efeitos nos coeficientes efetivos c_{14}^{eff} , c_{24}^{eff} , c_{34}^{eff} e c_{54}^{eff} dos laminados [0/90/interface/piezo] e [45/interface/-45/piezo], que mantiveram-se nulos.

Os coeficientes mecânicos que mais sofreram a influência do aumento da espessura da interface foram c_{22}^{eff} , c_{33}^{eff} e c_{44}^{eff} para o laminado [0/interface/90/piezo], com redução de 74,19%, 70,47% e 55,36%, respectivamente. Para o empilhamento [0/interface/45/piezo] o coeficiente c_{24}^{eff} teve o maior impacto, com decréscimo de 90,93%, seguido dos coeficientes c_{34}^{eff} e c_{33}^{eff} , que diminuíram 90,94% e 57,98%, respectivamente. O laminado [45/interface/-45/piezo] teve diminuição nos valores de c_{44}^{eff} de 84,62%, do c_{23}^{eff} de 67,36% e do c_{22}^{eff} de 64,23%. Os coeficientes elétricos e dielétricos não sofreram a influência do aumento da espessura interface, permanecendo constantes em todos os laminados.

Investigou-se também a influência da posição da interface nos coeficientes efetivos dos compósitos ativos. Para isso, a interface foi alterada no modelo para terceira posição, ou seja, entre a segunda camada estrutural e a camada piezelétrica, conforme ilustra a Figura 35, de forma que os empilhamentos tornaram-se [0/90/interface/piezo], [0/45/interface/piezo] e [45/-45/interface/piezo]. Não foram verificadas alterações significativas nos coeficientes efetivos com a mudança da posição da interface, sendo a diferença relativa entre os coeficientes efetivos dos laminados originais e daqueles com a interface com a posição modificada, menor do que 0,001%.

Figura 35 – Volume elementar representativo do compósito piezelétrico (a) original e (b) com a interface modificada.



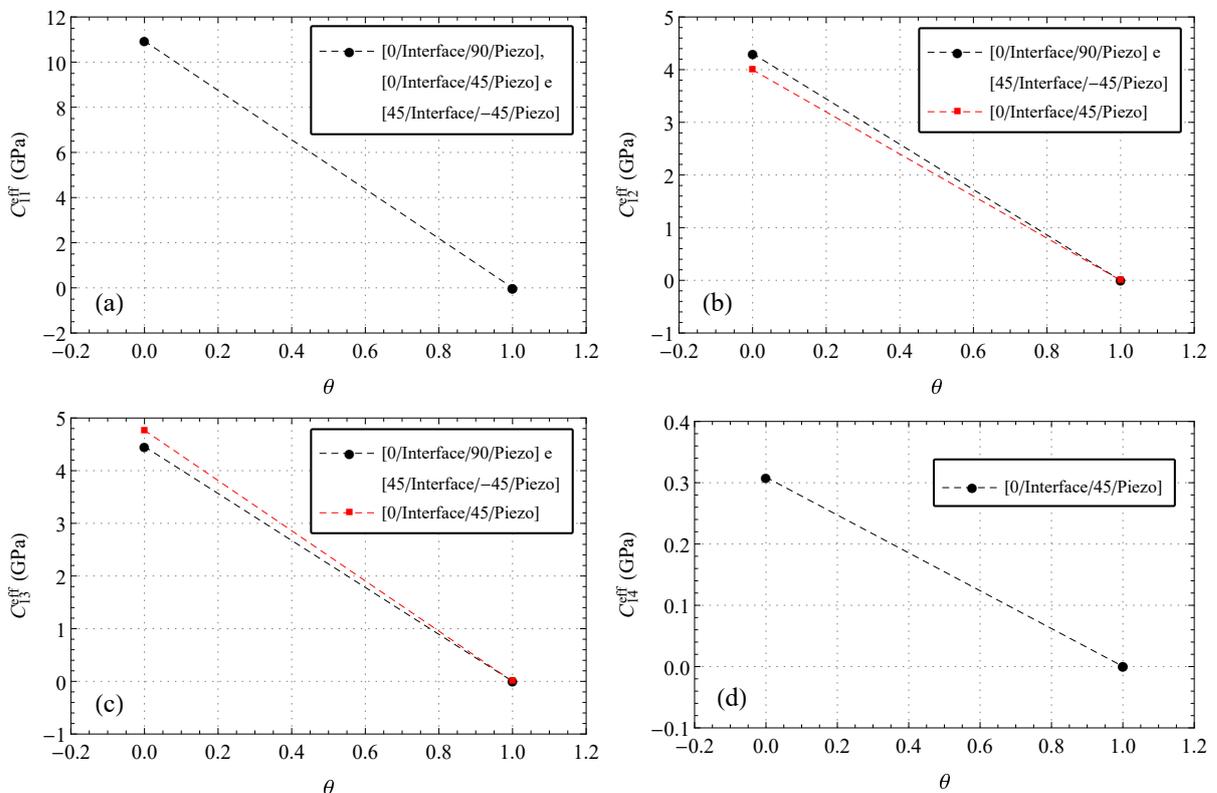
Fonte: Produção do autor.

4.2 INFLUÊNCIA DA DEGRADAÇÃO DA INTERFACE NOS COEFICIENTES EFETIVOS

A delaminação é um tipo de dano ao material com propagação confinada a um plano, em que camadas adjacentes do laminado se separam. Para aproximar uma situação real de delaminação e verificar sua influência no comportamento dos laminados em estudo, considerou-se $\theta = 1$, em que as propriedades da interface isotrópica são completamente degradadas, de acordo com Brito-Santana et al. (2019) e, assim, as camadas estruturais estão sujeitas à completa separação. Para avaliar a influência da degradação da interface, os coeficientes efetivos foram calculados tanto pelo método analítico de homogeneização assintótica, quanto pela metodologia computacional proposta e ambos obtiveram resultados concordantes para a maioria dos coeficientes efetivos.

Verificou-se que os coeficientes efetivos mecânicos calculados pela aplicação de deslocamento normal na direção x e, portanto, relacionados ao componente \bar{S}_{11} do tensor das deformações, tendem zero quando as propriedades da interface são degradadas, devido à perda de rigidez dos laminados causada pela interface delaminada nessa direção. O comportamento dos referidos coeficientes em função da degradação da interface está mostrado na Figura 36. Para $\theta = 1$, os resultados analíticos e numéricos de c_{11}^{eff} , c_{12}^{eff} , c_{13}^{eff} e c_{14}^{eff} apresentaram uma diferença de aproximadamente 57% para os três empilhamentos.

Figura 36 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{11}^{eff} , (b) c_{12}^{eff} , (c) c_{13}^{eff} e (d) c_{14}^{eff} , como função do grau de delaminação (θ), obtidos numericamente.

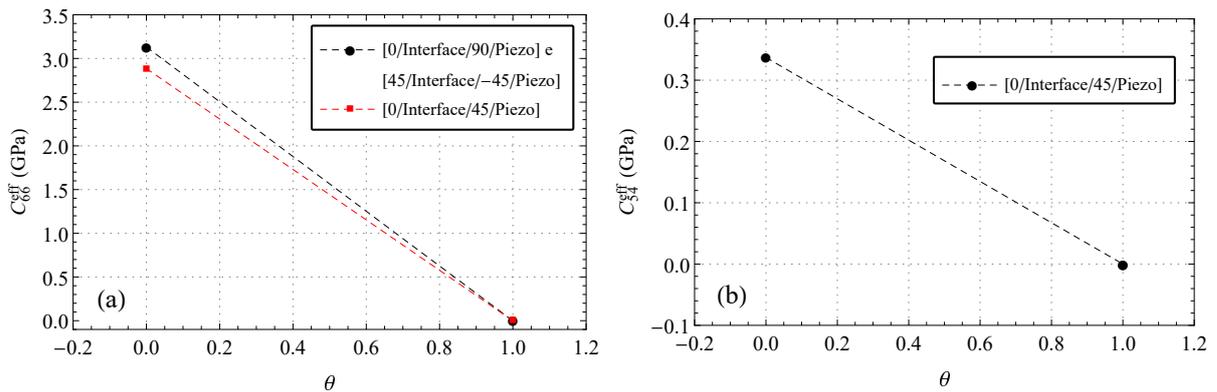


Fonte: Produção do autor.

Similarmente, os coeficientes efetivos mecânicos relacionados aos cisalhamentos nos

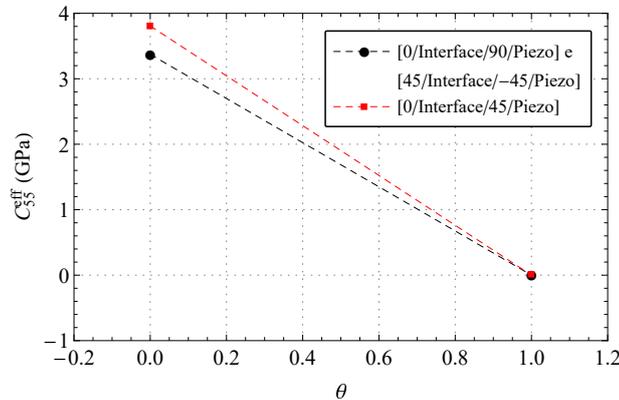
planos xy e xz , que são o c_{66}^{eff} , c_{54}^{eff} e c_{55}^{eff} , tendem a zero quando a interface é degradada, o que não ocorre com os coeficientes que estão relacionados com as deformações normais nas direções y e z ou de cisalhamento no plano yz . Para $\theta = 1$, os resultados analíticos e numéricos de c_{66}^{eff} , c_{54}^{eff} e c_{55}^{eff} apresentaram diferença de aproximadamente 29% para os três empilhamentos. As Figuras 37 e 38 mostram o comportamento dos referidos coeficientes³ em função da degradação da interface, obtidos pela metodologia numérica.

Figura 37 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{66}^{eff} e (b) c_{54}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtidos numericamente.



Fonte: Produção do autor.

Figura 38 – Comportamento do coeficiente efetivo c_{55}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.



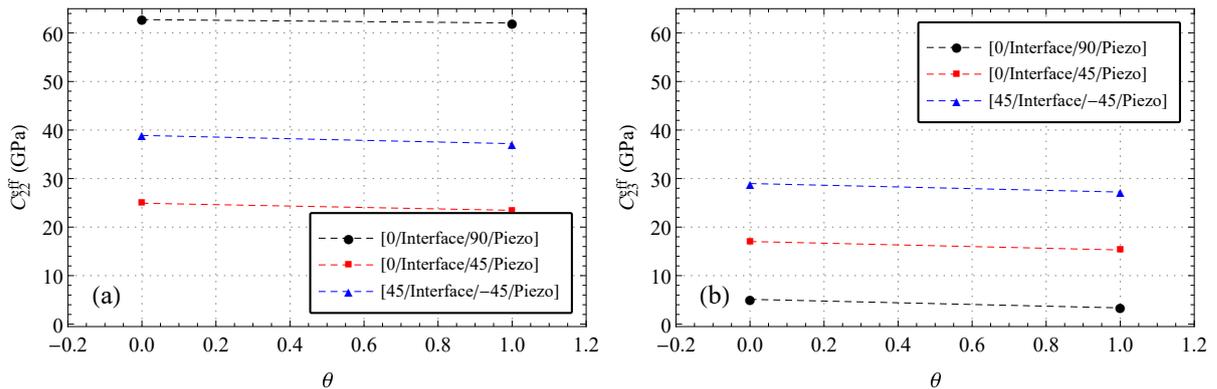
Fonte: Produção do autor.

Os coeficientes efetivos mecânicos calculados pela prescrição de deslocamento normal nas direções y e z e cisalhamento no plano yz , sofreram menos influência da degradação da interface, sendo que o c_{44}^{eff} teve decréscimo menor do que 0,001% para os três laminados, seguido do c_{24}^{eff} com redução de 0,87% para o laminado [0/interface/45/piezo]. Dentre estes coeficientes, o c_{22}^{eff} teve a maior redução de seu valor, sendo esta de aproximadamente 34,34% para o laminado [0/interface/90/piezo], 10,23% para o [0/interface/45/piezo] e 6,06% para o

³ O coeficiente efetivo c_{54}^{eff} dos laminados [0/interface/90/piezo] e [45/interface/-45/piezo] é nulo para $\theta = 0$ e $\theta = 1$.

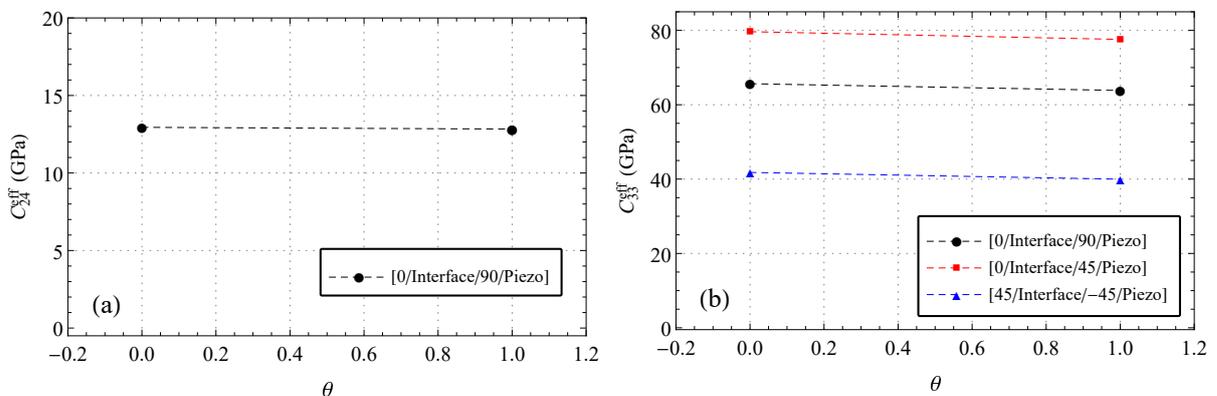
[45/interface/-45/piezo], quando considerada a delaminação. Para $\theta = 1$, os resultados analíticos e numéricos de c_{66}^{eff} , c_{55}^{eff} apresentaram uma diferença de aproximadamente 30% para os três empilhamentos e os demais coeficientes se mostraram concordantes pelos dois métodos. As Figuras 39, 40 e 41 ilustram o impacto da degradação da interface sobre os coeficientes c_{22}^{eff} , c_{23}^{eff} , c_{24}^{eff} , c_{33}^{eff} , c_{34}^{eff} e c_{44}^{eff} .

Figura 39 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{22}^{eff} e (b) c_{23}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.



Fonte: Produção do autor.

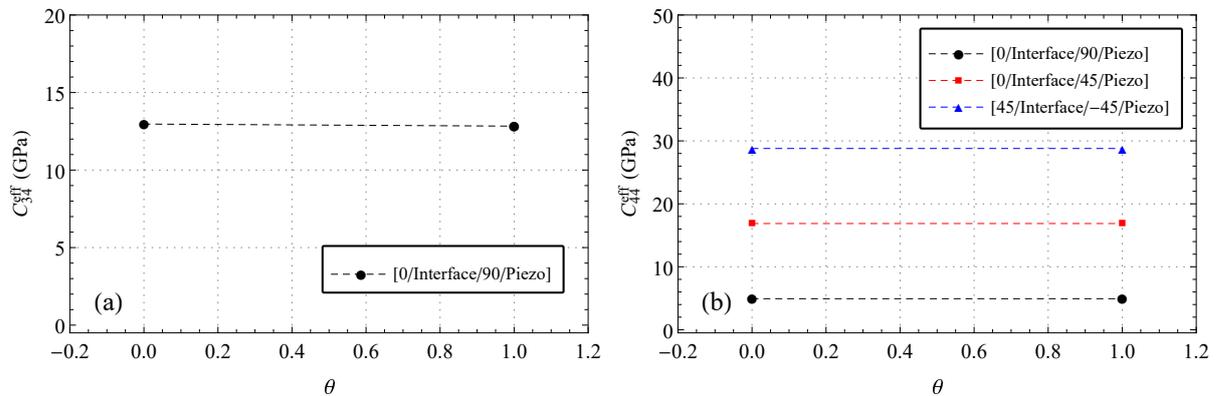
Figura 40 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{24}^{eff} e (b) c_{33}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.



Fonte: Produção do autor.

No que diz respeito aos coeficientes de acoplamento piezolétrico, observou-se que e_{13}^{eff} tende a zero com a degradação da interface, e_{32}^{eff} sofre um decréscimo de aproximadamente 46% e e_{33}^{eff} tem um aumento discreto, em torno de 1%, para todos os laminados estudados, ao passo que, o valor do coeficiente dielétrico $\epsilon_{33}^{\text{eff}}$ não sofre a influência do dano, mantendo-se constante. Vale ressaltar que este comportamento está em consonância com o esperado, pois a delaminação atua na direção 3 e, portanto, não influencia o comportamento da estrutura. Para $\theta = 1$, os resultados analíticos e numéricos do coeficiente e_{13}^{eff} apresentaram uma diferença em torno 58%, sendo que os demais coeficientes efetivos de acoplamento piezolétrico e dielétrico tiveram boa concordância pelos dois métodos.

Figura 41 – Comportamento dos coeficientes efetivos (a) c_{34}^{eff} e (b) c_{44}^{eff} como função do grau de delaminação (θ), obtido numericamente.

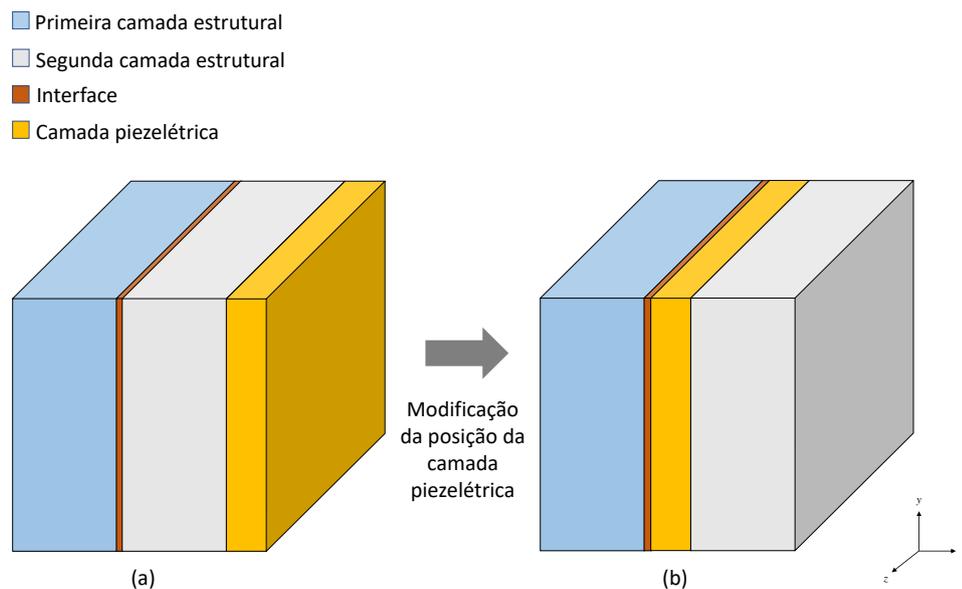


Fonte: Produção do autor.

4.3 INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DA CAMADA PIEZELÉTRICA NOS COEFICIENTES EFETIVOS

Para estudar a influência da posição da camada piezolétrica sobre os coeficientes efetivos, sobretudo os coeficientes de acoplamento piezolétrico e dielétrico, o modelo computacional foi alterado de forma que a camada piezolétrica ficasse entre as camadas estruturais, conforme mostra a Figura 42 e, assim, os empilhamentos com a camada piezolétrica modificada tornaram-se [0/interface/piezo/90], [0/interface/piezo/45] e [45/interface/piezo/-45] e seus coeficientes efetivos foram obtidos pela metodologia computacional proposta.

Figura 42 – Volume elementar representativo do compósito piezolétrico (a) original e (b) com a camada piezolétrica modificada.



Fonte: Produção do autor.

Verificou-se, conforme o esperado, que os coeficientes efetivos mecânicos não sofreram

alteração pela mudança da posição da camada piezométrica, conforme mostram as tabelas 19, 20 e 21. Por outro lado, os valores de e_{33}^{eff} aumentaram em aproximadamente 27%, enquanto o coeficiente efetivo dielétrico ϵ_{33}^{eff} aproximou-se de zero, com decréscimo de quase 100%. Os coeficientes e_{13}^{eff} e e_{32}^{eff} são valores negativos e sofreram diminuição (ou aumento em módulo) de aproximadamente 27%. As tabelas 22, 23 e 24 apresentam os coeficientes efetivos piezométricos e dielétricos calculados para a camada piezométrica modificada.

O decréscimo dos coeficientes efetivos piezométricos em razão da camada piezométrica estar posicionada no centro do laminado se dá porque as regiões mais próximas ao ponto central do modelo sofrem menor deformação quando são aplicados os carregamentos das condições de contorno e, esses coeficientes estão relacionados com o comportamento mecânico do material, pois acoplam campos mecânicos e elétricos. Sendo assim, o sensor é mais sensível, ou seja, com maiores valores dos coeficientes piezométricos, quanto mais externa a camada piezométrica está no laminado. Com relação ao coeficiente efetivo dielétrico, considera-se que as camadas estruturais não têm contribuição de suas constantes de permissividade dielétricas no laminado como um todo, já que esses valores são arbitrados como sendo próximos de zero. Como a camada piezométrica governa o coeficiente dielétrico do material homogeneizado, sua posição no laminado interfere nos valores desse coeficiente, que, conforme observado, decai quando a camada piezométrica é posicionada no centro do laminado.

Tabela 19 – Coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [0/interface/piezo/90] (camada piezométrica modificada) e [0/Interface/90/piezo] (original) calculados numericamente.

c^{eff}	[0/interface/piezo/90] (Modificado) (GPa)	[0/interface/90/piezo] (Original) (GPa)	Diferença ($\times 10^{-4}$)%
c_{11}	10,9310079722	10,9310092807	0,119
c_{22}	62,7546335778	62,7545112661	-1,949
c_{23}	5,10989275895	5,10991544979	4,440
c_{24}	0	0	0
c_{12}	4,30499854796	4,30500817003	2,235
c_{33}	65,6612198588	65,6601823915	15,800
c_{34}	0	0	0
c_{13}	4,45718517149	4,45721534133	6,768
c_{66}	3,1311541947	3,13115062043	-1,141
c_{54}	0	0	0
c_{55}	3,37268140967	3,37267424427	-2,124
c_{44}	4,92721584101	4,9272083117	-1,528
c_{14}	0	0	0

Fonte: Produção do autor.

Tabela 20 – Coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [0/interface/piezo/90] (camada piezelétrica modificada) e [0/Interface/90/piezo] (original) calculados numericamente.

c^{eff}	[0/interface/piezo/45] (Modificado) (GPa)	[0/interface/45/piezo] (Original) (GPa)	Diferença ($\times 10^{-4}$)%
c_{11}	10,9310079491	10,9310091252	0,107
c_{22}	24,9191151507	24,9190777698	-1,500
c_{23}	17,0305975842	17,0305909611	-0,388
c_{24}	12,9465722498	12,946541328	-2,388
c_{12}	3,99580193813	3,99581231044	2,595
c_{33}	79,655493799	79,6544271095	-13,391
c_{34}	12,968368523	12,9683383829	-2,324
c_{13}	4,76637331195	4,76640288282	6,204
c_{66}	2,88380630173	2,88380348988	-0,975
c_{54}	0,336916680961	0,33691465049	-6,026
c_{55}	3,80607580927	3,80606537563	-2,741
c_{44}	16,8697216838	16,8696852783	-2,158
c_{14}	0,309192397924	0,30919168715	-2,298

Fonte: Produção do autor.

Tabela 21 – Coeficientes efetivos mecânicos dos laminados [45/interface/piezo/-45] (camada piezelétrica modificada) e [45/Interface/-45/piezo] (original) calculados numericamente.

c^{eff}	[0/interface/piezo/45] (Modificado) (GPa)	[0/interface/45/piezo] (Original) (GPa)	Diferença ($\times 10^{-4}$)%
c_{11}	10,93100079419	10,9310090982	0,759
c_{22}	38,8872892114	38,8872182424	-1,824
c_{23}	28,9774043734	28,9773678796	-1,259
c_{24}	0	0	0
c_{12}	4,30499010902	4,30499963067	2,211
c_{33}	41,7938710185	41,7928933163	-23,393
c_{34}	0	0	0
c_{13}	4,45717666599	4,45720678596	6,757
c_{66}	3,13115415364	3,13115059796	-1,135
c_{54}	0	0	0
c_{55}	3,37268139014	3,37267424309	-2,119
c_{44}	28,7947366041	28,7946702668	2,303
c_{14}	0	0	0

Fonte: Produção do autor.

Tabela 22 – Coeficientes efetivos piezelétricos e dielétrico dos laminados [0/interface/piezo/90] (camada piezelétrica modificada) e [0/Interface/90/piezo] (original) calculados numericamente.

e^{eff}	[0/interface/piezo/90] (Modificado) (C/m ²)	[0/interface/90/piezo] (Original) (C/m ²)	Diferença (%)
e_{13}	-0,023553973198	-0,0320888482664	26,597
e_{32}	-0,0199813624078	-0,0266156359346	24,926
e_{33}	0,958726051232	1,27704382499	24,926
ϵ^{eff}	[0/interface/piezo/90] (Modificado) (nF/m)	[0/interface/90/piezo] (Original) (nF/m)	Diferença (%)
ϵ_{33}	0,000448156221723	0,501880652766	99,911

Fonte: Produção do autor.

Tabela 23 – Coeficientes efetivos piezelétricos e dielétrico dos laminados [0/interface/piezo/45] (camada piezelétrica modificada) e [0/Interface/45/piezo] (original) calculados numericamente.

e^{eff}	[0/interface/piezo/45] (Modificado) (C/m ²)	[0/interface/45/piezo] (Original) (C/m ²)	Diferença (%)
e_{13}	-0,0235539717174	-0,0313744063769	24,296
e_{32}	-0,0193151086166	-0,0257281756099	24,296
e_{33}	0,958059749155	1,27615638874	24,296
ϵ^{eff}	[0/interface/piezo/45] (Modificado) (nF/m)	[0/interface/45/piezo] (Original) (nF/m)	Diferença (%)
ϵ_{33}	0,000448156200632	0,501880652766	99,910

Fonte: Produção do autor.

Tabela 24 – Coeficientes efetivos piezelétricos e dielétrico dos laminados [45/interface/piezo/-45] (camada piezelétrica modificada) e [45/Interface/-45/piezo] (original) calculados numericamente.

e^{eff}	[45/interface/piezo/-45] (Modificado) (C/m ²)	[45/interface/-45/piezo] (Original) (C/m ²)	Diferença (%)
e_{13}	-0,0235539749853	-0,0313744062853	24,926
e_{32}	-0,0199813454255	-0,0266156114506	24,926
e_{33}	0,958726143643	1,27704384928	24,926
ϵ^{eff}	[45/interface/piezo/-45] (Modificado) (nF/m)	[45/interface/-45/piezo] (Original) (nF/m)	Diferença (%)
ϵ_{33}	0,000448156252523	0,501880652766	99,910

Fonte: Produção do autor.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo principal a determinação numérica das propriedades efetivas de materiais compósitos híbridos mecânicos/piezelétricos com matriz constitutiva monoclinica e o campo elétrico atuando na direção da fibra piezelétrica. A metodologia empregada foi baseada em trabalhos anteriores e utilizou o conceito de volume elementar representativo para representar o meio periódico do material piezocompósito, sujeito às condições de contorno periódicas, implementadas por equações de restrição ponto-a-ponto nas superfícies da célula unitária. Técnicas de homogeneização foram utilizadas para calcular os coeficientes efetivos do meio homogeneizado pelos tensores médios obtidos pelo método dos elementos finitos no software *ABAQUS*[®] por meio de sub-rotinas em linguagem *Python*.

Para validar os códigos computacionais desenvolvidos, os coeficientes efetivos calculados numericamente foram confrontados com aqueles obtidos pelo método analítico de homogeneização assintótica, sendo que os resultados alcançados pelos dois métodos mostraram boa concordância entre si. Uma vez validada, a metodologia computacional foi utilizada para investigar o comportamento de três laminados com diferentes empilhamentos frente à variação de parâmetros como espessura, posição e degradação da interface e, ainda, posição da camada piezelétrica.

Observou-se que o aumento da espessura da interface com contato perfeito causa diminuição nos valores de quase todos coeficientes efetivos mecânicos, já que os módulos de elasticidade e de cisalhamento das camadas estruturais são consideravelmente mais altos do que as propriedades elásticas da interface. Por outro lado, os coeficientes elétricos e dielétricos não sofreram a influência do aumento da espessura interface, permanecendo constantes em todos os laminados. Não foram verificadas alterações significativas nos coeficientes efetivos quando a interface foi posicionada entre a camada estrutural e piezelétrica, sendo a diferença relativa entre os coeficientes efetivos dos laminados originais e daqueles com a interface com a posição modificada, menor do que 0,001%.

Verificou-se que a degradação das propriedades da interface exerce forte influência sobre os coeficientes efetivos que são determinados pela condição de contorno de deslocamento normal na direção x , que é normal ao plano da interface. O mesmo ocorre para os coeficientes determinados pela condição de contorno de cisalhamento nos planos xy e xz . Para todos esses casos os coeficientes efetivos tenderam a zero. Por outro lado, aqueles obtidos pela prescrição de deslocamento normal nas direções y e z e cisalhamento no plano yz , sofreram menos influência da degradação da interface, sendo que o c_{22}^{eff} teve a maior redução de seu valor, de aproximadamente 34,34% para o laminado [0/interface/90/piezo], 10,23% para o [0/interface/45/piezo] e 6,06% para o [45/interface/-45/piezo], quando considerada a delaminação. A mudança da camada piezelétrica para a posição central, entre as camadas estruturais, teve o maior impacto no coeficiente efetivo dielétrico $\epsilon_{33}^{\text{eff}}$, aproximando-o de zero. Os valores de e_{13}^{eff} e e_{32}^{eff} e e_{33}^{eff} aumentaram, em módulo, em aproximadamente 27%, enquanto os coeficientes efetivos mecânicos não sofreram

alteração em seus valores.

Com base nos resultados apresentados, verifica-se que a metodologia proposta no presente trabalho se mostra adequada para determinação dos coeficientes efetivos de materiais piezelétricos com matrizes constitutivas monoclinicas ou ortotrópicas. As sub-rotinas escritas em linguagem *Python* permitem automatizar o processo de inserção de condições de contorno e modificação de parâmetros do modelo, o que gera economia de tempo e evita possíveis erros humanos nesse tipo de tarefa. As condições de contorno de deslocamento adotadas, aplicadas nos pontos de referência, têm a vantagem de não permitir o movimento de corpo rígido do modelo, ao contrário de carregamentos que utilizam força concentrada, em especial os casos de cisalhamento. Conclui-se, portanto, que a metodologia utilizada pode ser empregada para auxiliar no projeto de compósitos inteligentes ou mesmo de estruturas inteligentes que empregam transdutores piezelétricos para monitorar a integral estrutural.

Muitos estudos podem ser realizados a partir do presente trabalho. Uma primeira extensão poderia ser investigar os empilhamentos estudados considerando-se o campo elétrico nas três direções, com o aparecimento dos coeficientes e_{15}^{eff} , e_{24}^{eff} , $\epsilon_{11}^{\text{eff}}$ e $\epsilon_{22}^{\text{eff}}$. Além disso, a metodologia pode ser testada para outros empilhamentos de materiais compósitos, piezelétricos ou não, assim como materiais com outras matrizes constitutivas, com maior grau de anisotropia. Por fim, outra possibilidade é comparar os resultados obtidos neste estudo com dados experimentais.

REFERÊNCIAS

- ABOUDI, Jacob. **Mechanics of composite materials: a unified micromechanical approach**. [S.l.]: Elsevier, 2013. Citado na página 50.
- ARAÚJO, Miguel Alberto Reis Carvalho. **Análise de modelos de constante dielétrica para materiais compósitos**. Dissertação (Mestrado), 2012. Citado na página 37.
- ARNAU, Antonio et al. **Piezoelectric transducers and applications**. [S.l.]: Springer, 2004. v. 2004. Citado 3 vezes nas páginas 31, 32 e 33.
- BALLATO, Arthur. Piezoelectricity: old effect, new thrusts. **IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control**, IEEE, v. 42, n. 5, p. 916–926, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- BENT, Aaron Alton. **Active fiber composites for structural actuation**. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1997. Citado na página 43.
- BENT, Aaron A; HAGOOD, Nesbitt W. Piezoelectric fiber composites with interdigitated electrodes. **Journal of intelligent material systems and structures**, TECHNOMIC PUBLISHING CO., INC. 851 New Holland Ave., Box 3535, Lancaster, PA . . . , v. 8, n. 11, p. 903–919, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- BERGER, Harald et al. An analytical and numerical approach for calculating effective material coefficients of piezoelectric fiber composites. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 42, n. 21-22, p. 5692–5714, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.
- BISCANI, Fabio et al. Equivalent electro-elastic properties of macro fiber composite (mfc) transducers using asymptotic expansion approach. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 42, n. 3, p. 444–455, 2011. Citado na página 21.
- BLÖSS, Tanja; WELSCH, Michael. Rve procedure for estimating the elastic properties of inhomogeneous microstructures such as bone tissue. In: **Biomedical Technology**. [S.l.]: Springer, 2015. p. 1–17. Citado 2 vezes nas páginas 53 e 54.
- BOUAOUNE, L et al. Random versus periodic microstructures for elasticity of fibers reinforced composites. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 103, p. 68–73, 2016. Citado na página 53.
- BRAVO-CASTILLERO, Julián et al. Closed-form expressions for the effective coefficients of a fiber-reinforced composite with transversely isotropic constituents—ii. piezoelectric and square symmetry. **Mechanics of Materials**, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 237–248, 2001. Citado na página 46.
- BRITO-SANTANA, Humberto et al. Delamination influence on elastic properties of laminated composites. **Acta Mechanica**, Springer, v. 230, p. 821–837, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 67, 73 e 77.
- BRITO-SANTANA, Humberto et al. Effective elastic properties of layered composites considering non-uniform imperfect adhesion. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier, v. 59, p. 183–204, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 55.

BRITO-SANTANA, Humberto et al. Different interface models for calculating the effective properties in piezoelectric composite materials with imperfect fiber–matrix adhesion. **Composite Structures**, Elsevier, v. 151, p. 70–80, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 22, 47, 55, 66 e 67.

BRITO-SANTANA, Humberto et al. Multiscale analysis for predicting the constitutive tensor effective coefficients of layered composites with micro and macro failures. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier, v. 75, p. 250–266, 2019. Citado na página 22.

BUSCH-VISHNIAC, Ilene J. **Electromechanical sensors and actuators**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1998. Citado na página 43.

CAO, Wenwu; CUDNEY, Harley H; WASER, Rainer. Smart materials and structures. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, National Acad Sciences, v. 96, n. 15, p. 8330–8331, 1999. Citado na página 19.

CARDOSO, Eduardo Lenz. Otimização topológica de transdutores piezelétricos considerando não-linearidade geométrica. 2005. Citado na página 43.

CASTILLERO, JB et al. Asymptotic homogenization of laminated piezocomposite materials. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 35, n. 5-6, p. 527–541, 1998. Citado na página 46.

CHANDA, Aniket Gopa; KONTONI, Denise-Penelope N; SAHOO, Rosalin. Development of analytical and fem solutions for static and dynamic analysis of smart piezoelectric laminated composite plates on elastic foundation. **Journal of Engineering Mathematics**, Springer, v. 138, n. 1, p. 12, 2023. Citado na página 21.

CHATZIGEORGIOU, George; MERAGHNI, Fodil; CHARALAMBAKIS, Nicolas. **Multiscale Modeling Approaches for Composites**. [S.l.]: Elsevier, 2022. Citado na página 28.

CHOPRA, Inderjit; SIROHI, Jayant. **Smart structures theory**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. v. 35. Citado na página 19.

CHUNG, Peter W; TAMMA, Kumar K; NAMBURU, Raju R. Asymptotic expansion homogenization for heterogeneous media: computational issues and applications. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier, v. 32, n. 9, p. 1291–1301, 2001. Citado na página 50.

DAMJANOVIC, Dragan. Ferroelectric, dielectric and piezoelectric properties of ferroelectric thin films and ceramics. **Reports on Progress in Physics**, IOP Publishing, v. 61, n. 9, p. 1267, 1998. Citado na página 39.

DATTA, Supratik. Piezoelectric materials: Crystal orientation and poling direction. **COMSOL blog**, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.

DERAEMAERKER, Arnaud; NASSER, Houssein. Numerical evaluation of the equivalent properties of macro fiber composite (mfc) transducers using periodic homogenization. **International journal of solids and structures**, Elsevier, v. 47, n. 24, p. 3272–3285, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 50.

DERAEMAERKER, Arnaud et al. Mixing rules for the piezoelectric properties of macro fiber composites. **Journal of intelligent material systems and structures**, Sage Publications Sage UK: London, England, v. 20, n. 12, p. 1475–1482, 2009. Citado na página 21.

- DINEVA, Petia et al. Piezoelectric materials. In: **Dynamic fracture of piezoelectric materials**. [S.l.]: Springer, 2014. p. 7–32. Citado na página 37.
- DONG, Biqin; LI, Zongjin. Cement-based piezoelectric ceramic smart composites. **Composites Science and Technology**, Elsevier, v. 65, n. 9, p. 1363–1371, 2005. Citado na página 46.
- DRUGAN, Walter J; WILLIS, John R. A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 44, n. 4, p. 497–524, 1996. Citado na página 49.
- DUTRA, Thiago Assis et al. A complete implementation methodology for asymptotic homogenization using a finite element commercial software: Preprocessing and postprocessing. **Composite Structures**, Elsevier, v. 245, p. 112305, 2020. Citado na página 48.
- EMAD, Diaa; FANNI, Mohamed A; MOHAMED, Abdelfatah M. New efficient technique for finite element modeling of macro fiber composite piezoelectric materials. In: TRANS TECH PUBL. **Materials Science Forum**. [S.l.], 2020. v. 998, p. 221–226. Citado na página 21.
- FALCONE, Aurio Gilberto. **Eletromecânica-volume 1: Transformadores e transdutores, conversão eletromecânica de energia**. [S.l.]: Editora Edgar Blücher Ltda. São Paulo, 1979. Citado na página 43.
- FARHAN, Rida et al. Improvement in energy conversion of electrostrictive composite materials by new approach via piezoelectric effect: modeling and experiments. **Polymers for Advanced Technologies**, Wiley Online Library, v. 32, n. 1, p. 123–130, 2021. Citado na página 21.
- FILHO, Avelino Alves. **Elementos Finitos a base da Tecnologia CAE**. [S.l.]: Saraiva Educação SA, 2018. Citado na página 21.
- FIGLIORE, Daniel et al. Piezocomposite smartpanels and smartmounts for active control of noise and vibration. In: SPIE. **Smart Structures and Materials 1999: Industrial and Commercial Applications of Smart Structures Technologies**. [S.l.], 1999. v. 3674, p. 470–475. Citado na página 20.
- FONSECA, Gonçalo Vasconcelos Teixeira da. **Compósitos Piezoelétricos para Aplicações Médicas**. Dissertação (Mestrado), 2017. Citado na página 37.
- GAROZ, D et al. Consistent application of periodic boundary conditions in implicit and explicit finite element simulations of damage in composites. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 168, p. 254–266, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 55.
- GAUTSCHI, Gustav. **Piezoelectric Sensorics: Force Strain Pressure Acceleration and Acoustic Emission Sensors Materials and Amplifiers**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 32.
- GE, Jian et al. Numerical evaluation of effective elastic properties of cvi-c/c composites considering anisotropic matrix. **Composite Structures**, Elsevier, v. 306, p. 116561, 2023. Citado na página 55.
- GRIFFITHS, DJ. **Eletrodinâmica, 3ª Edição**. [S.l.]: Editora Pearson Education, 2011. Citado na página 38.
- GUINOVART-DIAZ, R et al. Overall properties of piezocomposite materials 1–3. **Materials Letters**, Elsevier, v. 48, n. 2, p. 93–98, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 46.

GUINOVART-DIAZ, R et al. Modeling of elastic transversely isotropic composite using the asymptotic homogenization method. some comparisons with other models. **Materials Letters**, Elsevier, v. 56, n. 6, p. 889–894, 2002. Citado na página 46.

GUINOVART-SANJUAN, D et al. Prediction of effective properties for multilayered laminated composite with delamination: A multiscale methodology proposal. **Composite Structures**, Elsevier, v. 297, p. 115910, 2022. Citado na página 46.

HAGOOD, N; BENT, A. Development of piezoelectric fiber composites for structural actuation. In: **34th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference**. [S.l.: s.n.], 1993. p. 1717. Citado na página 43.

HAMMAMI, H et al. Experimental study of relaxations in unidirectional piezoelectric composites. **Composites Part A: Applied Science and Manufacturing**, Elsevier, v. 37, n. 1, p. 1–8, 2006. Citado na página 46.

HAZANOV, Sergej; HUET, Christian. Order relationships for boundary conditions effect in heterogeneous bodies smaller than the representative volume. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 42, n. 12, p. 1995–2011, 1994. Citado na página 53.

HEYWANG, Walter; LUBITZ, Karl; WERSING, Wolfram. **Piezoelectricity: evolution and future of a technology**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. v. 114. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.

HIGH, James W. **Method of fabricating NASA-standard macro-fiber composite piezoelectric actuators**. [S.l.]: National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center, 2003. Citado na página 44.

HONG, Yang et al. Theoretical analysis and experimental study of the effect of the neutral plane of a composite piezoelectric cantilever. **Energy conversion and management**, Elsevier, v. 171, p. 1020–1029, 2018. Citado na página 21.

HORI, Muneo; NEMAT-NASSER, Sia. On two micromechanics theories for determining micro–macro relations in heterogeneous solids. **Mechanics of materials**, Elsevier, v. 31, n. 10, p. 667–682, 1999. Citado na página 53.

JANOCHA, Hartmut. **Actuators**. [S.l.]: Springer, 2004. Citado na página 43.

JUNIOR, William D Callister; RETHWISCH, David G. Ciência e engenharia de materiais: uma introdução. **Rio de Janeiro: LTC**, v. 589, p. 249, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 34.

KALAMKAROV, Alexander L; ANDRIANOV, Igor V; DANISHEVS'KYY, Vladyslav V. Asymptotic homogenization of composite materials and structures. **Applied Mechanics Reviews**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 62, n. 3, 2009. Citado na página 21.

KANIT, Toufik et al. Determination of the size of the representative volume element for random composites: statistical and numerical approach. **International Journal of solids and structures**, Elsevier, v. 40, n. 13-14, p. 3647–3679, 2003. Citado na página 49.

KAR-GUPTA, Ronit; VENKATESH, TA. Electromechanical response of 1–3 piezoelectric composites: An analytical model. **Acta Materialia**, Elsevier, v. 55, n. 3, p. 1093–1108, 2007. Citado na página 35.

- KATZIR, Shaul. **The beginnings of piezoelectricity: a study in mundane physics**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2007. v. 246. Citado na página 31.
- KAW, Autar K. **Mechanics of composite materials**. [S.l.]: CRC press, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 30.
- KIM, Howuk; JIANG, Xiaoning. Numerical study of a miniaturized, 1–3 piezoelectric composite focused ultrasound transducer. **Applied Sciences**, MDPI, v. 13, n. 1, p. 615, 2023. Citado na página 21.
- KOTHARI, Anmol et al. A study on epoxy-based 1–3 piezoelectric composites using finite element method. **Polymer Composites**, Wiley Online Library, v. 37, n. 6, p. 1895–1905, 2016. Citado na página 55.
- KSICA, Filip et al. Homogenized model of piezoelectric composite structure for sensing purposes. In: SPRINGER. **International Conference Mechatronics**. [S.l.], 2019. p. 358–365. Citado na página 46.
- KSICA, Filip et al. Homogenized model of piezoelectric composite structure for sensing purposes. In: SPRINGER. **Mechatronics 2019: Recent Advances Towards Industry 4.0**. [S.l.], 2020. p. 358–365. Citado na página 21.
- KSICA, Filip; HADAS, Zdenek; HLINKA, Jiri. Integration and test of piezocomposite sensors for structure health monitoring in aerospace. **Measurement**, Elsevier, v. 147, p. 106861, 2019. Citado na página 20.
- KUANG, Yang; ZHU, Meiling. Evaluation and validation of equivalent properties of macro fibre composites for piezoelectric transducer modelling. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 158, p. 189–197, 2019. Citado na página 46.
- LEÓN, LE de et al. Semi-analytic finite element method applied to short-fiber-reinforced piezoelectric composites. **Continuum Mechanics and Thermodynamics**, Springer, v. 33, n. 4, p. 1957–1978, 2021. Citado na página 46.
- LEZGY-NAZARGAH, M; SAEIDI-AMINABADI, S; YOUSEFZADEH, MA. Design and fabrication of a new fiber-cement-piezoelectric composite sensor for measurement of inner stress in concrete structures. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, Springer, v. 19, p. 405–416, 2019. Citado na página 21.
- LI, Chunlei et al. Analysis of wave propagation in functionally graded piezoelectric composite plates reinforced with graphene platelets. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier, v. 81, p. 487–505, 2020. Citado na página 21.
- LÓPEZ-REALPOZO, Juan Carlos et al. Analysis of mechanical and electrical imperfect contacts in piezoelectric composites. **Mechanics Research Communications**, Elsevier, v. 93, p. 96–102, 2018. Citado na página 21.
- LV, Ning; ZHONG, Chao; WANG, Likun. Bending vibration characteristics of the piezoelectric composite double laminated vibrator. **Ceramics International**, Elsevier, v. 47, n. 22, p. 31259–31267, 2021. Citado na página 21.
- MARINUCCI, G. **Materiais Compósitos Poliméricos: FUNDAMENTOS E TECNOLOGIA**. [S.l.]: ARTLIBER, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

MARTINS, P; LOPES, AC; LANCEROS-MENDEZ, S. Electroactive phases of poly (vinylidene fluoride): Determination, processing and applications. **Progress in polymer science**, Elsevier, v. 39, n. 4, p. 683–706, 2014. Citado na página 37.

MASON, Warren P. Piezoelectricity, its history and applications. **The journal of the Acoustical Society of America**, Acoustical Society of America, v. 70, n. 6, p. 1561–1566, 1981. Citado na página 31.

MEDEIROS, Ricardo de. **Desenvolvimento de uma metodologia computacional para determinar coeficientes efetivos de compósitos inteligentes**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2012. Citado na página 22.

MEDEIROS, Ricardo de. **Development of a criterion for predicting residual strength of composite structures damaged by impact loading**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2016. Citado na página 46.

MEDEIROS, Ricardo de et al. Numerical and analytical analyses for active fiber composite piezoelectric composite materials. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 26, n. 1, p. 101–118, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 47.

MOHEIMANI, SO Reza; FLEMING, Andrew J. **Piezoelectric transducers for vibration control and damping**. [S.l.]: Springer, 2006. v. 1. Citado 4 vezes nas páginas 20, 31, 36 e 43.

NASEDKIN, Andrey; NASSAR, Mohamed Elsayed. A numerical study about the effects of the metal volume fraction on the effective properties of a porous piezoelectric composite with metalized pore boundaries. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, Taylor & Francis, p. 1–14, 2021. Citado na página 47.

NETO, Flamínio Levy; PARDINI, Luiz Claudio. **Compósitos estruturais: ciência e tecnologia**. [S.l.]: Editora Blucher, 2016. Citado na página 25.

OKEREKE, Michael et al. Finite element mesh generation. **Finite Element Applications: A Practical Guide to the FEM Process**, Springer, p. 165–186, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 52.

OMAIREY, Sadik L; DUNNING, Peter D; SRIRAMULA, Srinivas. Development of an abaqus plugin tool for periodic rve homogenisation. **Engineering with Computers**, Springer, v. 35, p. 567–577, 2019. Citado na página 55.

PAHR, Dieter H; BÖHM, Helmut J. **Assessment of mixed uniform boundary conditions for predicting the macroscopic mechanical behavior of composite materials**. [S.l.]: na, 2008. Citado na página 52.

PANASENKO, Grigorii Petrovich. **Multi-scale modelling for structures and composites**. [S.l.]: Springer, 2005. v. 615. Citado na página 46.

PANYASANTISUK, Jarunan et al. Comparison of mixed and kinematic uniform boundary conditions in homogenized elasticity of femoral trabecular bone using microfinite element analyses. **Journal of biomechanical engineering**, American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, v. 137, n. 1, 2015. Citado na página 52.

- PENG, Chang et al. Noninvasive and nonocclusive blood pressure monitoring via a flexible piezo-composite ultrasonic sensor. **IEEE Sensors Journal**, IEEE, v. 21, n. 3, p. 2642–2650, 2020. Citado na página 20.
- POPRAWSKI, RYSZARD et al. The direct and converse piezoelectric effects as a good example of reversible phenomena in physics. **Proceedings of the 7th PTEE**, 2011. Citado na página 31.
- PRASATH, S Sreenivasa; AROCKIARAJAN, A. Effective electromechanical response of macro-fiber composite (mfc): Analytical and numerical models. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier, v. 77, p. 98–106, 2013. Citado na página 21.
- PRASATH, S Sreenivasa; AROCKIARAJAN, A. Analytical, numerical and experimental predictions of the effective electromechanical properties of macro-fiber composite (mfc). **Sensors and Actuators A: Physical**, Elsevier, v. 214, p. 31–44, 2014. Citado na página 21.
- QING, Xinlin P et al. Built-in sensor network for structural health monitoring of composite structure. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, Sage Publications Sage CA: Thousand Oaks, CA, v. 18, n. 1, p. 39–49, 2007. Citado na página 27.
- REDDY, Junuthula Narasimha. **Mechanics of laminated composite plates and shells: theory and analysis**. [S.l.]: CRC press, 2003. Citado na página 27.
- RODRÍGUEZ-RAMOS, Reinaldo et al. Different approaches for calculating the effective elastic properties in composite materials under imperfect contact adherence. **Composite Structures**, Elsevier, v. 99, p. 264–275, 2013. Citado na página 22.
- SÁNCHEZ-PALENCIA, Enrique. Non-homogeneous media and vibration theory. **Lecture notes in physics**, Springer-Verlag, v. 127, 1980. Citado na página 50.
- SANTANA, Humberto Brito et al. Effective elastic properties for a periodically laminated composite considering nonuniform imperfect adhesion. **Proceedings of MECSOL**, 2017. Citado na página 22.
- SCHWARTZ, Mel. **Smart materials**. [S.l.]: CRC press, 2008. Citado na página 19.
- SERGIO, DE ALMEIDA OLIVEIRA. **OS MATERIAIS INTELIGENTES E SUAS APLICAÇÕES**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1994. Citado na página 19.
- SETTER, N. Piezoelectric materials in devices, ed. N. Setter, p. 1, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- SEVOSTIANOV, I; LEVIN, V; KACHANOV, M. On the modeling and design of piezocomposites with prescribed properties. **Archive of Applied Mechanics**, Springer, v. 71, n. 11, p. 733–747, 2001. Citado na página 46.
- SEZER, Nurettin; KOÇ, Muammer. A comprehensive review on the state-of-the-art of piezoelectric energy harvesting. **Nano Energy**, Elsevier, v. 80, p. 105567, 2021. Citado na página 20.
- SHAHAB, Shima; ERTURK, Alper. Coupling of experimentally validated electroelastic dynamics and mixing rules formulation for macro-fiber composite piezoelectric structures. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 28, n. 12, p. 1575–1588, 2017. Citado na página 21.

- SILVA, Emílio Carlos Nelli. **Design of piezocomposite materials and piezoelectric transducers using topology optimization**. [S.l.]: University of Michigan, 1998. Citado na página 42.
- SILVA, Matheus Rodrigues et al. A numerical approach to evaluate the influence of the piezoelectric layer position on the effective properties of a smart laminated composite. **Proceedings of BCCM 5**, 2021. Citado 3 vezes nas páginas 22, 47 e 55.
- SILVA, Matheus Rodrigues; TITA, Volnei; MEDEIROS, Ricardo De. Influence of the geometric parameters on the effective properties of piezoelectric composite sensors using real measurements and a new rve. **Composite Structures**, Elsevier, v. 303, p. 116292, 2023. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- STEIGER, Kateřina; MOKRÝ, Pavel. Finite element analysis of the macro fiber composite actuator: macroscopic elastic and piezoelectric properties and active control thereof by means of negative capacitance shunt circuit. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 24, n. 2, p. 025026, 2015. Citado na página 46.
- SUQUET, Pierre M. Elements of homogenization for inelastic solid mechanics, homogenization techniques for composite media. **Lecture notes in physics**, Springer-Verlag, v. 272, p. 193, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 54.
- TANG, S et al. The development of smart layer used in structural health monitoring. **Journal of Experimental Mechanics**, v. 20, n. 2, p. 226–234, 2005. Citado na página 27.
- TIAN, Wenlong et al. Periodic boundary condition and its numerical implementation algorithm for the evaluation of effective mechanical properties of the composites with complicated micro-structures. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 162, p. 1–10, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 48, 55 e 56.
- TICHÝ, Jan et al. **Fundamentals of piezoelectric sensorics: mechanical, dielectric, and thermodynamical properties of piezoelectric materials**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 20, 33, 41 e 42.
- TITA, Volnei et al. Effective properties evaluation for smart composite materials with imperfect fiber–matrix adhesion. **Journal of Composite Materials**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 49, n. 29, p. 3683–3701, 2015. Citado 3 vezes nas páginas 22, 46 e 55.
- TRINDADE, Marco Antonio; BENJEDDOU, Ayeçh. Finite element homogenization technique for the characterization of d15 shear piezoelectric macro-fibre composites. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 20, n. 7, p. 075012, 2011. Citado na página 46.
- TRINDADE, Marcelo A; BENJEDDOU, Ayeçh. Finite element characterization and parametric analysis of the nonlinear behaviour of an actual d 15 shear mfc. **Acta Mechanica**, Springer, v. 224, n. 11, p. 2489–2503, 2013. Citado na página 46.
- TRINDADE, Marcelo A; BENJEDDOU, Ayeçh. Finite element characterisation of multilayer d31 piezoelectric macro-fibre composites. **Composite Structures**, Elsevier, v. 151, p. 47–57, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 55.
- UCHINO, Kenji. **Advanced piezoelectric materials: Science and technology**. [S.l.]: Woodhead Publishing, 2017. Citado na página 42.

WANG, Xiaoming et al. Dynamic shape control of piezocomposite-actuated morphing wings with vibration suppression. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 29, n. 3, p. 358–370, 2018. Citado na página 20.

WILLIAMS, R Brett et al. An overview of composite actuators with piezoceramic fibers. **Proceeding of IMAC XX**, Citeseer, v. 47, p. 130, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 44 e 45.

YANG, Shih-Ming; HUNG, CC; CHEN, KH. Design and fabrication of a smart layer module in composite laminated structures. **Smart Materials and Structures**, IOP Publishing, v. 14, n. 2, p. 315, 2005. Citado na página 27.

YI, Yeong-Moo; PARK, Sang-Hoon; YOUN, Sung-Kie. Asymptotic homogenization of viscoelastic composites with periodic microstructures. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 35, n. 17, p. 2039–2055, 1998. Citado na página 21.

ZHANG, Shun-Qi; LI, Ya-Xi; SCHMIDT, Rüdiger. Modeling and simulation of macro-fiber composite layered smart structures. **Composite Structures**, Elsevier, v. 126, p. 89–100, 2015. Citado na página 52.

ZHANG, Xiaoting et al. Enhancing dielectric and piezoelectric properties of micro-zno/pdms composite-based dielectrophoresis. **Materials & Design**, Elsevier, v. 192, p. 108783, 2020. Citado na página 21.

ZHAO, Xiaoyu et al. Microstructure design and optimization of multilayered piezoelectric composites with wavy architectures. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, Taylor & Francis, p. 1–17, 2023. Citado na página 21.

ZHU, JC; BETTAIEB, M Ben; ABED-MERAIM, Farid. Investigation of the competition between void coalescence and macroscopic strain localization using the periodic homogenization multiscale scheme. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 143, p. 104042, 2020. Citado na página 55.