

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM**

**HYAN CARLOS SCHUBERT**

**ANÁLISE MODAL NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE UM CHASSI TUBULAR  
DA MODALIDADE BAJA SAE**

**JOINVILLE  
2022**

**HYAN CARLOS SCHUBERT**

**ANÁLISE MODAL NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE UM CHASSI TUBULAR  
DA MODALIDADE BAJA SAE.**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE  
2022**

**HYAN CARLOS SCHUBERT**

**ANÁLISE MODAL NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE UM CHASSI TUBULAR  
DA MODALIDADE BAJA SAE.**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**BANCA EXAMINADORA**

Membros:

Prof. Dr Ricardo de Medeiros  
UDESC/CCT

Prof. Me Nicodemus Neto da Costa Lima  
UDESC/CCT

Me Kelvin Masakazu Kuroki Iwasaki  
UDESC/CCT

Joinville, 22 de julho 2022.

“A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo.”  
(Albert Einstein)

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a minha família, especialmente minha mãe que dedicou a vida a me dar condições para que eu pudesse estar na posição em que estou hoje, e que sempre esteve comigo em todos os meus momentos e fases.

Aos meus avós de coração Rita de Cássia Tomoike e Ken Tomoike, que fizeram parte da minha criação e desenvolvimento como pessoa e são, além de tudo, minha segunda casa.

Também gostaria de agradecer a minha namorada, Sarah Maria Schoroeder, pelo carinho, afeto, companheirismo e compreensão, principalmente durante os momentos em que estive ausente para me dedicar a este trabalho.

Agradeço também a Equipe UDESC Velociraptor, por ter me proporcionado experiências e amizades que levarei para vida, e a todos os membros e professores que fazem parte da Equipe atualmente pela dedicação no auxílio aos experimentos realizados neste trabalho.

Gostaria de agradecer também a UDESC, o lugar ao qual passei a maior parte do meu tempo nos últimos anos, por essa jornada que foi a graduação.

Aos meus amigos Arthur Silveira Almeida, Leonardo Barcelos Corrêa e Pedro Paulo Orsi Becker, pela parceria e companheirismo desde o primeiro semestre da faculdade.

Finalmente, meu muito obrigado a todos os professores que fizeram parte da minha graduação, em especial ao meu orientador Ricardo de Medeiros, pelas conversas, paciência e ajuda na realização deste trabalho. Agradeço ao Grupo de Vibrações e Estruturas Leves (UDESC-CCT) pela disposição e auxílio para realizar os ensaios experimentais e computacionais necessários neste trabalho e ao suporte financeiro da Fundação de Apoio a Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina – FAPESC (2017TR1747, 2019TR779 e 2021TR843).

## RESUMO

O projeto Mini-Baja é frequentemente encontrado nas universidades. Nele, os alunos são responsáveis por analisar, projetar e testar um veículo *off-road* do tipo Mini-Baja para competir em eventos nacionais e internacionais promovidos pela SAE. O chassi de um Mini-Baja, tal qual de outro veículo, representa parte importante do projeto, visto que serve como acoplamento dos demais componentes do veículo, além de oferecer segurança e desempenho na absorção de esforços advindos dos terrenos irregulares da competição e de outros sistemas que compõem o veículo, a exemplo do motor. Sendo assim, este trabalho teve como proposta elaborar um modelo numérico por elementos finitos para calcular as frequências naturais do sistema e obter as funções de resposta em frequência (FRF). O modelo foi elaborado no software *Ansys* com uso do elemento *BEAM 188*, no qual os tubos que compõem a estrutura e as conexões entre eles foram simplificadas por linhas e nós. Além disso, avaliou-se a influência das placas de alumínio fixadas ao chassi que compõem o assoalho, corta fogo e *splash shield*. Para tal, as placas foram simplificadas por superfícies, nas quais foram empregadas o elemento *Shell 181*. Por outro lado, com o intuito de validar o modelo numérico, realizou-se um ensaio de frequência com o auxílio do martelo de impacto na condição livre-livre. Para tal, instrumentou-se a geometria de estudo com acelerômetros e retirou-se os dados de 32 pontos com o objetivo de extrair as Funções de Resposta em Frequência (FRFs) e as frequências naturais da estrutura. Para as frequências naturais computacionais observou-se que as placas não apresentaram significativa variação. Após análise dos resultados (frequências naturais e FRFs), verificou-se o mesmo comportamento das FRF para os dois modelos, bem como uma correlação satisfatória para os valores de frequência natural.

**Palavras-chave:** Análise Modal; Baja SAE; Método dos Elementos finitos; Vibrações Mecânicas; FRF.

## ABSTRACT

The Mini-Baja project is often found in universities. In it, students are responsible for analyzing, designing and testing a Mini-Baja off-road vehicle to compete in national and international events promoted by SAE. That said, the chassis of a Mini-Baja, just like any other vehicle, represents an important part of the project, since it serves as a coupling for the other components of the vehicle, besides offering safety and performance in the absorption of stresses arising from the irregular terrain of the competition and other systems that compose the vehicle, such as the engine. Thus, this work aimed to develop a numerical model using the finite element analysis (FEA) method to calculate the natural frequencies of the system and obtain the frequency response functions (FRF) of the 2021 chassis of the UDESC Velociraptor Baja Team. The model was developed with the Ansys software using BEAM 188 elements, in which lines and nodes simplified the tubes that make up the structure and the connections between them. In addition, the influence that the plates attached to the chassis that could have on the model was evaluated. For this, the plates were simplified by surfaces, in which the Shell 181 elements was used. On the other hand, in order to validate the numerical model, an impulse frequency test was performed with a free-free condition. To accomplish this, the studied geometry was instrumented with accelerometers and data from 32 points was collected in order to extract the FRF and the natural frequencies of the structure. For the numerical natural frequencies, it was observed that the plates did not significantly affected the results. After analyzing the results, a good correlation between computational and experimental data was verified, thus validating the mathematical model for the extraction of natural frequencies.

**Keywords:** Modal Analysis; Baja SAE; Finite Element Method, Mechanical Vibrations; FRF.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Protótipo Mini-Baja SAE Equipe UDESC Velociraptor. ....	16
Figura 1.2 – Ponte de Tacoma Narrows. ....	17
Figura 2.1 – Exemplo chassi tipo escada. ....	19
Figura 2.2 – Estrutura de um chassi monobloco. ....	20
Figura 2.3 – Linha de produção de chassi monobloco. ....	21
Figura 2.4 – Modelo de chassis tubular. ....	21
Figura 2.5 – Membros da Gaiola de Proteção. ....	22
Figura 2.6 – Pontos denominados da Gaiola. ....	23
Figura 2.7 – Gaiola com fechamento dianteiro da Equipe UDESC Velociraptor Baja. ....	23
Figura 2.8 – Gaiola com fechamento traseiro da equipe Michigan Baja Racing. ....	24
Figura 2.9 – Comparação dos comportamentos para diferentes tipos de amortecimento. ....	28
Figura 2.10 – Excitação determinística. ....	29
Figura 2.11 – Excitação aleatória. ....	29
Figura 2.12 – Análise no domínio do tempo e da frequência. ....	31
Figura 2.13 – <i>Setup</i> para ensaio com <i>shaker</i> . ....	33
Figura 2.14 - Exemplo de ensaio modal. ....	34
Figura 2.15 – Etapas de uma análise por elementos finitos. ....	35
Figura 2.16 – Ideia geral para escolha de elemento. ....	36
Figura 2.17 – Exemplo de Representação das condições geométricas de Pré-Processamento. ....	37
Figura 3.1 – Fluxograma da metodologia aplicada. ....	39
Figura 3.2 – Chassi Protótipo 2021 da Equipe UDESC Velociraptor Baja. ....	40
Figura 3.3 – Configuração de material usada para cada tubo. ....	40
Figura 3.4 – Dimensões das seções transversais (mm). ....	41
Figura 3.5 – Geometria em linhas. ....	42
Figura 3.6 - Elemento Beam 188. ....	42
Figura 3.7 – Análise de convergência da malha. ....	43
Figura 3.8 – Geometria do elemento <i>Shell 181</i> . ....	44
Figura 3.9 – Modelo simplificado para análise de influência das chapas. ....	44
Figura 3.10 - Análise de convergência para modelo com placas. ....	45
Figura 3.11 – Condições de contorno para análise FRF. ....	46
Figura 3.12 – Estrutura na condição Livre-Livre. ....	47



Figura 3.13 – Pontos de análise.....	47
Figura 3.14 - Acelerômetros uniaxial uniaxiais Brüel & Kjaer em detalhe. ....	48
Figura 3.15 – Equipamento utilizados para realizar o teste.....	48
Figura 3.16 - Posição dos acelerômetros para componente z.....	49
Figura 3.17 – Diagrama de estabilização global de parâmetros <i>BK Connect</i> .....	50
Figura 3.18 - Exemplo de seleção de banda. ....	51
Figura 4.1 – 1° modo de vibrar – Torção em x. ....	53
Figura 4.2 – 2° modo de vibrar – Torção em x. ....	53
Figura 4.3 – 3° modo de vibrar – Flexão em y.....	54
Figura 4.4 – FRF ponto 2, direção z. ....	55
Figura 4.5 – FRF ponto 4, direção z.....	55
Figura 4.6 – Resultado FRF na direção x. ....	56
Figura 4.7 – Resultado FRF na direção y. ....	56
Figura 4.8 – Resultado FRF na direção z. ....	56
Figura 4.9 – FRF Computacional ponto 26 em x. ....	58
Figura 4.10 – FRF Computacional ponto 1 em y. ....	59
Figura 4.11 – FRF Computacional ponto 1 em z. ....	59
Figura 4.12 – Curva de Tendência para Frequências Naturais.....	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Dados aço SAE 1020.....	41
Tabela 3.2 - Dados Aço SAE 4130. ....	41
Tabela 4.1 – Frequências naturais computacionais na faixa de 0 até 200 Hz. ....	52
Tabela 4.2 – Frequências Naturais do Modelo Experimental. ....	57
Tabela 4.3 – Valores FRAC para Ponto 1 eixo z.....	60

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAE	<i>Society of Automotive Engineers</i>
FRF	Função de Resposta em Frequência
RATBSB	Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil
MIG	<i>Metal Inert Gas</i>
FABup	<i>Upper Fore-Aft Bracing Members</i>
MAG	<i>Metal Active Gas</i>
TIG	<i>Tungsten Inert Gas</i>
ZTA	Zona Termicamente Afetada
FEA	<i>Finit Element Analysis</i>
APDL	Ansys Parametric Design Language
B&K	<i>Briuel &amp; Kjaer</i>
MAC	<i>Modal Assurance Criterion</i>
CAD	Computer Assisted Design
GDL	Grau de Liberdade

## LISTA DE SÍMBOLOS

$m$	Massa
$c$	Amortecimento Viscoso
$k$	Rigidez
$x$	Deslocamento na coordenada $x$
$\dot{x}$	Primeira derivada do deslocamento (velocidade)
$\ddot{x}$	Segunda derivada do deslocamento (aceleração)
$\omega_n$	Frequência natural
$c_c$	Amortecimento crítico
$\zeta$	Fator de amortecimento
$F(t)$	Função força externa
$Z(s)$	Rigidez dinâmica do sistema
$G(s)$	Função de transferência
$\omega_d$	Frequência natural amortecida
$H(\omega)$	Matriz receptância
$A(\omega)$	Matriz acelerância
$Y(\omega)$	Matriz mobilidade
$[M]$	Matriz de massa
$[K]$	Matriz de rigidez
$u$	Matriz de deslocamentos
$\Theta_i$	Autovetor da forma modal da $i$ -ésima frequência natural
$f_i$	$i$ -ésima frequência natural do sistema
$\omega_i^2$	$i$ -ésimo autovalor da forma modal

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	COMPETIÇÃO BAJA SAE.....	15
1.2	ESTUDO DE VIBRAÇÕES .....	16
1.3	OBJETIVO .....	18
<b>1.3.1</b>	<b>Objetivos específicos .....</b>	<b>18</b>
1.4	JUSTIFICATIVA .....	17
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>19</b>
2.1	TIPOS DE CHASSI.....	19
<b>2.1.1</b>	<b>Chassis tipo <i>escada</i>.....</b>	<b>19</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Chassi tipo monobloco.....</b>	<b>20</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Chassi tubular .....</b>	<b>21</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Chassis utilizados na modalidade Baja SAE.....</b>	<b>22</b>
2.2	VIBRAÇÕES.....	24
<b>2.2.1</b>	<b>Vibrações Livres .....</b>	<b>25</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Vibrações Forçadas .....</b>	<b>28</b>
2.3	EQUAÇÃO DE TRANSFERÊNCIA.....	29
2.4	RESPOSTA NO DOMINIO DA FREQUÊNCIA.....	31
2.5	ANÁLISE MODAL.....	32
2.6	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	34
<b>2.6.1</b>	<b>Pré-Processamento .....</b>	<b>35</b>
<b>2.6.2</b>	<b>Processamento.....</b>	<b>37</b>
<b>2.6.3</b>	<b>Pós-Processamento .....</b>	<b>37</b>
2.7	ANÁLISE MODAL COMPUTACIONAL.....	37
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>39</b>
3.1	DESENVOLVIMENTO DO MODELO COMPUTACIONAL .....	39
<b>3.1.1</b>	<b>Geometria analisada.....</b>	<b>39</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Análise Modal .....</b>	<b>42</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Função de Resposta em Frequência.....</b>	<b>45</b>
3.2	TESTE MODAL EXPERIMENTAL .....	46
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>52</b>
4.1	MODELO COMPUTACIONAL.....	52

4.2	MODELO EXPERIMENTAL .....	55
4.3	COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL COMPUTACIONAL.....	57
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO.....</b>	<b>63</b>
5.1	SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS .....	64
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>65</b>
	<b>APÊNDICE A – MODOS DE VIBRAR ADICIONAIS DO MODELO</b>	
	<b>COMPUTACIONAL .....</b>	<b>67</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 COMPETIÇÃO BAJA SAE

Os veículos *off-road* ou também chamados de veículos fora de estrada, compõe uma categoria projetada para transitar em terrenos acidentados, geralmente formados por terra batida, pedras, cascalhos, lama, desníveis entre outros obstáculos que um carro de passeio teria dificuldades de trafegar. No geral, os veículos fora de estrada são caracterizados por um sistema de suspensão reforçada para minimizar os efeitos do perfil do solo, pneus com garras maiores para maior aderência e, geralmente, tração nas 4 rodas. Essa categoria de veículos, apesar de ser aplicadas para diferentes áreas, destacou-se mundialmente na modalidade de competição *Rally*.

Com base nessa categoria, a *Society of Automotive Engineers* (SAE) promove competições anuais com veículos *off-road* chamados de Baja ou Mini-Baja (Figura 1.1). Esses eventos têm como objetivo desafiar e engajar alunos de engenharia a aplicar os conhecimentos adquiridos dentro e fora da sala de aula para desenvolver um veículo que alie segurança, conforto e desempenho, desde seu conceito, fabricação até a fase de testes. Nas competições, os veículos devem estar de acordo com as regras propostas pela SAE, conforme Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil (RATBSB), e a avaliação dos projetos é feita tanto por provas dinâmicas de aceleração, velocidade, suspensão e tração, que avaliam o desempenho do veículo, quanto por provas estáticas de apresentação de projeto, que constataam o domínio dos estudantes sobre as teorias aplicadas no desenvolvimento do projeto, como conhecimentos de dinâmica vertical, lateral e longitudinal, cálculos estruturais, gestão de projetos entre outras.

Nesse contexto, a Equipe UDESC Velociraptor acumula quase 25 anos de experiência e tradição nas competições da SAE e na formação de novos engenheiros. A equipe ficou conhecida por ser a primeira equipe brasileira a aplicar e apresentar um modelamento em elementos finitos. Desde então, dentre suas principais conquistas, estão o bi-campeonato da etapa Sul nos anos de 2017 e 2018 e a sua ida à etapa mundial no ano de 2014, além de boas colocações na etapa Nacional.

Figura 1.1 – Protótipo Mini-Baja SAE Equipe UDESC Velociraptor.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

## 1.2 ESTUDO DE VIBRAÇÕES

Os primeiros indícios do interesse do ser humano pelo fenômeno das vibrações são de aproximadamente 4000 a.C, marcados pelo desenvolvimento e interesse na música por povos chineses, japoneses hindus (RAO, 2008). Contudo, o primeiro estudo deste fenômeno com embasamento científico foi realizado por Pitágoras (582-507 a.C), também na área musical. Desde então, as vibrações passaram a ser objeto de estudo de diversos filósofos e matemáticos em diferentes áreas de aplicação, seja no estudo do movimento de pêndulo simples com Galileu Galilei, o surgimento do conceito de acústica com Joseph Sauveur até o método para a frequência natural de um sistema conservativo com Lord Baron Rayleigh (RAO, 2008).

Atualmente, o estudo de vibrações está diretamente conectado com a área da engenharia, seja em projetos de máquinas e estruturas ou controle de processos produtivos (RAO, 2008). Neste contexto, uma máquina que atua sob efeito de vibrações mecânicas pode estar sujeita a falhas por fadiga do material ou efeitos da ressonância por exemplo. Ao mesmo tempo, pode causar desconforto à pessoa que está utilizando o equipamento por causa de ruído excessivo e efeitos de transmissibilidade. Sobre o efeito de ressonância, ela ocorre quando a frequência de excitação da máquina ou estrutura coincide com uma de suas frequências naturais. Isto gera uma amplificação das deflexões



até o momento em que acontece a falha. Esse fenômeno pode resultar em falhas catastróficas como no caso da Ponte de Tacoma Narrows (Figura 1.2).

Figura 1.2 – Ponte de Tacoma Narrows.



Fonte: Retirada de Rao (2008).

Considerando o exposto, o estudo e análise de vibrações em máquinas e estruturas com uso de cálculos, simulações e testes experimentais compõem uma importante fase de um projeto de tal segmento.

### 1.3 JUSTIFICATIVA

Concomitante com o que foi apresentado na Introdução, o chassi de um Mini-Baja é responsável por acoplar todos os outros subsistemas (suspensão, direção, freios, transmissão), ao mesmo tempo em que deve oferecer segurança ao piloto. Embora, a análise por elementos finitos da estrutura em análise esteja consolidada na Equipe UDESC Velociraptor Baja, poucos estudos foram feitos na área de vibrações mecânicas sobre o chassi. Assim, este trabalho se justifica no intuito de implementar uma nova metodologia de análise e objeto de estudo para os próximos projetos, a fim de contribuir com o maior controle dos parâmetros pelos integrantes da equipe para melhorar o desempenho e segurança do veículo em futuras competições.

## 1.4 OBJETIVO

Nesse contexto, o seguinte trabalho visa desenvolver e validar um modelo computacional por elementos finitos para avaliar as respostas modais de um chassi do tipo *roll cage* Baja SAE da equipe UDESC Velociraptor Baja.

### 1.4.1 Objetivos específicos

Para tal, os objetivos específicos que compõe este trabalho são:

- Realizar uma análise modal computacional na condição livre-livre do chassi do ano de 2021;
- Realizar uma análise FRF em ambiente computacional;
- Realizar uma análise modal experimental nas mesmas configurações da simulação;
- Correlacionar os resultados das análises computacional e experimental;
- Comentar acerca de alterações a serem feitas na análise, a fim de aproximar os modelos para próximos estudos.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 TIPOS DE CHASSI

O chassi é considerado o item mais importante de um veículo (CHANDRA *et al.* 2012). Ele deve garantir o encaixe e funcionamento dos outros subsistemas como suspensão, motor, transmissão, freios e direção, ao mesmo tempo em que deve garantir a segurança do condutor e passageiros. Isto é, deve suportar os diferentes carregamentos provindos do terreno e de sua própria condição de uso (REIMPELL, 2001), a exemplo de isolar as vibrações do motor do veículo. Nesse contexto, são apresentados a seguir, o tipo de chassi a ser utilizado em competições de Mini-Baja da SAE, juntamente com alguns modelos de chassi comumente utilizados na indústria automotiva.

#### 2.1.1 Chassis tipo escada

O chassi tipo escada ou *ladder frame* é composto por dois membros longitudinais, chamados de longarinas, conectados por membros perpendiculares chamadas travessas. Tanto as longarinas quanto as travessas são tipicamente formadas por vigas de seção vazada retangular, circular ou do tipo “C” (Figura 2.1).

Figura 2.1 – Exemplo chassi tipo escada.



Fonte: BestCars Web (2003).

Este tipo de chassi constitui o modelo mais antigo desenvolvido. Sendo utilizado até a década de 60 principalmente em veículos de carga (OLIVEIRA, 2007). Embora antigo, seu conceito é utilizado até os dias atuais, por seu baixo custo de produção em

comparação a outros modelos e, principalmente, por comportar diferentes tipos de carroceria, isto é, desde veículos médios como *pick-ups* a veículos de carga e transporte como caminhões e ônibus.

### 2.1.2 Chassi tipo monobloco

O chassi tipo monobloco é o mais utilizado pela indústria atualmente e tem como principal característica, diferentemente do chassi tipo escada, que o chassi e carroceria estão acoplados em uma única estrutura (Figura 2.2). Ele é constituído em sua base de uma estrutura que remete as longarinas utilizadas no chassi escada, contudo são adicionados a ela colunas nas regiões traseira, central e frontal de placas metálicas (PINTO FILHO, 2004).

Figura 2.2 – Estrutura de um chassi monobloco.



Fonte: Autoentusiastas (2015).

Do ponto de vista estrutural, este tipo de chassi se destaca pela rigidez a flexão e torção, possuir menor peso quando comparados a modelos que utilizam de chassi e carroceria separados e proteção contra impactos. Por outro lado, para sua fabricação são envolvidos processos de soldagem por ponto, MIG e laser, e estampagem que elevam seu custo quando produzido em pequena escala. Sendo assim, por possuir processos que permitem automação, sua fabricação é encontrada normalmente em grande escala (Figura 2.3).

Figura 2.3 – Linha de produção de chassi monobloco.



Fonte: Motorshow (2021).

### 2.1.3 Chassi tubular

Chassi tubular é também chamado de *spaceframe* e tem como conceito base uma estrutura tridimensional formada por tubos, de seção transversal circular ou retangular (Figura 2.4), os quais estão sujeitos apenas a esforços de tração e compressão (OLIVEIRA, 2007). Por este motivo, sua geometria é composta por conjuntos triangulares de tubos, análogos a treliças, para que não haja esforços de torção ou flexão independente da solicitação externa. Apesar de sua fabricação na maioria dos casos ser em aço, esse conceito é bastante utilizado em carros de alta performance para competição, nos quais normalmente é utilizado materiais compósitos em sua construção.

Figura 2.4 – Modelo de chassis tubular.

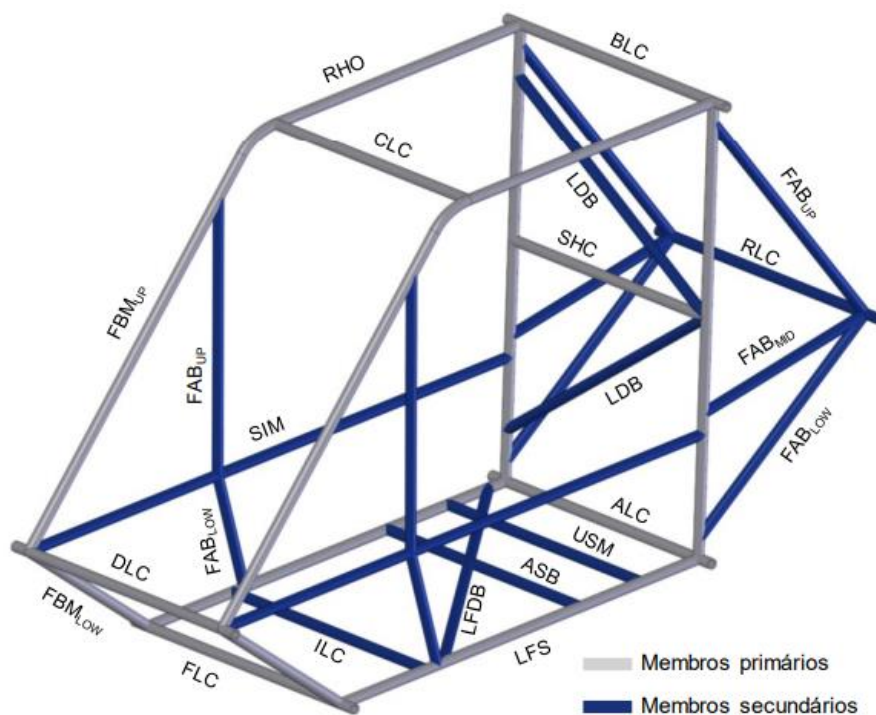


Fonte: Furtado (2013).

### 2.1.4 Chassis utilizados na modalidade Baja SAE

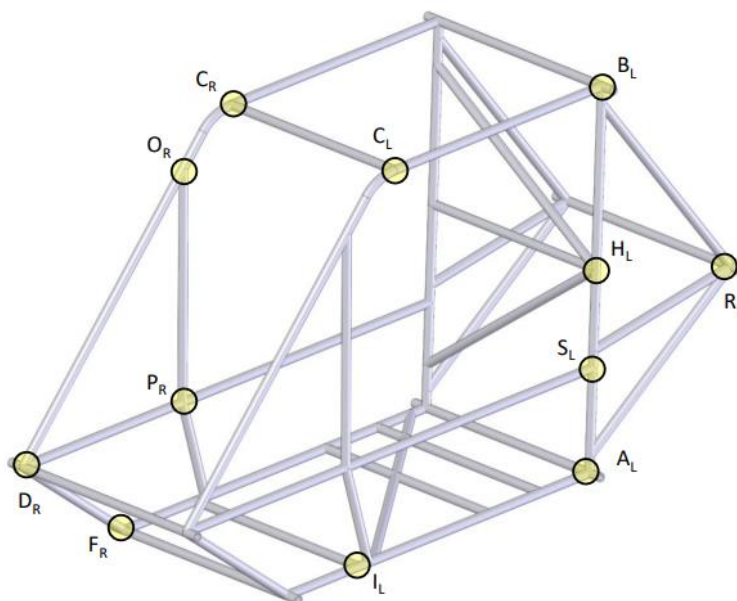
Os protótipos utilizados nas competições Baja SAE se aproximam do tipo *spaceframe*. Para ser considerado apto a competir, o chassi deve estar de consonância com os itens propostos pelo Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil (RATBSB), sendo o capítulo B6 específico para regras da gaiola de proteção. Assim, neste documento estão citadas regras que vão desde a fase de escopo e projeto do chassi, até a sua fabricação (RATBS, 2021). Vale ressaltar, que para facilitar o entendimento das regras, o RATBSB promove uma nomenclatura para cada tubo e ponto de interesse da gaiola, as quais podem ser visualizadas nas Figuras 2.5 e 2.6. Esses membros e pontos denominados, são de interesse tanto do projetista quanto do avaliador, por serem as referências das regras propostas no RATBSB. Ao mesmo tempo, os tubos são agrupados em duas seções, os membros principais e secundários, com regras específicas para cada um.

Figura 2.5 – Membros da Gaiola de Proteção.



Fonte: RATBS (2021).

Figura 2.6 – Pontos denominados da Gaiola.



Fonte: RATBSB (2021).

Quanto aos pontos de projeto, as equipes podem optar por um chassi com fechamento dianteiro (Figura 2.7) ou fechamento traseiro (Figura 2.8). A principal diferença será na ausência do membro *FABup* nos protótipos de fechamento traseiro (Figura 2.7).

Figura 2.7 – Gaiola com fechamento dianteiro da Equipe UDESC Velociraptor Baja



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 2.8 – Gaiola com fechamento traseiro da equipe Michigan Baja Racing.



Fonte: Siemens Blog (2021).

Quanto à fabricação, os tubos que compõe o chassi devem ser de aço carbono com no mínimo 0.18% de carbono. Caso a equipe opte por usar um aço ligado, deve ser feito um cálculo de equivalência, para comprovar que o material utilizado atende aos requisitos mínimos, e entregue para a comissão técnica, juntamente com análise química do material (RATBSB, 2021). Os membros devem ser soldados com algum processo de soldagem compatível com o aço (MAG, TIG, Eletrodo Revestido). Contudo, devem atender aos requisitos de inspeção visual do chassi e de uma amostra de junta soldada submetida a tração, a qual não pode falhar em sua Zona Termicamente Afetada (ZTA).

Durante a competição, além das inspeções de segurança o chassi é ponto importante nas provas dinâmicas, visto que possui influência direta nos outros sistemas, como o de suspensão já que, um chassi mais rígido possui menor rolagem e assim maior desempenho em curvas (REIMPELL, 2001).

## 2.2 VIBRAÇÕES

Entende-se por vibração como sendo um movimento que se repete ao longo do tempo, sendo assim, é considerado um sistema dinâmico. No geral, um sistema de vibração pode ser reduzido a um sistema composto por uma mola, que armazena energia



potencial, uma massa, que armazena energia cinética e um amortecedor, que dissipa energia (OLIVIERA, 2016). A seguir, são apresentados alguns conceitos importantes para o estudo de vibrações.

### 2.2.1 Vibrações Livres

Os sistemas de vibração podem ser classificados de diferentes maneiras, sendo assim, entende-se como vibração livre aquela em que nenhuma força externa age no sistema (RAO, 2013). Isto é, se um sistema que sofre uma perturbação externa permanecer oscilando por conta própria, a vibração resultante é conhecida como vibração livre. Matematicamente, uma vibração livre amortecida é representada por

$$m\ddot{x} + kx = 0 , \quad (2.1)$$

onde  $m$ , e  $k$  são, respectivamente, a massa e rigidez equivalente do sistema, e  $x$  representa o deslocamento em uma coordenada  $x$  do sistema, sendo sua segunda derivada (aceleração) representada por  $\ddot{x}$ . E para um sistema com amortecimento viscoso,

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 , \quad (2.2)$$

no qual  $c$  é o amortecimento viscoso, e  $x$  representa o deslocamento em uma coordenada  $x$  do sistema, sendo sua primeira derivada (velocidade) representada por  $\dot{x}$ . Para o caso não amortecido, a solução será da forma

$$x(t) = Ce^{st} . \quad (2.3)$$

Que, substituída na equação (2.1) retorna

$$C(ms^2 + k) = 0 . \quad (2.4)$$

Como  $C$  não pode ser zero, tem-se a condição

$$s_{1,2} = \pm \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}. \quad (2.5)$$

Como ambos os valores de  $s$  satisfazem a equação (2.4), a solução geral da Equação (2.3) será,

$$x(t) = C_1 e^{i\omega_n t} + C_2 e^{-i\omega_n t}, \quad (2.6)$$

onde as constantes  $C_1$  e  $C_2$  vão depender das condições iniciais do sistema e,

$$\omega_n = \left(\frac{k}{m}\right)^{1/2}, \quad (2.7)$$

com  $\omega_n$  sendo conhecido como frequência natural do sistema.

Para o caso amortecido com amortecimento viscoso (Equação 2.2), a solução parte-se da mesma condição (2.3), contudo, desta vez,  $s$  será um número complexo ao invés de imaginário. Assim, tem-se,

$$C(ms^2 + cs + k) = 0. \quad (2.8)$$

Com,

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \frac{\sqrt{c^2 - 4km}}{2m}. \quad (2.9)$$

Introduzindo o conceito de amortecimento crítico  $c_c$

$$c_c = 2\sqrt{km} = 2m\omega_n. \quad (2.10)$$

E, fator de amortecimento  $\zeta$

$$\zeta = \frac{c}{c_c}. \quad (2.11)$$

A Equação (2.9) se resume então em,

$$s_{1,2} = (-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n, \quad (2.12)$$

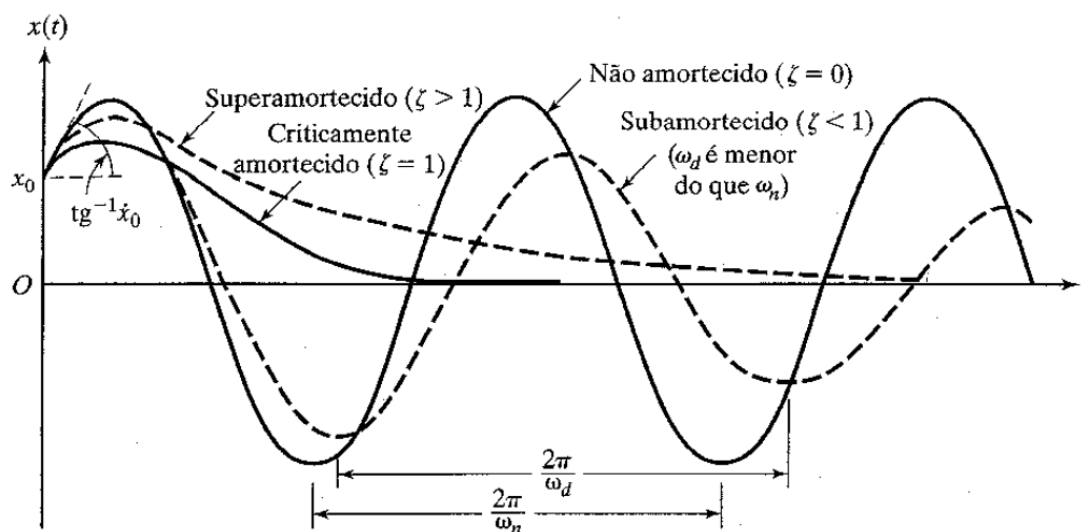
e a solução geral da Equação (2.8) será

$$x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n t} + C_2 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n t}, \quad (2.13)$$

onde o comportamento da solução e a classificação do sistema vão depender do valor do fator de amortecimento conforme Figura 2.9. Neste contexto, para um fator de amortecimento igual a zero, a equação (2.13) se resume à equação (2.6), sendo assim um sistema não amortecido que irá oscilar continuamente sem alteração da amplitude. Um fator de amortecimento igual a 1 significa um comportamento criticamente amortecido, que é caracterizado por ser um movimento não periódico. Este é o caso também, em que o corpo atinge a referência ( $x = 0$ ) no menor tempo. Já para valores maiores que um, tem-se o caso superamortecido, caracterizado também por um movimento não periódico, contudo com um tempo maior necessário para atingir o repouso. Finalmente, o caso subamortecido é atingido quando o fator de amortecimento está entre zero e um, caracterizado por um movimento oscilatório com redução exponencial da amplitude ao longo do tempo. A partir da Figura 2.9, nota-se que para o caso subamortecido há o surgimento do termo  $\omega_d$ , o qual é denominado frequência de vibração amortecida e é calculado por:

$$\omega_d = (\sqrt{\zeta^2 - 1}) \omega_n. \quad (2.14)$$

Figura 2.9 – Comparação dos comportamentos para diferentes tipos de amortecimento.



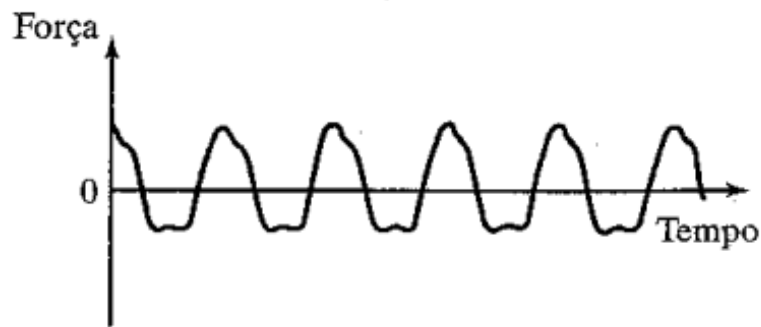
Fonte: Rao (2008).

### 2.2.2 Vibrações Forçadas

Em contraste, uma vibração forçada é quando o sistema está sujeito a uma força externa, geralmente periódica,  $F(t)$  que fica à direita da igualdade da Equação (2.2) (RAO, 2008). Assim para uma vibração forçada com amortecimento viscoso tem-se em um sistema com um grau de liberdade.

Nesse contexto, quando esta força  $F(t)$  for conhecida, o resultado será uma vibração determinística (Figura 2.10), caso contrário a vibração será não determinística ou aleatória (Figura 2.11). Para uma vibração aleatória não é possível prever um valor para excitação em um determinado instante de tempo, logo uma regularidade estatística que representa a excitação deve ser encontrada de forma empírica. São exemplos de vibração aleatória, aquelas causadas em um veículo devido ao perfil da estrada, ou em estruturas prediais e pontes causadas pelo vento.

Figura 2.10 – Excitação determinística.



Fonte: Retirada de Rao (2008).

Figura 2.11 – Excitação aleatória.



Fonte: Retirada de Rao (2008).

### 2.3 EQUAÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Ao se falar em equação de transferência de um sistema, o objeto de interesse é relacionar o dado de entrada com a resposta ou saída desse sistema. Logo, para uma vibração forçada, tem-se então com objetivo relacionar a força externa com deslocamento resultante. Ao aplicar a transformada de Laplace na Equação (2.2), e assumindo que as condições iniciais são nulas encontra-se:

$$ms^2X(s) + csX(s) + kX(s) = F(t). \quad (2.15)$$

Colocando o termo  $X(s)$  em evidência:

$$(ms^2 + cs + k)X(s) = F(t). \quad (2.16)$$

Ou

$$Z(s)X(s) = F(t). \quad (2.17)$$

No qual  $Z(s)$  é considerado como rigidez dinâmica do sistema. Da definição de função de transferência

$$G(s) = Z(s)^{-1} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}. \quad (2.18)$$

Cujo denominador é conhecido como equação característica do sistema, visto que suas raízes, também chamadas de polos, irão ditar o comportamento do sistema. Nesse contexto, para um sistema subamortecido, equivalente à Equação (2.12):

$$s_{1,2} = \sigma \pm i\omega_d. \quad (2.19)$$

Ao manipular a Equação (2.17) e, substituir a Equação (2.18) nela, tem-se:

$$G(s) = \frac{1/m}{(s - s_1)(s - s_2)}. \quad (2.20)$$

Aplicando o conceito de frações parciais:

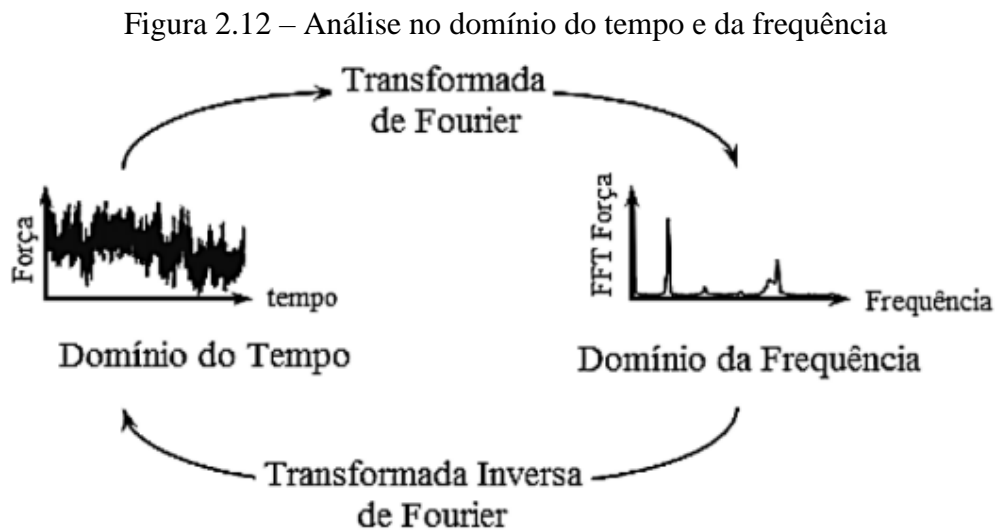
$$G(s) = \frac{A_1}{(s - s_1)} + \frac{A_1^*}{(s - s_2)}, \quad (2.21)$$

onde  $A_1$  e  $A_1^*$  são chamados de resíduos. Com,

$$A_1 = \frac{1/m}{i2m\omega_d}. \quad (2.22)$$

## 2.4 RESPOSTA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A função de transferências apresentada pode ser representada no domínio do tempo e, a partir da transformada de Fourier, no domínio da frequência e vice-versa (Figura 2.12).



Fonte: Cesário (2012).

Ao ser submetida a uma excitação periódica ou cíclica a resposta também será cíclica e com a mesma frequência da excitação. Com isso, a análise no domínio da frequência é importante pois permite a verificação da existência de ressonância numa determinada faixa de excitação em que a estrutura trabalhe (ÉDIBLU, 2017).

Assim, a função de transferência  $G(s)$  da Equação (2.20) representada no eixo da frequência ( $i\omega$ ) é representada conforme:

$$G(s) = H(\omega) = \frac{A_1}{(i\omega - s_1)} + \frac{A_1^*}{(i\omega - s_2)} \quad (2.23)$$

Embora que, para um sistema com um grau de liberdade, a Equação (2.22) é aproximada por:

$$G(s) = H(\omega) \frac{A_1}{(i\omega - s_1)} \quad (2.24)$$

## 2.5 ANÁLISE MODAL

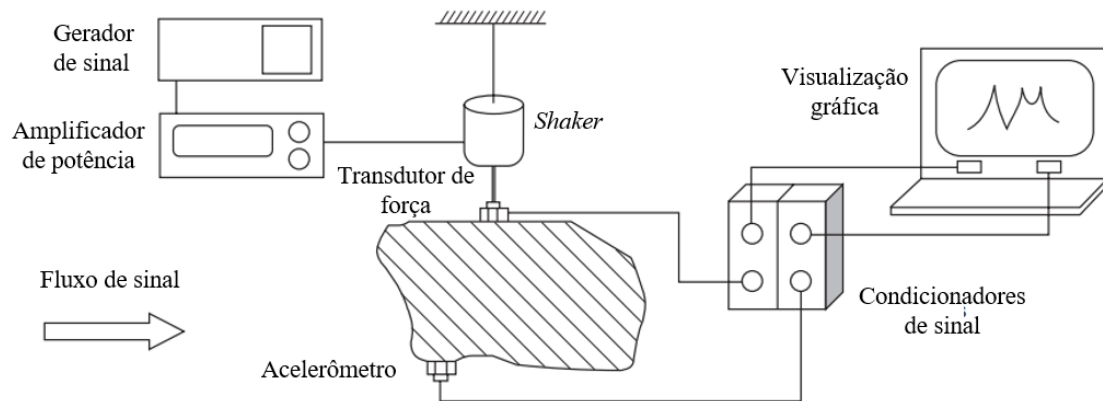
A análise modal significa determinar as características dinâmicas de um sistema na forma de suas frequências naturais, fatores de amortecimento e formas modais. Para assim, representar matematicamente o comportamento dinâmico da estrutura (FU, 2001). Esta análise se baseia na teoria de que a resposta à vibração de um sistema linear e invariante no tempo pode ser representada pela combinação de seus modos de vibrar. Esses modos, correspondem cada um a uma frequência natural e são determinados pelas propriedades físicas do sistema, isto é, massa, rigidez e amortecimento.

O teste modal de uma estrutura pode ser realizado por diferentes motivos, dentre eles os de mais destaque são determinar a natureza e extensão das respostas às vibrações e verificar e validar modelos teóricos ou previsões do comportamento de uma estrutura sob efeito de vibrações. Por conseguinte, para realizar com êxito o teste e a análise de desejo deve-se entender os objetivos e os resultados a serem obtidos, visto a abrangência da arte e a não existência de um teste ideal que englobe todos os casos (EWINS, 2014). Dito isso, deve-se escolher como fixar a geometria de estudo, a fonte de excitação do sistema e em que ponto ela será aplicada, os pontos a serem analisados, os dados a serem retirados e como estes serão posteriormente analisados. Compondo assim, as três fases de uma análise modal experimental: preparação do teste, medição das respostas e identificação dos parâmetros modais (OLIVEIRA, 2016).

No geral, a fonte de excitação para as análises modais experimentais é resultado de um atuador (*shaker*) ou de um impacto com uso de um martelo instrumentado (*impact hammer*). Já a resposta é obtida com uso de algum sensor, normalmente acelerômetros, que converte a energia mecânica da excitação em um sinal elétrico (FU, 2001). Este sinal, detectado no domínio do tempo, é convertido para o domínio da frequência com objetivo de encontrar a Função de Resposta em Frequência (FRF) e assim, as frequências naturais do sistema. Concomitantemente, é possível avaliar o amortecimento do sistema, que pode ser posteriormente usado para realimentar o modelo computacional. Assim, diz-se que a FRF descreve a relação entrada-saída do sistema.



Figura 2.13 – *Setup* para ensaio com *shaker*.



Fonte: Adaptado de Fu (2001).

Vale ressaltar que combinar excitações e respostas em diferentes localizações da estrutura levam a um conjunto completo de FRF que podem ser representadas na forma de uma matriz, e devido a reciprocidade do sistema, é geralmente simétrica. Além de que, dependendo da grandeza medida, podem existir três tipos de matriz FRF. Estas matrizes são chamadas de matriz receptância  $H(\omega)$ , acelerância  $A(\omega)$  ou mobilidade  $Y(\omega)$  e são atingidas quando a grandeza física medida é, respectivamente, o deslocamento, a aceleração e a velocidade. Conhecendo-se uma das matrizes é possível conhecer outra a partir de (OLIVEIRA, 2016)

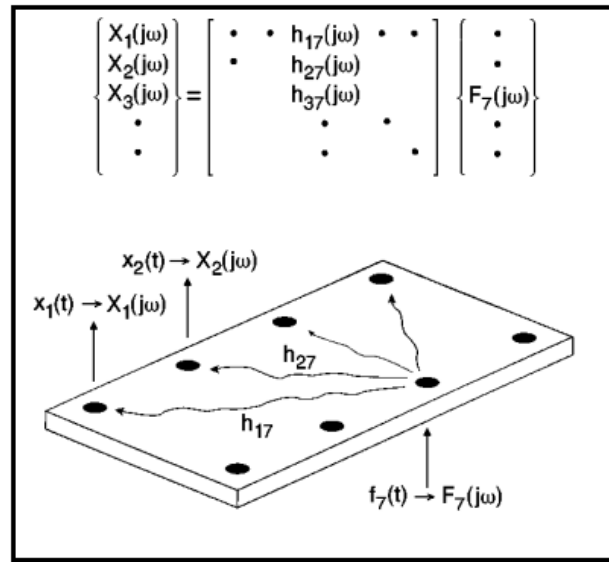
$$A(\omega) = i\omega Y(\omega) \quad , \quad (2.25)$$

$$A(\omega) = -\omega^2 H(\omega) \quad . \quad (2.26)$$

Ainda, como para uma análise experimental o objeto de estudo é uma estrutura real, ela possui um número infinito de graus de liberdade (GDL) e modos de vibrar. Contudo, por limitações de custo e tempo não é possível avaliar todos os pontos de uma estrutura. Logo, apenas alguns pontos (GDL) são escolhidos para efetuar as medições, levando em consideração que um maior número de pontos considerados irá facilitar a extração dos modos de vibrar (SCHWARZ, 1999). A Figura 2.14 representa um exemplo de medição. Nela, nota-se que os GDL de análise compõem uma matriz FRF, na qual as colunas representam a entrada (*input*) e as linhas a saída (*output*). Sendo assim, no geral, para se realizar um teste modal é necessário obter pelo menos uma linha ou uma coluna

dessa matriz. Nesse contexto, em um ensaio de impacto, fixa-se os pontos de medição do dado de saída e aplicam-se impulsos nos demais pontos de análise, conseguindo assim uma linha da matriz FRF. Já para um ensaio com *shaker*, o ponto de entrada é fixo e mede-se a saída nos demais pontos de interesse, compondo assim uma linha da matriz FRF.

Figura 2.14 - Exemplo de ensaio modal.



Fonte: Schwartz (1999).

## 2.6 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

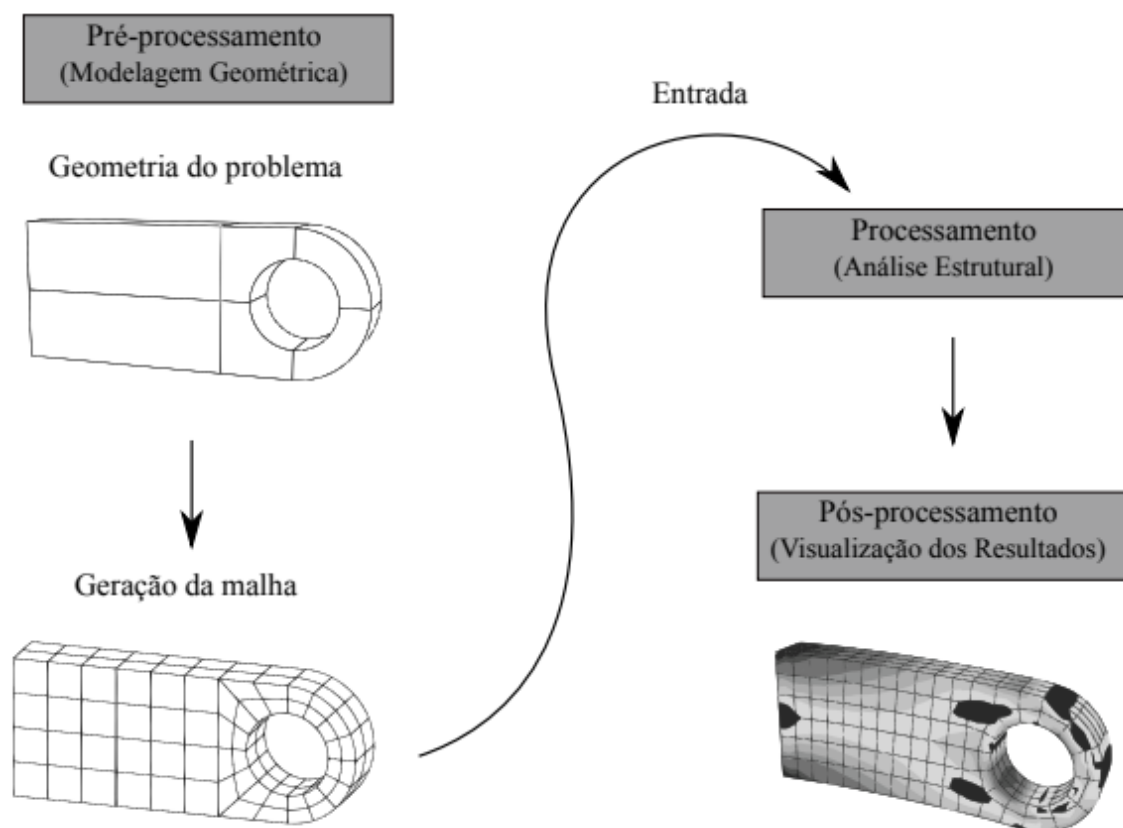
O método dos elementos finitos, também conhecido como *Finite Element Method* (FEM) é uma importante ferramenta utilizada para diversas áreas da engenharia. Isso porque ela permite analisar o funcionamento de um sistema ainda na fase de projeto, ou seja, sem a necessidade da construção de um protótipo. Além disso, com o auxílio do computador, o tempo necessário para realizar os cálculos de sistemas complexos é reduzido consideravelmente, o que otimiza a elaboração ou alteração de projetos.

Esse método se baseia no conceito da discretização, ou seja, divide-se a geometria a ser analisada em partes menores chamadas de elemento. E finalmente, resolve-se o problema para cada elemento por intermédio de interpolações (VERGARA, 2006).

Uma análise de elementos finitos é composta no geral por três fases, que seguem uma sequência lógica, Pré-Processamento, Processamento e Pós-Processamento, conforme Figura 2.14.

Com o avanço tecnológico os softwares de elementos finitos possuem uma interface gráfica que facilitam o uso e criação de modelos, bem como a visualização dos resultados, contudo isso não descarta o olhar técnico e o conhecimento que o engenheiro deve ter acerca dos caracteres físicos e matemáticos que compõe o software (ALVES FILHO, 2018).

Figura 2.15 – Etapas de uma análise por elementos finitos.



Fonte: Barroso (2015).

### 2.6.1 Pré-Processamento

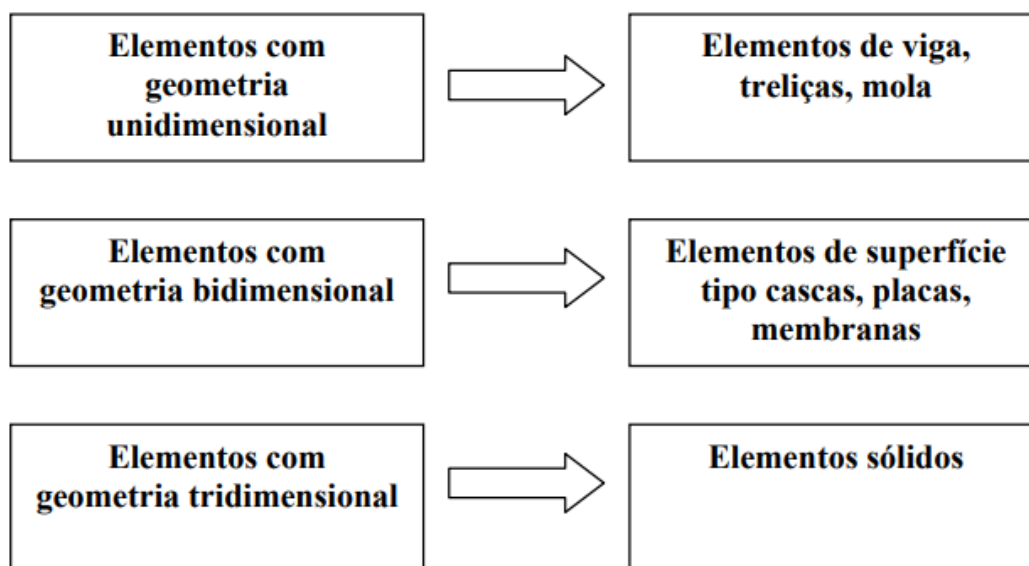
Nesta etapa, são definidos a geometria, os materiais, o tipo de elemento a ser usado para discretizar a estrutura e as condições de contorno do modelo (BATHE, 2014). Ao se tratar da geometria, elas podem ser geradas no próprio software de elementos finitos ou serem importadas de algum programa de projeto assistido por computador (CAD). Então, o usuário deve escolher o tipo de elemento a ser usado no modelo, levando em conta a

aplicabilidade de cada um, a fim de adequar a geometria a esta escolha (OLIVEIRA, 2007).

Alguns softwares possuem ferramentas que auxiliam na simplificação da geometria. No caso do Ansys, no ambiente *SpaceClaim* é possível extrair vigas de estruturas tubulares, transformar placas em superfícies médias, bem como detectar e solucionar problemas usuais destas simplificações, a exemplo da perda de conexão entre corpos.

Para a definição dos dados de engenharia, são informados ao software os materiais utilizados, bem como suas propriedades mecânicas como módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson e densidade. Dependendo da análise, outras propriedades como dilatação térmica e condutividade elétrica são necessárias (OLIVEIRA, 2007). Para simulações estruturais, saber se o material estará em regime linear ou não linear também é um ponto a ser considerado.

Figura 2.16 – Ideia geral para escolha de elemento.

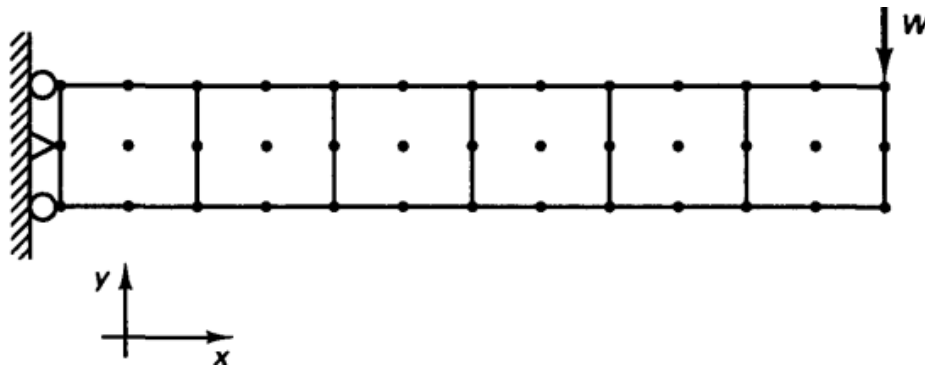


Fonte: Oliveira (2007).

Em seguida, parte-se para a geração da malha. Nela o corpo será dividido em elementos que são compostos por nós. Nesta etapa é importante salientar que o software de elementos finitos aplica uma formulação matemática a um determinado problema físico de interesse, logo a precisão do modelo matemático vai depender da qualidade e densidade da malha (BATHE, 2014).

Finalmente, aplicam-se as condições de contorno do modelo. Nela, são definidas condições de carregamento (forças, pressões, momentos) e restrições de movimento (de translação, rotação e condições de engastamento) (OLIVEIRA, 2007).

Figura 2.17 – Exemplo de Representação das condições geométricas de Pré-Processamento.



Fonte: Bathe (2014).

### 2.6.2 Processamento

Nesta etapa serão realizados os cálculos dos parâmetros de interesse. Estes podem ser, dentre outros, tensão, deformações nodais e perfis de temperatura (OLIVEIRA, 2007). No geral, o tempo de solução vai depender da complexidade do modelo e refino da malha.

### 2.6.3 Pós-Processamento

Com os resultados calculados, estes podem ser representados de forma gráfica em diferentes tipos de plotagem (OLIVEIRA, 2007). Nela também cabe ao usuário avaliar a coerência física dos resultados e a necessidade de refinar o modelo.

## 2.7 ANÁLISE MODAL COMPUTACIONAL

A análise modal computacional consiste em retirar os modos de vibrar de uma estrutura. Para isso, de forma análoga a um sistema de um grau de liberdade, para um sistema com múltiplos graus de liberdade, a equação fundamental de um sistema em vibração livre será, conforme (ÉDIBLU, 2017) da forma:

$$[M]\ddot{u} + [K]u = 0 . \quad (2.27)$$

Na qual,  $[M]$  é a matriz de massa.  $[K]$  a matriz de rigidez,  $\ddot{u}$  a matriz de acelerações e  $u$  a matriz de deslocamentos.

A solução terá a forma harmônica,

$$u = \Theta_i \cos \omega_i t , \quad (2.28)$$

onde,  $\Theta_i$  é o autovetor da forma modal da  $i$ -ésima frequência natural,  $\omega_i$  a  $i$ -ésima frequência natural e  $t$  o tempo.

Substituindo (2.27) em (2.26) e desconsiderando a resposta trivial  $\Theta_i = 0$ , encontra-se um sistema linear e homogêneo de equações algébricas, chamado de problema de autovalor e autovetor

$$[K] - \omega_i^2 [M] = 0 . \quad (2.29)$$

Este sistema pode ser resolvido para  $n$  valores de  $\omega_i^2$  (autovalores) e  $\Theta_i$  (autovetores), no qual  $n$  é o número de graus de liberdade do sistema.

Finalmente, as frequências naturais podem ser calculadas com:

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} , \quad (2.30)$$

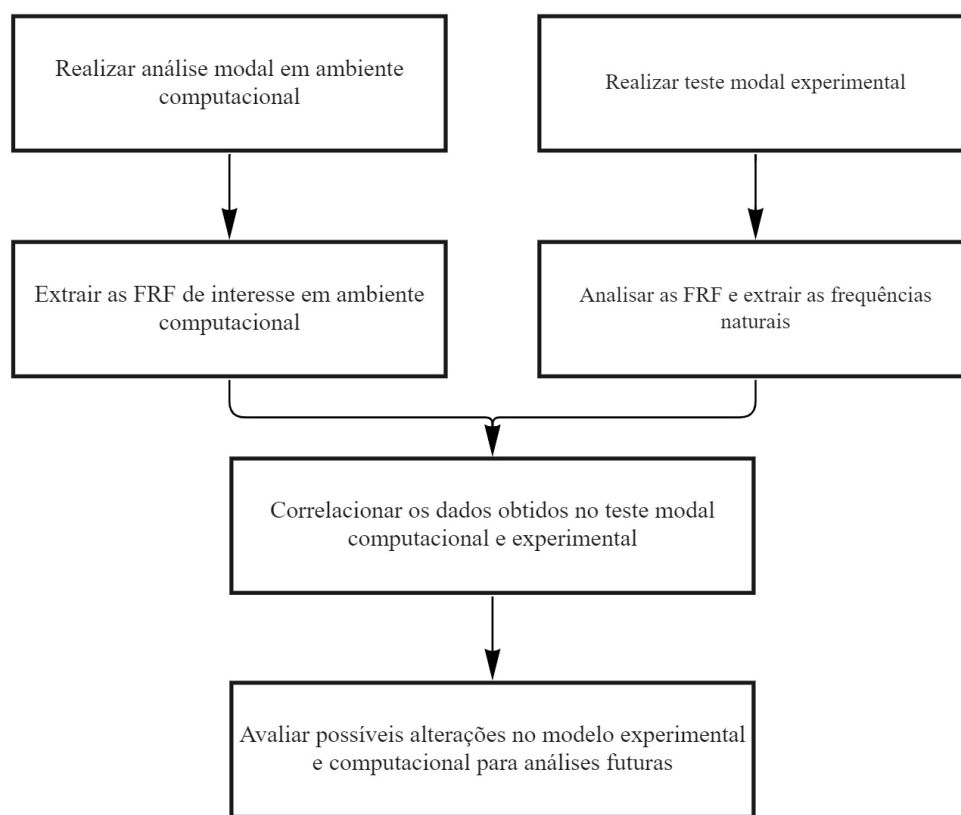
onde, a primeira frequência natural é chamada de frequência natural fundamental (Rao, 2018).

Nos softwares de elementos finitos, existem diferentes formas de extrair os modos de vibrar de uma estrutura. Para o *Ansys*, destacam-se métodos como o *Block Lanczos* e *Subspace* que são utilizados para problemas simétricos e com um número alto de graus de liberdade (ÉDIBLU, 2017)

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção são apresentadas as metodologias utilizadas nas simulações numéricas e testes experimentais. Neste contexto, a fim de validar o modelo computacional, são comparadas as frequências naturais e as respostas em frequência do modelo computacional com o experimental. A Figura 3.1 apresenta a metodologia utilizada no trabalho.

Figura 3.1 – Fluxograma da metodologia aplicada.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

#### 3.1 DESENVOLVIMENTO DO MODELO COMPUTACIONAL

##### 3.1.1 Geometria analisada

A geometria analisada nas simulações foi o chassi do protótipo de 2021 da Equipe UDESC Velociraptor Baja intitulado de V-Zero, o qual pode ser visto na Figura 3.2. Esta

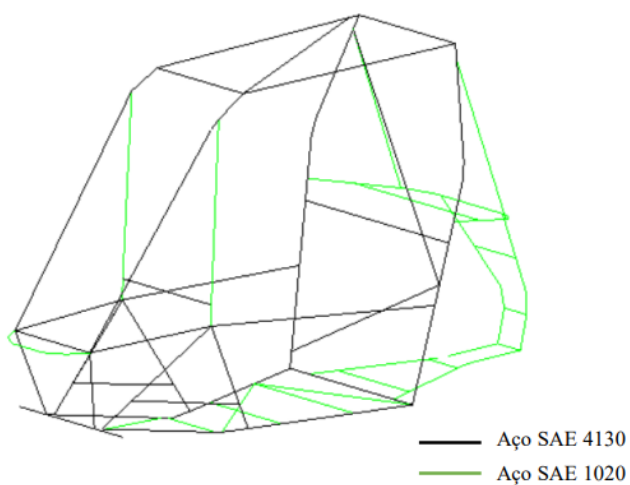
estrutura é fabricada com estrutura tubular de seção constante com aço SAE 4130 e aço SAE 1020 conforme Figura 3.3. As propriedades de cada material podem ser vistas na Tabelas 3.1 e 3.2. Ainda, a Figura 3.4 apresenta um esquema da seção circular utilizada em cada tubo.

Figura 3.2 – Chassi Protótipo 2021 da Equipe UDESC Velociraptor Baja.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 3.3 – Configuração de material usada para cada tubo.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



Tabela 3.1 – Dados aço SAE 1020.

Propriedade Aço SAE 1020	
Módulo de Elasticidade	205 GPa
Coefficiente de Poisson	0,28
Densidade	7,87 g/cm <sup>3</sup>
Limite de Escoamento	350 MPa

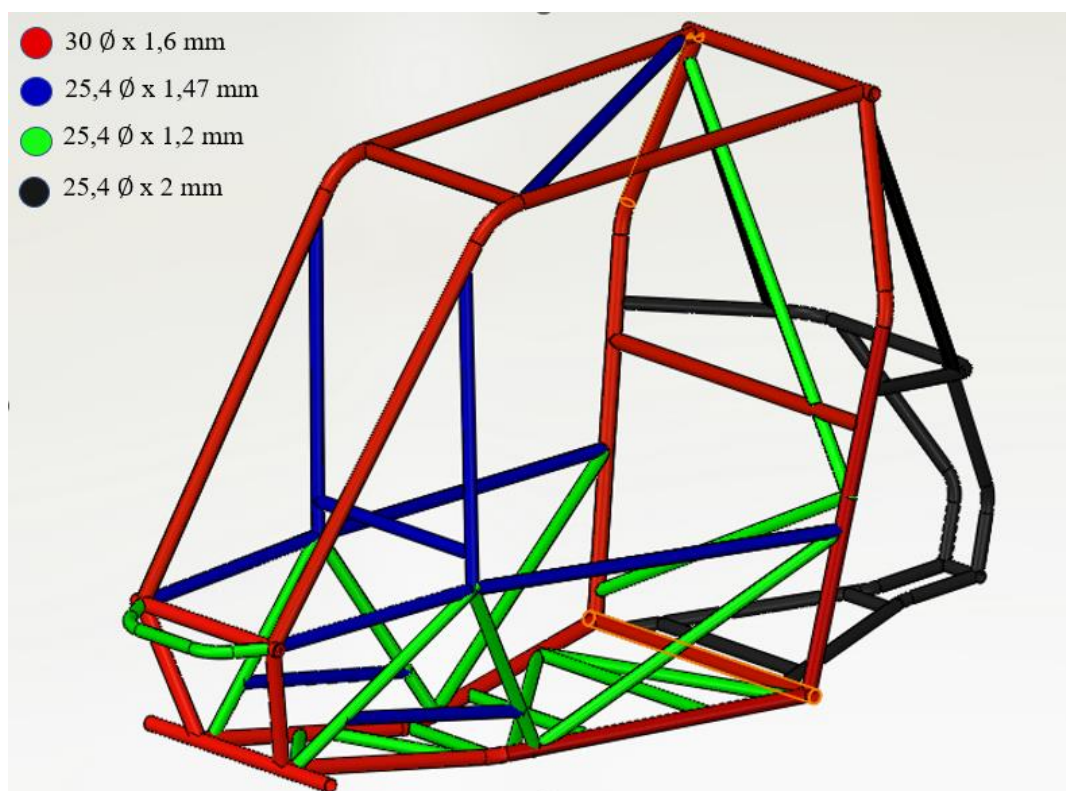
Fonte: Adaptado de Callister (2000).

Tabela 3.2 - Dados Aço SAE 4130.

Propriedade Aço SAE 4130	
Módulo de Elasticidade	190 - 210 GPa
Coefficiente de Poisson	0,27 - 0,30
Densidade	7,85 g/cm <sup>3</sup>
Limite de Escoamento	360 MPa

Fonte: Adaptado de Miracle (2001).

Figura 3.4 – Dimensões das seções transversais (mm).

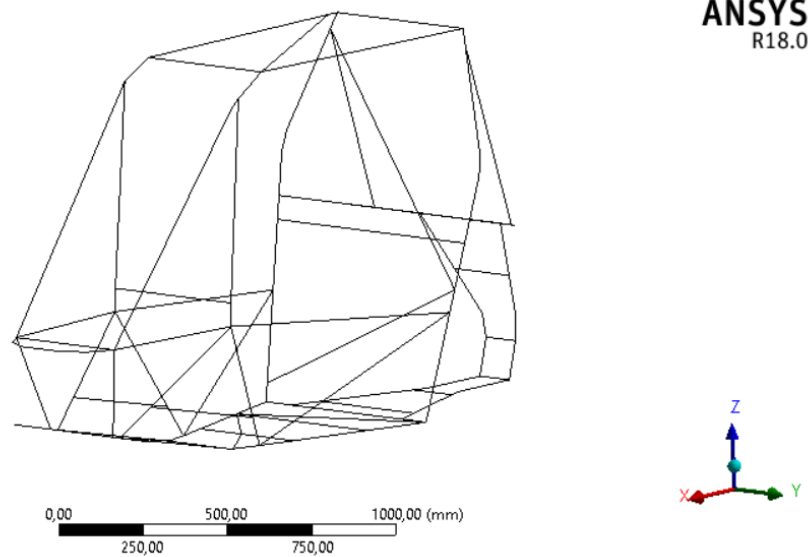


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

### 3.1.2 Análise Modal

As simulações foram feitas com uso do software *Ansys* com uso do ambiente *Mechanical APDL*. Para a etapa de Pré-Processamento, exportou-se a geometria a ser analisada para o ambiente *Design Modeler*. Os tubos e suas conexões foram simplificadas por linhas e nós respectivamente (Figura 3.5), e os dados de seção circular foram informados.

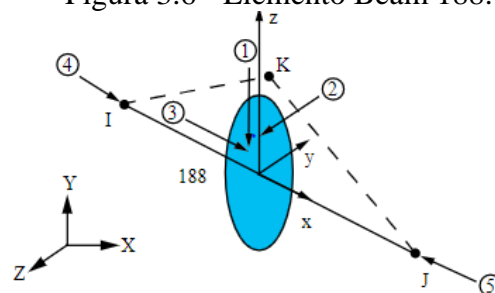
Figura 3.5 – Geometria em linhas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para a malha, utilizou-se o elemento *Beam 188* (Figura 3.6), o qual é baseado na teoria de vigas de Timoshenko. Este elemento possui liberdade de translação e rotação nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  totalizando seis graus de liberdade, podendo ser utilizado em análises lineares e não lineares (ANSYS, 2013).

Figura 3.6 - Elemento Beam 188.

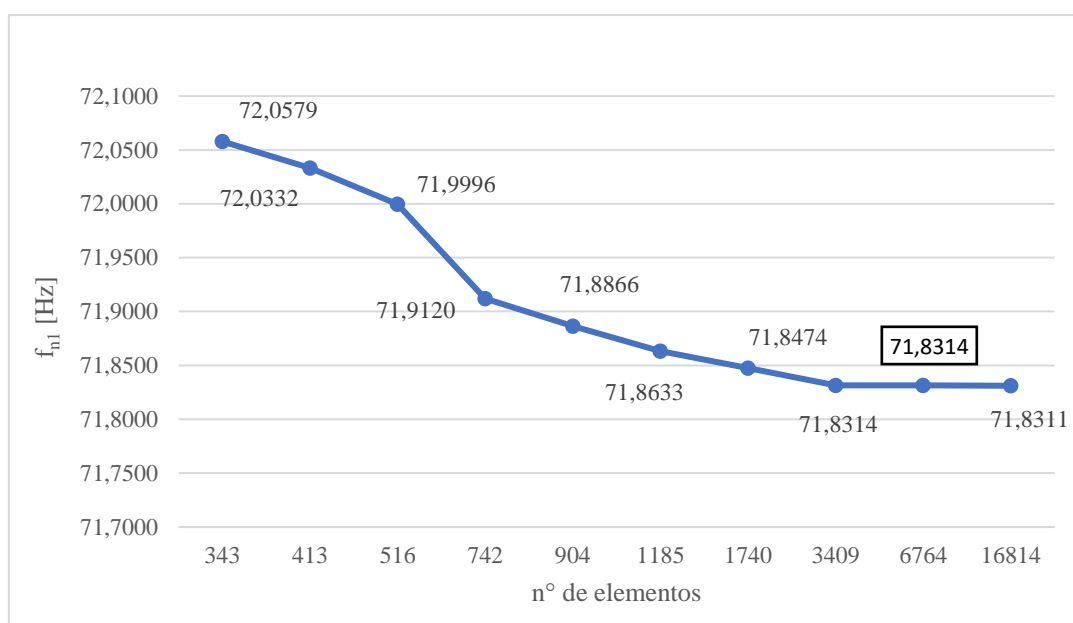


Fonte: Ansys (2013).

Este trabalho baseia-se em uma análise modal na configuração livre-livre, por este motivo, não foram aplicadas condições de contorno no modelo. Ainda, por conta dessa configuração, os primeiros seis modos de vibrar devem ter suas frequências naturais iguais ou próximas a zero, ou seja, devem ser correspondentes a um movimento de corpo rígido e por isso podem ser desconsideradas (RAO, 2008). Dito isso, as análises serão analisadas sempre a partir do sétimo modo de vibrar.

Com o tipo de elemento e as condições de contorno definidos, partiu-se então, para uma análise de convergência da malha. Para tal, avaliou-se a influência do tamanho do elemento no valor da primeira frequência natural da estrutura e seu resultado pode ser visto na Figura 3.7. Com o resultado da análise de convergência, foi definido um tamanho de elemento de 10 mm (6764 elementos), por aliar economia computacional e erro percentual menor que 1%.

Figura 3.7 – Análise de convergência da malha.



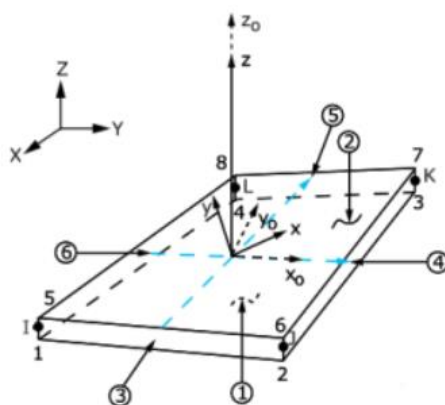
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para o modelo computacional foi considerada uma faixa de frequência de 0 a 200 Hz e o método utilizado para extração dos modos foi o *Block Lanczos*. Ou seja, o objetivo foi retirar todas as frequências naturais e modos de vibrar desse intervalo.

Em seguida, a simulação foi replicada para uma geometria que levava em consideração as placas de alumínio que são montadas junto ao chassi, isto é, a placa do assoalho, corta fogo e *splash shield*, para aproximar o modelo à Figura (3.1), com o intuito de avaliar sua influência sobre o modelo. Para este estudo, as placas foram simplificadas

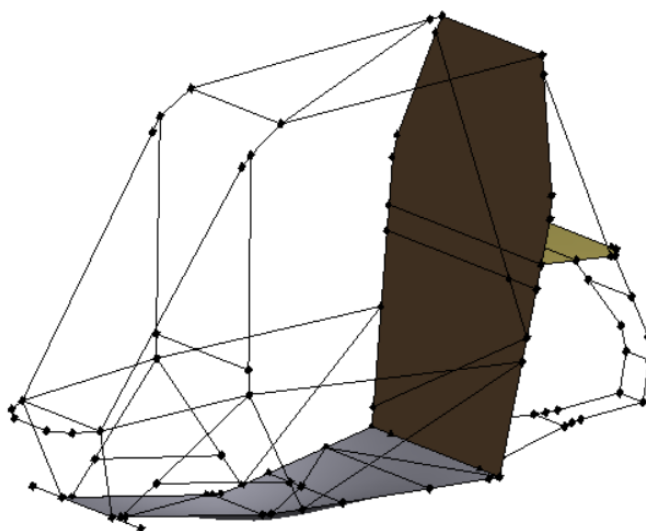
por superfícies médias e modeladas com elemento de casca *Shell 181* (Figura 3.8), e suas espessuras informadas. O elemento *Shell 181* é um elemento de quatro nós e possui os mesmos seis graus de liberdade que o *Beam 188* além de ser aceito nos mesmos tipos de análise (ANSYS, 2013). O modelo simplificado da geometria pode ser visto na Figura 3.9.

Figura 3.8 – Geometria do elemento *Shell 181*.



Fonte: Ansys (2013).

Figura 3.9 – Modelo simplificado para análise de influência das chapas.

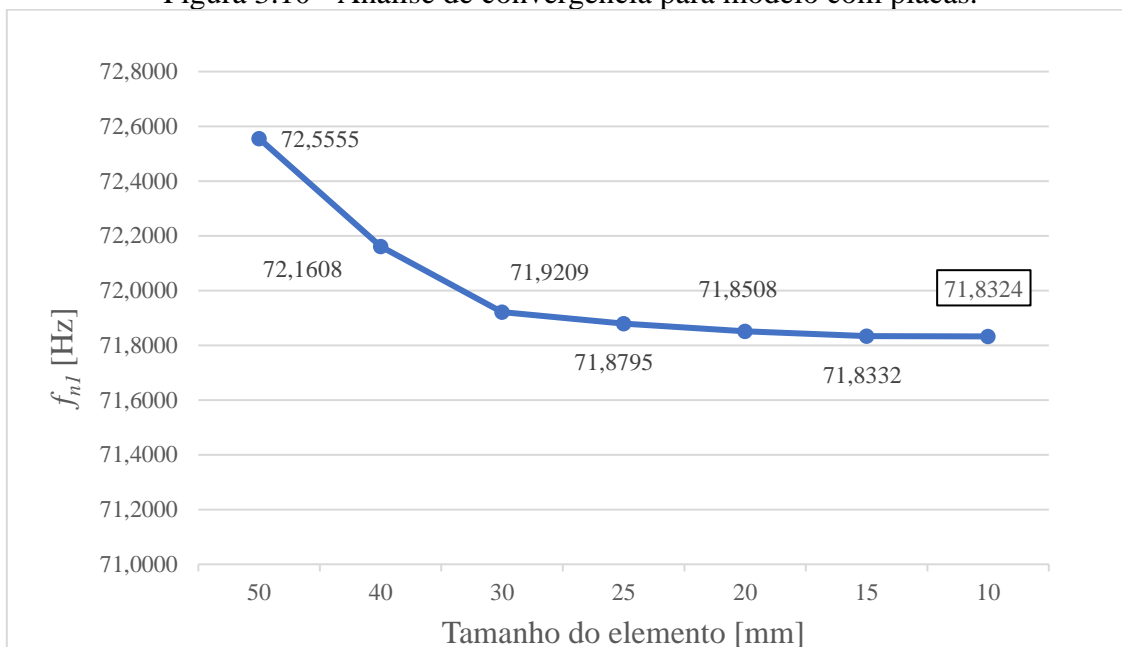


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para a construção do protótipo, a conexão entre os tubos e as chapas é feita com uso de um adesivo estrutural Sikaflex-552 próprio para esta finalidade, comumente utilizado em encarroadoras. O produto é aplicado ao longo de todos os tubos que estão em contato com as chapas, sendo assim, para o modelo computacional, foi considerado um contato perfeito entre as chapas e os tubos. Finalmente, para a análise de convergência

da malha, avaliou-se novamente a variação da primeira frequência natural. Contudo para este caso, fixou-se o tamanho do elemento das seções circulares em 10 mm e variou-se o tamanho do elemento das placas. O resultado dessa análise pode ser visto na Figura 3.10.

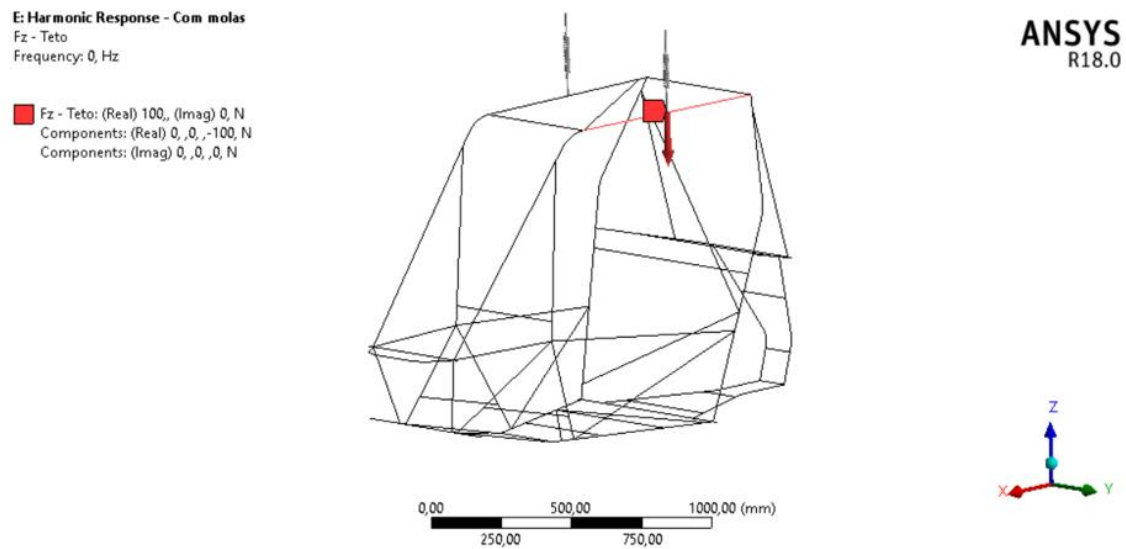
Figura 3.10 - Análise de convergência para modelo com placas.



### 3.1.3 Função de Resposta em Frequência

As placas apresentaram variação menor que 1% nos valores de frequência natural do modelo, logo no restante das análises utilizou-se o modelo inicial para economia computacional. Para realizar a análise FRF em ambiente computacional e aproximá-la à configuração que seria aplicada posteriormente nos testes experimentais, fixou-se o chassi por duas molas de rigidez desprezível. Além disso, aplicou-se uma força em z na região do teto. Um resumo das condições de contorno está presente na Figura 3.10.

Figura 3.11 – Condições de contorno para análise FRF



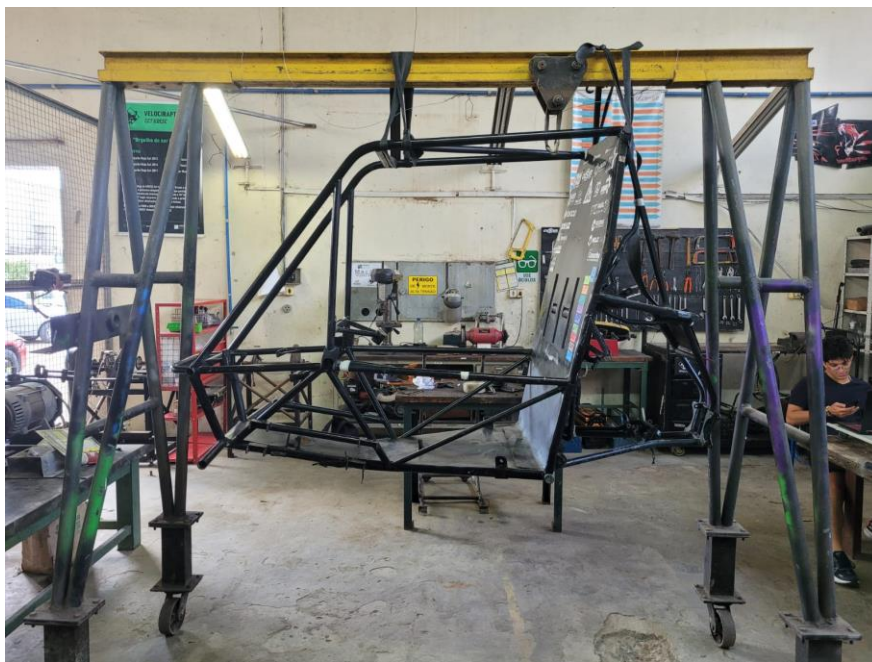
Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

A partir deste modelo foi possível retirar as FRF pelo método da superposição modal dos pontos de interesse a serem posteriormente comparados com o moswlo experimental.

### 3.2 TESTE MODAL EXPERIMENTAL

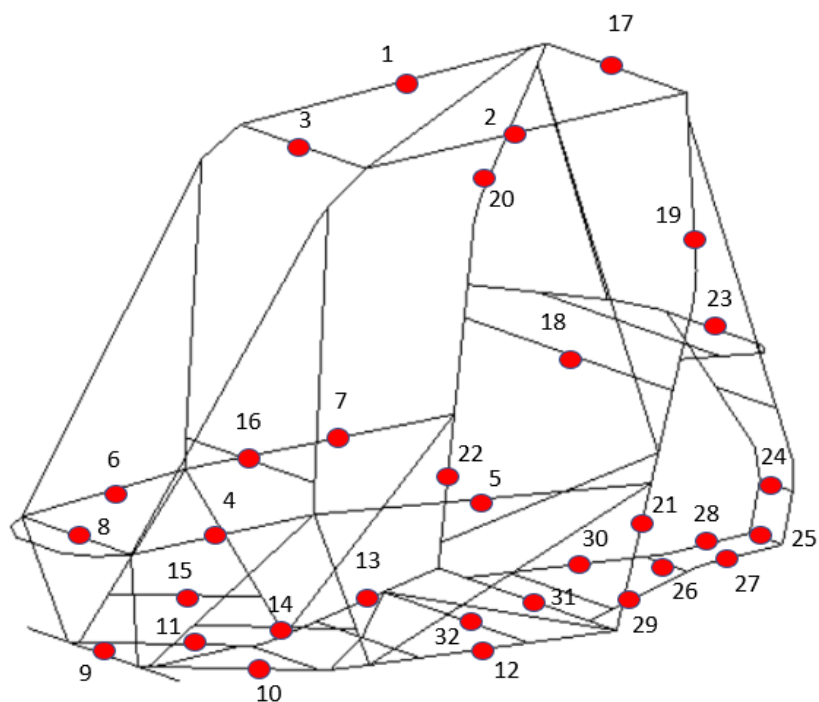
Para realizar o ensaio, fez-se uso do software *PULSE LabShop* da empresa *Briel & Kjaer (B&K)*. Para atingir a configuração livre-livre, suspendeu-se o chassi conforme Figura 3.11 com uso de um elastômero de baixa rigidez. No total foram avaliados 32 pontos de interesse que foram mapeados conforme Figura 3.12.

Figura 3.12 – Estrutura na condição Livre-Livre.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022)

Figura 3.13 – Pontos de análise.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Para excitar a estrutura, utilizou-se um martelo de impacto Brüel & Kjaer modelo 8206-003 de sensibilidade  $1,14\text{mV/N}$  e dois acelerômetros uniaxiais Brüel & Kjaer tipo 4397 (Figura 3.13) com massa igual a  $2,4\text{g}$  e sensibilidade de  $0,9807\text{mV/ms}^2$  para avaliar

o sinal de saída. Finalmente, para realizar a aquisição dos dados, utilizou-se um módulo de 50 kHz também da Brüel & Kjaer. Um resumo dos equipamentos utilizados no teste pode ser visualizado na Figura 3.14.

Figura 3.14 - Acelerômetros uniaxiais Brüel & Kjaer em detalhe.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 3.15 – Equipamento utilizados para realizar o teste.

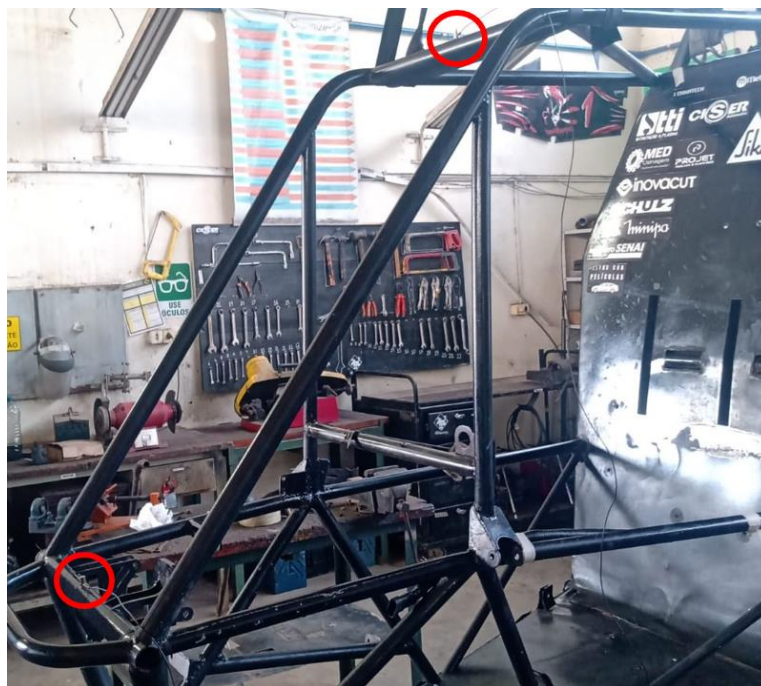


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



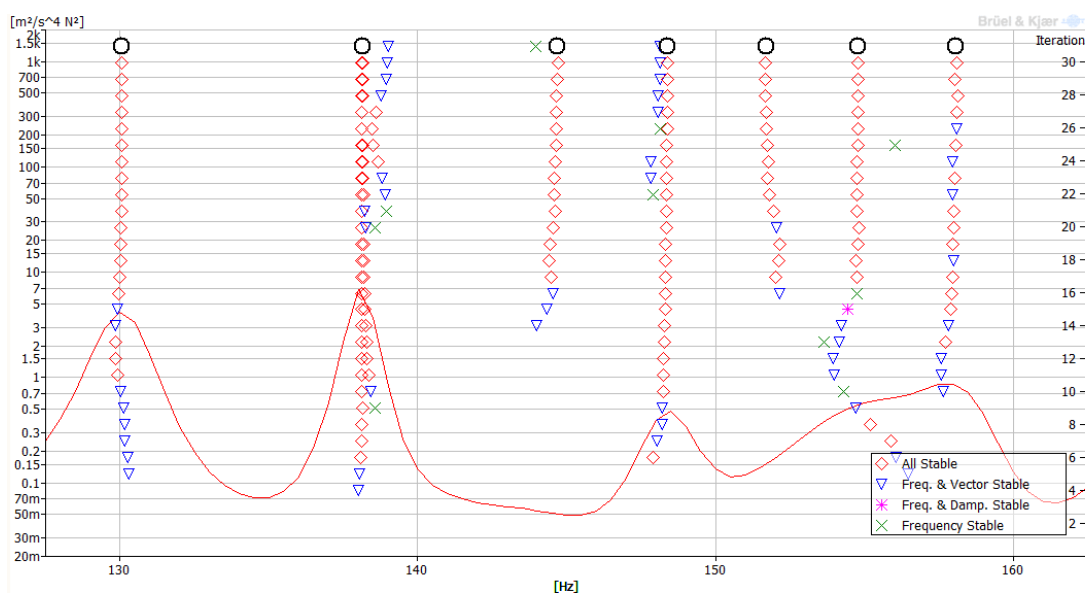
Os acelerômetros foram posicionados nas posições 3 e 8, primeiramente alinhados ao eixo z (Figura 3.15). Em seguida, aplicou-se o impulso, também na direção z, nos demais pontos na ordem de sua identificação. Repetiu-se então o teste para as orientações x e y. Para a orientação no eixo y, os acelerômetros foram realocados para as posições 4 e 5 para possibilitar a aplicação do impulso.

Figura 3.16 - Posição dos acelerômetros para componente z.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Para análise dos resultados, e extração das frequências naturais experimentais exportou-se os dados obtidos para o software *BK Connect*. Os dados de x, y e z foram sobrepostos a fim de apresentar apenas um gráfico de FRF referente à estrutura. Após primeira análise do número de picos na função de resposta em frequência, partiu-se para a extração dos polos. Nesta etapa é possível encontrar dificuldades na identificação de polos que fazem sentido físico, no geral depende da experiência do usuário. Em contrapartida é possível aplicar algumas ferramentas que auxiliam nesta determinação, a exemplo do diagrama de estabilização global de parâmetros (Figura 3.16) (HEYLEN et al., 2007).

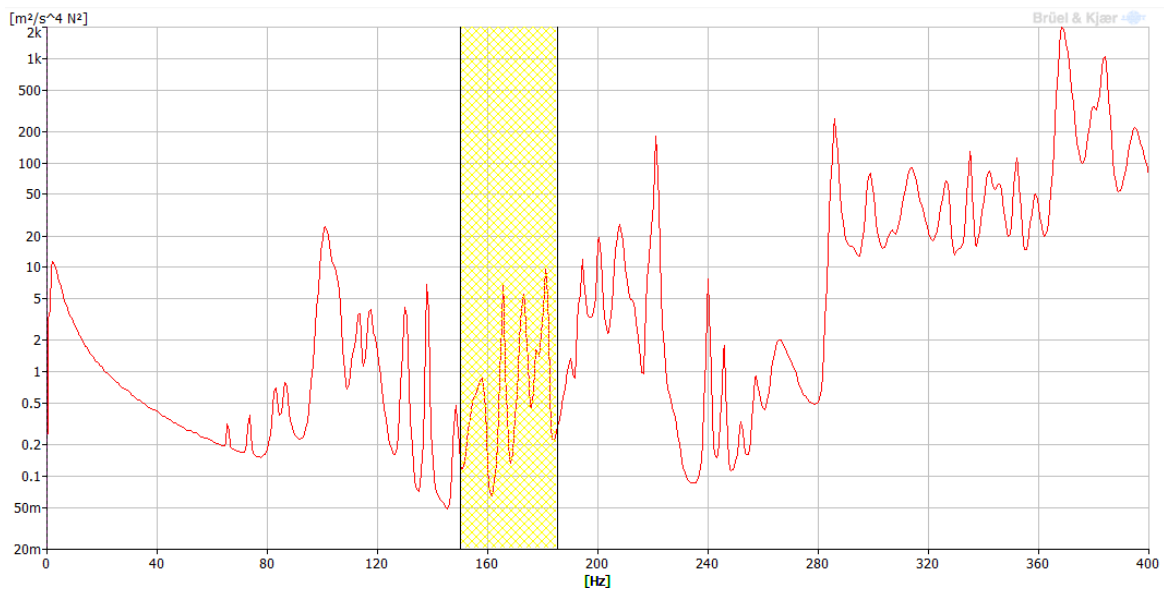
Figura 3.17 – Diagrama de estabilização global de parâmetros *BK Connect*.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Neste diagrama, a cada iteração assume-se um número crescente de polos e assim é feita uma marcação no gráfico toda vez em que é encontrado um polo em determinada frequência. Deste modo, conforme um polo é encontrado em uma mesma frequência mais de uma vez, uma nova marcação é feita sinalizando a convergência do valor da frequência, amortecimento, fator de participação, vetor modal ou uma combinação destes. O critério de convergência depende da formulação matemática do método utilizado. Em uma análise na frequência, os métodos de maior destaque são o Polireferência e o Polinomial-Z. Para este trabalho, foi usado o método Polinomial-Z presente no software *BK Connect*.

A curva a ser usada no diagrama depende da escolha do usuário, para este trabalho, usou-se a parte imaginária da função de resposta em frequência por essa apresentar picos mais agudos nas posições de ressonância, o que facilita a identificação (HEYLEN et al., 2007). Outro fator a ser levado em consideração para uso do diagrama é o tamanho da banda de frequência a ser analisada. Para tal, ela deve conter um máximo de dez polos, o início e o fim da banda devem estar localizados em locais de baixa amplitude e preferencialmente não coincidirem com os picos das frequências naturais (HEYLEN et al., 2007) (Figura 3.17).

Figura 3.18 - Exemplo de seleção de banda.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A etapa descrita anteriormente consiste na fase inicial da escolha dos possíveis polos. Alguns indicadores podem ajudar nesta etapa, visto que modos com amortecimento em torno de 8% ou maior, geralmente são um grande indicador de não serem modos fisicamente significativos. Contudo, polos em que surgirem dúvidas quanto ao seu significado físico não devem ser descartados nesta etapa. A seleção definitiva das frequências será realizada apenas na fase de validação do modelo modal. Vale ressaltar que na maioria dos casos, o processo de seleção das frequências naturais é iterativo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

### 4.1 MODELO COMPUTACIONAL

A análise modal computacional retornou as frequências naturais apresentadas na Tabela 4.1. Ressalta-se que, como esperado, as primeiras seis frequências naturais são iguais a zero e, como discutido anteriormente, representam o movimento de corpo rígido da estrutura. Por isso, para o restante dos resultados esses primeiros seis modos serão desconsiderados, inclusive para a Tabela 4.1. Os três primeiros modos de vibrar foram plotados e podem ser visualizados nas Figuras 4.1 a 4.3. Os demais modos encontram-se no Apêndice A.

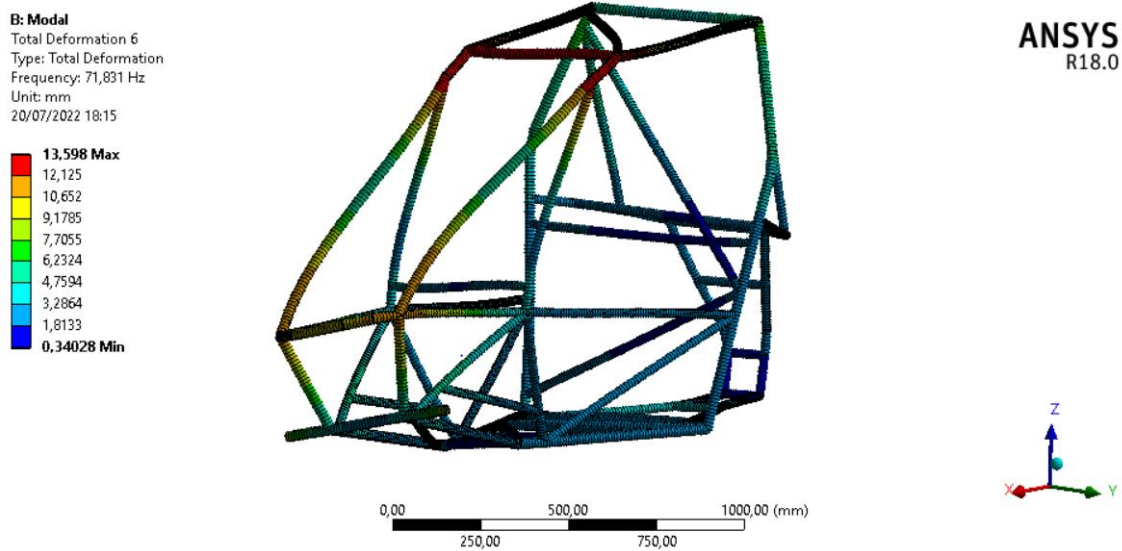
Tabela 4.1 – Frequências naturais computacionais na faixa de 0 até 200 Hz.

Modo de vibrar	Frequência [Hz]
1	71,831
2	85,231
3	97,732
4	111,94
5	120,21
6	126,83
7	138,53
8	139,56
9	144,87
10	154,06
11	154,99
12	157,78
13	159,06
14	169,76
15	172,59
16	177,91
17	185,35
18	189,19
19	198,05

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

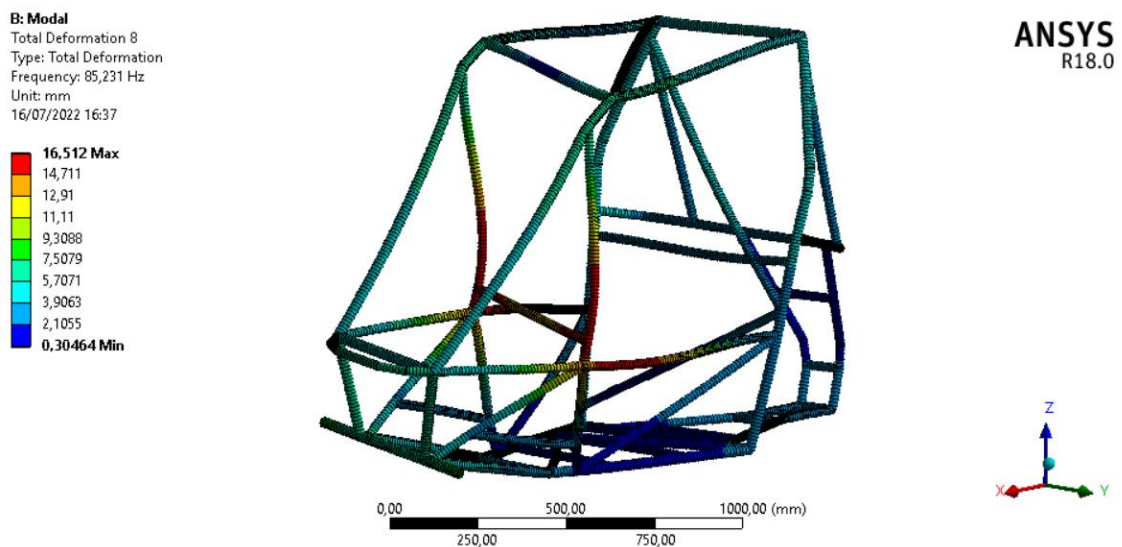
O movimento predominante desses modos é a torção para os dois primeiros e flexão para terceiro modo. O primeiro movimento é considerado crítico para o tipo de chassi utilizado, principalmente ao que se diz da fadiga em juntas soldadas (REIMPELL, 2001).

Figura 4.1 – 1° modo de vibrar – Torção em x.



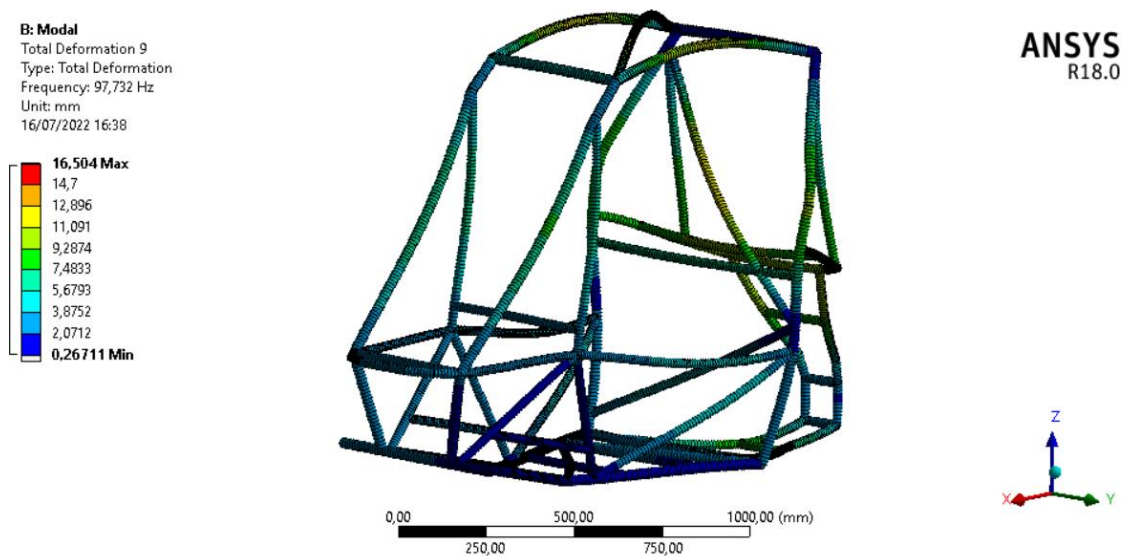
Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 4.2 – 2° modo de vibrar – Torção em x.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 4.3 – 3º modo de vibrar – Flexão em y.

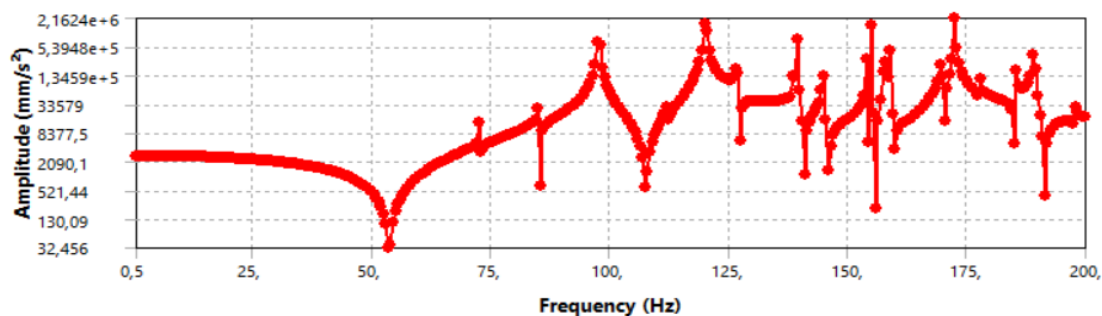


Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Ao analisar os pontos de maior deslocamento dos dois primeiros modos, conclui-se que o primeiro está localizado justamente em uma união soldada. Essa condição poderia ser contornada alterando-se o “treliçamento” do teto a fim de aumentar a rigidez naquele ponto. Resultados parecidos foram encontrados por Cardoso (2019), no qual os três primeiros modos também representaram os comportamentos predominantes de torção e flexão.

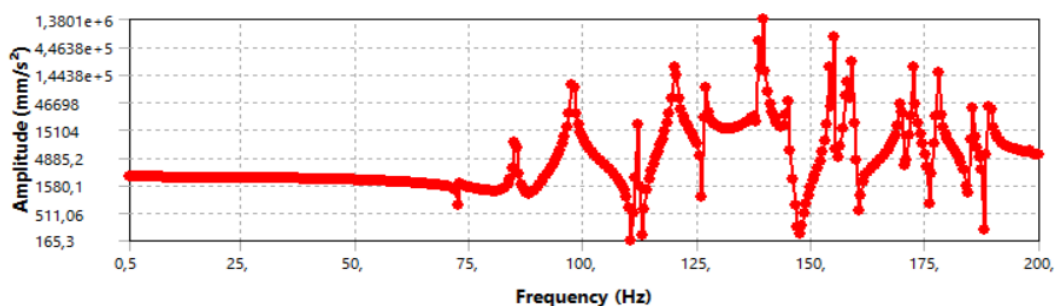
Já para a função de resposta em frequência, as Figuras 4.4 e 4.5 ilustram a maneira como o software retorna os resultados e representam as respostas dos pontos 2 e 4 respectivamente. Outras FRF serão apresentadas e avaliadas posteriormente na seção de comparação entre o modelo computacional e experimental. Observa-se, ao analisar a amplitude das FRF apresentadas, que os modos de vibração possuem influência diferente para cada um dos pontos, visto que a amplitude dos picos da Figura 4.4 é maior que aqueles da Figura 4.5.

Figura 4.4 – FRF ponto 2, direção z.



Fonte: elaborada pelo autor (2022).

Figura 4.5 – FRF ponto 4, direção z



Fonte: elaborada pelo autor (2022).

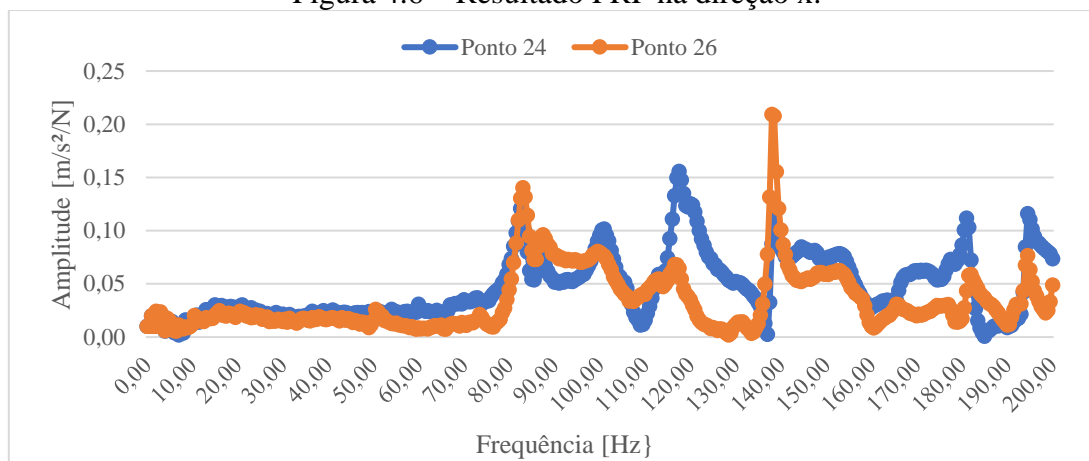
## 4.2 MODELO EXPERIMENTAL

A primeira etapa de avaliação do modelo experimental consiste em avaliar as FRFs. Para tal, escolheu-se dois pontos para cada uma das direções x (Figura 4.6), y (Figura 4.7) e z (Figura 4.8). Com a análise da componente x, percebe-se que ambos os pontos possuem comportamentos semelhantes. Os pontos de destaque são em torno 85, 105, 120 e 140 Hz por possuírem picos bem definidos.

Para a componente y, observa-se pontos relevantes na região em torno de 65 e 75 Hz e outros em uma região de frequências maiores a partir de 160 Hz. Embora que, para os pontos analisados, as curvas tenham o mesmo comportamento, é possível verificar a diferença de grandeza da amplitude medida.

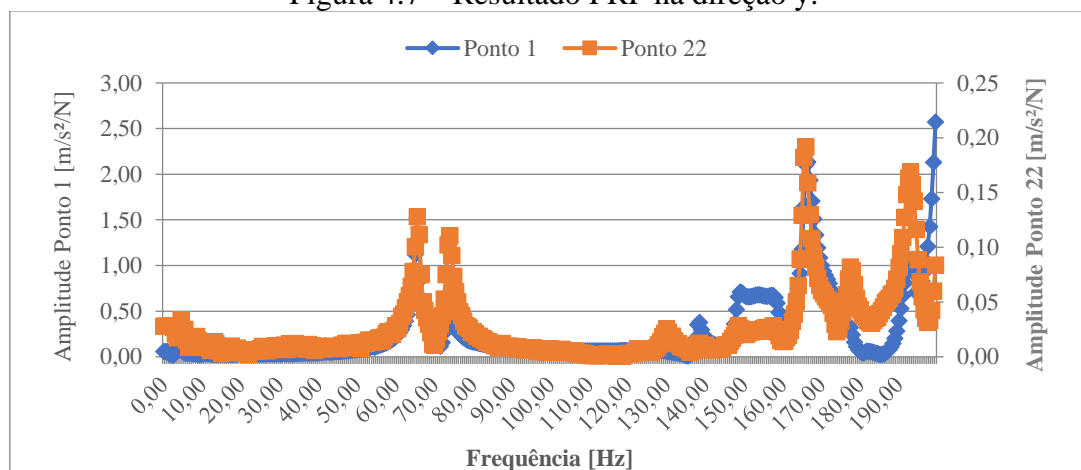
Para a componente z, os pontos também possuem o mesmo comportamento. Destacam-se novamente um entre 65 Hz e 70 Hz e o surgimento de um ponto de relevância em torno de 110 Hz e picos mais bem definidos na região de 160 a 200 Hz.

Figura 4.6 – Resultado FRF na direção x.



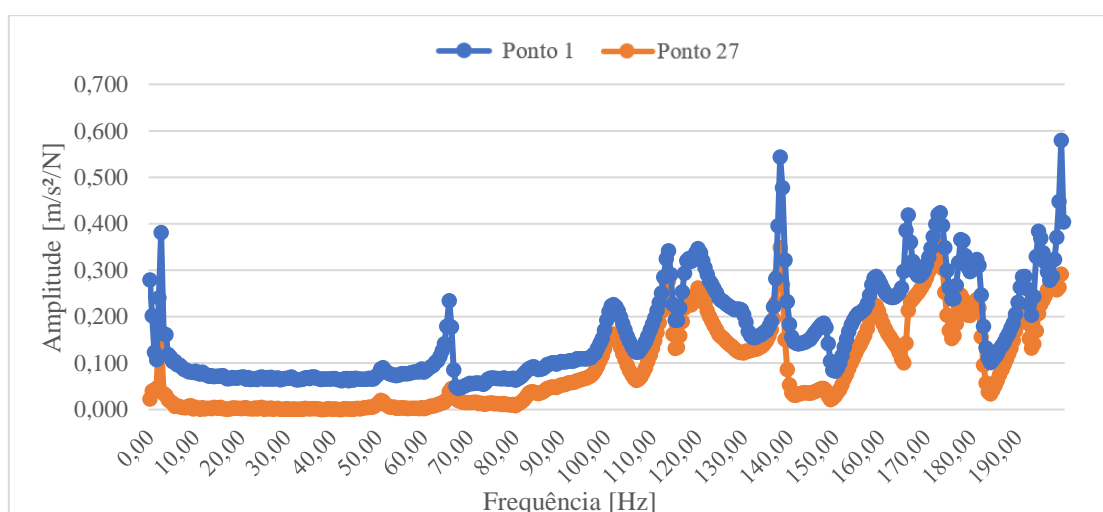
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Figura 4.7 – Resultado FRF na direção y.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Figura 4.8 – Resultado FRF na direção z.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).



Após exportar os dados para o *BK Connect*, selecionar os possíveis polos e analisá-los, determinou as frequências naturais presentes na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Frequências Naturais do Modelo Experimental.

Modo de vibrar	Frequência [Hz]
1	68,735
2	78,586
3	96,269
4	112,347
5	117,052
6	120,311
7	130,076
8	138,153
9	144,698
10	151,713
11	154,795
12	158,082
13	165,675
14	166,639
15	172,920
16	177,545
17	181,526
18	191,123
19	200,173

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A discretização da estrutura para o modelo experimental foi realizada com pontos, os quais não pertenciam necessariamente à mesma seção tubular. Isso impossibilitou a conexão dos pontos por linhas, dificultando a extração do movimento de cada modo, principalmente para movimentos combinados de torção e flexão.

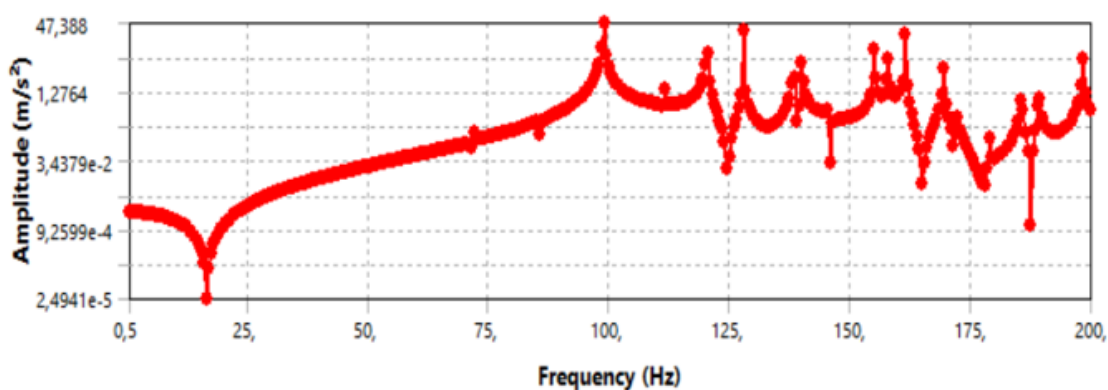
### 4.3 COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL COMPUTACIONAL

Para a validação do modelo computacional com base no experimento alguns passos devem ser seguidos. Isto é, inicialmente, deve-se realizar uma comparação direta

das propriedades dinâmicas entre ambos os modelos. Após, é necessário compreender as diferenças presente entre as duas configurações estudadas. E, finalmente, realizar mudanças no modelo teórico ou experimental a fim de aproximar seus resultados (EWINS, 2014). Dito isso, este trabalho concentra-se na primeira e segunda etapa mencionadas. Para tal, as comparações podem ser feitas, principalmente, em características de resposta e propriedades modais, visto que essas duas possuem diferentes oportunidades de correlação (EWINS, 2014)

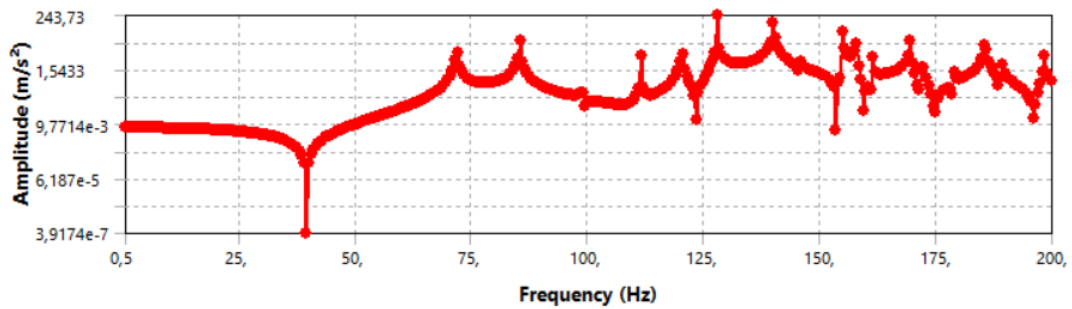
Portanto, a FRF computacional dos pontos 26 (para direção x) e do Ponto 1 (para direção y e z), são apresentadas nas Figuras 4.9, 4.10 e 4.11, respectivamente. Comparando o comportamento e amplitude das FRF computacional e experimental, observa-se que elas possuem picos em frequências similares. Contudo, é possível verificar uma defasagem entre esses valores. Esse fator pode ser causado pelo motivo de as respostas em frequência serem sensíveis à posição em que são retiradas, bem como à influência da posição do impulso aplicado. Além disso, as juntas soldadas do modelo real são idealizadas como conexões perfeitas no modelo computacional, que também são fonte de erro para este tipo de análise (EWINS, 2014). Finalmente, conforme Haylen *et al.* (2007), para respostas de estruturas reais, modos de menor influência possuem picos menores que, ao estarem próximos de pontos de maior influência, podem ser omitidos. Isso explicaria a ausência de picos entre 90 e 100 Hz para o eixo x do modelo experimental.

Figura 4.9 – FRF Computacional ponto 26 em x.



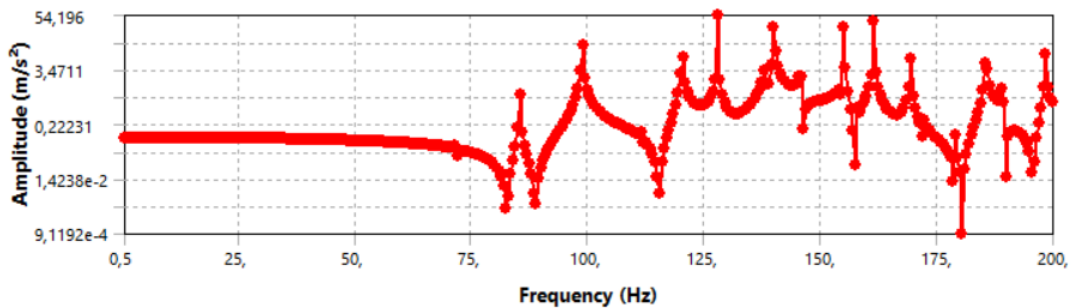
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 4.10 – FRF Computacional ponto 1 em y.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Figura 4.11 – FRF Computacional ponto 1 em z.



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Ainda sobre as FRF, uma maneira de comparar os resultados computacionais e experimentais de forma matemática é aplicar o método de *Frequency Response Assurance Criterion* (FRAC). Este método parte do princípio de que a função de resposta em frequência experimental e computacional de um mesmo ponto devem ter relação linear (FOTSCH, 2000). Assim, para realizar este método, normalizou-se a amplitude da FRF computacional e experimental do ponto 1 para ambos os acelerômetros na direção z e aplicou-se a Equação (4.1), na qual,  $H_C(\omega)$  corresponde à FRF computacional e  $H_E(\omega)$  corresponde à FRF experimental. O resultado pode ser visualizado na Tabela 4.3.

$$FRAC = \frac{|\{H_C(\omega)\}^T \{H_E(\omega)\}^*|^2}{(\{H_C(\omega)\}^T \{H_C(\omega)\}^*) (\{H_E(\omega)\}^T \{H_E(\omega)\}^*)} \quad (2.23)$$

Tabela 4.3 – Valores FRAC para Ponto 1 eixo z

FRAC Ponto 1 eixo z	
Acelerômetro 1	0,7189
Acelerômetro 2	0,6973

A partir dos resultados, observa-se um valor de FRAC próximo de um para ambos os acelerômetros, o que representa uma correlação satisfatória entre os resultados.

Para a análise de propriedades modais, a comparação de frequências naturais deve ser levada em consideração. Para tal, as frequências naturais de ambos os modelos estão presentes na Tabela 4.4, juntamente com o valor do erro percentual. Além disso, uma análise interessante de ser feita é plotar um gráfico de comparando as frequências naturais experimentais versus computacionais e traçar uma linha de tendência a 45°. Isso possibilita avaliar não só a convergência dos dados, mas também características físicas dos modelos (EWINS, 2014). O resultado desta análise pode ser visto na Figura 4.12.

Tabela 4.4 – Comparação de frequências naturais.

Modo de vibrar	Computacional [Hz]	Experimental [Hz]	Erro
1	72,5560	68,7354	5,27%
2	85,2310	78,5856	7,80%
3	97,7320	96,2693	1,50%
4	111,9400	112,3467	0,36%
5	120,2100	117,0518	2,63%
6	126,8300	120,3113	5,14%
7	138,5300	130,0762	6,10%
8	139,5600	138,1526	1,01%
9	144,8700	144,6979	0,12%
10	154,0600	151,7133	1,52%
11	154,9900	154,7950	0,13%
12	157,7800	158,0817	0,19%
13	159,0600	165,6751	4,16%
14	169,7600	166,6389	1,84%
15	172,5900	172,9198	0,19%
16	177,9100	177,5449	0,21%
17	185,3500	181,5264	2,06%
18	189,1900	191,1231	1,02%
19	198,0500	200,1733	1,07%

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Avaliando os dados, verifica-se que para todos os modos o valor do erro percentual ficou inferior a 10%, sendo apenas 3 dos 19 modos encontrados acima de 5%, um valor aceitável para comparações desse tipo. Este fator reforça também, a consideração feita anteriormente de que as placas possuem baixa influência sobre os modos de vibrar.

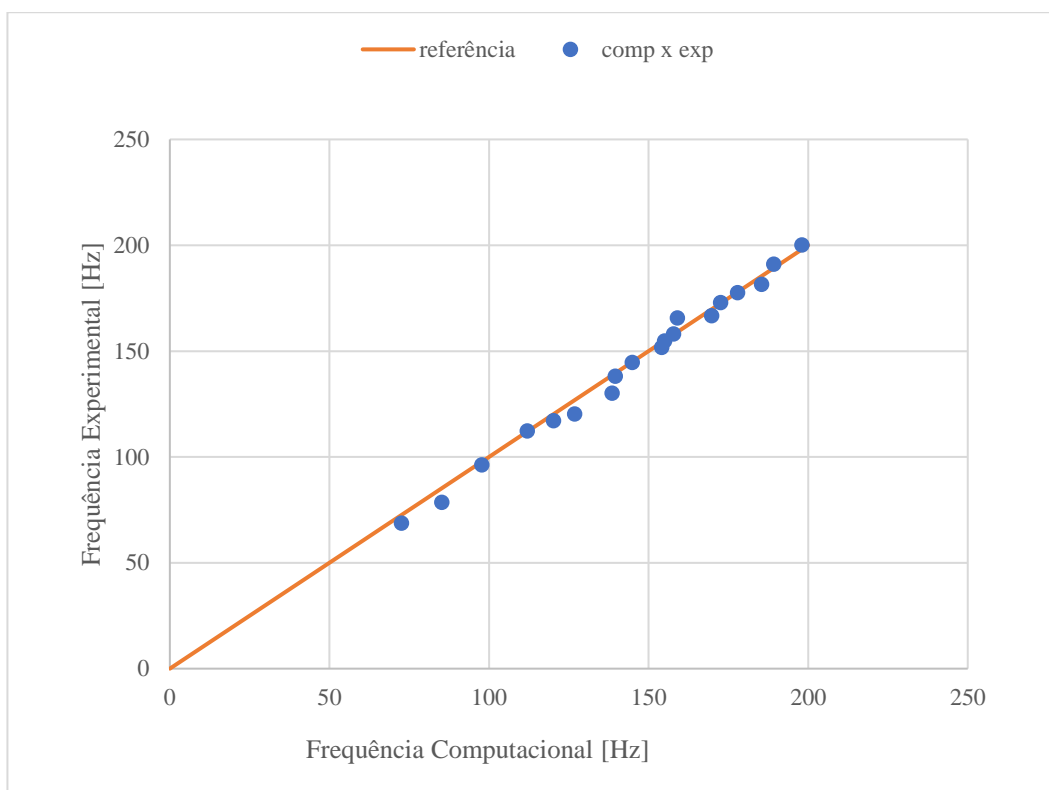
Para participarem das competições, as equipes devem utilizar os motores da *Briggs Stratton* série 19 ou série 20. Para ambos a rotação máxima é de 4200 rpm, que é equivalente a 70 Hz. Assim, ao se analisar a primeira frequência natural do chassi, observa-se que esta pode estar dentro da faixa de rotação do motor. Tal fator, somado à respectiva forma modal (torção no eixo x) pode colocar a estrutura em risco durante provas de aceleração e velocidade e enduro de resistência, nas quais a rotação máxima pode ser atingida. Dito isso, alternativas devem ser avaliadas a fim de aumentar a rigidez ou diminuir a massa da estrutura, visto que esses dados estão diretamente relacionados ao valor de suas frequências naturais (RAO, 2008)

Observa-se pela Figura 4.12, que a maioria dos pontos coincidem ou estão próximos a linha de tendência. Isso caracteriza uma boa correlação entre os resultados. Em adição, é possível verificar que existem pontos tanto abaixo quanto acima da curva de tendência. Este fator está de acordo com a literatura para uma boa correlação. Isto porque, todos os pontos acima ou abaixo da curva indicam uma inconsistência física advinda provavelmente da etapa de pré-processamento do modelo computacional, a exemplo de equívoco nos dados de engenharia ou seção transversal dos tubos (HAYLEN *et al.*, 2007).

Outra comparação comumente analisada é quanto a correlação entre as formas modais computacionais e experimentais. Esta pode ser feita tanto de forma gráfica, sobrepondo as formas modais referente a cada uma das análises, ou de forma matemática. Para a última destaca-se o método *Modal Assurance Criterion* (MAC), no qual avalia-se o grau de correlação entre os vetores das formas modais. Ou seja, para vetores que representam os mesmos modos físicos, espera-se um valor igual 1 (PASTOR *et al.*, 2012).

Tais análises não foram realizadas neste trabalho devido à dificuldade de extrair com exatidão os deslocamentos nodais e as formas de vibrar de cada modo com os pontos selecionados.

Figura 4.12 – Curva de Tendência para Frequências Naturais.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

## 5 CONCLUSÃO

A estrutura analisada neste trabalho pode ser considerada um chassi do tipo *spaceframe*, a qual foi produzida pela Equipe UDESC Velociraptor Baja. A estrutura tem como função garantir a segurança do piloto, servir como ponto de acoplamento dos demais sistemas que compõe o veículo Mini-Baja e resistir aos diferentes tipos de carregamentos submetidos ao protótipo durante as competições propostas pela SAE Brasil. Assim, desenvolveu-se um modelo numérico em elementos finitos no software *Ansys* para analisar as frequências naturais da estrutura e as FRF de interesse. Em seguida, com um modelo experimental na mesma configuração, buscou-se correlacionar os dados das análises e validar o modelo computacional.

Finalmente, após avaliação dos resultados obtidos é possível concluir que:

- O modelo computacional encontrou, além dos modos referentes ao movimento de corpo rígido, 19 frequências naturais no intervalo analisado (0 a 200 Hz) sendo a primeira no valor de 72,5560 Hz;
- Com a extração da forma modal, verificou-se que o primeiro modo de vibrar possui comportamento de torção no eixo x e tem seu ponto de maior deslocamento coincidente com uma junta soldada;
- Com os resultados de frequência natural experimental encontrou-se uma frequência natural fundamental de 68,7854 Hz. Este valor pode ser atingido pelo motor durante operações de rotação máxima. Por isso, mudanças estruturais devem ser analisadas em projetos futuros;
- A comparação das FRF experimental e computacional apresentou picos em valores próximos de frequência. Contudo, foi possível verificar uma defasagem entre alguns picos, bem como diferenças na amplitude que podem ter sido causadas por imprecisões no modelo experimental e idealizações assumidas no modelo computacional;
- A comparação das frequências naturais de forma tabular e com o gráfico de tendência, evidenciaram uma correlação satisfatória entre os valores computacionais e experimentais dos polos do sistema. Validando assim o modelo numérico para obtenção desses dados sem a necessidade de implementar as placas na estrutura;

## 5.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Com base nas melhorias possíveis de serem empregadas nos modelos estudados e abertura para novos estudos, são listados a seguir algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Realizar um novo modelo experimental na mesma configuração com mais pontos de análise. Isto é, com pontos que estejam presentes tanto ao longo das seções tubulares quanto nas juntas soldadas, a fim de aplicar ferramentas como o MAC para validação das formas modais;
- Alterar o modelo computacional e experimental a fim de anexar o motor na análise e verificar a sua influência na rigidez da estrutura;
- Realizar uma análise harmônica para verificar o impacto sofrido pela estrutura pelos esforços causados pela vibração do motor;
- Avaliar de forma numérica e experimental a transmissibilidade de vibrações do motor para o chassi modelando o motor e as buchas de PU utilizadas para isolamento de vibrações do motor e avaliar a necessidade de mudança deste sistema;
- Anexar no modelo computacional o sistema de suspensão do veículo a fim de alterar as condições de contorno do modelo para uma configuração mais próxima ao real do que a livre-livre.



## REFERÊNCIAS

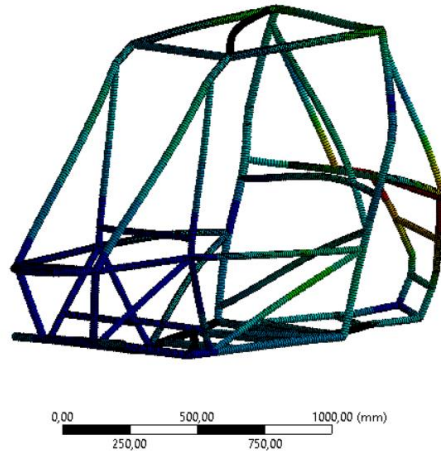
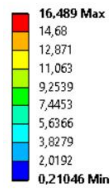
- ALBA, Michel Henrique Machado; ÁVILA, Suzana Moreira; SHZU, Maura Angélica Milfont. Otimização Paramétrica de Chassi Veicular Tipo Escada. **Revista Interdisciplinar de Pesquisa em Engenharia**, v. 2, n. 31, p. 194-213, 2016.
- ALVES FILHO, Avelino. **Elementos Finitos–A base da tecnologia CAE**. Saraiva Educação SA, 2018.
- ANSYS, Inc. ANSYS Mechanical APDL Theory Reference. 2013
- BARROSO, Elias. **Análise e otimização de estruturas laminadas utilizando a formulação isogeométrica**, 2015.
- BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. 2. ed. Estados Unidos da América: K. J. Bathe, 2014.
- CARDOSO, João Paulo Coutinho. **Análise de rigidez torcional de um chassis de formula SAE**.
- CESÁRIO, André A., **Estimativa da Vida em Fadiga de Componentes de Implementos Rodoviários Através de Métodos Espectrais**. 2012. 130 p. Dissertação (Programa de PósGraduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.
- CÉZAR, Édiblu Silva. **Análise dinâmica e estrutural de um chassi tubular através de elementos finitos com validação experimental**. 2017.
- CHANDRA, M. Ravi; SREENIVASULU, S.; HUSSAIN, Syed Altaf. Modeling and Structural analysis of heavy vehicle chassis made of polymeric composite material by three different cross sections. **International Journal of Modern Engineering Research**, v. 2, n. 4, p. 2594-2600, 2012.
- ENOSHITA, Evandro. Perdas em fábricas de veículos devem se estender até o 2º semestre aponta Anfavea. **Motorshow**. Disponível em: <https://motorshow.com.br/paradas-em-fabricas-de-veiculos-devem-se-estender-ate-o-2o-semester-aponta-anfavea/>. Acesso em: 05 mai. 2022
- EWINS, D. J. **Modal testing: theory and practice**. [S.l.]: Research studies press Letchworth, 1984. v. 15
- FOTSCH, D.; EWINS, D. J. Application of MAC in the frequency domain. **Rolls Royce PLC-Report-PNR**, 2000.
- FU, Zhi-Fang; HE, Jimin. **Modal analysis**. Elsevier, 2001.
- FURTADO, Daniel Canongia. **Análise estrutural de chassi de veículos automotivos**. 2013.
- HEYLEN Ward; STEFAN Lammens; SAS Paul. **Modal Analysis Theory and Testing**. Katholieke Universiteit Leuven, 2007.

- MECCIA, Carlos. Corpo Forte. Autoentusiastas. Disponível em: <https://autoentusiastas.com.br/2015/03/corpo-forte/>. Acesso em: 07 mar. 2022
- OLIVEIRA, André Filipe Peres. **Determinação de respostas dinâmicas não medidas**. Tese de Doutorado. Instituto Politecnico de Leiria (Portugal), 2016
- OLIVEIRA, Fernando C. G. de, **Contribuição ao Desenvolvimento de Uma Estrutura Veicular Tipo Spaceframe Usando o Método dos Elementos Finitos e Métodos Heurísticos de Otimização Numérica**. 2007. 130 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007
- PASTOR, Miroslav; BINDA, Michal; HARČARIK, Tomáš. Modal assurance criterion. **Procedia Engineering**, v. 48, p. 543-548, 2012.
- RAO, S. S. **Vibrações mecânicas**. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2008.
- REIMPELL, Jornsen; STOLL, Helmut; BETZLER, Jurgen. **The automotive chassis: engineering principles**. Elsevier, 2001.
- SAE Brasil, - **Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil**. Disponível em: [http://saebrasil.org.br/wp-content/uploads/2020/03/RATBSB\\_emenda\\_03.pdf](http://saebrasil.org.br/wp-content/uploads/2020/03/RATBSB_emenda_03.pdf) - Acesso em: 05 mar. 2022
- SAMAHA, Fabrício. Chassi tubular: a melhor opção para esportivos e carros de corrida. **BestCars Web Site**. Disponível em: <https://www.autolivrraria.com.br/ct/chassi.htm>. Acesso em: 05 abr. 2022.
- SCHWARZ, Brian J.; RICHARDSON, Mark H. Experimental modal analysis. **CSI Reliability week**, v. 35, n. 1, p. 1-12, 1999.
- SOUZA, Arthur Henrique Rapschinski; SOUZA, Leonardo Silveira Mariano de. **Análise modal numérica de uma estrutura do tipo Baja**. 2019.
- VERGARA, R. F. “**Análise de Torres Anemométricas e de Sustentação de Turbinas Eólicas**”, Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Oceânica, Universidade do Rio Grande do Sul, 2005
- WISE, Elizabeth. Michigan Baja Racing: Triumphant in Unprecedented Times. **SIEMENS**. Disponível em: <https://blogs.sw.siemens.com/academic/michigan-baja-racing-triumphant-in-unprecedented-times/>, Acesso em: 05 mar. 2022

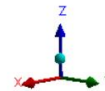
## APÊNDICE A – MODOS DE VIBRAR ADICIONAIS DO MODELO COMPUTACIONAL

4° modo de vibrar – 111,48 Hz

**B: Modal**  
Total Deformation 9  
Type: Total Deformation  
Frequency: 111,48 Hz  
Unit: mm

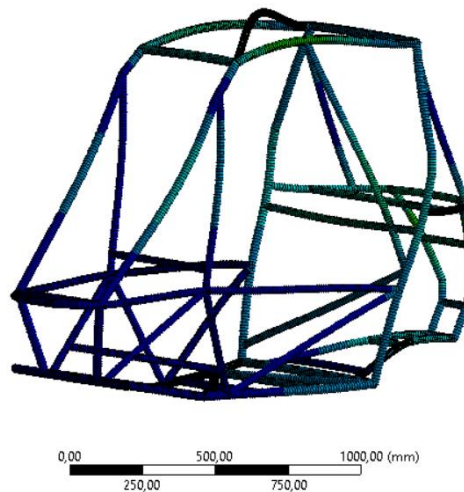
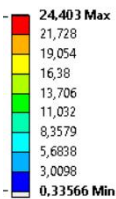


ANSYS  
R18.0

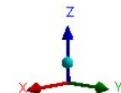


5° modo de vibrar – 120,34 Hz

**B: Modal**  
Total Deformation 10  
Type: Total Deformation  
Frequency: 120,34 Hz  
Unit: mm

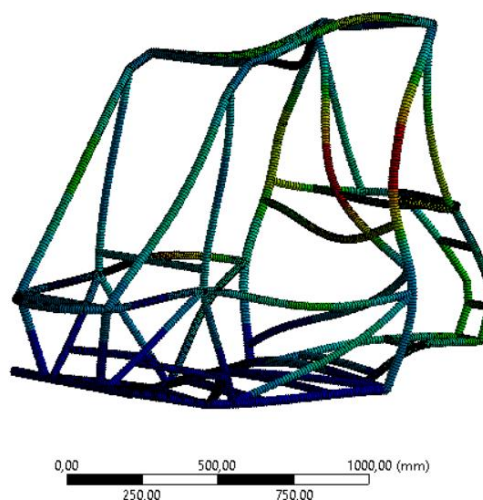
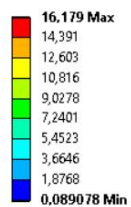


ANSYS  
R18.0

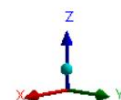


6° modo de vibrar – 128,02 Hz

**B: Modal**  
Total Deformation 11  
Type: Total Deformation  
Frequency: 128,02 Hz  
Unit: mm

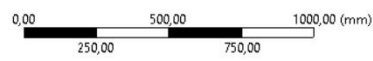
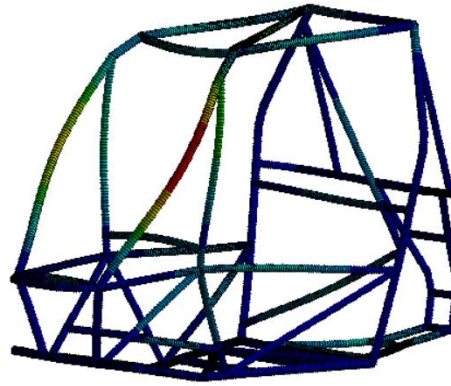
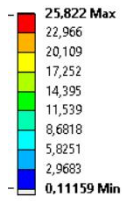


ANSYS  
R18.0

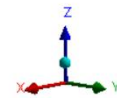


## 6° modo de vibrar – 138,31 Hz

**B: Modal**  
 Total Deformation 12  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 138,31 Hz  
 Unit: mm

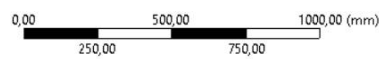
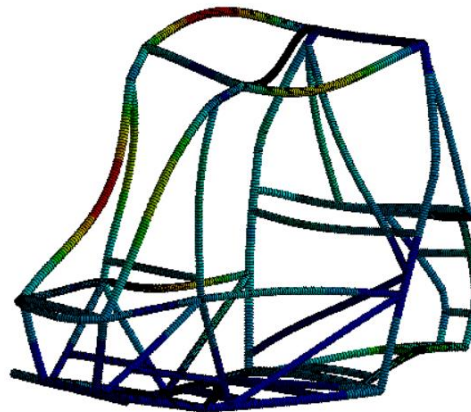
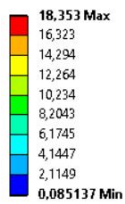


**ANSYS**  
 R18.0

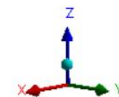


## 7° modo de vibrar – 140,11 Hz

**B: Modal**  
 Total Deformation 13  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 140,11 Hz  
 Unit: mm

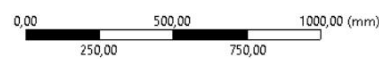
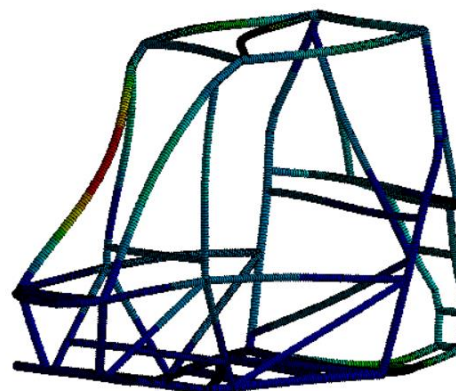
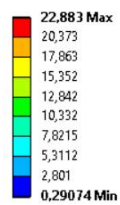


**ANSYS**  
 R18.0

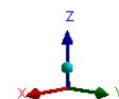


## 8° modo de vibrar – 145,86 Hz

**B: Modal**  
 Total Deformation 14  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 145,86 Hz  
 Unit: mm

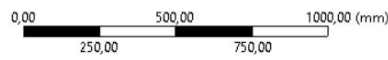
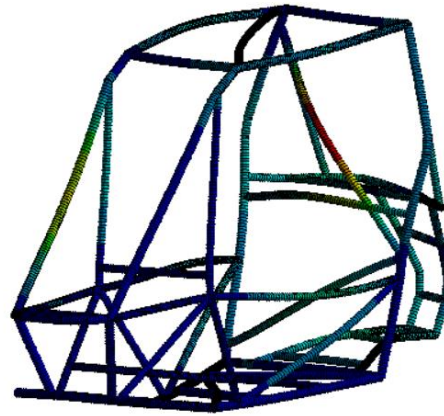
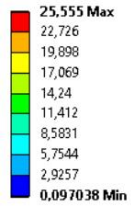


**ANSYS**  
 R18.0

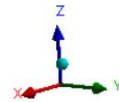


9º modo de vibrar – 154,83 Hz

**B: Modal**  
 Total Deformation 15  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 154,83 Hz  
 Unit: mm

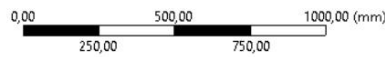
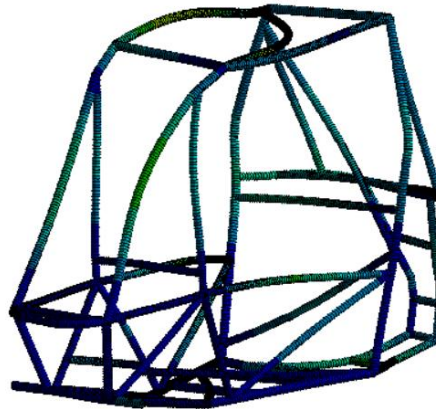
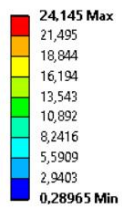


**ANSYS**  
 R18.0



10º Modo de vibrar – 155,11 Hz

**B: Modal**  
 Total Deformation 16  
 Type: Total Deformation  
 Frequency: 155,11 Hz  
 Unit: mm  
 19/07/2022 04:42



**ANSYS**  
 R18.0

