

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA – PPGEM**

**MATHEUS RODRIGUES SILVA**

**MODELAGEM E ANÁLISE PARAMÉTRICA E DE INTERFACE DE MFC- $d_{33}$   
TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS**

**JOINVILLE**

**2021**

**MATHEUS RODRIGUES SILVA**

**MODELAGEM E ANÁLISE PARAMÉTRICA E DE INTERFACE DE MFC- $d_{33}$   
TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE**

**2021**

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da  
Biblioteca Setorial do CCT/UEDESC,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Silva, Matheus Rodrigues  
Modelagem e análise paramétrica e de interface de MFC-d33  
transdutores piezelétricos / Matheus Rodrigues Silva. -- 2021.  
107 p.

Orientador: Ricardo de Medeiros  
Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2021.

1. Macro Fiber Composite. 2. Análise paramétrica. 3.  
Coeficiente efetivo. 4. Homogeneização. 5. Imperfeição. I.  
Medeiros, Ricardo de. II. Universidade do Estado de Santa Catarina,  
Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica. III. Título.

**MATHEUS RODRIGUES SILVA**

**MODELAGEM E ANÁLISE PARAMÉTRICA E DE INTERFACE DE MFC- $d_{33}$   
TRANSDUTORES PIEZELÉTRICOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Ricardo de Medeiros  
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membros:

Prof. Assoc. Eduardo Lenz Cardoso  
Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Assoc. Volnei Tita  
Universidade de São Paulo

Joinville, 23 de julho de 2021

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço, inicialmente, ao meu orientador por aceitar conduzir o meu trabalho de pesquisa.

A todos os professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica (PPGEM) da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) pela excelência da qualidade técnica de cada um.

Ao Programa de Bolsas de Monitoria de Pós-Graduação (PROMOP), pela bolsa de estudo concedida e a Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC - 2017TR1747 e 2019TR779), pelo suporte financeiro.

Aos meus colegas de curso Gabriel Nagafugi, Gustavo Heiden, Kelvin Masakazu e Pedro A. Reis pelo companheirismo.

Ao meu amigo José Luís M. Thiesen pela amizade e pelas discussões produtivas.

Aos meus pais e irmãos que sempre estiveram ao meu lado me apoiando ao longo de toda a minha trajetória.

A Deus, pela vida.

## RESUMO

As estruturas inteligentes tem despertado a atenção de vários pesquisadores ao redor do mundo devido a suas inúmeras aplicações e potencialidades como, por exemplo, o monitoramento da integridade estrutural, a supressão de vibração e ruído, o controle de forma e a detecção de dano em compósitos. O desenvolvimento dessas estruturas está intimamente ligado aos avanços dos sensores e atuadores piezoelétricos. Uma das opções mais utilizadas são os *Macro Fiber Composites* (MFC's), que são transdutores piezelétricos constituídos por camadas protetivas de *kapton*, por uma camada ativa de fibra piezelétrica e matriz e por eletrodos de cobre. Os dois principais tipos disponíveis são os efeitos  $d_{33}$  e  $d_{31}$ . Visto que esses transdutores desempenham um papel fundamental no avanço da tecnologia das estruturas inteligentes, torna-se indispensável a investigação dos componentes da sua microestrutura. Assim, neste trabalho realizou-se uma análise paramétrica para avaliar a influência que cada um dos componentes exerce sobre os coeficientes efetivos da matriz constitutiva do compósito piezelétrico MFC  $d_{33}$ . Os parâmetros investigados foram a espessura das camadas protetivas, a largura e a espessura dos eletrodos. Além disso, analisou-se o efeito de uma imperfeição entre os microconstituintes fibra e matriz do MFC. O modelo simula os efeitos da adesão imperfeita através da degradação de uma terceira fase muito fina (interfase) adicionada entre a fibra e a matriz. Utilizou-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) aliado aos conceitos de Volume Elementar Representativo (VER) e homogeneização de um meio periódico para encontrar os coeficientes efetivos do transdutor. O trabalho apresentou em detalhes a metodologia computacional aplicada. As análises mostraram que o aumento das espessuras das camadas protetivas produzem um decaimento nas propriedades efetivas do MFC. Já a diminuição na largura e na espessura dos eletrodos geram melhores condições de acoplamento piezoelétrico. Desse modo, através dos resultados obtidos foi possível identificar melhores combinações geométricas para os componentes do transdutor, de modo que foram encontradas melhores propriedades mecânicas e elétricas.

**Palavras-chave:** *Macro Fiber Composite* (MFC). Análise paramétrica. Coeficiente efetivo. Homogeneização. Imperfeição.

## ABSTRACT

Smart structures have attracted the attention of several researchers around the world due to their applications and potentialities, such as structural integrity monitoring, vibration and noise suppression, shape control, and damage detection in composites. The development of these structures is closely linked to advances in piezoelectric sensors and actuators. One of the most sought-after options in the market is the Macro Fiber Composites (MFC's), which are piezoelectric transducers consisting of protective layers of Kapton, an active layer (piezoelectric fiber and matrix), and copper electrodes. The two main types of MFC's available are MFC's  $d_{33}$  and MFC's  $d_{31}$ . Since the role of MFC is fundamental in the advancement of smart structure technology, an investigation of the components of its microstructure is essential. Thus, in this work, a parametric analysis was performed in order to evaluate the influence of each component on the effective piezoelectric coefficients of the composite MFC  $d_{33}$ . The investigated parameters were the thickness of the protective layers, the width, and the thickness of the electrodes. Furthermore, the effect of an imperfection between the micro constituents of the fiber and the matrix of MFC was analyzed. The model simulates the imperfect adhesion effects through the degradation of a very fine phase (interphase) added between the fiber and the matrix. The Finite Element Method (FEM) combined with the concepts of Elementary Representative Volume (ERV) and homogenization of a periodic medium was used to find the effective coefficients of the transducer. The work presents in detail the applied computational methodology. The analyses showed that increasing the thickness of the protective layers results in decay in MFC's effective properties. On the other hand, the reduction in width and thickness of the electrodes generates better conditions for piezoelectric coupling. Thus, through the results obtained, it was possible to identify better geometric specifications for the transducer components so that better mechanical and electrical properties could be found.

**Keywords:** Macro Fiber Composite (MFC). Parametric analysis. Effective coefficient. Homogenization. Imperfection.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Desenho esquemático da seção transversal de uma porção do MFC evidenciando suas diferentes camadas. . . . .	19
Figura 2 – Desenho esquemático da célula unitária de uma perovskita com o íon de titânio não centrossimétrico. . . . .	21
Figura 3 – Representação esquemática do processo de polarização: (a) Antes da polarização. (b) Durante o processo de polarização. (c) Após a polarização. . . . .	23
Figura 4 – Conceito de um PFC com eletrodos. . . . .	28
Figura 5 – Foto de um MFC evidenciando sua flexibilidade. . . . .	29
Figura 6 – Desenho esquemático de uma porção do MFC no “modo $d_{33}$ ”. . . . .	30
Figura 7 – Desenho esquemático com vista explodida do MFC no “modo $d_{31}$ ”. . . . .	31
Figura 8 – Desenho esquemático de uma porção do MFC no “modo $d_{15}$ ”. . . . .	31
Figura 9 – Separação das escalas. . . . .	40
Figura 10 – Desenho esquemático do comportamento do deslocamento do VER de um meio periódico. . . . .	42
Figura 11 – VER genérico com as superfícies de contorno especificadas. . . . .	42
Figura 12 – VER com simetria ortotrópica e com campo elétrico atuando somente na direção 3. . . . .	44
Figura 13 – Representação esquemática do modelo de interfase equivalente ao modelo de interface fibra-matriz. . . . .	45
Figura 14 – Metodologia científica empregada no trabalho. . . . .	48
Figura 15 – Representação da CCP imposta para a primeira análise. . . . .	50
Figura 16 – Representação da CCP imposta para a segunda análise. . . . .	51
Figura 17 – Representação da CCP imposta para a terceira análise. . . . .	52
Figura 18 – Representação da CCP imposta para a quarta análise. . . . .	53
Figura 19 – Representação da CCP imposta para a quinta análise. . . . .	54
Figura 20 – Representação da CCP imposta para a sexta análise. . . . .	55
Figura 21 – Representação da CCP imposta para a sétima análise. . . . .	56
Figura 22 – Imagem esquemática das dimensões coletadas nas análises microscópicas. . . . .	61
Figura 23 – Foto do transdutor utilizado para as medições com as indicações dos cortes. . . . .	62
Figura 24 – Imagem com aumento de 20x da seção transversal do MFC no plano $y_1y_3$ (Corte BB indicado na Figura 23). . . . .	62
Figura 25 – Imagem com aumento de 10x da seção transversal do MFC no plano $y_1y_2$ (Corte AA indicado na Figura 23). . . . .	63
Figura 26 – Imagem com aumento de 6x da vista superior do MFC (plano $y_2y_3$ ). . . . .	63
Figura 27 – Volume Elementar Representativo do MFC $d_{33}$ . . . . .	64
Figura 28 – Estudo do refino de malha utilizando o coeficiente efetivo $c_{22}^{eff}$ do MFC $d_{33}$ homogeneizado. . . . .	65

Figura 29 – Estudo do refino de malha utilizando a média volumétrica da deformação. . . . .	66
Figura 30 – Design da malha escolhida para as análises. . . . .	66
Figura 31 – Primeira variação paramétrica (Largura dos eletrodos). . . . .	67
Figura 32 – Campo uniforme gerado pela diferença de potencial. . . . .	68
Figura 33 – Variação dos coeficientes efetivos de rigidez $c_{33}^{eff}$ e $c_{22}^{eff}$ devido à alteração nas larguras dos eletrodos ( $W_e$ ). . . . .	68
Figura 34 – Variação dos demais coeficientes efetivos de rigidez em função da alteração nas larguras dos eletrodos ( $W_e$ ). . . . .	69
Figura 35 – Variação do coeficiente de acoplamento elétrico $e_{33}^{eff}$ em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ). . . . .	69
Figura 36 – Variação do coeficiente de acoplamento elétrico $e_{13}^{eff}$ em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ). . . . .	70
Figura 37 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{32}^{eff}$ em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ). . . . .	70
Figura 38 – Variação do coeficiente dielétrico $\epsilon_{33}^{eff}$ em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ). . . . .	71
Figura 39 – Segunda variação paramétrica (Espessura dos eletrodos). . . . .	72
Figura 40 – Variação dos coeficientes efetivos de rigidez $c_{33}^{eff}$ e $c_{22}^{eff}$ devido à alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	73
Figura 41 – Variação dos demais coeficientes efetivos de rigidez em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	73
Figura 42 – Variação do coeficiente $c_{11}^{eff}$ em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	74
Figura 43 – Variação do coeficiente $c_{44}^{eff}$ em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	74
Figura 44 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{33}^{eff}$ em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	75
Figura 45 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{32}^{eff}$ em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	75
Figura 46 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{13}^{eff}$ em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	76
Figura 47 – Variação do coeficiente dielétrico $\epsilon_{33}^{eff}$ em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). . . . .	76
Figura 48 – Terceira variação paramétrica (Espessura das camadas protetivas). . . . .	78
Figura 49 – Variação dos coeficientes efetivos de rigidez $c_{33}^{eff}$ e $c_{22}^{eff}$ devido à alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ). . . . .	78
Figura 50 – Variação dos demais coeficientes efetivos de rigidez em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ). . . . .	79
Figura 51 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{33}^{eff}$ em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ). . . . .	80

Figura 52 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{13}^{eff}$ em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ). . . . .	80
Figura 53 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{32}^{eff}$ em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ). . . . .	81
Figura 54 – Variação do coeficiente dielétrico $\epsilon_{33}^{eff}$ em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ). . . . .	81
Figura 55 – Módulos de elasticidade para a segunda análise. . . . .	83
Figura 56 – Modelo do VER com a imperfeição entre os microconstituintes fibra e matriz. . . . .	85
Figura 57 – Diagonal da seção transversal da fibra. . . . .	87
Figura 58 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{11}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	88
Figura 59 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{12}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	89
Figura 60 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{13}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	89
Figura 61 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{22}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	90
Figura 62 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{23}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	90
Figura 63 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{33}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	91
Figura 64 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{44}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	91
Figura 65 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{55}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	92
Figura 66 – Variação do coeficiente de rigidez $c_{66}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	92
Figura 67 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{33}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	93
Figura 68 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{13}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	93
Figura 69 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico $e_{32}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	94
Figura 70 – Variação do coeficiente de dielétrico $\epsilon_{33}^{eff}$ em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ). . . . .	94

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Grupos de pontos centrossimétricos e não centrossimétricos em cristais com diferentes simetrias. . . . .	22
Tabela 2 – Comparação entre os coeficientes de acoplamentos piezelétricos. . . . .	29
Tabela 3 – Estudos sobre o modelamento e caracterização dos MFC's. . . . .	35
Tabela 4 – Metodologia aplicada para encontrar os coeficientes efetivos dos MFC's (continua). . . . .	57
Tabela 5 – Dimensões geométricas do MFC medidas no microscópio. . . . .	60
Tabela 6 – Propriedades de cada componente do VER. . . . .	64
Tabela 7 – Combinação entre $W_e$ e $W_m$ para manter o volume constante. . . . .	67
Tabela 8 – Diferenças relativas para a primeira análise paramétrica. . . . .	71
Tabela 9 – Variação de $A_e$ na segunda análise. . . . .	72
Tabela 10 – Diferenças relativas para a segunda análise paramétrica. . . . .	77
Tabela 11 – Variação de $A_p$ na terceira análise. . . . .	78
Tabela 12 – Diferenças relativas para a terceira análise paramétrica. . . . .	82
Tabela 13 – Melhores e piores combinações de parâmetros entre as análises paramétricas 1, 2 e 3. . . . .	83
Tabela 14 – Propriedades encontradas para as melhores (1, 2 e 3) e as piores combinações (4, 5 e 6). . . . .	84
Tabela 15 – Diferenças relativas entre os melhores e os piores resultados das combinações. . . . .	84
Tabela 16 – Valores de $\eta$ escolhidos para determinar as espessuras da interfase entre a fibra e a matriz. . . . .	85
Tabela 17 – Diferença relativa para cada coeficiente efetivo com $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-5}$ mm. . . . .	86
Tabela 18 – Diferença relativa para cada coeficiente efetivo com $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-4}$ mm. . . . .	86
Tabela 19 – Diferença relativa para cada coeficiente efetivo com $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-4}$ mm. . . . .	87

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AFC	Active Fiber Composite
AFS	Active Fiber Sensor
CCP	Condição de Contorno Periódica
CCT	Centro de Ciências Tecnológicas
EH	Estatisticamente Homogêneos
EUA	Estados Unidos da América
MCF	Macro Fiber Composite
MEF	Método dos Elementos Finitos
MHA	Método de Homogenização Assintótica
MIT	Massachusetts Institute of Technology
MPM	Método de Ponto Material
NASA	National Aeronautics and Space Administration
PFC	Piezoelectric Fiber Composite
PROMOP	Programa de Bolsas de Monitoria de Pós-Graduação
PVDF	Polifluoreto de vinilideno
PZT	Titanato Zirconato de Chumbo
URSS	União das Repúblicas Socialistas Soviéticas
UDESC	Universidade do Estado de Santa Catarina
VER	Volume Elementar Representativo

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$	Metade da diagonal da seção transversal da fibra no plano $y_1y_2$
$A$	Superfície do VER na direção $y_1$
$A_e$	Espessura do eletrodo do MFC
$A_f$	Espessura da fibra do MFC
$A_m$	Espessura da matriz do MFC
$A_p$	Espessura da camada protetiva
$A_{tot}$	Espessura total do MFC
$B$	Superfície do VER na direção $y_2$
$Ba$	Bário
$B_x$	Corpo macroscópico homogeneizado
$C$	Superfície do VER na direção $y_3$
$C_e$	Comprimento do eletrodo do MFC
$C_f$	Comprimento da fibra do MFC
$C_m$	Comprimento da matriz do MFC
$C_p$	Comprimento da camada protetiva do MFC
$C_{tot}$	Comprimento total do MFC
$Ca$	Cálcio
$c_{ijkl}$	Tensor de rigidez mecânica
$c_{pq}$	Tensor de rigidez mecânica com notação comprimida
$D_i$	Vetor de deslocamento elétrico
$\bar{D}_i$	Vetor de deslocamento elétrico homogeneizado
$d_{ijk}$	Tensor de acoplamento piezelétrico inverso
$E$	Sobrescrito indicando campo elétrico constante
$\mathbb{E}$	Módulo de elasticidade
$E_i$	Vetor de campo elétrico
$\bar{E}_i$	Vetor de campo elétrico homogeneizado
$e_{ikl}$	Tensor de acoplamento piezelétrico direto
$e_{iq}$	Tensor de acoplamento piezelétrico direto com notação comprimida
$eff$	Sobrescrito indicando coeficiente efetivo
$G$	Energia livre de Gibbs

$\mathbb{G}$	Módulo de cisalhamento
$(i)$	Domínio da interfase elástica isotrópica fibra-matriz
$K$	Temperatura
$k_n$	Parâmetro de interface normal
$k_t$	Parâmetro de interface tangencial
$l$	Comprimento característico do meio macroscópico
$L_f$	Largura da fibra
$L_m$	Largura da matriz no VER
$L_m^{med}$	Largura da matriz do MFC (medida)
$L_p$	Largura da camada protetiva
$L_{tot}$	Largura da total do MFC
$l_y$	Comprimento característico do VER (meio microscópico)
nel	Número de elementos contidos no VER
np	Número de pontos de Gauss do elemento
O	Oxigênio
$P$	Direção de polarização
$P_{ijkl}$	Tensor de flexibilidade
S	Sobrescrito indicando deformação constante
s	Entropia
$S_{ij}$	Tensor de deformação de Green-Lagrange
$\bar{S}_{ij}$	Tensor de deformação de Green-Lagrange homogeneizado
Ti	Titânio
$t^{(i)}$	Espessura da interfase
$T_{ij}$	Segundo tensor tensão de Piola-Kirchhoff
$\bar{T}_{ij}$	Segundo tensor tensão de Piola-Kirchhoff homogeneizado
$Tr_n^{(1,2)}$	Componente de tensão normal da fibra (1) e da matriz (2)
$Tr_t^{(1,2)}$	Componente de tensão tangencial da fibra (1) e da matriz (2)
U	Energia interna
$u_i$	Deslocamento da micro-escala
$\tilde{u}_i$	Deslocamento flutuante (periódico)
$u_n$	Deslocamento normal

$u_t$	Deslocamento tangencial
$V_x$	Volume do meio macroscópico
$V_y$	Volume do VER
$W$	Superfícies A, B e C do VER
$W_e$	Largura do eletrodo no VER
$W_e^{med}$	Largura do eletrodo do MFC (medida)
$W_f$	Espaçamento entre as fibras
$W_m$	Espaçamento entre os eletrodos
$x$	Coordenada de um ponto da escala macroscópica
$y$	Coordenada de um ponto da escala microscópica
$\Gamma_{12}$	Domínio da interface fibra-matriz
$\epsilon_{ij}$	Tensor de permissividade dielétrica
$\mu$	Sobrescrito indicando variável da micro-escala
$\nu$	Coefficiente de poisson
$\phi_i$	Potencial elétrico
$\partial V_x$	Contorno meio macroscópico
$\partial V_y$	Contorno do VER
$\langle \cdot \rangle$	Operador de média volumétrica
$[\cdot]$	Operador indicando salto do deslocamento

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>17</b>
1.1	CONTEXTO E MOTIVAÇÃO . . . . .	17
1.2	OBJETIVO . . . . .	19
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO . . . . .	19
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA . . .</b>	<b>21</b>
2.1	PIEZELETRICIDADE . . . . .	21
<b>2.1.1</b>	<b>Direção de polarização . . . . .</b>	<b>22</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Relações constitutivas dos materiais piezelétricos . . . . .</b>	<b>24</b>
2.2	COMPÓSITOS PIEZELÉTRICOS . . . . .	27
<b>2.2.1</b>	<b>Macro Fiber Composites (MFC) . . . . .</b>	<b>28</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Abordagens comuns para os MFC's . . . . .</b>	<b>31</b>
2.3	IMPERFEIÇÃO ENTRE OS MICROCONSTITUINTES EM COMPÓSITOS	36
<b>2.3.1</b>	<b>Abordagens comuns para imperfeição entre os microconstituintes . . . . .</b>	<b>36</b>
2.4	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA . . . . .	39
<b>2.4.1</b>	<b>Volume Elementar Representativo (VER) . . . . .</b>	<b>39</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Homogenização de um meio periódico . . . . .</b>	<b>39</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Condições de contorno periódicas . . . . .</b>	<b>41</b>
<b>2.4.4</b>	<b>Relações constitutivas consideradas para os MFC's . . . . .</b>	<b>43</b>
<b>2.4.5</b>	<b>Modelo de imperfeição entre os microconstituintes . . . . .</b>	<b>44</b>
<i>2.4.5.1</i>	<i>Parâmetros de interface utilizados . . . . .</i>	<i>45</i>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA . . . . .</b>	<b>47</b>
3.1	METODOLOGIA COMPUTACIONAL . . . . .	48
<b>3.1.1</b>	<b>Primeira análise . . . . .</b>	<b>49</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Segunda análise . . . . .</b>	<b>50</b>
<b>3.1.3</b>	<b>Terceira análise . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>3.1.4</b>	<b>Quarta análise . . . . .</b>	<b>52</b>
<b>3.1.5</b>	<b>Quinta análise . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>3.1.6</b>	<b>Sexta análise . . . . .</b>	<b>54</b>
<b>3.1.7</b>	<b>Sétima análise . . . . .</b>	<b>55</b>
<b>3.1.8</b>	<b>Considerações acerca da metodologia computacional . . . . .</b>	<b>56</b>
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES . . . . .</b>	<b>60</b>
4.1	ANÁLISES PARAMÉTRICAS PELO MEF . . . . .	65
<b>4.1.1</b>	<b>Primeira análise paramétrica . . . . .</b>	<b>66</b>
<b>4.1.2</b>	<b>Segunda análise paramétrica . . . . .</b>	<b>71</b>
<b>4.1.3</b>	<b>Terceira análise paramétrica . . . . .</b>	<b>77</b>

<b>4.1.4</b>	<b>Combinações das análises paramétricas . . . . .</b>	<b>82</b>
<b>4.2</b>	<b>ANÁLISE COM IMPERFEIÇÃO ENTRE FIBRA-MATRIZ . . . . .</b>	<b>84</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS . . . . .</b>	<b>95</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>97</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

A partir do avanço da tecnologia dos compósitos piezelétricos, desenvolveu-se as primeiras visões de estruturas inteligentes. Segundo Bent (1997), as estruturas inteligentes são aquelas que contém atuadores e sensores que estão altamente integrados a estrutura e apresentam um controle de lógica e eletrônica. Tais sistemas são capazes de sentir e responder aos estímulos do seu ambiente, tornando viável as operações de monitoramento ou auto-reparação. Em um primeiro momento, o sistema identifica e localiza o dano, depois atua na reparação ou minimização de seus efeitos através do redirecionamento dos esforços para áreas intactas.

Algumas das diversas possibilidades de aplicações que compreendem esse tipo de estrutura inteligente são o monitoramento da integridade estrutural (DUAN; WANG; QUEK, 2010; MATSUBARA; MAEDA; YAMAJI, 2014; DE MEDEIROS *et al.*, 2015; SARTORATO *et al.*, 2017; TULOUP *et al.*, 2019; QING *et al.*, 2019), a supressão de vibração e ruído (DENOYER; KWAK, 1996; YANG; JENG, 1996; GIURGIUTIU, 2010; HU *et al.*, 2017), o controle de forma e o posicionamento de precisão (SOARES; SOARES; CORREIA, 1999). Crawley (1994) apontou os três principais elementos que viabilizaram a tecnologia das estruturas inteligentes. O primeiro deles é a popularização dos materiais compósitos. Logo após, surge o aproveitamento das propriedades de acoplamento mecânico e elétrico. Por fim, a terceira peça fundamental para alavancar o desenvolvimento desta tecnologia foi generoso avanço da engenharia elétrica e da ciência da computação nas ultimas décadas.

As estruturas inteligentes apresentam componentes tecnológicos críticos para sua evolução, dentre os quais estão os elementos atuantes e sensoriais (CRAWLEY, 1994). Os atuadores e sensores piezelétricos se destacam devido a sua ampla capacidade de aplicação e, com isso, despertam um grande interesse dos pesquisadores e desenvolvedores de tecnologia.

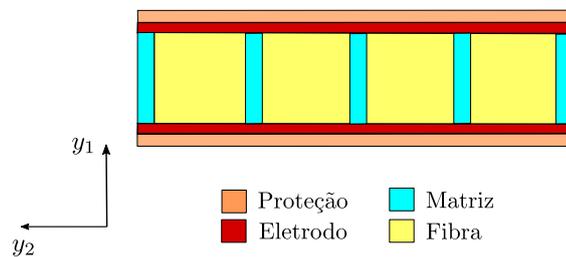
Nesse contexto, houve uma grande procura pelos materiais piezo-cerâmicos comuns, os quais apresentam um comportamento piezelétrico que permitem a construção de transdutores, amplificadores e sensores. Porém, devido à sua natureza frágil, esses materiais não são capazes de se adaptar às superfícies de estruturas curvas. Diante disso, surgiram algumas tecnologias para suprir essa demanda da indústria, como os polímeros piezoelétricos (polifluoreto de vinilideno (PVDF) e nylon-11, por exemplo) e os compósitos com fibras piezelétricas (*Piezoelectric Fiber Composites* (PFC's) e *Active Fiber Composites* (AFC's)). Os sensores e atuadores PFC's e AFC's foram desenvolvidos na década de 90 (HAGOOD; BENT, 1993). Esses sensores são compostos por fibras piezelétricas circulares e permitem uma excelente flexibilidade (BENT, 1997). Alguns anos depois, os sensores/atuadores chamados de *Macro Fiber Composites* (MFC's) foram uma das soluções mais aceitas pelo mercado, pois além de apresentarem alta performance e flexibilidade ainda possuem um processo de fabricação mais confiável e barato (TRINDADE; BENJEDDOU, 2011).

Diante disso, pode-se destacar as diversas aplicações desses transdutores. Por exemplo,

em se tratando do setor aeronáutico, os MFC's estão presentes em estruturas aeroespaciais através do descongelamento de estruturas e asas de aviões e do controle de vibração das pás dos rotores dos helicópteros, de barreiras de satélites e de lemes (AZIZI; PRAZENICA; KIM, 2017). Além disto, contribui para o setor da construção civil na forma de extensômetros flexíveis, no monitoramento de integridade estrutural de dutos, na coleta de energia para aplicações *Off-Shore* e na presença de sensores de vibração para medidores de fluxo (DAUE; KUNZMANN; NAUMANN, 2009). Na indústria automotiva está presente através de sensores de colisão, monitoramento de integridade estrutural de componentes rotativos, controle de vibração, controle de forma de *spoilers* (SMART MATERIAL, 2020). Na indústria metal-mecânica com controles de válvulas de alta frequência, controle de posicionamento de solda, monitoramento de integridade estrutural baseado em ondas guiadas e, também, na forma de extensômetros (SMART MATERIAL, 2020). Diante da extensa aplicabilidade e potencialidade de crescimento, despertou-se o desejo pelos estudos acerca da modelagem e da caracterização dos MFC's.

Os MFC's possuem algumas camadas construtivas (camadas de eletrodos, camada ativa, camadas de proteção), que consistem de diferentes tipos de materiais, como *Kapton*, Acrílico, Cobre, Epóxi, PZT (Titanato Zirconato de Chumbo) (Figura 1). Os dois tipos mais comuns são os MFC's que apresentam os efeitos  $d_{31}$  e  $d_{33}$ . O efeito  $d_{31}$  é caracterizado pela direção de seu campo elétrico ser perpendicular à direção da fibra, ou seja, a diferença de potencial aplicada gera um campo elétrico na direção da espessura do transdutor. Já o efeito  $d_{33}$  apresenta a direção do campo elétrico paralela à direção da fibra, ou seja, a diferença de potencial aplicada gera um campo elétrico na direção longitudinal da fibra. A Sub-seção 2.2.1 apresenta em maiores detalhes a estrutura de cada um desses transdutores. Nesse contexto, torna-se necessário criar modelos próximos a realidade do transdutor e, assim, obter as suas propriedades mecânicas, piezelétricas e dielétricas. Além de representar detalhadamente cada elemento do MFC no modelo, é fundamental a compreensão da influência que cada componente da estrutura exerce sobre as propriedades constitutivas do transdutor. Portanto, é primordial o desenvolvimento e aplicação de metodologias consolidadas para avaliar essas propriedades. Vários estudos da literatura focaram apenas na análise da variação da fração volumétrica de fibra do compósito piezelétrico, porém o presente estudo buscou compreender a influência dos outros parâmetros que compõem o transdutor (eletrodos e camadas protetivas). As abordagens numéricas possuem grande destaque na literatura e são, em sua maioria, baseadas em técnicas de discretização por elementos finitos (DERAEMAERKER *et al.*, 2009; DERAEMAERKER; NASSER, 2010; TRINDADE; BENJEDDOU, 2011; DE MEDEIROS, 2016; AZIZI; PRAZENICA; KIM, 2017; EMAD; FANNI; MOHAMED, 2020). Diante do cenário apresentado, constatou-se que um conjunto de fatores justificaram o estudo focado na análise paramétrica dos MFC's, visando um maior entendimento da tecnologia discutida e, ainda, um melhoramento nas propriedades efetivas da matriz constitutiva do transdutor.

Figura 1 – Desenho esquemático da seção transversal de uma porção do MFC evidenciando suas diferentes camadas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

## 1.2 OBJETIVO

O presente trabalho propõe uma análise paramétrica em um transdutor MFC  $d_{33}$ , visando avaliar o comportamento dos seus coeficientes efetivos. Para isso, é utilizada uma abordagem micromecânica baseada na análise do Volume Elementar Representativo (VER) pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Além disso, em um segundo momento, uma imperfeição entre os microconstituintes fibra e matriz é considerada no modelo. Destaca-se que, com o intuito de capturar um maior número de detalhes do MFC  $d_{33}$ , buscou-se desenvolver um modelo de VER com 4 componentes (proteção, eletrodo, fibra e matriz). O trabalho pode ser dividido nos seguinte objetivos específicos:

- Realizar a revisão bibliográfica buscando compreender os estudos científicos mais relevantes e recentes desenvolvidos na área de previsão do comportamento, caracterização e modelamento de MFC's.
- Desenvolver o modelo computacional de um VER detalhado, baseado nas dimensões medidas em laboratório e considerando uma simetria ortotrópica;
- Efetuar a análise paramétrica dos componentes (largura e espessura do eletrodo e espessura da camada protetiva) do modelo do VER;
- Avaliar o efeito da adesão imperfeita entre a fibra e a matriz sobre as propriedades efetivas da matriz constitutiva do MFC  $d_{33}$ .

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

A dissertação consiste em cinco capítulos, conforme segue:

- **Capítulo 1 - Introdução:** Apresenta uma breve contextualização e motivação do estudo, assim como, apresenta seus os objetivos gerais e específicos.

- **Capítulo 2 - Fundamentação teórica e revisão bibliográfica:** Esse capítulo aborda os conceitos teóricos utilizados para a realização da pesquisa (piezoelectricidade, compósitos piezelétricos e imperfeição entre os microconstituintes em compósitos). Além disso, descreve a formulação utilizada para o cálculo das propriedades efetivas homogeneizadas do transdutor e, ainda, apresenta um estado da arte sobre a caracterização e estudo dos MFC's, bem como, dos modelos de imperfeição entre fibra/matriz.
- **Capítulo 3 - Metodologia:** Nessa etapa é apresentada a metodologia utilizada no estudo, contendo uma descrição detalhada da metodologia computacional empregada para encontrar os coeficientes efetivos da matriz constitutiva do MFC.
- **Capítulo 4 - Resultados e discussões:** Apresenta os resultados obtidos por cada uma das análises e suas respectivas discussões.
- **Capítulo 5 - Considerações finais e perspectivas futuras:** Descreve as conclusões obtidas através das análises realizadas e recomenda novas diretrizes para continuar avançando no estudo dos MFC's.

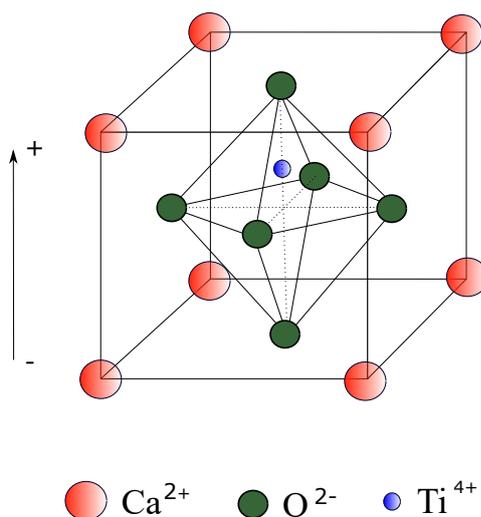
## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 PIEZELETRICIDADE

A piezeletricidade está na capacidade de um material transformar energias de natureza elétrica e mecânica. No efeito piezelétrico direto o material apresenta uma resposta elétrica ao ser submetido a um esforço mecânico. Já no efeito inverso um campo elétrico aplicado gera uma deformação mecânica no material (CRAWLEY, 1994). As primeiras descobertas sobre esse efeito foram realizadas em 1880 pelos irmãos Pierre e Jacques Curie. Eles observaram o efeito direto em muitos materiais, tais como blenda de zinco, clorato de sódio, turmalina, quartzo, calamina, topázio, ácido tartárico, cana de açúcar e sal Rochelle (MASON, 1981). No entanto, os irmãos Curie ainda não haviam percebido o efeito piezelétrico inverso. Então, em 1881, essa propriedade foi deduzida matematicamente por Lippmann (CARDOSO, 2005), a partir dos princípios termodinâmicos fundamentais. Ainda em 1881, a existência do efeito piezelétrico inverso foi confirmada experimentalmente pelos irmãos Curie (SAFARI; AKDOĞAN, 2008).

Para entender melhor o efeito da piezeletricidade é preciso conhecer a microestrutura do cristal. Nota-se que o efeito piezelétrico está associado a presença de uma estrutura cristalina não centrossimétrica em materiais dielétricos (LU *et al.*, 1999). A ausência de centrossimetria gera um movimento entre os íons positivos e negativos, produzindo dipolos elétricos (polarização). Um exemplo clássico de estrutura cristalina não centrossimétrica é encontrado nas cerâmicas de óxido tipo perovskita (Figura 2).

Figura 2 – Desenho esquemático da célula unitária de uma perovskita com o íon de titânio não centrossimétrico.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

O titanato de cálcio ( $\text{CaTiO}_3$ ), por exemplo, apresenta uma carga líquida diferente de zero em cada célula unitária do cristal. Assim, como resultado do íon de titânio situado ligeiramente

fora do centro da célula unitária, uma polaridade elétrica se desenvolve, transformando a célula unitária efetivamente em um dipolo elétrico. Uma tensão mecânica no cristal altera ainda mais a posição do íon de titânio, modificando a força de polarização do cristal, sendo essa a fonte do efeito direto. Quando submetido a um campo elétrico, o cristal gera uma mudança relativa na posição do íon de titânio, levando à distorção da célula unitária e tornando-a mais (ou menos) tetragonal, o que caracteriza o efeito piezelétrico inverso.

O efeito piezelétrico é exibido por 20 das 32 classes de cristais e está sempre associado à cristais não centrossimétricos (Tabela 1). O cristal cúbico não centrossimétrico da classe 432 é uma exceção pois, devido sua configuração, o efeito piezelétrico é cancelado. Note que as simetrias dos cristais seguem a notação internacional, também conhecida como, notação de Hermann–Mauguin.

Tabela 1 – Grupos de pontos centrossimétricos e não centrossimétricos em cristais com diferentes simetrias.

Sistema cristalino	Simetria dos elementos	Centrossimétricos	Não centrossimétricos
Triclínico	Centro	$\underline{1}$	1
Monoclínico	Centro, eixo, plano	2/m	2, m
Ortorrômico	Centro, eixo, plano	mmm	222, mm2
Tetragonal	Centro, eixo, plano	4/m, 4/mmm	4, $\underline{4}$ , 422, 4mm, $\underline{4}2m$
Trigonal	Centro, eixo, plano	$\underline{3}$ , $\underline{3}m$	3, 32, 3m
Hexagonal	Centro, eixo, plano	6/m, 6/mmm	6, $\underline{6}$ , 622, 6mm, $\underline{6}m2$
Cúbico	Centro, eixo, plano	m3, m3m	23, $\underline{4}3m$ , 432

Fonte: Adaptado de Safari e Akdoğan (2008).

### 2.1.1 Direção de polarização

Durante a Segunda Guerra Mundial, o quartzo se tornou escasso e caro, o que levou ao desenvolvimento de vários cristais piezelétricos sintéticos como o dihidrogenofosfato de amônio, o sulfato de lítio e o tartarato de etilenodiamina. Ainda na década de 40, uma série de estudos conduzidos pelos EUA, pela antiga URSS e pelo Japão levaram à descoberta das propriedades piezelétricas das cerâmicas ferroelétricas de titanato de bário. Esse foi o início de um desenvolvimento notável em materiais cerâmicos policristalinos. Além disso, essa descoberta abriu o campo das cerâmicas piezelétricas levando ao conhecimento do niobato de chumbo e do PZT (GALLEGO-JUAREZ, 1989).

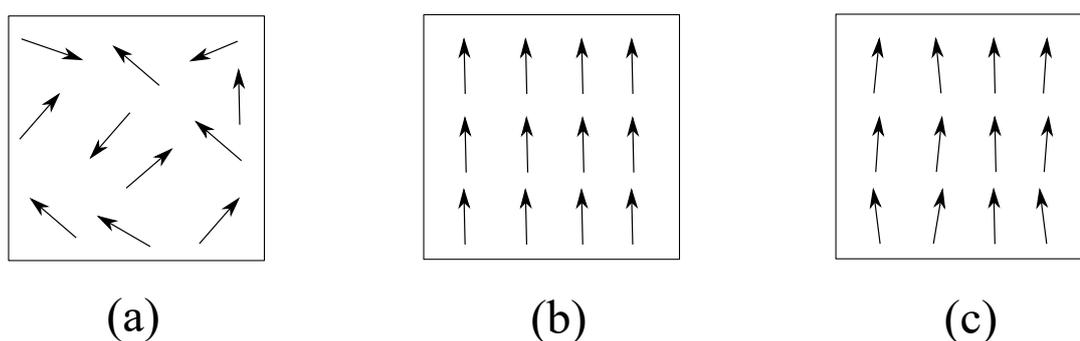
A criação desse tipo de material sintético foi de suma importância para o progresso dos materiais piezelétricos, pois os transdutores construídos com cristais de quartzo possuíam certas limitações como, por exemplo, a demanda por geradores de alta tensão, o que configurava uma dificuldade de excitação desse tipo de material. Frente à isso, os transdutores sintéticos apresentaram melhores propriedades piezelétricas e, além disso, permitiram geometrias e dimensões mais flexíveis, devido ao seu modo de fabricação (ZAMBRANO; PEREIRA, 2004). Vale ressaltar que materiais de ocorrência natural, como o quartzo, apresentam esse efeito piezelétrico

como resultado de sua estrutura cristalina. Porém, os materiais de engenharia como o PZT são submetidos a um processo chamado polarização (*poling*), tornando-os materiais com evidente efeito piezelétrico.

Em uma estrutura cristalina macroscópica que compreende várias células unitárias, os dipolos são naturalmente encontrados com orientação aleatória. Quando o material é submetido a uma tensão mecânica, cada dipolo gira de sua orientação original para uma direção que minimiza a energia potencial armazenada no dipolo. Se todos os dipolos forem inicialmente orientados aleatoriamente (isto é, uma polarização líquida de zero), sua rotação pode não alterar significativamente a polarização líquida macroscópica do material, portanto, o efeito piezelétrico exibido será muito pequeno (Figura 3a). Assim, é importante criar um estado inicial no material, de modo que a maioria dos dipolos sejam orientados na mesma direção. A direção ao longo da qual os dipolos se alinham é conhecida como direção de polarização.

Durante o processo de polarização, o material é submetido a um campo elétrico muito alto, o que orienta todos os dipolos na direção do campo (Figura 3b). Ao desligar o campo elétrico, a maioria dos dipolos não retornam à sua orientação original devido ao efeito de fixação produzido por defeitos microscópicos na sua rede cristalina. Esse fenômeno resulta em um material composto de numerosos dipolos microscópicos orientados aproximadamente na mesma direção (Figura 3c). Vale ressaltar que o material pode sofrer o processo inverso se for submetido a um campo elétrico muito alto orientado no sentido oposto ao do polo, ou ainda se for exposto a uma temperatura superior à temperatura de Curie do material.

Figura 3 – Representação esquemática do processo de polarização: (a) Antes da polarização. (b) Durante o processo de polarização. (c) Após a polarização.



Fonte: Adaptado de Datta (2014).

### 2.1.2 Relações constitutivas dos materiais piezelétricos

As equações constitutivas para materiais piezelétricos são compostas pelas relações mecânicas, elétricas e dielétricas. Pode-se destacar que as equações constitutivas piezelétricas estão estabelecidas na norma IEE ANSI/IEEE Std. 176 (1987), que fundamenta toda a modelagem elétrica de AFS (*Active Fiber Sensor*) (IEEE, 1987).

Com o intuito de obter as relações piezelétrica, nota-se que através de uma abordagem termodinâmica é possível estabelecer formalmente as relações de acoplamento entre os parâmetros térmicos, elásticos e elétricos de um material. Essas relações são conhecidas como equações de estado e fornecem as dependências entre os parâmetros medidos do material sobre diferentes condições experimentais (DAMJANOVIC, 1998).

Considerando a primeira e a segunda lei da termodinâmica, tem-se que uma variação reversível  $dU$  na energia interna  $U$  de um sólido elástico e dielétrico que é submetido à uma pequena deformação  $dS$ , à um deslocamento elétrico  $dD$  e à uma variação de entropia  $ds$ , pode ser escrita como

$$dU = Kds + T_{ij}dS_{ij} + E_idD_i, \quad (1)$$

onde  $K$  é a temperatura,  $T_{ij}$  é o segundo tensor tensão de Piola-Kirchhoff,  $S_{ij}$  é o tensor de deformação de Green-Lagrange,  $D_i$  é o vetor de deslocamento elétrico e  $E_i$  é o vetor de campo elétrico. Na maioria das situações experimentais são impostas condições isotérmicas e utilizam-se variáveis independentes de campo elétrico e tensão, então é útil alterar o conjunto de variáveis independentes de  $s$ ,  $S_{ij}$ ,  $D_i$  para  $K$ ,  $T_{ij}$ ,  $E_i$ . Para alterar as variáveis independentes do conjunto original para o outro, realiza-se uma transformação de Legendre de  $U$ . A função de energia livre resultante, conhecida como energia livre de Gibbs, é dada por

$$G = U - Ks - T_{ij}S_{ij} - E_iD_i. \quad (2)$$

Derivando a Equação (2) e utilizando a Equação (1), tem-se

$$\begin{aligned} dG &= Kds + T_{ij}dS_{ij} + E_idD_i - (Kds + sdK) \\ &\quad - (S_{ij}dT_{ij} + T_{ij}dS_{ij}) - (D_idE_i + E_idD_i), \end{aligned} \quad (3)$$

simplificando e reescrevendo,

$$dG = -dKs - dT_{ij}S_{ij} - dE_idD_i. \quad (4)$$

Da Equação (4), defini-se

$$s = - \left( \frac{\partial G}{\partial K} \right)_{T,E}, \quad (5)$$

$$S_{ij} = - \left( \frac{\partial G}{\partial T_{ij}} \right)_{K,E}, \quad (6)$$

$$D_i = - \left( \frac{\partial G}{\partial E_i} \right)_{K,S}, \quad (7)$$

onde os subíndices indicam que as variáveis em questão permanecem constantes. As derivadas totais de  $s$ ,  $S_{ij}$  e  $D_i$  podem ser escritas como

$$ds = \underbrace{\left( \frac{\partial s}{\partial K} \right)_{T,E}}_{\text{capacidade calorífica}} dK + \underbrace{\left( \frac{\partial s}{\partial T_{ij}} \right)_{K,E}}_{\text{efeito piezocalórico}} dT_{ij} + \underbrace{\left( \frac{\partial s}{\partial E_i} \right)_{K,T}}_{\text{efeito eletrocalórico}} dE_i, \quad (8)$$

$$dS_{ij} = \underbrace{\left( \frac{\partial S_{ij}}{\partial K} \right)_{T,E}}_{\text{expansão térmica}} dK + \underbrace{\left( \frac{\partial S_{ij}}{\partial T_{kl}} \right)_{K,E}}_{\text{acoplamento elástico}} dT_{ij} + \underbrace{\left( \frac{\partial S_{ij}}{\partial E_k} \right)_{K,T}}_{\text{piezeletricidade inversa}} dE_k, \quad (9)$$

$$dD_i = \underbrace{\left( \frac{\partial D_i}{\partial K} \right)_{T,E}}_{\text{efeito piroelétrico}} dK + \underbrace{\left( \frac{\partial D_i}{\partial T_{jk}} \right)_{K,E}}_{\text{piezeletricidade direta}} dT_{ij} + \underbrace{\left( \frac{\partial D_i}{\partial E_j} \right)_{K,T}}_{\text{permisiv. dielétrica}} dE_j. \quad (10)$$

Cada uma das derivadas parciais nas Equações (8)-(10) representa um efeito físico (conforme destacado) e corresponde a uma relação constitutiva do material. Vale lembrar que para esta análise foi considerada uma aplicação puramente piezelétrica, onde foi desprezado um possível efeito magnético do material. A Equação (11) demonstra a equivalência termodinâmica do efeito piezelétrico direto e inverso como

$$\underbrace{{}^{K,T}d_{ijk} = \left( \frac{\partial S_{ij}}{\partial E_k} \right)_{K,T}}_{\text{efeito piezelétrico inverso}} = - \left( \frac{\partial^2 G}{\partial E_k \partial T_{ij}} \right) = \underbrace{- \left( \frac{\partial^2 G}{\partial T_{ij} \partial E_k} \right) = \left( \frac{\partial D_k}{\partial T_{ij}} \right)_{K,E}}_{\text{efeito piezelétrico direto}} = {}^{K,E}d_{kij}. \quad (11)$$

onde  ${}^{K,T}d_{ijk}$  e  ${}^{K,E}d_{kij}$  são os coeficientes relacionados ao carácter piezelétrico direto e inverso, respectivamente. Os sobrescritos à esquerda indicam que tais variáveis são consideradas constantes. Uma descrição mais detalhada sobre o equacionamento discutido pode ser encontrada em Damjanovic (1998) e Cardoso (2005).

Para um processo isotérmico e considerando somente o comportamento linear, a partir das Equações (5)-(10), pode-se escrever as relações para  $S_{ij}$  e  $D_i$  como

$$\begin{aligned} S_{ij} &= {}^E P_{ijkl} T_{kl} + d_{kij} E_k, \\ D_i &= d_{ijk} T_{jk} + {}^T \epsilon_{ij} E_j. \end{aligned} \quad (12)$$

Alternativamente, adaptando o conjunto de variáveis independentes para  $S_{ij}$  e  $E_k$ , pode-se escrever as relações para  $T_{ij}$  e  $D_i$ , como

$$\begin{aligned} T_{ij} &= {}^E c_{ijkl} S_{kl} - e_{kij} E_k, \\ D_i &= e_{ijk} S_{jk} + {}^S \varepsilon_{ij} E_j, \end{aligned} \quad (13)$$

pois, sabe-se que

$$\begin{aligned} {}^E P_{ijkl} &= \frac{1}{{}^E c_{ijkl}}, \\ d_{kij} &= \frac{e_{kij}}{{}^E c_{ijkl}}, \\ {}^T \varepsilon_{ij} - {}^S \varepsilon_{ij} &= d_{kij} e_{ijk} \end{aligned} \quad (14)$$

Para o caso de um sólido piezoeletrico, nas Equações (12) e (13) os índices latinos  $i, j, k, l$ , assumem 1, 2 ou 3. Os termos  ${}^E P_{ijkl}$  e  ${}^E c_{ijkl}$  denotam tensores de quarta ordem das propriedades elásticas (tensor de flexibilidade e tensor de rigidez, respectivamente), onde o sobrescrito à esquerda “E” significa que estão submetidos a um campo elétrico constante, além disso,  $e_{kij}$  é o tensor de acoplamento piezoeletrico de terceira ordem e  ${}^S \varepsilon_{ij}$  é o tensor de permissividade dielétrica de segunda ordem, onde o sobrescrito à esquerda “S” indica deformação constante.

Lembrando que as propriedades do material satisfazem determinados critérios de simetria devido à sua classe cristalina. Assim, nota-se que

$$c_{ijkl} = c_{jikl} = c_{klij}, \quad e_{kij} = e_{kji}, \quad \varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}. \quad (15)$$

Com a intenção de escrever os tensores elástico e piezoeletrico no formato matricial, comprime-se a notação dessas entidades substituindo  $ij$  e  $kl$  por  $p$  e  $q$ , onde  $p$  e  $q$  variam de 1 a 6 de acordo com

$$\begin{aligned} 11 \rightarrow 1, \quad 22 \rightarrow 2, \quad 33 \rightarrow 3, \\ 23 \text{ ou } 32 \rightarrow 4, \quad 31 \text{ ou } 13 \rightarrow 5, \quad 12 \text{ ou } 21 \rightarrow 6. \end{aligned} \quad (16)$$

Assim, a Equação (13) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} T_{ij} &= {}^E c_{pq} S_{kl} - e_{kp} E_k, \\ D_i &= e_{ip} S_{ij} + {}^S \varepsilon_{ij} E_j, \end{aligned} \quad (17)$$

Utilizando a notação de Voigt,

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{T} \\ \mathbf{D} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^E \mathbf{c} & -\mathbf{e} \\ \mathbf{e}^T & {}^S \boldsymbol{\varepsilon} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{S} \\ \mathbf{E} \end{Bmatrix}. \quad (18)$$

Note que a Equação (18) é uma equação de campos acoplados que relaciona o campo elétrico aplicado  $\mathbf{E}_{3 \times 1}$ , o deslocamento elétrico  $\mathbf{D}_{3 \times 1}$ , a deformação  $\mathbf{S}_{6 \times 1}$  e a tensão  $\mathbf{T}_{6 \times 1}$ . As

propriedades do material, tais como a permissividade dielétrica  ${}^S\epsilon_{3x3}$ , o acoplamento piezométrico  $e_{3x6}$  e a rigidez  ${}^E c_{6x6}$  são empregadas para relacionar esses campos mecânicos e elétricos. O sobrescrito T representa a operação de transposição da matriz.

Neste trabalho, considerou-se a hipótese de isotropia transversal para as fibras piezométricas, onde a matriz constitutiva apresenta apenas 11 coeficientes independentes. Logo, escrevendo a relação constitutiva para a fibra piezométrica no formato expandido, tem-se

$$\begin{Bmatrix} T_{11} \\ T_{22} \\ T_{33} \\ T_{12} \\ T_{23} \\ T_{31} \\ D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^E c_{11} & {}^E c_{12} & {}^E c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{13} \\ {}^E c_{12} & {}^E c_{11} & {}^E c_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{13} \\ {}^E c_{13} & {}^E c_{13} & {}^E c_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -e_{33} \\ 0 & 0 & 0 & {}^E c_{66} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^E c_{44} & 0 & 0 & -e_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^E c_{44} & -e_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & {}^S\epsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_{15} & 0 & 0 & {}^S\epsilon_{11} & 0 \\ e_{13} & e_{13} & e_{33} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & {}^S\epsilon_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{12} \\ S_{23} \\ S_{31} \\ E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}. \quad (19)$$

Note que a direção 3 é a direção longitudinal da fibra e o plano 12 apresenta a isotropia transversal.

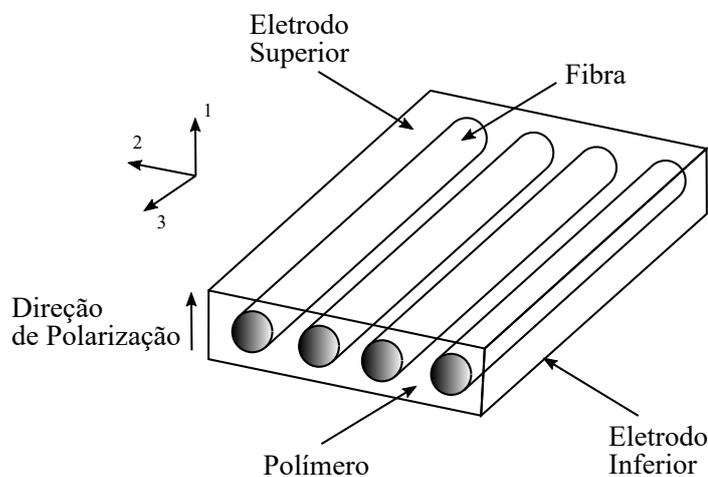
## 2.2 COMPÓSITOS PIEZELÉTRICOS

Por essência, os materiais compósitos sintéticos surgiram com o intuito de combinar propriedades de diferentes materiais para suprir necessidades dos seres-humanos. Os primeiros relatos da tecnologia dos compósitos piezométricos foram publicados na década de 70. Uchino (2008) apresentou um breve histórico sobre os principais trabalhos na área de desenvolvimento dos compósitos piezo-cerâmicos. Algumas das características desse tipo de material são os altos fatores de acoplamento, a baixa impedância acústica, a boa combinação com água ou tecido humano, a flexibilidade mecânica, a ampla largura de banda em combinação com um baixo fator de qualidade mecânica e a possibilidade de construção de arranjos geométricos simplesmente padronizando os eletrodos.

O grande interesse nesse tipo de material impulsionou cada vez mais o desenvolvimento de novas tecnologias nesta área como, por exemplo, Hagood e Bent (1993) que desenvolveram os PFC's com eletrodos. Trata-se de um material compósito de fibras piezo-cerâmicas unidirecionalmente alinhadas e eletrodos uniformes estrategicamente montados em uma configuração específica que gerou uma combinação de características elétricas e mecânicas muito vantajosas (Figura 4). Essa nova configuração exibiu melhor resistência, conformabilidade e confiabilidade para os materiais compósitos piezométricos.

Em seguida, um importante salto na evolução dos materiais e das estruturas inteligentes ocorreu com o desenvolvimento dos chamados AFC's e dos MFC's. Os AFC's foram desenvolvi-

Figura 4 – Conceito de um PFC com eletrodos.



Fonte: Adaptada de Bent (1997).

dos no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT) e apresentados por Bent (1997). Em sua tese, ele introduziu e explorou um novo conceito de estruturas de sensoriamento e atuação. Já os MFC's foram desenvolvidos pela *National Aeronautics and Space Administration* (NASA) no período de 1996 a 2003 (HIGH, 2003).

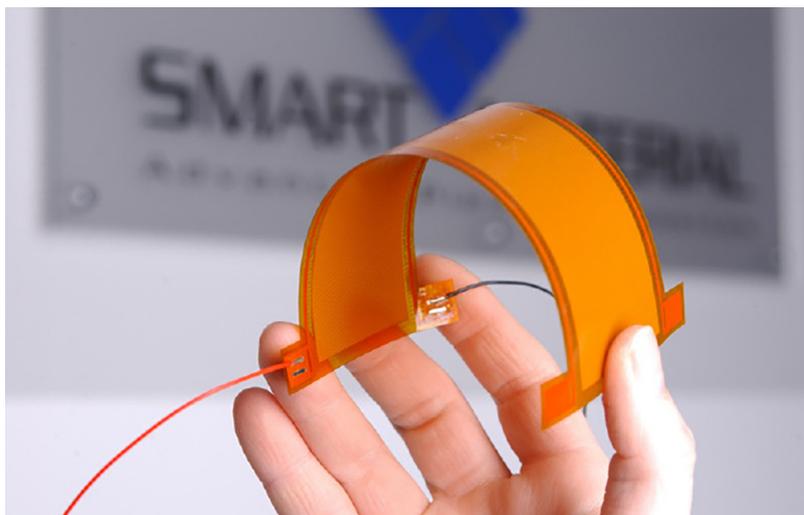
### 2.2.1 Macro Fiber Composites (MFC)

Os MFC's estão constantemente ganhando espaço nos diversos setores da indústria e da tecnologia. As aplicações englobam a construção civil (DAUE; KUNZMANN; NAUMANN, 2009), as indústrias aeroespacial (AZIZI; PRAZENICA; KIM, 2017; SCHÖNECKER *et al.*, 2006) e automotiva (SCHMIDT *et al.*, 2005), consumidores diretos, entre outros (SMART MATERIAL, 2020). Esses materiais são dispositivos de compósitos piezelétricos flexíveis que foram elaborados, a princípio, para controlar vibrações e modos de deformação em estruturas aeroespaciais de alta performance (HIGH, 2003). Esses transdutores são compostos por fibras piezo-cerâmicas retangulares, alocadas entre camadas adesivas, eletrodos e filmes poliméricos (Figura 5).

O processo de fabricação dos MFC's substituiu as fibras piezo-cerâmicas extrudadas (cilíndricas) dos PFC's, pelas fibras retangulares usinadas (cortadas em fatias). Esse processo de fabricação inovador, mostrou-se mais barato, confiável e permitiu o contato direto entre as fibras e os eletrodos, resolvendo o principal problema de incompatibilidade de permissividade dos PFC's (TRINDADE; BENJEDDOU, 2011).

Os materiais piezo-cerâmicos comuns apresentam uma natureza extremamente frágil, o

Figura 5 – Foto de um MFC evidenciando sua flexibilidade.



Fonte: Gipson (2007, p. 1).

que limita sua conformabilidade e a sua capacidade de suportar esforços com segurança sem sofrer danos. Já os polímeros piezelétricos, principalmente o PVDF, podem suportar deformações muito maiores do que a cerâmica devido à sua flexibilidade intrínseca. Porém, o efeito piezelétrico fraco restringe o desempenho do PVDF em suas aplicações (Tabela 2). Diante disso, os MFC's mantêm alta resistência, flexibilidade e adaptabilidade a superfícies curvas enquanto garante um forte efeito piezelétrico (KUANG; ZHU, 2019).

Tabela 2 – Comparação entre os coeficientes de acoplamentos piezelétricos.

Propriedade	Sonox P502 <sup>a</sup>	PZT (PC5) <sup>b</sup>	PVDF <sup>b</sup>	Cerâmica à base de $BaTiO_3$ <sup>c</sup>	Unidade
$d_{33}$	440	410	30	191	[pC/N]
$d_{31}$	-185	-175	-18	-79	[pC/N]

Fonte: a:(DERAEMAERKER; NASSER, 2010), b:(SAPPATI; BHADRA, 2018) e c:(GAO *et al.*, 2017).

Outras características importantes desse transdutor são a durabilidade, a confiabilidade, a eficiência do atuador de deformação, a tolerância ao dano, a atuação e sensoriamento direcionais. A *Smart Material Corporation* é a licenciada e fabricante da tecnologia MFC da NASA. É possível encontrar o sensor no tipo MFC  $d_{33}$  (efeito de alongamento) ou no tipo MFC  $d_{31}$  (efeito de contração) e são conhecidos comercialmente como tipo-P1 ou tipo-P2/P3, respectivamente. Além disso, todos eles apresentam a orientação da fibra à  $0^\circ$ .

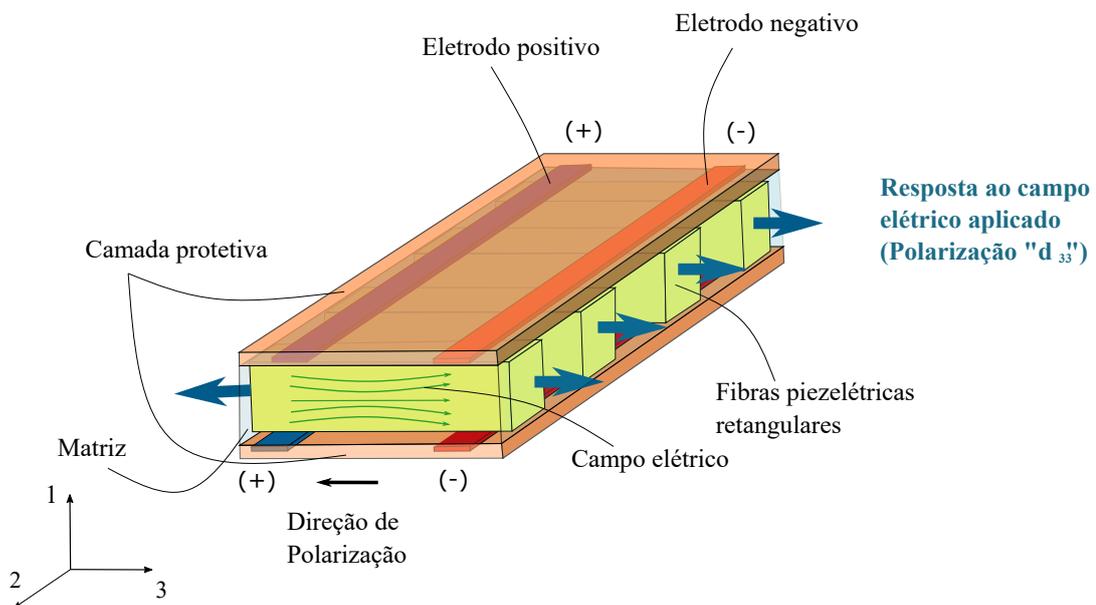
Os MFC's que operam com o “modo 33” apresentam seus eletrodos dispostos de maneira intercalada (positivo e negativo, Figura 6). Essa disposição dos eletrodos gera um campo elétrico não-uniforme (curvo), preferencialmente alinhado na direção 3 do material piezelétrico. O campo elétrico é advindo da diferença de potencial aplicada entre os eletrodos. Assim, os chamados

MFC's  $d_{33}$  caracterizam-se por apresentar um efeito de alongamento nas suas fibras e as direções de polarização e de campo elétrico são paralelas ao eixo longitudinal das fibras do compósito.

Quando os MFC's estão operando no “modo 31”, seus eletrodos apresentam uma configuração estrutural que gera um campo uniforme ao longo da espessura do compósito. Desse modo, o campo elétrico gerado pela diferença de potencial entre os eletrodos assume a direção 3, de acordo com a Figura 7. Note que, por conveniência, a direção do campo elétrico gerado é coincidente com a direção 3 do eixo de referência. Então, o chamado MFC  $d_{31}$  apresenta a direção da polarização e do campo elétrico na direção 3 (que agora é perpendicular a direção longitudinal da fibra) e o efeito de contração na fibra acontece na direção 1.

Ao comparar os efeitos gerados pela configuração de cada um dos tipos de MFC citados é válido destacar que os MFC's  $d_{31}$  requerem uma voltagem de atuação e de polarização menor quando comparada aos MFC's  $d_{33}$ , pois a espessura é menor que o espaçamento entre os eletrodos. Entretanto, o coeficiente de acoplamento piezoeletrico  $d_{33}$  apresenta a vantagem de ter um efeito (valor em módulo) de 2 a 3 vezes maior que o  $d_{31}$ .

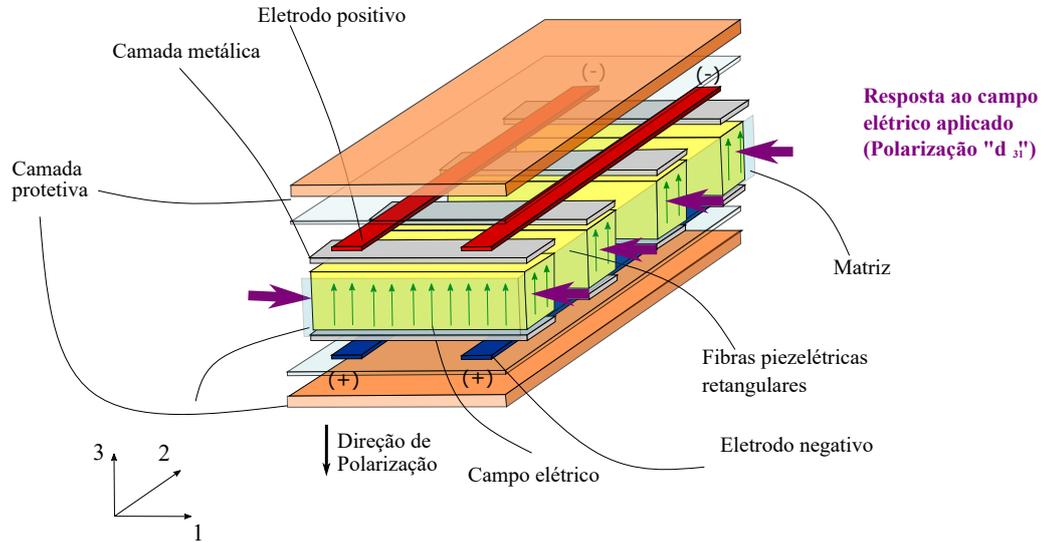
Figura 6 – Desenho esquemático de uma porção do MFC no “modo  $d_{33}$ ”.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

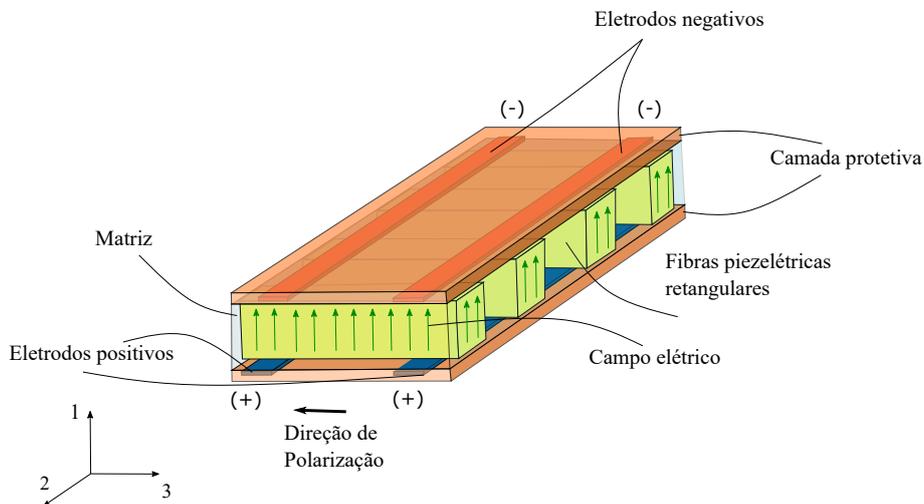
Vale ressaltar que, recentemente, uma outra alternativa de configuração para os MFC's são aqueles que apresentam fibras piezo-cerâmicas trabalhando no modo de cisalhamento transversal (*out-of-plane*) (RAJA; IKEDA, 2008). De acordo com Trindade e Benjeddou (2013), o modo de cisalhamento de espessura MFC  $d_{15}$  pode ser obtido pela aplicação de um campo elétrico que é perpendicular à direção de polarização remanescente (Figura 8).

Figura 7 – Desenho esquemático com vista explodida do MFC no “modo  $d_{31}$ ”.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 8 – Desenho esquemático de uma porção do MFC no “modo  $d_{15}$ ”.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

### 2.2.2 Abordagens comuns para os MFC's

Desde a sua criação, diferentes estudos foram realizados ao longo do tempo para descrever o comportamento dos MFC's. Vários modelos foram propostos para caracterizar e simplificar as análises dos transdutores. Os trabalhos compreendem abordagens experimentais, numéricas e analíticas.

Nesse cenário, alguns autores buscaram desenvolver modelos analíticos para o modelamento dos MFC's. Deraemaeker *et al.* (2007), por exemplo, propuseram um modelamento analítico e numérico dos MFC's  $d_{31}$ . Os autores utilizaram o conceito de VER para realizar as análises numéricas. O modelo analítico foi concebido através do método dos campos uniformes. O estudo ainda abordou uma previsão da função de transferência de malha aberta entre dois MFC's ligados a uma haste de compósito. Pouco tempo depois, Deraemaeker *et al.* (2009) utilizaram novamente o método dos campos uniformes para propor uma metodologia baseada na regra das misturas, de modo a avaliar as propriedades equivalentes dos MFC's ( $d_{33}$ ,  $d_{31}$ ). Os autores encontraram resultados equivalentes a modelos computacionais e dados do fabricante. Biscani *et al.* (2011) encontraram analiticamente e numericamente as propriedades eletromecânicas efetivas de um MFC  $d_{31}$  utilizando o método de homogenização por expansão assintótica. Posteriormente, Prasath e Arockiarajan (2013) desenvolveram um modelo analítico que utiliza o conceito da regra das misturas somado a teoria de capacitância (série e paralelo) para avaliar as propriedades efetivas de acoplamento eletromecânico de MFC's ( $d_{33}$  e  $d_{31}$ ) em uma configuração tridimensional. Os autores ainda comparam o modelo desenvolvido com: um modelo numérico de célula unitária periódica, um modelo gerado pelo Método de Homogenização Assintótica (MHA) e, ainda, com resultados experimentais da literatura. No ano seguinte, Prasath e Arockiarajan (2014) apresentaram um modelo analítico que engloba todas as fases do MFC (*kapton*, acrílico, eletrodo, fibra piezolétrica e matriz epóxi). Então, através do modelo proposto os autores avaliaram as propriedades efetivas do transdutor e compararam com um modelo numérico, um experimental e com dados do fabricante. Thomas, Calzada e Gilmour (2020) apresentaram duas abordagens para modelar a deflexão de placas de compósitos laminados acionadas por MFC's. O estudo detalhou uma modelagem analítica baseada na teoria de viga de Euler-bernoulli e uma modelagem pelo MEF. Hu e Li (2020) analisaram um modelo de MFC submetido a grandes deformações e utilizaram a regra das misturas estendida para obter os parâmetros mecânicos e elétricos homogeneizados da camada ativa dos MFC's. Os resultados indicaram que a rigidez não linear tem uma influência significativa na avaliação da capacidade de atuação do MFC com grandes deformações.

As abordagens numéricas facilitam a incorporação de outros elementos nos modelos de homogenização como, por exemplo, a inclusão de eletrodos e camadas de proteção. O uso de técnicas baseadas em modelos de elementos finitos proporciona uma ampla liberdade para estudar essas diferentes topologias e geometrias. Assim, Bowen *et al.* (2006) sugeriram um modelo de AFC com VER bidimensional e utilizando o MEF buscaram compreender a influência que alguns parâmetros exercem sobre a deformação do sensor/atuador. Os parâmetros analisados no estudo foram a largura do eletrodo, o espaçamento entre eles e a espessura do AFC. Todos esses parâmetros foram variados para encontrar uma melhor configuração do transdutor. Latalski (2011) propôs um modelo numérico que homogeneiza o transdutor na escala macroscópica. O autor utilizou o software *ABAQUS<sup>TM</sup>* para realizar as análises numéricas e comparou os resultados obtidos com os dados do fabricante e com dados experimentais. O estudo também simula um dano

na fibra de um compósito estrutural e utiliza um MFC acoplado ao sistema para detectá-lo. Bowen *et al.* (2011) propuseram um modelo para prever o desempenho de um MFC homogeneizado submetido à campos de tensão e campos elétricos combinados. Matrizes piezelétricas e de rigidez foram calculadas usando constantes ortotrópicas determinadas experimentalmente. Zhang, Li e Schmidt (2015) utilizaram um modelo macroscópico homogeneizado acoplado a uma estrutura. Os autores analisaram os modos 33 e 31 de MFC's e compararam as deflexões encontradas com resultados experimentais da literatura. A partir dos resultados, eles concluíram que os MFC's  $d_{33}$  produzem forças de atuação maiores, pois o coeficiente  $d_{33}$  é maior do que o coeficiente  $d_{31}$ . Para estudar o desempenho de atuação do MFC, um modelo 2D baseado na teoria de placas de Kirchhoff foi desenvolvido e incorporado à formulação de elementos finitos por Pandey e Arockiarajan (2016). O modelo consiste em sensores/atuadores MFC's acoplados a uma viga engastada, onde os autores compararam os resultados obtidos com os da teoria de placas de Mindlin, bem como com uma análise de elementos finitos utilizando um software comercial. Nasser *et al.* (2016) realizaram a otimização das propriedades efetivas de um MFC utilizando um algoritmo genético. Azizi, Prazenica e Kim (2017) desenvolveram um modelo por elementos finitos do transdutor na macro-escala. Os autores construíram um modelo de MFC fixado a uma viga de alumínio e realizaram análises de vibração. O estudo também investigou a eficácia de um sistema baseado em MFC para remoção de camadas de gelo de espessura variável em estruturas de bordo de ataque. Já Huang (2017) realizou uma análise modal de um sistema com um MFC acoplado à uma viga de alumínio. O autor utilizou o software ANSYS para caracterizar o transdutor e encontrar as frequências naturais e modos de vibrar do sistema. Recentemente, Emad, Fanni e Mohamed (2020) realizaram uma comparação entre um modelo de MFC  $d_{33}$  detalhado e um simplificado de baixo custo computacional. A ideia principal do estudo proposto foi mostrar que as restrições ditadas pela prática não devem ser as mesmas restrições de modelagem computacional.

Vale ressaltar, que um grande grupo de trabalhos numéricos utilizaram o conceito de VER aliado às técnicas de homogeneização para encontrar as propriedades efetivas dos MFC's (DERAEMAER; NASSER, 2010; TRINDADE; BENJEDDOU, 2011; TRINDADE; BENJEDDOU, 2013; TITA *et al.*, 2015; STEIGER; MOKRÝ, 2015; TRINDADE; BENJEDDOU, 2016; DE MEDEIROS, 2016; KUANG; ZHU, 2019; KSICA *et al.*, 2020). Assim como no presente estudo, os autores consideraram o meio periódico e, então, aplicaram as Condições de Contorno Periódicas (CCP's) para solucionar o problema. Devido à facilidade de incorporação de detalhes microestruturais na modelagem do VER, esses modelos capturam os efeitos de todos os componentes do transdutor. Vale destacar, que Trindade e Benjeddou (2012) utilizaram as CCP's para apresentar uma análise paramétrica das propriedades efetivas de um MFC  $d_{15}$  composto de sete camadas (*kapton*, acrílico, eletrodo, fibra piezo-cerâmica e compósito epóxi, eletrodo, acrílico, *kapton*).

Outros estudos trouxeram uma abordagem experimental para a avaliação dos MFC's. Diante disso, pode-se destacar que Williams *et al.* (2004) e Williams, Inman e Wilkie (2006)

utilizaram um conjunto de procedimentos experimentais para determinar as quatro propriedades ortotrópicas de engenharia na região elástica linear, bem como caracterizaram o comportamento constitutivo não linear do atuador MFC sob condições de curto-circuito. Evidencia-se, também, que alguns estudos realizaram análises de falhas por fadiga nos MFC's causadas por altas tensões em aplicações de captação de energia ou devido a carregamentos termo-mecânicos. Upadrashta e Yang (2016), por exemplo, realizaram um estudo com o intuito de obter o limite de falha nos projetos de coletores de energia piezelétricos. De Medeiros *et al.* (2016) propuseram uma nova métrica para identificação de danos em estruturas de compósito por meio do acompanhamento da resposta à vibração da estrutura. Os autores utilizaram transdutores MFC's para monitorar as características dinâmicas da estrutura e, assim, detectar modificações geradas devido aos danos presentes no compósito. Os resultados experimentais e numéricos mostraram que essa nova métrica de dano é uma boa opção, não somente para identificação, mas também para previsão da severidade do dano na estrutura. Já Pandey e Arockiarajan (2017), além de analisar experimentalmente a performance de sensores MFC's  $d_{33}$  e  $d_{31}$  submetidos à carregamentos termo-mecânicos, formularam um modelo do transdutor através do MEF integrado à teoria do dano contínuo para prever o seu comportamento de fadiga. Recentemente, Grzybek e Micek (2019) propuseram um modelo representando a captação de energia piezelétrica de MFC's acoplados diretamente na superfície de um eixo rotativo.

Percebe-se que há grande interesse acerca do estudo dos MFC's, visto o elevado número de pesquisas científicas encontradas na literatura. Este trabalho busca complementar as pesquisas existentes e compreender ainda mais sobre a tecnologia dos MFC's. A Tabela 3 organiza os trabalhos supracitados, classificando-os de acordo com a abordagem utilizada e o tipo do sensor estudado.

Tabela 3 – Estudos sobre o modelamento e caracterização dos MFC's.

Analítico	Numérico	Experimental
MFC $d_{33}$	Deraemaeker <i>et al.</i> (2009), Bowen <i>et al.</i> (2011), Latalski (2011), Prasath e Arockiarajan (2013), Prasath e Arockiarajan (2014), Zhang, Li e Schmidt (2015), Tita <i>et al.</i> (2015) Deraemaeker e Nasser (2010), De Medeiros <i>et al.</i> (2016), De Medeiros (2016), Pandey e Arockiarajan (2016), Azizi, Prazenica e Kim (2017), Huang (2017), Pandey e Arockiarajan (2017), Hu e Li (2020), Thomas, Calzada e Gilmour (2020), Emad, Fanni e Mohamed (2020).	Williams <i>et al.</i> (2004), Williams, Inman e Wilkie (2006), Bowen <i>et al.</i> (2011), Latalski (2011), Prasath e Arockiarajan (2014), Pandey e Arockiarajan (2016), De Medeiros <i>et al.</i> (2016), Pandey e Arockiarajan (2017), Azizi, Prazenica e Kim (2017), Pandey e Arockiarajan (2017), Huang (2017), Hu e Li (2020), Thomas, Calzada e Gilmour (2020).
MFC $d_{31}$	Deraemaeker <i>et al.</i> (2007), Deraemaeker <i>et al.</i> (2009), Deraemaeker e Nasser (2010), Biscani <i>et al.</i> (2011), Prasath e Arockiarajan (2013), Prasath e Arockiarajan (2014), Steiger e Mokřý (2015), Zhang, Li e Schmidt (2015), Tita <i>et al.</i> (2015), Trindade e Benjeddou (2016), Pandey e Arockiarajan (2016), Pandey e Arockiarajan (2017), Nasser <i>et al.</i> (2016), Kuang e Zhu (2019), Ksica <i>et al.</i> (2020).	Prasath e Arockiarajan (2014), Pandey e Arockiarajan (2016), Upadrashta e Yang (2016), Pandey e Arockiarajan (2017), Kuang e Zhu (2019), Grzybek e Micek (2019), Ksica <i>et al.</i> (2020).
Outros	Bowen <i>et al.</i> (2006) <sup>a</sup> , Tita <i>et al.</i> (2015) <sup>a</sup> Trindade e Benjeddou (2011) <sup>b</sup> , Trindade e Benjeddou (2012) <sup>b</sup> , Trindade e Benjeddou (2013) <sup>b</sup> .	

a: AFC, b: MFC  $d_{15}$ .

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

## 2.3 IMPERFEIÇÃO ENTRE OS MICROCONSTITUINTES EM COMPÓSITOS

De fato, como visto na Sub-seção 2.2.2, os pesquisadores apresentam diferentes abordagens para prever o comportamento mecânico, dielétrico e piezolétrico dos compósitos piezolétricos. Nesse contexto, a premissa de que o contato entre os microconstituintes fibra e matriz é totalmente perfeito está comumente atrelada à estes modelos propostos. Essa condição de contato perfeito implica que os deslocamentos e tensões são contínuos em todo o domínio do compósito. Entretanto, devido aos processos de produção, torna-se mais realístico considerar uma outra fase entre o contato da fibra com matriz. Essa fase, conhecida como interfase, pode ser modelada de várias maneiras, de modo que representam um determinado grau imperfeição no compósito (WÜRKNER; BERGER; GABBERT, 2014).

A imperfeição pode existir devido à presença de uma interfase real no compósito (como um revestimento) ou devido à deterioração da adesão entre os microconstituintes. Ela pode ser causada por vários motivos como, por exemplo, danos por fadiga, efeitos ambientais ou químicos (HASHIN, 1990). Vale ressaltar, também, que esta zona de imperfeição incorpora o efeito de adsorção, encolhimento devido a tensões permanentes, falhas, vazios, microfissuras e a própria adesão imperfeita entre os constituintes (ABOUDI, 1987).

Sabe-se que imperfeições na interface podem afetar significativamente as propriedades mecânicas (BRITO-SANTANA *et al.*, 2016), os mecanismos de falhas e a resistência dos compósitos (BONORA; RUGGIERO, 2006b). Por esse motivo, é de grande importância avaliar e modelar os efeitos dessas imperfeições nos compósitos.

### 2.3.1 Abordagens comuns para imperfeição entre os microconstituintes

Diante do exposto, há algumas décadas, despertou-se um considerável interesse no estudo de compósitos contendo imperfeições entre os microconstituintes. Algumas das soluções para modelar essas imperfeições foram baseadas na adição de uma terceira fase muito fina entre a fibra e a matriz (OWEN; LYNESS, 1972; BROUTMAN; AGARWAL, 1974; AGARWAL; BANSAL, 1979). Esses trabalhos apresentaram abordagens numéricas para estudar o comportamento mecânico do compósito sob a influência de uma terceira fase. Desse modo, uma série de abordagens numéricas foram desenvolvidas ao longo dos anos. Achenbach e Zhu (1989) modelaram o comportamento de uma zona interfacial através do equacionamento que considera a continuidade do campo de trações na interfase muito fina, porém os campos de deslocamentos são descontínuos entre a fibra e a matriz. Através desse modelo os autores obtiveram os resultados numéricos para os esforços nos microconstituintes. Ainda foram analisados a iniciação, propagação e interrupção de trincas na interfase com base em um critério de densidade de energia de deformação crítica da interfase. No ano seguinte, Hashin (1990) publicou um estudo muito famoso no campo de modelamento de interfase imperfeita em compósitos. O autor remodelou um compósito de três fases (fibra-interfase-matriz) por um modelo de duas fases (fibra-matriz) com uma interface. O efeito dessa interface é representada por *parâmetros de interface* que relacionam as tensões na

interface com saltos nos deslocamentos. Assim, Hashin avaliou as propriedades termoelásticas de compósitos de fibras unidirecionais e, também, de compósitos com particulados esféricos submetidos aos efeitos da interface imperfeita (HASHIN, 1990; HASHIN, 1991). Na sequência de seus estudos, Hashin (2001) avaliou os efeitos da interface na condutividade térmica e elétrica dos compósitos e, logo em seguida, aprimorou o modelo de interface imperfeita para o caso tridimensional e, ainda, tratou casos especiais de interface como: interface plana e cilíndrica (HASHIN, 2002).

Dentro desse contexto, vários outros autores desenvolveram estudos numéricos acerca da presença de uma interface imperfeita em compósitos. Aghdam e Falahatgar (2004) propuseram um modelo micromecânico de elementos finitos para avaliar os efeitos de uma interface imperfeita no comportamento de um compósito de matriz metálica, quando submetido à carregamentos transversais. Bonora e Ruggiero (2006a), Bonora e Ruggiero (2006b) realizaram dois estudos para investigar compósitos considerando a interface entre os microconstituintes. No primeiro estudo foi demonstrado o papel do processo de manufatura para a correção e previsão da resposta constitutiva de materiais compósitos com interface mecânica. No segundo, os autores utilizaram um modelo de célula unitária para prever com precisão o desenvolvimento de danos e falhas macroscópicas em compósitos de matriz de metal considerando a interface. Caporale, Luciano e Sacco (2006) utilizaram o método dos elementos finitos para estudar um modelo de falha gerado pela interface imperfeita entre os microconstituintes de compósitos. Através do modelo proposto os autores determinaram os envelopes de macro-deformações correspondentes a iniciação do descolamento interfacial. No ano seguinte, Nairn (2007) propôs uma modelagem numérica para as propriedades de rigidez interfaciais e utilizou o conceito dos parâmetros interface imperfeita para aglutinar as complexidades de uma zona de interfase tridimensional em um modelo de interface bidimensional. Aghdam, Falahatgar e Gorji (2008) ampliaram os seus estudos através do desenvolvimento de um modelo micromecânico de elementos finitos tridimensional que avaliou o início e a propagação do dano na interface quando submetida à carregamentos combinados. Nairn (2013) apresentou detalhes da implementação de uma robusta extensão multi-material do Método de Ponto Material (MPM). O estudo ampliou o MPM multi-material para lidar automaticamente com as interfaces imperfeitas entre os materiais. Würkner, Berger e Gabbert (2014) apresentaram um procedimento de homogeneização para compósitos reforçados com fibras unidirecionais com constituintes isotrópicos, onde a microestrutura do compósito foi caracterizada por um domínio tridimensional com uma seção transversal em forma de paralelogramo e uma interface imperfeita entre a fibra e a matriz. Ampliando para os compósitos piezelétricos, Tita *et al.* (2015) utilizaram o conceito de VER aliado ao MEF para avaliar as propriedades efetivas do compósito considerando o contato imperfeito entre os microconstituintes (fibra piezelétrica e matriz). Logo em seguida, Brito-Santana *et al.* (2016) propuseram um novo modelo de interface imperfeita aplicada à compósitos piezelétricos. Um modelo tridimensional de VER foi desenvolvido para analisar as propriedades efetivas do compósito com a presença da imperfeição e, então, foi comparado com modelos anteriores da literatura. No mesmo ano, Escarpini Filho e Marques

(2016) apresentaram um modelo teórico para avaliar as propriedades mecânicas homogeneizadas de um material compósito periódico unidirecional com fases lineares viscoelásticas, incluindo interfaces entre a fibra e a matriz, baseado na teoria da micromecânica de média direta de volume finito.

Além dos trabalhos com abordagens numéricas discutidos, vários estudos desenvolveram modelos analíticos para avaliar o comportamento dos compósitos submetidos à imperfeições. Dois dos primeiros trabalhos analíticos que consideraram uma imperfeição entre os microconstituintes dos compósitos foram publicados por Theocaris e Philippidis (1985) e Aboudi (1987). Esse último descreveu a imperfeição de acordo com dois parâmetros (normal e tangencial) e, assim, encontrou as propriedades mecânicas e os coeficientes de expansão térmica do compósito. Mais tarde, Benveniste e Miloh (2001) propuseram sete diferentes condições de interface que dependem do grau de rigidez da interface entre a fibra e matriz. Em um estudo de duas partes Duan *et al.* (2007a) e Duan *et al.* (2007b), os autores apresentaram uma estrutura micromecânica unificada para prever as propriedades mecânicas efetivas de compósitos reforçados com partículas ou com fibras considerando os efeitos da interface. Outro modelo analítico micromecânico 3D foi desenvolvido para estudar os efeitos do dano interfacial na resposta elasto-plástica de um compósito com matriz de metal fibroso submetido a carregamento fora do eixo geral (MAHMOODI; AGHDAM; SHAKERI, 2010). Rodríguez-Ramos *et al.* (2009) utilizaram o MHA para analisar a influência do efeito da interface imperfeita sobre o comportamento de um compósito piezolétrico. No ano seguinte, López-Realpozo *et al.* (2011) também utilizaram o MHA para obter as propriedades efetivas de um compósito fibroso periódico oblíquo. Uma das abordagens considerou a interface com características de mola e a outra como uma interface entre os constituintes.

Vários desses estudos fazem comparativos entre diferentes metodologias. Rodríguez-Ramos *et al.* (2013) utilizaram três abordagens para obter os coeficientes elásticos efetivos de compósitos reforçados por fibra, considerando condições de contato imperfeito entre a fibra e a matriz. As metodologias utilizadas foram MHA, homogeneização de um meio periódico e uma abordagem semi-analítica utilizando o MEF. Em outro estudo, os autores apresentaram três abordagens para estudar as imperfeições mecânicas e elétricas em materiais compósitos piezolétricos. Dois tipos especiais de imperfeição foram consideradas utilizando molas para o contato mecânico e capacitores para o contato elétrico e a terceira abordagem foi através do modelo de três fases (fibra, matriz e interface) (RODRIGUEZ-RAMOS *et al.*, 2016). Recentemente, Brito-santana *et al.* (2019) desenvolveram um estudo para avaliar as propriedades efetivas de compósitos laminados considerando o defeito em duas escalas (macro e micro-escala). Os autores utilizaram duas metodologias (MEF e MHA) para avaliar os efeitos de uma delaminação na macro-escala considerando uma adesão imperfeita entre a fibra e matriz na micro-escala. Vale ressaltar que uma série de trabalhos avaliam os defeitos macroscópicos dos compósitos, por exemplo, as delaminações (GARG, 1988; YAM *et al.*, 2004; MASSABÒ; CAMPI, 2014; BRITO-SANTANA *et al.*, 2018; BRITO-SANTANA *et al.*, 2019; RAFIEE; SOTOUDEH, 2021).

## 2.4 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

### 2.4.1 Volume Elementar Representativo (VER)

As técnicas de homogeneização são amplamente aplicadas para descrever o comportamento mecânico de materiais compósitos. Esse tipo de modelamento geralmente é utilizado considerando um sub-volume de um domínio completo visando à redução no tempo das simulações e à obtenção de propriedades efetivas de materiais compósitos com microestruturas complexas. O sub-domínio é utilizado para considerar as características dos constituinte heterogêneos de uma micro-escala. O Volume Elementar Representativo (VER) realiza a conexão entre as escalas (DUTRA *et al.*, 2020).

Pode-se definir um VER como sendo o menor volume de um material heterogêneo que deve ser suficientemente grande para representar estatisticamente o compósito, ou seja, para efetivamente incluir uma amostra de todas as heterogeneidades microestruturais de interesse que ocorrem no compósito (DRUGAN; WILLIS, 1996; KANIT *et al.*, 2003). Assume-se que ao menos um VER pode ser escolhido no domínio e essa escolha determinará a diferença entre as várias teorias de homogeneização possíveis (SUQUET, 1987). Na teoria de homogeneização de um meio periódico, o VER pode ser modelado como uma célula unitária periódica microscópica, a qual gera, por periodicidade, a estrutura macroscópica do compósito.

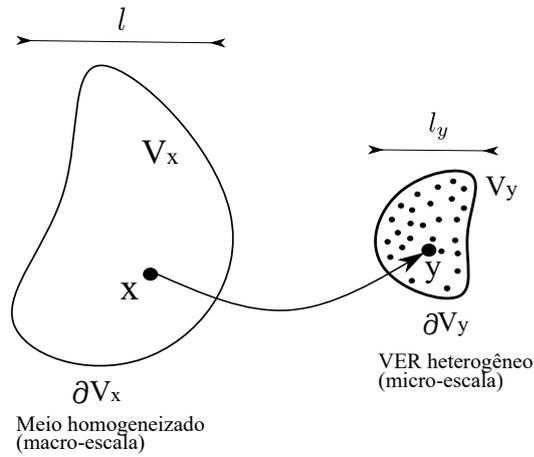
### 2.4.2 Homogeneização de um meio periódico

O problema apresentado envolve duas escalas, a macro-escala na qual o tamanho das heterogeneidades de interesse é muito pequeno ou imperceptível e a micro-escala que possui um comprimento característico pequeno o suficiente para considerar essas heterogeneidades. Logo, destaca-se que existem duas famílias de variáveis no problema proposto, onde a primeira se refere as variáveis macroscópicas (representada na coordenada  $x$ ) que se encontram no corpo homogêneo, as quais deseja-se encontrar as propriedades materiais e a segunda que se refere as variáveis microscópicas (representada na coordenada  $y$ ) que fazem parte do VER idealizado.

Assim, considera-se um corpo periódico  $B_x$  de uma região macroscópica, definida por um comprimento característico  $l$  e pela união do domínio  $V_x$  com a fronteira  $\partial V_x$ . Para cada ponto do domínio macroscópico  $x \in V_x$  é associado um sub-domínio de comprimento característico  $l_y \ll l$ , de domínio  $V_y$  e de fronteira  $\partial V_y$ . Como discutido, atribui-se a esse sub-domínio o nome de VER que possui pontos de coordenada  $y \in V_y \cup \partial V_y$ . A Figura 9 mostra a separação da macro-escala e micro-escala.

Sob condições de um campo de deformação macroscopicamente homogêneo imposto no VER, os tensores médios macroscópicos de tensão e deformação podem ser escritos como as médias volumétricas das quantidades microscópicas correspondentes (SUQUET, 1987; ABOUDI,

Figura 9 – Separação das escalas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

1991):

$$\bar{T}_{ij} = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} T_{ij}^\mu dV_y = \langle T_{ij}^\mu \rangle, \quad (20)$$

$$\bar{S}_{kl} = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} S_{kl}^\mu dV_y = \langle S_{kl}^\mu \rangle, \quad (21)$$

onde  $\bar{T}_{ij}$  e  $\bar{S}_{kl}$  são os tensores médios de tensão e deformação na macro-escala,  $T_{ij}^\mu$  e  $S_{kl}^\mu$  são os tensores de tensão e deformação na micro-escala,  $V_y$  é o volume do VER e  $\langle \cdot \rangle$  é o operador de média volumétrica. Pahr (2003) utilizou o teorema da divergência para detalhar as provas das Equações (20) e (21) e mostra o equilíbrio energético entre as escalas.

O procedimento que relaciona  $\bar{T}_{ij}$  e  $\bar{S}_{kl}$ , através das Equações (20) e (21) somado a lei constitutiva microscópica, é chamado de homogeneização. O procedimento inverso, chamado localização, equivale a um problema de micromecânica que permite determinar quantidades microscópicas, por exemplo  $T_{ij}^\mu$  e  $S_{kl}^\mu$ , a partir das variáveis macroscópicas. Além disso, pode-se ampliar esses conceitos para os vetores de campo elétrico e deslocamento elétrico,

$$\bar{D}_i = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} D_i^\mu dV = \langle D_i^\mu \rangle, \quad (22)$$

$$\bar{E}_k = \frac{1}{V_y} \int_{V_y} E_k^\mu dV = \langle E_k^\mu \rangle. \quad (23)$$

Destaca-se que ao empregar o MEF, as médias dos campos de tensão, deformação, campo elétrico e deslocamento elétrico no VER (Equações (20)-(23)) podem ser calculadas em função

dos elementos que discretizam o volume em questão. Desse modo, reescreve-se essas equações como

$$\bar{T}_{ij} = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} T_{ij}^{(n)} V^{(n)}, \quad (24)$$

$$\bar{S}_{kl} = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} S_{kl}^{(n)} V^{(n)}, \quad (25)$$

$$\bar{D}_i = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} D_i^{(n)} V^{(n)}, \quad (26)$$

$$\bar{E}_k = \frac{1}{V_y} \sum_{e=1}^{nel} \sum_{n=1}^{np} E_k^{(n)} V^{(n)}, \quad (27)$$

onde  $nel$  é o número de elementos contidos no VER,  $np$  é o número de pontos de Gauss do elemento,  $V^{(n)}$  é o volume relacionado ao  $n$ -ésimo ponto de Gauss,  $T_{ij}^{(n)}$ ,  $S_{kl}^{(n)}$ ,  $D_i^{(n)}$  e  $E_k^{(n)}$  são os respectivos campos microscópicos dos pontos.

### 2.4.3 Condições de contorno periódicas

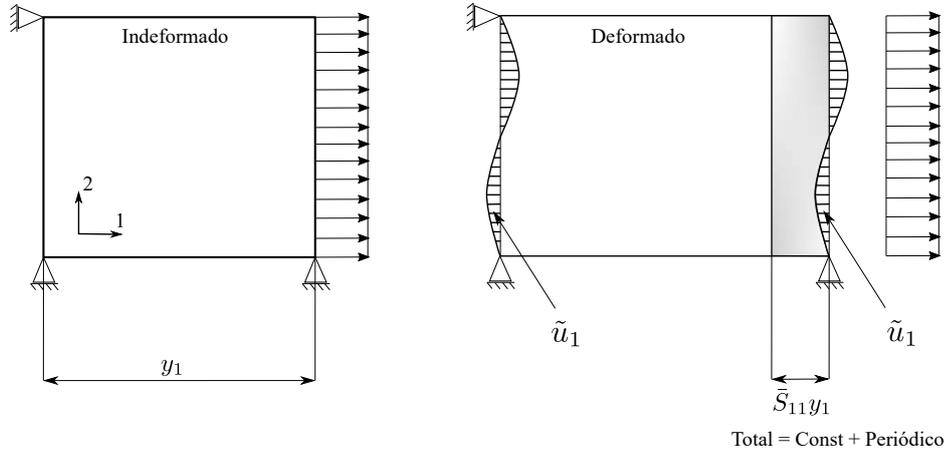
Os materiais compósitos piezelétricos podem ser tratados como um meio periódico, formado por um conjunto de VER's. Desse modo, condições de contorno periódicas devem ser aplicadas ao domínio para solucionar o problema microscópico. Suquet (1987, p. 203) afirmou que "As condições de contorno precisam reproduzir, o mais próximo possível, a situação real do VER dentro do material". Isso implica que cada VER do compósito deve exibir o mesmo modo de deformação e não deve existir separação ou sobreposição de VER's vizinhos (XIA; ZHANG; ELLYIN, 2003). Para aplicar as condições de contorno no VER, considera-se a expansão do campo de deslocamento microscópico

$$u_i = \bar{S}_{ij} y_j + \tilde{u}_i, \quad (28)$$

onde  $u_i$  é o deslocamento total na micro-escala,  $\tilde{u}_i$  é a parcela periódica do deslocamento (deslocamento flutuante) e  $\bar{S}_{ij} y_j$  é a parcela linear do deslocamento (Figura 10). Escrevendo os deslocamentos de um par de pontos de superfícies opostas do VER genérico mostrado na Figura 11, tem-se

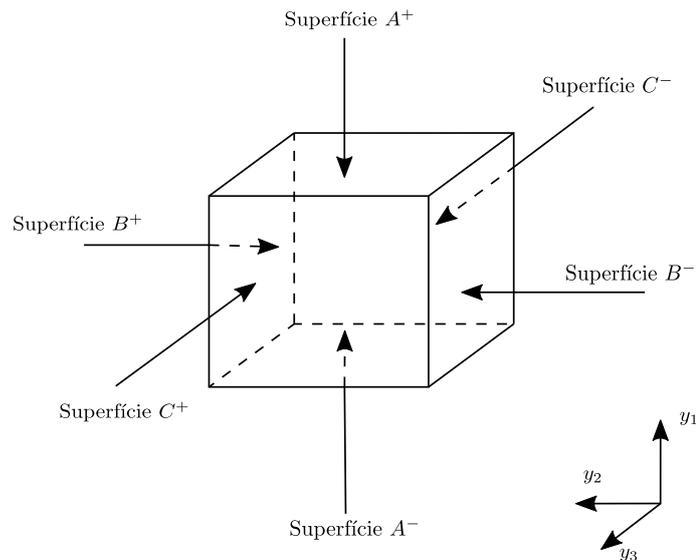
$$u_i^{W^+} = \bar{S}_{ij} y_j^{W^+} + \tilde{u}_i^{W^+}, \quad (29)$$

Figura 10 – Desenho esquemático do comportamento do deslocamento do VER de um meio periódico.



Fonte: Adaptada de Pahr (2003).

Figura 11 – VER genérico com as superfícies de contorno especificadas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

$$u_i^{W^-} = \bar{S}_{ij} y_j^{W^-} + \tilde{u}_i^{W^-}, \quad (30)$$

onde  $W^+$  está relacionado às superfícies  $A^+$ ,  $B^+$  ou  $C^+$  e  $W^-$  às superfícies  $A^-$ ,  $B^-$  ou  $C^-$ .

Nota-se que a principal consideração de condições de contorno para a classe de materiais com microestrutura periódica é que o deslocamento flutuante é periódico na superfície do VER, ou seja,

$$\tilde{u}_i^{W^+} = \tilde{u}_i^{W^-}. \quad (31)$$

A Equação (31) garante a compatibilidade dos deslocamentos entre as células unitárias do meio periódico (DE SOUZA NETO; FEIJÓO, 2006). Assim, isolando os deslocamentos flutuantes nas Equações (29) e (30) e substituindo na Equação (31), tem-se

$$u_i^{W^+} - u_i^{W^-} = \bar{S}_{ij}(y_j^{W^+} - y_j^{W^-}). \quad (32)$$

Analogamente, aplicando a condição de contorno periódica para o potencial elétrico (BERGER *et al.*, 2005), tem-se

$$\phi_i^{W^+} - \phi_i^{W^-} = -\bar{E}_i(y_j^{W^+} - y_j^{W^-}). \quad (33)$$

#### 2.4.4 Relações constitutivas consideradas para os MFC's

Segundo Hashin (1983), em uma abordagem simplificada, os compósitos são Estatisticamente Homogêneos (EH) quando todas as características geométricas globais, como a fração volumétrica, correlação entre dois pontos, etc., são as mesmas para qualquer Volume Elementar Representativo (VER), independentemente da sua posição. Os coeficientes efetivos homogeneizados dos materiais compósitos definem a relação entre as médias das variáveis de campo como tensão  $\bar{T}_{ij}$ , deformação  $\bar{S}_{ij}$ , campo elétrico  $\bar{E}_i$  e deslocamento elétrico  $\bar{D}_i$ , quando suas variações espaciais são estatisticamente homogêneas. Pode-se afirmar que quando um campo é estatisticamente homogêneo seus momentos estatísticos como média e variância, por exemplo, são os mesmo para qualquer VER do corpo heterogêneo. Desse modo, nota-se que a homogeneidade estatística implica que as variáveis médias do corpo e as variáveis médias do VER são iguais (HASHIN, 1983).

Diante disso, considerando o conceito de coeficiente efetivo supracitado, a relação constitutiva dos MFC's pode ser escrita, na forma compacta,

$$\begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{T}} \\ \bar{\mathbf{D}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E \mathbf{c}^{eff} & -\mathbf{e}^{eff} \\ (\mathbf{e}^{eff})^\top & S \mathbf{e}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\mathbf{S}} \\ \bar{\mathbf{E}} \end{Bmatrix}, \quad (34)$$

onde o sobrescrito à direita “*eff*” simboliza que são coeficientes efetivos. Note que agora os tensores de deformação e tensão, assim como, os vetores de deslocamento e campo elétricos representam valores médios das grandezas (homogeneizados).

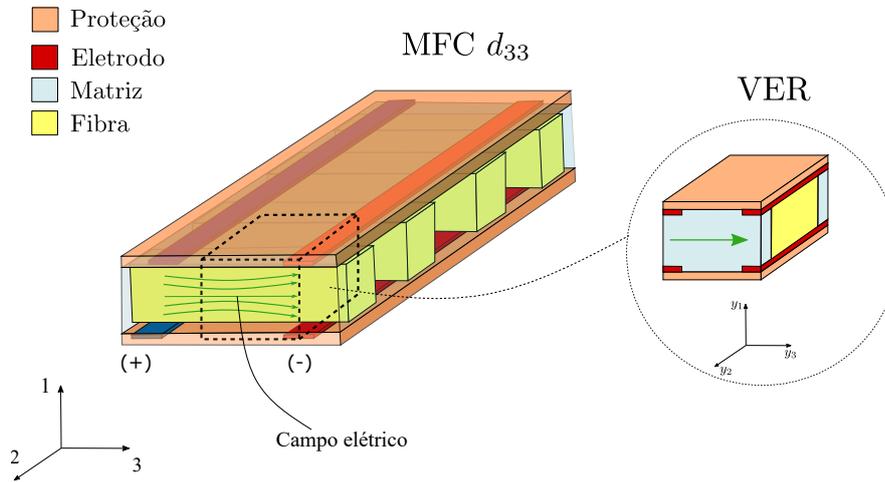
Devido às características do VER, bem como, dos seus constituintes, considerou-se neste estudo que o material compósito piezelétrico homogeneizado possui simetria ortotrópica. Diante disso, a Equação (34) pode ser escrita na sua forma expandida, considerando as devidas simetrias

do material, como

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{S}_{11} \\ \bar{S}_{22} \\ \bar{S}_{33} \\ \bar{S}_{12} \\ \bar{S}_{23} \\ \bar{S}_{31} \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix}. \quad (35)$$

Vale ressaltar que neste estudo considerou-se o campo elétrico atuando somente na sua direção preferencial, ou seja, na direção 3 do MFC  $d_{33}$  (Figura 12). Logo, as componentes  $\bar{E}_1$  e  $\bar{E}_2$  são consideradas como zero na Equação (35).

Figura 12 – VER com simetria ortotrópica e com campo elétrico atuando somente na direção 3.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

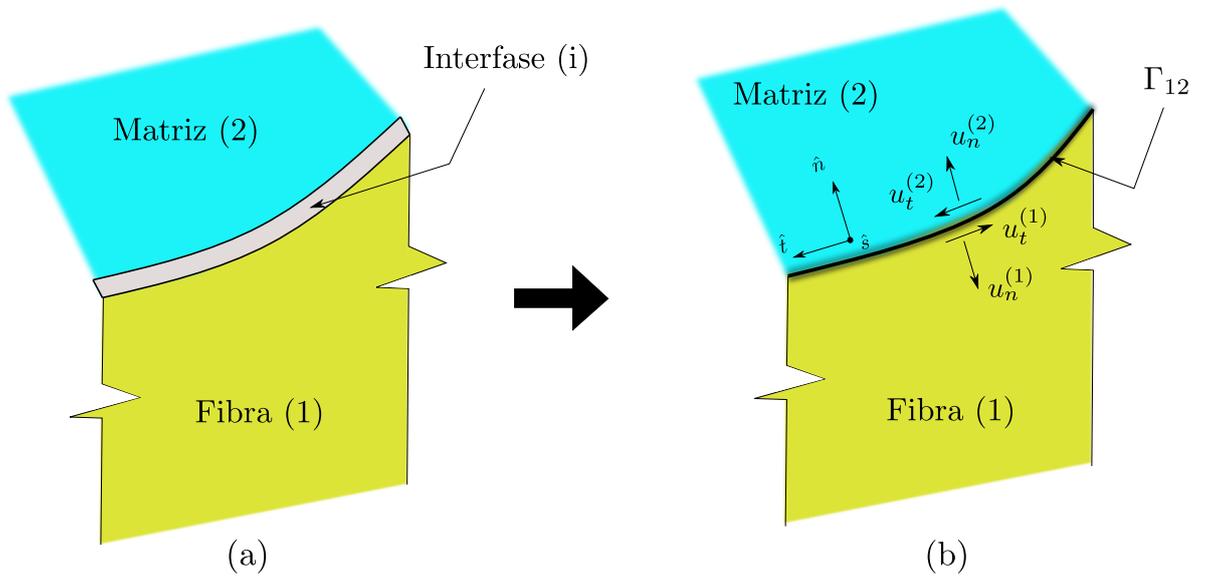
## 2.4.5 Modelo de imperfeição entre os microconstituintes

Uma das possibilidades de modelar uma adesão imperfeita entre a fibra e matriz é adicionar uma terceira fase elástica com uma espessura específica (muito fina) e com suas próprias propriedades materiais (BROUTMAN; AGARWAL, 1974; AGARWAL; BANSAL, 1979; ABOUDI, 1987; GE *et al.*, 2021; RIAÑO *et al.*, 2018), como mostra a Figura 13a.

No modelo de três fases, utilizado para as análises deste estudo, a interfase possui uma espessura representada por  $t^{(i)}$ , um módulo de elasticidade  $\mathbb{E}_i$ , um coeficiente de Poisson  $\nu_i$  e um módulo de cisalhamento  $\mathbb{G}_i$ . A interfase foi considerada isotrópica e muito fina. Além disso, a interfase está presente no modelo somente onde ocorre o contato entre a fibra e a matriz (Seção 4.2).

Diante disso, com o intuito de simular a adesão imperfeita entre os microconstituintes, as propriedades da interfase foram degradadas de acordo com modelos de duas fases conhecidos na

Figura 13 – Representação esquemática do modelo de interfase equivalente ao modelo de interface fibra-matriz.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

literatura. Foram utilizados os chamados *parâmetros de interface* para estimar as propriedades da interfase e, ainda, degrada-las de acordo com certos graus de imperfeição.

#### 2.4.5.1 Parâmetros de interface utilizados

Segundo Hashin (1990), o efeito de uma interfase pode ser interpretado como um salto de deslocamento ao atravessar a interfase do reforço à matriz, enquanto as trações devem permanecer contínuas a partir de considerações de equilíbrio. Os saltos em deslocamento normal e tangencial são proporcionais aos componentes de tração associados. Assim, considerando uma interfase isotrópica, pode-se escrever as componentes de tração como

$$Tr_n^{(1)} = Tr_n^{(2)} = k_n [u_n], \quad (36)$$

$$Tr_t^{(1)} = Tr_t^{(2)} = k_t [u_t], \quad (37)$$

sobre a interface  $\Gamma_{12}$  (Figura 13). As constantes  $k_n$  e  $k_t$  são chamadas de *parâmetros de interface*, em unidade de tensão por comprimento. O operador  $[\cdot]$  indica o salto dos deslocamentos entre fibra e matriz devido à interface, assim, tem-se

$$[u_n] = u_n^{(1)} - u_n^{(2)}, \quad (38)$$

$$[u_t] = u_t^{(1)} - u_t^{(2)}. \quad (39)$$

Os parâmetros de interface ( $k_n$  e  $k_t$ ) reduzem todas as propriedades da interfase 3D para duas propriedades de rigidez da interface. É importante destacar que  $k_n$  se refere ao comportamento do contato na direção normal e o  $k_t$  se refere ao comportamento do contato na direção tangencial. Algumas formulações mostram outro parâmetro para o comportamento do contato na direção tangencial definido como  $k_s$ , porém neste estudo, onde a interfase é modelada como um material isotrópico, os valores para  $k_t$  e  $k_s$  são assumidos como iguais.

Valores infinitos desses parâmetros implicam no desaparecimento dos saltos de deslocamento e, portanto, equivalem a condições de interface com adesão perfeita. Por outro lado, valores dos parâmetros de interface iguais à zero implicam no desaparecimento das trações da interface e, portanto, no descolamento da fibra com matriz, ou seja, adesão totalmente imperfeita. Assim, quaisquer outros valores intermediários dos parâmetros de interface definem uma adesão com certo grau de imperfeição.

Segundo Nairn (2007), para uma interfase linear elástica de espessura  $t^{(i)}$ , com uma análise simples para carga de tração ou cisalhamento, na qual a deformação total do modelo completo concorda com a deformação total do modelo de interface, tem-se que as propriedades mecânicas de uma interfase entre os constituintes podem ser calculadas como

$$\mathbb{E}^{(i)} = \frac{2t^{(i)}k_n\mathbb{E}^{(1)}\mathbb{E}^{(2)}}{t^{(i)}k_n(\mathbb{E}^{(1)} + \mathbb{E}^{(2)}) + 2\mathbb{E}^{(1)}\mathbb{E}^{(2)}}, \quad (40)$$

$$\mathbb{G}^{(i)} = \frac{2t^{(i)}k_t\mathbb{G}^{(1)}\mathbb{G}^{(2)}}{t^{(i)}k_t(\mathbb{G}^{(1)} + \mathbb{G}^{(2)}) + 2\mathbb{G}^{(1)}\mathbb{G}^{(2)}}, \quad (41)$$

onde  $\mathbb{E}^{(i)}$ ,  $\mathbb{E}^{(1)}$  e  $\mathbb{E}^{(2)}$  são os módulos de elasticidade da interfase, da fibra e da matriz e  $\mathbb{G}^{(i)}$ ,  $\mathbb{G}^{(1)}$  e  $\mathbb{G}^{(2)}$  são os módulos de cisalhamento da interfase, da fibra e da matriz. Vale ressaltar que assumiu-se condições de união perfeita entre as interfaces da interfase (i).

### 3 METODOLOGIA

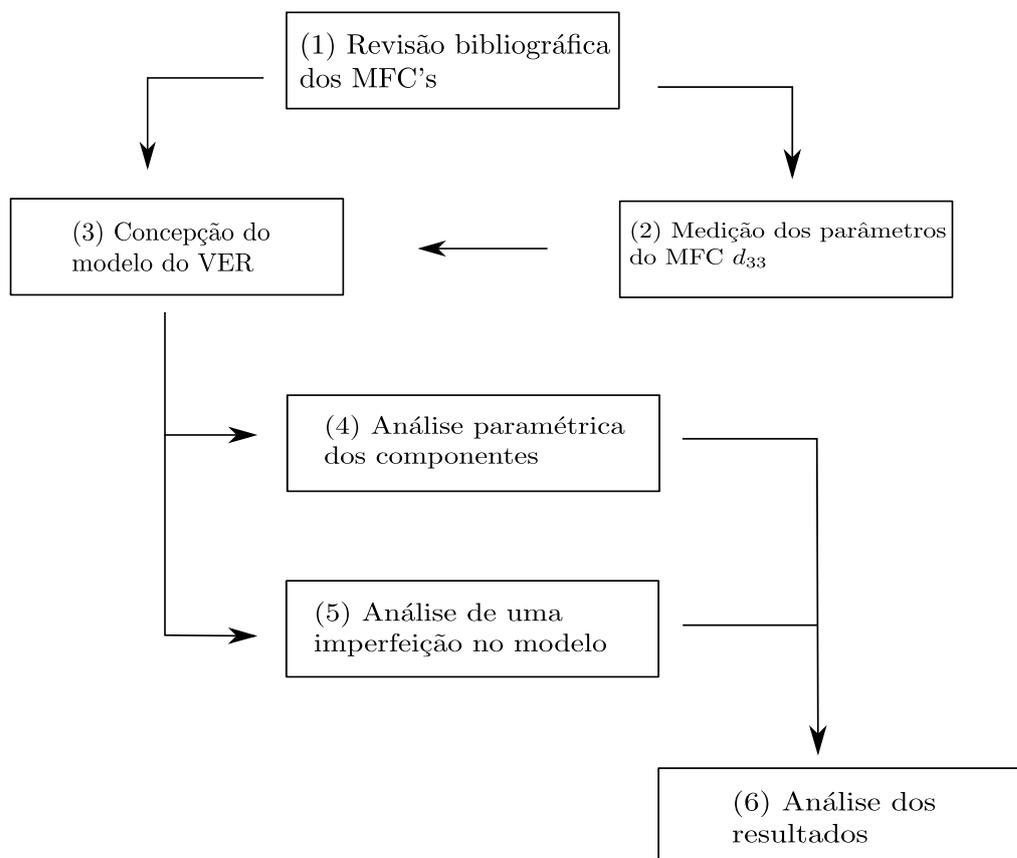
A metodologia científica utilizada neste trabalho é composta por: (1) Revisão bibliográfica; (2) Medição dos parâmetros do MFC  $d_{33}$ ; (3) Concepção do modelo do VER do MFC  $d_{33}$ ; (4) Análise paramétrica dos componentes do VER; (5) Análise de uma imperfeição entre os microconstituintes do modelo e, por fim, (6) Análise dos resultados. Essa metodologia pode ser expressa em termos de um fluxograma de processos, ilustrado pela Figura 14.

O processo teve início na revisão bibliográfica dos MFC's, apresentada na Seção 2, onde foram estudados todos os conceitos teóricos necessários para a aplicação do método, bem como, os trabalhos mais relevantes sobre a caracterização e o modelamento dos MFC's. Em seguida, foram realizadas as medições das dimensões de cada componente do MFC, com auxílio dos instrumentos de microscopia do Laboratório de Metalografia e Microscopia Ótica da UDESC. Foi utilizado um microscópio *LEICA MZ9.5 STEREOZOOM* na base de luz transmitida com porta de câmera. Em posse de todos os parâmetros geométricos medidos, foram realizadas as considerações necessárias para que o design do VER fosse estabelecido e o modelo pudesse ser concebido.

Desse modo, foi realizada a concepção de um modelo computacional do VER de um MFC  $d_{33}$  com quatro componentes. Esses componentes são constituídos dos materiais: *Kapton*, Fibras piezelétrica de Sonox-P502, Epóxi e Cobre (Detalhes na Tabela 6). O design selecionado para o VER é apresentado com maiores detalhes na Seção 4 deste trabalho.

A etapa seguinte foi a análise paramétrica das dimensões dos componentes do MFC, através de uma metodologia computacional detalhadamente apresentada na Sub-seção 3.1. Essa análise buscou compreender os efeitos que as modificações nos parâmetros construtivos do MFC causam nos coeficientes efetivos do seu tensor constitutivos. A análise foi dividida em três partes, a primeira compreendeu a variação da largura dos eletrodos. A segunda focou na variação da espessura dos eletrodos e a terceira concentrou-se na variação da espessura das camadas protetivas. Além disso, foi realizada uma análise considerando uma adesão imperfeita entre esses microconstituintes fibra e matriz para avaliar os coeficientes efetivos do compósito. Para a realização das análises foi utilizado o software comercial *ABAQUS<sup>TM</sup>*. Por fim, em cada análise foi apresentada uma discussão acerca dos resultados obtidos.

Figura 14 – Metodologia científica empregada no trabalho.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

### 3.1 METODOLOGIA COMPUTACIONAL

Nesta seção é apresentada a metodologia utilizada para aplicar as CCP's ao VER. A metodologia impõe as condições de contorno necessárias para o cálculo de cada um dos coeficientes efetivos da matriz constitutiva do MFC  $d_{33}$  homogeneizado e com simetria ortotrópica. Essas condições de contorno foram apresentadas na Sub-seção 2.4.3. A metodologia em questão tem o embasamento teórico em uma série de trabalhos anteriores (BERGER *et al.*, 2005; DE MEDEIROS, 2012; TITA *et al.*, 2015; BRITO-SANTANA *et al.*, 2016; TRINDADE; BENJEDDOU, 2016; KOTHARI *et al.*, 2016; BRITO-SANTANA *et al.*, 2018).

Note que nesta metodologia é apresentado um VER genérico que engloba tanto o transdutor estudado neste trabalho (MFC  $d_{33}$ ) quanto outras possíveis geometrias que respeitem as condições de simetria consideradas. Assim, a metodologia computacional empregada é organizada em sete análises dispostas nas Sub-seções 3.1.1 a 3.1.7.

### 3.1.1 Primeira análise

Considerando a relação constitutiva para um material ortotrópico apresentada na Equação (35), destaca-se que para realizar cada uma das análises é necessário impor corretamente as condições de contorno no VER. A estratégia usada nessa análise consiste em prescrever deslocamentos normais iguais à zero nas faces  $A^+$ ,  $A^-$ ,  $B^+$ ,  $B^-$ ,  $C^-$  e deslocamento diferente de zero para a face  $C^+$ . Além disso, o potencial elétrico deve ser fixado como zero para todas as faces do VER. A Figura 15 ilustra a CCP aplicada no VER. Desse modo, a relação constitutiva do compósito se reduz a

$$\begin{pmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (42)$$

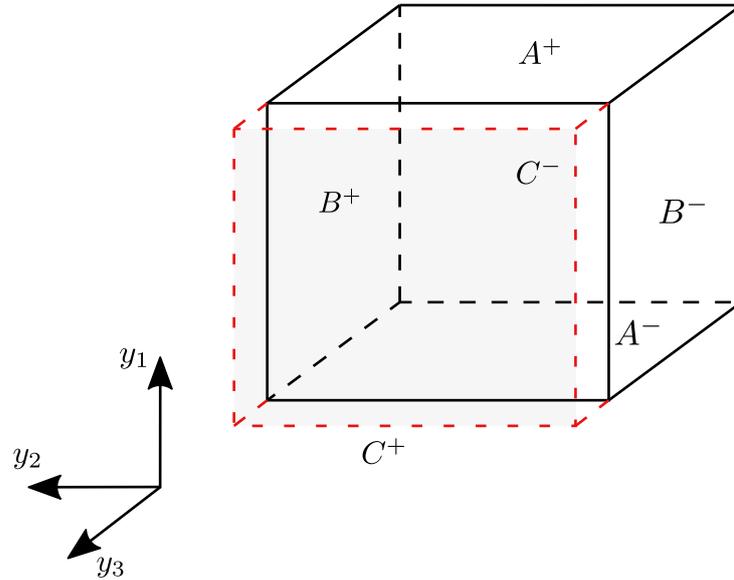
onde a primeira e a terceira linha são utilizadas para obter os coeficientes  $c_{13}^{eff}$  e  $c_{33}^{eff}$ . Assim, realizando a multiplicação e isolando os coeficientes efetivos, tem-se

$$c_{13}^{eff} = \frac{\bar{T}_{11}}{\bar{S}_{33}}, \quad (43)$$

$$c_{33}^{eff} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{33}}. \quad (44)$$

Note que os campos médios são obtidos através das Equações (24)-(27).

Figura 15 – Representação da CCP imposta para a primeira análise.



Fonte: Adaptado de De Medeiros (2012).

### 3.1.2 Segunda análise

Na segunda análise os deslocamentos são prescritos como zero em todas as faces do VER. O potencial elétrico é prescrito como zero na face  $C^-$  e como um valor arbitrário (diferente de zero) na face  $C^+$ . A Figura 16 ilustra a CCP aplicada. Desse modo, a relação constitutiva do composto se reduz a

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{E}_3 \end{Bmatrix}, \quad (45)$$

assim, a partir da primeira, da segunda, da terceira e da sétima linha da Equação (45), obtêm-se os coeficientes efetivos  $e_{13}^{eff}$ ,  $e_{32}^{eff}$ ,  $e_{33}^{eff}$  e  $\varepsilon_{33}^{eff}$ . Portanto, realizando a multiplicação e isolando os coeficientes efetivos, tem-se

$$e_{13}^{eff} = -\frac{\bar{T}_{11}}{\bar{E}_3}, \quad (46)$$

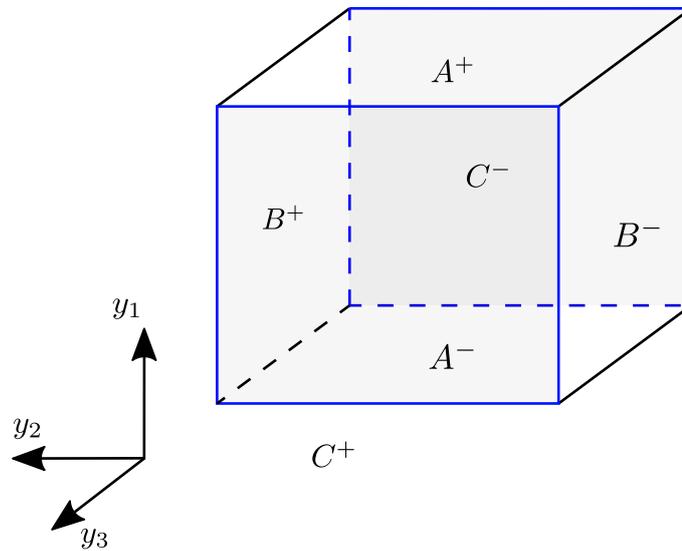
$$e_{32}^{eff} = -\frac{\bar{T}_{22}}{\bar{E}_3}, \quad (47)$$

$$e_{33}^{eff} = -\frac{\bar{T}_{33}}{\bar{E}_3}, \quad (48)$$

$$\epsilon_{33}^{eff} = \frac{\bar{D}_3}{\bar{E}_3}. \quad (49)$$

Note que esta condição de contorno está impondo um campo elétrico na direção da fibra (direção 3).

Figura 16 – Representação da CCP imposta para a segunda análise.



Fonte: Adaptado de De Medeiros (2012).

### 3.1.3 Terceira análise

Na terceira análise os deslocamentos normais as faces  $A^-$ ,  $B^+$ ,  $B^-$ ,  $C^+$ ,  $C^-$  são prescritos como zero e o deslocamento normal a face  $A^+$  é prescrito como diferente de zero. O potencial elétrico é imposto como sendo zero para todas as faces do VER. A Figura 17 ilustra a CCP aplicada. Para essa CCP a relação constitutiva do compósito se reduz a

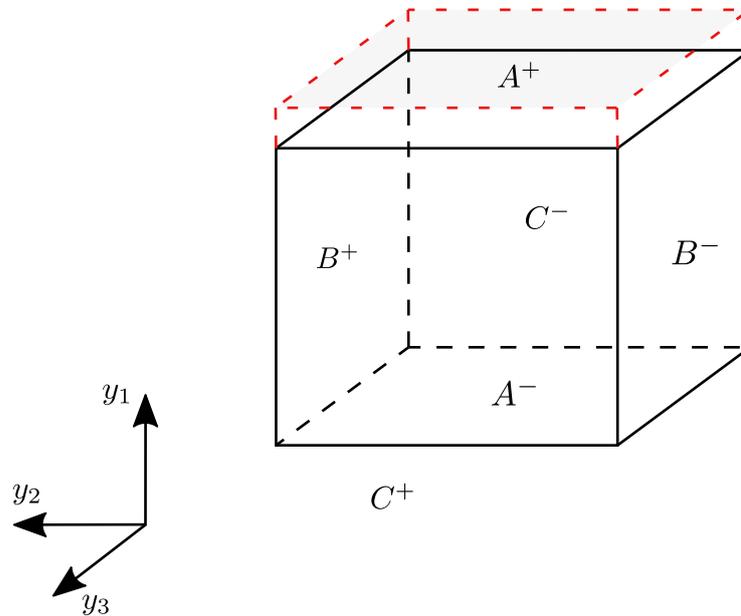
$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{S}_{11} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (50)$$

A partir da primeira e da segunda linha da Equação (50), obtêm-se os coeficientes efetivos  $c_{11}^{eff}$  e  $c_{12}^{eff}$ . Assim, realizando a multiplicação e isolando os coeficientes efetivos, tem-se

$$c_{11}^{eff} = \frac{\bar{T}_{11}}{\bar{S}_{11}}, \quad (51)$$

$$c_{12}^{eff} = \frac{\bar{T}_{22}}{\bar{S}_{11}}. \quad (52)$$

Figura 17 – Representação da CCP imposta para a terceira análise.



Fonte: Adaptado de De Medeiros (2012).

### 3.1.4 Quarta análise

Na quarta análise é necessário garantir o cisalhamento puro no plano  $y_1 y_2$ , para isso, impõem-se uma restrição dos deslocamentos de todos os nós da face  $A^-$  na direção  $y_2$ . Os deslocamentos de todos os nós das faces  $B^-$  e  $B^+$  devem ser restringidos na direção  $y_1$  e em todos os nós da face  $A^+$  são aplicados deslocamentos uniformes na direção  $y_2$ . O potencial elétrico é prescrito igual à zero em todas as faces do VER. Forças de cisalhamento de mesmo módulo e com orientações opostas são aplicadas nas faces  $B^+$  e  $B^-$  na direção  $y_1$  e também nas faces  $A^+$  e  $A^-$  na direção  $y_2$ . Essas condições produzem um estado de cisalhamento puro no

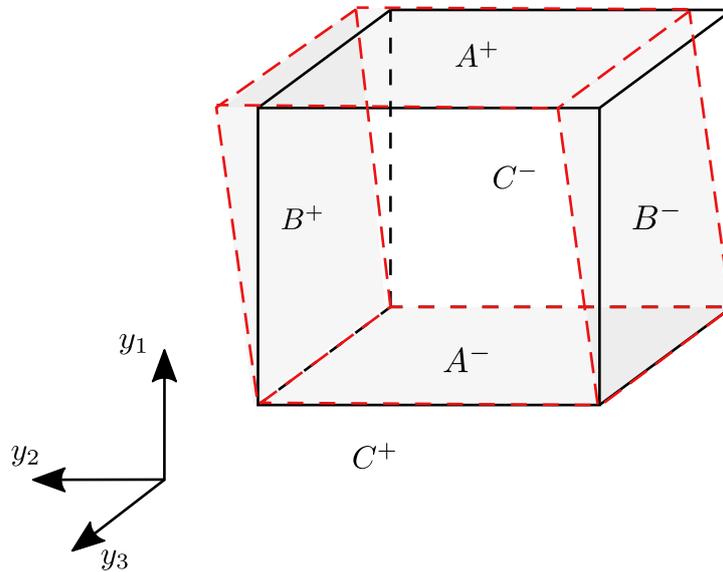
plano  $y_1y_2$ , ou seja, somente a componente  $\bar{S}_{12}$  é diferente de zero. A Figura 18 ilustra a CCP aplicada. Para essa CCP a relação constitutiva do compósito se reduz a

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{12} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (53)$$

Assim, a partir da quarta linha da Equação (53), obtém-se o coeficiente efetivo  $c_{66}^{eff}$ , definido por

$$c_{66}^{eff} = \frac{\bar{T}_{12}}{\bar{S}_{12}}. \quad (54)$$

Figura 18 – Representação da CCP imposta para a quarta análise.



Fonte: Adaptado de De Medeiros (2012).

### 3.1.5 Quinta análise

Na quinta análise, deseja-se impor um cisalhamento puro no plano  $y_2y_3$ , para isso, aplica-se uma restrição de deslocamento em todos os nós da face  $B^-$  na direção  $y_3$ . Os deslocamentos de todos os nós das faces  $C^-$  e  $C^+$  são restringidos na direção  $y_2$  e em todos os nós da face  $B^+$  são

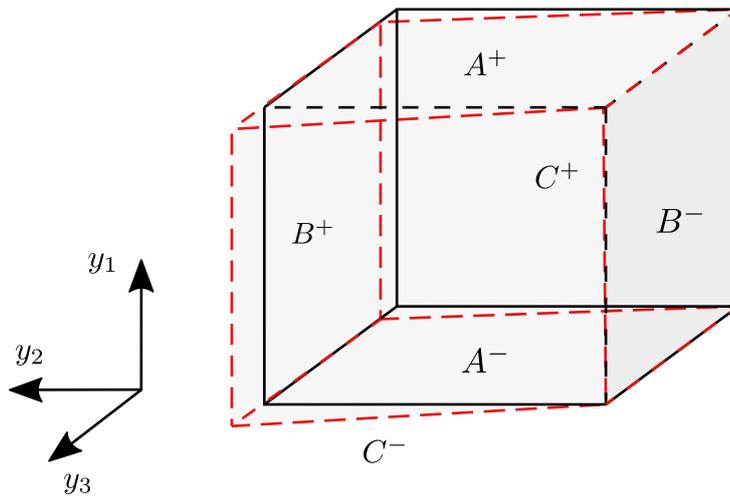
aplicados deslocamentos uniformes na direção  $y_3$ . O potencial elétrico é prescrito igual à zero em todas as faces. Para este caso, forças de cisalhamento de mesmo módulo e com orientações opostas são aplicadas nas faces  $B^-$  e  $B^+$  na direção  $y_3$  e também nas faces  $C^+$  e  $C^-$  na direção  $y_2$ . A Figura 19 ilustra a CCP aplicada. Para essa CCP a relação constitutiva do compósito se reduz a

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{23} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (55)$$

Assim, a partir da quinta linha da Equação (55), obtêm-se o coeficiente efetivo  $c_{44}^{eff}$ . Portanto, realizando a multiplicação e isolando os coeficientes efetivos, tem-se

$$c_{44}^{eff} = \frac{\bar{T}_{23}}{\bar{S}_{23}}. \quad (56)$$

Figura 19 – Representação da CCP imposta para a quinta análise.



Fonte: Adaptado de De Medeiros (2012).

### 3.1.6 Sexta análise

Na sexta análise os deslocamentos normais as faces  $A^-$ ,  $A^+$ ,  $B^-$ ,  $C^+$ ,  $C^-$  são prescritos como zero e o deslocamento normal a face  $B^+$  é prescrito como diferente de zero. O potencial

elétrico é imposto como sendo zero para todas as faces do VER. A Figura 20 ilustra a CCP aplicada. Para essa CCP a relação constitutiva do transdutor se reduz a

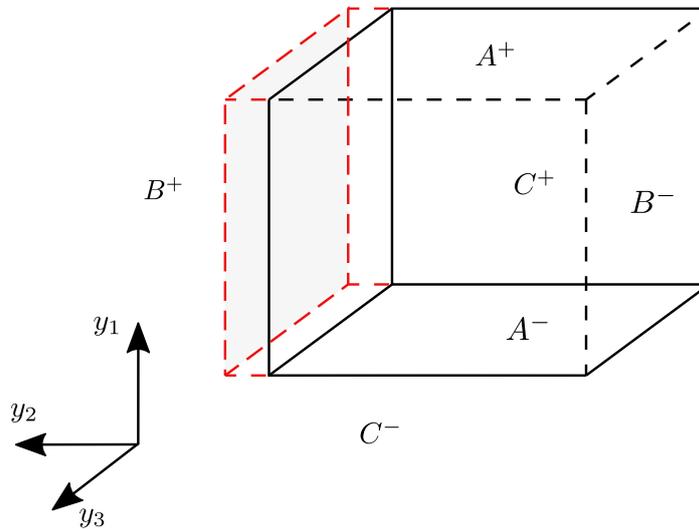
$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \epsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ \bar{S}_{22} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (57)$$

Assim, a partir da segunda e da terceira linha da Equação (57), obtêm-se os coeficientes efetivos  $c_{22}^{eff}$  e  $c_{23}^{eff}$ . Então, realizando a multiplicação e isolando os coeficientes efetivos, tem-se

$$c_{22}^{eff} = \frac{\bar{T}_{22}}{\bar{S}_{22}}, \quad (58)$$

$$c_{23}^{eff} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{22}}. \quad (59)$$

Figura 20 – Representação da CCP imposta para a sexta análise.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

### 3.1.7 Sétima análise

Na sétima análise é necessário garantir o cisalhamento puro no plano  $y_1 y_3$ , para isso, impõem-se uma restrição dos deslocamentos de todos os nós da face  $A^-$  na direção  $y_3$ . Os

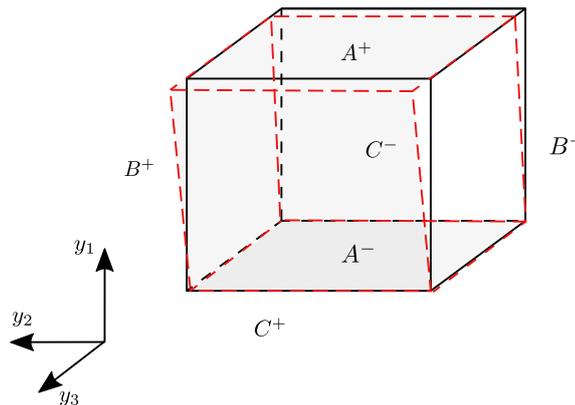
deslocamentos de todos os nós das faces  $C^-$  e  $C^+$  devem ser restringidos na direção  $y_1$  e em todos os nós da face  $A^+$  são aplicados deslocamentos uniformes na direção  $y_3$ . O potencial elétrico é prescrito igual à zero em todas as faces do VER. Por fim, forças de cisalhamento de mesmo módulo e com orientações opostas são aplicadas nas faces  $A^+$  e  $A^-$  na direção  $y_3$  e também nas faces  $C^+$  e  $C^-$  na direção  $y_1$ . Essas condições produzem um estado de cisalhamento puro no plano  $y_1 y_3$ , ou seja, somente a componente  $\bar{S}_{31}$  é diferente de zero. A Figura 21 ilustra a CCP aplicada. Para essa CCP a relação constitutiva do compósito se reduz a

$$\begin{Bmatrix} \bar{T}_{11} \\ \bar{T}_{22} \\ \bar{T}_{33} \\ \bar{T}_{12} \\ \bar{T}_{23} \\ \bar{T}_{31} \\ \bar{D}_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^{eff} & c_{12}^{eff} & c_{13}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{13}^{eff} \\ c_{12}^{eff} & c_{22}^{eff} & c_{23}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{32}^{eff} \\ c_{13}^{eff} & c_{23}^{eff} & c_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & -e_{33}^{eff} \\ 0 & 0 & 0 & c_{66}^{eff} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44}^{eff} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^{eff} & 0 \\ e_{13}^{eff} & e_{32}^{eff} & e_{33}^{eff} & 0 & 0 & 0 & \varepsilon_{33}^{eff} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{S}_{31} \\ 0 \end{Bmatrix}. \quad (60)$$

Assim, a partir da sexta linha da Equação (60), obtém-se o coeficiente efetivo  $c_{55}^{eff}$ . Assim,

$$c_{55}^{eff} = \frac{\bar{T}_{31}}{\bar{S}_{31}}. \quad (61)$$

Figura 21 – Representação da CCP imposta para a sétima análise.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A Tabela 4 apresenta um resumo das sete análises discutidas previamente.

### 3.1.8 Considerações acerca da metodologia computacional

Para uma melhor compreensão das CCP's aplicadas para a homogenização, destaca-se que está sendo imposta uma deformação macroscópica no modelo de maneira indireta, através da

Tabela 4 – Metodologia aplicada para encontrar os coeficientes efetivos dos MFC's (continua).

Linha/Equação	Força Prescrita [N]	Condições de Contorno Deslocamento [m]	Condições de Contorno Potencial Elétrico [V]
1	$c_{13}^{eff} = \frac{\bar{T}_{11}}{\bar{S}_{33}}$	Desloc. normais iguais à zero nas faces $A^+, A^-, B^+, B^-, C^-$ e desloc. prescrito $u_{y_3}$ na face $C^+$	Zero em todas as faces
3	$c_{33}^{eff} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{33}}$		
1	$e_{13}^{eff} = -\frac{\bar{T}_{11}}{\bar{E}_3}$	Deslocamentos normais iguais à zero em todas as faces	Voltagem positiva na face $C^+$ e igual à zero na face $C^-$
2	$e_{32}^{eff} = -\frac{\bar{T}_{22}}{\bar{E}_3}$		
3	$e_{33}^{eff} = -\frac{\bar{T}_{33}}{\bar{E}_3}$		
7	$\epsilon_{33}^{eff} = \frac{\bar{D}_3}{\bar{E}_3}$		
1	$c_{11}^{eff} = \frac{\bar{T}_{11}}{\bar{S}_{11}}$	Deslocamentos normais iguais à zero nas faces $A^-, B^+, B^-, C^+, C^-$ e desloc. prescrito $u_{y_1}$ na face $A^+$	Zero em todas as faces
2	$c_{12}^{eff} = \frac{\bar{T}_{22}}{\bar{S}_{11}}$		
4	$c_{66}^{eff} = \frac{\bar{T}_{12}}{\bar{S}_{12}}$	Desloc. na direção $y_1$ iguais à zero nas faces $B^+$ e $B^-$ . Desloc. na direção $y_2$ iguais à zero na face $A^-$ Desloc. uniformes na direção $y_2$ na face $A^+$ .	Zero em todas as faces

5	$c_{44}^{eff} = \frac{\bar{T}_{23}}{\bar{S}_{23}}$	$+F_{y_2}, -F_{y_2}$ nas faces $C^+$ e $C^-$ e $+F_{y_3}, -F_{y_3}$ nas faces $B^+$ e $B^-$	Desloc. na direção $y_2$ iguais à zero nas faces $C^+$ e $C^-$ Desloc. na direção $y_3$ iguais à zero na face $B^-$ Desloc. uniformes na direção $y_3$ na face $B^+$	Zero em todas as faces
2	$c_{22}^{eff} = \frac{\bar{T}_{22}}{\bar{S}_{22}}$	-	Deslocamento normal igual à zero nas faces $A^-, A^+, B^-, C^+, C^-$	Zero em todas as faces
3	$c_{23}^{eff} = \frac{\bar{T}_{33}}{\bar{S}_{22}}$	-	desloc. prescrito $u_{y_2}$ na face $B^+$	
6	$c_{55}^{eff} = \frac{\bar{T}_{31}}{\bar{S}_{31}}$	$+F_{y_1}, -F_{y_1}$ nas faces $C^+$ e $C^-$ e $+F_{y_3}, -F_{y_3}$ nas faces $A^+$ e $A^-$	Desloc. na direção $y_1$ iguais à zero nas faces $C^+$ e $C^-$ Desloc. na direção $y_3$ iguais à zero na face $A^-$ Desloc. uniformes na direção $y_3$ na face $A^+$	Zero em todas as faces

Fonte: Adaptado de De Medeiros (2012).

aplicação da diferença de deslocamentos microscópicos em um par de pontos de faces opostas do VER, como discutido na Sub-seção 2.4.3. Essa deformação macroscópica prescrita provoca um campo de deformações na escala microscópica. O campo de deformação microscópico consegue capturar os efeitos das heterogeneidades microscópicas (fibra, matriz, eletrodo, proteção e imperfeição). Assim, através de uma análise pelo MEF é possível obter o campo de deformações para todos os pontos da escala microscópica. Portanto, para obter os campos macroscópicos médios basta aplicar os operadores de homogeneização, que neste trabalho trata-se da média volumétrica dos pontos microscópicos do VER (Equações (24)-(27)). Por fim, em posse dos campos macroscópicos basta utilizar a relação constitutiva para encontrar os coeficientes efetivos. Nota-se que toda a discussão realizada para as propriedades mecânicas pode ser expandida analogamente para as propriedades elétricas.

Vale lembrar que a metodologia aplicada facilita a implementação e economiza tempo computacional, pois ao invés de impor as condições de contorno ponto a ponto ela utiliza as faces do VER (DE MEDEIROS, 2012). Deve-se atentar para casos onde a simetria do VER é

anisotrópica ou monoclínica, pois a metodologia apresenta limitações para esses casos.

Outro destaque acerca das considerações da metodologia aplicada é a hipótese de periodicidade nos três eixos coordenados. Vários trabalhos seguem esta linha e aplicam as condições de contorno em todas as direções do transdutor (DERAEMAERKER *et al.*, 2007; PRASATH; AROCKIARAJAN, 2013; TRINDADE; BENJEDDOU, 2011; TRINDADE; BENJEDDOU, 2012).

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O VER construído para realizar as simulações foi esquematizado de acordo com as imagens observadas no microscópico e baseado em estudos da literatura. O transdutor utilizado, trata-se de um MFC  $d_{33}$ , comercialmente conhecido como M-2814-P1, fabricado pela *Smart Material* licenciada pela NASA. A Tabela 5 apresenta os valores medidos das dimensões de cada componente do transdutor. A Figura 22 apresenta uma ilustração esquemática com as indicações dos parâmetros coletados do MFC. Já a Figura 23 mostra a foto do transdutor com os respectivos cortes realizados para as análises microscópicas.

Tabela 5 – Dimensões geométricas do MFC medidas no microscópio.

Dimensões		
Fibra	$C_f = 28,25 \pm 0,01 [mm]$ $L_f = 365,76 \pm 0,02$	$A_f = 196,04 \pm 0,02 [\mu m]$ $W_f = 41,07 \pm 0,02 [\mu m]$
Eletrodo	$C_e = 14,30 \pm 0,01 [mm]$ $W_e^{med} = 96,35 \pm 0,02$	$A_e = 21,35 \pm 0,02 [\mu m]$ $W_m = 390,00 \pm 0,02 [\mu m]$
Matriz	$C_m = 28,25 \pm 0,01 [mm]$ $L_m^{med} = 41,07 \pm 0,02$	$A_m = 196,04 \pm 0,02 [\mu m]$
Proteção	$C_p = 37,55 \pm 0,01 [mm]$ $L_p = 20,00 \pm 0,1 [mm]$	$A_p = 35,48 \pm 0,02 [\mu m]$
Total	$C_{tot} = 37,55 \pm 0,01 [mm]$ $L_{tot} = 20,00 \pm 0,1 [mm]$	$A_{tot} = 309,70^* \pm 0,02 [\mu m]$
Nº de eletrodos: 57		
Nº de fibras: 35		

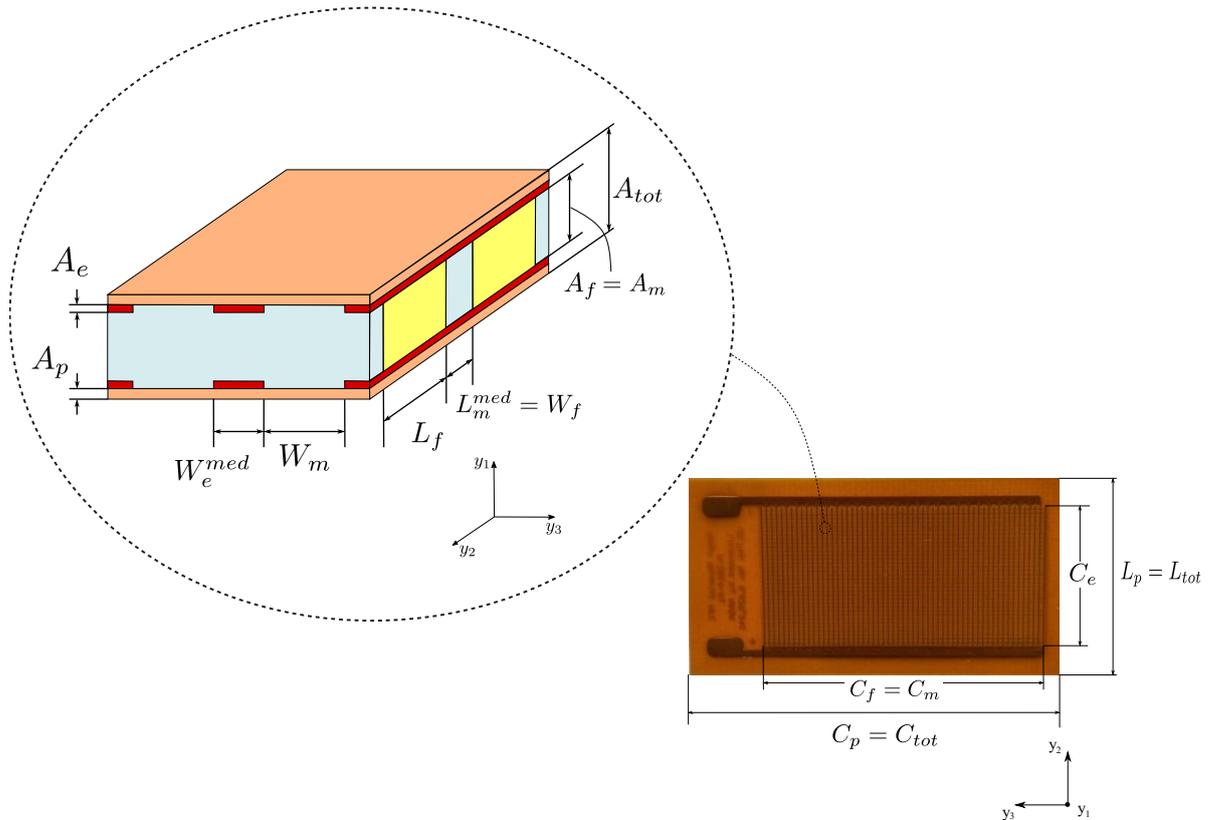
\*Altura total baseada nas demais dimensões e considerada constante no modelo

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

A Figura 24 ilustra a vista do plano  $y_1y_3$  do transdutor evidenciando os seus microconstituintes. Através da imagem é possível visualizar a seção longitudinal da fibra, a matriz, o eletrodo e a camada de *kapton*. Por outro lado, a Figura 25 mostra a seção transversal da fibra e o espaçamento entre duas fibras consecutivas (corte AA). Por fim, a Figura 26 apresenta a vista superior do sensor, ou seja, do plano  $y_2y_3$ .

Desse modo, em posse dos dados da Tabela 5, foram definidos os parâmetros utilizados no modelo (Figura 27). A ilustração apresenta o VER proposto para as análises, onde  $P$  indica a direção de polarização e  $\vec{E}$  a direção do campo elétrico gerado pela diferença de potencial aplicada entre eletrodos. Assim, pode-se escrever as dimensões como:  $A_p = 35,48 \mu m$ ,  $A_e = 21,35 \mu m$ ,  $A_f = 196,04 \mu m$ ,  $L_m = 20,53 \mu m$ ,  $L_f = 365,76 \mu m$ ,  $W_e = 48,18 \mu m$  e  $W_m = 390,0 \mu m$ . Diante disso, destaca-se que a largura do eletrodo  $W_e$  e a largura da matriz  $L_m$  foram assumidas como

Figura 22 – Imagem esquemática das dimensões coletadas nas análises microscópicas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

metade do valor medido na amostra, de maneira que a condição de periodicidade do VER fosse mantida ao longo das direções  $y_2$  e  $y_3$ . Logo, tem-se

$$W_e = \frac{W_e^{med}}{2}, \quad (62)$$

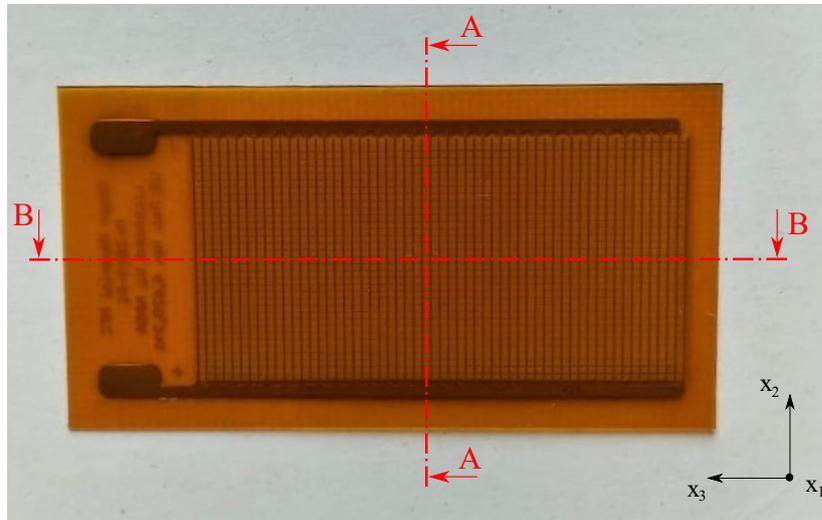
$$L_m = \frac{L_m^{med}}{2}. \quad (63)$$

Vale ressaltar que, por conveniência, a espessura total do VER foi considerada constante neste estudo. Como discutido anteriormente, atribuiu-se o carácter de simetria ortotrópica ao VER, pois considerou-se uma simetria material<sup>1</sup> em relação aos três planos mutuamente perpendiculares. Logo, a Equação (35) define a relação constitutiva para o transdutor homogeneizado.

As propriedades de cada um dos componentes estão especificadas na Tabela 6. Note que a fibra é considerada como transversalmente isotrópica e os demais componentes são tratados como materiais isotrópicos.

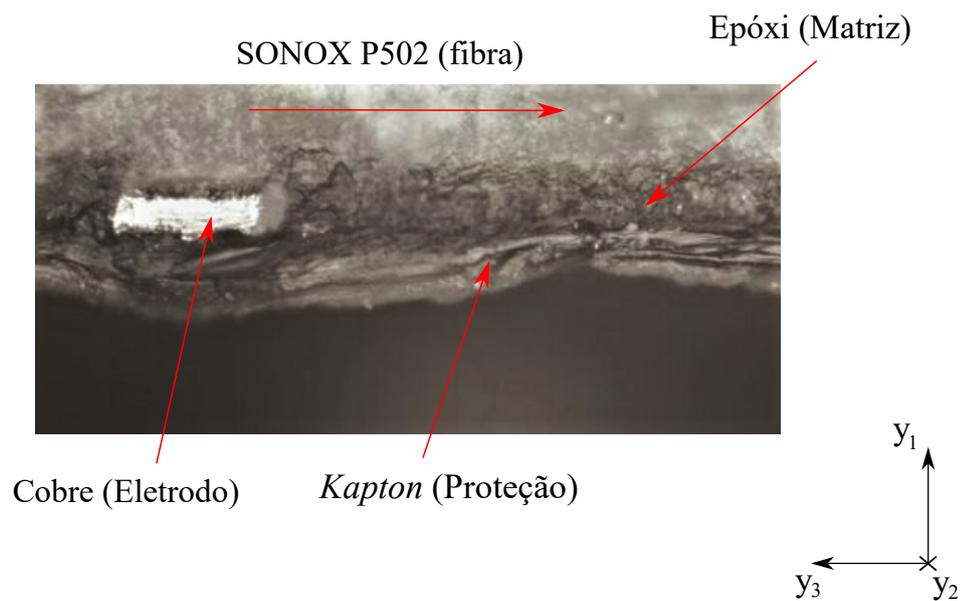
<sup>1</sup> Simetria material implica que o material e sua imagem espelhada sobre o plano de simetria são idênticos.

Figura 23 – Foto do transdutor utilizado para as medições com as indicações dos cortes.



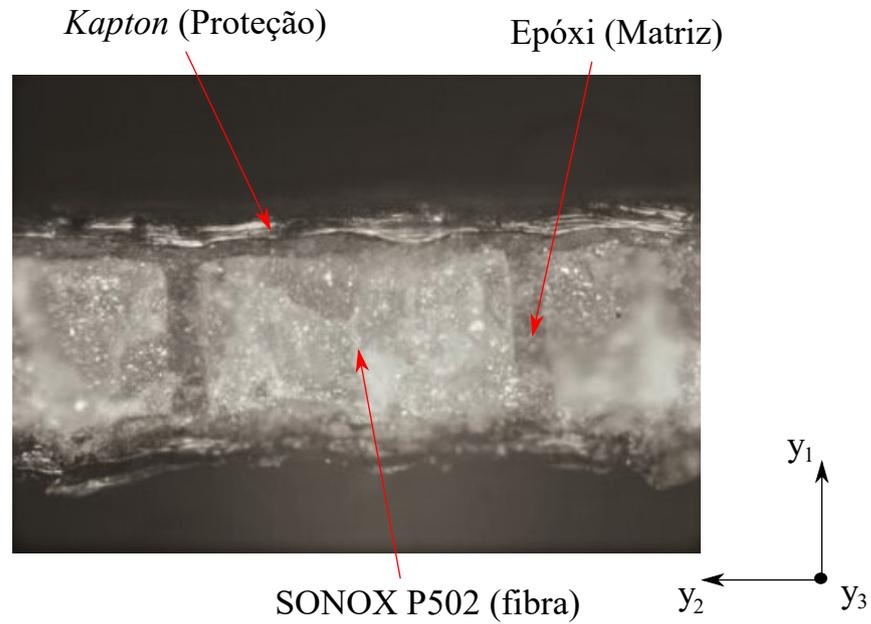
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 24 – Imagem com aumento de 20x da seção transversal do MFC no plano  $y_1y_3$  (Corte BB indicado na Figura 23).



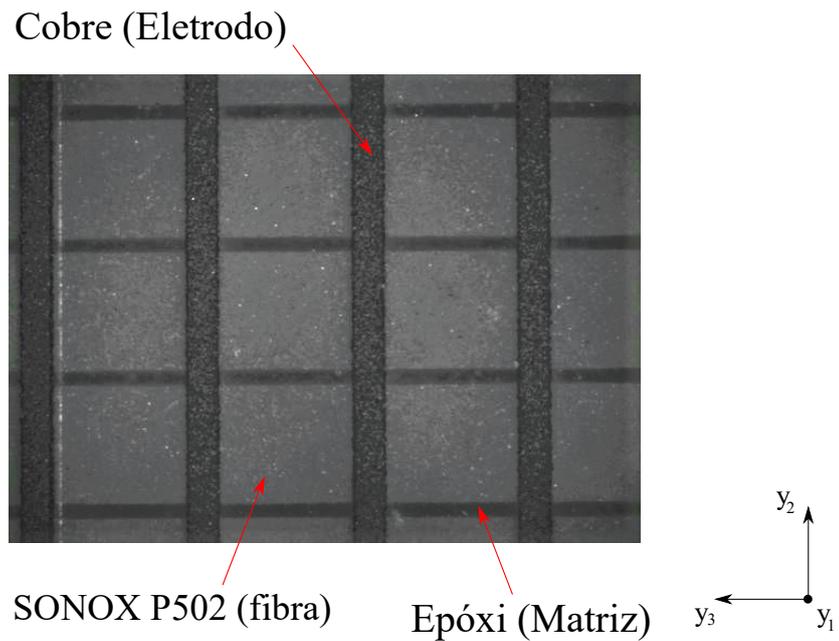
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 25 – Imagem com aumento de 10x da seção transversal do MFC no plano  $y_1y_2$  (Corte AA indicado na Figura 23).

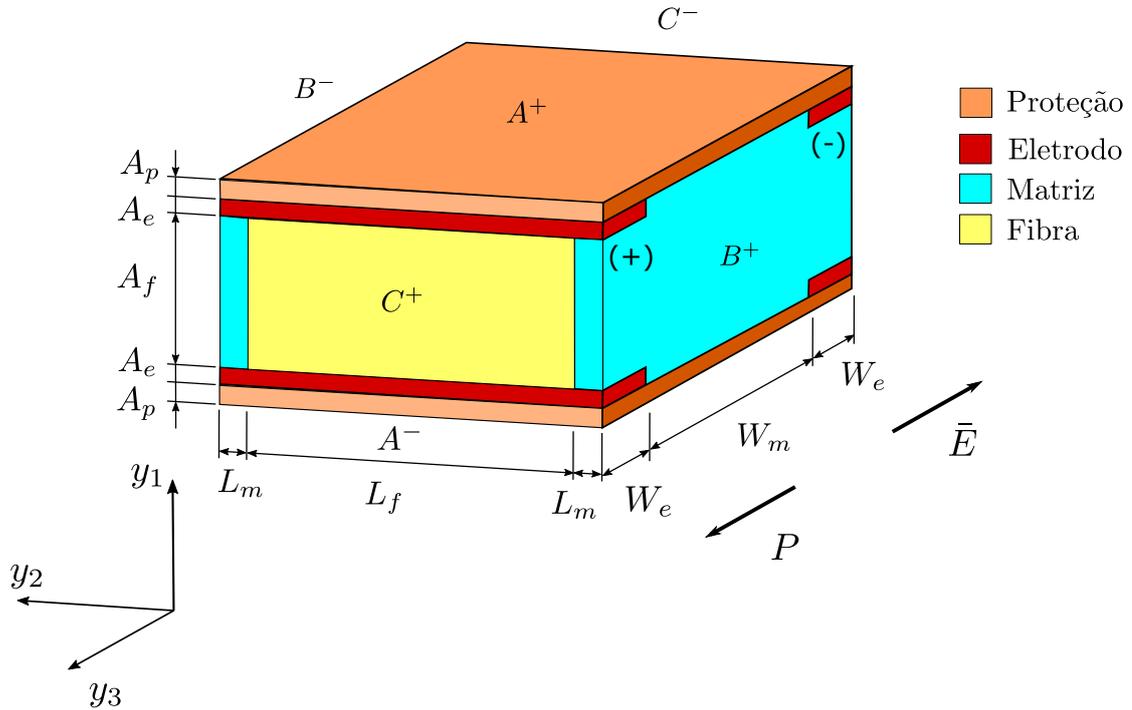


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 26 – Imagem com aumento de 6x da vista superior do MFC (plano  $y_2y_3$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 27 – Volume Elementar Representativo do MFC  $d_{33}$ .

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 6 – Propriedades de cada componente do VER.

Sonox P502 <sup>a</sup>	Cobre <sup>b</sup>
$\mathbb{E}_1 = 54,1 \text{ GPa}$	$\mathbb{E} = 117,2 \text{ GPa}$
$\mathbb{E}_2 = 54,1 \text{ GPa}$	$\nu = 0,35$
$\mathbb{E}_3 = 48,3 \text{ GPa}$	$\epsilon = 0,0443 \text{ nF/m}$
$\mathbb{G}_{12} = 19,14 \text{ GPa}$	
$\mathbb{G}_{13} = 19,48 \text{ GPa}$	<i>Kapton</i> <sup>c</sup>
$\mathbb{G}_{23} = 19,48 \text{ GPa}$	$\mathbb{E} = 3,2 \text{ GPa}$
$\nu_{12} = 0,41$	$\nu = 0,31$
$\nu_{13} = 0,44$	$\epsilon = 0,0345 \text{ nF/m}$
$\nu_{23} = 0,44$	
$d_{15} = 560 \text{ pC/N}$	Epóxi <sup>d</sup>
$d_{13} = -185 \text{ pC/N}$	$\mathbb{E} = 0,1 \text{ GPa}$
$d_{33} = 440 \text{ pC/N}$	$\nu = 0,38$
$\epsilon_{11} = 0,173 \text{ nF/m}$	$\epsilon = 0,0797 \text{ nF/m}$
$\epsilon_{22} = 0,173 \text{ nF/m}$	
$\epsilon_{33} = 0,164 \text{ nF/m}$	

Fonte: a: (DERAEMAERKER; NASSER, 2010), b: (PRASATH; AROCKIARAJAN, 2014)  
 c: (DE MEDEIROS, 2016) e d: (YANG; TANG; LI, 2009).

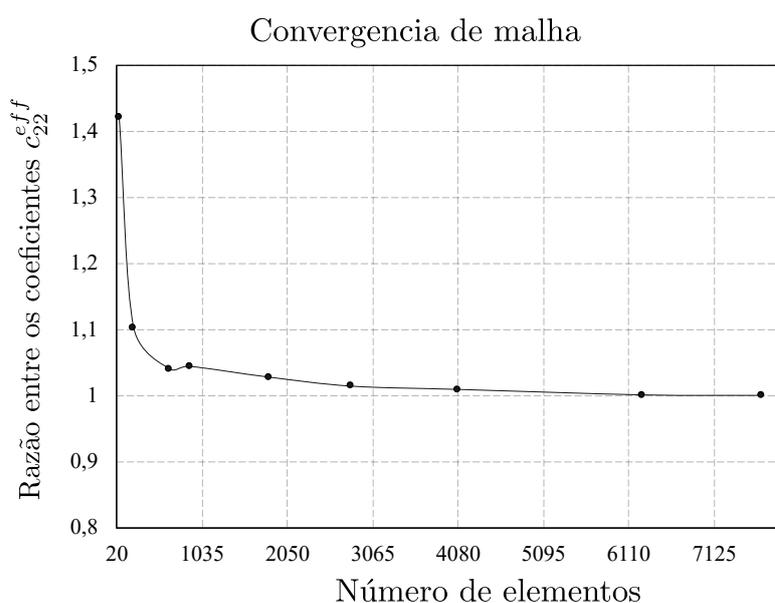
#### 4.1 ANÁLISES PARAMÉTRICAS PELO MEF

Utilizou-se o software de simulação numérica *ABAQUS<sup>TM</sup>* para realizar o cálculo dos tensores médios e, assim, encontrar os coeficientes efetivos da matriz constitutiva do MFC  $d_{33}$  homogenizado. Desse modo, foram elaboradas avaliações da influência da variação dos parâmetros geométricos dos componentes do VER sob esses coeficientes encontrados. As análises e condições de contorno utilizadas para encontrar os coeficientes foram apresentadas com maiores detalhes na Seção 3.1 desse trabalho.

Para todas as análises foram utilizados elementos piezelétricos hexaédricos isoparamétricos tri-quadráticos de 20 nós, chamados de C3D20E no software. O C3D20E é um elemento finito misto que possui 27 pontos de integração ( $3 \times 3 \times 3$ ). Cada nó deste elemento contém 3 graus de liberdade relacionado à translação e 1 relacionado ao potencial elétrico.

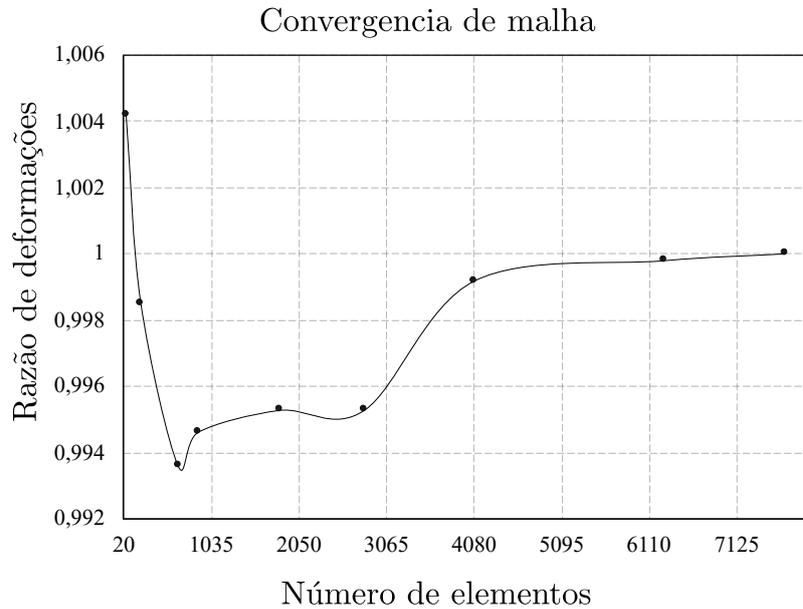
Em cada uma das análises paramétricas foi realizado um estudo de refinamento da malha, de modo a avaliar a convergência numérica dos resultados. Esses refinamentos foram realizados baseados na média volumétrica das deformações do VER e, também, nos coeficientes efetivos. Após a performance do estudo de convergência, pôde-se constatar que as malhas entre 4000 e 5000 elementos apresentaram um bom equilíbrio entre tempo computacional e resultados convergentes. As Figuras 28 e 29 mostram a convergência dos resultados para o coeficiente efetivo  $c_{22}^{eff}$  e para a média volumétrica da deformação, respectivamente. As diferenças relativas entre as malhas escolhidas e as malhas mais refinadas mostraram-se menores que 1% e a razão de aspecto foi mantida menor que 1,57 para qualquer elemento do VER. A Figura 30 ilustra a malha escolhida para as análises.

Figura 28 – Estudo do refino de malha utilizando o coeficiente efetivo  $c_{22}^{eff}$  do MFC  $d_{33}$  homogeneizado.



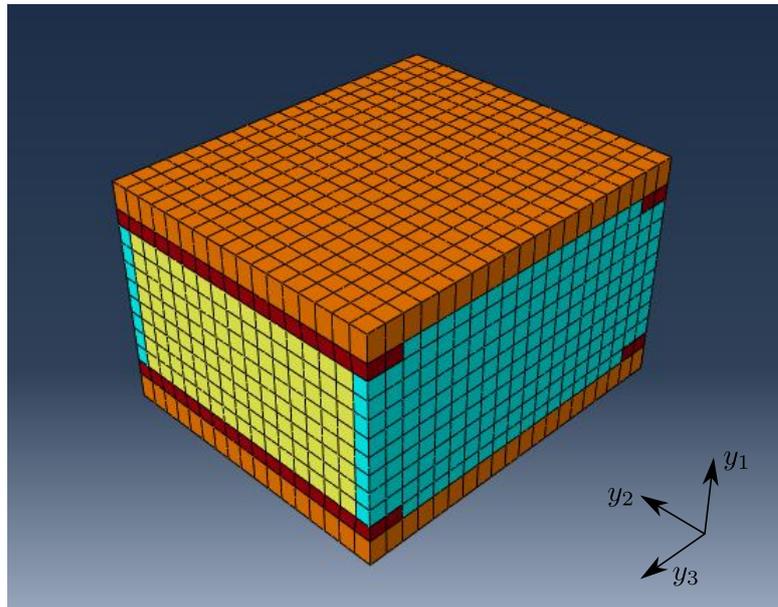
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 29 – Estudo do refino de malha utilizando a média volumétrica da deformação.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 30 – Design da malha escolhida para as análises.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

#### 4.1.1 Primeira análise paramétrica

Na primeira análise paramétrica foram aplicadas variações nas larguras dos eletrodos ( $W_e$ ). Selecionou-se um intervalo de  $\pm 50\%$  de sua medida em laboratório ( $W_e = 48,18 \mu m$ ), ou seja, foram escolhidas 4 larguras segundo a Tabela 7. O volume da célula unitária foi mantido constante para todas as análises, ou seja, o espaçamento entre os eletrodos ( $W_m$ ) foi modificado

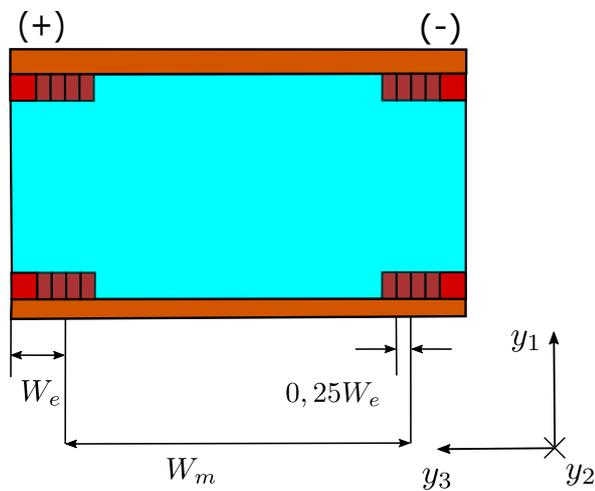
de modo a manter o volume inicial proposto (Figura 31). A Tabela 7 mostra a combinação entre a largura e o espaçamento dos eletrodos a fim de manter o volume total do VER constante.

Tabela 7 – Combinação entre  $W_e$  e  $W_m$  para manter o volume constante.

Larguras dos eletrodos ( $W_e$ )	24,09	36,13	48,18	60,22	72,26	$\mu\text{m}$
Espaçamento dos eletrodos ( $W_m$ )	438,18	414,09	390,00	365,91	341,83	$\mu\text{m}$

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 31 – Primeira variação paramétrica (Largura dos eletrodos).



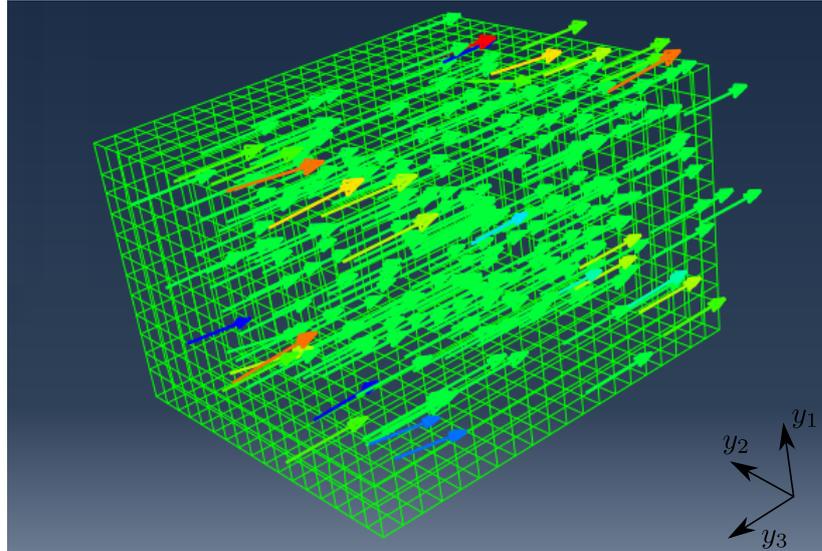
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Note que para encontrar os coeficientes de acoplamento piezoelétrico na direção 3, aplicou-se uma diferença de potencial constante em toda a face  $C^+$  e  $C^-$ , de acordo com a Sub-seção 3.1.2. Este processo gera um campo uniforme na direção 3 (Figura 32). Assim, neste estudo não está sendo considerada a curvatura do campo elétrico gerado no transdutor.

As Figuras 33 e 34 apresentam as alterações nos coeficientes efetivos de rigidez obtidas devido as variações na largura dos eletrodos. Com base nos resultados obtidos foi possível observar um incremento em todos os coeficientes efetivos de rigidez. Isso deve-se ao fato de que o cobre apresenta um módulo de elasticidade mais elevado que os demais componentes do transdutor, assim, fornece um acréscimo de rigidez no MFC homogeneizado. Destaca-se que o coeficiente  $c_{22}^{eff}$  apresentou a maior taxa de crescimento entre todos os coeficientes, pois a maior parte de material adicionado no VER influencia na rigidez da direção  $y_2$ . Os demais coeficientes apresentaram taxas de crescimento similares, onde o coeficiente  $c_{66}^{eff}$  possui a menor deles.

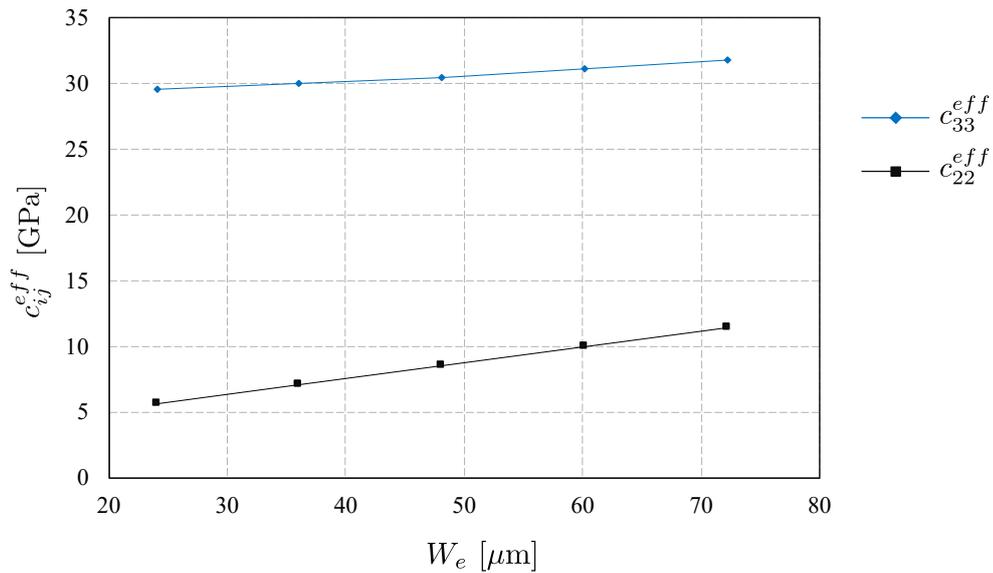
As Figuras 35-38 mostram as variações dos coeficientes efetivos de acoplamento piezoelétricos e do dielétrico ( $e_{33}^{eff}$ ,  $e_{13}^{eff}$ ,  $e_{32}^{eff}$  e  $\epsilon_{33}^{eff}$ ), em função da variação das larguras dos eletrodos ( $W_e$ ). Destaca-se que os coeficientes  $e_{33}^{eff}$  e  $\epsilon_{33}^{eff}$  apresentaram variações menores que 1%. Já

Figura 32 – Campo uniforme gerado pela diferença de potencial.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 33 – Variação dos coeficientes efetivos de rigidez  $c_{33}^{eff}$  e  $c_{22}^{eff}$  devido à alteração nas larguras dos eletrodos ( $W_e$ ).

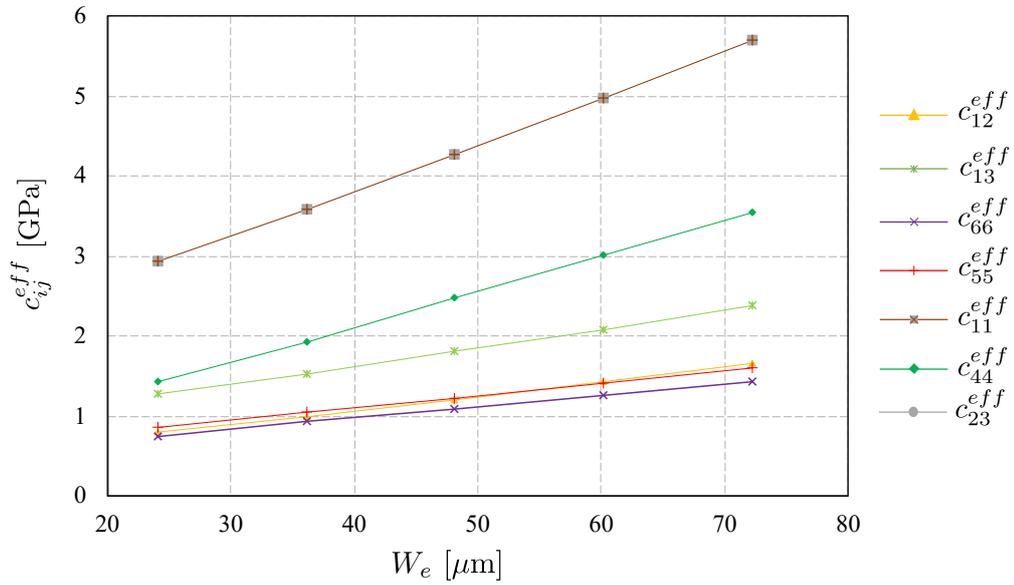


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

para os coeficientes  $e_{13}^{eff}$  e  $e_{32}^{eff}$ , obtiveram-se diferenças relativas acima de 29% do valor inicial dos coeficientes.

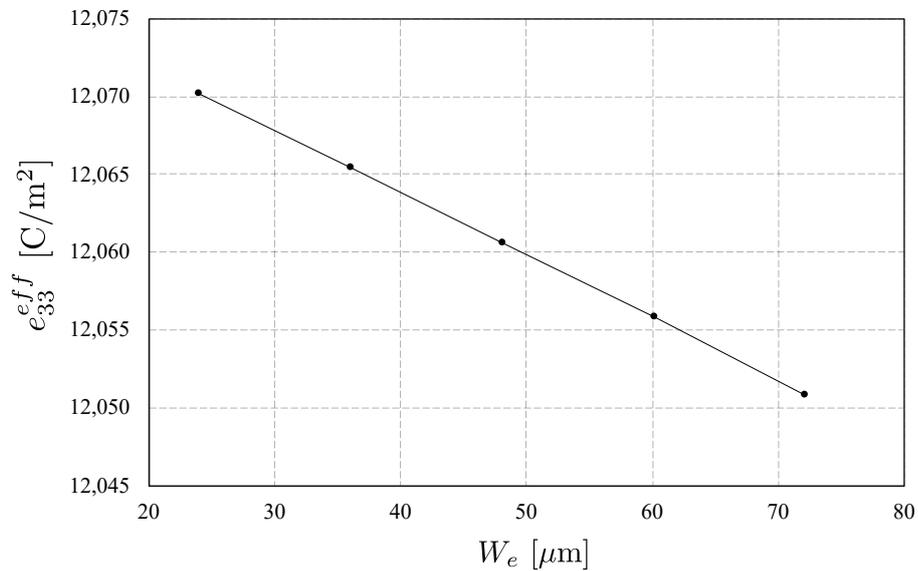
Com o objetivo de evidenciar a influência da largura dos eletrodos no modelo, construiu-se a Tabela 8, a qual expõe as diferenças relativas de cada um dos coeficientes calculados. Para o cálculo das diferenças relativas foram considerados os valores extremos, ou seja, máximo e mínimo valor encontrado em relação ao valor de referência (medido em laboratório). Assim,

Figura 34 – Variação dos demais coeficientes efetivos de rigidez em função da alteração nas larguras dos eletrodos ( $W_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 35 – Variação do coeficiente de acoplamento elétrico  $e_{33}^{eff}$  em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ).



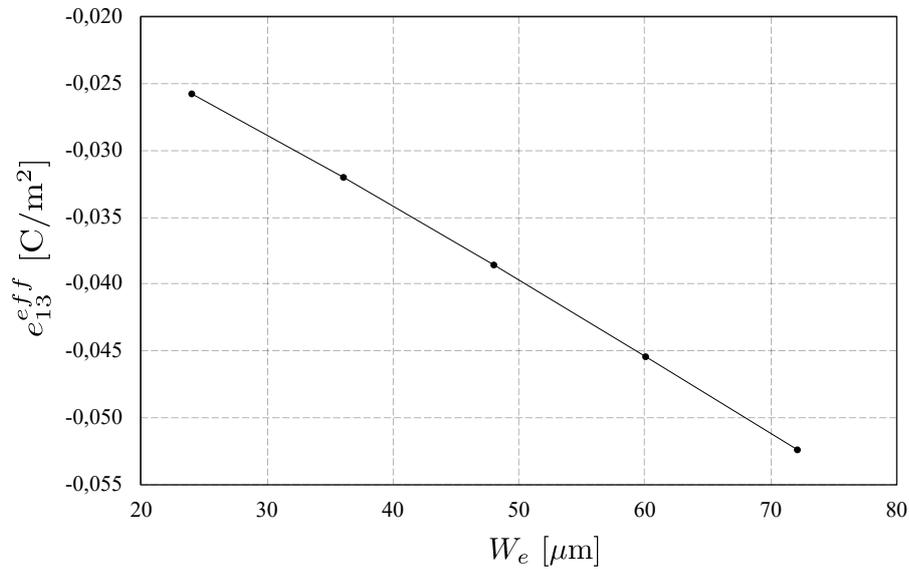
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

tem-se

$$DR_{max}^{\%} = \frac{V_{max} - V_{ref}}{V_{ref}}, \quad (64)$$

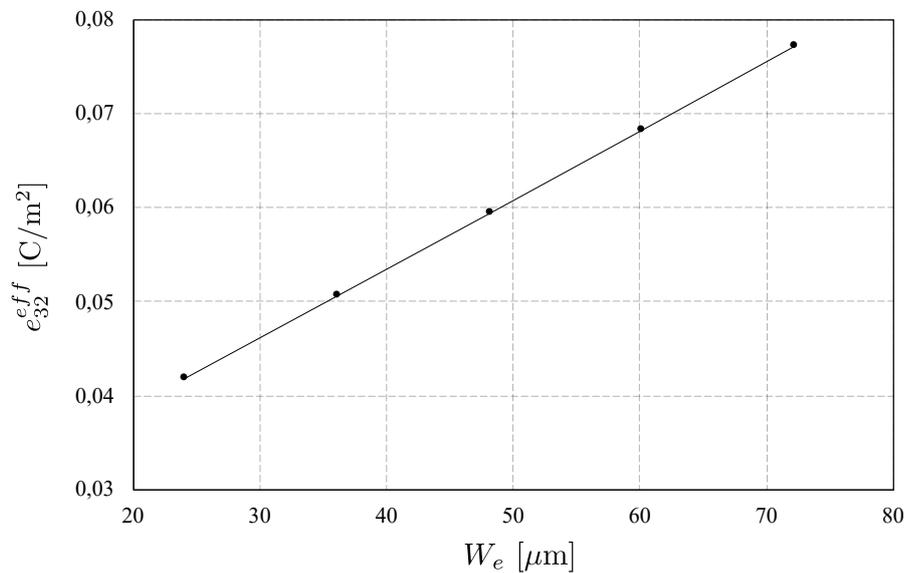
$$DR_{min}^{\%} = \frac{V_{min} - V_{ref}}{V_{ref}}, \quad (65)$$

Figura 36 – Variação do coeficiente de acoplamento elétrico  $e_{13}^{eff}$  em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

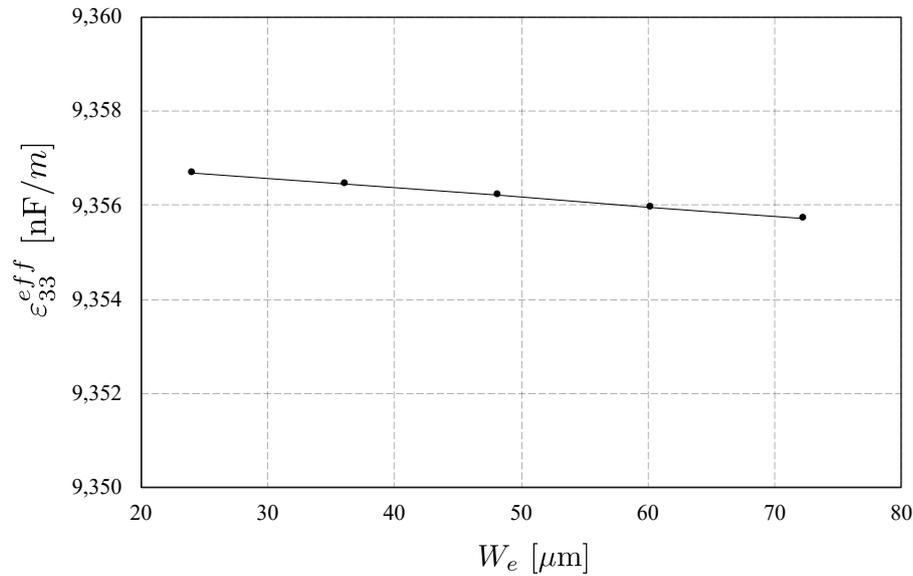
Figura 37 – Variação do coeficiente de acoplamento piezelétrico  $e_{32}^{eff}$  em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

onde  $V_{max}$  representa o maior valor do coeficiente efetivo encontrado,  $V_{min}$  representa o menor valor do coeficiente efetivo encontrado e  $V_{ref}$  representa o valor do coeficiente efetivo encontrado para a dimensão medida em laboratório. De fato, o coeficiente de rigidez que apresentou maior diferença relativa máxima e mínima foi o  $c_{44}^{eff}$ . Em relação aos coeficientes de acoplamento piezelétrico, o  $e_{13}^{eff}$  apresentou as maiores diferenças relativas.

Figura 38 – Variação do coeficiente dielétrico  $\epsilon_{33}^{eff}$  em função da largura dos eletrodos ( $W_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 8 – Diferenças relativas para a primeira análise paramétrica.

Coeficiente	$DR_{min}^{\%}$	$DR_{max}^{\%}$
$c_{11}^{eff}$	-31,24%	33,19%
$c_{12}^{eff}$	-34,25%	37,41%
$c_{13}^{eff}$	-29,46%	31,64%
$c_{22}^{eff}$	-33,56%	33,97%
$c_{23}^{eff}$	-28,29%	31,64%
$c_{33}^{eff}$	-3,08%	4,15%
$c_{44}^{eff}$	-42,12%	43,42%
$c_{55}^{eff}$	-29,36%	31,05%
$c_{66}^{eff}$	-31,22%	31,13%
$e_{33}^{eff}$	-0,08%	0,08%
$e_{32}^{eff}$	-29,55%	29,91%
$e_{13}^{eff}$	35,67%	-33,26%
$\epsilon_{33}^{eff}$	-0,005%	0,005%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

#### 4.1.2 Segunda análise paramétrica

Na segunda análise paramétrica foram aplicadas variações na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ). Da mesma maneira que na primeira análise, este parâmetro foi submetido a alterações em um intervalo de  $\pm 50\%$  de sua medida em laboratório ( $A_e = 21,35 \mu\text{m}$ ), conforme Tabela 9. Vale ressaltar que nessa análise o volume da célula unitária variou de acordo com a modificação na espessura dos eletrodos. A altura da fibra  $A_f$  que coincide com a distância entre os eletrodos

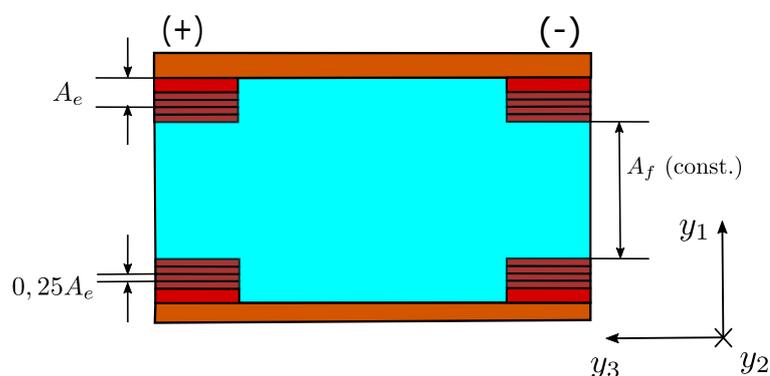
superiores e inferiores permaneceu constante (Figura 39). Assim, percebe-se que as frações volumétricas de todos componentes do VER se alteraram de acordo com a variação de  $A_e$ .

Tabela 9 – Variação de  $A_e$  na segunda análise.

Espessura dos eletrodos ( $A_e$ )	10,68	16,01	21,35	26,69	32,03	$\mu\text{m}$
-----------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	---------------

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 39 – Segunda variação paramétrica (Espessura dos eletrodos).



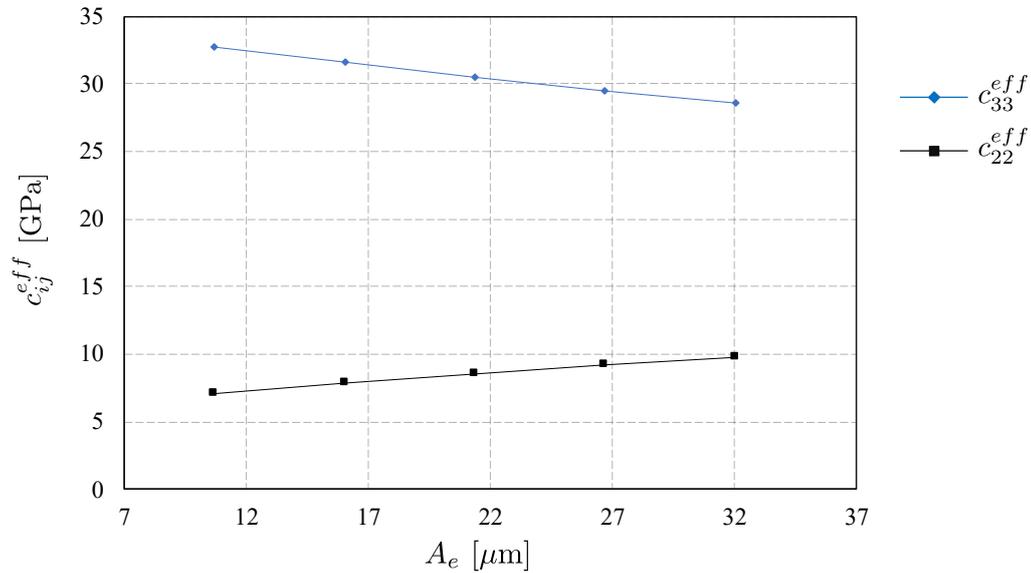
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Realizando as análises foram obtidas as Figuras 40 e 41 que representam as variações dos coeficientes efetivos de rigidez. Através dos gráficos foi possível notar que ao ser imposta uma variação na espessura dos eletrodos, os coeficientes  $c_{22}^{eff}$ ,  $c_{44}^{eff}$ ,  $c_{12}^{eff}$  e  $c_{66}^{eff}$  apresentaram um comportamento de crescimento, enquanto os coeficientes  $c_{33}^{eff}$ ,  $c_{11}^{eff}$ ,  $c_{23}^{eff}$ ,  $c_{13}^{eff}$  e  $c_{55}^{eff}$  apresentaram um comportamento de decréscimo. O coeficiente de rigidez que apresentou maior taxa de crescimento foi o  $c_{22}^{eff}$ , por outro lado, o coeficiente que apresentou maior taxa de decréscimo foi o  $c_{33}^{eff}$ . O comportamento de crescimento de alguns coeficientes está atrelado ao acréscimo de rigidez devido a adição de cobre no VER. Porém, como o volume não se mantém constante nessa análise, a fração volumétrica de fibra diminui quando a espessura do eletrodo aumenta. Logo, a rigidez do VER diminui nas direções  $y_3$  e  $y_1$ , por exemplo.

Verificando o coeficiente  $c_{11}^{eff}$  em detalhes, foi possível observar, pela Figura 42, que ao aumentar as espessuras foram encontradas menores variações entre os coeficientes, visto que a variação encontrada para as duas maiores espessuras dos eletrodos foi menor que 0,3%. Neste intervalo, o coeficiente apresentou seu ponto de mínimo em 4,22 GPa. Além disso, o coeficiente  $c_{44}^{eff}$  apresentou um ponto de inflexão ótimo dentro do intervalo de valores discretos analisados (Figura 43).

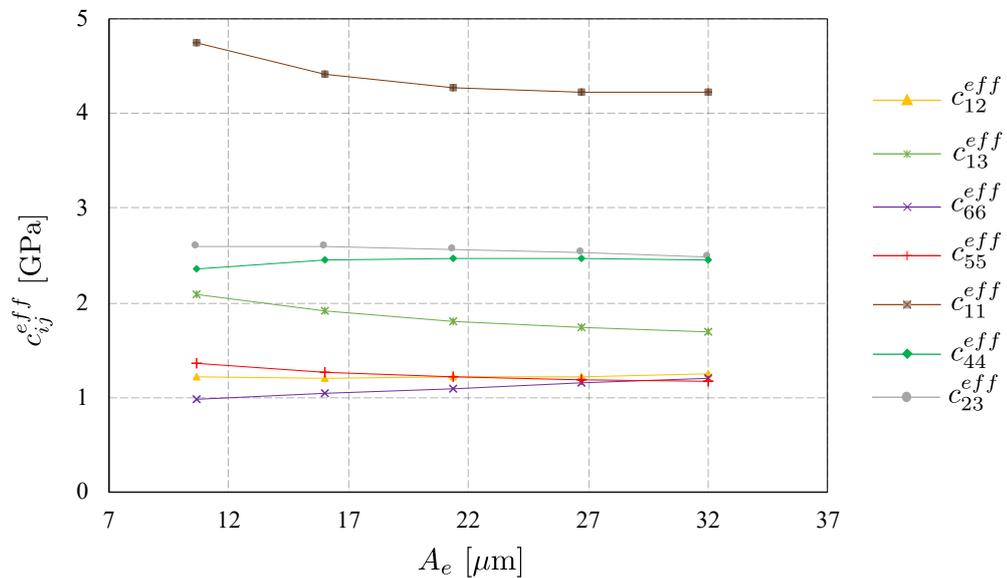
Agora, ao avaliar a influência da espessura dos eletrodos nos coeficientes de acoplamento piezelétricos, obteve-se as Figuras 44-46. Percebeu-se que o coeficiente  $e_{33}^{eff}$  sofreu um decréscimo total de 14,8% perante a variação submetida. Já o coeficiente  $e_{32}^{eff}$  apresentou um

Figura 40 – Variação dos coeficientes efetivos de rigidez  $c_{33}^{eff}$  e  $c_{22}^{eff}$  devido à alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 41 – Variação dos demais coeficientes efetivos de rigidez em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).

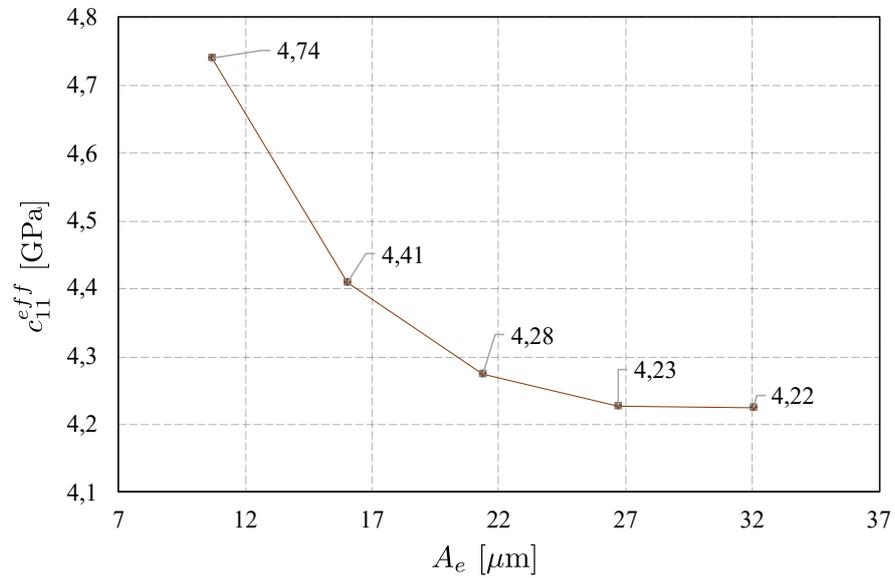


Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

ponto de máximo valor quando a espessura dos eletrodos foi igual a  $A_e = 16,01\mu\text{m}$ . Em relação ao coeficiente  $c_{13}^{eff}$ , observou-se um decréscimo total em módulo de 24,3% à medida que a espessura dos eletrodos aumentou. Na Figura 47, notou-se que o coeficiente dielétrico decresceu 14,7% devido ao aumento na espessura dos eletrodos.

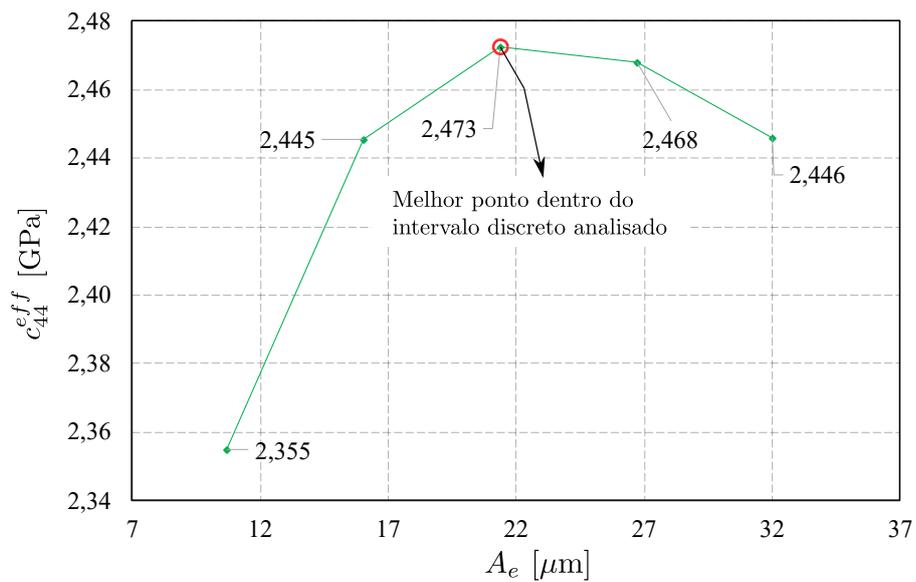
Por fim, analisou-se as diferenças relativas geradas pela variação nos eletrodos para a segunda análise paramétrica. Assim, construiu-se a Tabela 10 utilizando as Equações (64) e

Figura 42 – Variação do coeficiente  $c_{11}^{eff}$  em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



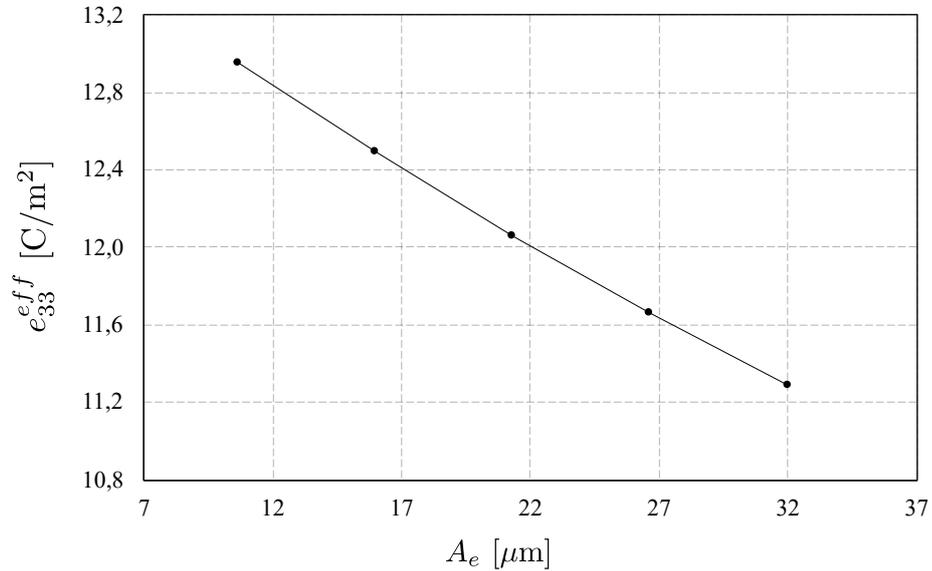
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 43 – Variação do coeficiente  $c_{44}^{eff}$  em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



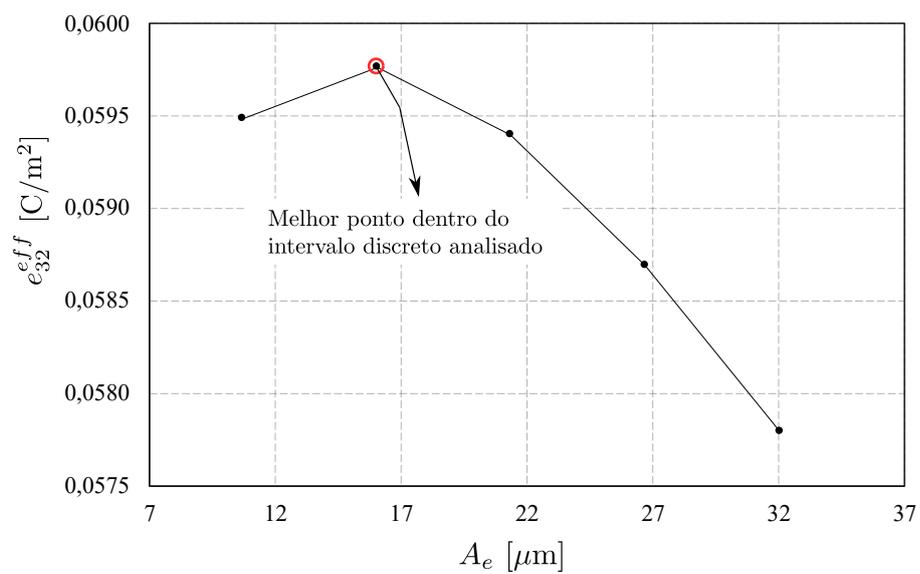
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 44 – Variação do coeficiente de acoplamento piezolétrico  $e_{33}^{eff}$  em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



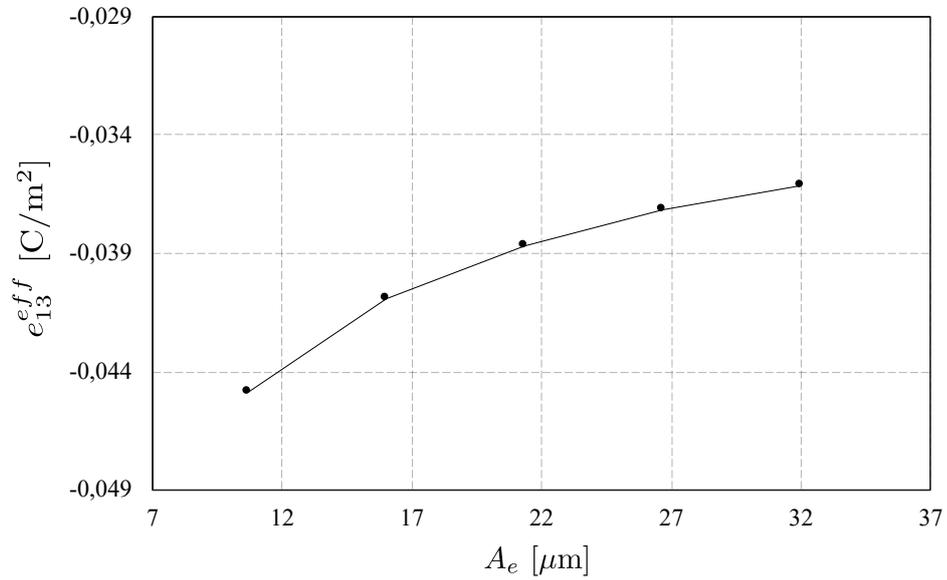
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 45 – Variação do coeficiente de acoplamento piezolétrico  $e_{32}^{eff}$  em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



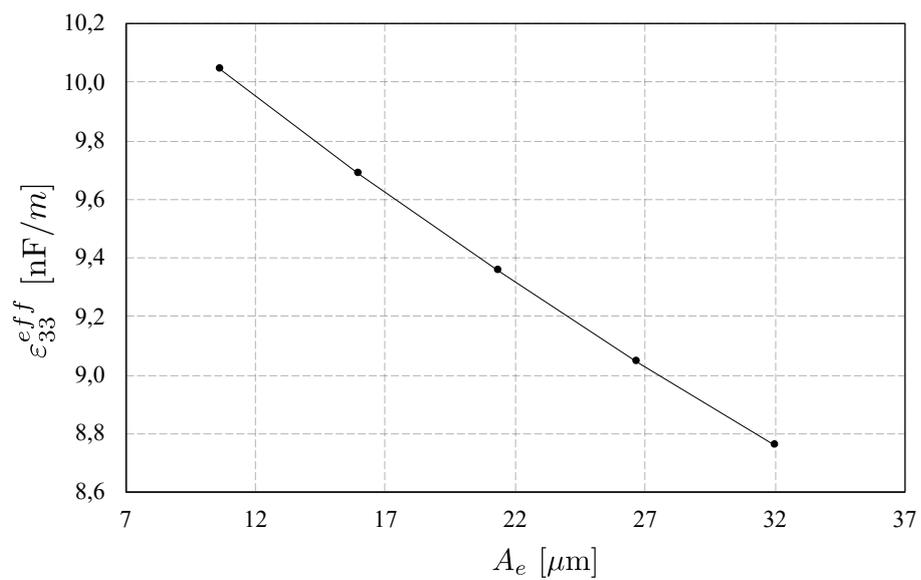
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 46 – Variação do coeficiente de acoplamento piezolétrico  $e_{13}^{eff}$  em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 47 – Variação do coeficiente dielétrico  $\epsilon_{33}^{eff}$  em função da alteração na espessura dos eletrodos ( $A_e$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

(65). Constatou-se que o coeficiente de rigidez que apresentou a maior diferença relativa mínima ( $DR_{min}^{\%}$ ) foi o  $c_{22}^{eff}$ , o qual diminui sua rigidez de acordo com a diminuição da espessura dos eletrodos. Nota-se, também, que o coeficiente de rigidez que apresentou a maior diferença relativa máxima ( $DR_{max}^{\%}$ ) foi o  $c_{13}^{eff}$ . Com relação aos coeficientes de acoplamento piezelétricos, o  $e_{13}^{eff}$  foi o que apresentou a maior variação para a  $DR_{min}^{\%}$  e o coeficiente  $e_{33}^{eff}$  foi o que apresentou a maior  $DR_{max}^{\%}$ . Para esta segunda análise paramétrica, houve uma maior diferença relativa para o coeficiente dielétrico  $\epsilon_{33}^{eff}$  quando comparado ao primeiro caso analisado.

Tabela 10 – Diferenças relativas para a segunda análise paramétrica.

Coeficiente	$DR_{min}^{\%}$	$DR_{max}^{\%}$
$c_{11}^{eff}$	-1,18%	10,87%
$c_{12}^{eff}$	-0,31%	2,61%
$c_{13}^{eff}$	-6,30%	15,76%
$c_{22}^{eff}$	-17,20%	13,26%
$c_{23}^{eff}$	-3,14%	1,11%
$c_{33}^{eff}$	-6,34%	7,13%
$c_{44}^{eff}$	-4,77%	0,00%
$c_{55}^{eff}$	-4,36%	10,99%
$c_{66}^{eff}$	-10,46%	9,04%
$e_{33}^{eff}$	-6,45%	7,40%
$e_{32}^{eff}$	-2,71%	0,62%
$e_{13}^{eff}$	16,10%	-6,61%
$\epsilon_{33}^{eff}$	-6,40%	7,35%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

### 4.1.3 Terceira análise paramétrica

Na terceira análise paramétrica foram aplicadas variações na espessura das camadas protetivas superior e inferior ( $A_p$ ). Este parâmetro foi submetido a alterações em um intervalo de  $\pm 50\%$  de sua medida inicial ( $A_p = 35,48 \mu m$ ), conforme a Tabela 11. Nesta análise o volume da célula unitária variou de acordo com a modificação na espessura das camadas protetivas, ou seja, novamente a altura da fibra  $A_f$  que coincide com a distância entre os eletrodos superiores e inferiores permaneceu constante, enquanto o volume variou devido ao acréscimo/decréscimo de *kapton* no VER (Figura 48). Assim, percebe-se que a fração volumétrica de fibra no VER foi modificada indiretamente, pois as dimensões da fibra não se alteraram, mas o volume do VER variou.

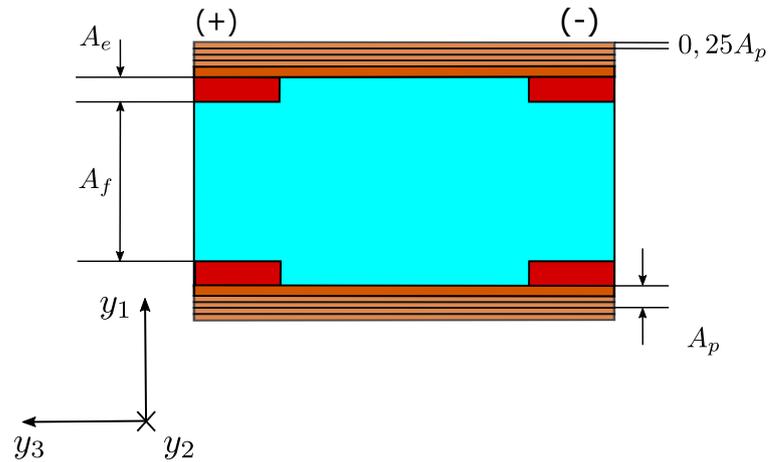
Desse modo, realizando as análises paramétricas para o terceiro caso através da utilização da metodologia computacional especificada na Seção 3.1, obteve-se as respostas para os coeficientes de rigidez (Figuras 49 e 50). Notou-se que todos coeficientes de rigidez diminuíram em

Tabela 11 – Variação de  $A_p$  na terceira análise.

Espessura das proteções ( $A_p$ )	17,74	26,61	35,48	44,35	53,22	$\mu\text{m}$
-----------------------------------	-------	-------	-------	-------	-------	---------------

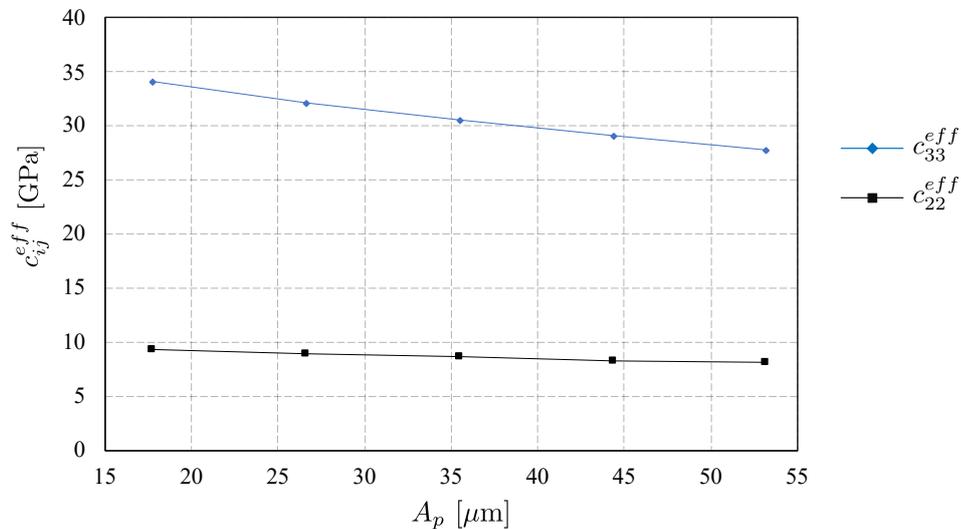
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 48 – Terceira variação paramétrica (Espessura das camadas protetivas).



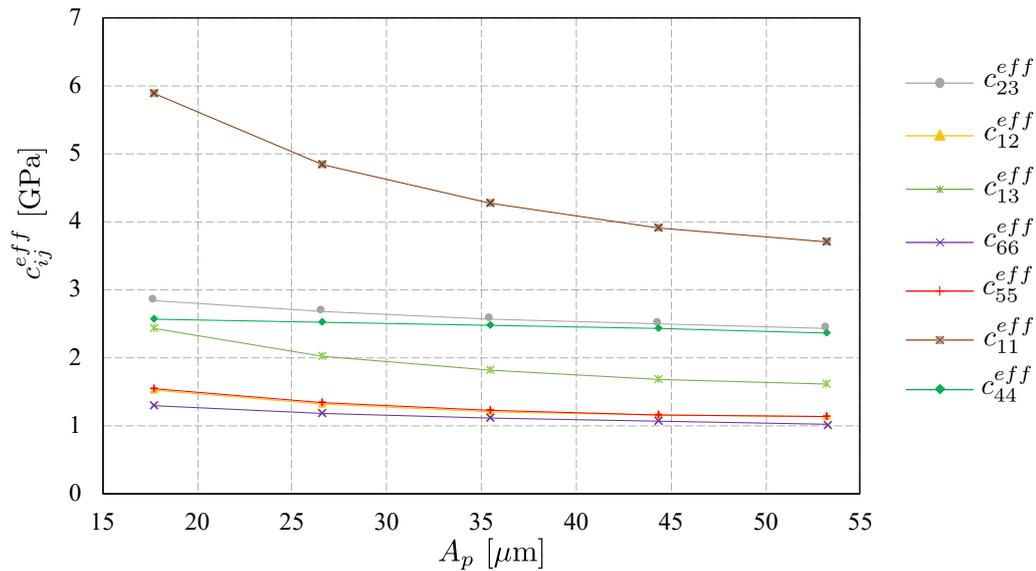
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

função do aumento da camada protetiva. Isto se deve ao fato de que a camada protetiva apresenta uma rigidez menor do que a fibra. Assim, o aumento na espessura da camada de *kapton* gera uma diminuição na fração volumétrica da fibra no VER e, por consequência, os coeficientes efetivos diminuem. O coeficiente  $c_{33}^{eff}$  apresentou a maior taxa de decrescimento. Os demais coeficientes apresentaram taxas de decrescimento similares, onde o coeficiente  $c_{44}^{eff}$  possui a menor deles.

Figura 49 – Variação dos coeficientes efetivos de rigidez  $c_{33}^{eff}$  e  $c_{22}^{eff}$  devido à alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ).

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 50 – Variação dos demais coeficientes efetivos de rigidez em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ).



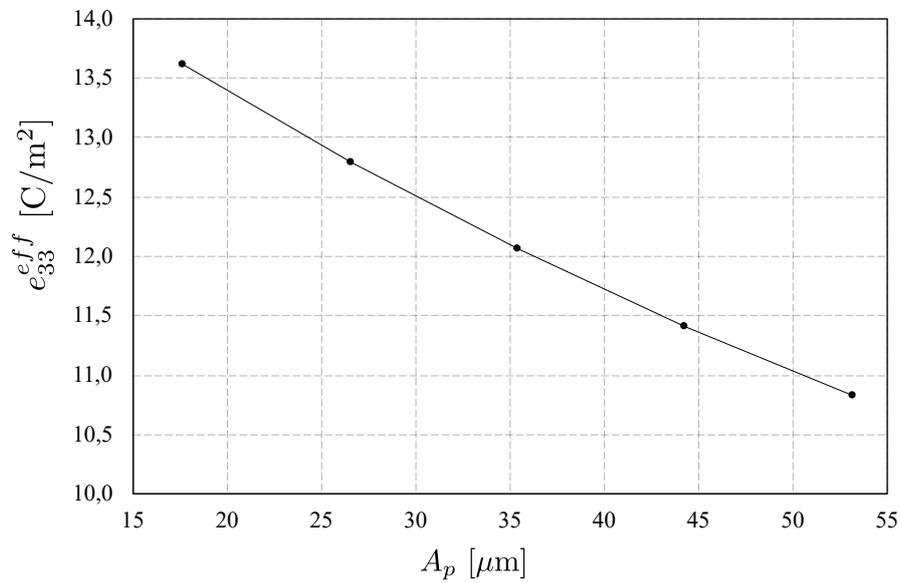
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

As Figuras 51-53 mostram o comportamento dos coeficientes efetivos de acoplamento piezelétricos quando submetidos a variação da espessura das camadas protetivas. De fato, é possível notar que os coeficientes  $e_{33}^{eff}$  e  $e_{32}^{eff}$  apresentaram uma queda em sua performance a medida que o VER sofreu um aumento da espessura de suas camadas protetivas. Nota-se, também, que o coeficiente  $e_{13}^{eff}$  apresentou uma diminuição em seu valor em módulo quando submetido à esse aumento de espessura.

Nesse contexto, a Figura 54 mostra a mesma análise para o coeficiente dielétrico. Notou-se que ao aumentar a porcentagem de *kapton* no VER, tem-se um decréscimo total de 25,8% no coeficiente dielétrico do transdutor.

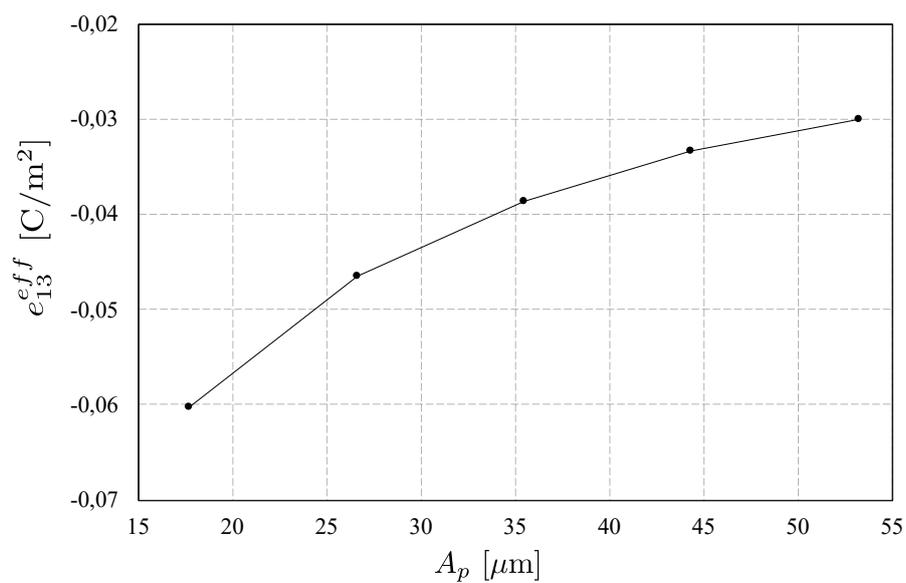
Utilizando as Equações (64) e (65), calculou-se as diferenças relativas para os coeficientes da terceira análise paramétrica. A Tabela 12 mostra todos os valores encontrados. O coeficiente  $c_{11}^{eff}$  apresentou as maiores diferenças relativas máxima e mínima em módulo entre os coeficientes de rigidez. Já o coeficiente  $e_{13}^{eff}$  apresentou as maiores diferenças relativas máxima e mínima em módulo entre os coeficientes de acoplamento piezelétrico.

Figura 51 – Variação do coeficiente de acoplamento piezolétrico  $e_{33}^{eff}$  em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ).



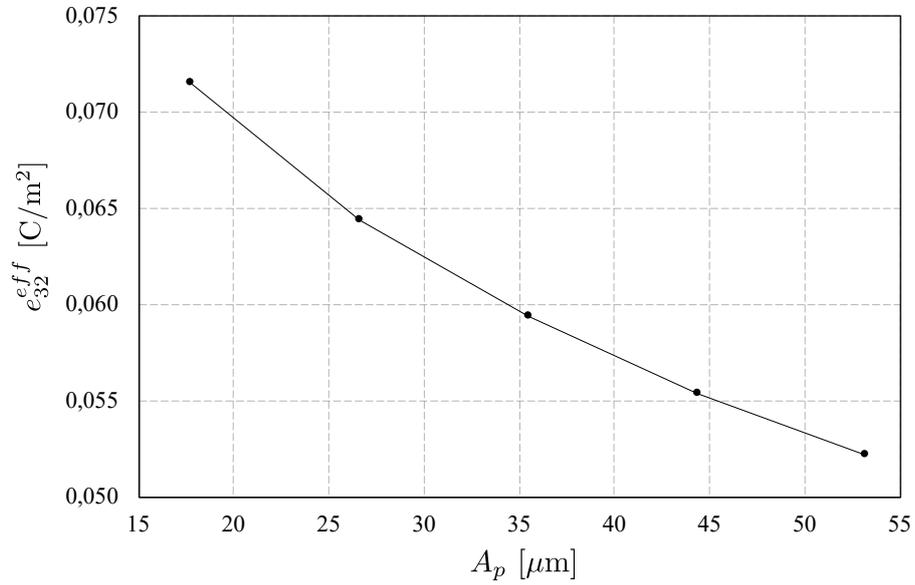
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 52 – Variação do coeficiente de acoplamento piezolétrico  $e_{13}^{eff}$  em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ).



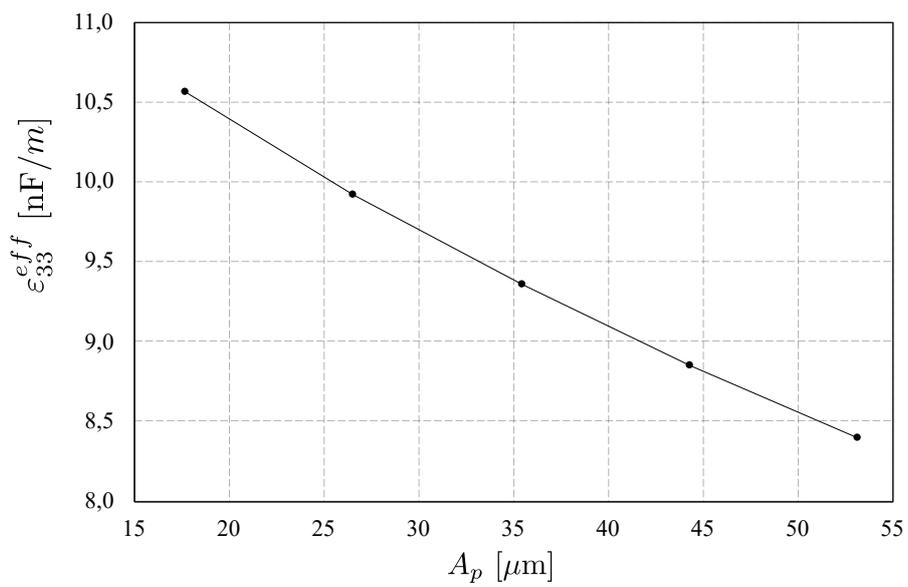
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 53 – Variação do coeficiente de acoplamento piezolétrico  $e_{32}^{eff}$  em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 54 – Variação do coeficiente dielétrico  $\epsilon_{33}^{eff}$  em função da alteração na espessura das camadas protetivas ( $A_p$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 12 – Diferenças relativas para a terceira análise paramétrica.

Coeficiente	$DR_{min}^{\%}$	$DR_{max}^{\%}$
$c_{11}^{eff}$	-13,33%	37,69%
$c_{12}^{eff}$	-7,28%	26,06%
$c_{13}^{eff}$	-10,60%	34,27%
$c_{22}^{eff}$	-6,03%	8,78%
$c_{23}^{eff}$	-5,12%	10,33%
$c_{33}^{eff}$	-9,03%	11,83%
$c_{44}^{eff}$	-4,36%	4,11%
$c_{55}^{eff}$	-7,31%	26,68%
$c_{66}^{eff}$	-6,71%	16,79%
$e_{33}^{eff}$	-10,26%	12,88%
$e_{32}^{eff}$	-12,17%	20,38%
$e_{13}^{eff}$	55,96%	-22,52%
$\varepsilon_{33}^{eff}$	-10,24%	12,89%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

#### 4.1.4 Combinações das análises paramétricas

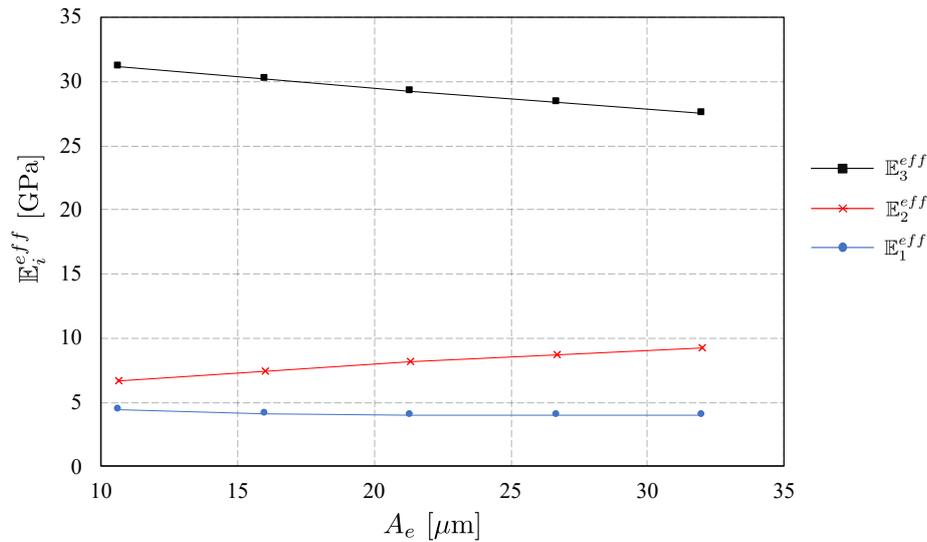
Analisando as três situações impostas ao modelo de VER do transdutor, percebeu-se que para a primeira análise paramétrica os melhores resultados para os coeficientes efetivos de rigidez foram encontrados na maior largura do eletrodo ( $W_e = 72,26 \mu m$ ), dentro do intervalo discreto estudado. Por outro lado, visto que trata-se de um transdutor MFC  $d_{33}$ , o interesse principal é a obtenção de melhores coeficientes de acoplamento piezométrico na direção  $y_3$ , ou seja, melhores valores do coeficiente  $e_{33}^{eff}$ . Diante disso, a primeira análise forneceu os melhores valores desse coeficiente quando a largura do eletrodo foi igual a  $W_e = 24,09 \mu m$ .

Na segunda análise os coeficientes de rigidez apresentam diferentes comportamentos para a dada variação de espessura dos eletrodos. Assim, analisando os módulos de elasticidade, pode-se concluir que  $\mathbb{E}_3^{eff}$  e  $\mathbb{E}_1^{eff}$  são melhores quando a espessura do eletrodo é igual a  $A_e = 10,68 \mu m$  e  $\mathbb{E}_2^{eff}$  é melhor quando a espessura é igual a  $A_e = 32,03 \mu m$  (Figura 55). Para encontrar o melhor valor do coeficiente  $e_{33}^{eff}$  a espessura do eletrodo deve ser igual a  $A_e = 10,68 \mu m$ , dentro do intervalo discreto analisado.

Na terceira análise os melhores resultados para os coeficientes efetivos de rigidez foram adquiridos quando a espessura das camadas protetivas foi igual a  $A_p = 17,74 \mu m$ , a menor das analisadas. Da mesma maneira, o melhor valor para o coeficiente de acoplamento piezométrico  $e_{33}^{eff}$  foi encontrado para esse mesmo valor da espessura de *kapton* analisada.

Nesse cenário, baseado nos resultados obtidos nas análises anteriores foi proposta a Tabela 13, a qual propõe algumas combinações de parâmetros que ofereceram os melhores (Comb. 1, 2 e 3) e os piores (Comb. 4, 5 e 6) valores dos coeficientes efetivos comentados.

Figura 55 – Módulos de elasticidade para a segunda análise.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 13 – Melhores e piores combinações de parâmetros entre as análises paramétricas 1, 2 e 3.

Parâmetro	Comb. 1	Comb. 2	Comb. 3	Comb. 4	Comb. 5	Comb. 6
$W_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	24,09	72,26	72,26	72,26	24,09	24,09
$A_e$ [ $\mu\text{m}$ ]	10,68	10,68	32,03	32,03	32,03	10,68
$A_p$ [ $\mu\text{m}$ ]	17,74	17,74	17,74	53,22	53,22	53,22

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Após realizar novas análises para cada uma das combinações citadas, construiu-se a Tabela 14.

Pode-se concluir que a combinação 1 ofereceu o melhor coeficiente de acoplamento piezoeletrico  $e_{33}^{eff}$ , o qual é o principal foco deste tipo de transdutor analisado. Porém, ao aplicar esta combinação, verificou-se uma queda nos coeficientes de rigidez. Assim, a combinação 2 oferece o melhor módulo de elasticidade  $\mathbb{E}_3^{eff}$  e a combinação 3 oferece os melhores módulos de rigidez  $\mathbb{E}_1^{eff}$  e  $\mathbb{E}_2^{eff}$ , dentro do intervalo discreto analisado. Destaca-se que outras combinações podem oferecer melhor equilíbrio entre propriedades elétricas e mecânicas como, por exemplo, a combinação 2 que ofereceu boas propriedades mecânicas e praticamente o mesmo coeficiente de acoplamento piezoeletrico  $e_{33}^{eff}$  que a combinação 1.

Em relação aos piores valores encontrados, ressalta-se que a combinação 4 apresentou o pior coeficiente de acoplamento piezoeletrico  $e_{33}^{eff}$  entre todas as testadas. Já os módulos de elasticidade  $\mathbb{E}_1^{eff}$  e  $\mathbb{E}_3^{eff}$  foram menores na combinação 5. Por fim, a combinação 6 foi a que apresentou o menor valor para o módulo de elasticidade na direção 2 ( $\mathbb{E}_2^{eff}$ ).

A partir dos resultados da Tabela 14, calculou-se as diferenças relativas entre os melhores e piores valores de  $e_{33}^{eff}$ ,  $\mathbb{E}_1^{eff}$ ,  $\mathbb{E}_2^{eff}$  e  $\mathbb{E}_3^{eff}$ . Desse modo, notou-se que a variação dos parâmetros

Tabela 14 – Propriedades encontradas para as melhores (1, 2 e 3) e as piores combinações (4, 5 e 6).

Parâmetro	Comb. 1	Comb. 2	Comb. 3	Comb. 4	Comb. 5	Comb. 6
$\mathbb{E}_1^{eff}$ [GPa]	4,00	7,53	7,80	4,46	2,39	3,18
$\mathbb{E}_2^{eff}$ [GPa]	4,97	9,43	13,75	11,62	5,67	4,59
$\mathbb{E}_3^{eff}$ [GPa]	34,48	35,78	31,38	25,66	24,55	27,63
$e_{33}^{eff}$ [C/m <sup>2</sup> ]	14,78	14,75	12,62	0,066	0,036	0,038
$e_{32}^{eff}$ [C/m <sup>2</sup> ]	0,049	0,093	0,092	10,19	10,20	11,54
$e_{13}^{eff}$ [C/m <sup>2</sup> ]	-0,044	-0,090	-0,082	-0,037	-0,019	-0,028
$\epsilon_{33}^{eff}$ [nF/m]	11,45	11,45	9,80	7,91	7,91	8,95

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 15 – Diferenças relativas entre os melhores e os piores resultados das combinações.

Parâmetro	Melhor	Pior	Diferença Relativa
$\mathbb{E}_1^{eff}$ [GPa]	7,80	2,39	225,87%
$\mathbb{E}_2^{eff}$ [GPa]	13,75	4,59	199,32%
$\mathbb{E}_3^{eff}$ [GPa]	35,78	24,55	45,73%
$e_{33}^{eff}$ [C/m <sup>2</sup> ]	14,78	10,19	45,10%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

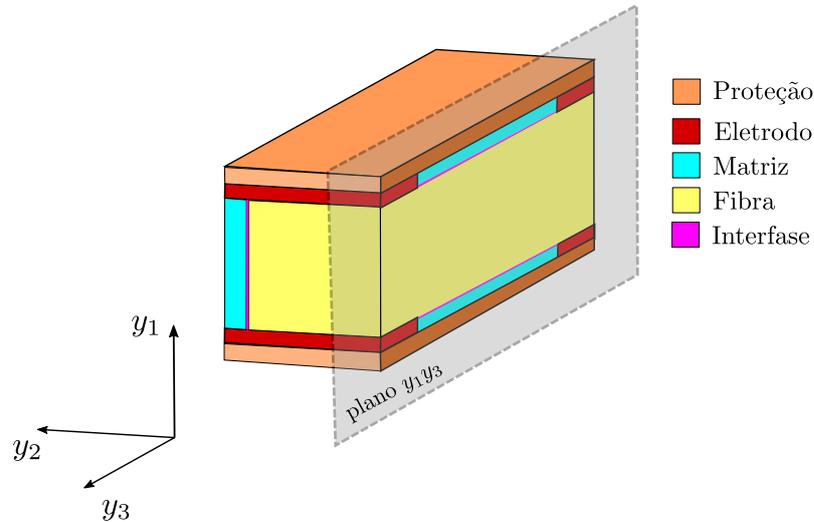
geométricos do VER provocaram grande influência nos coeficientes efetivos do transdutor, pois tanto o coeficiente de acoplamento piezelétrico quanto os módulos de elasticidade apresentaram um intervalo de variação maior que 45%.

#### 4.2 ANÁLISE COM IMPERFEIÇÃO ENTRE FIBRA-MATRIZ

O modelo de imperfeição utilizado neste estudo foi apresentado na Sub-seção 2.4.5. Trata-se de um modelo onde uma terceira fase homogênea, muito fina e elástica é adicionada entre os microconstituintes fibra-matriz (BROUTMAN; AGARWAL, 1974). A interfase proposta está localizada somente entre os microconstituintes fibra e matriz. A Figura 56 mostra o modelo de imperfeição no VER em corte no plano  $y_1y_3$ , localizado no centro da célula unitária. Nesse contexto, a degradação das propriedades da interfase foi realizada utilizando os parâmetros de interface (NAIRN, 2007).

Em seu estudo, Hashin (2002) apresentou um parâmetro  $\eta$  dado pela razão entre o raio de uma fibra de seção transversal circular e a espessura da interfase. Porém, no presente estudo a geometria da seção transversal da fibra é retangular, então utilizou-se a dimensão da metade de sua diagonal para encontrar as espessuras (Figura 57). Desse modo, utilizou-se três diferentes espessuras da interfase com razões de  $\eta_1 = 0,0001$ ,  $\eta_2 = 0,001$  e  $\eta_3 = 0,01$ , tal que a razão  $\eta$

Figura 56 – Modelo do VER com a imperfeição entre os microconstituintes fibra e matriz.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

é calculada por

$$\eta = \frac{t^{(i)}}{a}, \quad (66)$$

ou seja, utilizou-se 0,01%, 0,1% e 1% do valor de  $a = 207,49 \mu\text{m}$ , conforme indica a Tabela 16.

Para cada uma das espessuras foram calculados 5 graus de imperfeição através da variação do parâmetro de interface tangencial, logo:  $k_t = 1,0 \times 10^{-3}$ ,  $k_t = 1,0$ ,  $k_t = 1,0 \times 10^4$ ,  $k_t = 1,0 \times 10^9$  e  $k_t = 1,0 \times 10^{12}$  em MPa/mm.

Tabela 16 – Valores de  $\eta$  escolhidos para determinar as espessuras da interfase entre a fibra e a matriz.

$\eta$	0,0001	0,001	0,01
$t^{(i)}$ [mm]	$2,07 \times 10^{-5}$	$2,07 \times 10^{-4}$	$2,07 \times 10^{-3}$

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Desse modo, aplicando a variação do  $k_t$  na Equação (41) e fixando o coeficiente de Poisson da interfase em  $\nu_i = 0,38$ , calculou-se as propriedades mecânicas da interfase. Após o cálculo dos coeficientes efetivos para o modelo com a imperfeição, desenvolveu-se as Tabelas 17 a 19. As tabelas apresentam, para cada uma das espessuras utilizadas, as diferenças relativas entre os casos extremos, ou seja, diferença entre a interfase com descolamento total ( $k_t = 1,0 \times 10^{-3}$  MPa/mm) e com adesão perfeita entre os microconstituintes ( $k_t = 1,0 \times 10^{12}$  MPa/mm).

Comparando os valores encontrados para o caso imperfeito com o caso perfeito, notou-se, como esperado, que ocorreu uma queda nas propriedades efetivas de rigidez do transdutor. Esse decréscimo nas propriedades do VER é gerado pela degradação da rigidez da interfase.

Tabela 17 – Diferença relativa para cada coeficiente efetivo com  $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-5}$  mm.

Parâmetro	Contato perfeito	Descolamento total	Unidade	
	$k_t = 1,0 \times 10^{12}$ $k_n = 2,08 \times 10^{11}$	$k_t = 1,0 \times 10^{-3}$ $k_n = 2,76 \times 10^{-3}$	MPa/mm	Diferença
$c_{11}^{eff}$	4,27	3,32	GPa	22,31%
$c_{12}^{eff}$	1,20	0,92	GPa	23,85%
$c_{13}^{eff}$	1,80	1,33	GPa	26,23%
$c_{22}^{eff}$	8,59	7,44	GPa	13,37%
$c_{23}^{eff}$	2,56	1,99	GPa	21,97%
$c_{33}^{eff}$	30,49	30,09	GPa	1,32%
$c_{44}^{eff}$	2,46	2,23	GPa	9,17%
$c_{55}^{eff}$	1,22	0,93	GPa	24,39%
$c_{66}^{eff}$	1,09	0,94	GPa	13,71%
$e_{33}^{eff}$	12,06	12,07	C/m <sup>2</sup>	-0,07%
$e_{32}^{eff}$	0,059	0,046	C/m <sup>2</sup>	22,49%
$e_{13}^{eff}$	-0,039	-0,030	C/m <sup>2</sup>	21,62%
$\epsilon_{33}^{eff}$	9,36	9,36	nF/m	0,00%

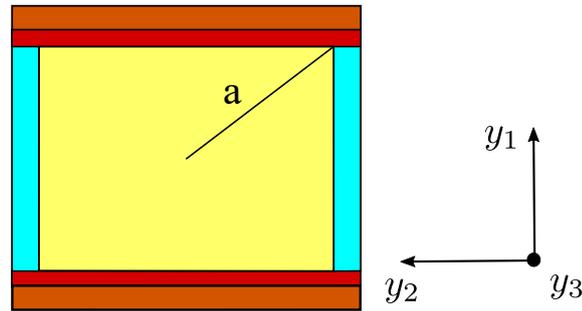
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 18 – Diferença relativa para cada coeficiente efetivo com  $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-4}$  mm.

Parâmetro	Contato perfeito	Descolamento total	Unidade	
	$k_t = 1,0 \times 10^{12}$ $k_n = 2,24 \times 10^{10}$	$k_t = 1,0 \times 10^{-3}$ $k_n = 2,76 \times 10^{-3}$	MPa/mm	Diferença
$c_{11}^{eff}$	4,28	3,32	GPa	22,38%
$c_{12}^{eff}$	1,20	0,92	GPa	23,86%
$c_{13}^{eff}$	1,80	1,33	GPa	26,28%
$c_{22}^{eff}$	8,58	7,43	GPa	13,36%
$c_{23}^{eff}$	2,55	1,99	GPa	21,97%
$c_{33}^{eff}$	30,47	30,07	GPa	1,32%
$c_{44}^{eff}$	2,45	2,23	GPa	9,16%
$c_{55}^{eff}$	1,22	0,92	GPa	24,47%
$c_{66}^{eff}$	1,09	0,94	GPa	13,72%
$e_{33}^{eff}$	12,06	12,06	C/m <sup>2</sup>	-0,07%
$e_{32}^{eff}$	0,059	0,046	C/m <sup>2</sup>	22,48%
$e_{13}^{eff}$	-0,039	-0,030	C/m <sup>2</sup>	21,66%
$\epsilon_{33}^{eff}$	9,35	9,35	nF/m	0,00%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 57 – Diagonal da seção transversal da fibra.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Tabela 19 – Diferença relativa para cada coeficiente efetivo com  $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-4}$  mm.

Parâmetro	Contato perfeito	Descolamento total	Unidade	
	$k_t = 1,0 \times 10^{12}$ $k_n = 2,25 \times 10^9$	$k_t = 1,0 \times 10^{-3}$ $k_n = 2,76 \times 10^{-3}$	MPa/mm	Diferença
$c_{11}^{eff}$	4,31	3,31	GPa	23,13%
$c_{12}^{eff}$	1,22	0,92	GPa	24,30%
$c_{13}^{eff}$	1,82	1,33	GPa	27,02%
$c_{22}^{eff}$	8,54	7,48	GPa	13,53%
$c_{23}^{eff}$	2,54	1,97	GPa	22,38%
$c_{33}^{eff}$	30,33	29,91	GPa	1,37%
$c_{44}^{eff}$	2,41	2,18	GPa	9,54%
$c_{55}^{eff}$	1,23	0,92	GPa	25,25%
$c_{66}^{eff}$	1,09	0,93	GPa	14,39%
$e_{33}^{eff}$	11,99	12,00	C/m <sup>2</sup>	-0,07%
$e_{32}^{eff}$	0,058	0,045	C/m <sup>2</sup>	22,75%
$e_{13}^{eff}$	-0,039	-0,030	C/m <sup>2</sup>	22,24%
$\varepsilon_{33}^{eff}$	9,30	9,30	nF/m	0,00%

Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Entretanto, apesar desse comportamento, foi possível notar que não houve um decréscimo superior a 27%, ou seja, não perdeu toda a rigidez do VER. Isso se deve ao fato de que a imperfeição não está contemplando o contato entre o eletrodo e a fibra. Logo, o eletrodo continua fornecendo uma certa rigidez ao modelo, mesmo com a presença da interfase degradada.

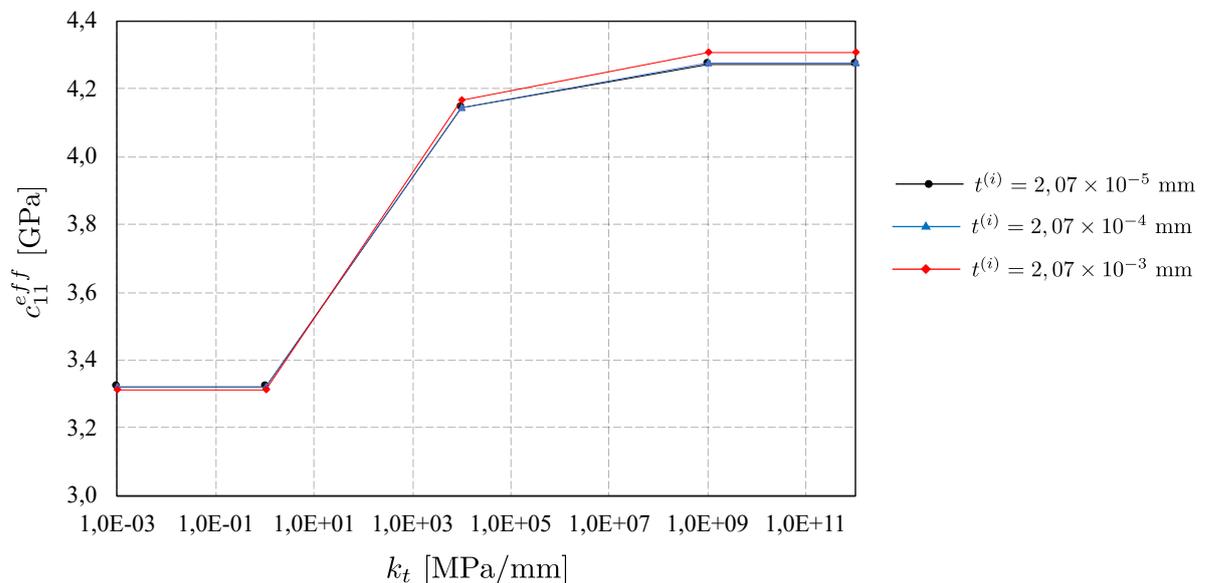
O coeficiente que apresentou maior diferença relativa foi o  $c_{13}^{eff}$  para todas as espessuras. Apesar da imperfeição presente no modelo, o coeficiente de acoplamento piezoeletrico  $e_{33}^{eff}$  apresentou uma variação muito pequena de -0,07% para todos os três valores de espessura analisados. O coeficiente  $e_{32}^{eff}$  apresentou os maiores valores para as diferenças relativas entre os coeficientes de acoplamento analisados para cada uma das espessuras. Já o coeficiente efetivo

dielétrico não sofreu alteração para nenhum dos casos.

As Figuras 58-70 mostram os coeficientes efetivos encontrados em função da variação do parâmetro de interface tangencial  $k_t$  para cada uma das espessuras analisadas. Dentro desse contexto, observa-se que todas as três espessuras testadas apresentam um comportamento semelhante. Através das figuras, nota-se que a espessura  $t^{(i)} = 2,07 \times 10^{-3}$  apresenta uma maior diferença entre as três analisadas. Entretanto, as variações são menores que 2,4%, mostrando que apesar da alteração na espessura da interfase não ocorrem grandes variações nos resultados. Vale destacar que os únicos coeficientes que apresentam diferenças relativas maiores que 1,0%, devido a variação da espessura da interfase, foram os coeficientes  $c_{13}^{eff}$ ,  $c_{23}^{eff}$ ,  $c_{44}^{eff}$ ,  $c_{66}^{eff}$  e  $e_{32}^{eff}$ . Desse modo, pode-se destacar que qualquer espessura de interfase dentro do intervalo analisado oferece resultados equivalentes.

Além disso, nota-se que para os valores de  $k_t = 1,0 \times 10^{-3}$  e  $k_t = 1,0$  [MPa/mm] os coeficientes apresentam os mesmo resultados, ou seja, apresentam o comportamento de descolamento total entre os microconstituintes. Analogamente, para os valores de  $k_t = 1,0 \times 10^9$  e  $k_t = 1,0 \times 10^{12}$  [MPa/mm] os coeficientes apresentam os mesmo valores, ou seja, apresentam o comportamento de adesão perfeita entre os microconstituintes. Desse modo, de acordo com as figuras, quando  $1,0 < k_t < 1,0 \times 10^9$  [MPa/mm] o modelo apresenta um determinado grau de degradação em seus coeficientes efetivos.

Figura 58 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{11}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 59 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{12}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).

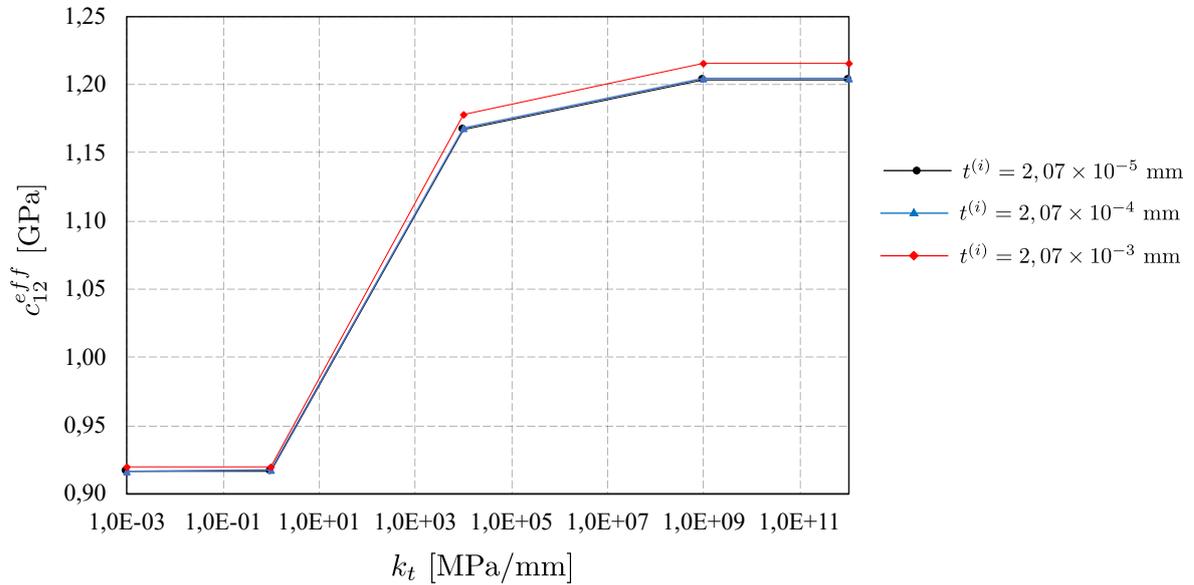


Figura 60 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{13}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).

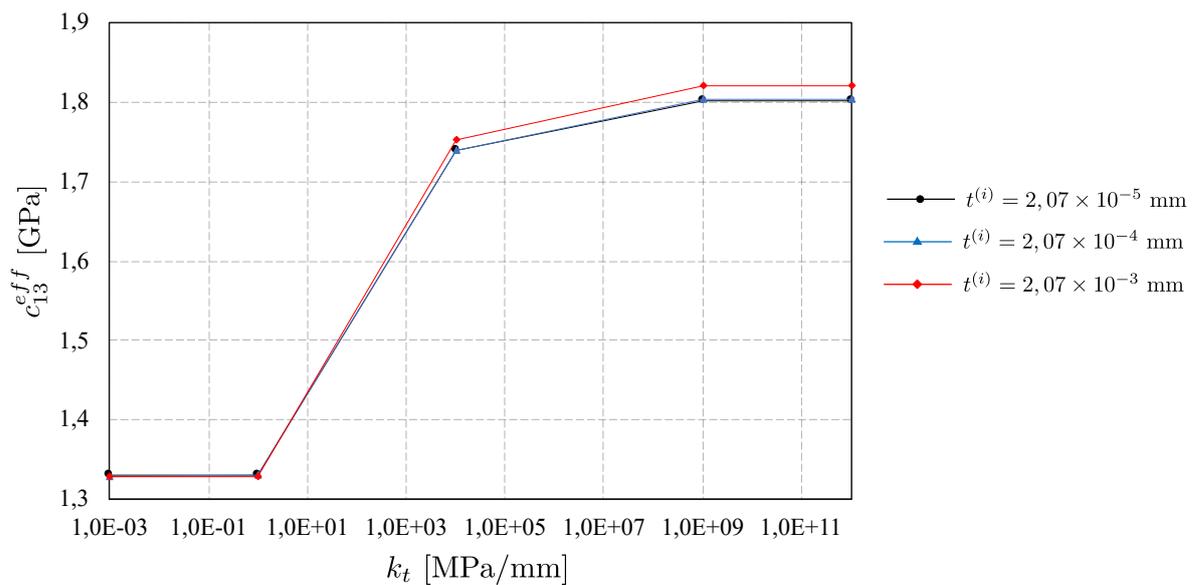
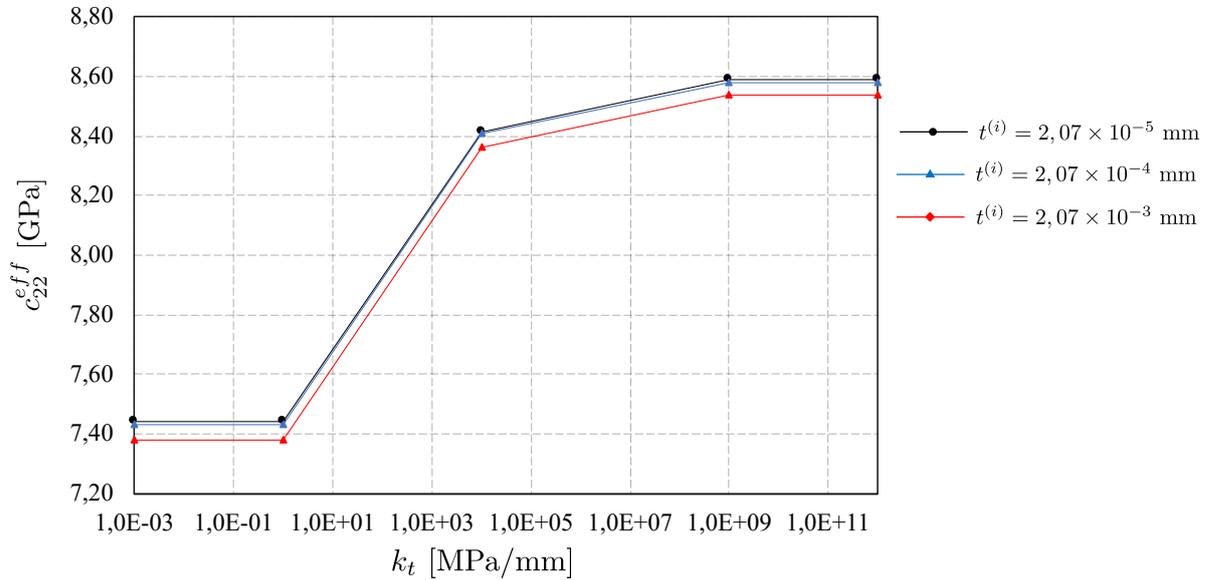
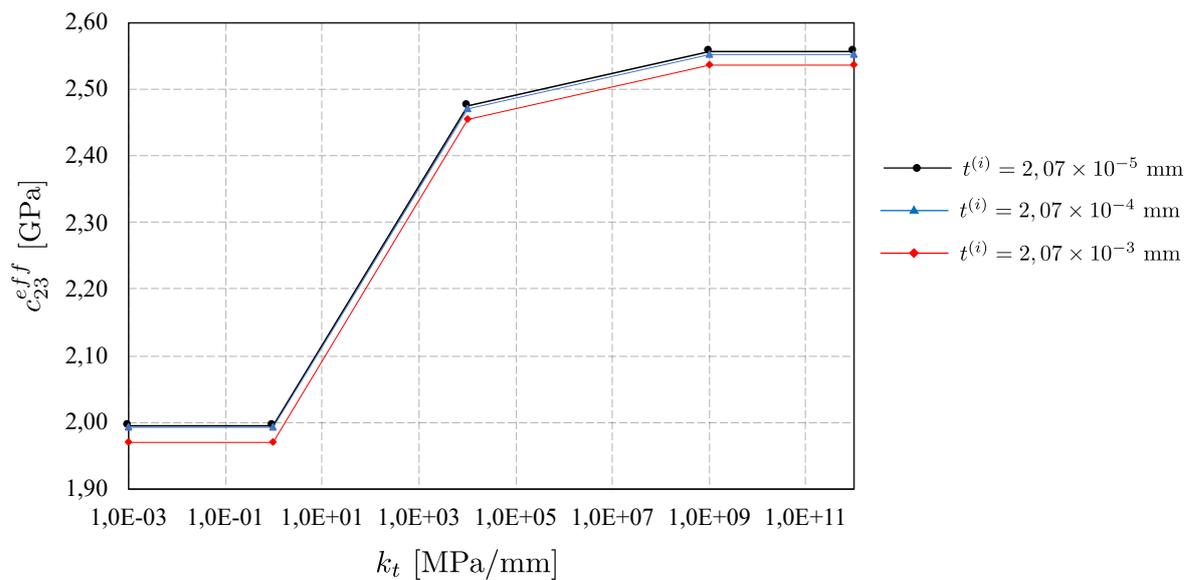


Figura 61 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{22}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



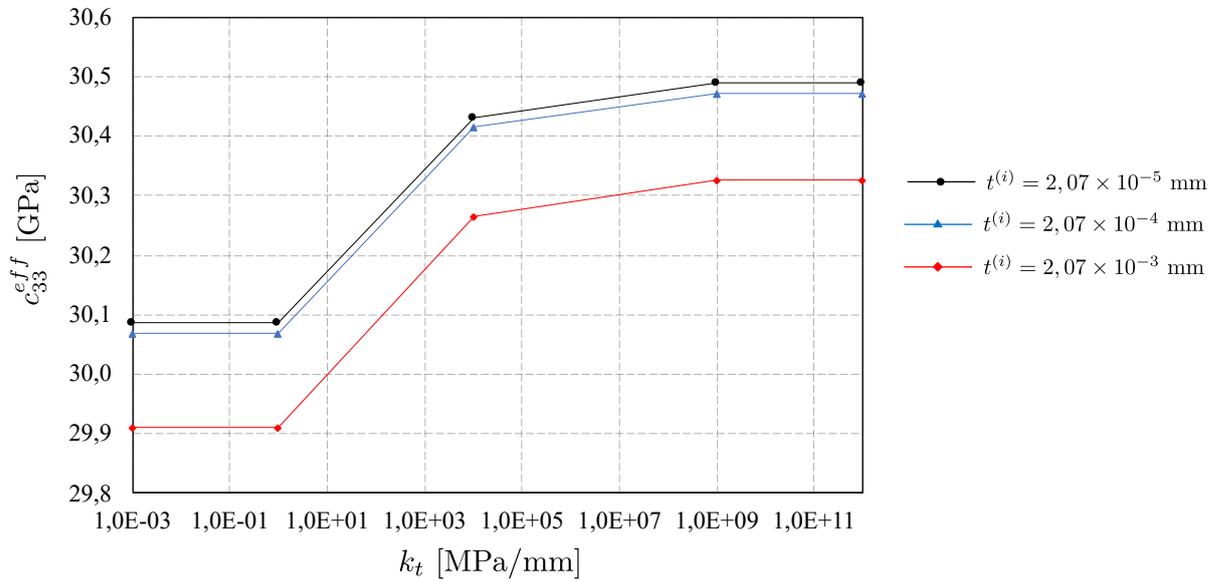
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 62 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{23}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



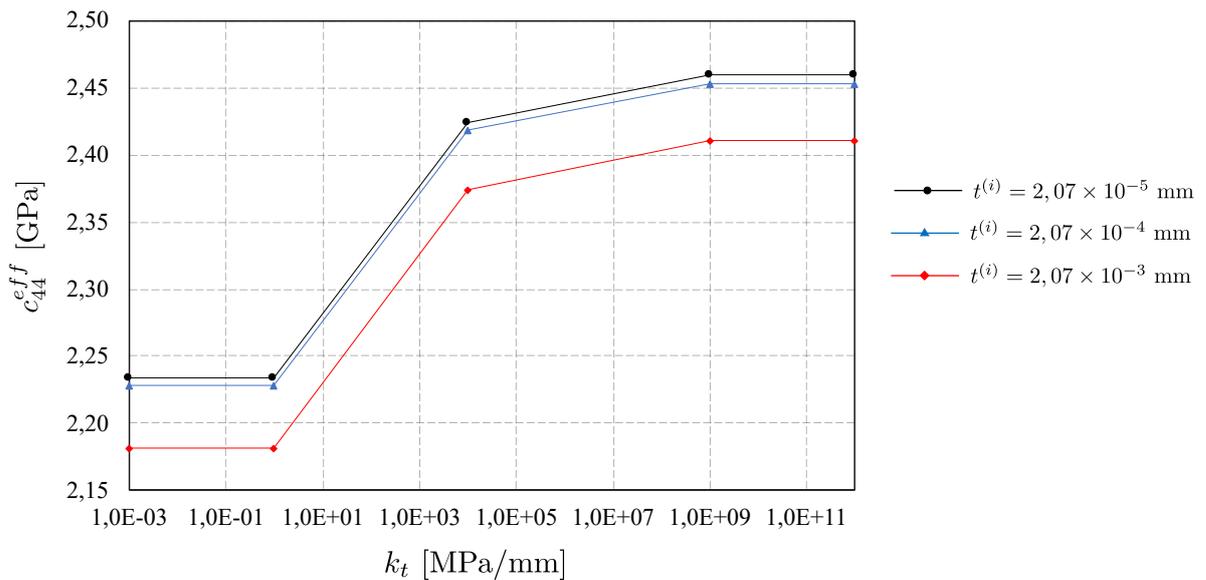
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 63 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{33}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 64 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{44}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 65 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{55}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).

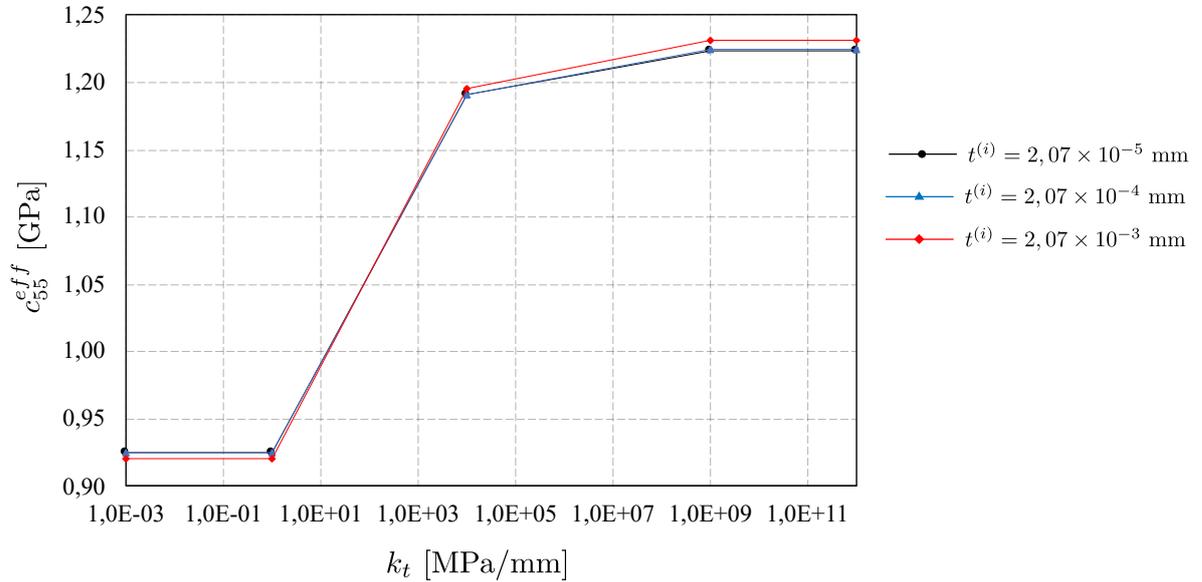


Figura 66 – Variação do coeficiente de rigidez  $c_{66}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).

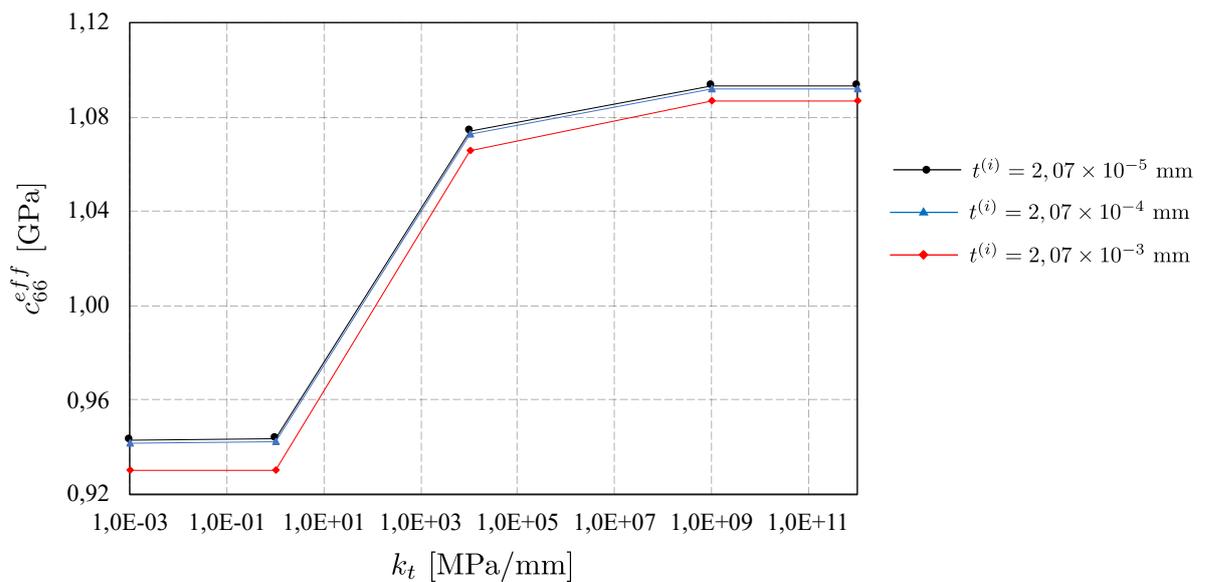
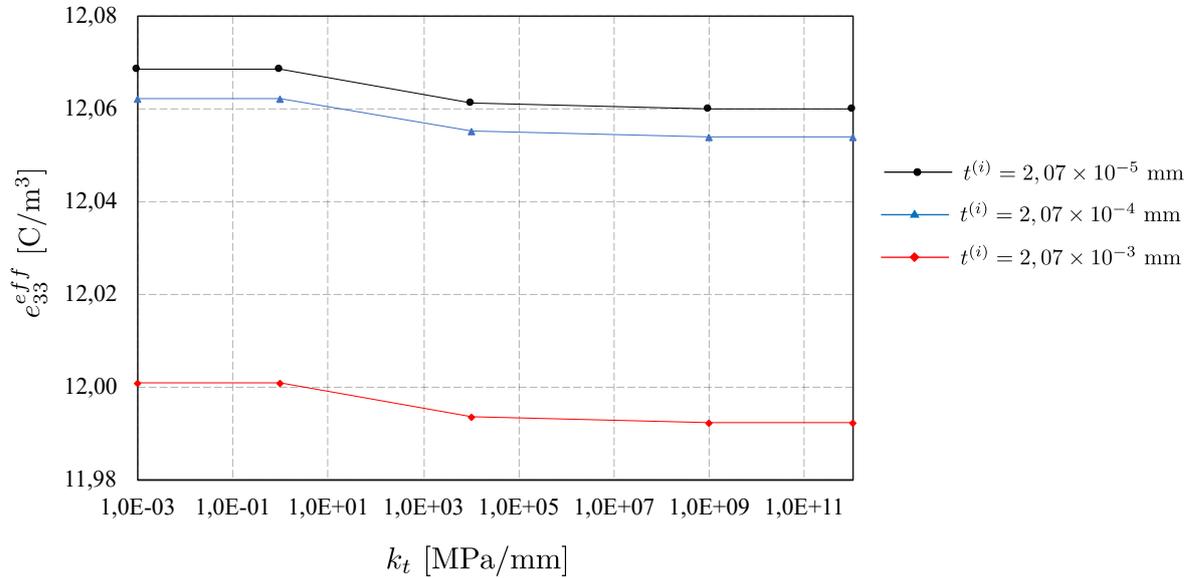
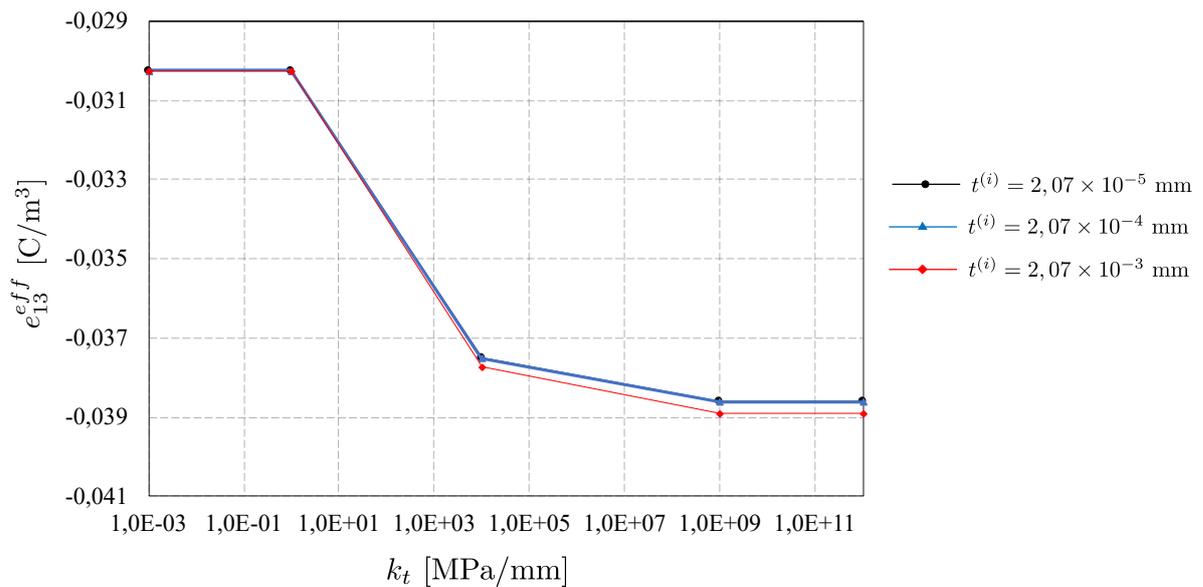


Figura 67 – Variação do coeficiente de acoplamento piez elétrico  $e_{33}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



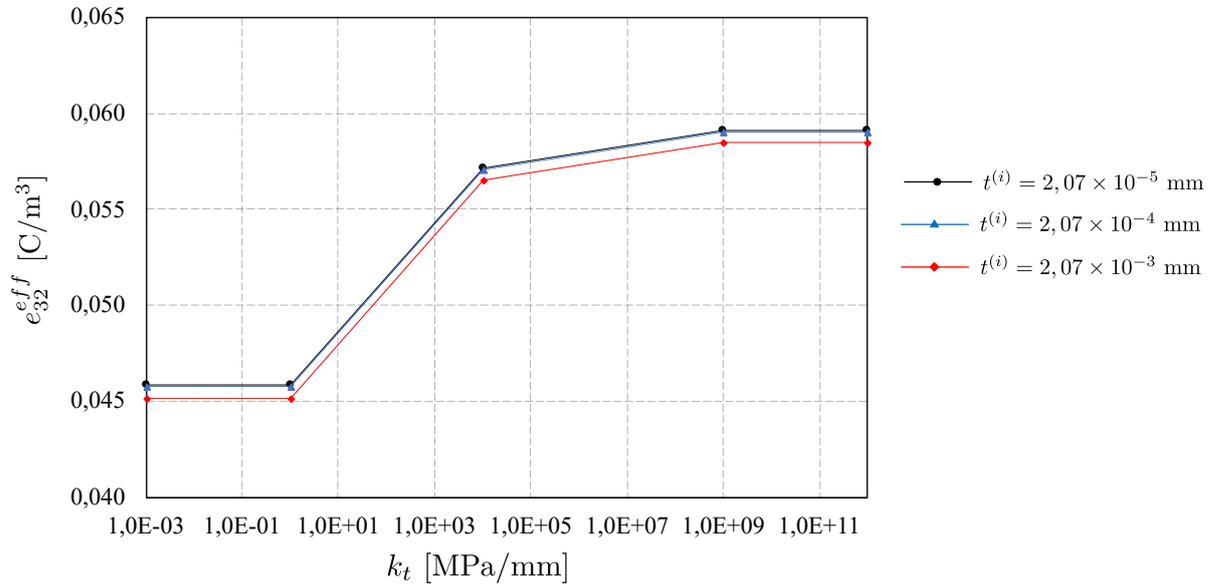
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 68 – Variação do coeficiente de acoplamento piez elétrico  $e_{13}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



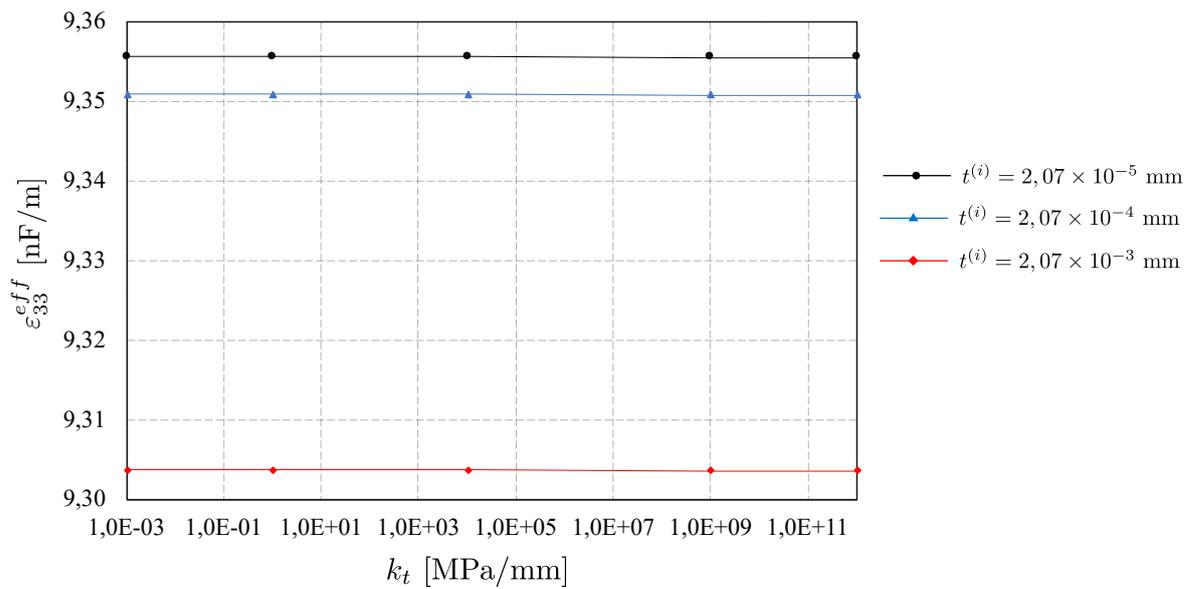
Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 69 – Variação do coeficiente de acoplamento piez elétrico  $e_{32}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 70 – Variação do coeficiente de dielétrico  $\epsilon_{33}^{eff}$  em função do parâmetro de interface tangencial ( $k_t$ ).



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

O objetivo deste trabalho foi a realização da análise paramétrica para avaliar os coeficientes efetivos da matriz constitutiva de um transdutor MFC do tipo  $d_{33}$ . Para tal, foi utilizado o conceito de VER de um meio periódico aliado ao MEF. Como dito na Sub-seção 3.1, a metodologia empregada foi baseada em trabalhos anteriores, apresentando algumas modificações em relação a simetria do VER, considerada como ortotrópica neste estudo. Além disso, foi aplicado no modelo uma avaliação da adesão entre os microconstituintes fibra e matriz. Utilizou-se o software de simulação numérica *ABAQUS<sup>TM</sup>* aliado às sub-rotinas em *Python* para realizar o cálculo dos tensores médios e, assim, encontrar os coeficientes efetivos da matriz constitutiva do MFC  $d_{33}$  homogenizado.

Foram analisados três parâmetros geométricos do transdutor. O primeiro deles foi a largura dos eletrodos. Esse foi o parâmetro que apresentou maior influência sobre a maioria dos coeficientes efetivos da matriz constitutiva do transdutor. Pode-se destacar que a variação na largura dos eletrodos gerou as maiores  $DR_{min}^{\%}$  para os coeficientes  $c_{11}^{eff}$ ,  $c_{12}^{eff}$ ,  $c_{13}^{eff}$ ,  $c_{22}^{eff}$ ,  $c_{23}^{eff}$ ,  $c_{44}^{eff}$ ,  $c_{55}^{eff}$ ,  $c_{66}^{eff}$  e  $e_{32}^{eff}$ , assim como, as maiores  $DR_{max}^{\%}$  para os coeficientes  $c_{12}^{eff}$ ,  $c_{22}^{eff}$ ,  $c_{23}^{eff}$ ,  $c_{44}^{eff}$ ,  $c_{55}^{eff}$ ,  $c_{66}^{eff}$ ,  $e_{32}^{eff}$  e  $e_{13}^{eff}$  entre os todas as três análises paramétricas deste estudo (Tabelas 8, 10 e 12). Vale destacar que foi encontrada a maior variação para o coeficiente  $c_{44}^{eff}$ , ou seja, uma  $DR_{max}^{\%} = 43,42\%$ .

A segunda análise tratou da variação da espessura dos eletrodos do MFC  $d_{33}$ . Essa análise provocou menores variações relativas ( $DR_{max}^{\%}$ ,  $DR_{min}^{\%}$ ) quando comparada aos outros dois casos, porém apresentou um comportamento no qual foram encontrados alguns pontos de inflexão dentro do intervalo discreto analisado.

Na terceira análise, variou-se a espessura das camadas protetivas do transdutor. Essa análise mostrou que o aumento da espessura da camada, gerou menores valores dos coeficientes efetivos do transdutor. A terceira análise apresentou maiores  $DR_{min}^{\%}$  para os coeficientes  $c_{33}^{eff}$ ,  $e_{33}^{eff}$ ,  $e_{13}^{eff}$  e  $\epsilon_{33}^{eff}$ , assim como, maiores valores de  $DR_{max}^{\%}$  para os coeficientes  $c_{11}^{eff}$ ,  $c_{13}^{eff}$ ,  $c_{33}^{eff}$ ,  $e_{33}^{eff}$  e  $\epsilon_{33}^{eff}$  entre todas as análises paramétricas realizadas (Tabelas 8, 10 e 12). Dentre todos os coeficientes dessa análise, o  $e_{13}^{eff}$  apresentou a maior variação ( $DR_{min}^{\%} = 55,96\%$ ).

O modelo para avaliar a adesão imperfeita entre os microconstituintes foi baseado em um modelo de interfase, onde uma nova fase muito fina, elástica e isotrópica foi adicionada entre o contato da fibra com a matriz. Foi utilizado o parâmetro de interface tangencial para realizar a degradação das propriedades da interfase. Assim, foram testadas três diferentes espessuras da interfase e 5 graus de imperfeição dos parâmetros de interface. Desse modo, ao aplicar a degradação nas propriedades da interfase foi detectada a diminuição dos valores encontrados para os coeficientes efetivos da matriz constitutiva do transdutor MFC  $d_{33}$ . Porém, mesmo com valores de descolamento total nos parâmetros de interface, foi verificada certa rigidez no VER. Essa rigidez é mantida devido à disposição da interfase imposta no modelo, que está presente somente no contato entre a fibra e a matriz.

Através do presente estudo focado na avaliação dos parâmetros geométricos de um transdutor MFC  $d_{33}$ , encontrou-se algumas combinações dentro do intervalo discreto analisado que forneceram melhores condições das propriedades mecânicas, elétricas e dielétricas. A partir das variações impostas aos componentes foi possível tanto observar o comportamento de cada coeficiente efetivo do MFC quanto quantificar a mudança nos seus valores. Além disso, através do modelo de imperfeição, foi possível investigar o efeito de uma degradação entre a interface fibra/matriz sob os coeficientes efetivos, bem como, avaliar a influência da espessura da interface imperfeita no modelo.

Sendo assim, pode-se apontar algumas possibilidades de trabalhos futuros para complementar e sequenciar o presente estudo. Uma das possibilidades é a ampliação deste estudo para os transdutores MFC  $d_{31}$  e  $d_{15}$ . Outra possibilidade é a aplicação de um método robusto de otimização dos parâmetros do transdutor como, por exemplo, a utilização de métodos de busca por derivada ou algoritmos genéticos.

Visto que o método de homogeneização aplicado considerou a periodicidade nos 3 eixos coordenados, é possível ramificar o estudo para adequar as condições de contorno de forma que considerem a periodicidade somente no plano do transdutor, como proposto por (DERAEMAERKER; NASSER, 2010). Além disso, elaborar metodologias que capturem a curvatura do campo elétrico gerado, devido a geometria do transdutor. Por fim, outra possibilidade é comparar os resultados obtidos neste estudo com outras metodologias disponíveis na literatura e com dados experimentais.

## REFERÊNCIAS

- ABOUDI, Jacob. Damage in composites-Modeling of imperfect bonding. **Composites Science and Technology**, v. 28, n. 2, p. 103–128, 1987. ISSN 02663538. Citado 3 vezes nas páginas 36, 38 e 44.
- ABOUDI, Jacob. **Mechanics of Composite Materials: a Unified Micromechanical Approach**. 1. ed. Amsterdam: Elsevier Inc., 1991. 199 p. ISBN 0444884521. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 40.
- ACHENBACH, J. D.; ZHU, H. Effect of interfacial zone on mechanical behavior and failure of fiber-reinforced composites. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 37, n. 3, p. 381–393, 1989. ISSN 00225096. Citado na página 36.
- AGARWAL, B D; BANSAL, R K. Effect of an interfacial layer on the properties of fibrous composites: a theoretical analysis. **Fibre Science and Technology**, n. 12, 1979. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 44.
- AGHDAM, M. M.; FALAHATGAR, S. R. Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to transverse loading. **Composite Structures**, v. 66, n. 1-4, p. 415–420, 2004. ISSN 02638223. Citado na página 37.
- AGHDAM, M. M.; FALAHATGAR, S. R.; GORJI, M. Micromechanical consideration of interface damage in fiber reinforced Ti-alloy under various combined loading conditions. **Composites Science and Technology**, Elsevier Ltd, v. 68, n. 15-16, p. 3406–3411, 2008. ISSN 02663538. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2008.09.028>>. Citado na página 37.
- AZIZI, Boutros; PRAZENICA, Richard J.; KIM, Daewon. Finite Element Modeling of Macro-Fiber Composite Actuators for Wing De-Icing Applications. **International Journal of Control and Automation**, v. 10, n. 5, p. 283–304, 2017. ISSN 20054297. Citado 4 vezes nas páginas 18, 28, 33 e 35.
- BENT, A. **Active fiber composites for structural actuation**. 209 p. Tese (Doutorado) — Massachusetts Institute of Technology, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 28.
- BENVENISTE, Y.; MILOH, T. Imperfect soft and stiff interfaces in two-dimensional elasticity. **Mechanics of Materials**, v. 33, n. 6, p. 309–323, 2001. ISSN 01676636. Citado na página 38.
- BERGER, Harald *et al.* An analytical and numerical approach for calculating effective material coefficients of piezoelectric fiber composites. **International Journal of Solids and Structures**, v. 42, n. 21-22, p. 5692–5714, 2005. ISSN 00207683. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 48.
- BISCANI, Fabio *et al.* Equivalent electro-elastic properties of Macro Fiber Composite (MFC) transducers using asymptotic expansion approach. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier Ltd, v. 42, n. 3, p. 444–455, 2011. ISSN 13598368. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2010.12.009>>. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.
- BONORA, Nicola; RUGGIERO, Andrew. Micromechanical modeling of composites with mechanical interface - Part 1: Unit cell model development and manufacturing process effects. **Composites Science and Technology**, v. 66, n. 2, p. 314–322, 2006. ISSN 02663538. Citado na página 37.

- BONORA, Nicola; RUGGIERO, Andrew. Micromechanical modeling of composites with mechanical interface - Part II: Damage mechanics assessment. **Composites Science and Technology**, v. 66, n. 2, p. 323–332, 2006. ISSN 02663538. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.
- BOWEN, Christopher Rhys *et al.* Modeling and characterization of piezoelectrically actuated bistable composites. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, v. 58, n. 9, p. 1737–1750, 2011. ISSN 08853010. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.
- BOWEN, C. R. *et al.* Optimisation of interdigitated electrodes for piezoelectric actuators and active fibre composites. **Journal of Electroceramics**, v. 16, n. 4, p. 263–269, 2006. ISSN 13853449. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.
- BRITO-SANTANA, Humberto *et al.* Delamination influence on elastic properties of laminated composites. **Acta Mechanica**, v. 230, n. 3, p. 821–837, 2019. ISSN 00015970. Citado na página 38.
- BRITO-SANTANA, Humberto *et al.* Multiscale analysis for predicting the constitutive tensor effective coefficients of layered composites with micro and macro failures. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier Inc., v. 75, p. 250–266, 2019. ISSN 0307-904X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.apm.2019.05.031>>. Citado na página 38.
- BRITO-SANTANA, Humberto *et al.* Effective elastic properties of layered composites considering non-uniform imperfect adhesion. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier Inc., v. 59, p. 183–204, 2018. ISSN 0307904X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.01.009>>. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 48.
- BRITO-SANTANA, Humberto *et al.* Different interface models for calculating the effective properties in piezoelectric composite materials with imperfect fiber–matrix adhesion. **Composite Structures**, Elsevier Ltd, v. 151, p. 70–80, 2016. ISSN 02638223. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2016.02.003>>. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 48.
- BROUTMAN, Lawrence J; AGARWAL, Bhagwan Das. A Theoretical Study of the Effect of an Interfacial Layer on the Properties of Composites. **Polymer Engineering and Science**, v. 14, p. 581–588, 1974. Citado 3 vezes nas páginas 36, 44 e 84.
- CAPORALE, A.; LUCIANO, R.; SACCO, E. Micromechanical analysis of interfacial debonding in unidirectional fiber-reinforced composites. **Computers and Structures**, v. 84, n. 31-32, p. 2200–2211, 2006. ISSN 00457949. Citado na página 37.
- CARDOSO, Eduardo Lenz. **Otimização topológica de transdutores piezelétricos considerando não-linearidade geométrica**. 160 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/6008>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 25.
- CRAWLEY, Edward F. Intelligent structures for aerospace: A technology overview and assessment. **AIAA Journal**, v. 32, n. 8, p. 1689–1699, 1994. ISSN 00011452. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 21.
- DAMJANOVIC, Dragan. Ferroelectric, dielectric and piezoelectric properties of ferroelectric thin films and ceramics - Abstract - Reports on Progress in Physics. **Reports on Progress in Physics**, v. 61, n. dc, p. 1267, 1998. Disponível em: <<http://iopscience.iop.org/0034-4885/61/9/002/>>. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 25.

- DATTA, Supratik. **Piezoelectric Materials: Crystal Orientation and Poling Direction**. COMSOL Blog, 2014. Disponível em: <<https://www.comsol.com/blogs/piezoelectric-materials-crystal-orientation-poling-direction/>>. Citado na página 23.
- DAUE, P; KUNZMANN, J; NAUMANN, G. **Macro Fiber Composites as low cost strain and vibration sensor**. 2009. 21 p. Disponível em: <<https://www.smart-material.com/media/Presentations/MFC-strain-sensor-ISPA-2009.pdf>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 28.
- DE MEDEIROS, Ricardo. **Desenvolvimento de uma metodologia computacional para determinar coeficientes efetivos de compósitos inteligentes**. 2012. 192 p. Citado 7 vezes nas páginas 48, 50, 51, 52, 53, 54 e 58.
- DE MEDEIROS, Ricardo. **Development of a criterion for predicting residual strength of composite structures damaged by impact loading**. Tese (Doutorado), 2016. Citado 4 vezes nas páginas 18, 33, 35 e 64.
- DE MEDEIROS, Ricardo *et al.* A New Methodology for Structural Health Monitoring Applications. **Procedia Engineering**, Elsevier B.V., v. 114, p. 54–61, 2015. ISSN 18777058. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.proeng.2015.08.036>>. Citado na página 17.
- DE MEDEIROS, Ricardo *et al.* A comparative assessment of different frequency based damage detection in unidirectional composite plates using MFC sensors. **Journal of Sound and Vibration**, Elsevier, v. 383, p. 171–190, 2016. ISSN 0022-460X. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jsv.2016.06.047>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.
- DE SOUZA NETO, E. A.; FEIJÓO, R. A. Variational foundations of multi-scale constitutive models of solid: Small and large strain kinematical formulation. **LNCC Research Development Report**, v. 16, n. November, p. 1–53, 2006. Disponível em: <<http://arquivosweb.lncc.br/pdfs/Feijoo-VariationalFound-versaofinaldez.pdf>>. Citado na página 43.
- DENOYER, K. K.; KWAK, M. K. Dynamic modelling and vibration suppression of a slewing structure utilizing piezoelectric sensors and actuators. **Journal of Sound and Vibration**, v. 189, n. 1, p. 13–31, 1996. ISSN 0022460X. Citado na página 17.
- DERAEMAEKER, Arnaud *et al.* Analytical and Numerical Computation of Homogenized Properties of MFCs : Application to a Composite Boom with MFC Actuators and Sensors. 2007. Citado 3 vezes nas páginas 32, 35 e 59.
- DERAEMAEKER, Arnaud; NASSER, Houssein. Numerical evaluation of the equivalent properties of Macro Fiber Composite (MFC) transducers using periodic homogenization. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier Ltd, v. 47, n. 24, p. 3272–3285, 2010. ISSN 00207683. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2010.08.006>>. Citado 6 vezes nas páginas 18, 29, 33, 35, 64 e 96.
- DERAEMAEKER, Arnaud *et al.* Mixing rules for the piezoelectric properties of macro fiber composites. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 20, n. 12, p. 1475–1482, 2009. ISSN 1045389X. Citado 3 vezes nas páginas 18, 32 e 35.
- DRUGAN, W J; WILLIS, J R. A Micromechanics-Based Nonlocal Equation And Estimates Of Representative Volume Element Size For. v. 44, n. 4, 1996. Citado na página 39.

DUAN, H. L. *et al.* A unified scheme for prediction of effective moduli of multiphase composites with interface effects. Part I: Theoretical framework. **Mechanics of Materials**, v. 39, n. 1, p. 81–93, 2007. ISSN 01676636. Citado na página 38.

DUAN, H. L. *et al.* A unified scheme for prediction of effective moduli of multiphase composites with interface effects: Part II-Application and scaling laws. **Mechanics of Materials**, v. 39, n. 1, p. 94–103, 2007. ISSN 01676636. Citado na página 38.

DUAN, Wen Hui; WANG, Quan; QUEK, Ser Tong. Applications of piezoelectric materials in structural health monitoring and repair: Selected research examples. **Materials**, v. 3, n. 12, p. 5169–5194, 2010. ISSN 19961944. Citado na página 17.

DUTRA, Thiago Assis *et al.* A complete implementation methodology for Asymptotic Homogenization using a finite element commercial software: preprocessing and postprocessing. **Composite Structures**, Elsevier, v. 245, n. March, 2020. ISSN 02638223. Citado na página 39.

EMAD, Diaa; FANNI, Mohamed A.; MOHAMED, Abdelfatah M. New efficient technique for finite element modeling of macro fiber composite piezoelectric materials. **Materials Science Forum**, v. 998 MSF, p. 221–226, 2020. ISSN 16629752. Citado 3 vezes nas páginas 18, 33 e 35.

Escarpini Filho, Romildo dos Santos; MARQUES, Severino Pereira Cavalcanti. A model for homogenization of linear viscoelastic periodic composite materials with imperfect interface. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 13, n. 14, p. 2406–2435, 2016. ISSN 16797825. Citado na página 38.

GALLEGO-JUAREZ, J. A. Piezoelectric ceramics and ultrasonic transducers. **Journal of Physics E: Scientific Instruments**, v. 22, n. 10, p. 804–816, 1989. ISSN 00223735. Citado na página 22.

GAO, Jinghui *et al.* Recent progress on BaTiO<sub>3</sub>-based piezoelectric ceramics for actuator applications. **Actuators**, v. 6, n. 3, 2017. ISSN 20760825. Citado na página 29.

GARG, Amar C. Delamination-a damage mode in composite structures. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 29, n. 5, p. 557–584, 1988. ISSN 00137944. Citado na página 38.

GE, Jian *et al.* The effects of interphase parameters on transverse elastic properties of Carbon–Carbon composites based on FE model. **Composite Structures**, Elsevier Ltd, v. 268, n. February, p. 113961, 2021. ISSN 02638223. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2021.113961>>. Citado na página 44.

GIPSON, Lillian. **Macro-Fiber Composite Honored**. 2007. 1 p. Disponível em: <<https://www.nasa.gov/aeroresearch/tech-excellence/2007/micro-fabric-composite-honored>>. Citado na página 29.

GIURGIUTIU, Victor. Structural health monitoring with piezoelectric wafer active sensors – predictive modeling and simulation. **Incas Bulletin**, v. 2, n. 3, p. 31–44, 2010. ISSN 20668201. Citado na página 17.

GRZYBEK, Dariusz; MICEK, Piotr. Piezoelectric energy harvesting based on Macro Fiber Composite from a rotating shaft. **J. Phys. D: Appl. Phys.**, p. <https://doi.org/10.1088/1361-6463/aad7de>, 2019. ISSN 1524-8372. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

HAGOOD, N.W.; BENT, A. Development of Piezoelectric Fiber Composite for Structural Actuation. **Nature**, v. 202, n. 4935, p. 860, 1993. ISSN 00280836. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 27.

HASHIN, Zvi. Analysis of composite materials: A survey. **Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME**, v. 50, n. 3, p. 481–505, 1983. ISSN 15289036. Citado na página 43.

HASHIN, Zvi. Thermoelastic properties of fiber composites with imperfect interface. **Mechanics of Materials**, v. 8, n. 4, p. 333–348, 1990. ISSN 01676636. Citado 3 vezes nas páginas 36, 37 e 45.

HASHIN, Zvi. Composites Properties of Particulate With Imperfect Interface. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 39, n. 6, 1991. Citado na página 37.

HASHIN, Zvi. Thin interphase/imperfect interface in conduction. **Journal of Applied Physics**, v. 89, n. 4, p. 2261–2267, 2001. ISSN 00218979. Citado na página 37.

HASHIN, Zvi. Thin interphase/imperfect interface in elasticity with application to coated fiber composites. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 50, n. 12, p. 2509–2537, 2002. ISSN 00225096. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 84.

HIGH, James W. **Method of Fabricating NASA-Standard Macro- Fiber Composite Piezoelectric Actuators**. 2003. Citado na página 28.

HU, Guobiao *et al.* Metastructure with Piezoelectric Element for Simultaneous Vibration Suppression and Energy Harvesting. **Journal of Vibration and Acoustics, Transactions of the ASME**, v. 139, n. 1, 2017. ISSN 15288927. Citado na página 17.

HU, Kai Ming; LI, Hua. Large deformation mechanical modeling with bilinear stiffness for Macro-Fiber Composite bimorph based on extending mixing rules. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, 2020. ISSN 15308138. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.

HUANG, Dan Dan. Finite element modelling of macro fiber composite with interdigitated electrode for engineering applications. **Symposium on Piezoelectricity, Acoustic Waves, and Device Applications, SPAWDA 2017**, v. 2017, p. 463–470, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

IEEE. **ANSI/IEEE Std. 176-1987: An American National Standard: IEEE Standard on Piezoelectricity**. New York: [s.n.], 1987. 8–10 p. Citado na página 24.

KANIT, T. *et al.* Determination of the size of the representative volume element for random composites: Statistical and numerical approach. **International Journal of Solids and Structures**, v. 40, n. 13-14, p. 3647–3679, 2003. ISSN 00207683. Citado na página 39.

KOTHARI, Anmol *et al.* A Study on Epoxy-Based 1–3 Piezoelectric Composites Using Finite Element Method. **Polymers and Polymer Composites**, 2016. ISSN 09673911. Citado na página 48.

KSICA, Filip *et al.* Homogenized model of piezoelectric composite structure for sensing purposes. **Advances in Intelligent Systems and Computing**, Springer International Publishing, v. 1044, p. 358–365, 2020. ISSN 21945365. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

KUANG, Yang; ZHU, Meiling. Evaluation and validation of equivalent properties of macro fibre composites for piezoelectric transducer modelling. **Composites Part B: Engineering**, Elsevier, v. 158, n. January 2018, p. 189–197, 2019. ISSN 13598368. Citado 3 vezes nas páginas 29, 33 e 35.

LATALSKI, Jarosław. Modelling of macro fiber composite piezoelectric active elements in ABAQUS system. **Maintenance and Reliability**, v. 4, n. 4, p. 72–78, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.

LÓPEZ-REALPOZO, Juan C. *et al.* Transport properties in fibrous elastic rhombic composite with imperfect contact condition. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 53, n. 2, p. 98–107, 2011. ISSN 00207403. Citado na página 38.

LU, W. *et al.* Nonlinear electric-mechanical behavior and micromechanics modelling of ferroelectric domain evolution. **Acta Materialia**, v. 47, n. 10, p. 2913–2926, 1999. ISSN 13596454. Citado na página 21.

MAHMOODI, M. J.; AGHDAM, M. M.; SHAKERI, M. Micromechanical modeling of interface damage of metal matrix composites subjected to off-axis loading. **Materials and Design**, Elsevier Ltd, v. 31, n. 2, p. 829–836, 2010. ISSN 02641275. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2009.07.048>>. Citado na página 38.

MASON, Warren P. Piezoelectricity, its history and applications. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 70, n. 6, p. 1561–1566, 1981. ISSN NA. Citado na página 21.

MASSABÒ, Roberta; CAMPI, Francesca. An efficient approach for multilayered beams and wide plates with imperfect interfaces and delaminations. **Composite Structures**, v. 116, n. 1, p. 311–324, 2014. ISSN 02638223. Citado na página 38.

MATSUBARA, Atsushi; MAEDA, Minetaka; YAMAJI, Iwao. Vibration suppression of boring bar by piezoelectric actuators and LR circuit. **CIRP Annals - Manufacturing Technology**, CIRP, v. 63, n. 1, p. 373–376, 2014. ISSN 17260604. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cirp.2014.03.132>>. Citado na página 17.

NAIRN, John A. Numerical implementation of imperfect interfaces. **Computational Materials Science**, v. 40, n. 4, p. 525–536, 2007. ISSN 09270256. Citado 3 vezes nas páginas 37, 46 e 84.

NAIRN, J. A. Modeling imperfect interfaces in the material point method using multimaterial methods. **CMES - Computer Modeling in Engineering and Sciences**, v. 92, n. 3, p. 271–299, 2013. ISSN 15261492. Citado na página 37.

NASSER, Houssein *et al.* Optimal design of a multilayered piezoelectric transducer based on a special unit cell homogenization method. **Acta Mechanica**, v. 227, n. 7, p. 1837–1847, 2016. ISSN 00015970. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

OWEN, D R J; LYNESS, J F. Investigation of bond failure in fibre-reinforced materials by the finite element method. **Fibre Science and Technology**, n. 5, 1972. Citado na página 36.

PAHR, D H. **Experimental and Numerical Investigations of Perforated FRP- Laminates**. 150 p. Tese (Dissertation) — Technische Universitat Wien, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 42.

PANDEY, Akash; AROCKIARAJAN, A. Actuation performance of macro-fiber composite (MFC): Modeling and experimental studies. **Sensors and Actuators, A: Physical**, Elsevier B.V., v. 248, p. 114–129, 2016. ISSN 09244247. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2016.07.022>>. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

PANDEY, Akash; AROCKIARAJAN, A. An experimental and theoretical fatigue study on macro fiber composite (MFC) under thermo-mechanical loadings. **European Journal of Mechanics, A/Solids**, Elsevier Masson SAS, v. 66, p. 26–44, 2017. ISSN 09977538. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.euromechsol.2017.06.005>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

PRASATH, S. Sreenivasa; AROCKIARAJAN, A. Effective electromechanical response of macro-fiber composite (MFC): Analytical and numerical models. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier, v. 77, p. 98–106, 2013. ISSN 00207403. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2013.09.031>>. Citado 3 vezes nas páginas 32, 35 e 59.

PRASATH, S. Sreenivasa; AROCKIARAJAN, A. Analytical, numerical and experimental predictions of the effective electromechanical properties of macro-fiber composite (MFC). **Sensors and Actuators, A: Physical**, Elsevier B.V., v. 214, p. 31–44, 2014. ISSN 09244247. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2014.04.008>>. Citado 3 vezes nas páginas 32, 35 e 64.

QING, Xinlin *et al.* Piezoelectric transducer-based structural health monitoring for aircraft applications. **Sensors (Switzerland)**, v. 19, n. 3, p. 1–27, 2019. ISSN 14248220. Citado na página 17.

RAFIEE, Roham; SOTOUDEH, Sina. A cohesive zone model for predicting the initiation of Mode II delamination in composites under cyclic loading. **Journal of Reinforced Plastics and Composites**, v. 40, n. 5-6, p. 179–192, 2021. ISSN 15307964. Citado na página 38.

RAJA, S.; IKEDA, Tadashige. Concept and electro-elastic modeling of shear actuated fiber composite using micro-mechanics approach. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 19, n. 10, p. 1173–1183, 2008. ISSN 1045389X. Citado na página 30.

RIANO, Lina *et al.* Effect of interphase region on the elastic behavior of unidirectional glass-fiber/epoxy composites. **Composite Structures**, v. 198, n. April, p. 109–116, 2018. ISSN 02638223. Citado na página 44.

RODRÍGUEZ-RAMOS, Reinaldo *et al.* Influence of imperfect elastic contact condition on the antiplane effective properties of piezoelectric fibrous composites. **Archive of Applied Mechanics**, v. 80, n. 4, p. 377–388, 2009. ISSN 09391533. Citado na página 38.

RODRIGUEZ-RAMOS, Reinaldo *et al.* Characterization of piezoelectric composites with mechanical and electrical imperfect contacts. **Journal of Composite Materials**, v. 50, n. 12, p. 1603–1625, 2016. ISSN 1530793X. Citado na página 38.

RODRÍGUEZ-RAMOS, Reinaldo *et al.* Different approaches for calculating the effective elastic properties in composite materials under imperfect contact adherence. **Composite Structures**, v. 99, p. 264–275, 2013. ISSN 02638223. Citado na página 38.

SAFARI, Ahmad; AKDOĞAN, E. Koray. **Piezoelectric and acoustic materials for transducer applications**. [S.l.: s.n.], 2008. 1–481 p. ISBN 9780387765389. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

SAPPATI, Kiran Kumar; BHADRA, Sharmistha. Piezoelectric polymer and paper substrates: A review. **Sensors (Switzerland)**, v. 18, n. 11, 2018. ISSN 14248220. Citado na página 29.

SARTORATO, Murilo *et al.* Computational model for supporting SHM systems design : Damage identification via numerical analyses. **Mechanical Systems and Signal Processing**, Elsevier, v. 84, p. 445–461, 2017. ISSN 0888-3270. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ymssp.2016.07.035>>. Citado na página 17.

SCHMIDT, Knut *et al.* Active reduction of bending vibrations on rotating shafts. **ISMA - First International Symposium on Macro Fiber Composite Applications**, n. July, p. 2–8, 2005. Citado na página 28.

SCHÖNECKER, Andreas J. *et al.* Overview on macrofiber composite applications. **Smart Structures and Materials 2006: Active Materials: Behavior and Mechanics**, v. 6170, n. April 2006, p. 61701K, 2006. ISSN 0277786X. Citado na página 28.

SMART MATERIAL, C. **MFC Application Overview**. 2020. Disponível em: <<https://www.smart-material.com/MFC-product-application.html>>. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 28.

SOARES, Cristóvão M. Mota; SOARES, Carlos A. Mota; CORREIA, Victor M. Franco. Optimal design of piezolaminated structures. **Composite Structures**, v. 47, n. 1-4, p. 625–634, 1999. ISSN 02638223. Citado na página 17.

STEIGER, Kateřina; MOKRÝ, Pavel. Finite element analysis of the macro fiber composite actuator: Macroscopic elastic and piezoelectric properties and active control thereof by means of negative capacitance shunt circuit. **Smart Materials and Structures**, v. 24, n. 2, 2015. ISSN 1361665X. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

SUQUET, Pierre M. Elements of Homogenization Theory for Inelastic Solid Mechanics. In: **Homogenization Techniques for Composite Media**. Springer-Verlag, Berlin: In: Sanchez-Palencia, E., Zaoui, A. (Eds.), **Homogenization Techniques for Composite Media**., 1987. p. 194–278. Citado 3 vezes nas páginas 39, 40 e 41.

THEOCARIS, P S; PHILIPPIDIS, T P. Theoretical Evaluation of the Extent of the Mesophase in Particulate and Fibrous Composites. **Journal of Reinforced plastics and composites**, v. 4, n. April, p. 173–185, 1985. Citado na página 38.

THOMAS, Peter R.; CALZADA, Ángela Carmen Blázquez; GILMOUR, Kevin. Modeling of macro fiber composite actuated laminate plates and aerofoils. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 31, n. 4, p. 525–549, 2020. ISSN 15308138. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.

TITA, Volnei *et al.* Effective properties evaluation for smart composite materials with imperfect fiber-matrix adhesion. **Journal of Composite Materials**, v. 49, n. 29, p. 3683–3701, 2015. ISSN 1530793X. Citado 4 vezes nas páginas 33, 35, 37 e 48.

TRINDADE, M. A.; BENJEDDOU, A. Finite element homogenization technique for the characterization of d 15 shear piezoelectric macro-fibre composites. **Smart Materials and Structures**, v. 20, n. 7, 2011. ISSN 09641726. Citado 6 vezes nas páginas 17, 18, 28, 33, 35 e 59.

TRINDADE, Marcelo A.; BENJEDDOU, Ayech. Parametric analysis of effective material properties of thickness-shear piezoelectric macro-fibre composites. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 34, n. spe, p. 352–361, 2012. ISSN 1678-5878. Citado 3 vezes nas páginas 33, 35 e 59.

TRINDADE, Marcelo A.; BENJEDDOU, Ayech. Finite element characterization and parametric analysis of the nonlinear behaviour of an actual d 15 shear MFC. **Acta Mechanica**, v. 224, n. 11, p. 2489–2503, 2013. ISSN 00015970. Citado 3 vezes nas páginas 30, 33 e 35.

TRINDADE, Marcelo A.; BENJEDDOU, Ayech. Finite element characterisation of multilayer d31 piezoelectric macro-fibre composites. **Composite Structures**, Elsevier Ltd, v. 151, p. 47–57, 2016. ISSN 02638223. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2015.10.011>>. Citado 3 vezes nas páginas 33, 35 e 48.

TULOUP, C. *et al.* On the use of in-situ piezoelectric sensors for the manufacturing and structural health monitoring of polymer-matrix composites: A literature review. **Composite Structures**, Elsevier, v. 215, n. February, p. 127–149, 2019. ISSN 02638223. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2019.02.046>>. Citado na página 17.

UCHINO, Kenji. **Advanced Piezoelectric Materials**. Philadelphia: Woodhead Publishing Limited, 2008. i–xvi p. ISBN 9781845691868. Citado na página 27.

UPADRASHTA, Deepesh; YANG, Yaowen. Experimental investigation of performance reliability of macro fiber composite for piezoelectric energy harvesting applications. **Sensors and Actuators, A: Physical**, Elsevier B.V., v. 244, p. 223–232, 2016. ISSN 09244247. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.sna.2016.04.043>>. Citado 2 vezes nas páginas 34 e 35.

WILLIAMS, R. Brett *et al.* Nonlinear tensile and shear behavior of macro fiber composite actuators. **Journal of Composite Materials**, v. 38, n. 10, p. 855–869, 2004. ISSN 00219983. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

WILLIAMS, R. Brett; INMAN, Daniel J.; WILKIE, W. Keats. Nonlinear response of the macro fiber composite actuator to monotonically increasing excitation voltage. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, v. 17, n. 7, p. 601–608, 2006. ISSN 1045389X. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

WÜRKNER, Mathias; BERGER, Harald; GABBERT, Ulrich. Numerical investigations of effective properties of fiber reinforced composites with parallelogram arrangements and imperfect interface. **Composite Structures**, v. 116, n. 1, p. 388–394, 2014. ISSN 02638223. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 37.

XIA, Zihui; ZHANG, Yunfa; ELLYIN, Fernand. A unified periodical boundary conditions for representative volume elements of composites and applications. **International Journal of Solids and Structures**, v. 40, n. 8, p. 1907–1921, 2003. ISSN 00207683. Citado na página 41.

YAM, L. H. *et al.* Numerical analysis of multi-layer composite plates with internal delamination. **Computers and Structures**, v. 82, n. 7-8, p. 627–637, 2004. ISSN 00457949. Citado na página 38.

YANG, S. M.; JENG, C. A. Structural vibration suppression by concurrent piezoelectric sensor and actuator. **Smart Materials and Structures**, v. 5, n. 6, p. 811–813, 1996. ISSN 09641726. Citado na página 17.

YANG, Yaowen; TANG, Lihua; LI, Hongyun. Vibration energy harvesting using macro-fiber composites. **Smart Materials and Structures**, v. 18, n. 11, 2009. ISSN 09641726. Citado na página 64.

ZAMBRANO, Michel Venet;; PEREIRA, António Henrique Alves;. **Curso de Materiais e Dispositivos Piezelétricos: Fundamentos e Desenvolvimento**. São Carlos: ATCP do Brasil Soluções Piezelétricas, 2004. 1–18 p. Citado na página 22.

ZHANG, Shun Qi; LI, Ya Xi; SCHMIDT, Rüdiger. Modeling and simulation of macro-fiber composite layered smart structures. **Composite Structures**, v. 126, n. 3, p. 89–100, 2015. ISSN 02638223. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.