



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO
DE AMORTECEDORES DE LÍQUIDO
ACOPLADOS EM UMA ESTRUTURA DO
TIPO PÓRTICO**

William Pandini de Oliveira

JOINVILLE, SC
2021

William Pandini de Oliveira

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE AMORTECEDORES DE
LÍQUIDO ACOPLADOS EM UMA ESTRUTURA DO TIPO PÓRTICO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE, SC
2021**

William Pandini de Oliveira

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE AMORTECEDORES DE
LÍQUIDO ACOPLADOS EM UMA ESTRUTURA DO TIPO PÓRTICO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC0001) do Curso de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora:

Orientador:

Prof. Dr. Ricardo de Medeiros
UDESC/CCT

Membros:

Prof. Eng. Gustavo Henrique Oestereich
IFSC Câmpus Jaraguá do Sul

Eng. Matheus Rodrigues Silva
UDESC/CCT

Joinville, 13 de Abril de 2021.

AGRADECIMENTO

Começo agradecendo e dedicando esse trabalho ao Criador, que esteve comigo durante essa trajetória, e principalmente me deu força e resiliência nas horas escuras, e quando as coisas pareciam sem propósito Ele mostrou o caminho a ser seguido.

Gostaria de agradecer imensamente o meu orientador Ricardo, pelos mui construtivos conselhos, pela oportunidade que me foi dada, por sua grande ajuda em todos os quesitos deste trabalho e acima de tudo, pela sua grande paciência para com o término da presente tese.

Muitas pessoas ajudaram e colaboraram nas pesquisas, é talvez injusto nomear apenas algumas, mas creio ser imprescindível fazê-lo.

É necessário citar em destaque a minha Mãe, que depois do Criador, é a quem dedico esse trabalho. Ela me deu uma base sólida e uma educação de grande qualidade, sem a dedicação e empenho por ela demonstrados, nada disso teria sido construído.

Agradeço com ênfase meu Pai, que me ensinou a grandiosa lição de jamais desistir.

Gostaria de agradecer ao meu tio e padrinho Claudio, pelas inúmeras conversas e discussões no decorrer dos anos, e pela motivação em criar um pensamento crítico e científico.

Um grande obrigado a minha Avó Loni e ao meu Avô Leopoldo, um me mostrou o significado de amor fraternal e o outro me mostrou que trabalho duro é mais que uma palavra, é uma realidade.

Agradeço o amigo Luis Makowski pela grande amizade e pelas inúmeras conversas tidas, que sempre estimularam e produziram ideias muito produtivas.

Finalizo , agradecendo a minha Avó Maria de Lurdes, pelo seu sorriso e carinho independente do momento.

RESUMO

O movimento de um fluído em um recipiente com uma superfície livre, é chamado de *sloshing*. O método, é passível de muitos distúrbios, logo, utilizando os meios corretos, através da dinâmica do fluído, é possível utilizá-lo como um absorvedor de vibração. No presente trabalho, será estudado o amortecimento de vibrações por um líquido que preenche um recipiente acoplado em uma estrutura do tipo pórtico. Um modelo tridimensional para os reservatórios de fluído foi criado, e ele será acoplado a uma estrutura sujeita a vibração de base e de massa. Com o auxílio das equações características, serão avaliados os parâmetros críticos do problema, para que haja um correto dimensionamento. Por fim, após a criação de um modelo teórico que represente o objeto de estudo, serão feitos experimentos, e obtidas as curvas características do modelo, com o intuito de avaliar o aumento ou decréscimo das propriedades vibracionais. Ao fim do trabalho, foi possível observar a altura da coluna de água que estava associada com a menor amplitude e menor transmissibilidade bem como, as alturas que causavam um aumento das mesmas.

Palavras-Chave: Sloshing, Amortecimento, Escoamento, Absorvedor de vibração

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 2.1 – Exemplo de um AMS, absorvedor sem amortecimento e massa principal sujeitos a excitação harmônica (Frahm's Absorber)	15
Figura 2.2 – Exemplo de um ALS (TLD) instalado no Aeroporto Internacional de Tóquio..	17
Figura 2.3 – Exemplo de um ALS (TLD) instalado no Aeroporto Internacional de Tóquio (a) transferência de carregamento, (b) modificações aerodinâmicas e (c) esquema auxiliar do amortecimento.....	18
Figura 2.4 – Tipos de absorvedores: A: AMS B: absorvedor do tipo pendular C: absorvedor de oscilação sintonizado D: ACLS E: Elementos de absorção auxiliar	18
Figura 2.5 – Atenuador Fluidodinâmico	19
Figura 2.6 – Sistema 1 GDL amortecido excitado harmonicamente	20
Figura 2.7 – Variação de M e ϕ em relação a razão de frequências r	23
Figura 2.8 – Pontos de meia potência e largura de banda.....	24
Figura 2.9 – Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido.....	26
Figura 2.10 – Efeito de um ADV sobre a resposta do sistema.....	28
Figura 2.11 – ADV amortecido	29
Figura 2.12 – Efeito de um ADV amortecido sobre a resposta da máquina	31
Figura 2.13 – Sistema com isolador sobre fundação flexível.....	32
Figura 2.14 – ADV amortecido com excitação de base.....	34
Figura 2.15 – Sistema com n graus de liberdade	38
Figura 2.16 – Identificação de sistema de coordenadas globais e locais referente a com líquido em.....	42
Figura 3.1 – Diagrama de blocos mostrando as etapas do trabalho.....	51
Figura 3.2 – Caneca soldada no topo da estrutura.	51
Figura 3.3 – Caneca soldada no topo da estrutura.	52
Figura 3.4 – Estrutura de pórtico sem caneca.....	52
Figura 3.5 – Estrutura de pórtico sem caneca.....	53
Figura 3.6 – Absorvedor dinâmico de vibração, sujeito a aplicação de uma força em sua massa e base.....	54
Figura 3.7 - Bancada de teste.	55

Figura 3.8 - Amplificador membro da bancada.....	55
Figura 3.9 - Excitador de vibrações 4810, Brüel E Kjaer.	56
Figura 3.10 - Representação da seção transversal do excitador.	56
Figura 3.11 - Módulo gerador, Brüel E Kjaer	57
Figura 3.12 - Diagrama de blocos ilustrando o funcionamento do amplificador.....	60
Figura 3.13 - Acelerômetro, BrüelEKjaer.....	60
Figura 4.1 – Gráfico de transmissibilidades pela razão de frequências.	64
Figura 4.2 – Gráfico de transmissibilidades pela razão de frequências no entorno de β igual a um.....	65
Figura 4.3 – Gráfico das transmissibilidades para β igual a um.	66
Figura 4.4 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz.	66
Figura 4.5 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz.	67
Figura 4.6 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz	68
Figura 4.7 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz	68
Figura 4.8 – Gráfico (amplitude de aceleração (mm / s ²) em em β igual a um.	69
Figura 4.9 – Gráfico (amplitude de aceleração (mm / s ²) x Altura de coluna de água.	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Dados técnicos gerador.	58
Tabela 3.2 – Dados técnicos amplificador.	59
Tabela 3.3 – Características acelerômetro modelo 4397.....	61
Tabela 4.1 – Características da estrutura.....	63
Tabela 4.2 – Propriedades calculadas.	63
Tabela 4.3 – Frequência natural da estrutura analítica.....	63
Tabela 4.4 – Comparação de frequências naturais analítica e experimental.....	63
Tabela 4.5 – Comparativo.	70
Tabela 4.6 – Análise de diminuição de amplitude de aceleração.....	70
Tabela 4.7 – Análise de diminuição de transmissibilidade.	71

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 MOTIVAÇÃO.....	12
1.2 OBJETIVO.....	13
1.3 ESTRUTURA DE TRABALHO.....	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1 ESTADO-DA-ARTE.....	15
2.2 VIBRAÇÕES.....	19
2.2.1 Sistema de 1 GDL Excitado Harmonicamente	20
2.2.2 Fator de Qualidade	23
2.3 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO NÃO AMORTECIDO.....	25
2.4 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO AMORTECIDA.....	29
2.5 SISTEMA DE ISOLAMENTO DE VIBRAÇÃO COM 2 GRAUS DE LIBERDADE SEM AMORTECIMENTO COM FUNDAÇÃO FLEXÍVEL.....	32
2.6 SISTEMA DE ISOLAMENTO DE VIBRAÇÃO COM 2 GRAUS DE LIBERDADE COM AMORTECIMENTO COM FUNDAÇÃO FLEXÍVEL.....	34
2.7 ABSORVEDOR DE VIBRAÇÃO OTIMAMENTE SINTONIZADO.....	38
2.7.1 Equação de movimento	38
2.7.2 Redução do sistema a um grau de liberdade	38
2.8 MODELAGEM MATEMÁTICA EM RESERVATÓRIOS.....	40
2.8.1 Sloshing linear	40
2.8.2 Equações de campo para escoamento	41
2.8.3 Amortecimento	46
3 MATERIAIS E MÉTODOS	51
3.1 METODOLOGIA.....	51
3.2 EQUIPAMENTOS.....	54
3.2.1 Excitador De Vibrações	55
3.2.2 Módulo Gerador	57
3.2.3 Amplificador	58
3.2.4 Acelerômetro	60

4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
4.1	FREQUÊNCIA NATURAL.....	63
4.2	TRANSMISSIBILIDADE EXPERIMENTAL	64
5	CONCLUSÕES	72
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	72

1 INTRODUÇÃO

Na engenharia mecânica, análise de vibrações, consiste em um importante campo de estudo, e neste campo, pesquisa-se em como minimizar os efeitos maléficos da vibração, cuja consequência imediata é a fadiga. O isolamento da vibração é um procedimento pelo qual os efeitos indesejáveis da vibração são reduzidos, pois a sua completa anulação é impossível (RAO, 2009).

Diz-se que um sistema de isolamento é ativo ou passivo dependendo da exigência de uma força externa para que o isolador execute sua função. Um isolador passivo consiste em um membro resiliente (rigidez) e um dissipador de energia (amortecimento). Um isolador ativo é composto por um servomecanismo dotado de um sensor, processador de sinal e um acionador. A efetividade de um isolador é enunciada em termos da sua transmissibilidade (RAO, 2009).

Segundo Espíndola (1997), algumas técnicas básicas utilizadas para reduzir essas vibrações a níveis aceitáveis são:

- Atuar sobre a excitação, reduzindo sua amplitude e/ou alterando o espectro.
- Atuar sobre a estrutura, seja pela variação da rigidez, massa ou introduzindo amortecimento.
- Fixar um ou mais sistemas secundários ao sistema (também conhecido como sistema principal, sistema primário ou estrutura primária), cuja vibração deseja-se reduzir.

Segundo Silva (2005), atuar sobre a excitação é pouco prático e na maioria das vezes impossível. Modificar a estrutura primária é uma ação válida quando a sua densidade modal é relativamente baixa e os esforços são de tipo banda estreita, além disso, a modificação estrutural poderia comprometer o funcionamento do sistema devido à alteração da função original para a qual foi projetada, portanto, é uma opção nem sempre eficaz.

Diante do exposto, o terceiro tópico é o objetivo deste trabalho, ou seja, ao longo dos últimos anos vem sendo empregado a utilização de absorvedores dinâmicos de vibração (ADV), que são alternativas de custo reduzidos se comparadas aos métodos de isolamento abordados nos dois primeiros tópicos, e com resultados altamente satisfatórios. Os ADVs podem ser distribuídos em quatro categorias distintas: passivos simples, ativos, adaptativos e passivos multimodais (DÍAZ, 2014).

Em sua forma mais simples, um ADV é um dispositivo de parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento que, uma vez acoplado a uma dada estrutura, cujas vibrações desejam-se atenuar, é capaz de absorver a energia vibratória no ponto de conexão (CUNHA JR.,

1999). O mecanismo de funcionamento, consiste em vibrar na mesma frequência natural da estrutura principal, de maneira que as amplitudes de vibração sejam anuladas (DEN HARTOG, 1964). A invenção dos ADVs deve-se ao engenheiro alemão Hermann Frahm (FRAHM, 1911). Hermann estudou e utilizou um ADV de um grau de liberdade (GDL) usado no controle de vibrações torcionais em projetos de eixos de hélices de navios (DÍAZ, 2014).

Neste trabalho buscar-se-á estudar o controle passivo de vibração por meio do efeito de *sloshing*. *Sloshing* é um fenômeno de grande importância na engenharia, como podendo ser observado em quase todos os tanques preenchidos com algum tipo de líquido, desde uma xícara de chá até os enormes tanques de estabilização usados em navios transatlânticos, que de tempos em tempos possuem a característica comum de terem uma superfície livre de líquido. As forças dinâmicas causadas pelo movimento das enormes massas de líquido podem ser bastante substanciais, talvez até além das capacidades de contrabalanceamento do sistema ou da capacidade da estrutura de resistir as forças dinâmicas (PAL *et al.*, 2001).

1.1 MOTIVAÇÃO

Os absorvedores dinâmicos passivos de vibração devido à sua simplicidade, baixo custo e estabilidade, tem sido objeto de muitas pesquisas e tem sido utilizada diferentes configurações, por exemplo: a configuração clássica de neutralizador dinâmico massa-mola (M, K) ou incluindo dissipação de energia (M, C, K), os neutralizadores viscoelásticos e até sistemas de absorvedores do tipo pêndulo (DÍAZ, 2014).

Em geral, os sistemas aqui estudados são caracterizados pela sua habilidade de elevar a dissipação de energia no sistema em que seja instalado. Esse efeito pode ser obtido por conversão de energia cinética em calor, ou pela transferência de energia entre os modos de vibração (SOONG E DARGUSH, 1997). O controle estrutural inclui equipamentos que operam com base nos princípios de fricção, escoamento de metais, transformação física de metais, deformação de sólidos viscoelásticos ou fluido, e fluidos com orifício que haja como um absorvedor dinâmico suplementar (ALKMIN, 2015).

Recentemente, estudos numéricos e experimentais foram realizados para avaliar a eficiência do amortecimento por *sloshing*. Vale notar que os amortecedores passivos só podem ser sintonizados a uma frequência específica. Para casos de estruturas com n -graus de liberdade, a resposta ao primeiro modo de vibração (primeiro grau de liberdade) pode ser reduzida consideravelmente, embora as demais respostas apresentem um aumento de vibração. Para excitações do tipo sísmica, considerando um prédio de 12 andares, a resposta ao primeiro modo

de vibração corresponde a mais de 80% do movimento total. Entretanto, para estruturas maiores a resposta aos demais modos de vibração torna-se mais significativa (SOONG E DARGUSH, 1997).

O aumento maciço de grandes empreendimentos no ramo da construção civil nas regiões litorâneas do estado, e a importação de maquinário pesado no eixo metal-mecânico de Santa Catarina, criaram uma necessidade por soluções em amortecimento, sendo o *sloshing* uma opção a ser pensada para os próximos anos, devido a sua elevada eficiência e custo menor se comparado as soluções padrão de mercado.

1.2 OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é correlacionar a amplitude do sistema com o nível de água do reservatório acoplado ao corpo de teste. Foi soldado uma xícara no topo da estrutura, para que a mesma servisse de tanque para o fluido usado nos ensaios, onde foram testadas 16 medidas diferentes, partindo do tanque vazio até uma altura de água de 40 mm. Em cada medida, se procurou observar o comportamento vibracional do pórtico, mediante a presença de água no tanque, bem como os dados gerados pelo programa computacional Pulse.

1.3 ESTRUTURA DE TRABALHO

A estrutura deste trabalho é organizada para que o leitor consiga acompanhar os conceitos matemáticos desenvolvidos e compreenda a metodologia proposta. Assim, o trabalho é estruturado da seguinte forma:

- **Capítulo 1** - apresenta uma introdução sobre o tema a ser estudado, com a respectiva motivação do trabalho, assim como o objetivo e a estrutura do mesmo.
- **Capítulo 2** – inicia com fundamentação teórica básica de vibrações, apresentando a formulação matemática do problema para analisar as vibrações livres de um tanque cilíndrico parcialmente cheio por um fluido, considerando diferentes condições de contorno para o tanque cilíndrico.
- **Capítulo 3** – apresenta uma revisão bibliográfica sobre os estudos feitos por diversos autores relacionados à análise das vibrações livres em tanques cilíndricos parcialmente cheios.

- **Capítulo 4** – apresenta os resultados obtidos pela formulação matemática para um tanque cilíndrico vazio e parcialmente cheio, comparando os resultados entre o método analítico e os obtidos em laboratório.
- **Capítulo 5** – apresenta as conclusões do trabalho.
- **Capítulo 6** – apresenta referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

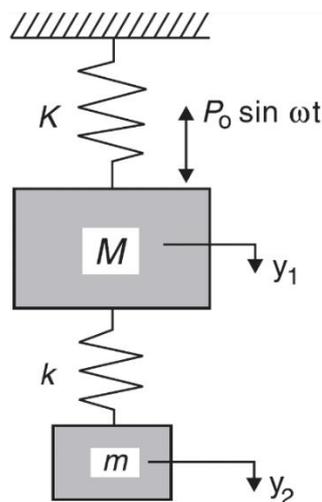
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, inicialmente apresentar-se-á a revisão sobre o estado da arte de amortecimento de estruturas. Após, uma breve revisão de sistemas amortecidos com um grau de liberdade excitados harmonicamente, e as mudanças recorrentes com a adição de mais um grau de liberdade. Em seguida, as definições de: fator de qualidade e largura de banda, devido a forte influência da adição de um grau de liberdade sobre ambos os parâmetros. Então, as formulações matemáticas de: absorvedores de vibração amortecidos, não amortecidos e sistemas com excitação de base. Por fim, se apresenta o desenvolvimento matemático de *sloshing* linear, aplicado a tanques cilíndricos.

2.1 ESTADO-DA-ARTE

Os absorvedores dinâmicos passivos de vibração, possuem 3 classificações: absorvedor de massa sintonizado (AMS), conforme Figura 2.1, absorvedor de líquido sintonizado (ALS) e outros absorvedores. No primeiro caso, do inglês, *tuned mass damper* (TMD), considerando o caso mais simples de carregamento harmônico é possível manter a massa principal M completamente estacionária quando a frequência natural do absorvedor é escolhida (sintonizada) como sendo a frequência de excitação (ALKMIN, 2015).

Figura 2.1 – Exemplo de um AMS, absorvedor sem amortecimento e massa principal sujeitos a excitação harmônica (Frahm's Absorber)



Fonte: SOONG E DARGUSH, (1997).

É importante destacar a diferença entre os conceitos dos absorvedores e dos amortecedores. Um absorvedor pode também amortecer através de dissipação de energia e por isso existem elementos de amortecimento em absorvedores de vibração. Os absorvedores são dispositivos adicionados à estrutura para absorver, ou seja, transferir parte da excitação que a priori iria à estrutura principal para o absorvedor. Tanto a estrutura quanto o absorvedor possuem amortecimento presente em seus sistemas e por isso, podem dissipar energia por diferentes maneiras (atrito e turbulência) (ALCKMIN, 2015).

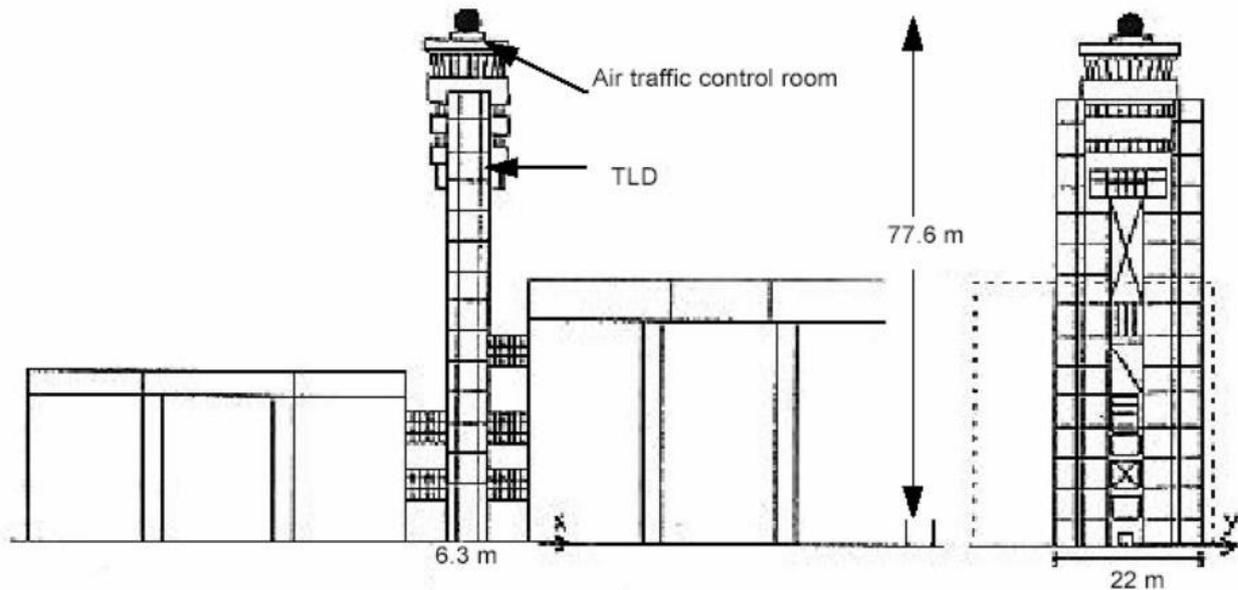
As primeiras estruturas que utilizam AMS tinham como objetivo absorver excitação induzida pelo vento. AMS foram instalados na *Centerpoint Tower* in Sidney, Austrália, e no *Citicorp* em Nova York. A essa altura o edifício pode ser representado por uma simples massa modal de aproximadamente 20 toneladas de forma que o AMS forme o sistema de dois graus de liberdade. Testes realizados no *Citicorp* mostram que o AMS produz 4% mais amortecimento que os 1% de amortecimento da estrutura original, que pode reduzir os níveis de aceleração da estrutura em cerca de 50% (SOONG E DARGUSH, 1997).

Os Absorvedores de Líquido Sintonizado (ALS), do inglês, *Tuned Liquid Damper* (TLD), são uma classe de AMS onde a massa é substituída por um líquido, usualmente água para agir como um absorvedor dinâmico de vibração. Seu princípio básico envolve aplicar uma ALS para reduzir a resposta dinâmica da estrutura de forma similar ao AMS. Entretanto, a resposta do sistema é não linear devido ao efeito de *sloshing* (movimento do fluido irregular no reservatório próximo a superfície) ou a presença de orifícios do interior de reservatório que geram efeitos turbulentos. Em comparação com os AMSs, as vantagens associadas aos ALSs incluem o baixo custo, praticamente zero necessidade de manutenção e facilidade de sintonização dependendo apenas da geometria escolhida.

Aplicações de ALSs foram realizadas primeiramente no Japão, entre elas, incluem o Aeroporto de Nagasaki em 1987, Torre Yokohama Marine também em 1987, ponte de cabo estaiado Higashi-Kobe construída em 1992 e o Aeroporto internacional de Tóquio em 1993. O ALS instalado no Aeroporto internacional de Tóquio, ilustrado na Figura 2.2, consiste de 1400 contêineres contendo água, partículas flutuantes e conservantes que servem para otimizar a dissipação de energia através de um aumento da área de superfície e pelo contato entre as partículas. Os contêineres, circulares com 0,6 m de diâmetro e 0,125 m de altura são empilhados em seis camadas em prateleiras metálicas. A massa total do ALS é de aproximadamente 3,5% da massa do primeiro modo generalizado da torre. A frequência de *sloshing* é otimizada a 0,743 Hz. Outras obras foram propostas e estão em fase de projeto como a Millennium Tower em Tóquio, Japão e Shanghai Financial Trade Center em Shanghai, China. Em todos os casos, se comprova a eficiência, a economicidade, a adaptabilidade

para se ajustar em diferentes espaços físicos e o fato de serem contra falhas quando bem projetados. Para ventos com velocidade instantânea de 25 m/s , os resultados observados mostram que o ALS reduz a resposta à aceleração para vento em direção cruzada de 60% em relação ao valor sem o amortecedor (SOONG E DARGUSH, 1997).

Figura 2.2 – Exemplo de um ALS (TLD) instalado no Aeroporto Internacional de Tóquio.

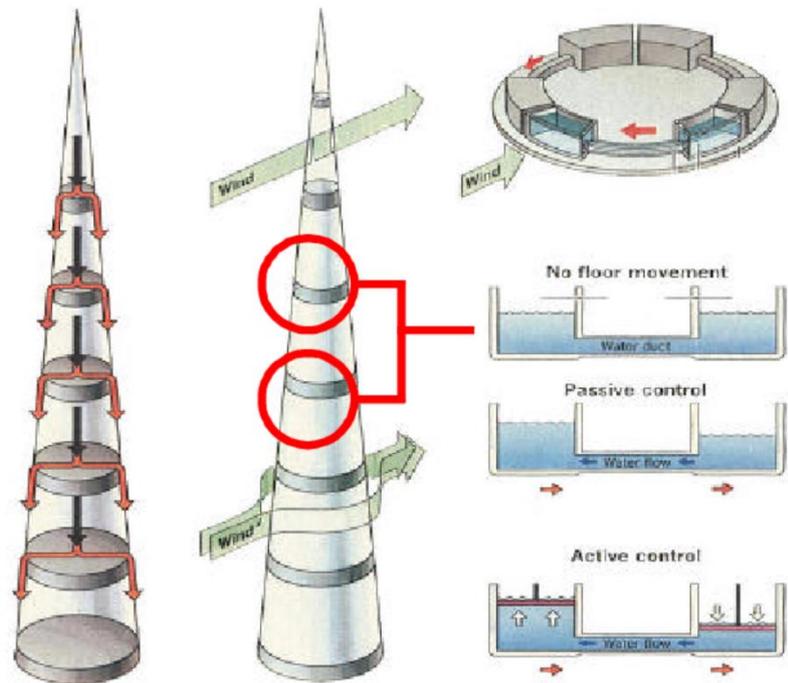


Fonte: TAMURA *et al.*, (1996).

Os ALSs possuem diversas ramificações, como exemplificado nas Figuras 2.3 e 2.4, dentre elas, tem-se os amortecedores de oscilações sintonizadas (AOS), amortecedores de coluna de líquido sintonizados (ACLS), amortecedores de líquido sintonizados circular (ALSC), entre outros. O funcionamento dos AOSs deve-se ao fenômeno de *sloshing* do líquido presente no contêiner. Uma pequena parte do líquido no AOS participa do movimento de *sloshing* e por isso, para aumentar a participação do líquido, os ACLS são propostos (MIN, KIM e LEE, 2014). A absorção do tipo *sloshing* apesar de ser de simples aplicação, exige certo aprofundamento em estudos de otimização, devido ao fato da frequência do absorvedor aumentar com a amplitude de excitação (ALCKMIN, 2015).

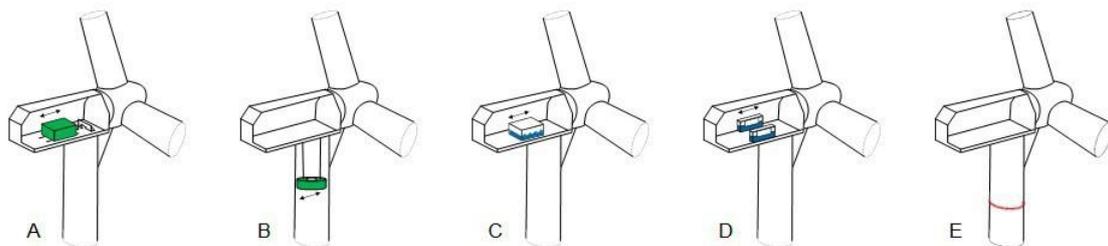
A procura por parâmetros otimizados teve início no trabalho clássico de dinâmica de absorvedores de vibração de Hartog (1985). Em seu trabalho, Hartog derivou expressões otimizadas para a razão de amortecimento e razão de frequências naturais otimizadas para um sistema sem amortecimento sujeito a excitações harmônicas. Foi observado que os parâmetros que minimizam a resposta do sistema principal são apenas função da razão das massas (ALCKMIN, 2015).

Figura 2.3 – Exemplo de um ALS (TLD) instalado no Aeroporto Internacional de Tóquio (a) transferência de carregamento, (b) modificações aerodinâmicas e (c) esquema auxiliar do amortecimento.



Fonte: SUDJIC *et al.*, (1993).

Figura 2.4 – Tipos de absorvedores: A: AMS B: absorvedor do tipo pendular C: absorvedor de oscilação sintonizado D: ACLS E: Elementos de absorção auxiliar



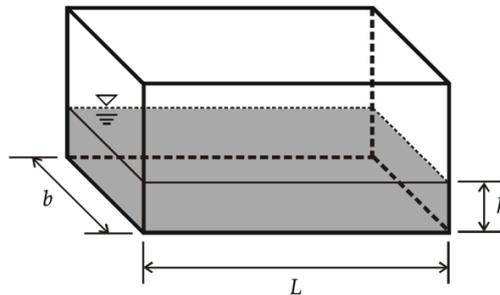
Fonte: ALTAY *et al.*, (2014).

Chang e Qu (1998) estabeleceram equações unificadas para diferentes tipos de absorvedores dinâmicos passivos. Entre eles, AMC, ACLS, e outras formas geométricas para os amortecedores de líquido sintonizado como circular e retangular. Esse trabalho é importante, pois fornece uma comparação para diferentes tipos de absorvedores.

Atenuador fluidodinâmico (AFD) ou amortecedores de oscilação sintonizados (AOS) consistem num recipiente rígido totalmente indeformável contendo líquido sujeito à pressão

atmosférica. Este recipiente pode ter diferentes formas geométricas, neste caso é cúbico e é definido pelo comprimento L , a largura b e a altura de líquido em repouso h , como ilustra a Figura 2.5.

Figura 2.5 – Atenuador Fluidodinâmico



Fonte: SOUZA *et al.*, (2003).

Estando o recipiente acoplado à estrutura, o movimento induzido no líquido do AFD, quando a estrutura oscila devido à excitação de uma carga dinâmica, gera forças que fazem alterar as características dinâmicas da própria estrutura para reduzir as vibrações induzidas pelas ações dinâmicas. O amortecimento ótimo no AFD ocorre quando o líquido é excitado em ressonância e responde em movimento denominado *sloshing*, que é uma situação limite antes de haver formação completa e quebra de onda. Para isso o AFD é dimensionado tal que sua frequência natural seja baixa, próxima da frequência da estrutura.

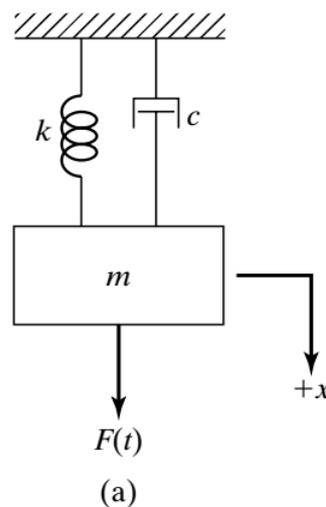
2.2 VIBRAÇÕES

Um sistema vibratório, quando excitado em uma frequência próxima da frequência de ressonância, por uma força harmônica, experimentará um aumento considerável nas amplitudes de vibração características. Se o sistema tiver um grau de liberdade, haverá apenas uma frequência de ressonância. Para n graus de liberdade, haverá n frequências de ressonâncias diferentes da original, obtida com um grau de liberdade. Nesses casos, a vibração da máquina ou sistema pode ser reduzida com a utilização de um neutralizador de vibração ou absorvedor dinâmico de vibração, que é simplesmente outro sistema massa-mola. O absorvedor dinâmico de vibração é projetado de tal modo que as frequências naturais do sistema resultante fiquem longe da frequência de excitação (RAO, 2009).

2.2.1 Sistema de 1 GDL Excitado Harmonicamente

Segundo Rao (2003), muitos sistemas mecânicos lineares complexos podem ser modelados com um sistema equivalente massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade (Figura 2.6). Estes sistemas dinâmicos correspondentes têm seus movimentos definidos por apenas uma coordenada, de translação ou de rotação.

Figura 2.6 – Sistema 1 GDL amortecido excitado harmonicamente



Fonte: RAO *et al.*, (2003).

Se uma força $F(t) = F_o \text{sen}(\omega t)$ agir sobre um sistema massa-mola viscosamente amortecido, a equação de movimento pode ser obtida pela segunda lei de Newton como

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t), \quad (2.1)$$

onde m é a massa, c é o coeficiente de amortecimento e k é a rigidez do sistema.

Visto que a Eq. (2.1) é não-homogênea, sua solução geral $x(t)$ é dada pela soma da solução homogênea, $x_h(t)$ com a solução particular, $x_p(t)$. A solução homogênea é obtida igualando a Eq. (2.1) a zero. Essa vibração livre desaparece com o tempo sob cada uma das três possíveis condições de amortecimento (subamortecimento, amortecimento crítico e superamortecimento) e sob todas as possíveis condições iniciais. Assim, a solução geral da Eq. (2.1) reduz-se à solução particular $x_p(t)$, que representa a vibração em regime permanente. O movimento em regime permanente está presente, contanto que a função forçante esteja presente.

Como a força excitadora $F(t)$ é harmônica, a solução particular $x_p(t)$ também é harmônica e tem a mesma frequência ω . Assim, admitimos uma solução na forma

$$x_p(t) = X_0 \text{sen}(\omega t - \phi), \quad (2.2)$$

onde X_0 denota a máxima amplitude, ω é a frequência angular e ϕ é o ângulo de fase. Substituindo a Eq. (2.2) na Eq. (2.1), obtém-se

$$-\omega^2 m X \text{sen}(\omega t - \phi) + c \omega X \cos(\omega t - \phi) + k X \text{sen}(\omega t - \phi) = F_0 \text{sen}(\omega t). \quad (2.3)$$

Colocando a amplitude X em evidência

$$X[(k - m \omega^2) \text{sen}(\omega t - \phi) + c \omega \cos(\omega t - \phi)] = F_0 \text{sen}(\omega t). \quad (2.4)$$

Utilizando as identidades trigonométricas

$$\cos(\omega t - \phi) = \cos(\omega t) \cos(\phi) + \text{sen}(\omega t) \text{sen}(\phi), \quad (2.5)$$

e

$$\text{sen}(\omega t - \phi) = \text{sen}(\omega t) \cos(\phi) - \cos(\omega t) \text{sen}(\phi). \quad (2.6)$$

Resulta em duas novas equações, obtidas igualando os coeficientes de $\cos(\omega t)$ e $\text{sen}(\omega t)$ em ambos os lados da equação, resultando em

$$X [(k - m \omega^2) \cos(\phi) + c \omega \text{sen}(\phi)] = F_0, \quad (2.7)$$

e

$$X [(k - m \omega^2) \text{sen}(\phi) - c \omega \cos(\phi)] = 0. \quad (2.8)$$

Assim, a amplitude pode ser definida por

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m \omega^2)^2 - c^2 \omega^2}}. \quad (2.9)$$

Realizando as seguintes substituições

$$\text{Frequência natural do sistema: } \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (2.10)$$

$$\text{Fator de amortecimento: } \zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}}, \quad (2.11)$$

$$\text{Deflexão sob a força estática: } X_{est} = \frac{F_0}{k}, \quad (2.12)$$

$$\text{Razão de frequências: } r = \omega/\omega_n. \quad (2.13)$$

Então, obtém-se a amplitude de deslocamento em termos adimensionais

$$X = \frac{X_{est}}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\zeta)^2}}. \quad (2.14)$$

Dividindo-se a Eq. (2.14) por X_{est} , resulta e

$$M = \frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\zeta)^2}}, \quad (2.15)$$

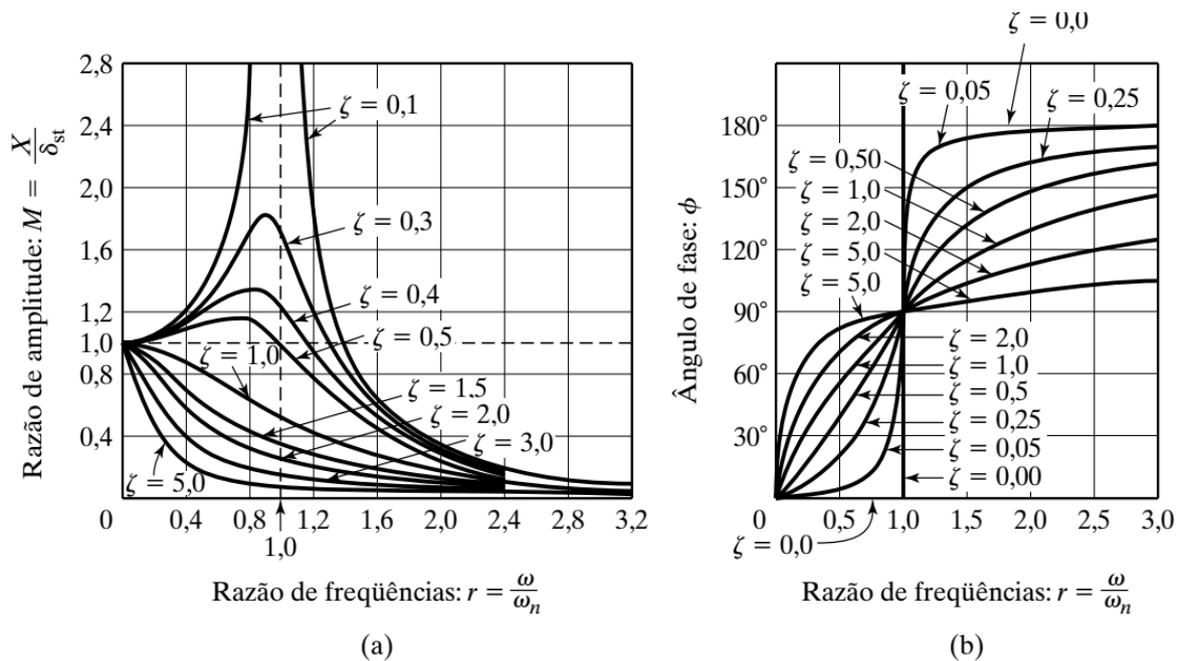
sendo M o fator de amplificação dinâmica. O ângulo de fase ϕ , pode ser definido como:

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{2r\zeta}{1-r^2}\right). \quad (2.16)$$

A Figura 2.7 ilustra a variação de M e ϕ em função da razão de frequências de excitação, onde cada curva é caracterizada por um fator de amortecimento diferente.

Para amortecimentos baixos há uma faixa de frequência em torno da frequência natural na qual os fatores de amplificação dinâmica são altos. Portanto nesta região podem ocorrer vibrações com grandes amplitudes, mesmo quando as amplitudes das forças excitadoras são pequenas. Para frequências muito acima da frequência natural há grande redução na amplitude de vibração. Quando se trabalha com frequências de excitação próximas da frequência natural, o amortecimento é um fator de grande importância, e, na sua ausência, ocorre o fenômeno de ressonância. Como se pode observar pela Figura 2.7, o aumento do fator de amortecimento causa uma diminuição no pico de ressonância do sistema, podendo até anular o mesmo.

Figura 2.7 – Variação de M e ϕ em relação a razão de frequências r .



Fonte: RAO *et al.*, (2003).

2.2.2 Fator de Qualidade

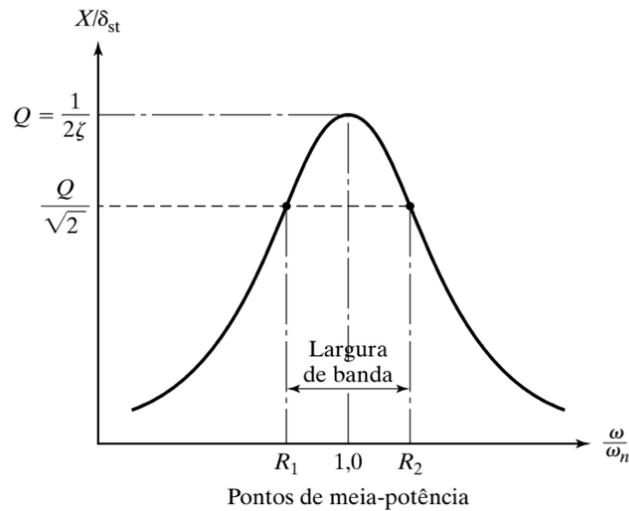
O coeficiente de amplitude em ressonância também é denominado fator Q ou fator de qualidade do sistema, por analogia com algumas aplicações da engenharia elétrica, como o circuito de sintonia de um rádio, no qual o interesse está em uma amplitude em ressonância que seja a maior possível.

Considerando pequenos valores de amortecimento ($\zeta < 0,05$), temos

$$\left(\frac{X}{X_{est}}\right)_{m\acute{a}x} \cong \left(\frac{X}{X_{est}}\right)_{\omega=\omega_n} = \frac{1}{2\zeta} = Q \quad (2.17)$$

Os pontos R_1 e R_2 (Figura 2.8), com o fator de amplificação igual a $Q/\sqrt{2}$, são denominados pontos de meia-potência, porque a potência absorvida (ΔW) pelo amortecedor (ou pelo resistor em um circuito elétrico), respondendo harmonicamente a dada frequência, é proporcional ao quadrado da amplitude, como demonstro por

$$\Delta W = \pi c \omega X^2. \quad (2.18)$$

Figura 2.8 – Pontos de meia potência e largura de banda

Fonte: RAO *et al.*, (2003).

A diferença entre as frequências associadas com os pontos de meia-potência R_1 e R_2 do sistema é denominada largura de banda do sistema. Para determinar os valores de R_1 e R_2 , se faz $\frac{x}{x_{est}} =$

$\frac{x}{x_{est}} = \frac{Q}{\sqrt{2}}$ na Eq. (2.15), de modo que

$$\frac{1}{\sqrt{(1-r^2)^2 + (2r\zeta)^2}} = \frac{Q}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}\zeta}, \quad (2.19)$$

ou

$$r^4 - r^2(2 - 4\zeta^2) + (1 - 8\zeta^2) = 0. \quad (2.20)$$

Solucionando a Eq. (2.20), temos

$$r_1^2 = 1 - 2\zeta^2 - 2\zeta\sqrt{1 + \zeta^2}, \quad (2.21)$$

e

$$r_2^2 = 1 - 2\zeta^2 + 2\zeta\sqrt{1 + \zeta^2}. \quad (2.22)$$

Para valores pequenos de ζ , as Eqs. (2.21) e (2.22) podem ser aproximadas como

$$r_1^2 = R_1^2 = \left(\frac{\omega_1}{\omega_n}\right)^2 \cong 1 - 2\zeta, \quad (2.23)$$

$$r_2^2 = R_2^2 = \left(\frac{\omega_2}{\omega_n}\right)^2 \cong 1 - 2\zeta. \quad (2.24)$$

Através das Eqs. (2.23) e (2.24), obtém-se

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = (\omega_2 + \omega_1)(\omega_2 - \omega_1) = (R_2^2 - R_1^2)\omega_n^2 \cong 4\zeta\omega_n^2. \quad (2.25)$$

Usando a relação

$$\omega_2 + \omega_1 = 2\omega_n. \quad (2.26)$$

Na Equação (2.25), observa-se que a largura de banda $\Delta\omega$ é dada por

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 \cong 2\zeta\omega_n. \quad (2.27)$$

Combinando então as Eqs. (2.26) e (2.27), obtém-se o fator de qualidade em função da largura de banda

$$Q \cong \frac{1}{2\zeta} \cong \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1}. \quad (2.28)$$

A Equação (2.28) é uma expressão simplificada, podendo ser aplicada somente em sistemas de baixo amortecimento, $\zeta \leq 0,25$.

Pode-se ver que o fator de qualidade Q pode ser usado para estimar o amortecimento viscoso equivalente em um sistema mecânico (RAO *et al*, 2003).

2.3 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO NÃO AMORTECIDO

Uma máquina ou sistema pode experimentar vibração excessiva se sofrer a ação de uma força cuja excitação quase coincidir com uma frequência natural da máquina ou sistema. Nesses casos, a vibração da máquina ou sistema pode ser reduzida com a utilização de um neutralizador de vibração ou absorvedor dinâmico de vibração, que é simplesmente outro sistema massa-mola. O absorvedor

dinâmico de vibração é projetado de modo tal que as frequências naturais do sistema resultante fiquem longe da frequência de excitação. Consideraremos a análise de um absorvedor dinâmico de vibração idealizando a máquina como um sistema com um grau de liberdade.

Quando conecta uma massa auxiliar m_2 a uma máquina de massa m_1 por meio de uma mola de rigidez k_2 , o sistema com dois graus de liberdade resultante será parecido com o mostrado na Figura 2.9.

O movimento das massas m_1 e m_2 , pode ser equacionado por

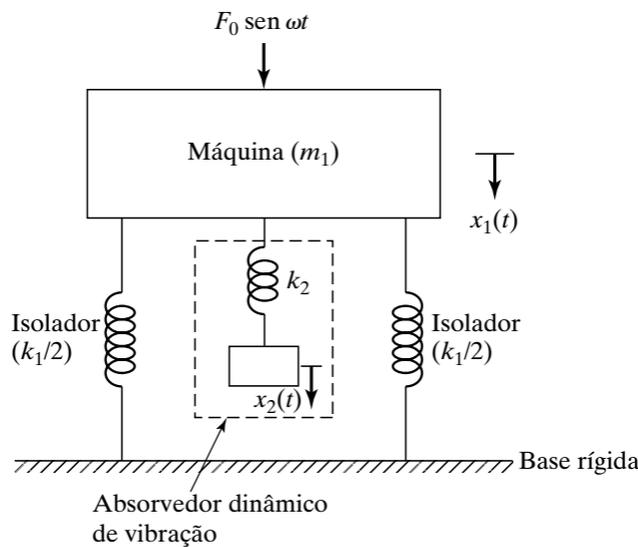
$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = F_0 \text{sen}(\omega t) , \quad (2.29.1)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_1 - x_2) = 0 . \quad (2.29.2)$$

Supondo uma solução harmônica

$$x_j(t) = X_j \text{sen}(\omega t) \quad j = 1, 2 . \quad (2.30)$$

Figura 2.9 – Absorvedor dinâmico de vibração não amortecido



Fonte: RAO *et al.*, (2003).

Se pode obter as amplitudes de regime permanente das massas m_1 e m_2

$$X_1 = \frac{F_0 (k_2 - m_2 \omega^2)}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} , \quad (2.31)$$

$$X_2 = \frac{F_0 (k_2)}{(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2)(k_2 - m_2 \omega^2) - k_2^2} . \quad (2.32)$$

O objetivo principal é reduzir a amplitude de vibração (X_1). Para que a amplitude de m_1 seja zero, o numerador da Eq. (2.31) deve ser igualado a zero, resultando em

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2}. \quad (2.33)$$

Se o sistema operar perto da ressonância, antes da adição do absorvedor dinâmico de vibração, então $\omega^2 \cong \omega_1^2 = \frac{k_1}{m_1}$. Logo, projeta-se o absorvedor para

$$\omega^2 = \frac{k_2}{m_2} = \frac{k_1}{m_1}. \quad (2.34)$$

Desse modo, a amplitude do sistema, ao se operar com sua frequência de ressonância original, será zero. Definindo por

$$X_{est} = \frac{F_0}{k_1}, \quad \omega_1 = \left(\frac{k_1}{m_1}\right)^{1/2}, \quad (2.35)$$

para a frequência natural do sistema principal, e

$$\omega_2 = \left(\frac{k_2}{m_2}\right)^{1/2}, \quad (2.36)$$

para a frequência natural do absorvedor ou sistema auxiliar. As Equações (2.31) e (2.32) podem ser reescritas como

$$\frac{X_1}{X_{est}} = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}, \quad (2.37)$$

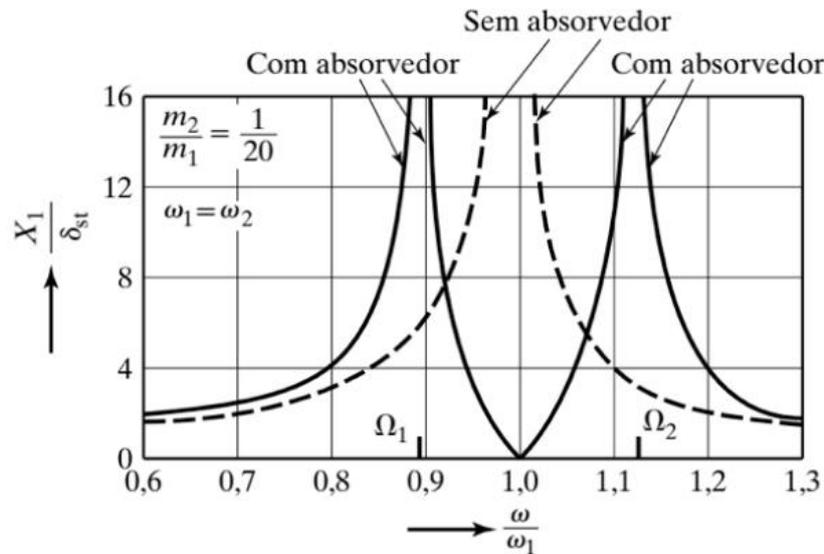
$$\frac{X_2}{X_{est}} = \frac{1}{\left[1 + \frac{k_2}{k_1} - \left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)^2\right] \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2\right] - \frac{k_2}{k_1}}. \quad (2.38)$$

Pela Figura (2.10), pode-se observar a variação da amplitude de vibração do sistema de vibração $\left(\frac{X_2}{X_{est}}\right)$ em relação a velocidade de vibração da máquina $\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)$. Os dois picos correspondem as duas

frequências naturais do sistema composto. Em $X_1 = 0$ em $\omega = \omega_1$. Nessa frequência, a Eq. (2.37) resulta em

$$X_2 = -\frac{k_1}{k_2} X_{est} = -\frac{F_0}{k_2}. \quad (2.39)$$

Figura 2.10 – Efeito de um ADV sobre a resposta do sistema



Fonte: RAO *et al.*, (2003).

Isso mostra que a força exercida pela mola auxiliar é oposta à força aplicada $k_2 X_2 = -F_0$ e a neutraliza, reduzindo, desse modo X_1 a zero. O tamanho do absorvedor dinâmico de vibração pode ser determinado pelas Eqs. (2.35) e (2.39), e

$$k_2 X_2 = m_2 \omega^2 X_2 = -F_0. \quad (2.40)$$

Assim, os valores de k_2 e m_2 dependem do valor permissível de X_2 .

Pode-se observar, pela Figura (2.10), que o absorvedor dinâmico de vibração, embora elimine a vibração na frequência aplicada conhecida ω , introduz duas frequências de ressonância Ω_1 e Ω_2 , nas quais a amplitude do sistema é infinita. Portanto, na prática, a frequência de operação ω deve ser mantida longe das frequências Ω_1 e Ω_2 . Os valores de Ω_1 e Ω_2 podem ser determinados igualando o denominador da Eq. (2.37) a zero. Observando que

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{k_2 m_2 m_1}{m_2 m_1 k_1} = \frac{m_2 (\omega_2)^2}{m_1 (\omega_1)^2}, \quad (2.41)$$

e igualando o denominador da Eq. (2.37) a zero, se obtém

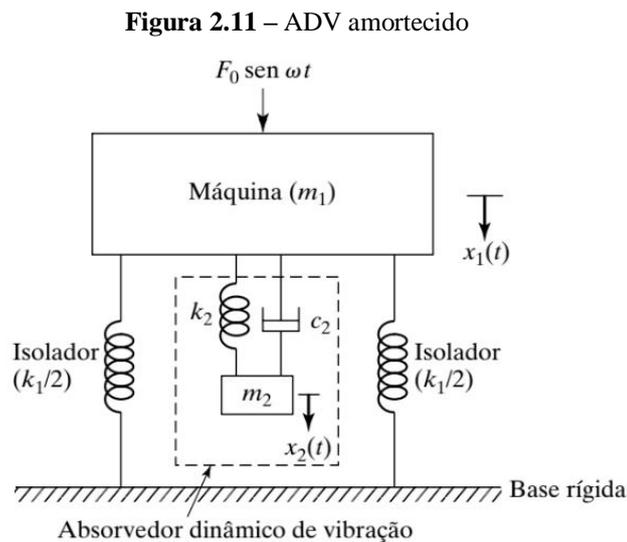
$$\left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^4 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_2}\right)^2 \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right] + 1 = 0. \quad (2.42)$$

As duas raízes dessa equação são dadas por

$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{\Omega_1}{\omega_2}\right)^2 \\ \left(\frac{\Omega_2}{\omega_2}\right)^2 \end{array}\right\} = \frac{\left\{ \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right] \mp \left\{ \left[1 + \left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2\right]^2 - 4 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \right\}^{1/2} \right\}}{2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2}. \quad (2.43)$$

2.4 ABSORVEDOR DINÂMICO DE VIBRAÇÃO AMORTECIDA

O absorvedor dinâmico de vibração sem amortecimento elimina o pico de ressonância original na curva de resposta do sistema vibratório, mas introduz dois novos picos. Assim, o sistema experimenta grandes amplitudes quando passa pelo primeiro pico durante a partida e a parada. A amplitude da máquina pode ser reduzida com a adição de um absorvedor de vibração amortecido, como mostra a Figura (2.11).



Fonte:RAO *et al.*, (2003).

As equações de movimento das duas massas são

$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) = F_0 \text{sen}(\omega t), \quad (2.44)$$

$$m_1\ddot{x}_2 + k_2(x_2 - x_1) + c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) = 0 . \quad (2.45)$$

Considerando que a solução seja

$$x_j(t) = X_j e^{i\omega t} \quad j = 1, 2 , \quad (2.46)$$

a solução de regime permanente das Eq. (2.44) e (2.45) pode ser obtida

$$X_1 = \frac{F_0(k_2 - m_2\omega^2 + ic_2\omega)}{[(k_1 - m_1\omega^2)(k_2 - m_2\omega^2) - m_2k_2\omega^2] + i\omega c_2(k_1 - m_1\omega^2 - m_2\omega^2)} , \quad (2.47)$$

$$X_2 = \frac{X_1(k_2 + i\omega c_2)}{(k_2 - m_2\omega^2 + i\omega c_2)} , \quad (2.48)$$

onde define-se:

$$\mu = \frac{m_2}{m_1} = \text{razão de massas do absorvedor/massa principal}$$

$$X_{est} = \frac{F_0}{k_1} = \text{deflexão estática do sistema}$$

$$\omega_a^2 = \frac{k_2}{m_2} = \text{quadrado da frequência natural do absorvedor}$$

$$\omega_n^2 = \frac{k_1}{m_1} = \text{quadrado da frequência natural da massa principal}$$

$$f = \frac{\omega_a}{\omega_n} = \text{razão de frequências naturais}$$

$$g = \frac{\omega}{\omega_n} = \text{razão de frequência forçada}$$

$$c_c = 2m_2\omega_n = \text{constante de amortecimento crítico}$$

$$\zeta = \frac{c_2}{c_c} = \text{fator de amortecimento.}$$

As magnitudes, X_1 e X_2 , podem ser expressas como

$$\frac{X_1}{X_{est}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + (g^2 - f^2)^2}{(2\zeta g)^2(g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right] , \quad (2.49)$$

e

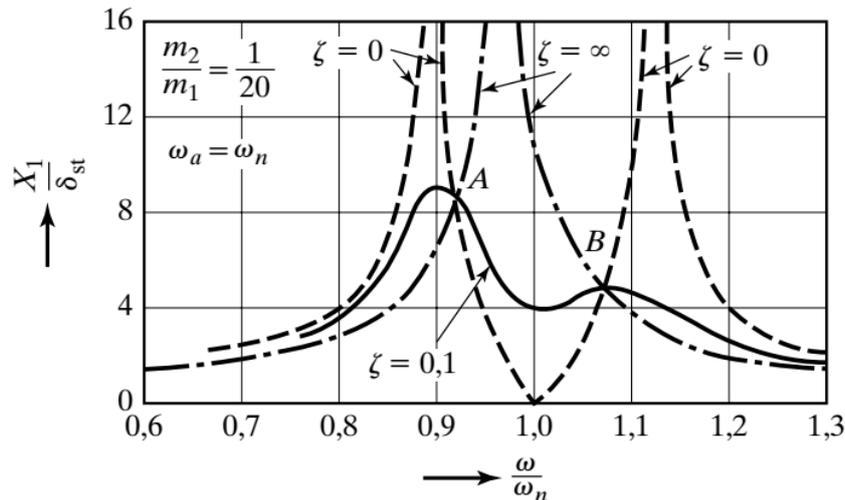
$$\frac{X_2}{X_{est}} = \left[\frac{(2\zeta g)^2 + f^4}{(2\zeta g)^2 (g^2 - 1 + \mu g^2)^2 + \{\mu f^2 g^2 - (g^2 - 1)(g^2 - f^2)\}^2} \right]. \quad (2.50)$$

A Equação (2.50) mostra que a amplitude de vibração da massa principal é função de: μ, f, g e ζ . O gráfico de:

$$\left| \frac{X_1}{X_{est}} \right|$$

em relação a razão de frequência forçada $\beta = \omega/\omega_n$ é mostrado na figura (2.12) para $f = 1$ e $\mu = 1/20$ para alguns valores diferentes de ζ .

Figura 2.12 – Efeito de um ADV amortecido sobre a resposta da máquina



Fonte: RAO *et al.*, (2003).

Se o amortecimento for zero ($c_2 = \zeta = 0$), então a ressonância ocorre nas duas frequências de ressonância não amortecidas do sistema. Quando o amortecimento se torna infinito ($\zeta = \infty$), as duas massas m_1 e m_2 ficam praticamente presas uma a outra, e o sistema comporta-se, em essência, como um sistema com um grau de liberdade com uma massa $(m_1 + m_2) = \left(\frac{21}{20}\right)m$ e rigidez k_1 (RAO *et al.*, 2003). Também nesses casos, a ressonância ocorre com $X_1 \rightarrow \infty$ em:

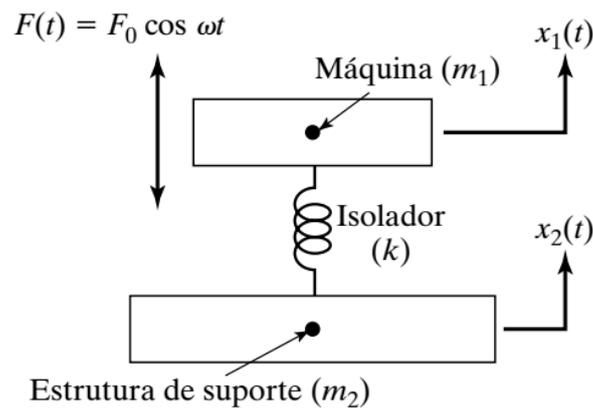
$$\beta = \frac{\omega}{\omega_n} = \frac{1}{\sqrt{1+\mu}} = 0,9759$$

Assim, o pico de X_1 é infinito para $c_2 = 0$, bem como para $c_2 = \infty$. Em algum lugar entre esses limites, o pico de X_1 será um mínimo.

2.5 SISTEMA DE ISOLAMENTO DE VIBRAÇÃO COM 2 GRAUS DE LIBERDADE SEM AMORTECIMENTO COM FUNDAÇÃO FLEXÍVEL

Em muitas situações práticas, a estrutura ou fundação à qual o isolador está ligado move-se quando a máquina montada sobre o isolador entra em funcionamento. Por exemplo, no caso de uma turbina suportada pelo casco de um navio ou de um motor de avião montado na asa de uma aeronave, a área ao redor do ponto de suporte também se move, juntamente com o isolador. Nesses casos, o sistema pode ser representado com dois graus de liberdade. Na Figura 2.13, m_1 e m_2 denotam, respectivamente, as massas da máquina e da estrutura de suporte que se move com o isolador.

Figura 2.13 – Sistema com isolador sobre fundação flexível



Fonte: RAO *et al.*, (2003).

O isolador é representado por uma mola k , e o amortecimento é desprezado por questão de simplicidade. As equações de movimento das massas m_1 e m_2 são

$$m_1 \ddot{x}_1 + k(x_1 - x_2) = F_0 \cos(\omega t), \quad (2.51)$$

e

$$m_2 \ddot{x}_2 + k(x_2 - x_1) = 0. \quad (2.52)$$

Considerando uma solução harmônica da forma

$$x_j = X_j \cos(\omega t), \quad j = 1, 2, \quad (2.53)$$

as Equações (2.51) e (2.52) resultam em

$$\left. \begin{aligned} X_1(k - m_1\omega^2) - X_2k &= F_0 \\ -X_1k + X_2(k - m_2\omega^2) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.54)$$

As frequências naturais do sistema são dadas pelas raízes de

$$\begin{bmatrix} (k - m_1\omega^2) & -k \\ -k & (k - m_2\omega^2) \end{bmatrix} = 0. \quad (2.55)$$

As raízes da Eq. (2.55) são dadas por

$$\omega_1^2 = 0, \quad \omega_2^2 = \frac{(m_1+m_2)k}{m_1m_2}. \quad (2.56)$$

O valor $\omega_1^2 = 0$ corresponde a movimento de corpo rígido, uma vez que o sistema não é restringido. Em regime permanente, as amplitudes de m_1 e m_2 são governadas pela Eq. (2.55), cuja solução resulta em

$$X_1 = \frac{(k - m_2\omega^2)F_0}{[(k - m_1\omega^2)(k - m_2\omega^2) - k^2]}, \quad (2.57)$$

$$X_2 = \frac{(k)F_0}{[(k - m_1\omega^2)(k - m_2\omega^2) - k^2]}. \quad (2.58)$$

A força transmitida a estrutura de suporte (F_t) é dada pela amplitude de $m_2\ddot{x}_2$, por

$$F_t = -m_2\omega^2 X_2 = \frac{-m_2k\omega^2 F_0}{[(k - m_1\omega^2)(k - m_2\omega^2) - k^2]}. \quad (2.59)$$

A transmissibilidade do isolador (T_r) é dada por:

$$T_r = \frac{F_t}{F_0} = \frac{-m_2k\omega^2 F_0}{[(k - m_1\omega^2)(k - m_2\omega^2) - k^2]}, \quad (2.60)$$

$$T_r = \frac{1}{\left(\frac{m_1+m_2}{m_2} - \frac{m_1\omega^2}{k}\right)},$$

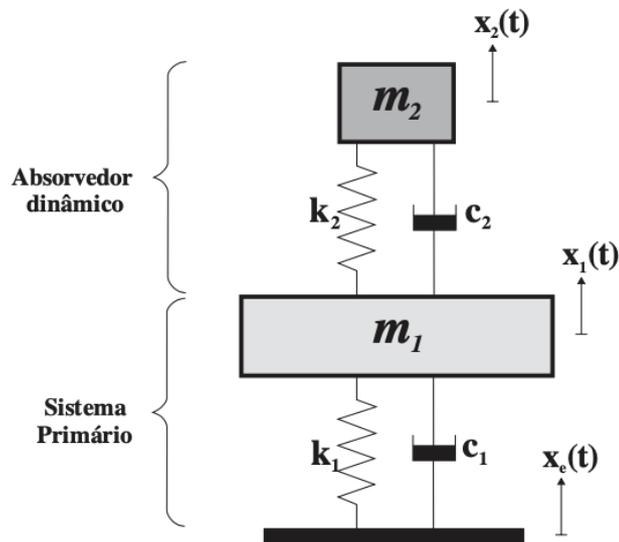
$$T_r = \frac{m_2}{(m_1 + m_2)} \left(\frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2}} \right),$$

onde ω_2 é a frequência natural do sistema dada pela Eq. (2.56). A Equação (2.60) mostra, como no caso de um isolador sobre uma base rígida, que a força transmitida a fundação se torna menor à medida que a frequência natural do sistema ω_2 é reduzida.

2.6 SISTEMA DE ISOLAMENTO DE VIBRAÇÃO COM 2 GRAUS DE LIBERDADE COM AMORTECIMENTO COM FUNDAÇÃO FLEXÍVEL

Seja um sistema de um grau de liberdade, amortecido, sujeito a um deslocamento harmônico de base. Com o intuito de reduzir vibrações, adiciona-se a este, um novo grau de liberdade, conforme ilustrado na Figura 2.14.

Figura 2.14 – ADV amortecido com excitação de base



Fonte: PAULI., (2014).

A equação do movimento exposta na forma matricial é dada por

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1(t) \\ \ddot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_1 \dot{x}_e(t) + k_1 x_e(t) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.61)$$

Supondo a solução harmônica do tipo

$$x_j(t) = X_j e^{i\omega t}, \quad (2.62)$$

e aplicando-a na Eq. (2.60), obtém-se

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} m_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} e^{i\omega t} + i\omega \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} e^{i\omega t} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} e^{i\omega t} = \begin{bmatrix} i\omega c_1 X_e + k_1 X_e \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} e^{i\omega t}. \quad (2.63)$$

Comparando o sistema atual àquele de dois graus de liberdade excitado em sua massa por uma força harmônica, nota-se que as características modais se mantêm. Contudo, neste caso, a força atuante é dada em termos de amortecimento e rigidez associados ao deslocamento da base.

Dividindo a Eq. (2.63) pelo termo $e^{i\omega t}$ e, colocando em evidência as magnitudes de deslocamento, tem-se

$$\begin{bmatrix} -\omega^2 m_1 + i\omega(c_1 + c_2) + k_1 + k_2 & -i\omega c_2 - k_2 \\ -i\omega c_2 - k_2 & -\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega c_1 X_e + k_1 X_e \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

O determinante da matriz dos coeficientes é dado por:

$$\det[-\omega^2 M + i\omega C + K] = m_1 m_2 \omega^4 - i\omega^3 [m_1 c_2 + m_2 c_1 + m_2 c_2] + \omega^2 [-c_1 c_2 - m_1 k_2 - m_2 k_1 - m_2 k_2] + i\omega [c_1 k_2 + c_2 k_1] + k_1 k_2, \quad (2.65)$$

e a matriz dos coeficientes inversa é

$$A^{-1} = \frac{1}{\det[-\omega^2 M + i\omega C + K]} \begin{bmatrix} -\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2 & i\omega c_2 + k_2 \\ i\omega c_2 + k_2 & -\omega^2 m_1 + i\omega(c_1 + c_2) + k_1 + k_2 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Multiplicando a matriz inversa em ambos os lados da Eq. (2.64), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} -\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2 & i\omega c_2 + k_2 \\ i\omega c_2 + k_2 & -\omega^2 m_1 + i\omega(c_1 + c_2) + k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} i\omega c_1 X_e + k_1 X_e \\ \mathbf{0} \end{Bmatrix}}{\det[-\omega^2 M + i\omega C + K]}. \quad (2.67)$$

Logo, as magnitudes de deslocamento das massas m_1 e m_2 , em regime permanente, são:

$$X_1 = \frac{(-\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2)(i\omega c_1 + k_1)X_e}{\det[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]}, \quad (2.68)$$

e

$$X_2 = \frac{(i\omega c_2 + k_2)(i\omega c_1 + k_1)X_e}{\det[-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}]}. \quad (2.69)$$

Como o objetivo é analisar a influência do absorvedor de vibração no sistema, sendo este composto por amortecimento ou não, os cálculos realizados a seguir desprezarão o elemento amortecedor no sistema primário.

Portanto, calculando o determinante da matriz dos coeficientes, substituindo este no cálculo da matriz inversa e multiplicando a matriz inversa em ambos os lados da equação do movimento, obtém-se as magnitudes de deslocamento dos sistemas primário e secundário, na forma:

$$X_1 = \frac{(-\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2)k_1 X_e}{m_1 m_2 \omega^4 - i\omega^3 [m_1 c_2 + m_2 c_2] + \omega^2 [-m_1 k_2 - m_2 k_1 - m_2 k_2] + i\omega c_2 k_1 + k_2 k_1}, \quad (2.70)$$

e

$$X_2 = \frac{(i\omega c_2 + k_2)k_1 X_e}{m_1 m_2 \omega^4 - i\omega^3 [m_1 c_2 + m_2 c_2] + \omega^2 [-m_1 k_2 - m_2 k_1 - m_2 k_2] + i\omega c_2 k_1 + k_2 k_1}. \quad (2.71)$$

Os valores de magnitude obtidos são de natureza complexa. Ao multiplicar o termo da divisão pelo seu conjugado, obtemos o resultado de deslocamento na forma $X = A + Bi$.

Então, sendo:

$$\frac{X_1}{k_1 X_e} = \frac{(-\omega^2 m_2 + i\omega c_2 + k_2)}{Z}, \quad (2.72)$$

onde

$$Z = m_1 m_2 \omega^4 + \omega^2 [-m_1 k_2 - m_2 k_1 - m_2 k_2] - i\omega [m_1 c_2 \omega^2 + m_2 c_2 \omega^2 - c_2 k_1] + k_1 k_2, \quad (2.73)$$

e o conjugado Z será:

$$\bar{Z} = m_1 m_2 \omega^4 + \omega^2 [-m_1 k_2 - m_2 k_1 - m_2 k_2] + i\omega [m_1 c_2 \omega^2 + m_2 c_2 \omega^2 - c_2 k_1] + k_1 k_2 . \quad (2.74)$$

Assim

$$\begin{aligned} Z\bar{Z} = & \omega^2 c_2^2 k_1^2 + c_2^2 m_1^2 \omega^6 + k_2^2 m_1^2 \omega^4 + m_1^2 m_2^2 \omega^8 - 2k_1 m_1 c_2^2 \omega^4 \\ & - 2k_1 m_1 \omega^2 k_2^2 - 2k_1 m_1 \omega^6 m_2^2 - 2k_2 m_1 \omega^2 m_2^2 \\ & + 2m_2 m_1 \omega^6 c_2^2 + 4k_1 k_2 m_1 m_2 \omega^4 + 2m_2 m_1 \omega^4 k_2^2 \\ & + c_2^2 m_2^2 \omega^6 + k_1^2 m_2^2 \omega^4 + 2k_1 k_2 m_2^2 \omega^4 - 2k_1 m_2 c_2^2 \omega^4 \\ & - 2k_1 m_2 \omega^2 k_2^2 - 2k_2 m_2 \omega^2 k_1^2 - 2k_2 m_2 m_1^2 \omega^6 + k_1^2 k_2^2 , \end{aligned} \quad (2.75)$$

de forma que:

$$\frac{X_1}{k_1 X_e} = \frac{J_1}{Z\bar{Z}} - \frac{c_2 m_2^2 \omega^5}{Z\bar{Z}} i , \quad (2.76)$$

onde:

$$J_1 = k_1 \omega^2 c_2^2 - m_1 c_2^2 \omega^4 - m_1 \omega^2 k_2^2 - m_1 m_2^2 \omega^6 + 2k_2 m_1 m_2 \omega^4 + k_1 m_2^2 \omega^4 + k_2 m_2^2 \omega^4 + k_2 m_2^2 \omega^4 - m_2 c_2^2 \omega^4 - m_2 \omega^2 k_2^2 - 2k_1 k_2 m_2 \omega^2 + k_1 k_2^2 . \quad (2.77)$$

Do mesmo modo, para o deslocamento do absorvedor de vibrações, tem-se:

$$\frac{X_2}{k_1 X_e} = \frac{J_2}{Z\bar{Z}} + \frac{(m_1 \omega^2 - k_1) m_2 c_2 \omega^3}{Z\bar{Z}} i , \quad (2.78)$$

onde

$$J_2 = k_1 \omega^2 c_2^2 - m_1 c_2^2 \omega^4 - m_1 \omega^2 k_2^2 + k_2 m_1 m_2 \omega^4 - m_2 c_2^2 \omega^4 - k_1 k_2 m_2 \omega^2 - m_2 k_2^2 \omega^2 + k_1 k_2^2 . \quad (2.79)$$

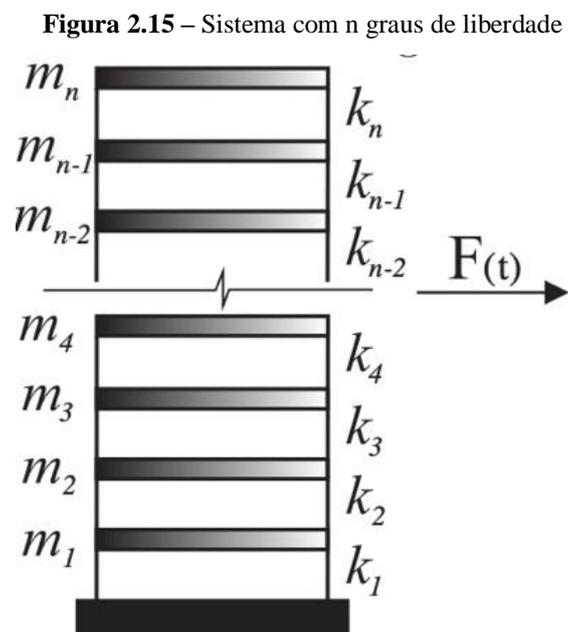
2.7 ABSORVEDOR DE VIBRAÇÃO OTIMAMENTE SINTONIZADO

2.7.1 Equação de movimento

Considerando um sistema com n graus de liberdade, como, por exemplo, o edifício mostrado na Figura 2.15, onde se tem o sistema de equações de movimento expresso por

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t), \quad (2.80)$$

sendo, \mathbf{M} a matriz de massa da estrutura, \mathbf{C} a matriz de amortecimento da estrutura, \mathbf{K} a matriz de rigidez da estrutura e $\mathbf{F}(t)$ o vetor de carregamento dinâmico aplicado na estrutura.



Fonte: PAULI., (2014).

2.7.2 Redução do sistema a um grau de liberdade

No caso de sistemas com vários graus de liberdade como edifícios altos, a resposta estrutural pode ser obtida por meio de um modelo reduzido utilizando a análise modal. Um sistema, conforme apresentado na Figura (2.15), pode ser reduzido a um grau de liberdade. O deslocamento total é determinado através da soma das componentes modais do sistema, conforme

$$x(t) = \phi_1 X_1 + \phi_2 X_2 + \phi_3 X_3 + \dots + \phi_n X_n , \quad (2.81)$$

onde ϕ_n é o vetor que contém o n ésimo modo de vibração e X_n é a n ésima coordenada generalizada;

Entretanto, os edifícios altos são sistemas que, normalmente, vibram em torno de um determinado modo de vibração. E, sendo este, geralmente, o primeiro, os seus deslocamentos serão bem representados quando utilizada apenas a contribuição do primeiro modo de vibração. Assim, o vetor deslocamento é dado por:

$$x(t) = x(t) = \phi_1 X_1 . \quad (2.82)$$

Introduzindo o vetor deslocamento à equação do movimento

$$\mathbf{M}\phi_1 \ddot{X}_1 + \mathbf{C}\phi_1 \dot{X}_1 + \mathbf{K}\phi_1 X_1 = \mathbf{F}(t) , \quad (2.83)$$

e multiplicando por ϕ_1^T os dois lados da igualdade, obtém-se:

$$\phi_1^T \mathbf{M} \phi_1 \ddot{X}_1 + \phi_1^T \mathbf{C} \phi_1 \dot{X}_1 + \phi_1^T \mathbf{K} \phi_1 X_1 = \phi_1^T \mathbf{F}(t) . \quad (2.84)$$

As matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} são ortogonais com relação aos modos de vibração, da mesma maneira que a matriz \mathbf{C} se o amortecimento for proporcional ou de Rayleigh. Neste caso, a matriz de amortecimento é expressa como

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K} , \quad (2.85)$$

onde α e β são constantes.

Agora, todas as matrizes são diagonalizáveis, e a Eq. (2.81) pode ser reescrita como

$$\mathbf{M}^* \ddot{X}_1 + \mathbf{C}^* \dot{X}_1 + \mathbf{K}^* X_1 = \mathbf{F}^*(t) . \quad (2.86)$$

A Equação (2.82) é equivalente a uma equação de um sistema com um grau de liberdade, a diferença agora é o interesse na análise modal do sistema e não mais nos parâmetros físicos.

2.8 MODELAGEM MATEMÁTICA EM RESERVATÓRIOS

2.8.1 *Sloshing linear*

Os tanques cilíndricos possuem uma geometria simples, mas podem apresentar um complexo comportamento quando submetidos a carregamentos ou preenchidos por um fluido. Conhecer esse comportamento e suas características dinâmicas (frequência natural e modo de vibração) são de grande interesse para se executar bons projetos (MONTES, 2011).

Um tanque cilíndrico é uma estrutura, geralmente tida como esbelta e, por isso, pode ser representada como uma casca cilíndrica, a qual é definida como um corpo cuja distância de qualquer ponto a uma superfície de referência (superfície média do tanque) é pequena se comparada com as demais dimensões que definem esta superfície – o raio e o comprimento do tanque (MONTES, 2011).

A teoria do sloshing dinâmico de líquido no interior de reservatórios parcialmente cheios baseia-se no desenvolvimento das equações de campo associadas ao escoamento do fluido e que permite obter um valor aproximado da elevação da superfície do fluido, bem como dos momentos e forças hidrodinâmicas resultantes. Tendo por base este tipo de equações, é possível obter soluções com elevado grau de fiabilidade para diversas geometrias (IBRAHIM, 2005).

O problema dos valores de fronteira é geralmente resolvido por meio de análises modais ou por meio das características da resposta dinâmica do sistema face a determinadas excitações externas. A análise modal do movimento da superfície livre do fluido num reservatório parcialmente cheio permite a obtenção de uma estimativa das frequências naturais e das correspondentes formas dos modos (FALCÃO, 2011).

A estimativa das frequências naturais é essencial no processo de dimensionamento de reservatórios. As frequências naturais da superfície livre do fluido surgem preferencialmente das condições de fronteira combinada (cinemática e dinâmica) em vez de na equação de continuidade do líquido expressa por meio da equação de Laplace (IBRAHIM, 2005).

As frequências de *sloshing* de fluidos no interior de reservatórios apresentando geometrias diversas tem vindo a ser investigadas e avaliadas (MILES, 1964; KUTTLER *et al.*, 1969; FOX *et al.*, 1981; FOX *et al.*, 1983; MESEROLE *et al.*, 1987; MCIVER *et al.*, 1993).

Assim, tendo por base uma análise bidimensional do movimento do fluido no interior de tanques circulares, a frequência natural surge como dependente essencialmente da razão entre a altura do fluido e a largura do recipiente ou entre a altura do fluido e o raio do reservatório, respectivamente (FALCÃO, 2011).

O efeito da altura do fluido vai sendo progressivamente atenuado com o aumento da ordem do modo de vibração. Ainda, pode-se avaliar uma relação de dependência não-linear entre frequências naturais de vibração e a amplitude da onda (GHALI, 1965).

A influência do amortecimento na frequência natural do fluido foi estudada a partir de meados da década de 60, principalmente por via experimental, uma vez que, atendendo às não-linearidades observadas e associadas ao comportamento dinâmico de fluidos no interior de reservatórios se tornava bastante difícil fazer essa aproximação por via analítica (GHALI, 1965; SCARSI *et al.*, 1970; SCARSI, 1971; SCHILLING *et al.*, 1980). Os resultados obtidos permitiram comprovar que, para fluidos que apresentassem viscosidades elevadas, a frequência ressonante surgiria ligeiramente superior ao valor previsto para a situação de um fluido ideal (FALCÃO, 2011).

É importante não deixar de referir que, as soluções analíticas mais realistas são obtidas apenas para geometrias regulares (reservatórios retangulares e circulares) que apresentem paredes planas e perfeitamente verticais. Para quaisquer outras geometrias, incluindo as circunstâncias em que os reservatórios apresentem profundidade variável, a determinação das frequências naturais de vibração dos fluidos no interior dos reservatórios bem como das formas dos modos de vibração pode ser efetuada de uma forma direta por via experimental ou aproximada por via numérica (IBRAHIM, 2005).

2.8.2 Equações de campo para escoamento

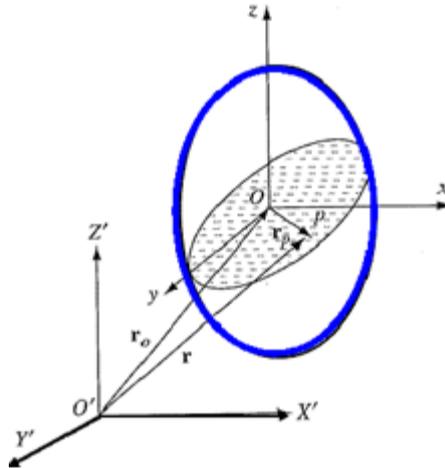
A descrição analítica do campo de equações que permite definir o escoamento de diferentes fluidos no interior de reservatórios encontra-se bem documentada para diferentes geometrias de tanques, como pode ser comprovado pelo trabalho desenvolvido (EWART, 1956; BAUER, 1962; BAUER, 1966; BAUER, 1969, LOMEN, 1965; ABRAMSON, 1966; IBRAHIM, 1969; KHANDELWAL, 1980; KORNECKI, 1983; BAUER, 1999).

As equações gerais do movimento para fluidos no interior de recipientes fechados podem ser simplificadas assumindo que o recipiente é rígido e impermeável. Para além disso assume-se ainda que o fluido é invíscido, incompressível e irrotacional no início do movimento (FALCÃO, 2011).

Outros fenômenos como a capilaridade e os efeitos da tensão superficial serão ignorados num campo gravitacional. No entanto os efeitos da tensão superficial poderão ser introduzidos em alguns casos simples (IBRAHIM, 2005).

As oscilações da superfície livre do fluido podem ser geradas através da imposição de um determinado impulso inicial ou de uma simples perturbação da própria superfície livre (FALCÃO, 2011).

Figura 2.16 – Identificação de sistema de coordenadas globais e locais referente a com líquido em movimento no interior de reservatório



Fonte: IBRAHIM, 2005.

Considerando $O'X'Y'Z'$ o sistema de coordenadas cartesianas globais, obtêm-se que as equações de Euler associadas ao movimento do fluido podem ser escritas na forma vetorial (FALCÃO, 2011)

$$\frac{\partial}{\partial t} q + (q \cdot \nabla) q = -\frac{1}{\rho} \nabla P - \nabla(gZ'), \quad (2.87)$$

em que q corresponde à velocidade do fluido, $\frac{\partial q}{\partial t}$ é a aceleração local do escoamento no ponto em que as coordenadas são inevitáveis (esta aceleração é medida por um observador fixo), $(q \cdot \nabla) q$ corresponde à aceleração convectiva para uma partícula do fluido animada por uma velocidade q na direção do escoamento (esta aceleração é medida por um observador que se move com a partícula p), P é a pressão do fluido, ρ é a densidade do fluido, gZ' corresponde ao potencial gravítico e ∇ é um operador para diferentes sistemas de eixos coordenados (FALCÃO, 2011).

A aceleração convectiva $(q \cdot \nabla) q$ pode ser escrita (THOMSON, 1965),

$$(q \cdot \nabla) q = \frac{1}{2} \nabla q^2 - q \times (\nabla \times q) = \frac{1}{2} \nabla q^2. \quad (2.88)$$

Em escoamentos irrotacionais de fluidos admite-se que e que existe uma função de potencial de velocidade, Φ , cujo gradiente traduz a velocidade do fluido.

$$q = -\nabla\Phi . \quad (2.89)$$

Introduzindo as Equações (2.84) e (2.85) em (2.83) obtém-se:

$$\nabla\left(\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}q^2 + gZ' - \frac{\partial\Phi}{\partial t} = C(t)\right), \quad (2.90)$$

com $C(t)$ correspondente a uma função variável no tempo.

Além disso, a Eq. (2.86) é apenas válida em escoamentos incompressíveis nos quais a equação de continuidade $\nabla \cdot q = 0$ conduz à equação de Laplace, que após introdução da Eq. (2.84) toma a forma

$$\nabla^2\Phi = 0 . \quad (2.91)$$

Considerando Oxyz um outro sistema de eixos coordenados, neste caso fixo ao reservatório de tal forma que o plano Oxy coincida com a superfície livre não perturbada do fluido. Considerando V_o como a velocidade da origem O relativamente à origem fixa O'. Neste caso a taxa de variação temporal do potencial da velocidade, Φ , num dado ponto fixo no sistema de eixos inercial O'X'Y'Z' medido por um observador colocado no sistema de eixos móveis Oxyz é de $(\frac{\partial}{\partial t} - V_o \cdot \nabla)\Phi$, dado que este ponto parecerá ter uma velocidade de $-V_o$ relativamente ao observador.

De acordo com o referido no parágrafo anterior, a Equação da pressão (2.86) toma a forma

$$\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}q^2 + gZ' - \frac{\partial\Phi}{\partial t} + V_o \cdot \nabla\Phi = C(t). \quad (2.92)$$

A velocidade relativa da partícula do fluido, q_{rel} , considerando o sistema de coordenadas locais é dada por:

$$q_{rel} = q - V_o = -\nabla\Phi - V_o . \quad (2.93)$$

Expressando q em termos de q_{rel} e V_o , usando a Eq. (2.89), obtém-se:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} q_{rel}^2 + gZ' - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{1}{2} V_0^2 = C(t). \quad (2.94)$$

A equação (2.88) é escrita em termos da velocidade total do fluido medida relativamente ao sistema de coordenadas globais enquanto a Eq. (2.90) é escrita em termos de velocidade relativa do fluido medida relativamente ao sistema de coordenadas locais.

Na superfície livre do fluido a pressão é equivalente à pressão atmosférica ou pode ser ajustado a zero na Eq. (2.88), o que fornece a seguinte condição de fronteira dinâmica

$$\frac{1}{2} (\nabla \Phi \cdot \nabla \Phi) + g\eta - \frac{\partial \Phi}{\partial t} + V_0 \cdot \nabla \Phi = 0. \quad (2.95)$$

A velocidade vertical de uma partícula de fluido localizada na superfície livre $z = \eta(r, \theta, t) = \eta(x, y, t)$ deve ser equivalente à velocidade vertical na superfície livre em si mesma (IBRAHIM, 2005). Esta condição é conhecida como a condição de fronteira cinemática e dada pela expressão

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} + q_{red} \cdot \nabla \eta. \quad (2.96)$$

Nas paredes rígidas e no fundo do reservatório, a componente da velocidade normal à fronteira deve ter o mesmo valor da componente de velocidade correspondente da fronteira sólida do fluido no ponto em questão.

Se for permitido que o reservatório se mova no plano vertical então o vetor da velocidade pode ser escrito em termos de coordenadas cartesianas e cilíndricas da seguinte forma

$$V_0 = \dot{X}_0 i + \dot{Z}_0 k, \quad (2.97)$$

$$V_0 = (\dot{X}_0 \cos \theta) i_r + (\dot{X}_0 \sin \theta) i_\theta + \dot{Z}_0 k. \quad (2.98)$$

As condições de fronteira nas paredes e no fundo em coordenadas cartesianas por

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = \dot{Z}_0, \quad (2.99)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{x=a} = \dot{X}_0, \quad (2.100)$$

e coordenadas cilíndricas por

$$-\frac{\partial \Phi}{\partial z} \Big|_{z=-h} = \dot{Z}_0, \quad (3.00)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{r=R} = \dot{X}_0 \cos \theta. \quad (3.01)$$

O movimento do fluido no interior de um reservatório pode ser definido a partir de uma função potencial de velocidade total, Φ , equivalente à soma de uma função potencial perturbada, $\bar{\Phi}$, e de uma função potencial de referência, Φ_0

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi_0. \quad (3.02)$$

Dependendo das coordenadas consideradas para o sistema em movimento, a função Φ_0 pode ser determinada por integração das Equações (2.93) ou (2.94), ou seja,

$$\Phi_0 = -\dot{X}_0 r \cos \theta - \dot{Z}_0 z - \frac{1}{2} \int (\dot{X}_0^2 + \dot{Z}_0^2) dt. \quad (3.03)$$

Introduzindo as Eqs. (2.99) e (2.100) nas condições de fronteira da superfície livre obtêm-se para reservatórios circulares

$$\frac{1}{2} (\nabla \bar{\Phi} \cdot \nabla \bar{\Phi}) + (g + \ddot{Z}_0) \eta - \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \ddot{X}_0 r \cos \theta = 0, \quad (3.04)$$

$$-\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \theta}. \quad (3.05)$$

A este nível pode-se então introduzir o efeito da tensão superficial, σ , considerando as alterações de pressão ao longo do deslocamento da superfície livre do fluido como descrito na equação de Laplace – Young (IBRAHIM, 2005)

$$p_s = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (3.06)$$

em que R_1 e R_2 correspondem a raios de curvatura principais.

A formulação completa do problema dos valores de fronteira em termos de função potencial perturbada, $\bar{\Phi}$, pode ser resumida da seguinte forma para tanques cilíndricos, como

$$\nabla^2 \bar{\Phi} = 0, \quad (3.07)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0, \quad (3.08)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} \Big|_{z=-h} = 0, \quad (3.09)$$

$$\frac{1}{2} (\nabla \bar{\Phi} \cdot \nabla \bar{\Phi}) + (g + \ddot{Z}_0) \eta - \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial t} + \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \ddot{X}_0 r \cos \theta = 0, \quad (3.10)$$

$$-\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{\partial \eta}{\partial r} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \theta}, \quad (3.11)$$

A curvatura, k , em coordenadas cilíndricas é dada por:

$$k = - \frac{\eta_{rr} \left(1 + \left(\frac{\eta_{\theta\theta}^2}{r^2} \right) \right) + (1 + \eta_r^2) \left(\left(\frac{\eta_r}{r} \right) + \left(\frac{\eta_{\theta\theta}}{r^2} \right) \right) - 2\eta_r \left(\frac{\eta_{\theta}}{r^2} \right) (\eta_{rr} + (\eta))}{\left[1 + \eta_r^2 + \left(\frac{\eta_{\theta}^2}{r^2} \right) \right]^{\frac{3}{2}}}. \quad (3.12)$$

2.8.3 Amortecimento

O controle do *sloshing* de fluidos no interior de reservatórios em movimento é considerado como uma das questões fundamentais associadas ao dimensionamento de sistemas de fluido móveis (FALCÃO, 2011).

O amortecimento inerente associado à viscosidade do fluido é muito útil em reservatórios de dimensões reduzidas (como é o caso, na grande maioria das circunstâncias, dos amortecedores de líquido sintonizado incluídos em estruturas para a mitigação das ações dinâmicas, nomeadamente

ações sísmicas) (FALCÃO, 2011). O amortecimento em reservatórios de parede vertical plana tem a sua origem em três fontes distintas: superfície livre, paredes laterais e fundo (FALCÃO, 2011).

Para além disso, geralmente, o amortecimento depende também, de uma forma muito direta, das propriedades físicas do fluido e da geometria do reservatório em que este se encontra (FALCÃO, 2011).

A inclusão de amortecimento viscoso devido à película de fronteira e à contaminação da superfície livre é também muito importante, uma vez que permite limitar a altura da onda de sloshing na ressonância (IBRAHIM, 2005). Os estudos para a determinação do amortecimento de fluidos no interior de reservatórios fechados e fintos tiveram a sua génese em estudos de amortecimento progressivo em canais de profundidade finita, mas de largura infinita (BIESEL, 1949).

Posteriormente outros autores Hunt (1952), Ursell (1952) e Hunt (1964) também dedicaram os seus estudos à determinação do amortecimento associado à existência de paredes verticais de altura infinita, tendo obtido resultados diferentes por terem utilizado desde o início abordagens também diferentes (FALCÃO, 2011). Por exemplo, Ursell (1952) baseou os seus estudos de identificação do amortecimento em conceitos associados à dissipação de energia e no comportamento da pressão na zona limite da película de fronteira das paredes laterais. A discrepância observada entre estimativas teóricas e medições experimentais induziram a consideração da influência da capilaridade histerética e de uma superfície de contaminação na determinação do amortecimento viscoso associado aos fenómenos que ocorrem no líquido (BENJAMIN, 1954). Alternativamente a discrepância observada foi resolvida através da observação da transferência de energia na vizinhança do menisco da superfície livre do fluido (MEI, 1973).

A determinação do amortecimento de ondas superficiais de pequena amplitude em reservatórios cilíndricos parcialmente cheios de fluido foi objeto de extensos trabalhos a partir da década de 50 (CASE *et al.*, 1957). Nos estudos referidos a dissipação viscosa numa película de fronteira laminar foi considerada como causa primária do amortecimento viscoso associado ao movimento do fluido (IBRAHIM, 2005).

Na sequência dos seus estudos, Miles (1967) pode concluir que tanto a superfície de contaminação como a capilaridade histerética poderiam contribuir de uma forma significativa para o amortecimento observado nas ondas superficiais que se forma em recipientes fechados (FALCÃO, 2011).

A influência da viscosidade do fluido nas frequências naturais dos modos de *sloshing* tem vindo a ser estudada tanto analiticamente como experimentalmente em reservatórios de diversas geometrias (SCARSI, 1971; SU, 1981; SUN, 1991; HENDERSON, 1994; MARTEL *et al.*, 1998; YALLA, 2001). Referem-se entre os estudos anteriores os mais relevantes como sejam o estudo da influência

da viscosidade do fluido na frequência natural (SU, 1981), desde que se observem valores reduzidos de razão de altura de água ($\varepsilon = \frac{h}{L}$), e, ainda, o estudo que permitiu a determinação de frequências naturais e coeficientes de amortecimento para ondas de superfície em reservatórios circulares cilíndricos baseada na consideração de uma linha de contato fixa, películas de fronteira de Stokes e superfícies completamente límpidas ou contaminadas (SUN, 1991; HENDERSON, 1994; MARTEL *et al.*, 1998).

Os estudos desenvolvidos e convenientemente referenciados permitiram concluir que, na generalidade dos casos, o amortecimento resultante de ondas superficiais em reservatórios fechados excede as previsões teóricas (IBRAHIM, 2005), pelo que se torna necessário que se desenvolvam programas de ensaios experimentais para a sua mais correta caracterização e definição. Pode-se, no entanto, adiantar que amortecimento resultante surge devido a:

- i) Dissipação viscosa na zona de fronteira rígida do reservatório;
- ii) Dissipação viscosa na superfície livre do fluido, que se pode dizer estar coberta por uma película de características viscoelásticas;
- iii) Amortecimento viscoso no interior do fluido. Esta parcela é, no entanto, negligenciável para fluido em reservatório cujas dimensões laterais sejam comparáveis com o comprimento de onda potencialmente formada;
- iv) Capilaridade histirética na zona (linha) de contacto.

À medida que o tamanho dos reservatórios aumenta, as forças hidrodinâmicas e os momentos resultantes do movimento do fluido no seu interior tornam-se muito elevados, particularmente na vizinhança da ressonância (FALCÃO, 2011).

Numa tentativa de evitar eventuais colapsos estruturais ou comportamento dinâmico indesejável, podem ser introduzidos alguns dispositivos (*baffles*, grelhas, anéis, redes) que reduzam ou, até mesmo, suprimam por completo os efeitos indesejáveis do fenómeno de *sloshing* dinâmico. Pela razão indicada tem vindo a ser desenvolvida extensa atividade ao nível do dimensionamento óptimo de alguns dos referidos dispositivos (LANGNER, 1963; ABRAMSON, 1966; SCHWIND *et al.*, 1964; MUTO *et al.*, 1988; SHARMA *et al.*, 1992).

A título informativo indica-se que Abramson (1969) foi o primeiro a definir os principais parâmetros com influência direta no dimensionamento de dispositivos de supressão de *sloshing* (IBRAHIM, 2005).

A viscosidade inerente dos fluidos em reservatórios com paredes verticais planase sem qualquer tipo de dispositivo tem efeitos muito limitados no que refere à redução da amplitude de *sloshing* (Ibrahim, 2005).

Estudos experimentais e analíticos foram desenvolvidos com o objetivo de determinar frequências naturais, amortecimento e forças no líquido em tanques de diferentes geometrias e apetrechados com variados tipos de dispositivos de redução de *sloshing* (HOWELL, 1956; BAUER, 1959; BAUER, 1960; COLE, 1961a; COLE, 1961b; SILVEIRA *et al.*, 1961; BAUER, 1963a; BAUER, 1963b; GARZA, 1964; STEPHENS *et al.*, 1963; GARZA, 1966; GARZA, 1967; STEPHENS, 1967; BUCHANAN, 1968; SHIN, 1971; SCHOLL *et al.*, 1972).

A dependência do amortecimento relativamente à altura de líquido no interior de tanques de geometria variável (MILES, 1956; BAUER, 1957; BAUER, 1958; STEPHENS *et al.*, 1962; COLE, 1966; BAUER, 1998) bem como a dissipação de energia em recipientes fechados (MILES, 1967; MEI, 1973), foram estudadas e documentadas.

A eficácia do amortecimento associado ao movimento de fluidos viscosos em reservatórios rígidos (KREIN, 1964; KRUSHINSKAYA, 1965; VICTOROV, 1965; KREIN, 1968; KREIN, 1969) assim como à oscilação de líquidos imiscíveis em tanques retangulares (BAUER, 1984) foram igualmente avaliadas.

Assim, pode-se definir uma expressão adequada para o amortecimento do modo fundamental (IBRAHIM, 2005), como

$$\delta = 3,52 \frac{\sqrt{v} \left\{ 1 + 2 \left(1 - \frac{h}{R} \right) \sinh^{-1} \left(3,68 \frac{h}{R} \right) \right\}}{R^{\frac{3}{4}} g^{\frac{1}{4}} \tanh^{-1} \left(\frac{1,84h}{R} \right)}. \quad (3.13)$$

Em reservatórios de águas profundas (*deep water*), $h/R \gg 1$ ou $h/L \gg 1$, o fator de amortecimento é invariante com a razão entre a altura de fluido e a dimensão característica do reservatório, sendo dado por

$$\delta_0 = 3,52 \frac{\sqrt{v}}{R^{\frac{3}{4}} g^{\frac{1}{4}}} \Big|_{\frac{h}{r} > 1}, \quad (3.14)$$

para reservatórios com geometria circular cilíndrica de paredes verticais.

A Equação (3.11) foi verificada por meio de análise dimensional (BERLOT *et al.*, 1957). Além disso os autores concluíram que se dois tanques cilíndricos apresentam a mesma relação de altura de água e se encontram sujeitos à mesma excitação dinâmica, exibem um comportamento de *sloshing* muito semelhante desde que o número de Reynolds seja preservado (IBRAHIM, 2005).

O decremento logarítmico do 1º modo de *sloshing* não é difícil de medir, de facto o coeficiente de amortecimento depende muito simplesmente da altura do fluido em repouso, da viscosidade cinemática do fluido e das dimensões do reservatório (raio tratando-se de reservatórios circulares ou comprimento tratando-se de reservatórios retangulares).

Com o objetivo de minimizar eventuais forças de *sloshing* hidrodinâmico que possam criar instabilidade ao nível do reservatório, torna-se desejável suprimir em certas circunstâncias amplitudes excessivas de *sloshing* do fluido.

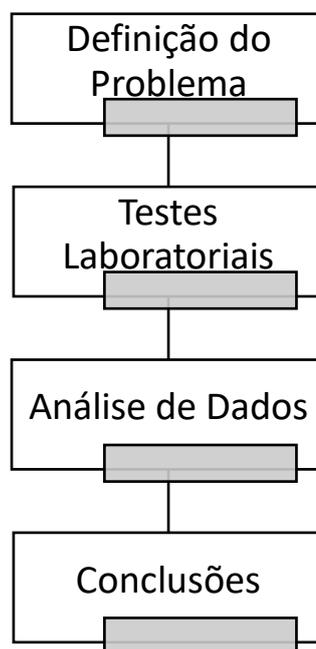
Para este efeito alguns autores têm vindo a desenvolver estudos numéricos sobre as características dinâmicas do *sloshing* de fluidos viscosos em reservatórios de geometria arbitrária (SHEMER, 1988; POPOV *et al.*, 1993; MIEDA *et al.*, 1993; TANG *et al.*, 1993; JITU *et al.*, 1994).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 METODOLOGIA

A Figura 3.1 apresenta as etapas para o desenvolvimento deste trabalho.

Figura 3.1 – Diagrama de blocos mostrando as etapas do trabalho.



Fonte: AUTOR, 2020.

Para iniciar o trabalho, foi soldado uma caneca cilíndrica no topo da estrutura de pórtico, para simular um tanque, conforme pode ser observado na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Caneca soldada no topo da estrutura.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 3.3 – Caneca soldada no topo da estrutura.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 3.4 – Estrutura de pórtico sem caneca.



Fonte: AUTOR, 2021.

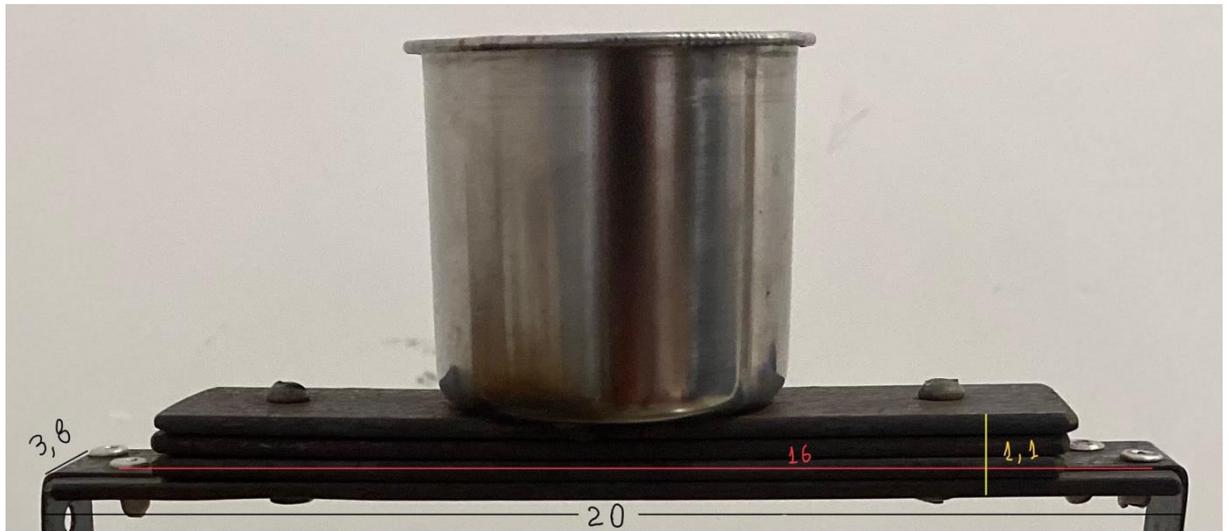
Após ter finalizado a preparação da estrutura de teste, ela foi levada para o laboratório para que fosse ensaiada. Então, acoplou-se o excitador de vibração na base da estrutura, e a um terminal no topo do pórtico, na mesma linha da massa, criando-se assim uma excitação de base e de massa.

Através de uma análise transiente inicial na estrutura, mapeou-se pelo programa Pulse a frequência natural da estrutura. Após ter sido determinado a ω_n , foram adquiridos os dados para a estrutura vazia e com um incremento de 2,5mm de água no reservatório, até uma altura de 40mm.

Aferiu-se as medidas das vigas horizontais do pórtico conforme a Figura 3.5, e assim foi determinado o ω_n analiticamente. Considerou-se a massa total como sendo a m_{caneca} + $m_{pórtico}$, a $m_{pórtico}$ usada corresponde as m_{vigas} horizontais do pórtico. Criou-se então, um sistema equivalente no centro da viga usando a seguinte relação (Timoschenko, 1990):

$$m_{equivalente} = m_{caneca} + \frac{\rho_{viga} V_{viga}}{2} \quad (3.15)$$

Figura 3.5 – Estrutura de pórtico sem caneca.



Fonte: AUTOR, 2021.

Segundo Rao (2011), para uma viga com uma força centraliza, ω_n pode ser calculado usando a seguinte relação:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{2k_{equivalente}}{m_{equivalente}}}, \quad (3.16)$$

onde a rigidez equivalente ($k_{equivalente}$) foi determinada segundo Pauli (2014).

Gerou-se gráficos correspondentes aos dados obtidos nos ensaios, a saber amplitude por frequência, e comparou-se todas as curvas obtidas, para que se pudesse analisar o efeito de amortecimento.

Por fim, um gráfico de amplitude por frequência foi plotado, para evidenciar a influência da altura de coluna de água no efeito de amortecimento, bem como um gráfico das transmissibilidades pela razão de frequências.

3.2 EQUIPAMENTOS

Para a realização dos experimentos, foi adotada uma estrutura de pórtico, de uma camada, com um reservatório de fluido no topo que seria preenchido no decorrer dos experimentos, tornando-se um absorvedor dinâmico de vibração (Figura 3.6). A estrutura foi submetida a uma força instantânea, simulando vibração livre, e foi também exposta a uma excitação harmônica de base.

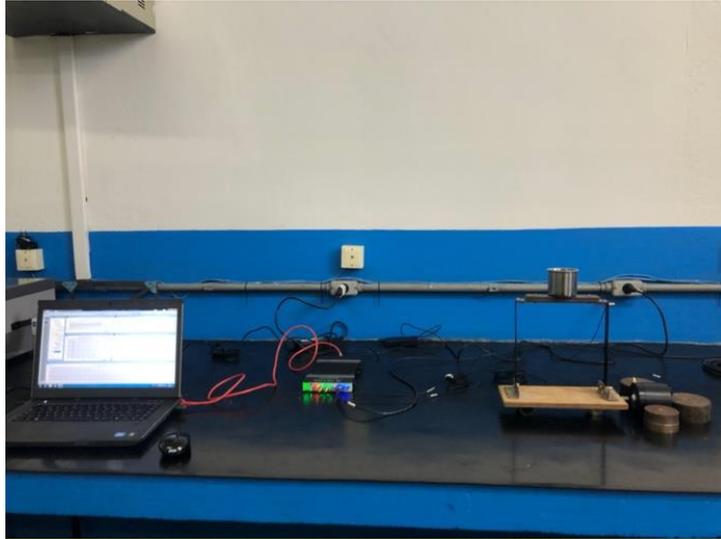
Figura 3.6 – Absorvedor dinâmico de vibração, sujeito a aplicação de uma força em sua massa e base.



Fonte: AUTOR, 2020.

O movimento de base é dado através da utilização de um excitador, Mini-Shaker Tipo 4810. O sinal de vibração é capturado através de um sensor colocado na base da estrutura e outro na massa principal, acelerômetro do tipo 4397. Uma ilustração da bancada de testes e seus componentes é mostrada nas figuras 3.7 e 3.8.

Figura 3.7- Bancada de teste.



Fonte: AUTOR, 2020.

Figura 3.8 - Amplificador membro da bancada.



Fonte: AUTOR, 2020.

3.2.1 Excitador De Vibrações

O excitador de vibrações, tipo 4810, Brüel E Kjaer, é do tipo eletrodinâmico, contendo um ímã de campo permanente. Este é utilizado nos experimentos como um gerador de força motriz. A força máxima suportada é de 10N, portanto seu uso só é adequado quando forças pequenas são requisitadas. A Figura 3.9 apresenta o excitador de vibrações Brüel E Kjaer modelo 4810.

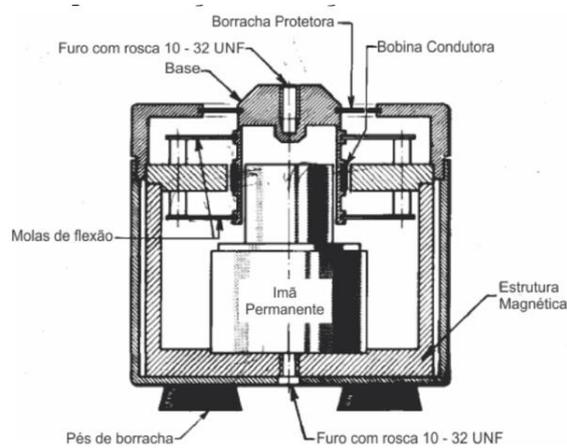
Figura 3.9 - Excitador de vibrações 4810, Brüel E Kjaer.



Fonte: PAULI, 2014.

O excitador contém uma bobina, que é parte integrante da estrutura da mesa vibratória, esta é flexível e é suspensa em um plano do campo do imã permanente. Um sinal de corrente alternada, fornecida por um oscilador externo passa através da bobina para produzir um movimento vibratório na mesa. Um desenho em corte que ilustra o método de construção é mostrado na Figura 3.10.

Figura 3.10 - Representação da seção transversal do excitador.



Fonte: PAULI, 2014.

O sistema de suspensão é composto por molas de flexão radial, as quais restringem o movimento do elemento, obtendo assim, um movimento muito próximo do retilíneo. Estas molas de flexão são laminadas, fornecendo um alto grau de amortecimento e minimizando a distorção devido a ressonâncias de flexão.

O elemento móvel é um cilindro oco fino, este tem a mesa de vibração em uma extremidade e uma bobina de comando, no outro. Este é projetado para fornecer a melhor ligação possível entre a força gerada pela bobina e o objeto de teste sobre a mesa de vibração. Para conseguir uma máxima aceleração e uma alta frequência de ressonância, o cilindro é fabricado com um material leve, o alumínio. A mesa de vibração é endurecida por um processo eletroquímico. Os limites de desempenho são definidos pelo deslocamento máximo que é de 6 mm, a força máxima, de 10N.

3.2.2 Módulo Gerador

O módulo gerador Brüel E Kjaer, do tipo 3160 faz parte de uma família de aparelhos de aquisição de dados, a LAN-XI. Cada módulo pode ser utilizado individualmente em sistemas pequenos, ou como parte de uma configuração de módulo distribuído, onde diversas unidades modulares podem ser combinadas em quadros. Uma ilustração do módulo gerador é apresentada na Figura 3.11.

Figura 3.11 - Módulo gerador, Brüel E Kjaer



Fonte: AUTOR, 2020.

Este é composto por quatro canais de entrada e dois de saída. A alimentação e transferência de dados é realizada através de um cabo de rede e, com o auxílio do programa Pulse, tem-se as respostas expressas em curvas de aceleração por frequência.

Algumas características desse aparato estão expostas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Dados técnicos gerador.

Faixa de frequência	51,2 kHz
Transferência de dados	24 bits
Intervalo de tensão de entrada	$10V_{peak}$ podendo ser estendida a $31,6V_{peak}$
Máxima entrada absoluta	$\pm 60V_{peak}$ sem danos
Intervalo de tensão de saída	0 a $\pm 10V \pm 0,5\%$ do valor solicitado
Carga de saída	Máxima $40mA_{peak}$
Impedância de saída	50Ω

Se o nível de entrada de sinal excede significativamente a faixa de medição, a entrada do módulo fica em modo de proteção até que o sinal vá abaixo do nível de detecção novamente, por pelo menos 0,5 s. Enquanto em modo de proteção, a entrada é parcialmente desligada e sua impedância é bastante grande.

3.2.3 Amplificador

Um amplificador é um equipamento que a partir de um sinal de entrada, fornece o sinal amplificado e adequado ao funcionamento em sua saída. A Figura 3.8 ilustra o amplificador Brüel E Kjaer modelo 2718 o qual foi utilizado nos experimentos.

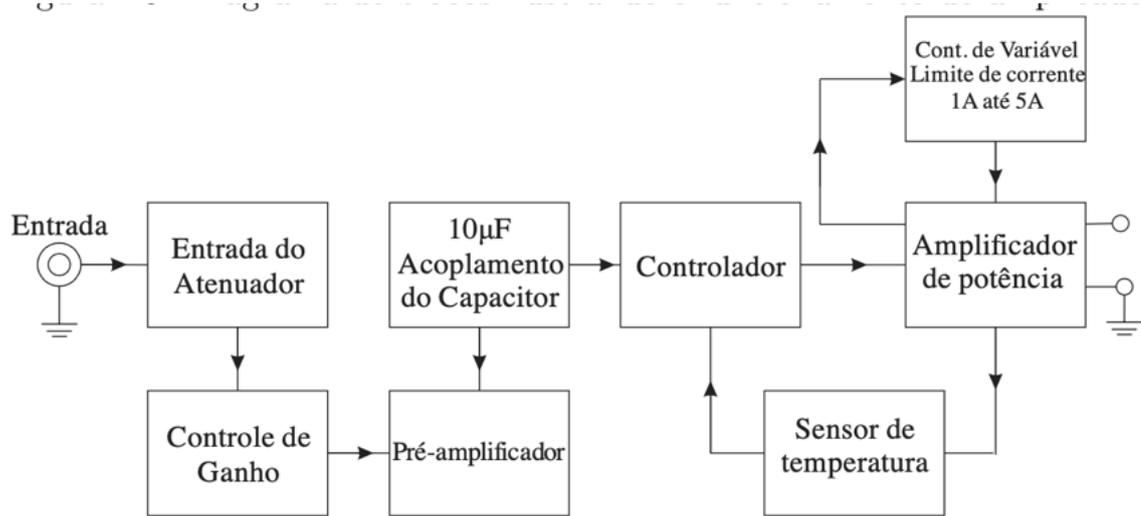
Este modelo de amplificador é utilizado para conduzir pequenas excitações de vibração, particularmente os excitadores de vibração do tipo 4809 e 4810. Logo, é com este amplificador que os parâmetros de voltagem e corrente do excitador de vibração são controlados. Para esta aplicação, a corrente de saída máxima deve ser limitada à 1,8A, assim como a tensão, que não deve exceder 5V. A Tabela 3.2 apresenta os dados técnicos do amplificador e a Figura 3.12 ilustra um diagrama de blocos do amplificador de potência 2718.

Tabela 3.2 – Dados técnicos amplificador.

Capacidade de potência	75VA com carga resistiva de 3Ω
Limitação de corrente	Máxima corrente de 1,8 ^a para Mini Shaker tipo 4810
Resposta em frequência (20dB)	10Hz a 20 Hz ($\pm 0,5$ dB) 4Hz a 40 Hz (± 3 dB)
Distorção harmônica	> 0,1% (20Hz a 10kHz) < 0,2% (20Hz a 20kHz) na capacidade total de saída
Impedância de entrada	15k Ω
Impedância de saída	< 0,04 Ω (10Hz a 5kHz) < 0,08 Ω (5kHz a 20kHz)
Proteção	Sobrecarga de corrente Temperatura excessiva do dissipador de calor
Estabilidade de corrente contínua	< 25mV deriva para $\pm 10\%$ de variação na linha de alimentação < 25mV deriva para variações de temperatura ambiente entre 10 e 40 °C
Ruído	100dB abaixo da saída (20Hz a 20kHz)
Máximo ganho de tensão a 1 kHz	400dB(± 1 dB)

O circuito de entrada é composto por um atenuador continuamente variável para a atenuação do sinal de entrada. Este é seguido por um controle de ganho, que varia de 0 a 40 dB em passo de 10 dB, e um pré-amplificador. O pré-amplificador é acoplado capacitivamente à fase de condutor, o qual está equipado com um detector de recorte. Excessos no sinal de entrada irão saturar o amplificador e causar um recorte da onda de saída.

Figura 3.12 - Diagrama de blocos ilustrando o funcionamento do amplificador.



Fonte: PAULI, 2014.

3.2.4 Acelerômetro

O Acelerômetro é um sensor, colocado nas estruturas, para medir a aceleração do ponto no qual está inserido. O BrüelEKjaer, tipo 4397, é adequado para medições em estruturas leves, onde são encontradas vibrações de alta frequência. Este é formado por discos piezoelétricos, carregados por massas sísmicas e mantidas em posição por um arranjo de fixação. Quando o acelerômetro é sujeito a vibração, a massa sísmica combinada exerce uma força variável no elemento piezoelétrico. Devido ao efeito piezoelétrico, esta força produz a carga elétrica correspondente. Uma foto do acelerômetro é apresentada na Figura 3.13. Atributos deste sensor estão expressos na Tabela 3.3.

Figura 3.13 - Acelerômetro, BrüelEKjaer.



Fonte: PAULI, 2014.

Tabela 3.3 – Características acelerômetro modelo 4397.

Frequência de ressonância montada	53Hz
Frequência de ressonância transversal	17kHz
Sensibilidade de tensão na base	$0,005 \frac{m}{s^2}$
Peso	2,4 g
Comprimento	12,4 mm

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 FREQUÊNCIA NATURAL

Para o cálculo de ω_n analítico, foi aferido as seguintes propriedades do pórtico:

Tabela 4.1 – Características da estrutura.

m_{caneca} (g)	L_{viga} (cm)	h_{viga} (cm)	e_{viga} (cm)
27	16	1,1	3,8

Utilizando a relação matemática descrita por Timoschenko (1990), bem como o valor de ρ considerando que o material da estrutura é feito de ferro, obtemos os seguintes valores para o volume das vigas horizontais (V) e $m_{equivalente}$.

Tabela 4.2 – Propriedades calculadas.

ρ (g/cm^3)	V (cm^3)	$m_{equivalente}$ (g)
7,8600	66,8800	289,8384

O $k_{equivalente}$ foi calculado por Pauli (2014). A frequência natural foi determinada usando a Eq. (3.13).

Tabela 4.3 – Frequência natural da estrutura analítica.

$k_{equivalente}$ ($\frac{N}{m}$)	ω_n ($\frac{rad}{s}$)	f (Herz)
57,1725	19,8636	3,1614

Relacionando com a frequência natural mapeada em laboratório, pode-se ver a seguinte variação:

Tabela 4.4 – Comparação de frequências naturais analítica e experimental.

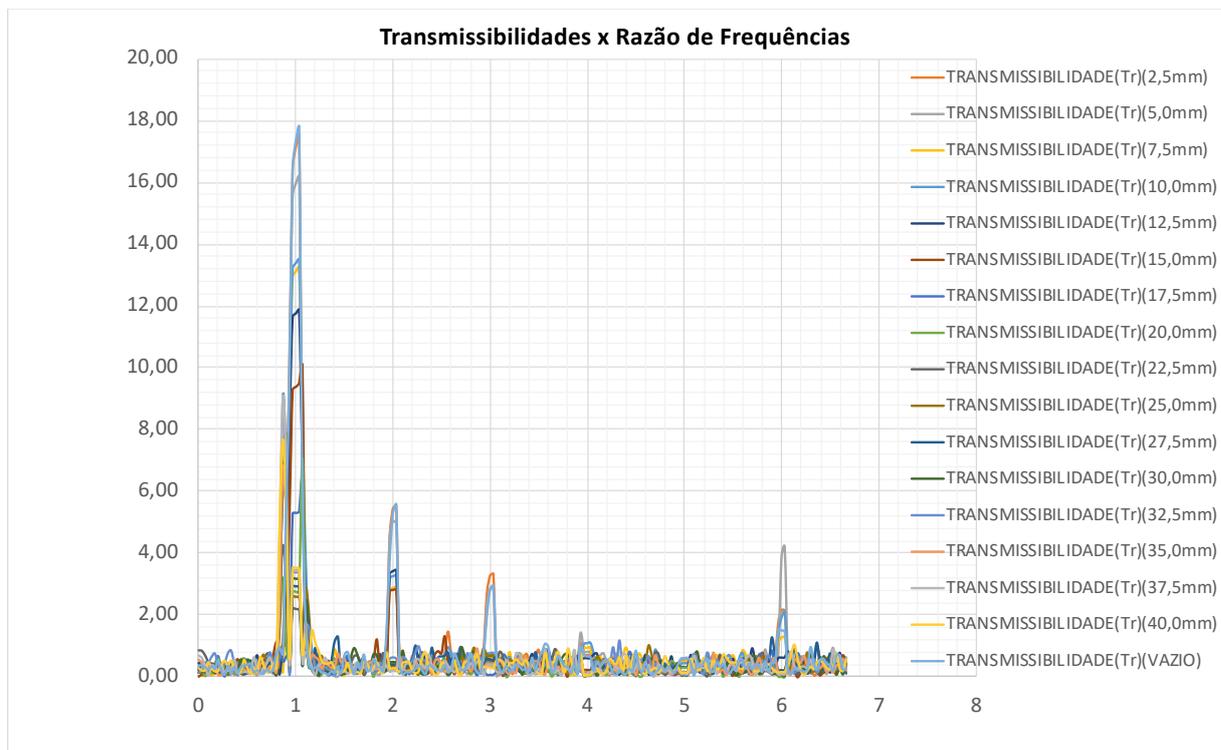
$\omega_{analítico}$ ($\frac{rad}{s}$)	$\omega_{experimental}$ ($\frac{rad}{s}$)	$\epsilon\%$
3,1614	3,7500	-15,6960

A discrepância entre o resultado analítico e o experimental, deve-se provavelmente ao aumento de rigidez do sistema na construção do pórtico. A viga presente na estrutura foi dobrada e presa à massa com rebites, e fixada com cantoneiras, criando assim um considerável aumento de rigidez. Uma segunda possível fonte de erros, foi o comprimento da viga usado. De acordo com a Figura 3.5, existem dois comprimentos horizontais a serem considerados. Primeiramente, foi usado o comprimento de 16 cm e obteve-se o resultado considerado nesse trabalho. Para efeito de comparação, foi feita toda a rotina de cálculo da frequência natural usando o comprimento de 20 cm, e o erro percentual foi de 23,48 %, uma explicação para tais resultados são os tipos de apoio presentes no modelo testado, que provavelmente não se adequam ao modelo de apoio usado na teoria para desenvolver a teoria para o cálculo de $m_{equivalente}$.

4.2 TRANSMISSIBILIDADE EXPERIMENTAL

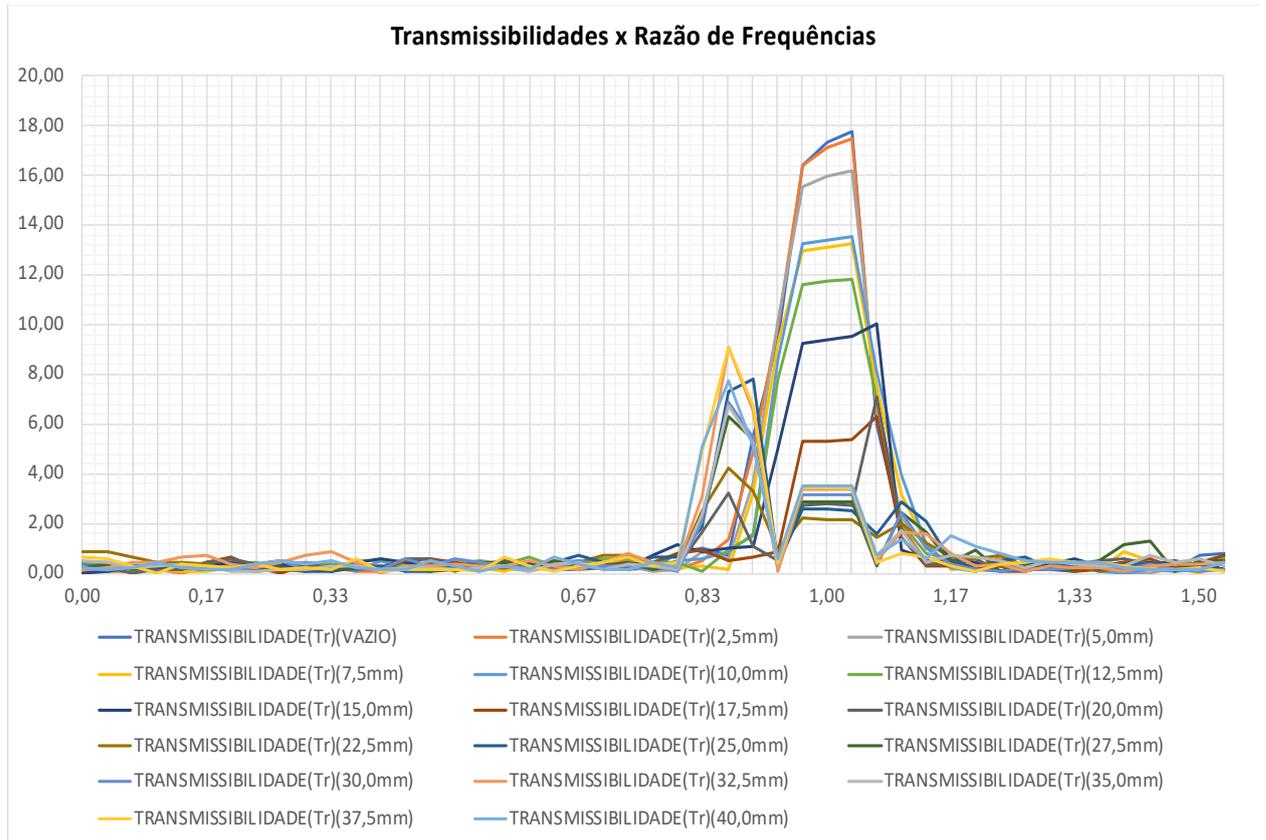
Inicialmente, foi plotado um gráfico de todas as transmissibilidades pela razão de frequências, desde o tanque vazio, até a altura máxima de 40 mm (Figura 4.1).

Figura 4.1 – Gráfico de transmissibilidades pela razão de frequências.



Analisando o gráfico, percebe-se que a região crítica é ao entorno de β igual a um. Para observar com mais detalhes a região ao entorno de β igual a um, se gerou outro gráfico (Figura 4.2), até β igual a 1,5.

Figura 4.2 – Gráfico de transmissibilidades pela razão de frequências no entorno de β igual a um.



Um terceiro gráfico foi criado, que ilustra o comportamento das transmissibilidades para β igual a um. Em paralelo com os gráficos de transmissibilidade, foi gerado um gráfico de amplitude de aceleração de massa pela frequência em Hertz (Figura 4.3).

Figura 4.3 – Gráfico das transmissibilidades para β igual a um.

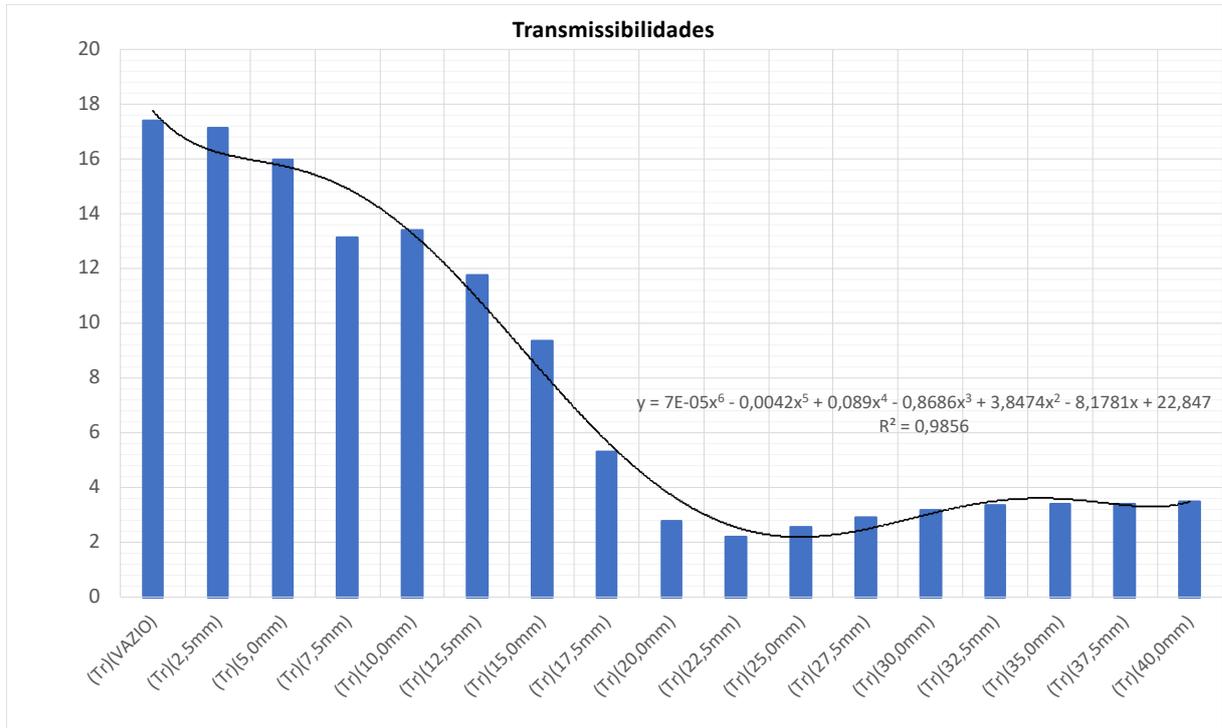
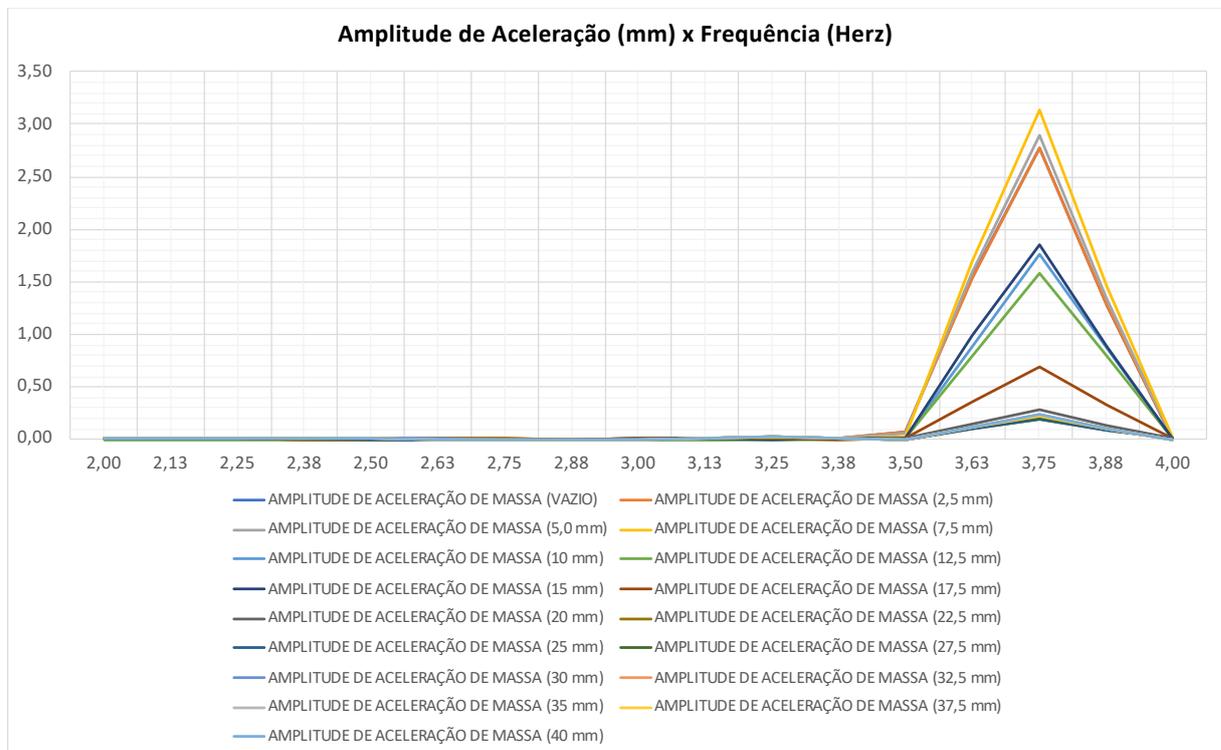
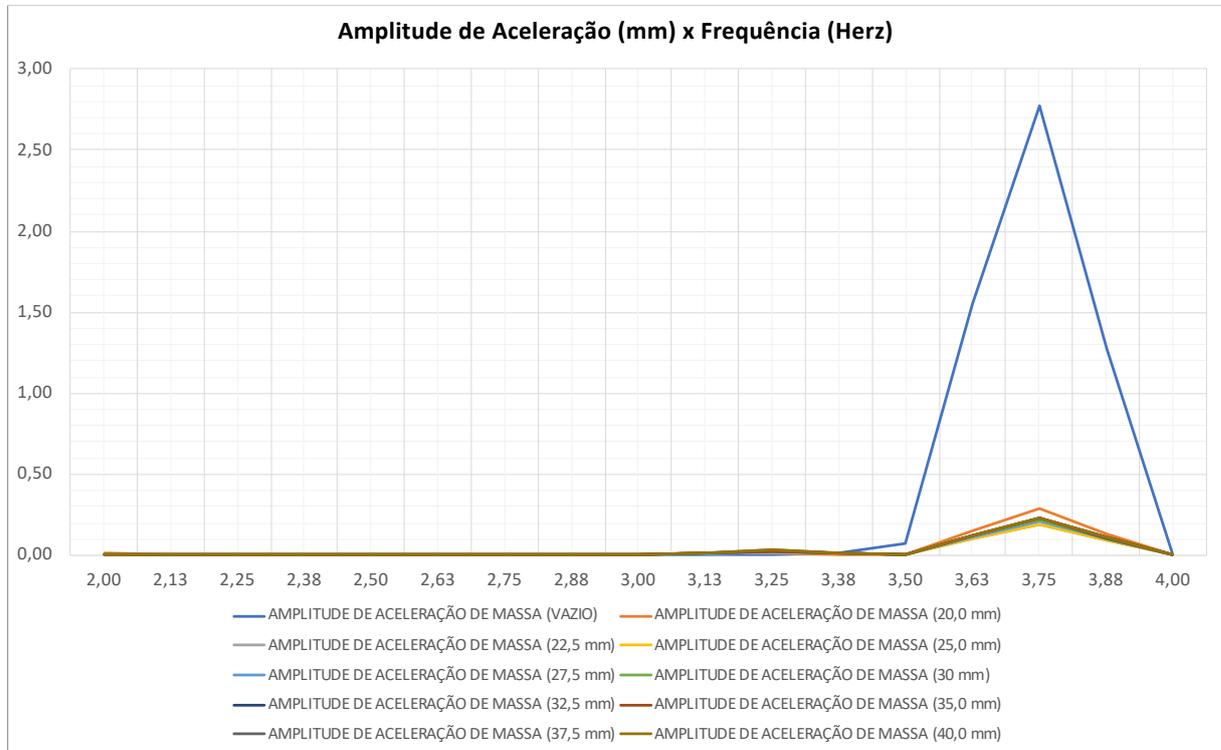


Figura 4.4 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz.



Plotou-se novamente um novo gráfico, excluindo as maiores amplitudes, para que se possa determinar a altura de água que gera a menor amplitude (Figura 4.5).

Figura 4.5 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz.



Retirou-se os dados correspondentes ao tanque vazio, e gerou-se o gráfico equivalente.

Figura 4.6 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz

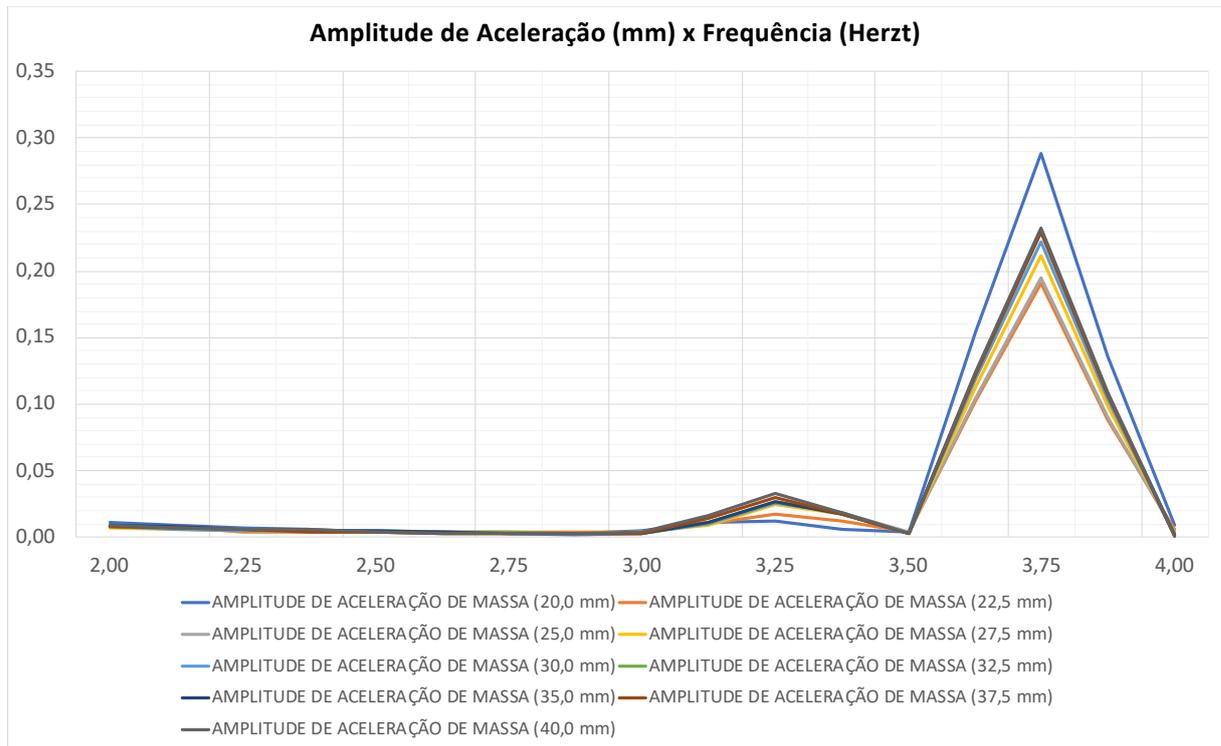
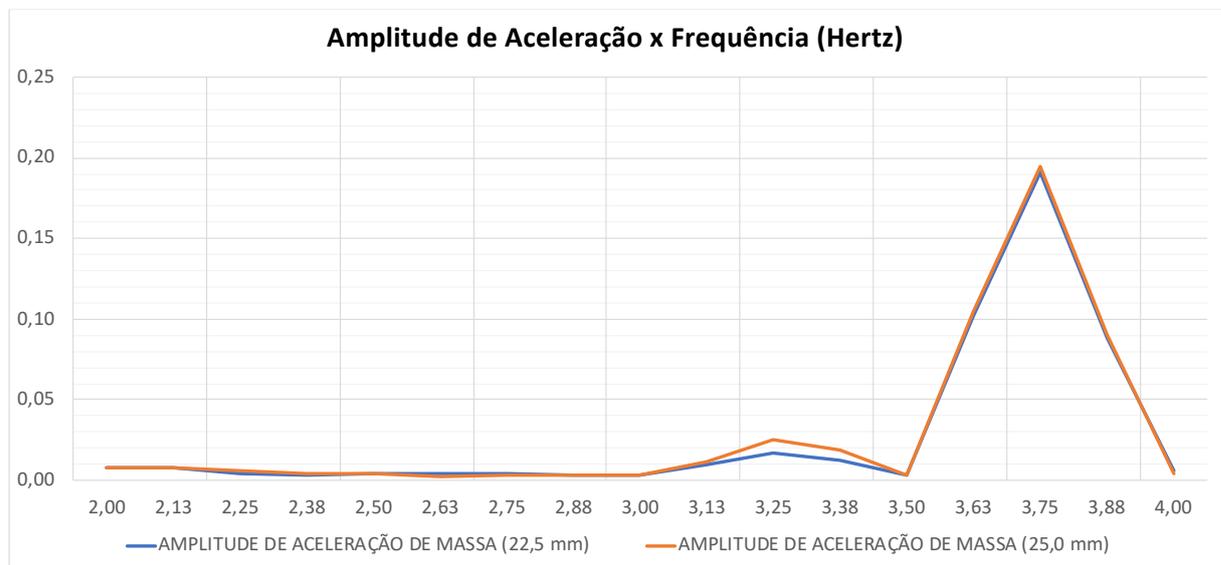


Figura 4.7 – Gráfico da amplitude de aceleração pela frequência em Hertz



Ao final, gerou-se um gráfico da amplitude de aceleração da massa em β igual a um. Então, cria-se uma relação entre amplitude de aceleração da massa e altura de água no tanque.

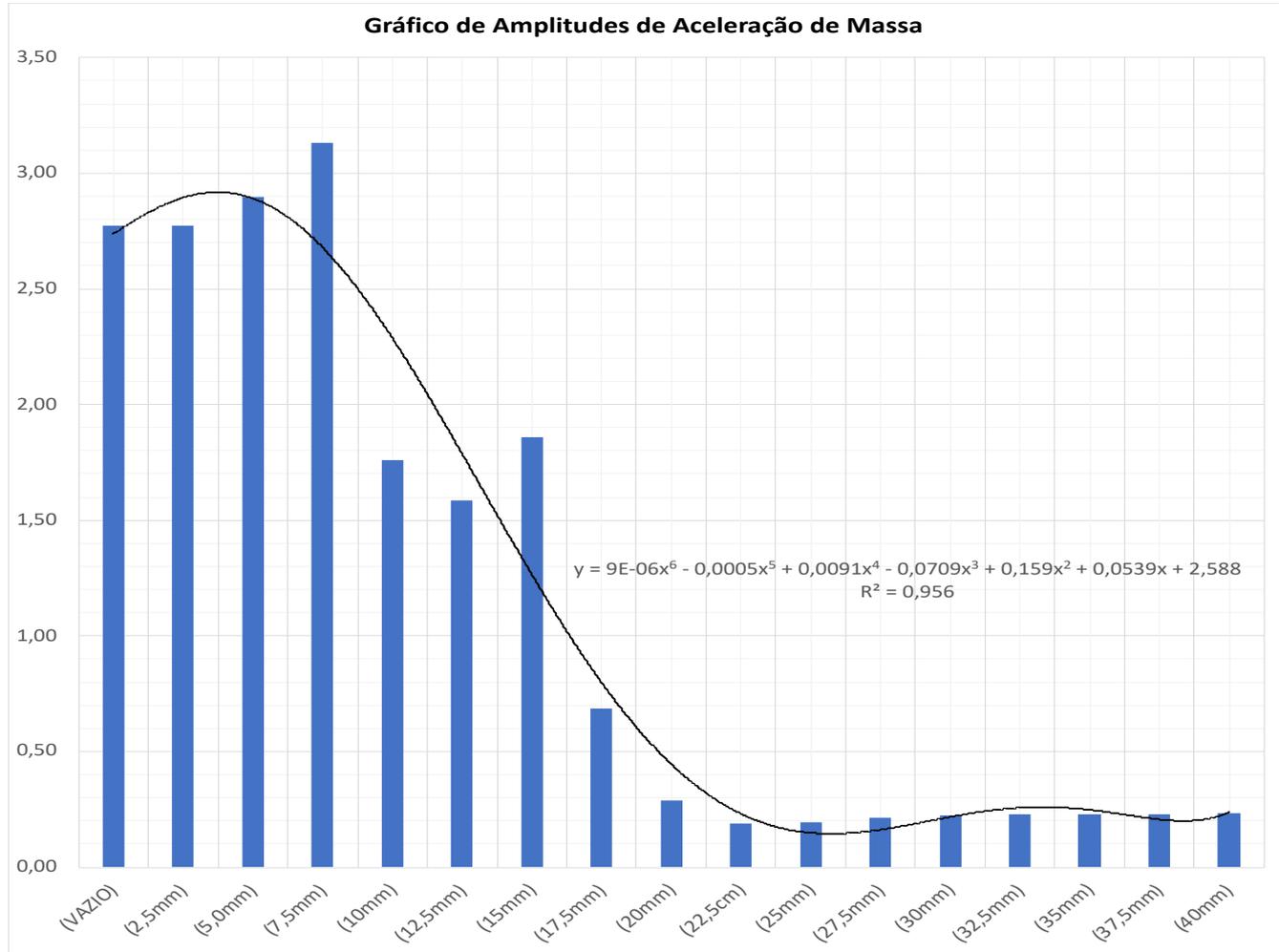
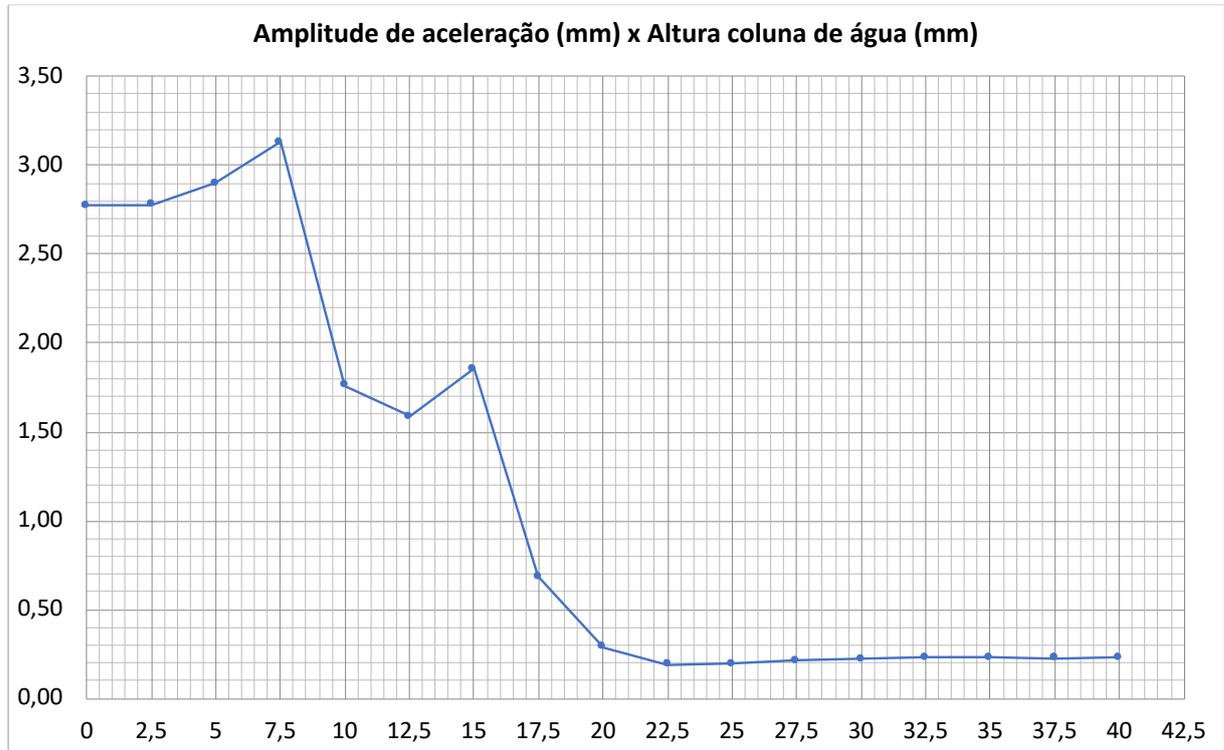
Figura 4.8 – Gráfico (amplitude de aceleração (mm / s²) em em β igual a um.

Figura 4.9 – Gráfico (amplitude de aceleração (mm / s^2) x Altura de coluna de água.

Pode-se verificar, analisando as Figuras 4.1- 4.6, que a altura de água no tanque que provoca menor amplitude de aceleração é de 22,5 mm e a que provoca maior aceleração, é de 7,5 mm.

Tabela 4.5 – Comparativo.

$h_{\text{água}} (\text{mm})$	Tr	$\ddot{u} (\text{mm})$
0	17,3700	2,7700
7,5	13,1361	3,1300
22,5	2,1894	0,1908

Tabela 4.6 – Análise de diminuição de amplitude de aceleração.

$\ddot{u} (\text{mm})_{22,5}$	$\ddot{u} (\text{mm})$	$\varepsilon\%$
0,1908	2,7700	-1351,7820
0,1908	3,1300	-1540,4612

Tabela 4.7 – Análise de diminuição de transmissibilidade.

$Tr_{22,5}$	Tr	$\varepsilon\%$
2,1894	17,3700	-693,3680
2,1894	13,1361	-499,9863

Os aumentos repentinos de transmissibilidade e amplitude que ocorrem após o enchimento do recipiente, conforme ilustrado pelas Tabelas (4.6) e (4.7), se devem pela formação de ondas no decorrer da excitação do tanque. Da mesma forma que as ondas mecânicas se associam em uma corda em determinada frequência, o mesmo ocorre com as ondas que se propagam em meio fluido. Quando as ondas se associam de uma forma construtiva na mesma direção do deslocamento, ocorre um aumento de transmissibilidade e amplitude. Quando a associação é feita de uma forma que a propagação acontece na direção contrária, haverá diminuição de amplitude e transmissibilidade.

5 CONCLUSÕES

O objetivo desse trabalho, era analisar a influência da altura de coluna de água no aumento ou diminuição na amplitude de aceleração de massa.

Foi montado um aparato experimental do tipo pórtico, com um pequeno reservatório soldado no topo, para que fossem realizados os testes. Foi medido então a frequência natural da estrutura, tendo apresentado divergência com a frequência calculada. A possível fonte de erros, além do aumento da rigidez devido ao processo de fabricação, que causou um provável encruamento, foram os tipos de engaste considerados, nesse caso foi feita a consideração de duplo engaste, mas nos testes, foi possível observar que os apoios não se comportavam como tal, apresentando pequenos deslocamentos na direção vertical e horizontal. Outra possível fonte de erros, seria a junção feita por cola entre o excitador de vibração e a estrutura, que em algumas oportunidades apresentaram problemas, e demandaram algum esforço para que permanecessem unidas. Para se obter um erro percentual menor, seria necessário simular o comportamento do pórtico em um programa computacional específico, onde se poderia arbitrar as condições de apoios e rigidez tal qual o experimento real.

Os experimentos, aplicando uma força a massa e a base do sistema visaram simular principalmente situações provocadas pela natureza, direta ou indiretamente, tal como: ventanias, terremotos e tempestades. Em ambos os casos, as respostas foram semelhantes.

Por fim, conseguiu-se provar a eficácia da utilização do *sloshing*, como um eficaz atenuador de transmissibilidade e de amplitude, todavia, tal empreendimento deve ser feito na medida correta, pois de outro jeito, haverá um aumento de transmissibilidade e de amplitude, de magnitude maior que se o tanque estivesse vazio.

Conclui-se então dizendo, que foi atingindo o objetivo principal estabelecido no início do trabalho, e todos os comportamentos previstos pela parte teórica, foram devidamente observados e quantificados.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALKMIN, M. **Controle de vibração em turbina eólica utilizando absorvedor passivo de coluna de líquido sintonizado**. Universidade de Brasília. 2015.
- AMABILI, M. **Eigenvalue problems for vibrating structures coupled with quiescent fluids with free surface**. *Journal of Sound and Vibration*, United Kingdom, v. 231, n. 1, p. 79-97, 2000.
- AMABILI, M.; PAÏDOUSSIS, M. P.; LAKIS, A. A. **Vibrations of partially filled cylindrical tanks with ring-stiffeners and flexible bottom**. *Journal of Sound and Vibration*, United Kingdom, v. 213, n. 2, p. 259-299, 1998.
- AQUINO A.S. de. **Controle de vibração de um sistema sob desbalanceamento rotativo utilizando atuador de liga com memória de forma**. Universidade Federal da Paraíba. 2011.
- BALACHANDRAN, B. et al. **Vibrações Mecânicas**. 2ª edição. São Paulo: Cengage Learning. 2011.
- BAVASTRI C.A. **Redução de vibrações de banda larga em estruturas complexas por neutralizadores viscoelásticos**. Universidade Federal de Santa Catarina. 1997.
- BAVASTRI, C.A. et al. **Controle ótimo de Vibrações Auto-Excitadas em Processos de Usinagem Usando Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos**. Universidade Tecnológica Federal do Paraná .
- BENEVELI, S. M. A. **Controle híbrido para atenuação de vibrações em edifícios**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. 2002.
- BENVENISTE, Y.; MILOH, T. Imperfect soft and stiff interfaces in two-dimensional elasticity. *Mechanics of Materials*, v. 33, n. 6, p. 309–323, 2001.
- BERGER, H. et al. A comprehensive numerical homogenisation technique for calculating effective coefficients of uniaxial piezoelectric fibre composites. *Materials Science and Engineering A*, v. 412, n. 1–2, p. 53–60, 2005b.
- CUNHA JR, S. S. **Estudo teórico e Numérico de Absorvedores Dinâmicos de Vibrações**. Universidade Federal de Uberlândia, 1999.
- CHAVÉZ PINTO L. A. **Modelo estrutural numérico que simula a alocação de absorvedores dinâmicos para redução de ruído acústico emitido por um transformador de potência**. Universidade de São Paulo. 2008.
- CHIBA, M.; YAMAKI, N.; TANI, J. **Free vibration of a clamped-free circular cylindrical shell partially filled with liquid – part I: theoretical analysis**. *Thin-Walled Structures*, [S.l.], v. 2, p. 265-284, 1984a.

-
- CHIBA, M. **Non-linear hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical tank – I. experiment (empty case)**. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, [S.l.], v. 28, n. 5, p. 591- 599, 1993a.
- CHIBA, M. **Non-linear hydroelastic vibration of a cantilever cylindrical tank – II. experiment (liquid-filled case)**. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, [S.l.], v. 28, n. 5, p. 601-612, 1993b.
- CHU, W-H.; KANA, D. D. **A theory for nonlinear transverse vibrations of a partially filled elastic tank**. *AIAA Journal*, United States, v. 5, n. 10, p. 1828-1835, 1967.
- CREDE, C.E. **Choque e vibração nos projetos de engenharia**. Rio de Janeiro: Ao livro técnico S.A. 1972.
- DEN HARTOG, J.P. **Mecanica de las vibraciones**. 1 edição em espanhol. México: Compañía editorial Continental. 1964.
- DIÁZ, Y.A. **Um estudo de absorvedores de vibração multimodais**. Universidade Federal de Itajubá. 2014.
- FRAHM, H. **Device for damping vibrations of bodies**. [S.l.]: Google Patents, 1911. US Patent 989,958.
- GAVIN S. **A note on a natural sloshing absorber for vibration control**. Victoria University. Australia. 2003.
- GOMÉZ A. L. Z. **Controle de vibrações em edifícios submetidos à ação de cargas dinâmicas utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo**. Universidade de Brasília. 2006.
- GONÇALVES, P. B; RAMOS, N. R. S. S. **Free vibration analysis of cylindrical tanks partially filled with liquid**. *Journal of Sound and Vibration*, United Kingdom, v. 195, n. 3, p. 429-444, 1996.
- INMAN, D.J. **Engineering vibration**. 3 ed. o. New Jersey: Pearson Education. 2008.
- LOURENCO R. **Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper**. Ontario, Canada. 2011.
- MANFRED H. U. Et al. **Vibration control for plate-like structures using strategic cut-outs**. Technical University Graz. Austria. 2007.
- MARQUES R.F.A. **Estudo teórico e numérico de absorvedores dinâmicos de vibrações ativos e adaptativos**. Universidade Federal de Uberlândia. 2000.
- MARRA J. C. de O. **Controle Híbrido de Vibrações em Estruturas sob Excitação de Banda Larga, utilizando Neutralizador Viscoelástico e Filtro Adaptativo**. Universidade Federal de Santa Catarina. 2007.
- OHANA, G.J. et al. **Projeto e dimensionamento de absorvedor dinâmico viscoelástico para**

controle de vibração da tampa de inspeção de um reator elétrico. Universidade Federal do Paraná . 2011.

PAULI, B. **Aplicação de absorvedores dinâmicos de vibração rotacionais e translacionais em sistemas mecânicos.** Universidade do Estado de Santa Catarina. 2014

RAO, S.S. **Vibrações mecânicas.** 4 edição. São Paulo: Pearson Prentice Hall. 2008.

SAAD, A.C. **Aplicação da Teoria do Absorvedor Dinâmico de Vibrações na Redução do Balanço Transversal em Plataformas tipo FPSO.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2005.

SILVA, C.S. da. **Projeto e localização dos sistemas de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos usando algoritmos genéricos.** Universidade Tecnológica Federal do Paraná . 2005.

- MUSZYILSKA A. **A survey of vibration control methods**. Institute of Fundamental Technological Research of the Polish Academy of Scienc. Polônia.
- REN. M.Z. **A variant design of the dynamics vibration absorber**. Estech Corporation. Japão. 2001.
- MIRSANEI R. et al. **Developing a New Design for Adaptive Tuned Dynamic Vibration Absorber (ATDVA) Based on Smart Slider-Crank Mechanism to Control of Undesirable Vibrations**. Islamic Azad University Central Tehran Branch. 2012.
- VALE V. A. C. do. **Estudo da dinâmica de edifícios na forma de pórtico de quatro pavimentos com um sistema de controle tipo TMD**. Universidade Federal da Paraíba. 2010.
- LOURENCO R. **Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper**. Ontario, Canada. 2011.
- MARRA J. C. de O. **Controle Híbrido de Vibrações em Estruturas sob Excitação de Banda Larga, utilizando Neutralizador Viscoelástico e Filtro Adaptativo**. Universidade Federal de Santa Catarina. 2007.
- HIP LITO S. A. **Controle Ativo de Vibração de Rotores em Condições de Velocidades Críticas**. Universidade Estadual Paulista. 2005.
- TRINTINI A. M. M. **Controle ativo de vibrações através de transdutores piezelétricos**. Universidade Federal de Santa Catarina. 2009.
- PIOLA G. **Formula 1 Technical Analysis 2006-2007**. Editora: Giorgio Nada. 2007.
- PEREIRA W. M. **Controle de vibrações em torres eólicas submetidas à ação de cargas harmônicas utilizando amortecedor de massa sintonizado na forma de pêndulo**. Universidade de Brasília. 2011.