

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

PEDRO EDUARDO DOS REIS CEBINELI DA COSTA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO ANULAR VERTICAL EM REGIME
PERMANENTE UTILIZANDO VOF IMPLÍCITO**

JOINVILLE

2021

PEDRO EDUARDO DOS REIS CEBINELI DA COSTA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO ANULAR VERTICAL EM REGIME
PERMANENTE UTILIZANDO VOF IMPLÍCITO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, área de concentração em Modelagem e Simulação Numérica, da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius Canhoto Alves.

JOINVILLE

2021

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Costa, Pedro Eduardo dos Reis Cebineli da
Simulação numérica do escoamento anular vertical em
regime permanente utilizando VOF implícito / Pedro Eduardo
dos Reis Cebineli da Costa. – 2021.
83 p.

Orientador: Marcus Vinicius Canhoto Alves
Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado de
Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2021.

1. Escoamento anular. 2. Fluidodinâmica computacional.
3. Bifásico. I. Alves, Marcus Vinicius Canhoto . II.
Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de
Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica. III. Título.

PEDRO EDUARDO DOS REIS CEBINELI DA COSTA

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO ANULAR VERTICAL EM REGIME
PERMANENTE UTILIZANDO VOF IMPLÍCITO**

Dissertação apresentada ao curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, área de concentração em Modelagem e Simulação Numérica, da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Marcus Vinicius Canhoto Alves, Dr. Eng.
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membros:

Prof. Paulo Sérgio Berving Zdanski, Dr. Eng.
Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Marcelo Matos Martins, Dr. Eng.
Centro Universitário Católica de Santa Catarina

Joinville, 31 de maio de 2021.

A todas as pessoas que saem de sua zona de conforto para alcançarem seus objetivos.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho é reflexo do comprometimento adquirido ao longo destes anos como acadêmico. Os nossos objetivos sempre dependerão de nossas atitudes, por isso, agradeço:

A minha mãe Maria Helena Ribeiro dos Reis da Costa e ao meu pai Dorival Cebineli da Costa pela educação e confiança, e a toda a minha família pelo apoio.

Aos professores da Universidade do Estado de Santa Catarina, especialmente ao Prof. Marcus Vinícius Canhoto Alves, por me orientar e ajudar durante esse trabalho, isso com certeza contribuiu para o meu crescimento profissional e pessoal.

A comunidade acadêmica, pelos momentos de descontração e lazer, os quais são essenciais na vida de todo ser humano.

A Universidade do Estado de Santa Catarina por me oferecer várias conquistas ao longo da vida acadêmica, como a própria graduação, a bolsa de iniciação científica, a bolsa monitoria, as participações no projeto Rondon, ao intercâmbio pela bolsa Prome para Portugal, no envolvimento das entidades estudantis: Atlética, Centro Acadêmico de Engenharia de Petróleo, Departamento de Engenharia de Petróleo, Conselho Universitário, e todos os demais instantes que estive usufruindo de sua estrutura para enriquecimento educacional.

Por fim, também quero agradecer aos órgãos estaduais e federais pelas bolsas de pesquisa, sendo elas, respectivamente, PROMOP e CAPES, que foram de grande ajuda durante o percurso neste trabalho de Mestrado.

“Eu acredito na dignidade do trabalho, seja com a cabeça ou com a mão, o mundo deve a cada homem uma oportunidade para ganhar a vida.” (ROCKEFELLER, 1941)

RESUMO

O presente trabalho aplicou a fluidodinâmica computacional em um escoamento bifásico ar-água em regime anular na vertical para uma tubulação curta com diâmetro interno de 31,8 mm e 1,6 m de comprimento. E comparou os resultados numéricos com dados experimentais disponíveis na literatura. As simulações foram processadas no software ANSYS Fluent utilizando o modelo VOF com esquema compressivo para a captura da interface ar-água. Os resultados hidrodinâmicos para a pressão média absoluta, a tensão de cisalhamento na parede e a espessura média do filme líquido são obtidos variando o fluxo mássico de ar e água. A comparação entre as soluções numéricas e os dados experimentais para as variáveis hidrodinâmicas mostram boa concordância para certos fluxos mássicos de ar e água, como exemplo, a pressão que apresentou erro relativo máximo de 3,5%. Essa validação numérica afirma o bom desempenho da Dinâmica de Fluidos Computacional aplicada em escoamentos anulares e a importância dos estudos continuarem avançando.

Palavras-chave: Escoamento anular; Fluidodinâmica computacional; Bifásico.

ABSTRACT

The present work applied computational fluid dynamics for two-phase air-water flow in a vertical annular regime for a short pipe with an internal diameter of 31.8 mm and 1.6 m in length. Moreover, compared the numerical results with experimental data available in the literature. The simulations were processed in the ANSYS Fluent software using the VOF model with a compression scheme to capture the air-water interface. The hydrodynamic results for the mean absolute pressure, the shear stress on the wall and the average thickness of the liquid film are obtained by varying the mass flow of air and water. The comparison between numerical solutions and experimental data for hydrodynamic variables shows good agreement mass air and water flows, as an example, the pressure that presented a maximum relative error of 3.5%. This numerical validation affirms the good performance of Computational Fluid Dynamics applied in annular flows and the importance of studies to continue to advance.

Keywords: Annular flow; Computational fluid dynamics; Two-phase flow.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Regimes de escoamento encontrados em fluxos multifásicos.	26
Figura 2 - Balanço de massa aplicado ao volume infinitesimal para a k-énésima fase.	30
Figura 3 - Balanço de momento aplicado ao volume infinitesimal para a k-énésima fase.....	31
Figura 4 - Discretização do domínio.	43
Figura 5 - Malha estrutura e não estruturada.	44
Figura 6 - Volume elementar para integração.	45
Figura 7 - Escoamento anular ar-água ascendente.	55
Figura 8 - Dimensões do tubo cilíndrico a ser simulado.	58
Figura 9 - Malha Butterfly para o domínio computacional.	63
Figura 10 - Processamento da simulação numérica.	64
Figura 11 - Erro relativo para a pressão absoluta ao longo da tubulação para o fluxo mássico de ar de $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	66
Figura 12 - Erro relativo para a tensão de cisalhamento na parede ao longo da tubulação para o fluxo mássico de ar de $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	68
Figura 13 - Erro relativo para a espessura de filme ao longo da tubulação para o fluxo mássico de ar de $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	70
Figura 14 - Erro relativo para a pressão absoluta ao longo da tubulação para o fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	72
Figura 15 - Erro relativo para a tensão de cisalhamento na parede ao longo da tubulação para o fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	74
Figura 16 - Erro relativo para a espessura de filme ao longo da tubulação para o fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Funções de interpolação e métodos de acoplamento.	47
Tabela 2 - Propriedade dos fluidos.....	56
Tabela 3 - Condições de contorno para o campo de velocidades.....	59
Tabela 4 - Condições de contorno para o campo de pressão.	59
Tabela 5 - Condições de contorno para a energia cinética turbulenta.	60
Tabela 6 - Condições de contorno para a taxa de dissipação turbulenta específica.	62
Tabela 7 - Pressões absolutas obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação entrada e fluxo mássico de ar de 71 kg/m^2 s.....	67
Tabela 8 - Tensões de cisalhamento na parede obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação a entrada e fluxo mássico de ar de $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	69
Tabela 9 - Espessuras de filme obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação entrada e fluxo mássico de ar de 71 kg/m^2 s.....	71
Tabela 10 - Pressões absolutas obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação entrada e fluxo mássico de água de 100 $\text{kg/m}^2 \text{ s}$	73
Tabela 11 - Tensões de cisalhamento na parede obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação a entrada e fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$	75
Tabela 12 - Espessuras de filme obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação a entrada e fluxo mássico de água de 100 $\text{kg/m}^2 \text{ s}$	76

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	OBJETIVOS	23
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1	ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS	25
2.1.1	Fração volumérica	26
2.1.2	Fração mássica	27
2.1.3	Velocidades superficiais das fases	28
2.2	ASPECTOS MATEMÁTICOS	29
2.2.1	Equações de conservação	33
2.2.2	Equações de fechamento	35
2.2.2.1	<i>Equações constitutivas para os termos interfaciais</i>	35
2.2.2.2	<i>Modelos de turbulência</i>	36
2.2.2.3	<i>Condições de contorno e iniciais</i>	40
2.3	ASPECTOS NUMÉRICOS	42
2.3.1	Método de volumes finitos	44
2.3.2	Funções de interpolação	46
2.3.3	Método VOF	47
2.4	TRABALHOS VALIDADOS	48
3	CARACTERIZAÇÃO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	55
3.1	CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO	55
3.2	PROPRIEDADES DOS FLUIDOS	56
3.3	MODELOS ADOTADOS PARA OS TERMOS INTERFACIAIS	56
3.4	MODELO DE TURBULÊNCIA	57
3.5	CONDIÇÕES DE CONTORNO	57
3.6	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	62
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	65
4.1	CASO 1	65
4.2	CASO 2	71
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	77
	REFERÊNCIAS	79

1 INTRODUÇÃO

A diversidade de escoamentos multifásicos pode ser observada em numerosos processos naturais e industriais, dentre os mais variados tipos, o escoamento bifásico gás-líquido costuma ser o de maior interesse para os projetistas e engenheiros, devido a grande quantidade de ambientes que podem ser aplicados, como, em unidades de separação, evaporadores, reatores nucleares, trocadores de calor, extração de petróleo e gás natural, entre outros.

Dentro dos escoamentos bifásicos gás-líquido, é possível encontrar muitos tipos de regimes, simplesmente alterando as variáveis macroscópicas do escoamento ou a geometria e disposição da peça transportadora. Um importante regime, é o anular para uma tubulação na vertical.

O escoamento anular gás-líquido vertical tem a sua morfologia caracterizada como sendo o filme líquido em contato com as paredes da tubulação e um núcleo gasoso carregado com gotículas de líquido. O entendimento hidrodinâmico deste tipo de regime ajuda a otimizar o projeto em questão e a minimizar os efeitos das variáveis macroscópicas indesejadas, como por exemplo a perda de pressão ou até mesmo prever o início do fenômeno de carregamento de líquido em poços de gás natural.

Estudos experimentais e correlações empíricas são amplamente empregadas para a determinação das variáveis macroscópicas do escoamento, como, a pressão, a tensão de cisalhamento na parede, a espessura e o fluxo mássico do filme líquido, a fração da vazão total, etc. No entanto, estes estudos e correlações são muito restritos a baixos números de Reynolds e dimensões da tubulação.

Por isso, as técnicas de Dinâmica de Fluidos Computacional têm sido cada vez mais aplicadas em escoamentos anulares gás-líquido vertical, com o intuito de buscar a validação numérica e poder expandi-la para geometrias e problemas mais complicados.

1.1 OBJETIVOS

Esta dissertação tem como objetivo principal comparar a solução numérica de um escoamento bifásico ar-água vertical em regime de escoamento anular para uma tubulação curta, com experimentos da literatura para a mesma condição.

Para atingir a proposta deste trabalho, alguns objetivos secundários são fundamentais:

- O entendimento do modelo matemático utilizado no programa comercial ANSYS Fluent, considerando os aspectos fenomenológicos do problema físico real.
- A utilização de equações de fechamento para o modelo matemático, isto é, um modelo de turbulência apropriado, relações constitutivas coerentes e condições de contorno e iniciais, todas estas pertinentes a realidade física do problema.
- Realizar as simulações com o programa ANSYS-Fluent para obter as soluções numéricas.
- Comparar as soluções numéricas com trabalhos da literatura, em especial os de Wolf et al. (2001) e Salles (2020).

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira: o Capítulo 1, apresenta o contexto do trabalho na fluidodinâmica computacional, os objetivos e a estrutura do trabalho. No Capítulo 2, é apresentada uma revisão da literatura recente, englobando os aspectos matemáticos e numéricos fundamentais para o entendimento do modelo matemático e da metodologia numérica utilizada pelo ANSYS-Fluent. O Capítulo 3 atenta-se a exposição do problema físico proposto e as condições que caracterizam as simulações numéricas, enquanto o Capítulo 4, mostra e discute os resultados numéricos obtidos, realizando a comparação com os trabalhos abordados no passado por outros autores. O Capítulo 5 traz as conclusões do trabalho e as recomendações para futuros trabalhos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo são abordados os conceitos necessários da literatura da fluidodinâmica computacional para fundamentar o modelo utilizado.

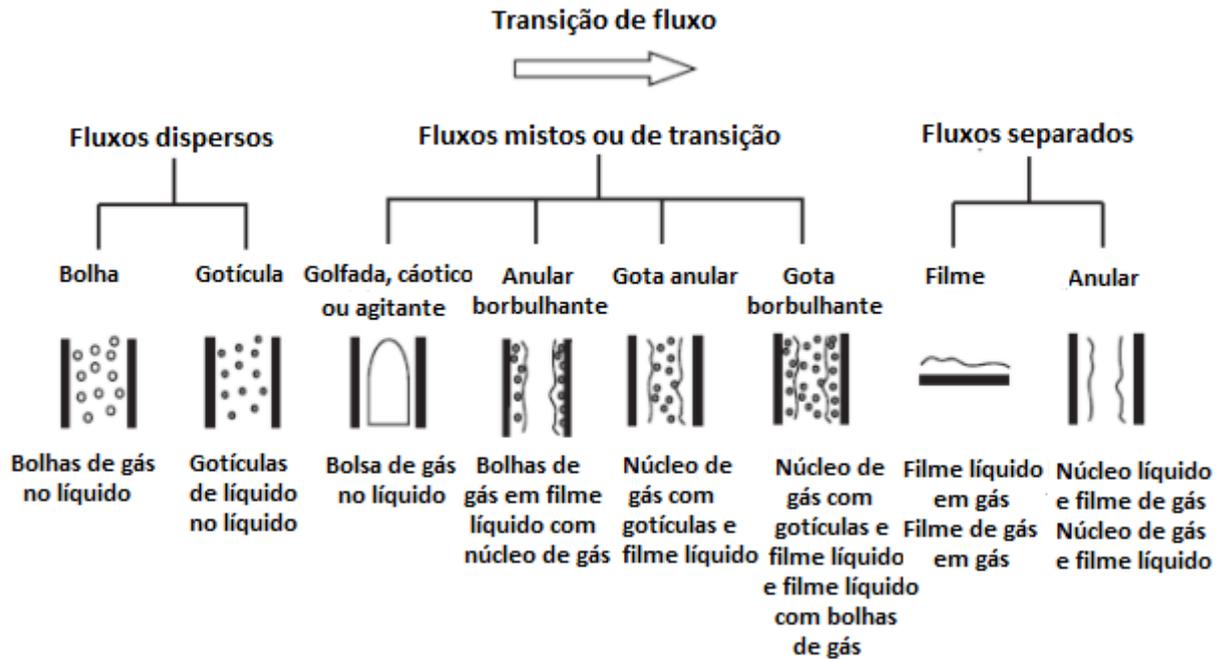
2.1 ESCOAMENTOS MULTIFÁSICOS

Uma fase é caracterizada como sendo o estado físico que se encontra a matéria (CROWE, 2006). Para exemplificar, pode-se citar os três estados físicos mais comuns de serem percebidos na natureza: o gasoso, o líquido e o sólido. Ainda, de acordo com Crowe (2006), em um escoamento multifásico estes estados físicos coexistem, o que permite a combinação dos seguintes tipos de escoamento: o gás-líquido, o gás-sólido, o líquido-sólido, o gás-líquido-sólido e o líquido-líquido não imiscíveis.

Em relação ao entendimento da dinâmica termo-fluida de um escoamento multifásico, ele é mais complexo quando comparado ao escoamento monofásico. Essa complexidade é explicada pelas múltiplas interfaces (e suas diversas ordens de grandeza) presentes neste tipo de escoamento (ISHII e HIBIKI, 2006). No entanto, a sua dinâmica, assim como no escoamento monofásico, é caracterizada pelas equações de conservação conhecidas, como a conservação da massa, da conservação da quantidade de movimento linear e da conservação da energia, sendo complementadas pelas relações/equações constitutivas, de estado, reações químicas, etc. Estas por sua vez especificam as propriedades termodinâmicas, de transporte e químicas das fases presentes no escoamento (ISHII e HIBIKI, 2006).

A interface é a responsável por caracterizar a estrutura, ou topologia, do escoamento multifásico. A sua disposição física, isto é, a configuração topológica de uma fase em relação à outra, permite a classificação dos padrões de escoamento (também chamados de regimes), como por exemplo, o escoamento separado (segregado), o escoamento misto e o escoamento disperso (ISHII e HIBIKI, 2006). Na Figura 1, tem-se um resumo dos principais tipos de padrões de fluxo encontrados em escoamentos multifásicos.

Figura 1 - Regimes de escoamento encontrados em fluxos multifásicos.



Fonte: YEOH e TU (2010).

Esses padrões de escoamento formados dentro dos dispositivos ocorrem devido as condições de operação aplicadas. Tais condições estão intimamente ligadas com as propriedades físico-químicas das fases, que compõem o escoamento, como por exemplo, as viscosidades, as massas específicas e as tensões superficiais, mas também, com a forma geométrica e a inclinação da tubulação, e com as vazões volumétricas das fases.

2.1.1 Fração volumétrica

A fração volumétrica ou fração de volume é um parâmetro, usualmente empregado, quando se tem o interesse em trabalhar com diferentes fases simultaneamente (CROWE, 2006). Na equação (1) é possível observar a definição matemática para a fração volumétrica.

$$\alpha_k = \lim_{\delta V \rightarrow V^0} \frac{\partial V_k}{\partial V} \quad (1)$$

No qual, o subscrito k refere-se a fase do fluido, e os termos V_k e V são, respectivamente, o volume da fase k e o volume total da mistura.

De acordo com a equação (1), é possível observar, que a fração volumétrica de uma fase é apenas uma parte percentual da totalidade do volume, por isso, fica evidente que o somatório de todas as frações volumétricas, presentes em um volume corresponderá a 1, como pode ser observado na equação (2).

$$\alpha_k + \alpha_{k-1} + \alpha_{k-2} + \dots + \alpha_0 = 1 \quad (2)$$

Sendo que o subscrito k representa as fases que compõem o escoamento.

2.1.2 Fração mássica

Outro parâmetro aplicado em um volume contendo várias fases é a fração mássica. Na equação (3) pode-se observar a sua definição matemática.

$$\bar{\rho}_k = \lim_{\delta V \rightarrow V^0} \frac{\partial M_k}{\partial V} \quad (3)$$

No qual, os termos M_k e V referem-se, respectivamente, a massa da fase k e o volume total da mistura.

Através da equação (3), tem-se que a fração mássica é calculada pela razão entre a massa da fase e a totalidade do volume. Também, observa-se que a fração mássica pode ser calculada com o auxílio da fração volumétrica, isto é, relacionando a equação (1) com a equação (3). Abaixo na equação (4) é possível visualizar este cálculo.

$$\bar{\rho}_k = \alpha_k \rho_k \quad (4)$$

No qual, α_k e ρ_k representam, respectivamente, a fração volumétrica e a massa específica da fase k .

A fração mássica assim como a fração volumétrica pode ser somada. O somatório das frações mássicas retorna a massa específica aparente da mistura. A equação (5) ilustra esse somatório.

$$\rho = \bar{\rho}_k + \bar{\rho}_{k-1} + \dots + \bar{\rho}_0 = \alpha_k \rho_k + \alpha_{k-1} \rho_{k-1} + \dots + \alpha_0 \rho_0 \quad (5)$$

Sendo que o subscrito k representa todas as fases que compõem o escoamento.

2.1.3 Velocidades superficiais das fases

As velocidades superficiais das fases podem caracterizar, em escoamentos multifásicos, o tipo de regime de escoamento. Desse modo, é de interesse quando estudando os escoamentos multifásicos definir estas velocidades.

Para um escoamento multifásico em uma tubulação, a velocidade superficial de cada fase é dada pela razão entre a vazão mássica da fase e pelo produto da área da seção transversal do tubo e a massa específica da fase (CROWE, 2006). A equação (6) mostra essa relação matemática.

$$U_k = \frac{\dot{M}_k}{\rho_k A} \quad (6)$$

No qual, \dot{M}_k e ρ_k referem-se, respectivamente, a vazão mássica e massa específica da fase k , o termo A representa a área da seção transversal do escoamento.

Ao observar a equação (6), nota-se que, se a fase ocupar toda a área da seção transversal do tubo, a velocidade superficial desta fase será equivalente a velocidade real desta fase (CROWE, 2006).

Desse modo, uma maneira de relacionar a velocidade superficial com a velocidade real da fase, é através da fração volumétrica. A equação (7) apresenta este cálculo.

$$U_k = \alpha_k u_k \quad (7)$$

No qual, α_k e u_k são, respectivamente, a fração volumétrica e a velocidade real da fase k .

Então, para um escoamento multifásico a velocidade superficial da mistura (ou aparente) pode ser definida como na equação (8).

$$U = U_k + U_{k-1} + \dots + U_0 = \alpha_k u_k + \alpha_{k-1} u_{k-1} + \dots + \alpha_0 u_0 \quad (8)$$

Sendo que o subscrito k representa todas as fases que compõem o fluxo multifásico.

Também, para o caso de escoamentos bifásicos, é de interesse a determinação da velocidade e da razão de escorregamento entre as fases ou componentes. Nas equações (9) e (10) é possível visualizar esses cálculos, respectivamente.

$$U_{\text{slip}} = |U_k - U_{k-1}| \quad (9)$$

No qual, U_{slip} é a velocidade de escorregamento entre as fases, e os termos U_k e U_{k-1} representam respectivamente a velocidades superficiais das fases k e $k - 1$.

$$s_{\text{slip}} = \frac{U_k}{U_{k-1}} \quad (10)$$

No qual, s_{slip} é a razão de escorregamento entre as fases, e os termos U_k e U_{k-1} representam respectivamente a velocidades superficiais das fases k e $k - 1$.

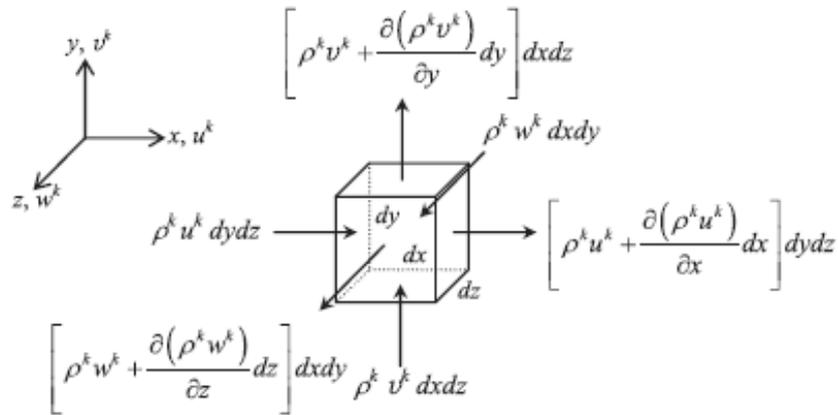
2.2 ASPECTOS MATEMÁTICOS

Na formulação local, visualiza-se o escoamento multifásico como sendo várias fases separadas (escoamentos monofásicos) por uma ou várias interfaces explícitas. Essa perspectiva permite a aplicação da formulação instantânea local, gerando as equações de conservação, que são empregadas para cada fase separadamente dentro do domínio espacial e temporal.

Ao aplicar-se o Teorema do transporte de Reynolds, para relacionar as variáveis do sistema com o volume de controle, e assim através de um balanço de fluxo obtém-se as equações de conservação na formulação instantânea local (YEOH e TU, 2010).

A Figura 2, ilustra o balanço de massa, realizado em um volume de controle infinitesimal, para obter a equação de conservação da massa.

Figura 2 - Balanço de massa aplicado ao volume infinitesimal para a k-ésima fase.



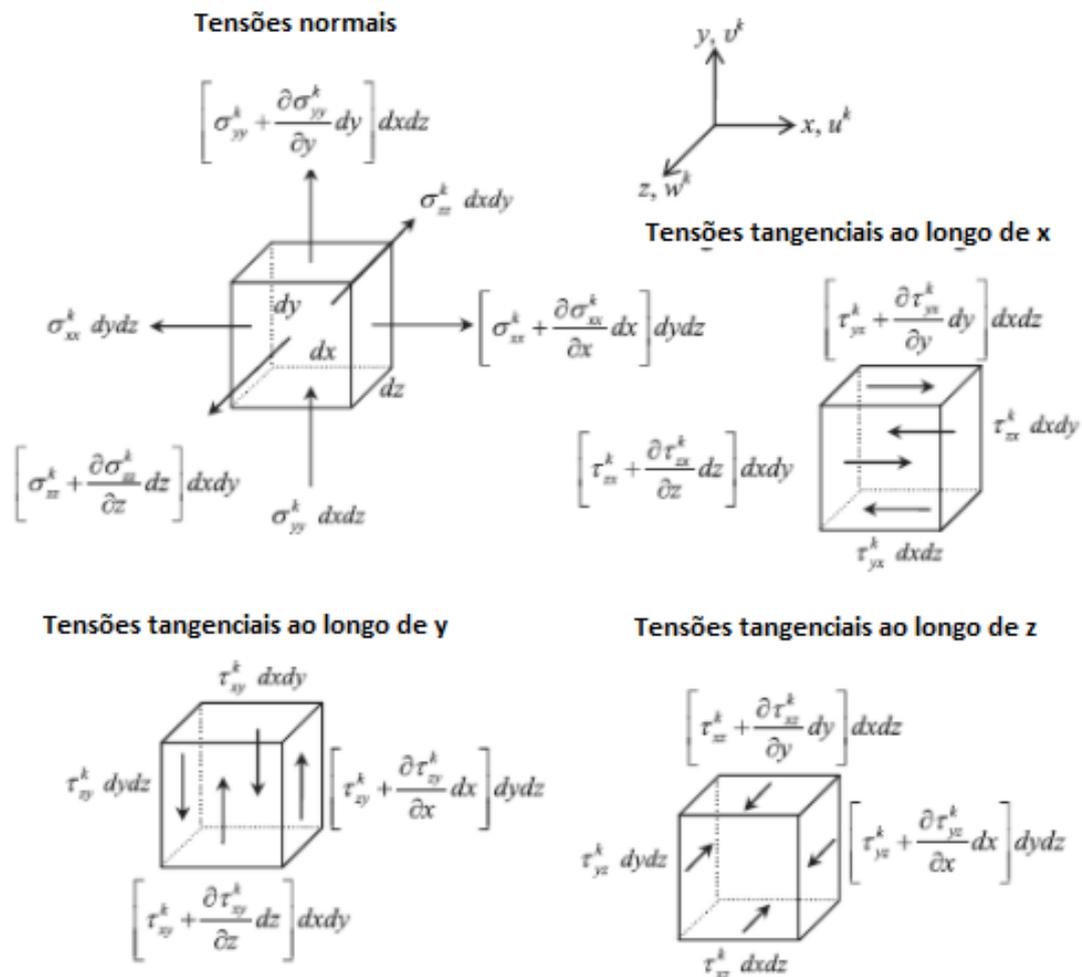
Fonte: YEOH e TU (2010).

A equação (11) ilustra a equação da conservação da massa.

$$\frac{\partial \rho^k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho^k \mathbf{U}^k) = 0 \quad (11)$$

A Figura 3, ilustra o balanço de momento realizado em um volume de controle infinitesimal, para obter a equação de conservação do momento linear.

Figura 3 - Balanço de momento aplicado ao volume infinitesimal para a k-ésima fase.



Fonte: YEOH e TU (2010).

A equação (12) mostra a equação da conservação de momento.

$$\rho^k \frac{\partial \mathbf{U}^k}{\partial t} + \rho^k \mathbf{U}^k \cdot \nabla \mathbf{U}^k = \nabla \cdot \mathbf{T}^k + \sum \mathbf{F}^k_{\text{forças de corpo}} \quad (12)$$

A solução destas equações diferenciais é concebida com o conhecimento das condições de salto (descontinuidade) nas interfaces e das condições de contorno nos limites desse domínio espacial (MANNINEN, TAIVASSALO e KALLIO, 1996).

Essa formulação instantânea local, é ainda muito restrita a problemas físicos com geometrias não complexas, interfaces bem definidas e em regimes laminares. Isso é decorrente e fomentado pela existência de uma ou múltiplas interfaces móveis

deformáveis com movimentos desconhecidos, da existência de flutuações de variáveis devido às turbulências e as descontinuidades significativas das propriedades nas interfaces (ISHII e HIBIKI, 2006).

No entanto, vale ressaltar a importância desta formulação, pois, devido ao rigor matemático empregado, esta serve como ponto de partida para o desenvolvimento das equações de conservação com base nos procedimentos de média e também para estudos pontuais, como por exemplo, analisar a dinâmica e a estabilidade de uma determinada interface (ISHII e HIBIKI, 2006).

Antes de discutir os procedimentos de média, que efetivamente eliminam as flutuações locais (ISHII e HIBIKI, 2006), é preciso expor a consideração da interpenetrabilidade das fases, que possui o intuito de complementar a consideração do contínuo. Para isto, considera-se que as fases, quando observadas em uma escala acima da microscópica, ocupam por meio da interpenetração o mesmo volume no espaço durante o mesmo instante de tempo (VEGINI, 2007). Desse modo, as propriedades transportadas pelo escoamento, como velocidade, temperatura, turbulência, entre outras, para todas as fases, podem ser calculadas em um mesmo ponto do espaço e ao mesmo tempo, através de uma média volumétrica (ZHOU, 1993).

Através das duas considerações discutidas anteriormente, e que, juntas formam o conceito de meio contínuo interpenetrante entre as fases (VALUS, 2018), e também de posse da formulação local instantânea, é possível a aplicação dos procedimentos de média. Este procedimento permite a obtenção das equações de campo que governam os efeitos macroscópicos de interesse nos escoamentos multifásicos, eliminando desse modo a preocupação e o impasse com as flutuações locais (MANNINEN, TAI VASSALO e KALLIO, 1996).

De acordo com (ISHII e HIBIKI, 2006), os procedimentos de média podem ser classificados em três grupos principais: a média Euleriana, a média Lagrangiana e a média estatística de Boltzmann. Dependendo do operador de média aplicado na formulação local instantânea, como por exemplo, a média espacial, a média temporal ou a média estatística é possível obter as equações de conservação, em caráter macroscópico, com a necessidade de equações constitutivas que supram os efeitos dissipados por essa média adotada (MANNINEN, TAI VASSALO e KALLIO, 1996). As equações abaixo ilustram os operadores de média aplicados nos procedimentos de médias (YEOH e TU, 2010).

Na equação (13) tem-se o operador de média temporal sendo aplicado na equação de conservação (massa, momento e energia) obtida na formulação instantânea local (YEOH e TU, 2010).

$$\bar{\phi} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int \phi(x, y, z, t) dt \quad (13)$$

A equação (14) mostra como deve ser aplicado o operador de média espacial quando este for adotado (YEOH e TU, 2010).

$$\langle \phi \rangle_V = \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \iiint \phi(x, y, z, t) dV \quad (14)$$

A equação (15) ilustra como deve ser aplicado a média para um conjunto de dados obtidos experimentalmente (YEOH e TU, 2010).

$$\langle \phi \rangle_E = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \phi_n(x, y, z, t) \quad (15)$$

Dentre os procedimentos de média, destaca-se a média euleriana. Essa tem sido a mais utilizada entre os grupos citados. Isto, deve-se ao fato de estar atrelada as observações humanas e as técnicas de medição comumente empregadas. Dentro do procedimento da média Euleriana, as descrições de tempo e espaço são tratadas como variáveis independentes e todas as demais variáveis de interesse são dependentes desse sistema de observação (ISHII e HIBIKI, 2006).

2.2.1 Equações de conservação

As equações de conservação da massa, quantidade de movimento linear e outras, são responsáveis por governar o escoamento multifásico (MALISKA, 2004). Desse modo, submetendo as equações (11) e (12) instantâneas locais à equação (14) do operador de média espacial para o procedimento de média Euleriano. E além disso, aplicando uma função indicadora de fase e respeitando as regras de média de Reynolds, Leibnitz e Gauss, tem-se as equações de conservação instantâneas no formato de média.

A equação (16), para a conservação da massa, e a equação (17), para a conservação da quantidade de movimento linear:

$$\frac{\partial \langle X^k \rho^k \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle X^k \rho^k \mathbf{U}^k \rangle = \langle \rho^k (\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{\text{int}}) \cdot \nabla X^k \rangle \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle X^k \rho^k \mathbf{U}^k \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle X^k \rho^k \mathbf{U}^k \otimes \mathbf{U}^k \rangle = & -\nabla \langle X^k p^k \rangle + \nabla \cdot \langle X^k \boldsymbol{\tau}^k \rangle + \langle X^k \rangle \left\langle \sum \mathbf{F}^k, \text{forças de corpo} \right\rangle + \\ & \langle \rho^k \mathbf{U}^k (\mathbf{U}^k - \mathbf{U}^{\text{int}}) \cdot \nabla X^k \rangle + \langle p^k \rangle \langle \nabla X^k \rangle - \langle \boldsymbol{\tau}^k \cdot \nabla X^k \rangle \end{aligned} \quad (17)$$

É possível observar que após a aplicação da média espacial muitos termos surgiram nas equações de conservação. Estes termos são referentes ao comportamento das propriedades físicas na interface, ou seja, como estas propriedades termofísicas ou do escoamento se comunicam entre as fases. No entanto, estas equações obtidas não podem ser resolvidas, pois, apresentam médias de produtos dependentes de variáveis instantâneas locais (YEOH e TU, 2010).

Uma maneira de eliminar estes termos gerados pelas flutuações turbulentas instantâneas é aplicar o operador de média temporal. Desse modo, submetendo as equações (16) e (17) na equação (13) e aplicando a média de Favre (YEOH e TU, 2010), tem-se as seguintes equações de conservação efetivas:

A equação (18) para a conservação da massa e a equação (19) para a conservação da quantidade de movimento linear:

$$\frac{\partial \langle \alpha^k \rho^k \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \alpha^k \rho^k \mathbf{U}^k \rangle = \Gamma'^k \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \alpha^k \rho^k \mathbf{U}^k \rangle}{\partial t} + \nabla \cdot \langle \alpha^k \rho^k \mathbf{U}^k \otimes \mathbf{U}^k \rangle = & -\alpha^k \nabla p^k - p^k \nabla \alpha^k + \\ & \nabla \cdot \langle \alpha^k \boldsymbol{\tau}^k \rangle - \nabla \cdot \langle \alpha^k \boldsymbol{\tau}^{k''} \rangle + \alpha^k \sum \mathbf{F}^k, \text{forças de corpo} + \Omega'^k \end{aligned} \quad (19)$$

No qual, os termos Γ'^k e Ω'^k representam, respectivamente, a interação interfacial da massa e do momento linear.

2.2.2 Equações de fechamento

Com as equações de conservação efetivas obtidas no procedimento da média Euleriana, é evidente que, para o fechamento do modelo matemático e para uma representação forte e convincente do escoamento físico real, relações constitutivas para os termos interfaciais e um modelo apropriado para a turbulência sejam utilizados para suprirem as flutuações locais, que foram perdidas durante o processo de média. Ainda, condições de contorno e iniciais formam outro fechamento importante no cálculo do escoamento multifásico, uma vez que ditam as soluções particulares que podem ser obtidas a partir das equações governantes (YEOH, TU e CHEUNG, 2014).

2.2.2.1 Equações constitutivas para os termos interfaciais

Os termos interfaciais da massa e do momento linear, apresentados anteriormente, para o modelo de dois fluidos são expressos, matematicamente, pelas seguintes equações (20) e (21):

$$\Gamma'^k = \sum_{l=1}^2 (\dot{m}_{lk} - \dot{m}_{kl}) \quad (20)$$

No qual, o termo \dot{m}_{lk} refere-se a transferência de massa da fase I para a fase k e o termo \dot{m}_{kl} a transferência de massa da fase k para a fase I.

$$\Omega'^k = \sum_{l=1}^2 (\dot{m}_{lk} \mathbf{U}^l - \dot{m}_{kl} \mathbf{U}^k) + p_{int}^k \nabla \alpha^k + F_D^{k,drag} + F_D^{k,non-drag} \quad (21)$$

No qual, o termo $F_D^{k,drag}$ refere-se as forças interfaciais e o termo $F_D^{k,non-drag}$ as forças de sustentação, massa virtual, dispersão turbulenta e lubrificação da parede.

Como pode ser observado pelas equações (20) e (21) o fechamento das relações constitutivas dos termos interfaciais depende do tipo de regime de escoamento que está sendo estudado e das condições físicas impostas ao mesmo.

2.2.2.2 Modelos de turbulência

A aplicação da média temporal na equação de conservação de quantidade de movimento linear, para eliminar as flutuações instantâneas geradas pelo fenômeno de turbulência, comumente observado nas aplicações de engenharia, permite concentrar a turbulência em um único termo, denominado tensor de Reynolds (FREIRE, MENUT e SU, 2002).

O tensor de Reynolds pode ser determinado aplicando a hipótese de viscosidade turbulenta proposta por Boussinesq (1877). Nesta definição, o autor relaciona o tensor de Reynolds com as taxas médias de deformação, levando ao conceito de viscosidade turbulenta (FREIRE, MENUT e SU, 2002). Para o modelo de dois fluidos, é possível observar através da equação (22) essa hipótese (YEOH e TU, 2010).

$$-\tau_k'' = \mu_T^k \left(\nabla \mathbf{U}^k + (\nabla \mathbf{U}^k)^T \right) - \frac{2}{3} \mu_T^k \nabla \cdot \mathbf{U}^k \delta - \frac{2}{3} \rho^k k^k \delta \quad (22)$$

No qual, os termos μ_T^k e k^k referem-se, respectivamente, a viscosidade turbulenta e energia cinética turbulenta para a k -ésima fase.

Para o fechamento da equação são definidos os conceitos de energia cinética turbulenta (K^k) e dissipação da energia turbulenta (ε^k), permitindo assim, o equacionamento dessa viscosidade empregada por Boussinesq. Na equação (23) é possível visualizar esse fechamento (YEOH e TU, 2010).

$$\mu_T^k = C_\mu \rho^k \frac{(K^k)^2}{\varepsilon^k} \quad (23)$$

Sendo, C_μ uma constante empírica.

Os vários modelos desenvolvidos e aplicados atualmente, como por exemplo, o modelo $k - \varepsilon$, o modelo $k - \omega$ e o modelo $k - \omega SST$ (Shear Stress Transport), concentram-se em modelar a energia cinética e a dissipação turbulenta para que seja possível, posteriormente, determinar a viscosidade turbulenta, e com isso obter o tensor de Reynolds (FREIRE, MENUT e SU, 2002).

Em escoamentos multifásicos com limites físicos, como por exemplo uma tubulação, é aconselhável a utilização do modelo $k - \omega$ SST modificado (MENTER, KUNTZ e LANGTRY, 2003), visto que, é formulado pela combinação dos modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$ modificados. A termo “modificados” refere-se ao acréscimo da função indicadora de fase dentro das equações padrão usadas para fluxos monofásicos (YEOH e TU, 2010). O modelo SST modificado permite o tratamento da viscosidade turbulenta sob duas perspectivas diferentes, sendo cada uma relacionada as particularidades positivas dos modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$ modificados (MENTER, KUNTZ e LANGTRY, 2003).

O modelo $k - \varepsilon$ proposto por Launder e Spalding (1974) possui duas equações de transporte que devem ser resolvidas, uma para a energia cinética turbulenta e a outra para a dissipação turbulenta. Esse modelo possui ótimos resultados para escoamentos livres, ou seja, distante de paredes (MENTER, KUNTZ e LANGTRY, 2003). Já o modelo $k - \omega$ apresentado por Wilcox (1988) apresenta ótimos resultados para as equações diferenciais da energia cinética turbulenta e da dissipação turbulenta para as regiões próximas a superfície das paredes (MENTER, KUNTZ e LANGTRY, 2003).

Desse modo, reunindo as particularidades positivas dos modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$, tem-se nas equações (24), (27) e (28) o modelo SST modificado proposto por Menter (1994).

$$\mu_T^k = \frac{\rho^k a_1 k^k}{\max(a_1 \omega^k, S^k F_2)} \quad (24)$$

Sendo, $a_1 = 0,31$ é uma constante do modelo. O termo ω^k é a frequência turbulenta para k-énésima fase, dada pela razão entre a dissipação (ε^k) e energia cinética turbulentas (k^k). Já F_2 é uma função apropriada para o modelo SST e S^k é a medida invariante da taxa de deformação expressa pelas equações (25) e (26) abaixo.

$$S^k = \sqrt{2S^2} \quad (25)$$

$$S = \left(\frac{\partial u^k}{\partial x} \right) + \left(\frac{\partial v^k}{\partial y} \right) + \left(\frac{\partial w^k}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^k}{\partial y} + \frac{\partial v^k}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u^k}{\partial z} + \frac{\partial w^k}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^k}{\partial x} + \frac{\partial u^k}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^k}{\partial z} + \frac{\partial w^k}{\partial y} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^k}{\partial x} + \frac{\partial u^k}{\partial z} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w^k}{\partial y} + \frac{\partial v^k}{\partial z} \right) \quad (26)$$

$$\frac{\partial(\alpha^k \rho^k k^k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha^k \rho^k \mathbf{U}^k k^k) = \nabla \cdot \left(\alpha^k \left[\mu^k + \frac{\mu_T^k}{\sigma_{k3}} \right] \nabla K^k \right) + \alpha^k (P^k + G^k - \rho^k \beta' k^k \omega^k) + S_{k^k}^{int} \quad (27)$$

$$\frac{\partial(\alpha^k \rho^k \omega^k)}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha^k \rho^k \mathbf{U}^k \omega^k) = \nabla \cdot \left(\alpha^k \left[\mu^k + \frac{\mu_T^k}{\sigma_{k3}} \right] \nabla \omega^k \right) + 2\alpha^k \rho^k (1 - F_1) \frac{1}{\sigma_{\omega 2} \omega^k} \nabla k^k \nabla \omega^k + \alpha^k \alpha_3 \frac{\omega^k}{k^k} (P^k + C_3 \|G^k\|) - \alpha^k \rho^k \beta_3 (\omega^k)^2 + S_{\omega^k}^{int} \quad (28)$$

No qual, $S_{k^k}^{int}$ e $S_{\omega^k}^{int}$ são termos adicionais de fonte ou sumidoro para acomodar a produção e dissipação de turbulência devido a interação entre as fases. Já as constantes empíricas do modelo são dadas por: $\beta' = 0,09$; $\sigma_{k1} = 1,176$; $\sigma_{\omega 1} = 2,0$; $\alpha_1 = 5/9$; $\beta_1 = 0,075$; $\sigma_{k2} = 1,0$; $\sigma_{\omega 2} = 1,168$; $\alpha_2 = 0,44$; $\beta_2 = 0,0828$ também são obtidas pelas equações (29) a (32).

$$\sigma_{k3} = F_1 \sigma_{k1} + (1 - F_1) \sigma_{k2} \quad (29)$$

$$\sigma_{\omega 3} = F_1 \sigma_{\omega 1} + (1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \quad (30)$$

$$\alpha_3 = F_1 \alpha_1 + (1 - F_1) \alpha_2 \quad (31)$$

$$\beta_3 = F_1 \beta_1 + (1 - F_1) \beta_2 \quad (32)$$

Os termos P^k e G^k expostos nas equações (27) e (28) são expressos pelas equações (33) e (34).

$$P^k = \mu_T^k \nabla \mathbf{U}^k \cdot (\nabla \mathbf{U}^k + (\nabla \mathbf{U}^k)^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \mathbf{U}^k (\mu_T^k \nabla \cdot \mathbf{U}^k - \rho^k \mathbf{U}^k) \quad (33)$$

$$G^k = \frac{\mu_T^k}{\rho^k \sigma_{\rho^k}} \mathbf{g} \cdot \nabla \rho^k \quad (34)$$

Finalmente, tem-se as funções F_1 e F_2 para o fechamento do modelo SST nas equações (35) a (39).

$$F_1 = \tanh(\Phi_1) \quad (35)$$

$$\Phi_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k^k}}{0,09 \omega^k d_n}, \frac{500 \mu^k}{\rho^k \omega^k d_n^2} \right), \frac{4 \rho^k k^k}{D_\omega^+ \sigma_{\omega^2} d_n^2} \right] \quad (36)$$

No qual, d_n refere-se a distância até o limite físico mais próximo.

$$D_\omega^+ = \max \left(2 \rho^k \frac{1}{\sigma_{\omega^2} \omega^k} \nabla k^k \nabla \omega^k, 10^{-10} \right) \quad (37)$$

$$F_2 = \tanh(\Phi_2) \quad (38)$$

$$\Phi_2 = \max \left(\frac{2 \sqrt{k^k}}{0,09 \omega^k d_n}, \frac{500 \mu^k}{\rho^k \omega^k d_n^2} \right) \quad (39)$$

É importante observar que quando F_1 é igual a 0, ou seja, para regiões afastadas do limite físico, o modelo SST apóia-se na formulação do modelo $k - \varepsilon$ modificado para resolver o fluxo. Mas quando deseja-se modelar o escoamento próximo a região do limite físico o valor de F_1 é igual a 1 e portanto o modelo SST utiliza o modelo $k - \omega$ como solução. Para regiões intermediárias, isto é, valores de F_1 entre 0 e 1 o modelo SST suaviza a transição entre os dois modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$.

2.2.2.3 Condições de contorno e iniciais

A solução das equações diferenciais ocorrem com a utilização de técnicas de integração, as quais, são aplicadas aos termos espaciais e temporais, resultando em um conjunto de infinitas soluções dentro desse domínio, devido as constantes geradas deste processo. Desse modo, é fundamental a aplicação das condições de contorno e iniciais para a obtenção de uma solução particular dentro dessa família de soluções (BOYCE e DI PRIMA, 2010).

Para os problemas em que se obtém a solução das equações governantes, a partir da prescrição da variável transportada na fronteira do domínio físico, tem-se o conhecido problema de Dirichlet (BOYCE e DI PRIMA, 2010). Em escoamentos multifásicos, mais especificamente no modelo de dois fluidos, é possível prescrever a velocidade superficial de entrada da fase através de um valor constante. Para isso é necessário o conhecimento da fração volumétrica e da velocidade real da fase. A equação (40) ilustra essa condição de contorno de entrada (YEOH e TU, 2010).

$$u_s^k = \alpha_{in}^k u_{in}^k \quad e \quad v^k = w^k = 0 \quad (40)$$

No qual, $u^k = u_{in}^k$ é a velocidade real e $\alpha^k = \alpha_{in}^k$ é a fração volumétrica para a k -ésima fase prescritas na entrada do domínio. Já as outras duas componentes da velocidade real são designadas por v^k e w^k . Similares condições de contorno podem ser impostas nas direções y e z .

Outra condição de contorno comumente aplicada, para obter a solução particular das equações de conservação é a de Neumann. Nesta condição de contorno o fluxo da variável que é prescrito (BOYCE e DI PRIMA, 2010). Em fluxos multifásicos essa condição é, geralmente, aplicada na saída do domínio quando o escoamento já possui um fluxo totalmente desenvolvido, com isso a componente da velocidade na direção da fronteira permanece inalterada, ou seja, as tensões de cisalhamento ao longo da superfície são consideradas zero. A sua representação é dada pela equação (41) abaixo (YEOH e TU, 2010).

$$\frac{\partial \alpha^k}{\partial n} = \frac{\partial u^k}{\partial n} = \frac{\partial v^k}{\partial n} = \frac{\partial w^k}{\partial n} = 0 \quad (41)$$

No qual, n é a direção normal a superfície.

A equação (41) implica que o gradiente da velocidade superficial para a k -ésima fase também é igual a zero.

Também como condições de contorno para fluxos multifásicos, mais especificamente, nas regiões dos limites físicos do domínio, isto é, o fluido em contato com a parede do conduto, tem-se para o modelo de dois fluidos a condição de não escorregamento para a fase contínua e a velocidade de escorregamento para a fase dispersa. Abaixo nas equações (42) e (43) é possível visualizar essas condições de contorno para as componentes das velocidades (YEOH e TU, 2010).

$$u^c = v^c = w^c = 0 \quad (42)$$

Sendo que, u^c , v^c e w^c são as componentes da velocidade da fase contínua em contato com a superfície sólida, adotando a condição de não escorregamento.

$$u^d = u_{\text{wall}}^d, \quad v^d = v_{\text{wall}}^d \quad \text{e} \quad w^d = w_{\text{wall}}^d \quad (43)$$

No qual, os subscritos d e wall referem-se a fase dispersa e a superfície sólida. As velocidades da fase dispersa assumem valores diferentes de zero, adotando a condição de escorregamento.

Essa condição de não escorregamento, implica que, o fluxo da fase contínua em contato com a superfície sólida é nulo como pode ser observado pela equação (44).

$$\frac{\partial \alpha^c}{\partial n} = 0 \quad (44)$$

No qual, α^c é a fração volumétrica da fase contínua.

A fração volumétrica local da fase dispersa pode ser avaliada através da equação (45).

$$\alpha^d = 1 - \alpha^c \quad (45)$$

Sendo que, α^d é a fração volumétrica da fase dispersa.

Para fluxos multifásicos turbulentos condições de contorno para os termos da energia cinética turbulenta, dissipação turbulenta e frequência turbulenta podem ser prescritas através das equações (46) a (48) (YEOH e TU, 2010).

$$k_{in}^k = \frac{3}{2} (u_{in}^k I)^2 \quad (46)$$

No qual, k_{in}^k é a energia cinética turbulenta prescrita para a k-enésima fase e I é o nível de intensidade turbulenta.

$$\varepsilon_{in}^k = C_{\mu}^{3/4} \frac{(k_{in}^k)^{3/2}}{l} \quad (47)$$

Sendo que, ε_{in}^k é a dissipação turbulenta prescrita para a k-enésima fase, l é o comprimento característico da escala e C_{μ} é a constante empírica.

$$\omega_{in}^k = \frac{\sqrt{k_{in}^k}}{C_{\mu}^{1/4} l} \quad (48)$$

No qual, ω_{in}^k é a frequência turbulenta prescrita para a k-enésima fase.

Para o termo temporal presente nas equações de conservação, é importante a prescrição das condições iniciais para as variáveis dependentes. Essa condição está atrelada ao instante de tempo inicial, ou seja, para o tempo igual a zero tem-se o conhecimento do comportamento da variável transportada em todo o domínio do problema.

2.3 ASPECTOS NUMÉRICOS

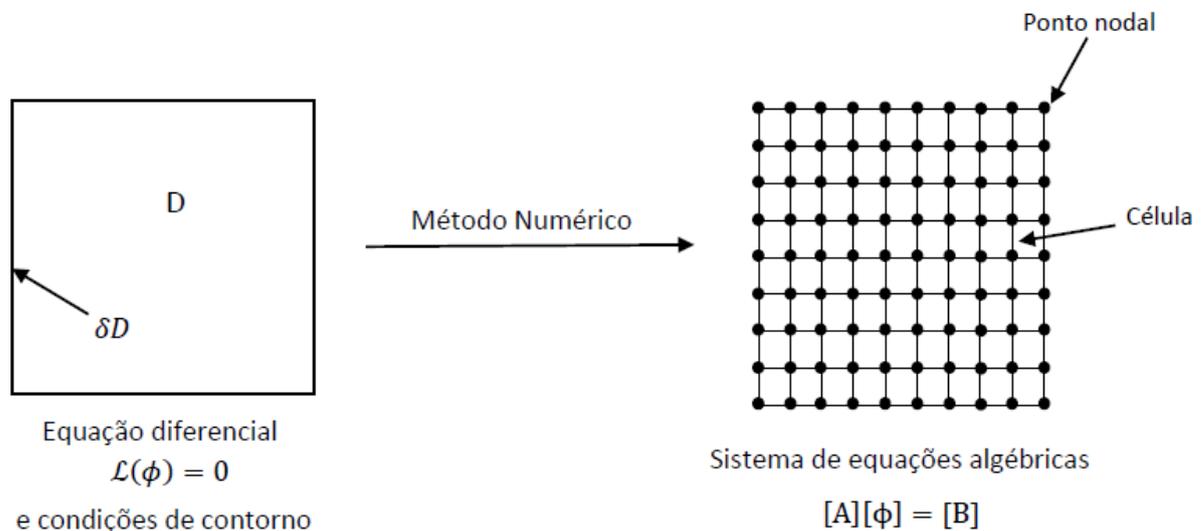
Sabe-se que a obtenção de uma solução para uma equação diferencial é fruto da integração dessa equação no domínio do tempo e do espaço, gerando as constantes de integração, necessitando das condições de contorno e iniciais. Se o problema físico fosse simples, seria possível obter as variáveis transportadas pelo escoamento multifásico como, velocidade, pressão, energia cinética turbulenta,

energia cinética dissipada, entre outras, como função das variáveis independentes do domínio.

No entanto, as equações de conservação efetivas juntamente com as equações do modelo de turbulência, obtidas anteriormente para o modelo de dois fluidos, formam um conjunto de equações diferenciais parciais não lineares acopladas, e que claramente não possuem uma solução de forma fechada, isto é, não existe uma solução analítica para os infinitos pontos do domínio espacial e temporal (YEOH e TU, 2010).

Para a resolução de problemas complexos, como em escoamentos multifásicos, é fundamental a utilização de métodos de discretização, pois, estes têm como principal finalidade transformar as equações diferenciais contínuas no domínio temporal e espacial, em um conjunto de equações algébricas discretas para este mesmo domínio, e através do uso computacional resolvê-las (PATANKAR, 1998). A Figura 4 abaixo ilustra essa discretização do domínio.

Figura 4 - Discretização do domínio.



Fonte: Adaptado de MALISKA (2004).

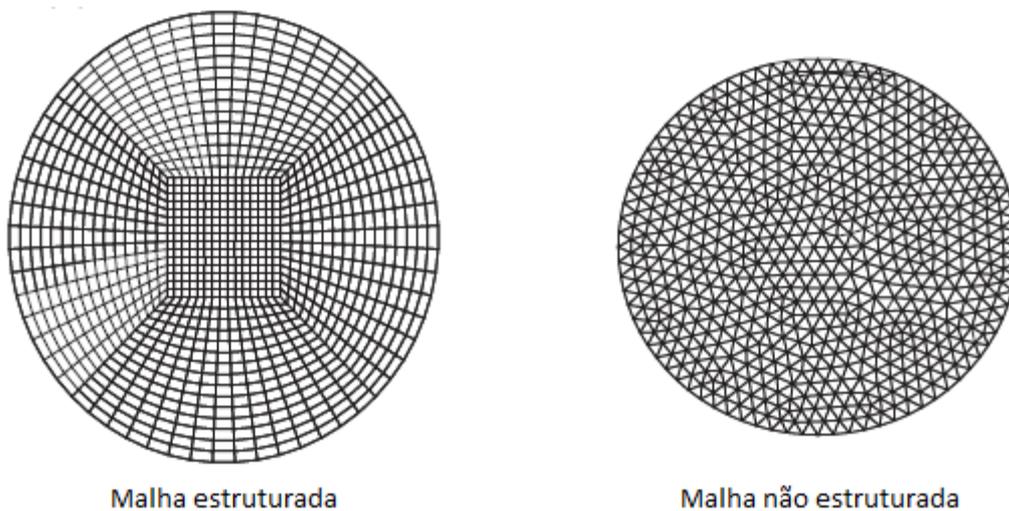
Dentro desse contexto, será necessário para a discretização das equações de conservação efetivas e turbulentas que regem os fluxos multifásicos, abordar alguns aspectos numéricos como o método de discretização por volumes finitos, as funções de interpolação aplicadas para os termos temporais, espaciais e fontes, o método VOF

para a captura da interface e os tipos de solvers utilizados para a resolução de sistemas lineares.

2.3.1 Método de volumes finitos

A discretização do domínio, como observado na Figura 5, pode ser realizada com uma malha estruturada ou não estruturada. Na figura abaixo é possível visualizar o domínio discretizado por esses dois tipos de malha (YEOH e TU, 2010).

Figura 5 - Malha estrutura e não estruturada.



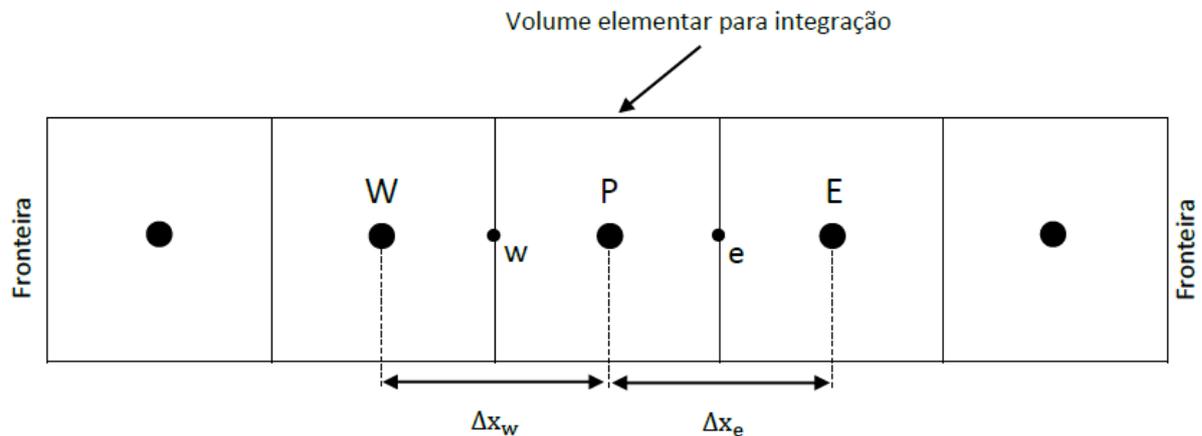
Fonte: Adaptado de YEOH e TU (2010).

Através da Figura 5, observa-se que uma malha estruturada é diferente de uma malha não estruturada pelo fato dos nós internos estarem conectados por um número constante de elementos.

Desse modo, ao definir uma malha sobre a geometria do problema, permite a cada subdomínio representado por uma célula computacional ou volume elementar aplicar o método conservativo de volumes finitos. Este método garante a conservação da variável transportada para cada célula computacional. Desse modo, as equações diferenciais que governam o escoamento antes definidas para um ponto no domínio espacial e temporal, serão as mesmas, mas aproximadas e em um domínio discreto (MALISKA, 2004).

O método de volumes finitos realiza a integração das equações diferenciais, que governam o fluxo multifásico, para cada face do volume elementar, como pode ser visualizado na Figura 6.

Figura 6 - Volume elementar para integração.



Fonte: Adaptado de MALISKA (2004).

É importante que estas equações diferenciais estejam no formato conservativo, ou seja, o fluxo da variável transportada deve estar dentro do sinal da derivada. Sendo assim, as equações de conservação efetivas e turbulentas obtidas anteriormente podem ser representadas no formato conservativo por uma única equação de transporte (YEOH e TU, 2010). Abaixo, na equação (49) é possível visualizar essa representação.

$$\frac{\partial(\alpha^k \rho^k \phi^k)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha^k \rho^k u^k \phi^k)}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha^k \rho^k v^k \phi^k)}{\partial y} + \frac{\partial(\alpha^k \rho^k w^k \phi^k)}{\partial z} =$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\alpha^k \Gamma_{\phi^k}^k \frac{\partial \phi^k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\alpha^k \Gamma_{\phi^k}^k \frac{\partial \phi^k}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\alpha^k \Gamma_{\phi^k}^k \frac{\partial \phi^k}{\partial z} \right] + S_{\phi^k}^k \quad (49)$$

Esta equação de transporte genérica ilustra os diversos processos físicos presentes em fluxos de fluidos. As taxas da variável ϕ^k do lado esquerdo da equação mostram os termos de aceleração local e advectivos, e estas são equivalentes aos termos difusivos ($\Gamma_{\phi^k}^k$ é designando de coeficiente difusivo) e fontes $S_{\phi^k}^k$, representados ao lado direito da equação. O termo ϕ^k refere-se as variáveis transportadas pelo

escoamento por unidade de massa, desse modo, quando assume valores 1, u, v, w, H e outros, os termos difusivos e fontes podem também ser declarados, retornando assim a equação de conservação de interesse (YEOH e TU, 2010).

De posse da equação (49) aplica-se a integração para um volume de controle finito, como pode ser observado na equação (50).

$$\int_V \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial(\alpha^k \rho^k \phi^k)}{\partial t} \right) dV + \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A (\alpha^k \rho^k U^k \phi^k) \cdot n \, dA \right) dt = \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A (\alpha^k \Gamma_{\phi^k}^k \nabla \phi^k) \cdot n \, dA \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_V S_{\phi^k}^k dV dt \quad (50)$$

Através da equação (50) obtém-se a equação (51) de transporte conservativa para o domínio discretizado.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{(\alpha^k \rho^k \phi^k)^{n+1} - (\alpha^k \rho^k \phi^k)^n}{\Delta t} \right) \Delta V + (1 - \theta) \left(\sum_f (\alpha^k \rho^k U^k \cdot n \phi^k)_f \Delta A_f \right)^n + \\ & \theta \left(\sum_f (\alpha^k \rho^k U^k \cdot n \phi^k)_f \Delta A_f \right)^{n+1} = (1 - \theta) \left(\sum_f (\alpha^k \Gamma_{\phi^k}^k \nabla \phi^k \cdot n)_f \Delta A_f \right)^n + \\ & \theta \left(\sum_f (\alpha^k \Gamma_{\phi^k}^k \nabla \phi^k \cdot n)_f \Delta A_f \right)^{n+1} + (1 - \theta) S_{\phi^k}^n \Delta V + \theta S_{\phi^k}^{n+1} \Delta V \end{aligned} \quad (51)$$

2.3.2 Funções de interpolação

Para a aproximação do fluxo da variável transportada, nas faces do volume de controle finito, esquemas de funções de interpolação são empregadas, permitindo a obtenção de equações algébricas para todos os pontos nodais da malha. Essas equações aproximadas formam ao longo de todo o domínio computacional o sistema linear.

As funções de interpolação e métodos de acoplamento e discretização/interpolação utilizados neste trabalho são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Funções de interpolação e métodos de acoplamento.

Equação	Função/Método utilizado
Acoplamento pressão-velocidade	Phase Coupled SIMPLE
Pressão	PRESTO!
Quantidade de Movimento Linear	Upwind
Fração volumétrica	Compressive
Energia Cinética Turbulenta	Upwind
Taxa de Dissipação Turbulenta específica	Upwind

Fonte: Autoria própria (2021).

2.3.3 Método VOF

Como visto anteriormente, o modelo de dois fluidos, por ser desenvolvido em médias de tempo e espaço apresenta termos interfaciais de difícil determinação, e que muitas vezes só são alcançados por modelos experimentais específicos para um determinado tipo de regime de escoamento. Essa dificuldade pode ser eliminada para os casos em que o fluxo multifásico possui uma ou várias interfaces bem definidas, como por exemplo em escoamentos de superfícies livres, para isso, acopla-se ao modelo de dois fluidos um método de rastreamento e/ou captura para essas interfaces (CERNE, PETELIN e TISELJ, 2001).

Na literatura existem vários métodos de rastreamento e/ou captura da interface, dentre os mais empregados pode-se citar o método do volume de fluido.

O VOF é em sua essência um método de malha fixa, embora possa ser utilizado com uma malha adaptativa. Muitos códigos comerciais usam este método como modelo para escoamentos multifásicos. Como exemplos, é possível citar SOLA-VOF (Nichols et alli, 1980), NASA-VOF2D (Torrey et alli, 1985), NASA-VOF3D (Torrey et alli, 1987), RIPPLE (Kothe e Mjolsness, 1992), FLOW3D (Hirt e Nichols 1988), OpenFOAM (Weller et al., 1998) e o programa Fluent, usado no presente trabalho.

A introdução apresentada aqui permanecerá no nível básico. Para textos mais completos, deve-se recorrer às recentes revisões apresentadas por Rider e Kothe (1997), Scardovelli e Zaleski (1999) e Pilliod e Pucket (2004). Textos mais aprofundados são os de Floryan e Rasmussen (1989), Shyy et alli (1996), Sethian (1996) e Rothman e Zaleski (1997). Uma grande quantidade de informações sobre

este assunto pode ser encontrada na internet, com a vantagem de serem constantemente atualizadas.

Como reportado nos parágrafos anteriores, o método VOF vem sendo utilizado durante muitos anos, e ao longo destes sofreu um contínuo processo de aprimoramento. Seu uso e efetividade são abrangentes devido a diversos fatores, entre eles:

- A conservação da massa se dá de forma natural, decorrendo da utilização de um algoritmo de advecção baseado na forma discreta da equação de conservação da fração volumétrica;
- Não são necessários procedimentos especiais para o rompimento e o coalescimento da interface, desta maneira as mudanças de topologia são implícitas ao algoritmo;
- Podem ser facilmente expandidos de domínios bidimensionais para tridimensionais;
- O esquema é local, de modo que o valor da fração volumétrica em uma célula computacional é influenciado apenas pelas células vizinhas. Esta razão leva a uma simplicidade de implementação dos algoritmos em programação paralela, especialmente com técnicas de decomposição de domínios.

2.4 TRABALHOS VALIDADOS

Entender o comportamento das variáveis macroscópicas do escoamento bifásico ar-água é relevante para otimizar projetos industriais, como reatores nucleares, caldeiras, poços de petróleo, entre outros. Para isso, muitos trabalhos analíticos, experimentais e numéricos foram e ainda são desenvolvidos objetivando esse entendimento hidrodinâmico. Alguns desses trabalhos estão descritos abaixo.

TAYLOR, HEWITT e LACEY (1963) com o conhecimento prévio de que em escoamentos anulares de duas fases é possível observar na estrutura interfacial dois tipos de ondas, designadas por ondas encrespadas (*ripple waves*) e ondas de perturbação (*roll* ou *disturbance waves*). Eles apresentaram um estudo experimental do escoamento anular ar-água para observar as condições de variação morfológicas das ondas de perturbação. Os resultados experimentais foram obtidos com o auxílio de filmes fotográficos e sondas de condutância dispostas na tubulação vertical de 22 ft e diâmetro interno de 1-¼ in. Estes resultados mostraram que a velocidade média

da onda de perturbação aumenta rapidamente com o aumento do fluxo de gás, e mantém-se insensível com as mudanças no fluxo de água. Já a frequência da onda de perturbação mostrou-se insensível à variação no fluxo de gás, mas aumenta em proporção com o aumento no fluxo de água, sugerindo que as ondas estão transportando a água.

TANDON, VARMA e GUPTA (1985) desenvolveram um modelo matemático simplificado para determinar a fração de vazio em um escoamento anular bifásico. O escoamento anular foi caracterizado por um anel de líquido axissimétrico e um núcleo de vapor sem arrastamento de líquido, além disso o fluxo é considerado estável, unidimensional, sem gradiente de pressão radial, turbulento em ambas as fases e propriedades constantes. O modelo utiliza os métodos de Lockhart-Martinelli para determinar a queda de pressão na interface entre as duas fases e o perfil de velocidade universal de Von Karman para representar a distribuição de velocidade no filme líquido. Para a validação física do modelo, os dados experimentais obtidos por Isbin et. al.(1957) e Rouhani e Becker (1963) foram analisados. O modelo matemático simplificado apresentou concordância de +/-15% com os resultados experimentais, o que é aceitável para os projetos de engenharia. Também mostrou-se melhor que as correlações de Wallis e Zivi para calcular a fração de vazio.

ZAVAREH, HILL e PODIO (1988) conduziram uma série de experimentos para o escoamento anular óleo-água em um tubo acrílico de diâmetro 7-¼ in e comprimento de 42 ft. A experimentação ocorreu em três configurações, uma com o tubo disposto e as outras duas com o tubo inclinado em 5° e 15°, respectivamente. Além disso, as vazões de óleo e água testadas variaram de 280 até 5.020 B/d. Os resultados observados foram comparados com os mapas de fluxo de Taitel-Dukler e McQuillan e Whalley, mostrando que estes mapas não são adequados para prever os regimes de fluxo óleo-água. Também foi constatado que para o tubo na vertical o fluxo de bolhas ocorreu para todas as condições testadas, enquanto que nas inclinações de 5 e 15° um novo regime de fluxo designado como fluxo de bolhas contracorrente foi identificado.

ISHII e MISHIMA (1989) propõem uma correlação para determinar a quantidade de gotículas do líquido que escoam com o fluxo de gás no padrão de escoamento anular. O modelo matemático analisa duas regiões, a de entrada e a de quase-equilíbrio, sendo esta última considerada a região em que a taxa de gotículas criadas na interface iguala-se à taxa de gotículas que são depositadas ao filme líquido.

Para a região de entrada a correlação assume uma função de relaxamento exponencial, enquanto que a região de quase-equilíbrio é expressa em termos do fluxo de gás adimensional, diâmetro do tubo e número de Reynolds líquido. Os resultados obtidos foram comparados com os dados experimentais de Cousins et. al. (1965), Cousins e Hewitt (1968) e Wallis (1964), apresentando boa concordância. As condições de comparação foram obtidas para o intervalo de pressão entre 1 e 4 atm, diâmetro variando de 0,95 até 3,2 cm, número de Reynolds do filme líquido entre 370 e 6.400 e velocidade do gás menor que 100 m/s.

JAYANTI e HEWITT (1997) analisaram o comportamento hidrodinâmico e a transferência de calor em um filme líquido escoando entre uma parede sólida e um fluxo de gás. Essa morfologia de escoamento é característica do regime anular. A simulação foi obtida para uma espessura do filme líquido de 0,15 mm em um tubo de 30 mm de diâmetro interno e velocidade média do gás de 50 m/s, determinando a viscosidade turbulenta com o modelo k-ε padrão e um modelo de baixos Reynolds. Os resultados numéricos mostraram que a região do filme líquido em contato com o substrato sólido é laminar, enquanto que na interface líquido-gás na área ocupada pelas ondas de perturbação o escoamento mostrou-se turbulento.

BERTODANO, JAN e BEUS (1997) utilizando a técnica de extração de filme expandiram a possibilidade de determinar a taxa de entranhamento (é a taxa com a qual as gotículas são criadas na interface) para o escoamento anular ar-água para velocidades de gás e pressões mais altas. Os trabalhos até então publicados com êxito nesta técnica restringiam-se para baixas taxas de fluxo líquido, como descrito em Cousins e Hewitt (1968), Keeys et al. (1970) e Sekoguchi et. al. (1985). O experimento foi executado em um tubo transparente disposto na vertical de 9,5 mm de diâmetro interno e 4,65 m de comprimento, com as taxas de fluxo do líquido variando de 5,5 a 289 kg/m² s e as taxas de fluxo do gás de 480 a 45000 kg/m² s.

WOLF, JAYANTI e HEWITTI (2001), eles realizaram um estudo experimental do escoamento anular ar-água em um tubo cilíndrico com 31,80 mm de diâmetro e 10,80 m de comprimento, fixando a pressão e a temperatura de entrada em 2,38 bar e 25,3°C respectivamente. Com o objetivo de analisar o desenvolvimento deste padrão de escoamento e a evolução do filme, eles variaram a taxa de fluxo do líquido de 10 a 120 kg/m².s fixando a taxa de fluxo do gás em quatro valores, 71, 97, 124 e 154 kg/m².s. E através de sensores dispostos ao longo do comprimento da tubulação eles mediram o gradiente de pressão, a tensão de cisalhamento na parede, a

espessura média do filme líquido, a vazão de líquido que escoar pelo filme e a estrutura das ondas na interface, disponibilizando estes resultados em gráficos e tabelas.

SCHEPPER, HEYNDERICKX e MARIN (2007) utilizaram o modelo multifásico VOF em combinação com o método de reconstrução de interface PLIC para simular todos os regimes do escoamento anular gás - líquido na horizontal. As simulações foram realizadas para um tubo com diâmetro interno de 0,08 m e comprimento de 7 m. Os resultados numéricos apresentaram excelente concordância com os dados experimentais do conhecido gráfico de Baker.

GHOSH et. al. (2010) simularam numericamente e experimentalmente o escoamento anular óleo-gás descendente em um tubo disposto na vertical. A simulação numérica foi obtida com o auxílio do software ANSYS Fluent considerando: a geometria cilíndrica de 0,012 m de diâmetro interno e 0,48 m de comprimento, a malha com elementos hexaédricos, o escoamento transiente e tridimensional, o método VOF devido a interface ser bem definida e o modelo k- ϵ padrão para determinar a viscosidade turbulenta. Para o experimento, foi utilizado um tubo de vidro de 0,012 m de diâmetro interno e comprimento de 2,50 m. Em ambos os estudos, os resultados foram obtidos variando a velocidade superficial do óleo de 0,15 m/s a 0,8 m/s e a velocidade superficial da água de 0,15 m/s a 1,2 m/s. Os resultados numéricos mostraram-se em concordância com os dados experimentais, permitindo concluir que o modelo CFD pode prever as características hidrodinâmicas do fluxo descendente óleo-água a um nível satisfatório.

AL-SARKHI, SARICA e QURESHI (2011) apresentam uma nova metodologia de modelagem para determinar a fração entranhada (fração da vazão total de líquido que escoar com gotículas dentro do núcleo de gás) pois os modelos disponíveis não previam essa fração máxima em baixos números de Reynolds do líquido. De acordo com Mantilla et. al. (2009), Sawant et. al. (2008) e Kataoka e Ishii (1982) a determinação da fração entranhada é importante pois permite estimar a queda de pressão, a taxa de fluxo, a fração de líquido e o ponto de secagem do filme líquido (dry-out), além de facilitar a projeção de separadores. O modelo matemático proposto para calcular a fração entranhada apresentou resultados satisfatórios, permitindo obter o equacionamento da fração máxima.

WALTRICH, FALCONE e BARBOSA (2013) estudaram experimentalmente o desenvolvimento dos padrões de escoamento: slug, churn e anular, através de um longo tubo disposto na vertical. Devido a carência de estudos sobre o

desenvolvimento axial de regimes de escoamentos para a razão entre comprimento e diâmetro maior que 500, isto é $LD > 500$, eles reproduziram o fluxo bifásico ar-água em uma tubulação transparente com diâmetro interno de 0,048 m e comprimento de 42 m, atendendo assim a razão de interesse. No experimento, a taxa de fluxo do filme variou de 15 a 315 kg/m².s, enquanto a pressão absoluta na saída da tubulação apresentou valores de 1 a 5,2 bar e a velocidade superficial do gás adimensional ficou restrita em 0,05 até 1,5. Dentre os resultados obtidos, o trabalho mostra que para altas pressões (acima de 3,8 bar) os modelos de transição de Brauner e Barnea (1986) e Jayanti e Hewitt (1992) não apresentam resultados satisfatórios para o escoamento slug. Já a velocidade crítica de transição entre os padrões de escoamento: churn e anular mostrou-se em concordância com o critério de Wallis (1969) para pressões de 1,4 a 3,8 bar, enquanto que quando comparada com o critério de Turner et. al. (1969), essa apresentou boa concordância apenas para altas velocidades superficiais do líquido.

ALVES e BARBOSA (2015) analisaram o desempenho do modelo HyTAF (Hyperbolic Transient Annular Flow) descrito em mais detalhes em Gessner e Barbosa (2010), Alves et. al. (2012), Alves et. al. (2013) e Alves (2014). Eles realizaram a simulação numérica para o escoamento gás-líquido nos regimes churn e anular. As simulações foram comparadas com o vasto banco de dados destes padrões de escoamento em duas condições. A primeira para o banco de dados em regime permanente com o diâmetro interno variando de 19 mm a 75 mm e fluxos de massa de líquido e gás de 1.000 kg/m²s e 700 kg/m²s, respectivamente. E a segunda para o banco de dados em regime transiente para tubulação de 0,048 m de diâmetro interno e 42 m de comprimento, obtido por Waltrich (2012). Os resultados alcançados nas simulações apresentaram variação de +/- 20% com os dados experimentais para todas as principais variáveis macroscópicas, o que é aceitável para os projetos de engenharia.

GUPTA, TURANGAN e MANICA (2016) apresentaram uma metodologia para estudar o escoamento anular óleo-água em dutos verticais utilizando simulações de dinâmica de fluidos computacional (CFD). Este tipo de escoamento pode ser utilizado para transportar óleo altamente viscoso devido a diminuição significativa do gradiente de pressão, quando comparado com o óleo escoando sozinho. Para isso, é importante entender o comportamento das variáveis macroscópicas nesse tipo de regime para não deixá-lo com o gradiente de pressão mais significativo que o do óleo escoando

sozinho. As simulações foram realizadas com o software ANSYS Fluent utilizando o método VOF e o algoritmo de reconstrução geométrica para capturar a interface óleo-água, considerando o fluxo laminar axissimétrico em um tubo de raio 14,2 mm, a velocidade superficial da água de 0,058 m/s e a velocidade superficial do óleo variando entre 0,21 e 0,61 m/s. Os resultados numéricos mostraram-se satisfatórios quando comparados com os dados experimentais obtidos por Rodriguez e Bannwart (2006).

CHEN, LIN, KUO, CHAI, LIU, LEE e PEI (2016) propõem um método simples e novo utilizando a pressão diferencial transitória e sinais de condutividade para identificar a região de transição entre os padrões de escoamento churn e anular. No experimento eles adotaram uma tubulação transparente com diâmetro interno de 3,0 cm e comprimento de 5 m, ascendendo o fluxo bifásico ar-água. As vazões testadas abrangem as faixas de velocidade superficial do gás de 5,1 a 30 m/s e a líquido de 0,04 a 0,4 m/s. Os resultados encontrados mostraram-se em concordância quando comparados com os mapas de fluxos de regime existentes.

ADAZE, BADR e AL-SARKHI (2019) objetivaram através da Dinâmica de Fluidos Computacional (CFD) prever o início do fenômeno de reversão do filme em um fluxo anular ar-água. As simulações foram realizadas usando o modelo Multi-Fluid VOF disponível no código comercial ANSYS Fluent. A geometria do tubo vertical com 76,2 mm de diâmetro e 3 m de comprimento foi feita com o auxílio do software Gambit. Para a turbulência e a tensão superficial os modelos $k - \varepsilon$ padrão e força de superfície contínua (CSF) derivado por Brackbill (1992) foram adotados respectivamente. Também, para o rastreamento da interface aplicou-se o modelo HRCI modificado e para o arrasto interfacial o modelo de Schiller e Naumann's. Os resultados obtidos concordaram com os dados experimentais, da literatura, em relação ao gradiente de pressão e a velocidade crítica do gás.

SALLES (2020) através do seu estudo de fluidodinâmica computacional para o escoamento anular ar-água em uma tubulação na vertical, determinou a fração de vazão total, a pressão absoluta e a espessura do filme líquido. As simulações numéricas foram obtidas com o auxílio do software OpenFoam para várias vazões mássicas de ar e água, e dimensões do tubo de 31,80 mm de diâmetro interno e 10,01 m de comprimento. Os resultados foram comparados com o experimento de Wolf et. al. (2001) e mostraram variação de +/- 20% em relação aos dados experimentais.

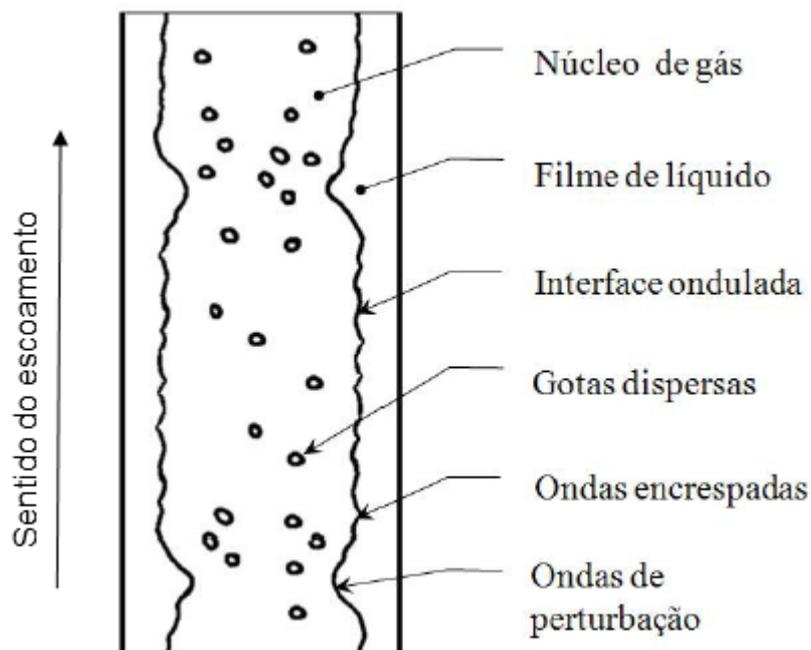
3 CARACTERIZAÇÃO DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

O capítulo anterior abordou todo o acervo teórico necessário para prosseguirmos com este trabalho de dinâmica de fluidos computacional. Dentro desse contexto, serão definidos nesta seção as características do escoamento, as propriedades dos fluidos, o domínio computacional, os modelos adotados para a tensão superficial, a força de arrasto e a turbulência, e as condições de contorno para o processamento das simulações numéricas com o modelo VOF implementado no software ANSYS Fluent.

3.1 CARACTERÍSTICAS DO ESCOAMENTO

A análise do desempenho da dinâmica de fluidos computacional em escoamentos bifásicos, é realizada neste trabalho adotando o fluxo bifásico ar-água em regime anular na vertical, conforme ilustrado na Figura 7.

Figura 7 - Escoamento anular ar-água ascendente.



Fonte: Adaptado de Lubnicki (2011).

Além disso, o escoamento é ascendente, unidirecional, axissimétrico, transiente, incompressível, isotérmico, adiabático, turbulento, sem reação entre as fases e propriedades físicas constantes.

As equações diferenciais de conservação da massa e momento, que regem este escoamento, estão expostas nas equações (18) e (19), respectivamente, apresentadas anteriormente.

3.2 PROPRIEDADES DOS FLUIDOS

As propriedades dos fluidos são determinadas pelas mesmas condições de pressão e temperatura assumidas em Wolf et. al. (2001) e Salles (2020), sendo estas: 2,38 bar e 27°C, respectivamente. Na Tabela 1, tem-se as propriedades dos fluidos.

Tabela 2 - Propriedade dos fluidos.

	Ar	Água
ρ [kg/m ³]	2,78	997
μ [Pa. s]	$1,84 \times 10^{-5}$	$1,000 \times 10^{-3}$
ν [m ² /s]	$6,62 \times 10^{-6}$	$1,003 \times 10^{-6}$

Fonte: Adaptado de Salles (2020).

3.3 MODELOS ADOTADOS PARA OS TERMOS INTERFACIAIS

O termo interfacial presente na equação (18), da equação da conservação da massa, foi considerado zero devido o escoamento não apresentar reação entre as fases ar e água.

Para o termo interfacial da quantidade de movimento, apresentado na equação (19), apenas a força superficial é considerada.

O modelo de Força de Superfície Contínua (CSF) para a tensão superficial derivado de BRACKBILL, KOTHE e ZEMACH (1992) disponível no software ANSYS Fluent será adotado. Neste modelo, a tensão superficial entre os fluidos na interface

contribui para o aparecimento de um gradiente de pressão na superfície, que é considerado proporcional à curvatura da interface. Na equação (52) é possível visualizar o modelo CSF.

$$\vec{F}_{s,k} = \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (52)$$

No qual, σ é o coeficiente de tensão superficial, e seu valor entre ar e água é de 0,0742 N/m (PRAUSNITZ, LICHTENTHALER e AZEVEDO, 1998), e κ é a curvatura da interface dado pela equação (53).

$$\kappa = -\nabla \cdot \left(\frac{\nabla \alpha}{|\nabla \alpha|} \right) \quad (53)$$

Sendo, α é a fração volumétrica de fase.

Obter com precisão a curvatura da interface é muito importante para o sucesso do modelo CSF, por isso, será adotado o modelo VOF com esquema compressivo disponível no software ANSYS Fluent para capturar essa interface.

3.4 MODELO DE TURBULÊNCIA

O escoamento turbulento será simulado com o modelo $k - \omega SST$, disponível no software ANSYS Fluent, para determinar a viscosidade turbulenta presente na equação da conservação da quantidade de movimento. As condições de contorno para a energia cinética turbulenta e para a taxa de dissipação turbulenta específica são especificadas no decorrer do texto.

3.5 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para o transporte ascendente desse escoamento e do domínio computacional, adotou-se um tubo cilíndrico de 0,0318 m de diâmetro interno e 1,60 m de comprimento, com três regiões bem definidas, a entrada e a saída do escoamento, e a parede da tubulação. A Figura 8 ilustra as dimensões e as regiões.

Figura 8 - Dimensões do tubo cilíndrico a ser simulado.



Fonte: Autoria própria (2021).

De posse dessas regiões, as condições de contorno são definidas para os campos de velocidade e pressão, energia cinética turbulenta e taxa de dissipação turbulenta específica.

Para o campo de velocidades, na região de entrada o fluxo mássico de ar e água são prescritos conforme os valores adotados no experimento de Wolf. et. al (2001), enquanto que, na região da parede a condição de não escorregamento é aplicada e na região de saída assume-se o gradiente de velocidade sendo nulo. Na Tabela 3 é possível analisar as condições de contorno adotadas na simulação para o campo de velocidades.

Tabela 3 - Condições de contorno para o campo de velocidades.

CAMPO DE VELOCIDADES				
REGIÕES	CASO 1		CASO 2	
	AR	ÁGUA	AR	ÁGUA
Entrada	0,05639 [kg/s]	0,0079 – 0,0953 [kg/s]	0,0564 – 0,1223 [kg/s]	0,0794 [kg/s]
Parede	$U_{ar} = 0$	$U_{água} = 0$	$U_{ar} = 0$	$U_{água} = 0$
Saída	$\nabla U_{ar} = 0$	$\nabla U_{água} = 0$	$\nabla U_{ar} = 0$	$\nabla U_{água} = 0$

Fonte: Autoria própria (2021).

Para o campo de pressão, nas regiões de entrada e parede o gradiente de pressão nulo é considerado, enquanto que, na região de saída um valor de pressão médio é prescrito. Esse valor de pressão médio foi retirado do experimento de Wolf et. al (2001). Na Tabela 4 é possível analisar as condições de contorno adotadas para o campo de pressão.

Tabela 4 - Condições de contorno para o campo de pressão.

CAMPO DE PRESSÃO				
REGIÕES	CASO 1		CASO 2	
	AR	ÁGUA	AR	ÁGUA
Entrada	$\nabla p_{ar} = 0$	$\nabla p_{água} = 0$	$\nabla p_{ar} = 0$	$\nabla p_{água} = 0$
Parede	$\nabla p_{ar} = 0$	$\nabla p_{água} = 0$	$\nabla p_{ar} = 0$	$\nabla p_{água} = 0$
Saída	227000 - 232900 [Pa]		219000 - 217000 [Pa]	

Fonte: Autoria própria (2021).

A energia cinética turbulenta na região de entrada é calculada para os dois fluidos, conforme a equação (54).

$$k = \frac{3}{2} (I|\vec{U}_{ref}|)^2 \quad (54)$$

No qual, I é a intensidade turbulenta e \vec{U}_{ref} é a velocidade de referência, neste caso é a velocidade de cada fluido usada nas condições de contorno da entrada. No manual ANSYS Fluent (2013) o valor de 5% para a intensidade turbulenta é recomendado e por isso será adotado neste trabalho. Ainda para a energia cinética turbulenta, na região da parede o ANSYS Fluent utiliza uma rotina baseada no campo de escoamento para estabelecer um valor nulo adequado; na região de saída assume-se um gradiente de energia cinética turbulenta nulo. A Tabela 5 mostra as condições de contorno adotadas para a energia cinética turbulenta.

Tabela 5 - Condições de contorno para a energia cinética turbulenta.

ENERGIA CINÉTICA TURBULENTA				
REGIÕES	CASO 1		CASO 2	
	AR	ÁGUA	AR	ÁGUA
Entrada	2,446 [m ² /s ²]	3,77x10 ⁻⁷ – 5,43x10 ⁻⁵ [m ² /s ²]	2,446 – 11,507 [m ² /s ²]	3,77x10 ⁻⁵ [m ² /s ²]
Parede	Função intrínseca capaz de fornecer na região da parede um gradiente zero puro.			
Saída	$\nabla k_{ar} = 0$	$\nabla k_{água} = 0$	$\nabla k_{ar} = 0$	$\nabla k_{água} = 0$

Fonte: Autoria própria (2021).

A taxa de dissipação turbulenta específica na região de entrada é calculada para os dois fluidos ar e água, através da equação (55).

$$\omega = \frac{k^{0,5}}{C_{\mu}^{1/4} \ell} \quad (55)$$

No qual, C_μ é uma constante igual a 0,09, k é a energia cinética turbulenta e ℓ é o comprimento de mistura dado pela equação (56).

$$\ell = 0,07D_i \quad (56)$$

Sendo, D_i é o diâmetro interno da tubulação.

As equações (55) e (56) foram retiradas de MATHIEU e SCOTT (2000).

Ainda em relação a taxa de dissipação turbulenta específica, na região da parede uma rotina intrínseca ao ANSYS Fluent estabelece o valor adequado baseado no campo de escoamento. Esta função permite alternar dentro da camada limite entre as subcamadas viscosa e logarítmica de acordo com a distância em relação a parede do primeiro ponto do domínio de cálculo. Desse modo, a contribuição de cada subcamada na taxa de dissipação turbulenta específica pode ser determinada, e assim, a taxa de dissipação turbulenta específica usada na simulação é calculada. As equações (57), (58), (59) e (60) mostram as etapas de cálculo para a determinação da taxa de dissipação turbulenta específica.

$$y^+ = \frac{yu^*}{\nu} \quad (57)$$

$$\omega_{\text{visc}} = \frac{6\nu}{0,075y^2} \quad (58)$$

$$\omega_{\text{log}} = \frac{k^{0,5}}{C_\mu^{\frac{1}{4}}ky} \quad (59)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_{\text{visc}} + \omega_{\text{log}}} \quad (60)$$

No qual, y^+ e y são as distâncias adimensional e dimensional em relação a parede, respectivamente, u^* é a velocidade calculada nas condições de contorno de entrada, ν é a viscosidade cinemática, C_μ é uma constante igual a 0,09, k é a energia cinética turbulenta, ω_{visc} e ω_{log} são as taxas de dissipação turbulenta específica para as subcamadas viscosa e logarítmica, respectivamente, e ω é a taxa de dissipação

turbulenta específica para o escoamento. As equações (58) e (59) foram retiradas de LIU (2017).

Na região de saída, assume-se um gradiente nulo para a taxa de dissipação turbulenta específica. A Tabela 6 mostra as condições de contorno adotadas para a taxa de dissipação turbulenta específica.

Tabela 6 - Condições de contorno para a taxa de dissipação turbulenta específica.

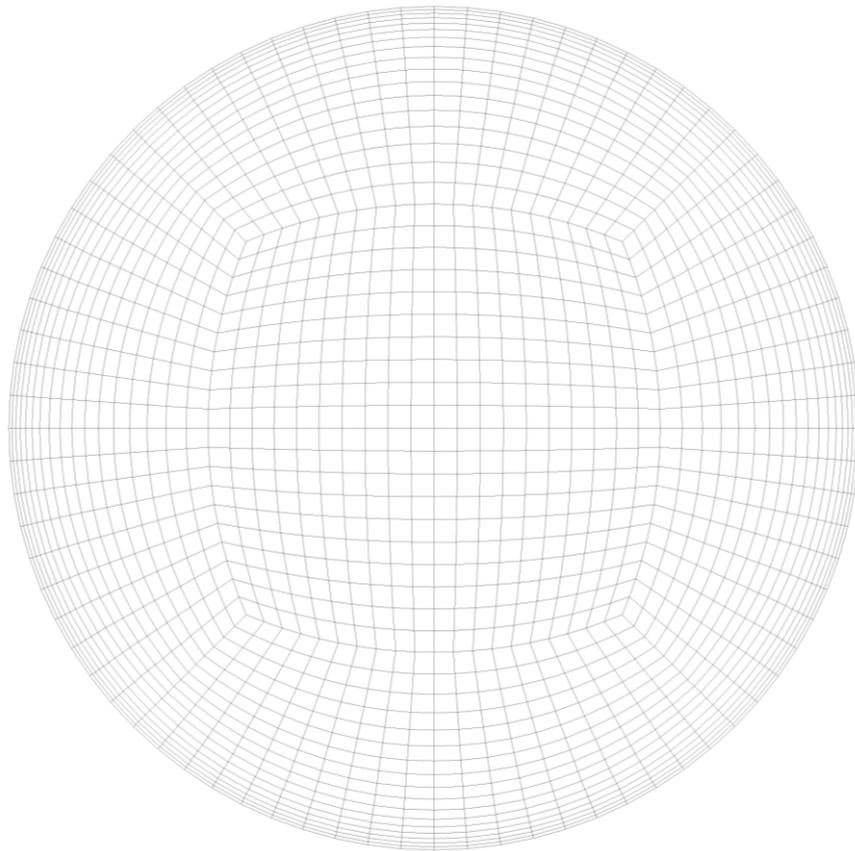
TAXA DE DISSIPACÃO TURBULENTO ESPECÍFICA				
REGIÕES	CASO 1		CASO 2	
	AR	ÁGUA	AR	ÁGUA
Entrada	1282,75 [1/s]	0,503 – 6,045 1/s]	1282,75 – 2782,31 [1/s]	5,037 [1/s]
Parede	Função intrínseca capaz de calcular a taxa de dissipação turbulenta específica na parede através da contribuição de cada subcamada, a viscosa e a logarítmica			
Saída	$\nabla\omega_{ar} = 0$	$\nabla\omega_{água} = 0$	$\nabla\omega_{ar} = 0$	$\nabla\omega_{água} = 0$

Fonte: Autoria própria (2021).

3.6 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

O domínio computacional foi alcançado por uma estrutura de malha designada de butterfly. Esta malha estruturada possui elementos centrados e hexaédricos e é formada pela combinação de duas malhas, a cartesiana no centro do tubo e a cilíndrica ao seu redor, deixando-a com boa ortogonalidade e densidade. Também foi verificado pelos autores PEREZ, ABDULKADIR AND AZZOPARDI (2011) que para escoamentos bifásicos em um tubo, esta malha comparada com outras mostrou-se altamente recomendada, além de permitir o refino da malha próximo a parede sem evitar uma singularidade no centro do tubo. Na Figura 9 é possível visualizar a malha computacional.

Figura 9 - Malha Butterfly para o domínio computacional.

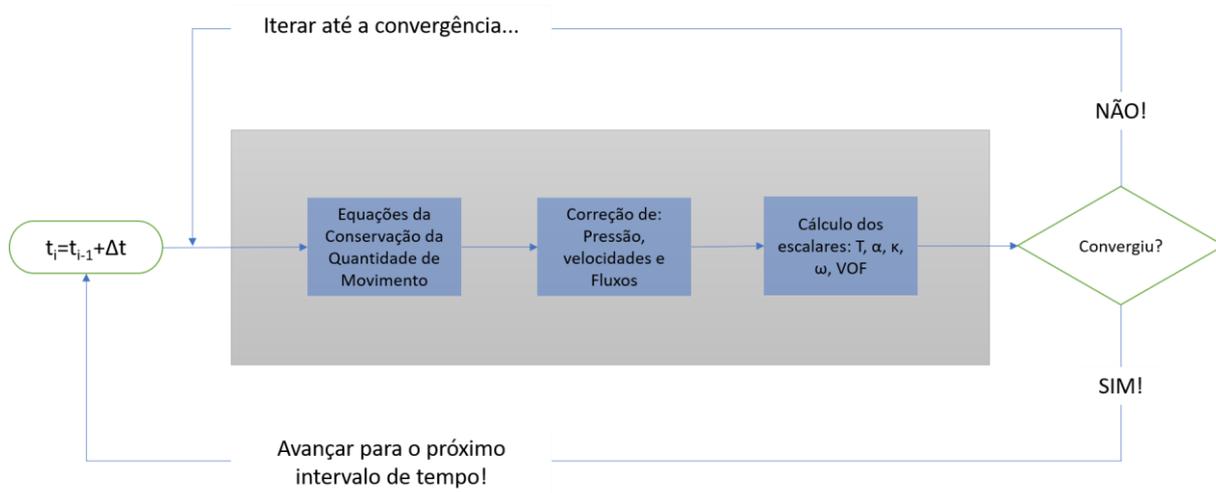


Fonte: Aatoria própria (2021).

De posse desta malha computacional de 704000 elementos, as equações diferenciais da conservação da massa e da quantidade de movimento são discretizadas no tempo e no espaço através do método de volumes finitos centrados na célula. Essas discretizações são aproximações que ocorrem em todos os termos diferenciais das equações de conservação. Estes termos são conhecidos como transientes, gradientes, divergentes e laplacianos, e dependendo do método ou esquema a solução numérica é boa ou ruim. Os métodos e esquemas adotados neste trabalho foram apresentados na Tabela 1.

Por último, as simulações numéricas são obtidas através do modelo VOF com esquema compressivo implementado e disponível no software ANSYS Fluent. Na Figura 10, é possível visualizar de maneira esquemática o processamento da simulação numérica.

Figura 10 - Processamento da simulação numérica.



Fonte: Autoria própria (2021).

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

O presente trabalho simulou o fluxo bifásico entre ar e água em regime de escoamento anular em um conduto disposto na vertical com o auxílio do software ANSYS Fluent, e agora nesta seção, compara os resultados obtidos com os experimentos publicados por Wolf, Jayanti e Hewitti (2001) e Salles (2020) para dois casos.

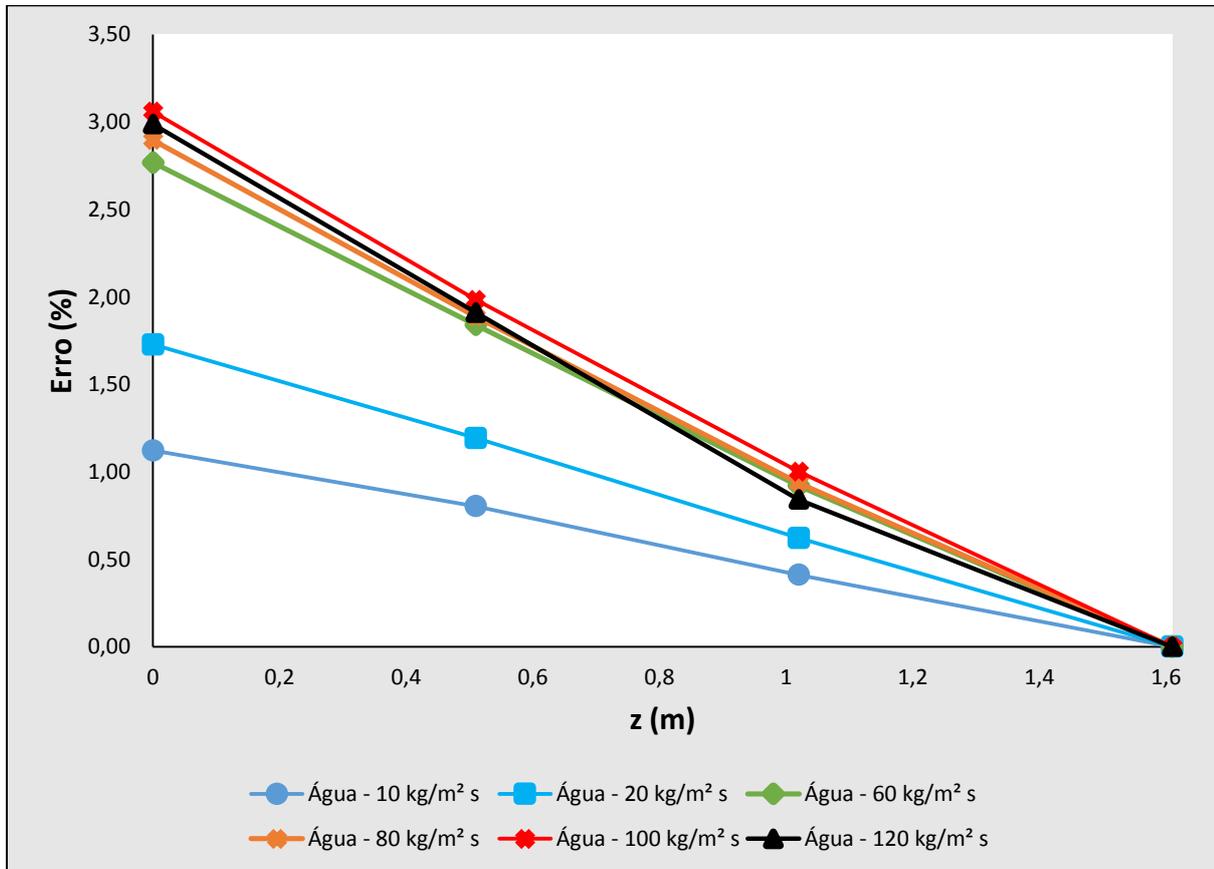
Em ambos os casos simulados, as variáveis hidrodinâmicas encontradas e comparadas são, a pressão média absoluta, a tensão de cisalhamento na parede e a espessura média de filme ao longo da tubulação. Para todos os casos os resultados estão dispostos em gráficos e tabelas.

4.1 CASO 1

Neste primeiro momento as simulações numéricas foram obtidas para o fluxo mássico de ar constante e igual a $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$ variando o fluxo mássico de água de 10 a $120 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$. As condições de contorno adotadas neste caso, podem ser consultadas nas Tabelas 3, 4, 5 e 6.

Na Figura 11, é possível observar o comportamento do erro relativo, para a pressão absoluta, ao longo da tubulação obtido para os diferentes fluxos mássicos de água, e na Tabela 7 estes valores são comparados com o experimento de Wolf et. al. (2011) nas distâncias 0, 0.51, 1.02 e 1.61 m em relação a região de entrada.

Figura 11 - Erro relativo para a pressão absoluta ao longo da tubulação para o fluxo mássico de ar de $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$.



Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 7 - Pressões absolutas obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação entrada e fluxo mássico de ar de 71 kg/m² s.

Ar-água – 71 e 10 kg/m ² s				
Resultados	Pressão absoluta (Pa) em relação a região de entrada			
	0 m	0.51 m	1.02 m	1.61 m
Numérico	235230	234402	233736	232900
Experimental	237900	236300	234700	232900
Ar-água – 71 e 20 kg/m ² s				
Numérico	233789	232788	231949	230900
Experimental	237900	235600	233400	230900
Ar-água – 71 e 60 kg/m ² s				
Numérico	231314	230283	229370	228100
Experimental	237900	234600	231500	228100
Ar-água – 71 e 80 kg/m ² s				
Numérico	231009	229976	228935	227500
Experimental	237900	234400	231100	227500
Ar-água – 71 e 100 kg/m ² s				
Numérico	230621	229555	228488	227000
Experimental	237900	234200	230800	227000
Ar-água – 71 e 120 kg/m ² s				
Numérico	230790	229628	228559	227000
Experimental	237900	234100	230500	227000

Fonte: Autoria própria (2021).

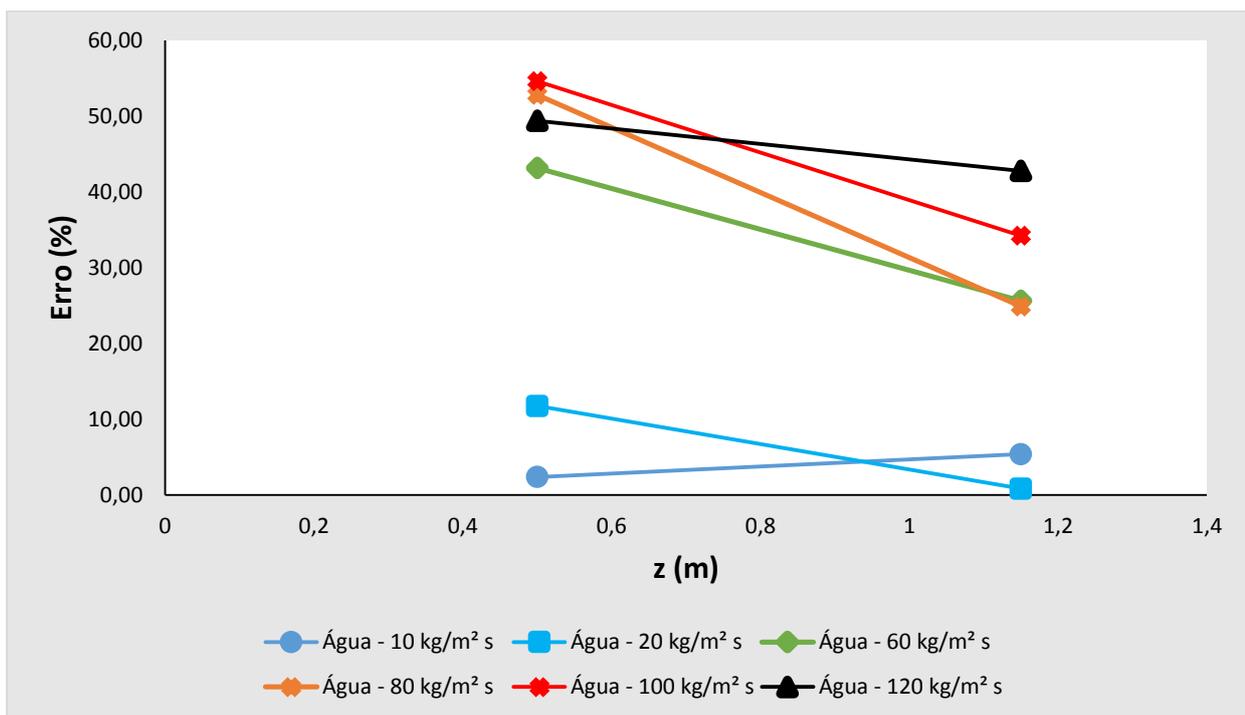
Através da Figura 11, é possível observar, matematicamente, o comportamento linear e decrescente do erro relativo em relação a distância axial. Fisicamente, isso mostra que independentemente do fluxo mássico de água para o fluxo de ar constante, os resultados numéricos se aproximam dos dados experimentais durante a ascendência do escoamento pela tubulação, com erro relativo máximo de 3,0%.

A Tabela 7, mostra que durante o desenvolvimento e evolução do escoamento a pressão diminui, independentemente do fluxo mássico de água adotado na entrada da tubulação curta. No trabalho numérico de Salles (2020), ele mostra que essa relação da queda de pressão com o desenvolvimento do escoamento, está ligada a diminuição do filme líquido com o aumento da fração de vazio, ou seja, cresce o volume ocupado pelo gás na seção transversal do tubo, resultando em um acréscimo de aceleração no escoamento, suficiente para provocar essa perda de pressão.

Também, de acordo com a Tabela 7, observa-se que o aumento gradual nos fluxos mássicos de água de 10 a 80 kg/m² s, resulta em uma maior perda de pressão dentro desses 1,61 m de tubulação analisados, representando coerência física com o experimento de Wolf et. al. (2001). No entanto, quando aumenta-se o fluxo mássico de água de 100 para 120 kg/m² s, os resultados numéricos obtidos mostram uma diminuição na queda de pressão, fato não observado nos dados experimentais.

Para a tensão de cisalhamento na parede, a Figura 12 mostra o seu comportamento ao longo da tubulação para o erro relativo obtido nos diferentes fluxos mássicos de água, e na Tabela 8 estes valores são comparados com o experimento de Wolf et. al. (2011) nas distâncias 0.50 e 1.15 m em relação a região de entrada.

Figura 12 - Erro relativo para a tensão de cisalhamento na parede ao longo da tubulação para o fluxo mássico de ar de 71 kg/m² s.



Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 8 - Tensões de cisalhamento na parede obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação a entrada e fluxo mássico de ar de 71 kg/m² s.

Ar-água – 71 e 10 kg/m ² s		
Resultados	Tensão de cisalhamento (Pa) em relação a região de entrada	
	0.50 m	1.15 m
Numérico	10.50	11.31
Experimental	10.75	10.73
Ar-água – 71 e 20 kg/m ² s		
Numérico	13.04	14.12
Experimental	14.77	14.00
Ar-água – 71 e 60 kg/m ² s		
Numérico	14.06	17.99
Experimental	24.73	24.19
Ar-água – 71 e 80 kg/m ² s		
Numérico	14.37	21.06
Experimental	30.44	28.04
Ar-água – 71 e 100 kg/m ² s		
Numérico	14.75	20.07
Experimental	32.50	30.51
Ar-água – 71 e 120 kg/m ² s		
Numérico	17.63	19.48
Experimental	34.83	34.04

Fonte: Autoria própria (2021).

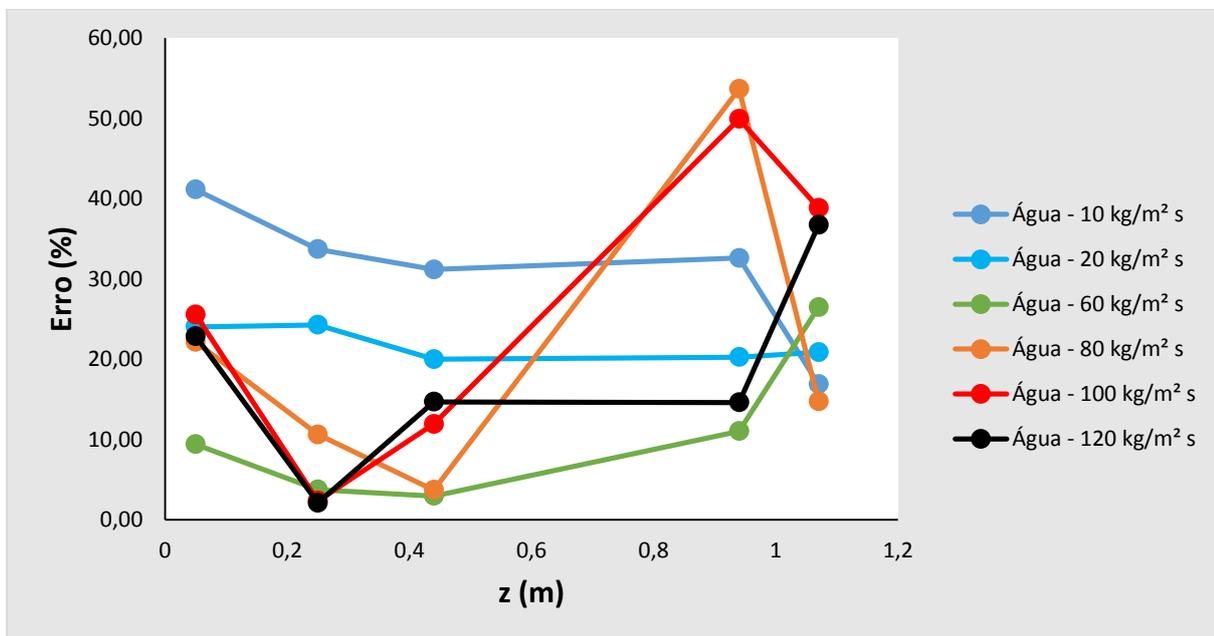
Ao analisar a Figura 12, nota-se que para baixos fluxos mássicos de água (10 e 20 kg/m² s) ao longo da tubulação, os resultados numéricos apresentam concordância de +/- 15% com os dados experimentais. Para altos fluxos mássicos de água, a região próxima a entrada apresenta erros relativos na faixa de 40 a 60% que são consideravelmente diminuídos para 20 a 45% apenas dobrando a distância percorrida pelo escoamento.

Já a Tabela 8, apresenta dois aspectos físicos relevantes entre os dados numéricos e experimentais. O primeiro, é que as tensões de cisalhamento na parede obtidas nas simulações aumentam a medida que o escoamento se desenvolve, situação que não ocorre nos dados experimentais, aliás ocorre o inverso do simulado. O segundo, é que as tensões obtidas no experimento crescem consideravelmente

com o aumento no fluxo mássico de água, fato não visualizado quando comparadas as tensões numéricas.

Na Figura 13, é possível observar o comportamento do erro relativo para a espessura de filme ao longo da tubulação obtido para os diferentes fluxos mássicos de água, e na Tabela 9 estes valores são comparados com o experimento de Wolf et. al. (2011) nas distâncias 0.05, 0.25, 0.44, 0.94 e 1.07 m em relação a região de entrada.

Figura 13 - Erro relativo para a espessura de filme ao longo da tubulação para o fluxo mássico de ar de $71 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$.



Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 9 - Espessuras de filme obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação entrada e fluxo mássico de ar de 71 kg/m² s.

Ar-água – 71 e 10 kg/m ² s					
Resultados	Espessura do filme (mm) em relação a região de entrada				
	0,05	0,25	0,44	0,94	1,07
Numérico	0,0965	0,0975	0,0998	0,0943	0,0947
Experimental	0,1640	0,1470	0,1450	0,1400	0,1139
Ar-água – 71 e 20 kg/m ² s					
Numérico	0,1512	0,1530	0,1584	0,1491	0,1472
Experimental	0,1990	0,2020	0,1980	0,1870	0,1860
Ar-água – 71 e 60 kg/m ² s					
Numérico	0,3905	0,3763	0,3630	0,3586	0,4072
Experimental	0,4310	0,3910	0,3740	0,3230	0,3220
Ar-água – 71 e 80 kg/m ² s					
Numérico	0,3995	0,4255	0,4362	0,5962	0,4429
Experimental	0,5130	0,4760	0,4530	0,3880	0,3860
Ar-água – 71 e 100 kg/m ² s					
Numérico	0,4066	0,5361	0,5752	0,6221	0,5776
Experimental	0,5460	0,5490	0,5140	0,4150	0,4160
Ar-água – 71 e 120 kg/m ² s					
Numérico	0,4250	0,5972	0,4880	0,5352	0,6357
Experimental	0,5510	0,6100	0,5720	0,4670	0,4650

Fonte: Autoria própria (2021).

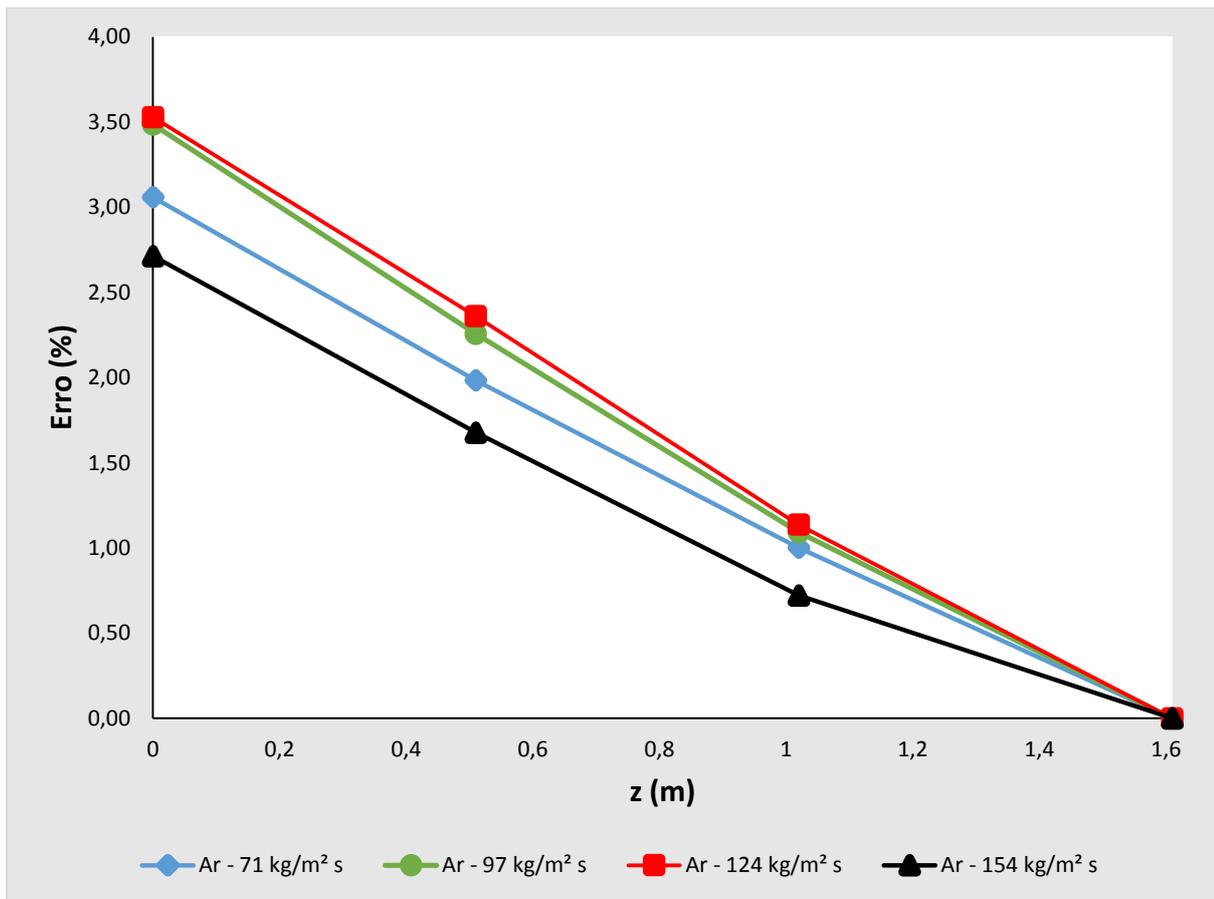
Ao analisar a Figura 13 e a Tabela 9, é perceptível que para baixos fluxos mássicos de água, os valores dos erros relativos com o desenvolvimento do escoamento tendem a se estabilizar e ficar abaixo de 20%. Também, é possível identificar que independentemente do fluxo mássico de água, os dados experimentais tendem a estabilizar a espessura do filme em determinado valor, fato observado nos resultados numéricos apenas para baixos fluxos mássicos de água.

4.2 CASO 2

Neste segundo momento, o fluxo mássico de água foi fixado em 100 kg/m² s e o fluxo mássico de ar variou de 71 a 154 kg/m² s. As condições de contorno adotadas neste caso, também podem ser consultadas nas Tabelas 3, 4, 5 e 6.

Para a pressão absoluta, a Figura 14 mostra o seu comportamento ao longo da tubulação para o erro relativo obtido nos diferentes fluxos mássicos de ar, e na Tabela 10 estes valores são comparados com o experimento de Wolf et. al. (2011) nas distâncias 0, 0.51, 1.02 e 1.61m em relação a região de entrada.

Figura 14 - Erro relativo para a pressão absoluta ao longo da tubulação para o fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$.



Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 10 - Pressões absolutas obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação entrada e fluxo mássico de água de 100 kg/m² s.

Ar-água – 71 e 100 kg/m ² s				
Resultados	Pressão absoluta (Pa) em relação a região de entrada			
	0 m	0.51 m	1.02 m	1.61 m
Numérico	230621	229555	228488	227000
Experimental	237900	234200	230800	227000
Ar-água – 97 e 100 kg/m ² s				
Numérico	229607	227742	226103	223700
Experimental	237900	233000	228600	223700
Ar-água – 124 e 100 kg/m ² s				
Numérico	229506	226622	224123	220900
Experimental	237900	232100	226700	220900
Ar-água – 154 e 100 kg/m ² s				
Numérico	231445	227520	223774	219000
Experimental	237900	231400	225400	219000

Fonte: Autoria própria (2021).

Na Figura 14, é possível observar que, o erro relativo entre os dados numéricos e experimentais, decrescem linearmente em relação a distância axial. Também, nota-se que independentemente do fluxo mássico de água para o fluxo de ar constante, os resultados numéricos divergem dos dados experimentais em um máximo 3,5%.

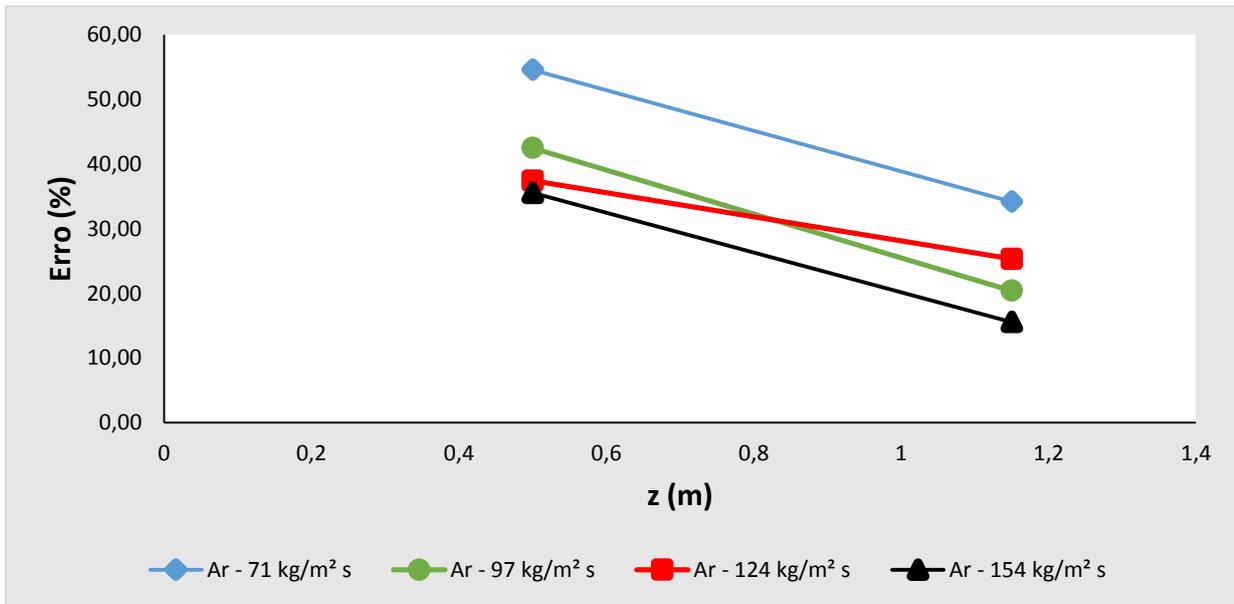
Através da Tabela 10, observa-se que independentemente do fluxo mássico de água adotado, a pressão diminui ao longo da tubulação curta. Também, verifica-se que o aumento gradual nos fluxos mássicos de ar de 71 a 124 kg/m² s, resulta em uma menor perda de pressão dentro desses 1,61 m de tubulação analisados, representando coerência física com o experimento de Wolf et. al. (2001). No entanto, quando aumenta-se o fluxo mássico de ar para 154 kg/m² s, os resultados numéricos obtidos mostram um aumento na queda de pressão, fato não observado nos dados experimentais.

A Figura 14 e a Tabela 10, mostram que a variação no fluxo mássico de gás para uma vazão de água constante ao longo da tubulação, resulta na perda de pressão do escoamento e na diminuição do erro relativo entre os dados numéricos e experimentais, semelhante ao observado no caso 1.

Na Figura 15, é possível observar o comportamento do erro relativo para a tensão de cisalhamento na parede ao longo da tubulação obtido para os diferentes

fluxos mássicos de ar, e na Tabela 11 estes valores são comparados com o experimento de Wolf et. al. (2011) nas distâncias 0.50 e 1.15 m em relação a região de entrada.

Figura 15 - Erro relativo para a tensão de cisalhamento na parede ao longo da tubulação para o fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$.



Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 11 - Tensões de cisalhamento na parede obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação a entrada e fluxo mássico de água de 100 kg/m² s.

Ar-água – 71 e 100 kg/m ² s		
Resultados	Tensão de cisalhamento (Pa) em relação a região de entrada	
	0.50 m	1.15 m
Numérico	14.75	20.07
Experimental	32.50	30.51
Ar-água – 97 e 100 kg/m ² s		
Numérico	25.38	33.27
Experimental	44.13	41.81
Ar-água – 124 e 100 kg/m ² s		
Numérico	38.57	42.87
Experimental	61.65	57.42
Ar-água – 154 e 100 kg/m ² s		
Numérico	52.84	64.81
Experimental	81.99	76.76

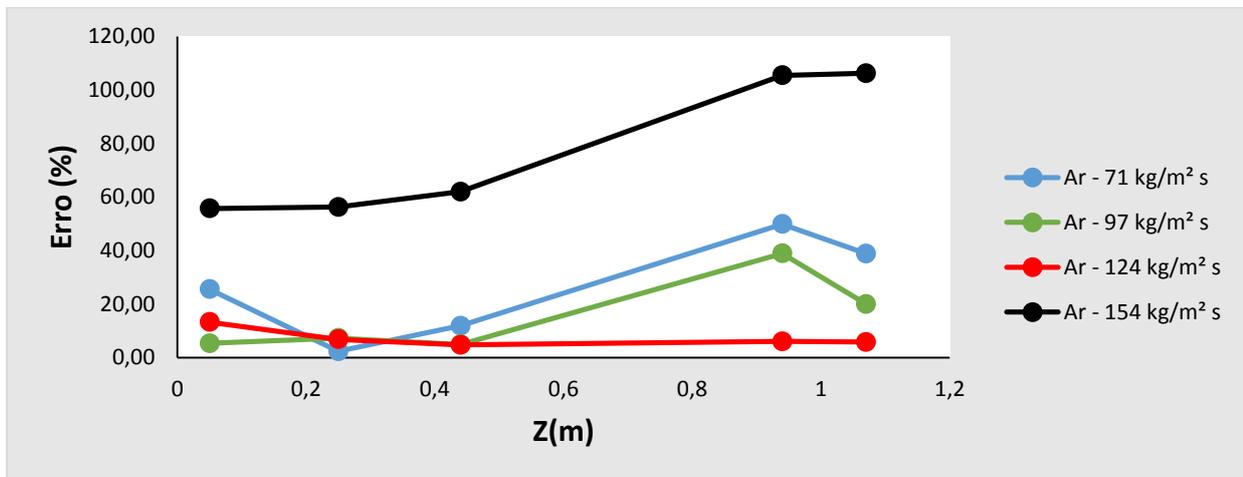
Fonte: Autoria própria (2021).

Através da Figura 15, é possível observar que, o erro relativo para a tensão de cisalhamento na parede, para qualquer fluxo mássico de gás, apresenta um comportamento linear decrescente acentuado entre a região mais próxima da entrada, 0.5 m e a distância mais afastada 1.15 m, os valores mostram uma redução de até 22%. Também, em relação a Figura 15, nota-se que os maiores erros relativos estão presentes no menor fluxo mássico de gás, sendo 54,60% em 0.5 m e 34,21% em 1.15 m. E os menores erros encontram-se no maior fluxo mássico de gás, sendo 35,56% e 15,57% para as distâncias de 0.5 m e 1.15 m, respectivamente.

A Tabela 11, mostra o comportamento inverso entre os resultados numéricos e experimentais para a tensão de cisalhamento na parede ao longo da tubulação.

Para a espessura de filme, a Figura 16 mostra o seu comportamento ao longo da tubulação para o erro relativo obtido nos diferentes fluxos mássicos de ar, e na Tabela 12 estes valores são comparados com o experimento de Wolf et. al. (2011) nas distâncias 0.05, 0.25, 0.44, 0.94 e 1.07 m em relação a região de entrada.

Figura 16 - Erro relativo para a espessura de filme ao longo da tubulação para o fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$.



Fonte: Autoria própria (2021).

Tabela 12 - Espessuras de filme obtidas no experimento e na simulação para as mesmas distâncias em relação a entrada e fluxo mássico de água de $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$.

Ar-água – 71 e $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$					
Resultados	Espessura do filme (mm) em relação a região de entrada				
	0,05	0,25	0,44	0,94	1,07
Numérico	0,4066	0,5361	0,5752	0,6221	0,5776
Experimental	0,5460	0,5490	0,5140	0,4150	0,4160
Ar-água – 97 e $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$					
Numérico	0,4023	0,3680	0,3903	0,4210	0,3612
Experimental	0,3820	0,3970	0,3720	0,3030	0,3010
Ar-água – 124 e $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$					
Numérico	0,3341	0,3129	0,2963	0,2387	0,2346
Experimental	0,2950	0,2930	0,2830	0,2540	0,2490
Ar-água – 154 e $100 \text{ kg/m}^2 \text{ s}$					
Numérico	0,3707	0,3611	0,3499	0,3597	0,3487
Experimental	0,2380	0,2310	0,2160	0,1750	0,1690

Fonte: Autoria própria (2021).

Ao analisar a Figura 16 e a Tabela 12, nota-se que os melhores resultados numéricos em relação aos dados experimentais encontram-se nos fluxos mássicos intermediários de ar. No entanto, em termos de estabilidade na espessura da camada do filme, os valores numéricos obtidos para os maiores fluxos mássicos de ar, mostraram-se mais estáveis depois de uma certa distância em relação a região de entrada.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho numérico, atentou-se em analisar o desempenho da fluidodinâmica computacional em um escoamento bifásico ar-água em regime anular para uma tubulação curta na vertical. Os resultados numéricos foram comparados com os experimentos de Wolf et. al. (2021) e Salles (2020).

As simulações numéricas ocorreram para dois casos. No primeiro, considerou-se os fluxos mássicos de água variando de 10 a 120 kg/m² s e o fluxo mássico de ar constante e igual a 71 kg/m² s. Para o segundo, o fluxo mássico de ar variou de 71 a 154 kg/m² s e o fluxo mássico de água foi mantido em 100 kg/m² s. Em ambos os casos, as variáveis hidrodinâmicas de interesse foram, a pressão média absoluta, a tensão de cisalhamento na parede e a espessura média do filme líquido.

Para a pressão média absoluta nos dois casos, os resultados numéricos apresentaram concordância de +/- 3,5% em relação aos dados experimentais, o que é bem aceitável para a engenharia. Também, conclui-se que a perda de pressão é uma função do fluxo mássico adotado para os fluidos, diminuindo com o aumento gradual da vazão de ar e crescendo no aumento gradual da vazão de água.

Em relação a tensão de cisalhamento na parede, foi possível identificar uma divergência física entre os dados numéricos e experimentais em ambos os casos simulados. A tensão de cisalhamento na parede aumentou com o desenvolvimento e evolução do escoamento, sendo que experimentalmente, o inverso foi observado. Já em relação aos erros relativos, o êxito numérico é alcançado para baixos fluxos mássicos de água, apresentando concordância de +/- 15%. E para fluxo mássico de ar de 154 kg/m² s próximo ao final da tubulação curta com erro de 15,57%.

Para a espessura média do filme líquido, bons resultados numéricos são alcançados para baixos fluxos mássicos de água próximo a saída da tubulação, apresentando concordância de +/-20% com os dados experimentais. Ainda, em relação a estes baixos fluxos de água, observou-se a tendência de estabilidade na espessura do filme líquido com o desenvolvimento do escoamento. Já em relação aos fluxos mássicos de ar, verificou-se que os menores erros relativos são encontrados nos fluxos mássicos intermediários de ar e a estabilidade da espessura do filme líquido ao longo da tubulação curta é percebida em todas as vazões de ar.

Assim, é possível concluir que para certos fluxos mássicos de ar e água, as variáveis hidrodinâmicas simuladas apresentam boa concordância com os dados

experimentais. Essa validação numérica, também valida o desempenho da fluidodinâmica computacional em escoamentos anulares.

Como recomendações para trabalhos futuros, é possível elencar os seguintes aspectos:

- Realizar uma análise de casos transientes, utilizando como partida o resultado dos casos em regime permanente;
- Realizar uma análise de sensibilidade com relação ao tipo de função de interpolação utilizada na modelagem da interface no VOF;
- Avaliar outras formas de calcular a tensão entre as fases;
- Avaliar a influência da utilização de uma função Level-Set no computo das tensão interfaciais.

REFERÊNCIAS

ADAZE, E.; BADR, H.M.; AL-SARKHI, A. **CFD modeling of two-phase annular flow toward the onset of liquid film reversal in a vertical pipe.** Journal of Petroleum Science and Engineering, p. 755-774, 2019.

AL-SARKHI, A.; SARICA, C.; QURESHI, B. **Modeling of droplet entrainment in co-current annular two-phase flow: A new approach.** International Journal of Multiphase Flow, p. 21-28, 2012.

ALVES, M. V. C; BARBOSA, J. R. **Transient modeling of the churn-annular transition in vertical pipes.** IV Journeys in Multiphase Flows, 2015. 11 p.

ANSYS INC. (United States). **ANSYS Fluent User's Guide**, 2013. 2692 p.

BERTODANO, M. A. L.; JAN, C.; BEUS, S. G. **Annular flow entrainment rate experiment in a small vertical pipe.** Nuclear Engineering and Design, p. 61-70, 1997.

BOICE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais Elementares e Problemas de Valores de Contorno.** LTC, 2010. 624 p.

BRACKBILL, J. U.; KOTHE, D. B.; ZEMACH, C. **A continuum method for modeling surface tension.** Journal of Computational Physics, p. 335-354, 1992.

CERNE, G.; PETELIN, S.; TISELJ, I. **Coupling of the interface tracking and the two-fluid models for the simulation of incompressible two-phase flow.** Journal of Computational Physics. p. 776-804, 2001.

CHEN, S.; LIN, M.; KUO, F.; CHAI, M.; LIU, S.; LEE, J.; PEI, B. **Experimental investigation and identification of the transition boundary of churn and annular flows using multi-range differential pressure and conductivity signals.** Applied Thermal Engineering, 2016. 12 p.

CROWE, C. T. **Multiphase flow handbook.** Taylor & Francis Group, 2006. 1128 p.

FREIRE, A. P. S; MENUT, P. P. M.; SU, J. **Turbulência.** ABCM, 2002. 281 p.

GHOSH, S.; DAS, G.; DAS, P. K. **Simulation of core annular down flow through CFD-A comprehensive study.** Chemical Engineering and Processing 49, pp. 1222–1228, 2010.

GUPTA, R.; TURANGAN, C. K.; MANICA, R. **Oil-water core-annular flow in vertical pipes: A CFD study.** The Canadian Journal of Chemical Engineering, p. 980-987, may 2016.

ISHI, M.; HIBIKI, T. **Thermo fluid dynamics of two-phase flow.** Springer Science Business Media, Inc., 2006. 469 p.

ISHII, M.; MISHIMA, K. **Droplet entrainment correlation in annular two-phase flow.** In, J. Heat Mass Transfer. Vol. 32, No. 10, pp. 1835-1846, 1989.

JAYANTI, S.; HEWITT, G. F. **Hydrodynamics and heat transfer in wavy annular gas-liquid flow: a computational fluid dynamics study.** Int. J. Heat Mass Transfer. Vol. 40, No. 10, pp. 2445-2460, 1997.

LIU, F. **A thorough description of how wall functions are implemented in OpenFoam.** In: PROCEEDINGS OF CFD WITH OPENSOURCE SOFTWARE, 2017.

LUBNICKI, F. M. F. **Estudo numérico de escoamento turbulento em padrão anular gás-líquido em dutos verticais.** Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica, 2011. 100 p.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.** LTC, 2004. 453 p.

MANNINEN, M.; TAIVASSALO, V.; KALLIO, S. **On the mixture model for multiphase flow.** Espoo, 1996. 67 p.

MATHIEU, J. M.; SCOTT, J. **An introduction to turbulent flow.** 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2000. 386 p.

MENTER, F. R.; KUNTZ, M.; LANGTRY, R. **Ten years of industrial experience with the SST turbulence model.** Turbulence, Heat and Mass Transfer, 2003.

PATANKAR, S. V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**. Taylor & Francis Group, 1798. 197 p.

PEREZ, H. V.; ABDULKADIR, M.; AZZOPARDI, B.J. **grid generation issues in the CFD modelling of two-phase flow in a pipe**. Journal of Computational Multiphase Flows, p. 13-26. 2011.

PRAUSNITZ, J. M.; LICHTENTHALER, R. N.; AZEVEDO, E. G. **Molecular thermodynamics of fluid-phase equilibria**. 3. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1998. 864 p.

SALLES, M. V. **Numerical simulation of the vertical annular gas-liquid two-phase flow**. Programa de Pós-Graduação: Engenharia Mecânica, 2020. 79 p.

SCHEPPER, C. K.; HEYNDERICKX, G. J.; MARIN, G. B. **CFD modeling of all gas-liquid and vapor-liquid flow regimes predicted by the Baker chart**. Chemical Engineering Journal 138, pp 349–357, 2008.

SCHILLER, L.; NAUMANN, A. **A drag coefficient correlation**. Zeitschrift Des Vereins Deutscher Ingenieure, p. 318-320, 1935.

TANDON, T. N.; VARMA, H. K.; GUPTA, C. P. **A void fraction model for annular two-phase flow**. In, J. Heat Mass Transfer. Vol. 28, No. 1, pp. 191-198, 1985

TAYLOR, N. H.; HEWITT, G. F.; LACEY, P. M. C. **The motion and frequency of large disturbance waves in annular two-phase flow of air-water mixtures**. Chemical Engineering Science, 1963, Vol. 18, pp. 537-452.

TOCCI, F. **Assessment of a hybrid VOF two-fluid CFD solver for simulation of gas-liquid flows in vertical pipelines in OpenFoam**. 2016. 100 f. Masters Dissertation - Politecnico di Milano, Milan, 2016.

VALUS, M. G. **Fluidodinâmica Computacional (CFD) aplicada ao escoamento bifásico líquido-gás do petróleo com base em um modelo cinético**. Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química, 2018. 123 p.

VEGINI, A. A. **Modelagem Multifásica Euleriana-Euleriana para Simulação Numérica de Ciclones**. Programa de Pós-Graduação: Engenharia Química, 2007. 148 p.

WALTRICH, P. J.; FALCONE, G.; BARBOSA, J. R. **Axial development of annular, churn and slug flows in a long vertical tube**. *International Journal of Multiphase Flow* 57, pp. 38–48, 2013.

WOLF, A.; JAYANTI, S.; HEWITT, G. F. **Flow development in vertical annular flow**. *Chemical Engineering Science*, v. 56, n. 10, p. 3221–3235, 2001.

YEOH, G. H.; TU, J. **Computational techniques for multi-phase flows**. Elsevier Ltd., 2010. 644 p.

YEOH, G. H.; TU, J.; CHEUNG, C. P. **Multiphase Flow Analysis using Population Balance Modeling**. Elsevier Ltd., 2014. 365 p.

ZAVAREH, F.; HILL, A. D.; PODIO, A. L. **Flow Regimes in Vertical and Inclined Oil/Water Flow in Pipes**. Society of Petroleum Engineers, 1988. 8 p.

ZHOU, L. **Theory and Numerical Modeling of Turbulent Gas-Particle Flows and Combustion**. Ed. Science Press, 1993. 248 p.

