



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO
**ANÁLISE DE FILTROS ACÚSTICOS
REATIVOS**

GUSTAVO RAFAEL BERNARDES

JOINVILLE, SC
2020

GUSTAVO RAFAEL BERNARDES

ANÁLISE DE FILTROS ACÚSTICOS REATIVOS

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE, SC
2020**

GUSTAVO RAFAEL BERNARDES

ANÁLISE DE FILTROS ACÚSTICOS REATIVOS

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC0001) do Curso de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora:

Orientador:

Prof. Dr. Ricardo de Medeiros
UDESC/CCT

Membros:

Prof. Dr. Sergio Junichi Idehara
UFSC/Joinville

Me. Dogras Negri
SENAI/Joinville

Joinville, 30 de setembro de 2020.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus pais, Paulo e Cristina, que sempre apoiaram minha educação e me ajudaram em todas as fases de minha vida. Agradeço também ao meu irmão, Denin, e sua família, pelos conselhos e momentos de descontração. Minha gratidão à Brenda, e sua família, pelo suporte emocional e pela atenção. Por último, agradeço as amizades feitas na faculdade, pois sem elas, as semanas seriam menos divertidas e produtivas.

Sou grato à Vibroacústica Desenvolvimento e Pesquisa Ltda., por todos os ensinamentos passados durante o último ano, pelas dicas e pelo suporte dado neste trabalho. Os conhecimentos agregados com certeza me tornarão um Engenheiro Mecânico mais preparado.

Meu muito obrigado ao Professor Ricardo, pela disposição e suporte dado nesta reta final de faculdade e aos professores do Departamento de Engenharia Mecânica da UDESC que me auxiliaram academicamente.

RESUMO

Desenvolveu-se os conceitos fundamentais que envolvem acústica linear e a propagação da onda, a fim de aplicar estes conceitos para o entendimento e elaboração de filtros acústicos reativos, que visam a atenuação sonora por meio de descontinuidades de seção. Tubos aberto e fechado, ressonador de quarto de onda e um *muffler* de geometria genérica para aplicação em compressores herméticos de refrigeradores foram utilizados para avaliar os campos sonoros formados no interior destas geometrias e para comparar diferentes métodos de solução em relação ao procedimento experimental de medição: método analítico, método numérico tridimensional com o uso da acústica linear (Ansys) e método numérico unidimensional com o uso equações de Navier-Stokes (GT-Suite). Os métodos numéricos de solução foram validados com sucesso. O Ansys representou os efeitos geométricos de uma geometria complexa (*muffler*) e mesmo utilizando-se da acústica linear, que é uma simplificação da equação de Navier-Stokes, obteve resultados precisos. O GT-Suite permite fácil modelamento dos casos, já que se trata de um modelo simplificado 0D/1D, e capturou grande parte dos resultados, mas em frequências mais altas apresentou erro elevado na análise do ressonador de quarto de onda e em determinada faixa de frequências da análise do *muffler* o software não capturou modos acústicos dos volumes do filtro, pois desconsiderou-se os efeitos bidimensionais e tridimensionais da geometria. O GT-Suite se mostrou uma ferramenta poderosa, com custo computacional inferior ao Ansys, utilizando-se de mesma faixa de frequência e resolução para ambos os softwares, mas deve-se atentar aos efeitos geométricos não capturados pelo GT-Suite, que necessitam de atenção e refinamento no modelo para atingir maior precisão.

Palavras-Chave: Acústica linear, Acústica não-linear, Filtros acústicos reativos, Ansys, GT-Suite, *Muffler*, Ressonador de quarto de onda, tubo aberto, tubo fechado.

ABSTRACT

It was developed fundamentals of linear acoustic and sound wave's propagation, in order to apply these concepts to the understanding and elaboration of acoustic reactive filters, that aim the sound attenuation by section discontinuities. Open and closed tubes, quarter wave resonator and a generic geometry muffler to hermetic compressor application were used for evaluating sound fields generated inside of these geometries and to compare different solution methods related to experimental procedure of measurement: analytical method, tridimensional numeric method with wave equation usage (Ansys) and unidimensional numeric method with Navier-Stokes equations usage (GT-Suite). Numeric methods were validated with success. Ansys represented the effects of a complex geometry (muffler) and even using linear acoustic, which is a simplification of Navier-Stokes equations, it has obtained accurate results. GT-Suite allows easy case modeling, because it is a simplified model 0D/1D, and captured a large portion of results, but in high frequencies presented higher errors on the quarter wave resonator and in a specific frequency range of the muffler's analysis it has not captured acoustic mode shapes of filter volume, because it has not considered bidimensional and tridimensional effects. GT-Suite has showed itself as being a powerful tool, with computational cost lower than Ansys, using the same frequency range and resolution on both softwares, but it should be warned about geometric effects which has not been captured by GT-Suite, that needs special attention and refinement in the model to reach better accuracy.

Keywords: Linear acoustics, Non-linear acoustics, Reactive acoustic filters, Ansys, GT-Suite, Muffler, Quarter wave resonator, Open tube, Closed tube.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Filtros acústicos aplicados na tomada de ar do motor (a) Volkswagen Polo 2018 e (b) Volkswagen Tiguan 2018; c) Muffler aplicado a compressor recíproco hermético.	13
Figura 2.1 – Comportamento temporal da pressão sonora promovida por um diapasão.	17
Figura 2.2 – Comportamento espacial da pressão sonora promovida por um diapasão.	18
Figura 2.3 – Onda sonora plana estacionária evidenciando os nós e anti-nós (ventres).	21
Figura 2.4 – Parâmetros de desempenho: perda de transmissão (TL), diferença de nível (LD) e insertion loss (IL).....	24
Figura 2.5 – Tubo do tipo aberto-aberto.....	33
Figura 2.6 – Tubo do tipo aberto-fechado.	33
Figura 2.7 – Perfil das amplitudes das ondas sonoras em um tubo fechado em função da frequência de excitação.....	35
Figura 2.8 – Perfil das amplitudes das ondas sonoras em um tubo fechado em função da frequência de excitação.....	36
Figura 2.9 – Comportamento da pressão sonora no interior do tubo fechado e gráficos da pressão e velocidade de partícula para os 3 primeiros modos acústicos.	36
Figura 3.1 – Descontinuidades que representam fisicamente a (a) impedância do tipo <i>lumped inertance</i> e (b) impedância do tipo <i>lumped compliance</i>	42
Figura 3.2 – Descontinuidade causada pela presença de uma câmara de expansão.....	46
Figura 3.3 – Perda de transmissão em função dos modos acústicos.	47
Figura 3.4 – Descontinuidade causada pela abertura lateral do tubo.	48
Figura 3.5 – Perda de transmissão em função do parâmetro kL da descontinuidade do tipo tubo lateral fechado.	50
Figura 3.6 – Descontinuidade causada pelo Ressonador de Helmholtz.	51
Figura 3.7 – Perda de transmissão causada pelo Ressonador de Helmholtz em função dos modos acústicos.	53
Figura 3.8 – Descontinuidade do tipo ressonador de tubo-estendido.....	54
Figura 3.9 – Tubo com ramificação lateral fechada e impedância de radiação.	55
Figura 4.1 – Metodologia científica do trabalho.	61

Figura 4.2 – Tubo Fechado, Tubo Aberto, Ressonador de Quarto de Onda e Muffler Genérico, respectivamente.	63
Figura 4.3 – Equacionamento matricial para solução do tubo ressonador proposto.	65
Figura 4.4 – Aparato experimental do Tubo com terminações aberta e fechada.	66
Figura 4.5 – Aparato experimental do Ressonador de Quarto de Onda.	66
Figura 4.6 – Aparato experimental do Muffler Genérico.	67
Figura 4.7 – Procedimento experimental de medição do Muffler Genérico.	68
Figura 4.8 – Malha usada na simulação numérica do Ressonador de Quarto de Onda.	70
Figura 4.9 - Discretização de tubo no GT-Suite.	73
Figura 4.10 – Volume único do flow split (sem discretização).	73
Figura 4.11 – Tubo de Quarto de Onda modelado no GT-Suite.	74
Figura 5.1 – Equacionamento matricial para o Tubo Fechado.	76
Figura 5.2 – Malha do Tubo Fechado para simulação no Ansys.	76
Figura 5.3 – Tubo Fechado modelado no GT-Suite.	77
Figura 5.4 – Nível de pressão sonora nos pontos P0 e P1.	78
Figura 5.5 – Função de transferência para as quatro soluções propostas.	78
Figura 5.6 – Região de nó em 176 Hz.	79
Figura 5.7 – Quatro primeiros modos do Tubo Fechado obtidos pelo Ansys.	80
Figura 5.8 – Equacionamento matricial para o Tubo Aberto.	81
Figura 5.9 – Malha para simulação do Tubo Aberto no Ansys;	81
Figura 5.10 – Tubo Aberto modelado no GT-Suite.	82
Figura 5.11 – Níveis de pressão sonora em P0 e P1.	83
Figura 5.12 – Função de transferência para as quatro soluções propostas.	83
Figura 5.13 – Quatro primeiros modos do Tubo Aberto obtidos pelo Ansys.	85
Figura 5.14 – Malha para simulação do Ressonador de Quarto de Onda no Ansys.	86
Figura 5.15 – Ressonador de Quarto de Onda modelado no GT-Suite.	86
Figura 5.16 – Resultados para o Ressonador de Quarto de Onda.	87
Figura 5.17 – Efeito do ressonador no campo sonora do Tubo Aberto.	88
Figura 5.18 – Quatro primeiros modos do Ressonador de Quarto de Onda.	90
Figura 5.19 – Frequências relativas às anti-ressonâncias.	90
Figura 6.1 – Muffler Genérico real utilizado.	92
Figura 6.2 – Domínio fluido do Muffler Genérico à esquerda e malha para simulação 3D à direita.	93
Figura 6.3 – Modelamento da geometria do Muffler Genérico.	94

Figura 6.4 – Level difference do Muffler Genérico.	94
Figura 6.5 – Modos acústicos do Muffler Genérico.	96
Figura 6.6 – Ponto de maior atenuação pelo LD do Muffler Genérico.	97
Figura A.1 – Súbita expansão mostrada à esquerda e súbita contração mostrada à direita. .	103
Figura A.2 – Perda de transmissão causada pela descontinuidade do tipo orifício na abertura lateral.	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Componentes do procedimento experimental de validação.	67
Tabela 4.2 – Componentes usados para medição do Muffler Genérico.	68
Tabela 4.3 – Comparativo entre as simulações pelo Ansys e GT-Suite.	74
Tabela 5.1 – Frequência de ressonância para os 5 primeiros modos do Tubo Fechado.	79
Tabela 5.2 – Frequência de ressonância para os 5 primeiros modos de Tubo Aberto.	84
Tabela 5.3 – Frequência de ressonância para os 5 primeiros modos do Ressonador de Quarto de Onda.	89
Tabela 6.1 – Modos de ressonância do Muffler Genérico.	95
Tabela 6.2 – Custo computacional relativo ao Ansys e GT-Suite para todas as geometrias.	98

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	13
1.1	MOTIVAÇÃO	14
1.2	OBJETIVOS	15
1.2.1	Objetivos Gerais.....	15
1.2.2	Objetivos Específicos	15
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	15
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	16
2.1	CONCEITOS INICIAIS	16
2.1.1	Som e Ruído.....	16
2.1.2	Propriedades da onda	17
2.1.3	Ondas Planas	19
2.1.4	Escala decibel	20
2.1.5	Ondas Estacionárias	21
2.1.6	Energia Sonora.....	22
2.1.7	Impedância Acústica.....	22
2.1.8	Parâmetros de Desempenho para Filtros Acústicos	23
2.2	PROPAGAÇÃO DA ONDA	25
2.2.1	Equação da onda	25
2.2.2	Ondas Planas Unidimensionais.....	28
2.2.3	Onda Plana Unidimensional em Meio com Fluxo Mássico.....	31
2.2.4	Ondas Estacionárias em Tubos de Terminação Aberta ou Fechada	32
2.2.5	Campo Sonoro No Interior de Tubo Fechado.....	33
2.2.6	Impedância em Tubos	37
2.3	APLICAÇÃO DA TEORIA DESENVOLVIDA	40
3	FILTROS ACÚSTICOS.....	41
3.1	ANALOGIA ELETROACÚSTICA	41
3.1.1	Impedância do Tipo <i>Lumped Inertance</i>	42
3.1.2	Impedância do tipo <i>Lumped compliance</i>	43
3.1.3	Representação Eletroacústica dos Tipos de Impedância	44
3.2	DESCONTINUIDADES EM TUBOS	44

3.2.1	Tubo com Câmara de Expansão.....	45
3.2.2	Ramificação Lateral de Tubo	48
3.2.3	Tubo fechado na Abertura Lateral	49
3.2.4	Ressonador de Helmholtz.....	51
3.2.5	Ressonador de Tubo-Estendido.....	53
3.3	MÉTODO CLÁSSICO DE AVALIAÇÃO DE FILTROS ACÚSTICOS	55
3.4	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ACÚSTICA	57
3.5	APLICAÇÃO DA TEORIA DESENVOLVIDA	59
4	METODOLOGIA.....	61
4.1	METODOLOGIA CIENTÍFICA.....	61
4.2	PROCEDIMENTO METODOLÓGICO	62
4.3	PROCEDIMENTO ANALÍTICO	64
4.4	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL.....	65
4.5	SIMULAÇÃO NUMÉRICA COM ANSYS	69
4.6	SIMULAÇÃO NUMÉRICA COM GT-SUITE	72
4.7	DIFERENÇAS ENTRE ANSYS E GT-SUITE	74
5	VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS	75
5.1	TUBO FECHADO.....	75
5.2	TUBO ABERTO.....	81
5.3	RESSONADOR DE QUARTO DE ONDA.....	85
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	92
7	CONCLUSÕES.....	99
7.1	TRABALHOS FUTUROS	100
8	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	101
APÊNDICE A	– Descontinuidades em Tubos.....	103
Contração e Expansão do Tubo.....		103
Orifício na Abertura Lateral		104

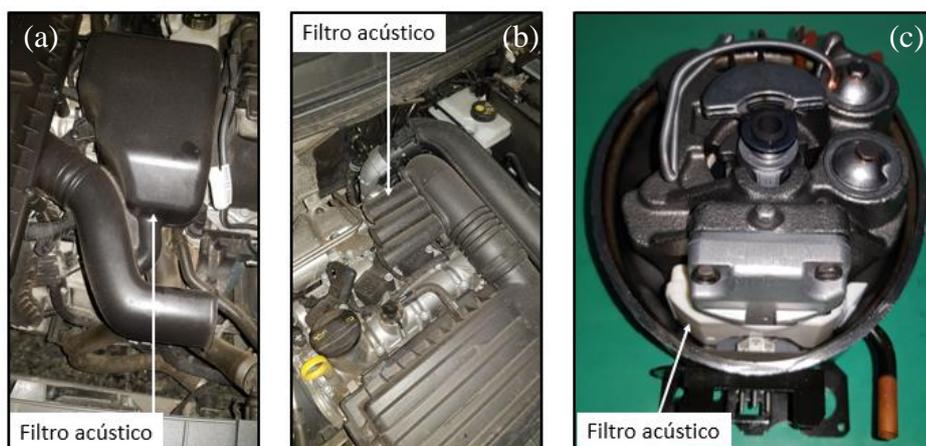
1 INTRODUÇÃO

Cuidados com a poluição sonora no ambiente de trabalho e doméstico tornou-se recorrente do século passado aos dias de hoje. Governos de diversos países tendem a restringir os limites de emissão de ruído, principalmente de automóveis, para satisfazer o conforto acústico das cidades modernas. Portanto, o desenvolvimento de filtros acústicos se tornou um dos focos em projetos que envolvam o controle de ruído (MUNJAL, 1987). O ruído gera desconforto, *stress*, hipertensão, falta de concentração, baixa produtividade e causa danos à saúde (BISTAFA, 2018).

Bistafa (2018) comentou, também, que com o aumento da competição no mercado global, o baixo ruído se tornou uma característica desejada pelos fabricantes para emergirem seus produtos diante dos concorrentes. Por isso, o domínio dos fenômenos acústico e a realização de projetos para atenuação de ruído é interessante e importante na indústria atualmente.

Filtros acústicos são encontrados facilmente em automóveis, compressores e dutos de ventilação, por exemplo, como mostra a Figura 1.1. A aplicação de filtros acústicos reativos em compressores herméticos mostra-se importante para atenuar os níveis de ruído produzidos pelo sistema de válvulas do compressor. Por estar integrado ao refrigerador, é um equipamento presente na maioria dos domicílios e torna-se importante o cuidado com a propagação de ruído.

Figura 1.1 – Filtros acústicos aplicados na tomada de ar do motor (a) Volkswagen Polo 2018 e (b) Volkswagen Tiguan 2018; c) *Muffler* aplicado a compressor recíproco hermético.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Portanto, este trabalho visa desenvolver as noções fundamentais de acústica linear e aplicação em filtros acústicos reativos. Além disso, analisou-se ferramentas utilizadas no projeto destes dispositivos, que são os softwares de simulação numérica. Foram comparados os softwares Ansys e GT-Suite na solução de geometrias simples, tubos e ressonadores, até geometrias complexas: um *muffler* genérico de uso em compressores herméticos para refrigeradores.

1.1 MOTIVAÇÃO

Devido a existência de softwares que solucionam problemas acústicos de formas diferentes, é interessante realizar a comparação das características de modelamento e solução, a fim de avaliar os resultados e custo computacional de cada um.

O GT-Suite, utilizado para simulação termodinâmica e dinâmica de fluido em compressores e motores à combustão, por exemplo, permite a otimização de componentes sem a necessidade de uma geometria tridimensional prévia, sendo uma ferramenta interessante para fases preliminares de projeto. Logo, associar a solução acústica ao modelo de simulação permite otimização precisa dos componentes de modo rápido.

O Ansys, ferramenta clássica de solução tridimensional, permite avaliação acústica dos sistemas baseando-se na geometria e, conseqüentemente, representando o campo sonoro da estrutura de forma precisa. Porém, devido ao fato de ser gerada uma malha tridimensional, o custo computacional tende a ser considerável.

Portanto, o desenvolvimento de um trabalho que entregue boa fundamentação teórica e aplicações na área de acústica pode agregar conhecimento acadêmico e tecnológico àqueles que tiverem a oportunidade de lê-lo.

As noções iniciais de propagação do som em tubos e a aplicação da solução analítica e simulação tridimensional em um tubo aberto foram complementadas pelo curso de acústica básica de Baars e Takemori (2016). Posteriormente, os trabalhos de simulação numérica tridimensional (Ansys) e 0D/1D (GT-Suite) para filtros acústicos reativos aplicados ao sistema de admissão de ar e exaustão de gases em um automóvel de motor a combustão, desenvolvidos por Takemori *et al* (2016) e Takemori *et al* (2017), embasou os estudos de aplicação de filtros acústicos e uso de simulações simplificadas para análise dos resultados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivos Gerais

Visa-se o desenvolvimento e entendimento da acústica linear aplicada a filtros acústicos reativos, além da comparação e avaliação das características de simulação realizadas por meio do software Ansys, utilizando-se da acústica linear e geometrias tridimensionais, e por meio do software GT-Suite, utilizando-se da acústica não-linear e geometrias modeladas na forma 0D/1D. O custo computacional envolvido na solução dos casos propostos neste trabalho por meio do Ansys e do GT-Suite foram alvo de análise.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Avaliar o campo sonoro produzido em tubos, em um ressonador de quarto de onda (filtro simples) e em um *muffler* de geometria complexa.
- Validação dos softwares de simulação baseados em resultados experimentais.
- Comparação entre Ansys e GT-Suite do ponto de vista de: características, resultados e custo computacional.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

- ☑ **Primeiro Capítulo** – Motivação, objetivos e estrutura do trabalho.
- ☑ **Segundo Capítulo** – Conceitos iniciais, propagação da onda e acústica linear.
- ☑ **Terceiro Capítulo** – Filtros acústicos: impedância, descontinuidades, solução analítica e método de elementos finitos.
- ☑ **Quarto Capítulo** – Metodologia científica: procedimento experimental, analítico, simulação numérica usando Ansys e simulação numérica usando GT-Suite.
- ☑ **Quinto Capítulo** – Validação dos resultados e análise de geometrias simplificadas.
- ☑ **Sexto Capítulo** – Resultados e discussões.
- ☑ **Sétimo Capítulo** – Conclusões.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo abordar-se-á as definições fundamentais de ondas sonoras, o desenvolvimento da equação da onda e sua aplicação no caso de ondas planas.

2.1 CONCEITOS INICIAIS

Entender a definição de som e ruído, as propriedades das ondas sonoras, a sensibilidade do ouvido humano devido ao som, a energia sonora e a definição de impedância acústica são alguns dos tópicos necessários para o desenvolvimento físico e matemático das ondas sonoras.

2.1.1 Som e Ruído

De acordo com Bistafa (2018), o som é a sensação produzida no sistema auditivo ou, de maneira mais técnica, é a variação da pressão ambiente detectável pelo sistema auditivo. Vale ressaltar que o ruído será detectado pelo ouvido humano apenas se a variação de pressão for cíclica, ou seja, objetos vibrantes (como o diapasão mostrado na Figura 2.1) geram ruído, mas a diferença de pressão atmosférica de dois locais em diferentes altitudes em relação ao mar não produz ruído, porque é uma variação da pressão média do meio.

A percepção de som pelo ouvido humano possui limitações (BISTAFA, 2018). A menor variação de pressão ambiente detectável pelo ouvido humano é de 2×10^{-5} Pa (limiar da audição), enquanto a frequência de variação da pressão se torna detectável entre 20 Hz e 20 kHz. Portanto, quando a variação de pressão ambiente for maior que 2×10^{-5} , cíclica e com frequência na faixa entre 20 Hz e 20 kHz, o sistema auditivo será capaz, teoricamente, de detectar o som. Outra importante definição é o limiar da dor, que varia entre 20 Pa e 200 Pa, pois é a variação de pressão ambiente que gera desconforto e dor ao ser humano.

O ruído é definido por Bistafa (2018) como um som geralmente indesejável, que pode causar perda da audição ou desconforto. O ruído causa perturbação do sono, queda de desempenho, interferência na comunicação oral e pode causar danos estruturais.

2.1.2 Propriedades da onda

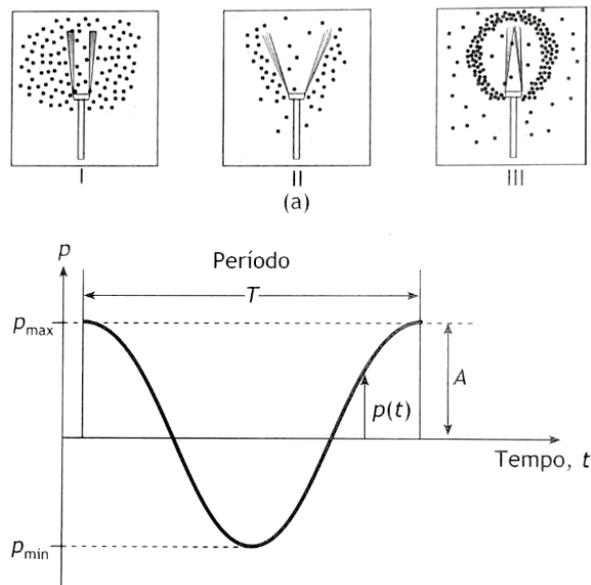
Uma onda mecânica é uma perturbação que se desloca através de um material chamado de meio, no qual a onda se propaga. À medida que a onda se propaga através do meio, as partículas que constituem o meio sofrem deslocamentos de diversas espécies, dependendo da natureza da onda (Young e Freedman, 2008). Young e Freedman (2008) classificaram o movimento cíclico das partículas oscilando na mesma direção de propagação da onda como *onda longitudinal*, sendo este tipo de onda o interesse deste trabalho.

Bistafa (2018) mostrou que o comportamento temporal da pressão é cossenoidal, sendo expressa, por exemplo, por,

$$p(t) = A \cos(\omega t), \quad (2.1)$$

sendo A a amplitude da onda, definida como a diferença entre a pressão máxima (ou mínima) e a pressão ambiente, ω a frequência angular da onda, definida como $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, onde f é a frequência do ciclo da onda em *hertz* e o seu inverso sendo o período T . A Figura 2.1 mostra fisicamente as componentes da Equação (2.1).

Figura 2.1 – Comportamento temporal da pressão sonora promovida por um diapasão.



Fonte: BISTAFA, 2018.

O comportamento espacial da pressão, também definido por Bistafa (2018), é expresso por

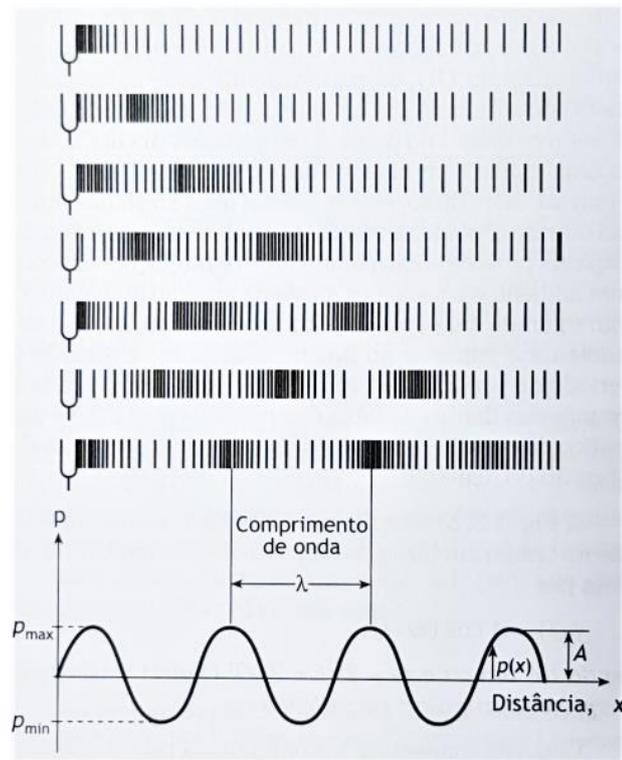
$$p(x) = A \cos(kx), \quad (2.2)$$

sendo A a amplitude da onda, já definida, e k é o chamado *número de onda*, sendo definido como $k = 2\pi/\lambda$. A letra grega λ representa o comprimento de onda, estabelecido como a distância necessária para concluir um ciclo completo. O comprimento de onda está relacionado também com a frequência da onda e velocidade de propagação dela,

$$\lambda = \frac{c}{f}, \quad (2.3)$$

sendo c a velocidade de propagação da onda no meio, equivalendo-se a, aproximadamente, 340 m/s para o ar em CNTP. A Figura 2.2 representa a variação da pressão em relação a distância para um diapasão que excita as partículas de ar ao seu redor de forma que a pressão varie ciclicamente.

Figura 2.2 – Comportamento espacial da pressão sonora promovida por um diapasão.



Fonte: BISTAFÁ, 2018.

Bistafa (2018) combinou os comportamentos temporal e espacial para expressar o comportamento ondulatório em apenas uma Equação,

$$p(x, t) = A \cos(\omega t \pm kx + \Phi), \quad (2.4)$$

onde Φ representa o ângulo de fase da onda, para corrigir o valor de pressão de onda para um referencial adotado de tempo e distância.

À fim de entender melhor o que é a velocidade de propagação da onda, explica-se que “A velocidade da onda é a velocidade com a qual temos de nos deslocar ao longo da onda para que a fase de um determinado ponto permaneça constante, tal como uma crista particular de uma onda que se propaga ao longo de uma corda” (Young e Freedman, 2008). Ou seja, a velocidade da onda refere-se à velocidade de deslocamento de uma dada pressão no campo do tempo e espaço. Portanto, Young e Freedman (2008) expressaram para uma dada pressão constante,

$$\omega t \pm kx + \Phi = \text{constante}, \quad (2.5)$$

e derivando em relação ao tempo,

$$\omega \pm k \frac{dx}{dt} = 0. \quad (2.6)$$

Portanto,

$$\pm \frac{dx}{dt} = c = \mp \frac{\omega}{k}. \quad (2.7)$$

Percebe-se que há uma relação entre a velocidade de propagação de onda, a frequência angular e o número de onda. Além disso, os sinais de positivo ou negativo presentes no argumento de $p(x, t)$ indicam o sentido de propagação da onda, sendo o sinal negativo o indicativo de propagação da onda no sentido positivo de x , como pode ser visto na inversão de sinais na Equação 2.7, e o sinal positivo indica a propagação da onda no sentido negativo de x .

2.1.3 Ondas Planas

“Em qualquer ponto de um plano perpendicular à coordenada x (y e z quaisquer), a pressão sonora é uniforme em qualquer instante t . Diz-se então que a pressão sonora está “em fase nesse plano”, e temos então a chamada onda sonora plana” (Bistafa, 2018). Gerges (2000)

complementou o conceito estabelecido por Bistafa ao adicionar que não apenas a pressão faz-se uniforme num plano transversal à propagação da onda, como o deslocamento das partículas, densidade e outras propriedades da onda também são constantes.

Segundo Munjal (1987), dutos são os principais e mais básicos elementos de mufflers, filtros acústicos. Desta forma, é importante definir quando ocorrem ondas planas em dutos, que são importantes para o estudo em questão, e como afetam acusticamente um sistema. Na seção 2.2.2 será apresentado o mecanismo de criação das ondas planas, entretanto, para uma visão geral do trabalho, antecipa-se que sendo a seção transversal do duto pequena o suficiente, apenas ondas planas serão formadas, de acordo com Munjal (1987).

2.1.4 Escala decibel

Bistafa (2018) estabeleceu que a relação entre estímulo e sensação é logarítmica, ou seja, a variação linear da sensação depende da variação geométrica do estímulo. Esta afirmação se expande para diversos setores e foi incorporada, para comparação entre potências, pois a escala logarítmica tem como característica comprimir uma extensa faixa de variação linear (BISTAFA, 2018). Desta forma surgiu a unidade *bel*, que usa uma potência de referência, P_0 , para efeito comparativo da potência do sistema P . Portanto, o *bel* mede o nível de potência em relação a uma potência de referência, definida por

$$bel = \log\left(\frac{P}{P_0}\right). \quad (2.8)$$

Segunda Bistafa (2018), a escala decibel ganhou mais fama devido a clareza de variações menores de potência, tendo em vista que um *decibel* (dB) equivale a um décimo de *bel*. Para a acústica propriamente dita, a unidade de medida *decibel* cumpre bem a interpretação de potência sonora pois 1dB equivale, aproximadamente, a mínima variação de potência sonora detectável pelo ouvido humano.

Temkin (1981) definiu o nível de pressão sonora como,

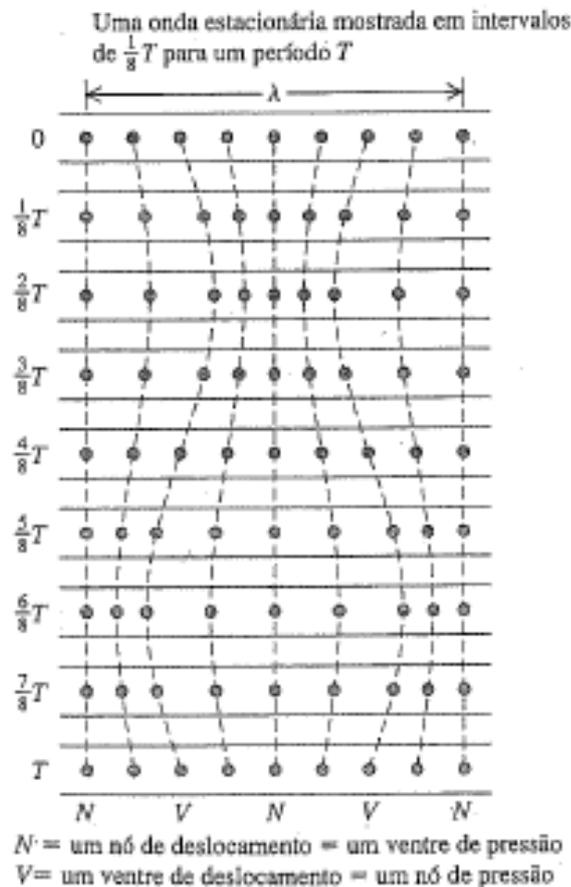
$$SPL = 10 \log\left(\frac{P}{P_{ref}}\right)^2. \quad (2.9)$$

Tendo em vista que a intensidade sonora é proporcional ao quadrado da pressão sonora, utiliza-se, em geral, $2 \times 10^{-5} \text{ N/m}^2$ como pressão de referência, pois este valor representa aproximadamente o limiar da audição, como já mencionado anteriormente.

2.1.5 Ondas Estacionárias

Temkin (1981) determinou que ondas estacionárias são aquelas cujo campo (de pressão, por exemplo) varia harmonicamente em relação ao tempo em qualquer ponto de análise. Visualmente, Young e Freedman (2008) esclareceram que as ondas estacionárias parecem estar subdivididas em vários segmentos (nós), que não se deslocam no campo de propagação da onda, variando apenas o ponto de amplitude máxima, no meio de dois nós, entre o valor positivo e negativo. A Figura 2.3 ilustra o comportamento deste tipo de onda e permite o entendimento de duas características importante: os nós, pontos de amplitude zero e que não se deslocam, e anti-nós, pontos que alternam entre amplitude máxima positiva e negativa.

Figura 2.3 – Onda sonora plana estacionária evidenciando os nós e anti-nós (ventres).



Young e Freedman (2008) explicaram que as ondas estacionárias são resultado da superposição entre a onda incidente e a onda refletida, além de dependerem da fase entre as duas ondas, adiciona Lenzi (2001). Os pontos de *nós* são regiões onde há o cancelamento das duas ondas, sendo chamado este fenômeno de interferência destrutiva, enquanto nos *anti-nós* a amplitude das ondas incidente e refletida são máximas e de mesma fase, resultando em uma onda de amplitude igual a soma das amplitudes máximas das duas ondas (YOUNG e FREEDMAN, 2008). Este comportamento acontece quando o sistema entra em *ressonância*, causando a amplificação da onda propagada.

2.1.6 Energia Sonora

A intensidade sonora (I) é definida como a quantidade média de energia, na unidade de tempo, que atravessa uma área unitária perpendicular à direção de propagação da onda (Bistafa, 2018). Munjal (1987) definiu matematicamente a intensidade sonora como a média no tempo da multiplicação entre a pressão e velocidade de partícula,

$$I = \overline{p(t)u_n(t)}. \quad (2.10)$$

A intensidade sonora indica a magnitude, direção e sentido da propagação de energia sonora que atravessa determinada superfície (BISTAFA, 2018). Complementarmente, segundo Munjal (1987), a potência sonora total irradiada por uma fonte é expressa através multiplicação da intensidade sonora pela área da superfície que contorna a fonte sonora. Lenzi (2001) mostrou que para ondas planas unidirecionais a intensidade máxima da onda é expressa por,

$$I = \frac{P_0^2}{2\rho_0 c_0}, \quad (2.11)$$

sendo P_0 a amplitude da onda sonora, ρ_0 a densidade média do fluido e c_0 a velocidade de propagação da onda no meio.

2.1.7 Impedância Acústica

A impedância acústica representa o que impede o movimento das partículas do fluido, conforme Lenzi (2001). Matematicamente, a *impedância acústica específica* consiste na razão entre a pressão sonora e a velocidade das partículas, além de depender do meio de propagação (fluido,

condições de contorno, etc.) e do tipo de onda presente (onda plana, esférica) (BISTAFA, 2018). Lenzi (2001) interpretou que impedância acústica indica a magnitude necessária da pressão sonora para produzir uma velocidade de partícula unitária no meio. Temkin (1981) relatou que o termo “impedância acústica” surgiu devido a analogia referente a razão entre pressão e velocidade das partículas e a impedância elétrica de um circuito de corrente alternada.

Ainda, Temkin (1981) afirmou que para uma onda plana unidimensional, a impedância acústica depende apenas das características do meio de propagação, ou seja, depende apenas da densidade média e da velocidade média de propagação do fluido,

$$\frac{p}{u} = \rho_0 c_0 . \quad (2.12)$$

A razão entre pressão sonora e velocidade das partículas chama-se *impedância característica*.

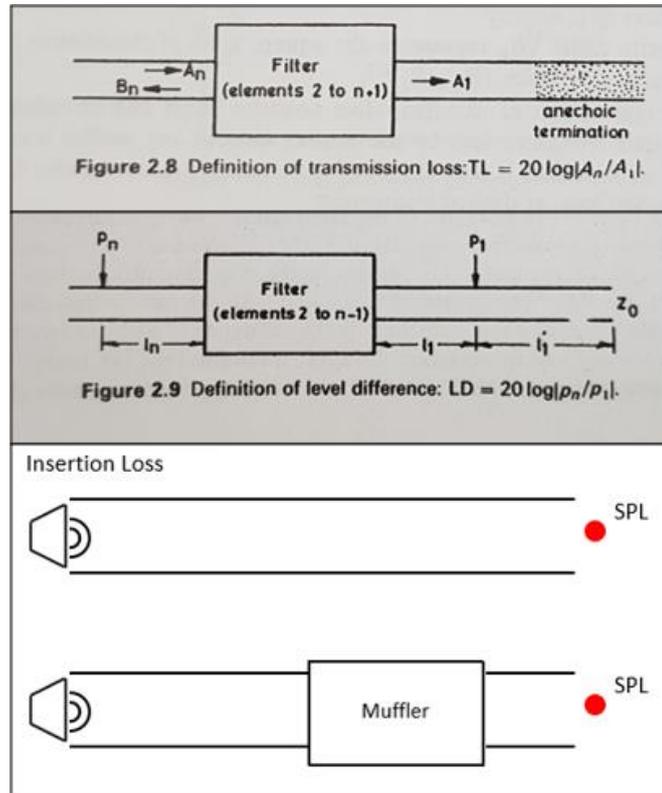
2.1.8 Parâmetros de Desempenho para Filtros Acústicos

Avaliar a *performance* de filtros acústicos é um dos objetivos deste trabalho. A Figura 2.4 mostra 3 procedimentos diferentes para a medição de desempenho de um filtro acústico, que são descritos nos parágrafos desta Seção.

Segundo Munjal (1987), uma das maneiras de analisar *mufflers* de maneira quantitativa é por meio do parâmetro perda de transmissão, que determina a diferença entre a potência sonora incidente no filtro e a potência transmitida pelo filtro. Para isso, necessita-se de uma terminação anecoica para evitar a reflexão da onda transmitida. Ainda, Munjal (1987) afirmou que para medir a potência incidente precisa-se da tecnologia de um tubo de impedância, para desconsiderar o efeito da onda refletida no tubo de entrada. A Equação (2.13) expressa matematicamente a perda de transmissão considerando as áreas S_1 e S_2 de propagação das ondas incidente e transmitida, respectivamente, através de

$$TL = 10 \log \left(\frac{I_{incidente} S_1}{I_{transmitida} S_2} \right). \quad (2.13)$$

Figura 2.4 – Parâmetros de desempenho: perda de transmissão (TL), diferença de nível (LD) e insertion loss (IL).



Fonte: TL e LD – MUNJAL, 1987; Insertion Loss – Elaborado pelo próprio autor.

A razão entre potência transmitida e potência incidente (inverso do argumento da função logarítmica da perda de transmissão) é chamada de *coeficiente de transmissão*, sendo outro importante parâmetro de análise. Para ondas planas unidirecionais escreve-se, portanto,

$$\alpha_t = \frac{p_t^2}{p_i^2}. \quad (2.14)$$

Outro parâmetro bastante utilizado é a diferença de nível, ou em inglês, *level difference* (LD). Diferentemente da perda de transmissão, este parâmetro avalia o nível de pressão sonora entre duas regiões, sem a necessidade de uma terminação anecoica. Representa-se o LD por,

$$LD = 20 \log \left(\frac{p_0}{p_1} \right), \quad (2.15)$$

sendo P_0 e P_1 as pressões avaliadas em dois pontos arbitrários do sistema. Crocker (2007) chamou atenção para o fato de que o LD mostra a relação de pressão sonora em dois pontos do filtro acústico e, portanto, é dependente das posições escolhidas.

O *insertion loss* é um parâmetro de *performance* que avalia a potência irradiada com e sem a presença do filtro. Munjal (1987) explicou que o *insertion loss* é o único dos parâmetros que representa o desempenho do filtro verdadeiramente, tendo em vista que este parâmetro representa a atenuação gerada pela introdução do filtro acústico entre a fonte e o observador. Define-se o *insertion loss* como,

$$IL = 10 \log \left(\frac{W_1}{W_2} \right), \quad (2.16)$$

sendo W_1 e W_2 a potência irradiada sem o filtro e com o filtro, respectivamente.

2.2 PROPAGAÇÃO DA ONDA

O estudo da propagação da onda neste trabalho será embasado na Acústica Linear. Desenvolver-se-á a Equação diferencial da onda para que, em seguida, seja utilizada na resolução algébrica de fenômenos acústicos.

2.2.1 Equação da onda

Temkin (1981) introduziu o equacionamento com as hipóteses de fluido ideal (sem efeitos viscosos) e desprezando a condução térmica entre as partículas do fluido (coeficiente de condução térmica igual a 0, processo adiabático). Portanto,

$$\frac{dS}{dt} = 0, \quad (2.17)$$

onde S representa a entropia do sistema. Ou seja, não há variação entrópica ao introduzir as hipóteses mencionadas.

Ainda, Temkin (1981) listou as três equações, além da Equação (2.17), que fundamentam a teoria da acústica. As Equações foram arranjadas de modo que convém aos fenômenos acústicos. Por meio do princípio de conservação da massa, conservação da quantidade de movimento e através da Equação de estado, tem-se, respectivamente,

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \vec{\nabla} \vec{u} = 0, \quad (2.18)$$

$$\rho \frac{d\vec{u}}{dt} = \rho \vec{g} - \vec{\nabla} p, \quad (2.19)$$

$$p = p(\rho, S). \quad (2.20)$$

Mediante a Equação (2.20), obtém-se a variação infinitesimal de pressão em um fluido em movimento, conforme

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial p}{\partial S} \frac{dS}{dt}, \quad (2.21)$$

sendo nula a variação de entropia, então,

$$\frac{dp}{dt} = c^2 \frac{d\rho}{dt}. \quad (2.22)$$

Gerges (2000) mostrou que a variação de pressão em relação a densidade iguala-se a velocidade da onda no meio ao quadrado, ou seja,

$$\frac{\partial p}{\partial \rho} = c^2. \quad (2.23)$$

Outra forma de escrever a variação infinitesimal da pressão em relação à densidade é utilizando a relação para gases perfeitos,

$$p = (cte)\rho^\gamma, \quad (2.24)$$

onde *cte* é uma constante qualquer. Através da versão diferencial da Equação (2.24), obtemos,

$$\frac{dp}{d\rho} = (cte)\gamma \frac{\rho^{\gamma-1}}{\rho} = (cte)\gamma \frac{p}{(cte)\rho} = \gamma \frac{p}{\rho} = c^2. \quad (2.25)$$

Substituindo a Equação (2.18) na Equação (2.23) e desprezando a ação da gravidade na Equação (2.19), chega-se, respectivamente, a,

$$\frac{\partial p}{\partial t} + c^2 \nabla \rho u = 0, \quad (2.26)$$

$$\rho \frac{du}{dt} = - \nabla p. \quad (2.27)$$

Segundo Pierce (1989), a ação da gravidade é negligenciada pois os efeitos dela são desprezíveis para frequências normais de utilização.

A linearização das Equações (2.26) e (2.27) deve ser realizada para obter a equação diferencial de onda. Desta forma, de acordo com Temkin (1981), considera-se que a variação da pressão média e da densidade média sejam desprezíveis (temperatura também), e que um sutil distúrbio realizado por uma compressão isentrópica ocorre,

$$p = p_0(x) + p'(x, t), \quad (2.28)$$

$$\rho = \rho_0(x) + \rho'(x, t). \quad (2.29)$$

sendo as variações p' e ρ' muito menores que os seus respectivos valores médios.

Realiza-se, então, a expansão em série de potência (Série de Taylor) da função de pressão considerando que a pressão dependente da densidade do local, $p(\rho)$, e que a variação de pressão em função da densidade resulta na velocidade de propagação local da onda ao quadrado, $dp/d\rho = c^2$. Aplicando a função $p(\rho)$ expandida na Equação (2.26) da continuidade, e na Equação (2.27) da quantidade de movimento, e simplificando, chega-se a,

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 c_0^2 \nabla u = 0, \quad (2.30)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla p' = 0. \quad (2.31)$$

As Equações (2.30) e (2.31) são combinadas após derivar a Equação (2.30) em relação ao tempo e aplicar o operador ∇ na Equação (2.31). Chega-se, portanto, na Equação clássica de onda,

$$\nabla^2 p' - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p'}{\partial t^2} = 0. \quad (2.32)$$

E analogamente,

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0. \quad (2.33)$$

2.2.2 Ondas Planas Unidimensionais

Temkin (1981) abordou as ondas planas de maneira que as propriedades da onda, como pressão, por exemplo, dependem do tempo apenas através de funções periódicas de uma única frequência ω , sendo assim, são chamadas de ondas monocromáticas. Este tipo de onda é importante, pois ondas com dependência temporal geral (mais de uma frequência), podem ser representadas através da soma (sobreposição) de ondas monocromáticas. Munjal (1987) destacou que as condições para propagação da onda plana unidimensional estudada incluem: fluido ideal não-viscoso, paredes laterais do tubo rígidas e seção transversal do tubo pequena o suficiente para garantir a propagação de apenas ondas planas.

Lenzi (2001) sugeriu a solução para o campo de pressão dada por

$$p(x, t) = P(x)e^{j\omega t}, \quad (2.34)$$

onde j representa o número complexo e $P(x)$ possui parte imaginária e parte real, representando, desta forma, a magnitude e fase relativa entre pressão e velocidade de partícula. Temkin (1981) afirmou que a utilização de $e^{j\omega t}$ para representar a dependência temporal é mais conveniente que a forma $\cos(\omega t)$. Lenzi (2001) adicionou que a forma complexa exponencial facilita derivação, integração e representação de fases. Ainda, é importante salientar que apenas a parcela real da Equação (2.34) possui significado físico e que solução análoga pode ser realizada para a velocidade de partícula.

Lenzi (2001) demonstrou que substituindo a solução dada pela Equação (2.34) na Equação clássica de onda (2.32), e limitando o estudo a uma dimensão, tem-se

$$\frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(x, t)}{\partial t^2} = 0. \quad (2.35)$$

Ao derivar duas vezes em relação ao tempo a função da pressão acústica dada pela Equação (2.34) e introduzi-la na Equação (2.33), chega-se a

$$\frac{\partial^2 P(x)}{\partial x^2} - k^2 P(x) = 0. \quad (2.36)$$

Lembrando que k é o número de onda, que pode ser escrito como,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c_0}. \quad (2.37)$$

Para a Equação (2.36) uma das possíveis soluções é dada por,

$$P(x) = e^{sx}. \quad (2.38)$$

Ao substituir a solução para a resposta espacial do campo de pressão na Equação (2.36), obtém-se

$$s = \pm jk. \quad (2.39)$$

Portanto, o campo de pressão pode ser determinado por,

$$p(x, t) = (Ae^{jkx} + Be^{-jkx})e^{-j\omega t}. \quad (2.40)$$

Lembrando que a forma complexa exponencial é chamada de Fórmula de Euler, expressa por,

$$e^{j\theta} = \cos(\theta) + j\text{sen}(\theta). \quad (2.41)$$

Munjál (1987) observou que a Equação (2.40) representa duas ondas se propagando em sentidos opostos, sendo uma das ondas representada por $Ae^{j(kx-\omega t)}$ e a outra por $Be^{-j(kx+\omega t)}$. Sabendo-se que os termos $(kx-\omega t)$ e $-(kx+\omega t)$ representam os argumentos das funções, que

podem ser representadas na forma trigonométrica (Equação (2.41)) para facilitar visualização, e utilizando a mesma lógica da Equação (2.7), percebe-se que os dois termos da Equação (2.40) possuem sentido de propagação opostos devido à velocidade de propagação da onda ter sinal positivo no primeiro termo e sinal negativo no segundo termo.

Solução análoga pode ser desenvolvida para a velocidade de partícula, apresenta Munjal (1987). Tem-se, portanto,

$$u(x, t) = (Ce^{jkx} + De^{-jkx})e^{-j\omega t}. \quad (2.42)$$

Ao aplicar a Equação (2.40) e (2.42) na Equação da quantidade de movimento (2.19), obtém-se,

$$C = \frac{A}{\rho_0 c_0}; D = -\frac{B}{\rho_0 c_0}, \quad (2.43)$$

e conseqüentemente,

$$u(x, t) = \frac{1}{\rho_0 c_0} (Ae^{-jkx} - Be^{jkx})e^{j\omega t}. \quad (2.44)$$

Logo, percebe-se que na própria solução para o campo de velocidade dentro do tubo surge a impedância característica, que representa fisicamente o fenômeno que impede o deslocamento da onda, como definido anteriormente.

Inicialmente neste tópico foi estabelecido que as dimensões da seção transversal do tubo devem ser pequenas o suficiente. A necessidade desta condição se torna evidente, segundo Munjal (1987), ao analisar que a velocidade de partícula nas paredes laterais rígidas do tubo devem ser nulas, pois a parede impede o deslocamento do fluido naquela direção. Considere a Figura 2.2 e sabendo que o comportamento da velocidade é análogo ao da pressão, observa-se que a onda passa, a cada ciclo, duas vezes pelo ponto de velocidade zero. Portanto, Munjal (1987) definiu que apenas se propagarão não-atenuadas as ondas cuja metade do comprimento de onda λ são iguais ou um múltiplo do valor da dimensão lateral do tubo, ou seja,

$$\frac{\lambda}{2}n = h, \quad (2.45)$$

sendo n um número natural maior que zero e h a maior dimensão lateral do tubo. Assim, para garantir que uma onda monocromática se propague unidimensional em um tubo, deve-se regular a frequência da onda para um valor inferior àquele que satisfaz a Equação (2.45) para n igual a 1.

2.2.3 Onda Plana Unidimensional em Meio com Fluxo Mássico

Mufflers utilizados em compressores herméticos trabalham com fluxo de gás devido ao funcionamento do compressor. Portanto, é importante definir a matemática e a física por trás deste fenômeno para entender o funcionamento do *muffler* de maneira apropriada.

Propagação da onda é devido ao efeito combinado da inércia (massa) e elasticidade do meio, e, portanto, uma onda se move relativa as partículas do meio (MUNJAL, 1987). Ainda, para um meio se movendo com velocidade uniforme U , a velocidade da onda relativa ao meio é indicada por a . Deste modo, tendo em vista que a solução da Equação da onda sugere a existência de duas ondas se movendo em sentidos opostos, então a velocidade de propagação da onda que se move à favor do fluxo é dada por $U+a$, enquanto que a velocidade da onda contrária ao fluxo indica $U-a$.

Segundo Munjal (1987), as Equações (2.17) - (2.20) podem ser utilizadas para determinação da propagação da onda, com a diferença que a Equação da quantidade de movimento agora possui o termo dedicado à presença de fluxo, dada por

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho U \frac{\partial u}{\partial x} = - \nabla p . \quad (2.46)$$

Portanto, a Equação da onda unidimensional se torna,

$$\frac{d^2 p}{dt^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = 0 , \quad (2.47)$$

onde,

$$\frac{d^2}{dt^2} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} . \quad (2.48)$$

Analogamente ao caso sem fluxo, Munjal (1987) representou a distribuição de pressão por,

$$p(x, t) = (Ae^{-jkx/(1+M)} + Be^{jkx/(1-M)})e^{j\omega t} , \quad (2.49)$$

sendo M definido como o Número de Mach, representado pela razão entre a velocidade do fluxo U e a velocidade de propagação da onda C_0 . O campo de velocidade é representado de maneira análoga, e aplicando p e u na Equação da quantidade de movimento (2.19) chega-se a

$$u(x, t) = \frac{1}{\rho_0 c_0} (Ae^{-jkx/(1+M)} - Be^{jkx/(1-M)})e^{j\omega t} . \quad (2.50)$$

Percebe-se que a impedância característica do meio aparece novamente na solução, mostrando semelhança entre a solução para o caso sem e com fluxo.

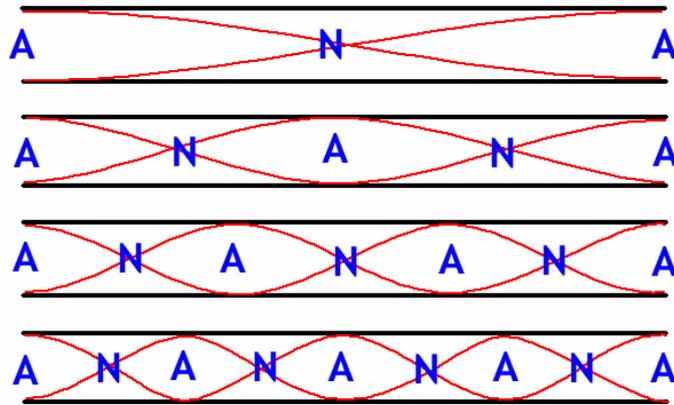
2.2.4 Ondas Estacionárias em Tubos de Terminação Aberta ou Fechada

As ondas sonoras estacionárias formadas em tubos serão determinadas a partir das condições de contorno de suas terminações, afirmou o Departamento de Linguística da Universidade de Macquarie (2020). Terminação aberta de tubo, sem considerar efeito da impedância de radiação (Seção 2.2.6), não dispõe de oposição à propagação da onda para fora do tubo e, portanto, afirma-se que pressão sonora neste ponto é zero (pressão sonora igual a pressão média do meio) e que a velocidade sonora é máxima. Terminação fechada de tubo impede a propagação da onda para fora do tubo e, deste modo, a velocidade sonora deste ponto é zero e que a pressão sonora é máxima. A *Figura 2.5* e a *Figura 2.6* mostram as ondas estacionárias em função da velocidade sonora, onde A representa regiões de anti-nós (ventres) e N representa regiões de nós.

Assim, Blevins (2001) determinou que as ondas estacionárias nos tubos do tipo aberto-aberto ou fechado-fechado formam-se a cada meio comprimento de onda λ . Já em tubos do tipo aberto-fechado, as ondas estacionárias formam-se no tubo de comprimento L a cada quarto de comprimento de onda,

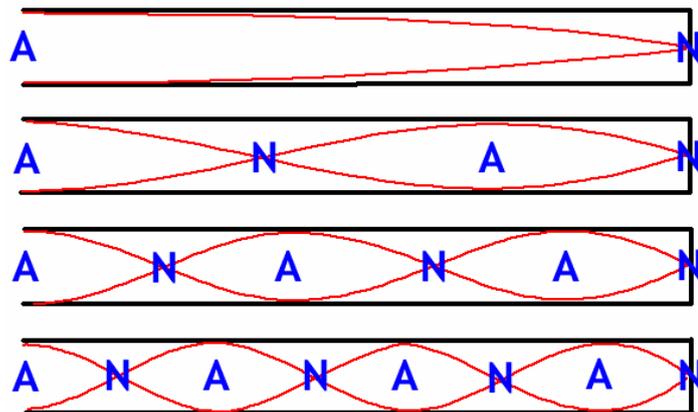
$$\lambda = \frac{4L}{i} \quad ; \quad i = 1,3,5 \dots . \quad (2.51)$$

Figura 2.5 – Tubo do tipo aberto-aberto.



Fonte: Universidade de Macquarie, 2020.

Figura 2.6 – Tubo do tipo aberto-fechado.



Fonte: Universidade de Macquarie, 2020.

2.2.5 Campo Sonoro No Interior de Tubo Fechado

Os tópicos anteriores construíram importantes conceitos e desenvolvimentos da propagação de onda plana. Agora, empregar estes conhecimentos em situações hipotéticas e com a aplicação de diferentes condições de contorno torna o estudo mais palpável e interpretativo. Para isso, o caso de tubo com terminação fechada exemplifica de maneira clara e pouco complexa os fenômenos acústicos.

Lenzi (2001) elaborou uma situação com um tubo de comprimento L e com um pistão que se desloca no eixo x de forma cíclica com velocidade $u_0 e^{-j\omega t}$. O pistão está presente em $x = 0$ e a terminação rígida em $x = L$. As soluções propostas para a pressão acústica e a velocidade de partícula, já desenvolvidas, são representadas pelas Equações (2.40) e (2.44), respectivamente. As condições de contorno para este caso são dadas pelo campo de velocidade,

sendo a velocidade em $x = 0$ igual a velocidade do pistão (já que é este corpo que promove as ondas) e em $x = L$ igual a zero, pois não há deslocamento de fluido na terminação rígida. Assim, escreve-se,

$$u(0, t) = u_0 e^{-j\omega t}, \quad (2.52)$$

$$u(L, t) = 0. \quad (2.53)$$

Utiliza-se então as condições de contorno para obter os valores de A e B . Vale ressaltar que os valores da parte real de A e B para este caso são iguais, enquanto a parte imaginária são iguais em módulo, mas defasadas em 180 graus (devido ao sinal oposto entre os dois termos imaginários). Estas características mostram que há a superposição das ondas incidente e refletida, resultando na soma da magnitude de cada onda. Chama-se este comportamento de *ressonância*, causado pelo fenômeno de *ondas estacionárias*, como já explicado na seção 2.1.5. Logo, os campos de pressão e velocidade sonora para um tubo fechado podem ser expressos por

$$p(x, t) = -\frac{\rho_0 c_0 u_0}{2j \text{sen}(kL)} [e^{-jk(L-x)} + e^{jk(L-x)}] e^{-j\omega t}, \quad (2.54)$$

$$u(x, t) = -\frac{u_0}{2j \text{sen}(kL)} [e^{-jk(L-x)} - e^{jk(L-x)}] e^{-j\omega t}. \quad (2.55)$$

Sabendo-se da Fórmula de Euler dada pela Equação (2.41), pode-se escrever as Equações (2.54) e (2.55) da seguinte forma,

$$p(x, t) = j\rho_0 c_0 u_0 \frac{\cos [k(L-x)]}{\text{sen}(kL)} e^{-j\omega t}, \quad (2.56)$$

$$u(x, t) = u_0 \frac{\text{sen} [k(L-x)]}{\text{sen}(kL)} e^{-j\omega t}. \quad (2.57)$$

Visto que tanto para a pressão quanto para a velocidade acústica há a presença do denominador $\text{sen}(kL)$, conclui-se que a amplitude tende a infinito (devido à ausência de amortecimento). Portanto, quando o argumento

$$kL = n\pi; n = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.58)$$

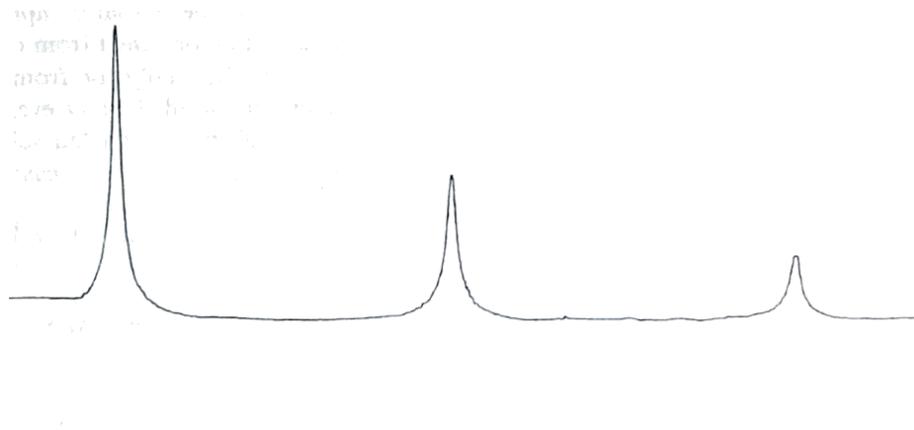
o sistema entra em *ressonância*, aumentando indefinidamente as amplitudes, conforme mostrado na Figura 2.4. Geralmente expressa-se a ressonância em termos da frequência de operação, tendo em vista que a velocidade de propagação da onda no meio é vista como constante, resultando em

$$f_n = n \frac{c_0}{2L}. \quad (2.59)$$

A Equação (2.58) fornece também a percepção dos comprimentos de onda que levam o sistema a entrar em ressonância, sendo,

$$\lambda = \frac{2L}{n}; n = 1, 2, 3, \dots. \quad (2.60)$$

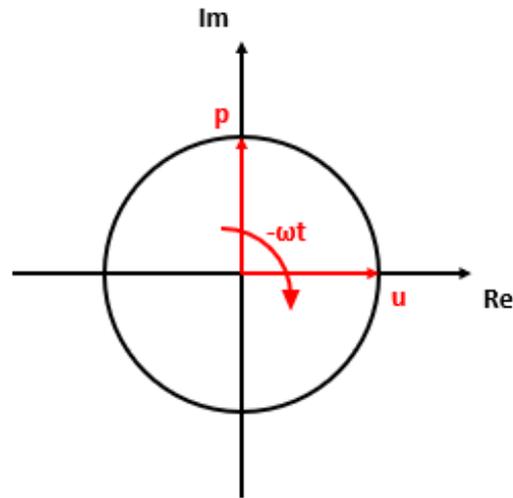
Figura 2.7 – Perfil das amplitudes das ondas sonoras em um tubo fechado em função da frequência de excitação.



Fonte: TEMKIN, 1981.

Percebe-se que o campo de pressão e o campo de velocidade de uma partícula são defasados em 90° neste caso. Este fato é observado através do numerador das Equações (2.56) e (2.57), pois a Equação da pressão é descrita por cosseno enquanto a Equação da velocidade é descrita por seno. A visualização fasorial ilustrada pela Figura 2.8 exemplifica a diferença de fase entre as duas unidades discutidas. O gráfico de fasor separa as grandezas físicas analisadas em parte real e imaginária e os vetores giram no sentido horário para o caso estudado, tendo em vista que o argumento de $e^{-j\omega t}$, $-\omega t$, define o sentido do giro.

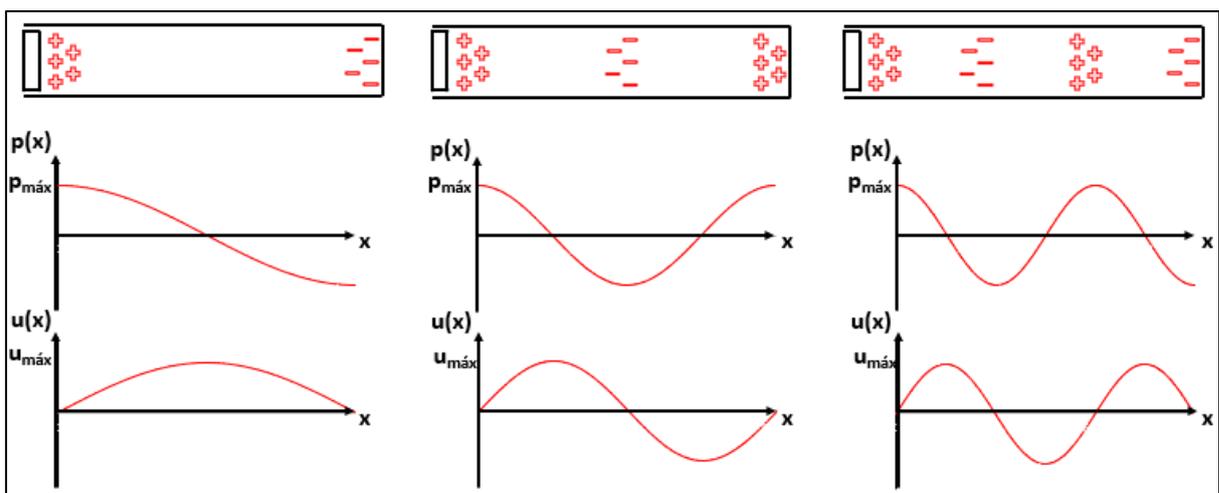
Figura 2.8 – Perfil das amplitudes das ondas sonoras em um tubo fechado em função da frequência de excitação.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A análise criteriosa deste caso ajuda a entender os fundamentos da acústica e relação entre a matemática desenvolvida e a física proposta. Logo, o entendimento da variação do campo de pressão e da velocidade dentro do tubo é bastante importante. A Figura 2.9 mostra graficamente a variação destas duas grandezas e a ilustração de como se comporta a pressão no interior do tubo para os três primeiros modos acústicos (ressonâncias), além de expor os comprimentos de onda relacionados aos modos acústicos.

Figura 2.9 – Comportamento da pressão sonora no interior do tubo fechado e gráficos da pressão e velocidade de partícula para os 3 primeiros modos acústicos.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Obtém-se a intensidade sonora pela Equação (2.10) e utilizando as Equações (2.56) e (2.57). O valor médio da intensidade sonora, para este caso, de um ciclo com período T , para qualquer ponto x do tubo, iguala-se a zero, ou seja, é nulo. Isto deve-se ao fato de o comportamento da onda ser de onda estacionária, onde as propriedades da onda em cada ponto x do tubo variam harmonicamente com o tempo (LENZI, 2001).

2.2.6 Impedância em Tubos

Impedância acústica específica (Z) foi definida anteriormente na seção 2.1.7, e define a razão entre a pressão e a velocidade de partícula, ou seja,

$$Z(x, t) = \frac{p(x, t)}{u(x, t)}. \quad (2.61)$$

Ainda, visto que a impedância, assim como a pressão e a velocidade, possui parte real e imaginária, então Temkin (1981) expressou a impedância específica como,

$$Z = x + jy. \quad (2.62)$$

A parte real x é interpretada por Temkin (1981) como a parcela resistiva da Equação, enquanto y representa a parcela reativa. Esta nomenclatura se deve à analogia da impedância com a Equação dinâmica, onde a parte real da Equação mostra-se análoga ao amortecimento e a parte imaginária mostra-se análoga à rigidez e inércia do sistema.

Tendo introduzido os conceitos básicos de impedância, é importante definir como trabalhar com esta grandeza física em dutos. Lenzi (2001) propôs que seja considerado um tubo excitado em uma extremidade por uma velocidade $u_0 e^{j\omega t}$, enquanto a outra extremidade possui impedância Z_L , definida pelo tipo de terminação do tubo. A pressão e velocidade sonora são representadas pelas Equações (2.40) e (2.44), como desenvolvido anteriormente. Portanto, as condições de contorno para o caso proposto são,

$$u(0, t) = u_0 e^{-j\omega t}, \quad (2.63)$$

e

$$\frac{p(L, t)}{u(L, t)} = Z_L . \quad (2.64)$$

A partir das condições de contorno, obtém-se o valor das constantes A e B presentes nas Equações de $p(x, t)$ e $u(x, t)$. Determinadas as constantes e usando as Equações da pressão e velocidade, pode-se, também, definir a impedância em $x = 0$. Segundo Munjal (1987), a impedância no início do tubo está relacionada com a impedância da outra extremidade e a expressão para Z_0 ($Z(0, t)$) surge da razão entre $p(0, t)$ e $u(0, t)$, de modo que

$$\frac{Z_0}{\rho_0 c_0} = \frac{\frac{Z_L}{\rho_0 c_0} + j \tan(kL)}{1 + j \frac{Z_L}{\rho_0 c_0} \tan(kL)} . \quad (2.65)$$

Sabe-se que a velocidade $u(L, t)$ na extremidade do tubo é nula quando a terminação é rígida. Logo, a impedância Z_L é infinita, tendo em vista que a velocidade está presente no denominador, e através da Equação (2.65) a impedância Z_0 torna-se

$$Z_0 = j \rho_0 c_0 \frac{\cos(kL)}{\sen(kL)} . \quad (2.66)$$

Percebe-se que a impedância no início do tubo se torna máxima quando o argumento kL da função seno se iguala a ângulos iguais ou equivalentes a π ou 2π rad. Este mesmo comportamento é visto para o campo de pressão e velocidade sonora nas Equações (2.56) e (2.57) (tubo com terminação rígida da seção 2.2.4). A semelhança do comportamento da impedância e do campo sonoro representa fisicamente que a ressonância do sistema está relacionada ao valor máximo de impedância. Esta constatação é lógica, tendo em vista que a impedância está associada ao fenômeno de reflexão e, conseqüentemente, associada as ondas estacionárias.

Munjal (1987) relacionou o efeito de impedância acústica ao fenômeno de reflexão, $R(x)$ para ondas estacionárias, ao definir que o módulo da reflexão é dado pela razão entre a amplitude da onda incidente e da onda refletida. Desta forma, consegue-se escrever

$$R(0) = \frac{B}{A} , \quad (2.67)$$

$$R(L) = \frac{B e^{jkL}}{A e^{-jkL}}. \quad (2.68)$$

Assim, aplicando as Equações gerais de pressão e velocidade, (2.40) e (2.44), na expressão de impedância (2.58), relaciona-se a reflexão e a impedância na forma

$$Z(x) = \rho_0 c_0 \frac{1 + R(x)}{1 - R(x)}. \quad (2.69)$$

Pela Equação (2.69) determina-se a amplitude de reflexão para o caso de parede rígida. Sabe-se que a impedância é infinita na extremidade do tubo, logo, a reflexão deve ser igual a 1 (corroborando os desenvolvimentos da seção 2.2.4). Para uma extremidade anecoica, cuja reflexão da onda é zero, descobre-se que a impedância para a extremidade anecoica é dada por,

$$Z_{anecoica} = \rho_0 c_0. \quad (2.70)$$

Destaca-se que, para o caso com terminação anecoica, a impedância no início do tubo Z_0 , através da Equação (2.65), iguala-se a $\rho_0 c_0$, assim como a impedância da terminação anecoica. Vale ressaltar que estes valores de impedância são equivalentes a impedância característica do meio, que se mostra coerente, pois não há reflexão de onda e, conseqüentemente, não há superposição sobre a onda incidente.

A impedância imposta pela atmosfera num tubo aberto se mostra de interessante análise, tendo em vista que muitos equipamentos possuem abertura para o meio ambiente, como instrumentos musicais, por exemplo. Munjal (1987) afirmou que a impedância imposta pela atmosfera, chamada de impedância de radiação, pode ser representada por um pistão hipotético localizado na extremidade do tubo e que vibra com a mesma velocidade u_0 de partícula do pistão real.

Para um tubo com terminação de flange infinita, ou seja, terminação constituída pelo fluido de trabalho localizado em forma de semiesfera infinita, a impedância de radiação é dada por

$$Z_{rad} = \rho_0 c_0 \left(\frac{k^2 r^2}{2} + j0,85kr \right), \quad (2.71)$$

onde r é o raio do tubo. Ainda, a Equação (2.71) apenas é válida para casos onde $kr < 0,5$, porém, convenientemente, para a maioria das aplicações de engenharia a condição é, de fato, satisfeita (MUNJAL, 1987). Analisa-se que a impedância de um tubo tende a aumentar conforme aumenta a frequência de excitação da onda. Ainda, destaca-se que o estudo da impedância de radiação sem flange é muito complexo e, por isso, a solução não será abordada.

Munjál (1987) mostra que o módulo da reflexão para terminação aberta do tubo é muito próximo de 1 (amplitude da onda refletida próxima da onda incidente), enquanto a fase é sutilmente menor que π . Portanto, conclui-se que a terminação aberta reflete praticamente toda a onda incidente, aproximando-se bastante do resultado obtido para o caso de tubo com terminação rígida, discutido na seção 2.2.4.

2.3 APLICAÇÃO DA TEORIA DESENVOLVIDA

Os conceitos iniciais sobre acústica revela as características das ondas sonoras, apresenta as principais grandezas que envolvem o estudo do ruído e exhibe os principais métodos de avaliação de filtros sonoros.

A Seção 2.2 desenvolveu a acústica linear, baseada na equação da onda, e a propagação sonora em dutos. A propagação das ondas em dutos depende das condições de contorno do sistema e, por isso, o entendimento dos tipos de terminação de tubos e a relação da impedância no comportamento do campo sonoro são fundamentais.

A Seção 3 aborda a aplicação e funcionamento de filtros acústicos, sendo, portanto, imprescindível o desenvolvimento dos conhecimentos obtidos na Seção 2.2, pois as análises serão realizadas baseadas em ondas planas (pressão e velocidade do campo sonoro). O efeito da impedância em descontinuidades do sistema será abordado na Seção 3.2, com o objetivo de mostrar a formação de ondas estacionárias no sistema devido à presença de diferenças na seção transversal de dutos e câmaras.

A determinação de parâmetros de desempenho apresenta maneiras de avaliação dos filtros acústicos. Estes parâmetros são importantes para que análises quantitativas possam ser feitas no que diz respeito a eficácia do filtro para atenuação sonora.

3 FILTROS ACÚSTICOS

Segundo Munjal (1987), conhecidos usualmente como *mufflers*, os filtros acústicos detêm a função de reduzir os níveis de ruído produzidos por um mecanismo. Logo, devido ao ruído produzido pelo escoamento turbulento, *mufflers* são largamente utilizados em compressores (GERGES, 2000).

Munjal (1987) classificou os filtros acústicos em *dissipativos* e *reativos*. Os filtros acústicos dissipativos caracterizam-se pela dissipação da energia sonora em calor, enquanto os filtros acústicos reativos particularizam-se por refletir as ondas acústicas através de descontinuidades de área.

Mufflers dissipativos possuem materiais de absorção acústica em seu interior (MUNJAL, 1987). Este tipo de filtro perde eficiência com o tempo, pois o material acústico armazena partículas presentes no fluido de trabalho. Desta forma, filtros acústicos dissipativos não são usados em meios agressivos e, geralmente, restringem-se ao uso em dutos de ar-condicionado.

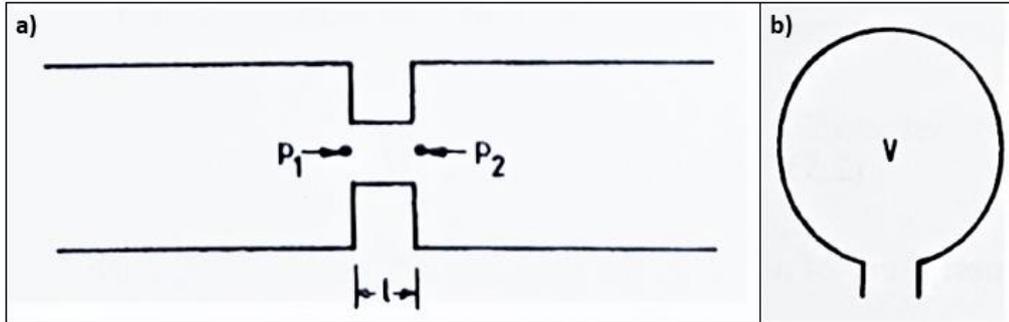
Mufflers reativos consistem-se em elementos tubulares de diferentes áreas transversais com o objetivo de, através da reflexão causada pela incompatibilidade de impedância das descontinuidades, refletir parte considerável da energia sonora incidente em direção à fonte sonora. Máquinas de combustão interna e compressores geralmente utilizam filtros reativos para reduzir o nível sonoro irradiado pelo funcionamento (MUNJAL, 1987).

Portanto, este trabalho direciona-se aos *mufflers* reativos, com o objetivo de apresentar o comportamento de diferentes descontinuidades na resposta acústica do sistema e interpretar as necessidades de um equipamento para desenvolver o filtro adequado.

3.1 ANALOGIA ELETROACÚSTICA

Munjal (1987) relacionou os sistemas acústicos com sistemas elétricos. Desta forma, a pressão e vazão mássica em acústica são equivalentes à diferença de potencial e corrente elétrica, respectivamente, em elétrica. As impedâncias indutiva e capacitiva, de sistemas elétricos, podem ser representadas em sistemas acústicos também pelos nomes, respectivamente: impedância do tipo *lumped inertance* e do tipo *lumped compliance*. A Figura 3.1 representa os sistemas de impedância do tipo *lumped inertance* e do tipo *lumped compliance*.

Figura 3.1 – Descontinuidades que representam fisicamente a (a) impedância do tipo *lumped inertance* e (b) impedância do tipo *lumped compliance*.



Fonte: MUNJAL, 1987.

3.1.1 Impedância do Tipo *Lumped Inertance*

A impedância do tipo *lumped inertance* é demonstrada através de um tubo de comprimento suficientemente pequeno para afirmar que kL é muito menor que 1. De acordo com Munjal (1987), desta forma todas as partículas presentes neste tubo se movimentariam juntas com velocidade u , sem atraso de resposta entre as duas extremidades, tendo resposta puramente inercial. Portanto, pela Segunda Lei de Newton

$$S(p_1 - p_2) = (\rho_0 SL) \frac{du}{dt}, \quad (3.1)$$

sendo S a área da seção transversal do tubo menor e L o comprimento deste tubo. Simplifica-se a Equação (3.1) ao derivar a Equação (2.44), da velocidade de partícula, em relação ao tempo (aceleração) e dividir ambos os lados da Equação por S , resultando em

$$\Delta p = \rho_0 L j \omega u. \quad (3.2)$$

Em termos de impedância, aplica-se a Equação (2.61), e obtêm-se

$$Z_{inercial} = \frac{\rho_0 L j \omega u}{u}, \quad (3.3)$$

ou,

$$Z_{inercial} = \rho_0 L j \omega u. \quad (3.4)$$

3.1.2 Impedância do tipo *Lumped compliance*

A impedância do tipo *lumped compliance* é representada por um sistema com um tubo (pescoço) e por um volume. Segundo Munjal (1987), o volume V do sistema permite deslocamento do fluido localizado no “pescoço” e armazena energia através da contração do fluido, desta forma, o sistema funciona como uma rigidez contra o carregamento imposto. Logo, define-se a condição de funcionamento pela imposição de uma pressão p no “pescoço” e pela variação de volume ΔV do sistema. Assumindo-se gás perfeito e processo adiabático obtêm-se,

$$pV^\gamma = \text{constante} , \quad (3.5)$$

em termos diferenciais,

$$V^\gamma dp + \gamma p_0 V^{\gamma-1} dV = 0 . \quad (3.6)$$

Portanto, a pressão do fluido se torna

$$p = -\gamma p_0 \frac{\Delta V}{V} . \quad (3.7)$$

Ainda, escreve-se a variação de volume em função do deslocamento do fluido no “pescoço”. Para isso, resolve-se a integral da velocidade de partícula com o intuito de obter o deslocamento das partículas

$$\Delta V = -\frac{Su}{j\omega} . \quad (3.8)$$

Desta forma, substituindo a Equação (3.8) na Equação (3.7) e aplicando na Equação de impedância (2.61), resulta em

$$Z_{\text{rigidez}} = \frac{\gamma p_0 \frac{Su}{Vj\omega}}{u} . \quad (3.9)$$

Conseqüentemente, com uso da Equação (2.25) para gases perfeitos, a impedância do tipo *lumped compliance* se torna,

$$Z_{rigidez} = \rho_0 c_0^2 \frac{S}{Vj\omega}. \quad (3.10)$$

3.1.3 Representação Eletroacústica dos Tipos de Impedância

Munjál (1987) demonstrou que através da Equação (2.65), para valores de frequência suficientemente baixos ou comprimento do tubo bastante curto, relaciona-se a impedância de entrada da seguinte forma, como

$$Z_0 = \frac{Z_L + Z_M}{Z_L/Z_C + 1}. \quad (3.11)$$

Sendo Z_M a impedância do tipo lumped inertance e Z_C a impedância do tipo *lumped compliance*. A Equação (3.11) permite que sejam analisados os casos limites desta Equação, sendo eles: Z_L muito menor que Z_C e Z_M muito menor que Z_L . Assim, os resultados para as condições limites apresentados anteriormente, são, respectivamente

$$Z_0 = Z_L + Z_M, \quad (3.12)$$

$$Z_0 = \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C}. \quad (3.13)$$

Análogo aos sistemas elétricos, observa-se que a impedância do tipo lumped inertance se encontra em série no sistema acústico e a impedância do tipo *lumped compliance* se encontra em paralelo ao sistema acústico. Para sistemas mais complexos e com outras formas de discontinuidades, verificar se as impedâncias estão em paralelo ou em série, se resume em analisar se a vazão mássica é dividida para diferentes caminhos (paralelo) ou não (série).

3.2 DESCONTINUIDADES EM TUBOS

Dado que discontinuidades causam a reflexão de parte da onda incidente através da incompatibilidade de impedância em filtros reativos, então torna-se sensato estudar as discontinuidades nos tubos e de que forma a implementação destes influenciam na resposta amplitude-frequência do sistema (MUNJAL, 1987).

Fundamentalmente, o estudo das discontinuidades foca na análise de pressão e vazão mássica em regiões de interesse, ou seja, considera-se como condições de contorno a continuidade da pressão e conservação de massa, mas abordagens alternativas se mostram necessárias em alguns casos. Nesta seção serão utilizados índices para representar as ondas observadas e, com base em Gerges (2000), o campo de pressão sonora de cada onda será abordado de forma semelhante as seções anteriores. Logo,

- i – onda incidente;
- r – onda refletida;
- t – onda transmitida;
- $p_i = P_i e^{jkx - j\omega t}$;
- $p_r = P_r e^{jkx - j\omega t}$;
- $p_t = P_t e^{-jkx - j\omega t}$;
- $u(x, t) = \frac{p(x, t)}{\rho_0 c_0}$.

Munjaj (1987) ressaltou que, a fim de manter o estudo das discontinuidades isolados num primeiro momento, considera-se anecoica a extremidade do tubo, para que não haja interferência por parte da reflexão da onda transmitida.

Parte do estudo sobre discontinuidades de seção se encontra APÊNDICE A – Discontinuidades em Tubos, visto que a interpretação e análise de tais discontinuidades se mostra válida e interessante, mas não serão utilizadas de maneira direta no presente trabalho.

3.2.1 Tubo com Câmara de Expansão

Lenzi (2001) estabeleceu o comprimento L para a câmara de expansão, sendo as extremidades definidas por $x = 0$ e $x = L$. O tubo que antecede a câmara e a própria câmara de expansão possuem onda incidente e onda refletida, enquanto o tubo posterior à câmara possui apenas a onda transmitida, devido à terminação anecoica. A Figura 3.2 mostra as ondas incluídas no estudo e as posições de interesse.

As condições de contorno deste caso são:

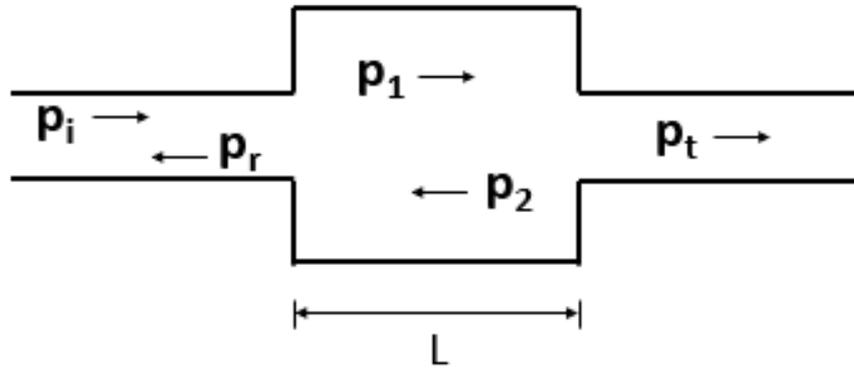
$$p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_1(0, t) + p_2(0, t) , \quad (3.14)$$

$$S_1[u_i(0, t) + u_r(0, t)] = S_2[u_1(0, t) + u_2(0, t)] , \quad (3.15)$$

$$p_1(L, t) + p_2(L, t) = p_t(L, t), \quad (3.16)$$

$$S_2[u_1(L, t) + u_2(L, t)] = S_1 u_t(L, t). \quad (3.17)$$

Figura 3.2 – Descontinuidade causada pela presença de uma câmara de expansão.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Forma-se, portanto, um sistema com 4 incógnitas (P_r , P_l , P_2 , P_t) e 4 Equações. A amplitude da pressão incidente P_i deve ser conhecida para resolver este caso. As velocidades da partícula são substituídas pela pressão dividida pela impedância característica do meio, $p/\rho_0 c_0$ (sinais devem respeitar o sentido do fluxo mássico). Resolvendo as Equações (3.14) - (3.17), temos que

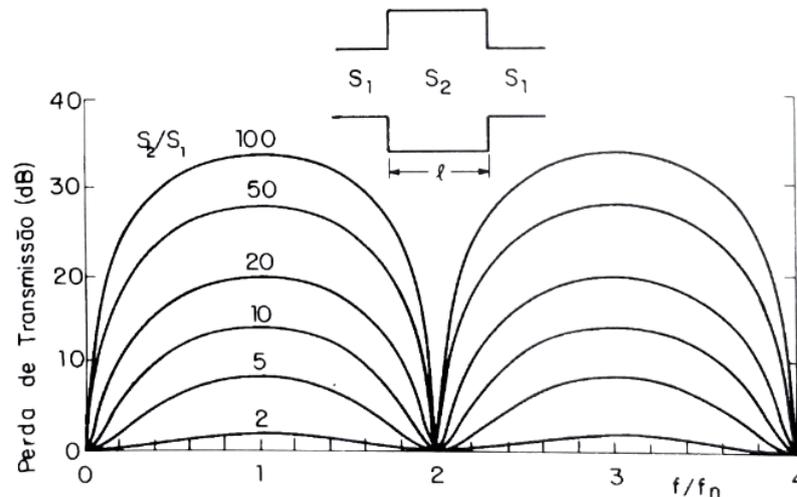
$$\frac{W_t}{W_i} = \frac{S_1 I_t}{S_1 I_i} = \frac{p_t^2}{p_i^2} = \frac{4}{4 \cos^2(kL) + \left(\frac{S_2}{S_1} + \frac{S_1}{S_2}\right)^2 \sin^2(kL)}. \quad (3.18)$$

Pela Equação (3.19) permite-se a análise do comportamento e desempenho da descontinuidade perante a perda de transmissão, definida como

$$TL = 10 \log \left(\frac{W_i}{W_t} \right). \quad (3.19)$$

A Figura 3.3 ilustra a perda de transmissão referente a este tipo de descontinuidade e permite que algumas observações interessantes sejam feitas, tendo em vista que o comportamento da perda de transmissão varia para cada modo de vibração.

Figura 3.3 – Perda de transmissão em função dos modos acústicos.



Fonte: GERGES, 2000.

Por meio da Equação (3.18) e do gráfico presente na Figura 3.4, observa-se que toda potência sonora incidente é transmitida, ou seja, a razão entre potência transmitida e incidente equivale a 1, quando,

$$kL = n\pi; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.20)$$

As máximas atenuações acontecem quando a Equação (3.18) assume o menor valor possível, isto é, quando a função seno assume valor 1,

$$kL = (2n - 1) \frac{\pi}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.21)$$

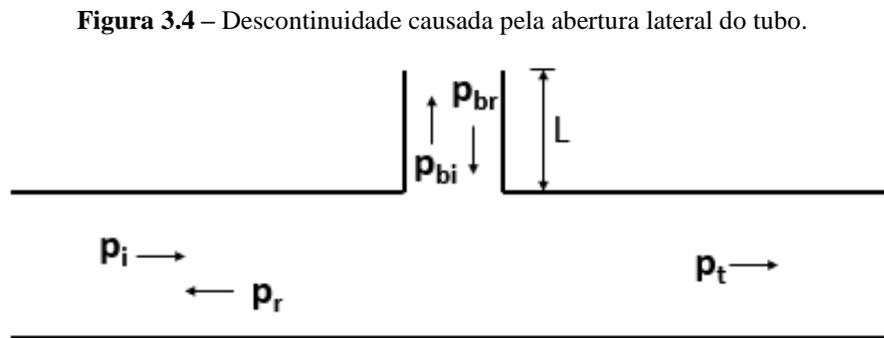
Logo, a máxima atenuação acontecerá quando a frequência de excitação do sistema for de,

$$f_n = \frac{c_0}{4L} (2n - 1); \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.22)$$

A Equação 3.15 relaciona o comprimento L da câmara de expansão com a frequência de ressonância relacionada com ela, indica Lenzi (2001). Esta abordagem permite que a câmara de expansão seja projetada de modo que atenda aos requisitos impostos ao sistema. Vale lembrar que os resultados desta seção valem para área transversal da câmara maior ou menor que a área dos tubos adjacentes.

3.2.2 Ramificação Lateral de Tubo

A presença de uma abertura lateral muda a impedância acústica na região onde ela se localiza. Neste caso, uma parte da energia incidente é transmitida e dissipada na abertura lateral (Gerges, 2000). Considera-se para este caso, um tubo de área S , uma abertura lateral de área S_b , comprimento do tubo lateral L e impedância na extremidade da abertura Z_b . Devido a presença da impedância na extremidade da abertura lateral, há reflexão da onda transmitida neste tubo e, portanto, nomeiam-se as ondas como P_{bt} (onda transmitida para o tubo lateral) e P_{br} (onda refletida no tubo lateral), conforme mostra a Figura 3.4.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Pela condição da continuidade de pressão na junção e conservação da massa,

$$p_i + p_r = p_t = p_{bt} + p_{br} , \quad (3.23)$$

$$S[u_i - u_r] = Su_t + S_b[u_{bt} - u_{br}] . \quad (3.24)$$

Nas seções anteriores, os termos de velocidade da onda incidente e da onda refletida eram somados, pois o sentido do fluxo estava intrínseco à função de velocidade. Porém, nesta seção o sentido de fluxo foi retirado da função de velocidade e representado pelo sinal negativo, pois isto facilitará a abordagem seguinte. Dividindo-se a Equação (3.24) pela (3.23),

$$S \frac{[u_i - u_r]}{p_i + p_r} = S \frac{u_t}{p_t} + S_b \frac{[u_{bt} - u_{br}]}{p_{bt} + p_{br}} . \quad (3.25)$$

A divisão permite que o caso seja analisado em função das impedâncias envolvidas no estudo. Assim,

$$S \frac{1}{Z_0} = S \frac{1}{\rho_0 c_0} + S_b \frac{1}{Z_b} . \quad (3.26)$$

O segundo termo da Equação (3.26) representa a onda transmitida no tubo principal e, tendo em vista que a terminação do tubo é anecoica, então a impedância representada por ele é a própria impedância característica. Importante observar que, pela analogia com circuito elétrico, o filtro de ramificação lateral está em paralelo em relação ao tubo principal, como desenvolvido na seção 3.1.2 de impedância do tipo *lumped compliance*. Utilizando as Equações (2.40) e (2.44) para o campo sonoro em tubos, a impedância Z_0 permite ser escrita como,

$$Z_0 = \rho_0 c_0 \frac{P_i + P_r}{P_i - P_r} . \quad (3.27)$$

sabendo-se que as amplitudes do campo de velocidade sonora são iguais as amplitudes do campo de pressão sonora divididos pela impedância característica.

Por meio das Equações (3.26) e (3.27), chega-se à razão entre pressão transmitida e pressão incidente,

$$\frac{p_t}{p_i} = \frac{Z_b/S_b}{\frac{\rho_0 c_0}{2S} + Z_b/S_b} . \quad (3.28)$$

Em termos do coeficiente de transmissão e separando o termo de impedância em parcela real e imaginária (Equação (2.62)),

$$\alpha_t = \frac{p_t^2}{p_i^2} = \frac{x_b^2 + y_b^2 / S_b}{\left(\frac{\rho_0 c_0}{2S} + \frac{x_b}{S_b}\right)^2 + \left(y_b / S_b\right)^2} . \quad (3.29)$$

3.2.3 Tubo fechado na Abertura Lateral

Gerges (2000) considerou um tubo que possui abertura lateral com terminação rígida. Este é um caso particular da Seção 3.2.2, onde se conhece a impedância Z_b . A Equação (2.66), desenvolvida para tubo com terminação de parede rígida, implica em

$$Z_b = y_b j = j \rho_0 c_0 \cot(kL), \quad (3.30)$$

Aplica-se a Equação (3.30) na Equação (3.29) para obter o coeficiente de transmissão deste caso específico. Deste modo,

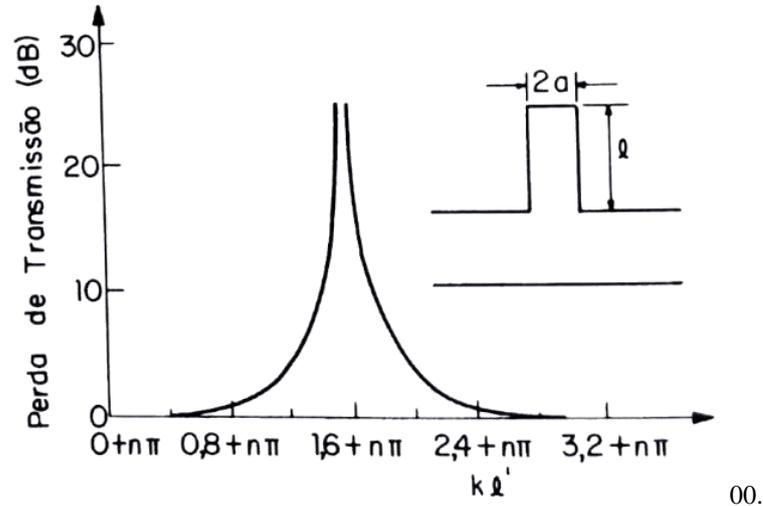
$$\alpha_t = \frac{1}{1 + 0,25tg^2(kL)} \quad (3.31)$$

Portanto, a perda de transmissão equivale a,

$$TL = 10\log(1 + 0,25tg^2(kL)) \quad (3.32)$$

e a Figura 3.5 ilustra a perda de transmissão em função do parâmetro kL , que depende da frequência de excitação e comprimento do tubo lateral. Percebe-se que este tipo de filtro atua como um “filtro corta-banda”, pois para uma determinada faixa de frequências a transmissão de potência sonora é atenuada. Logo, quando deseja-se eliminar a amplitude de certa faixa de frequências isoladas, o tubo lateral fechado é bastante indicado.

Figura 3.5 – Perda de transmissão em função do parâmetro kL da descontinuidade do tipo tubo lateral fechado.



Fonte: GERGES, 20

00.

O valor da perda de transmissão se torna máximo quando $\cos(kL)$ se torna zero. Desta maneira, diz-se que para uma frequência fixa de funcionamento, o comprimento do tubo lateral é ajustado para,

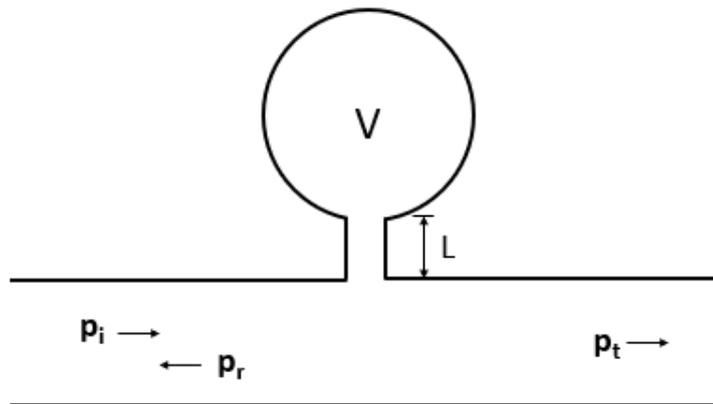
$$L = \frac{\lambda}{4}(2n - 1); \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.33)$$

Chama-se este tipo de filtro de ressonador de quarto de onda, por causa do comportamento observado na Equação (3.33).

3.2.4 Ressonador de Helmholtz

A Figura 3.6 mostra um ressonador de Helmholtz na abertura lateral do tubo, constituído de um pequeno tubo (pescoço) e uma cavidade. Segundo Munjal (1987), este filtro representa um elemento de impedância do tipo *lumped inertance* (pescoço) e um elemento de impedância do tipo *lumped compliance* (cavidade). Lenzi (2001) interpretou os mesmos elementos como um sistema massa mola de um grau de liberdade, onde o volume presente no pescoço se trata de um elemento inercial (massa) e o volume da cavidade se trata de um elemento que impõe rigidez (mola). Percebe-se que as abordagens dos dois autores remetem a uma associação em série dos elementos representados pela impedância do tipo *lumped inertance* e pela impedância do tipo *lumped compliance* das seções 3.1.1 e 3.1.2.

Figura 3.6 – Descontinuidade causada pelo Ressonador de Helmholtz.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tendo em vista que a impedância do tipo *lumped inertance* e a impedância do tipo *lumped compliance* estão em série (mesma vazão mássica passa pelos dois elementos), que o tubo lateral possui comprimento L e área transversal S_{rh} , que a cavidade possui volume V , que o tubo principal tem área transversal S e que a impedância na entrada do tubo lateral é dada por Z_{rh} , Munjal (1987) desenvolveu

$$Z_{rh} = j \left[j\rho_0\omega L + \rho_0c_0^2 \frac{S_{rh}}{Vj\omega} \right]. \quad (3.37)$$

Munjal (1987) afirmou que a perda de transmissão causada por este filtro é máxima quando a impedância Z_{rh} tende a zero, pois, desta forma, a potência sonora da onda incidente tenderá a seguir o caminho do ressonador, já que ele oferece menor oposição ao movimento. Portanto,

$$\omega = c_0 \sqrt{\frac{S_{rh}}{LV}}, \quad (3.38)$$

ou,

$$f_n = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_{rh}}{LV}}. \quad (3.39)$$

O coeficiente de perda de transmissão pode ser obtido pela continuidade da pressão e conservação da massa, onde p_i e Z_{rh} são conhecidos. A pressão na entrada do tubo do ressonador de Helmholtz, de acordo com Lenzi (2001), é definida pela multiplicação da impedância do ressonador e a velocidade do fluido presente no pescoço dele. Logo,

$$p_i + p_r = Z_{rh} u_{rh}, \quad (3.40)$$

$$p_i + p_r = Z_{rh} u_{rh}, \quad (3.41)$$

$$\frac{S}{\rho_0 c_0} [p_i - p_r] = \frac{S}{\rho_0 c_0} p_t + S_{rh} u_{rh}. \quad (3.42)$$

A partir das Equações (3.40) - (3.42), chega-se a,

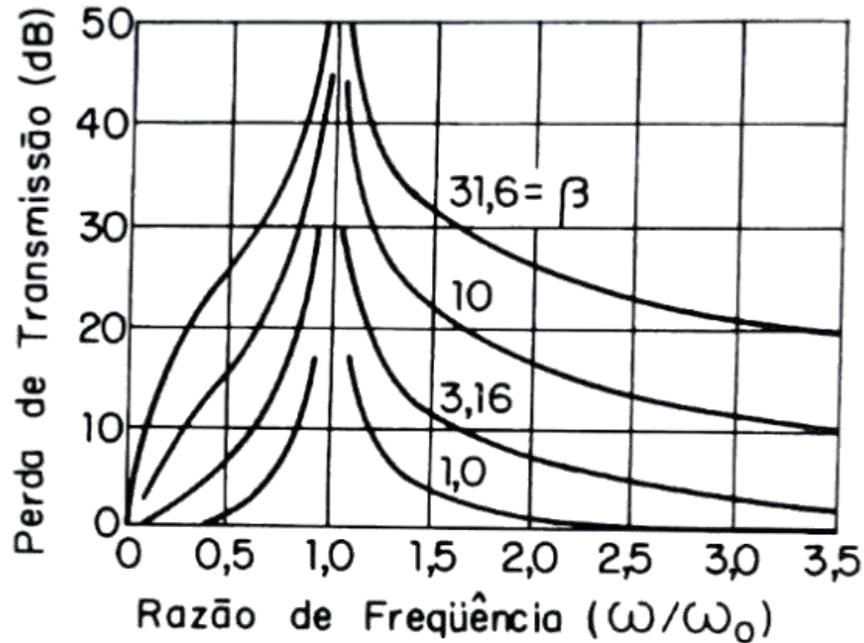
$$\alpha_t = \frac{p_t^2}{p_i^2} = \left[\frac{2S}{2S + \frac{\rho_0 c_0 S_{rh}}{Z_{rh}}} \right]^2. \quad (3.43)$$

Observa-se que quando Z_{rh} tende a 0, o coeficiente de transmissão também tende a 0, conforme explicou Munjal (1987).

A Figura 3.9 apresenta as curvas de perda de transmissão causadas pelo ressonador de Helmholtz, sendo a perda de transmissão bem acentuada para uma frequência específica.

Gerges (2000) comentou que, assim como o tubo lateral fechado, este filtro é do tipo “corta-banda”. Munjal (1987) classificou o ressonador como um filtro de alta perda de transmissão, onde a amplitude é limitada apenas pela impedância de radiação do ressonador, que não foi considerada neste estudo.

Figura 3.7 – Perda de transmissão causada pelo Ressonador de Helmholtz em função dos modos acústicos.



Fonte: GERGES, 2000.

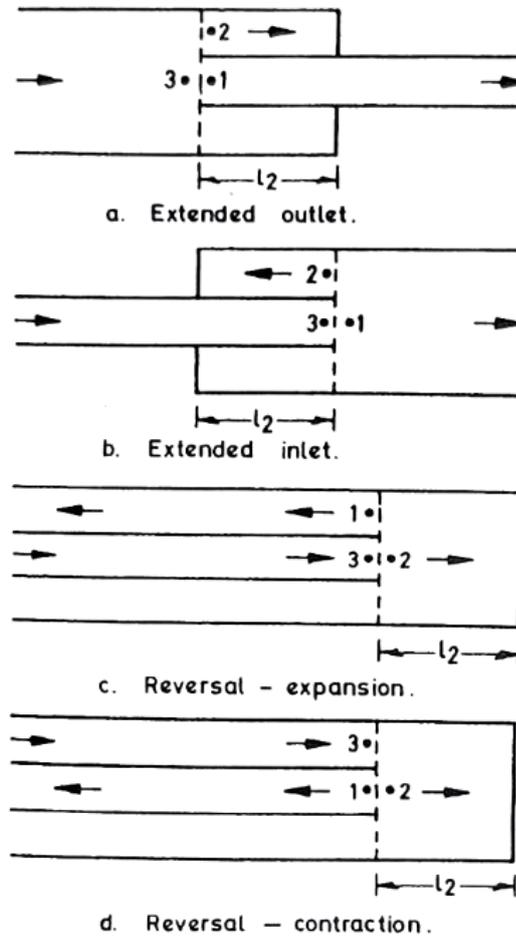
3.2.5 Ressonador de Tubo-Estendido

A Figura 3.8 representa quatro tipos diferentes de tubos estendidos, contudo, a resolução para todos permanece igual. Pelas imagens, o ponto 3 representa a impedância da onda incidente e refletida do tubo principal (p_i e p_r), o ponto 2 representa a impedância da seção restrita por uma parede rígida (p_{2i} e p_{2r}) e o ponto 1 identifica a impedância da onda transmitida (p_t). O comprimento L_2 caracteriza o comprimento do tubo estendido. Munjal (1987) observou que, pela continuidade de pressão e conservação da massa temos que

$$p_i + p_r = p_1 + p_2 = p_t, \quad (3.44)$$

$$\rho_0 S_3 [u_i - u_r] = \rho_0 S_3 [u_{2i} - u_{2r}] + \rho_0 S_3 [u_t]. \quad (3.45)$$

Figura 3.8 – Descontinuidade do tipo ressonador de tubo-estendido.



Fonte: MUNJAL, 1987.

Considerando que a extensão do tubo possui terminação rígida, sabe-se, conseqüentemente, que a impedância Z_2 equivale a,

$$Z_2 = y_2 j = j \rho_0 c_0 \cot(kL_2). \quad (3.46)$$

A impedância Z_1 depende da terminação do tubo. Se a terminação for anecoica, a impedância do Ponto 1 é a própria impedância característica.

Assim como na seção 3.2.3, de tubo fechado na abertura lateral, o ressonador de tubo-estendido pode ser escrito em função das impedâncias ao dividir a Equação (3.44) pela Equação (3.45). Desta forma, percebe-se que o filtro está em paralelo em relação ao tubo principal e representa um filtro de impedância do tipo *lumped compliance*, definido por

$$\frac{1}{Z_3} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2}. \quad (3.47)$$

Observa-se, pela Equação (3.46), que para certas frequências a impedância da extensão se torna nula (zero) e, por isso, toda potência acústica incidente será utilizada para a ressonância da extensão. Portanto, quando isso acontecer, não haverá potência acústica transmitida para o tubo 1, sendo bastante útil para atenuação de ruído. De acordo com Munjal (1987), este tipo de ressonador também é chamado de ressonador de quarto de onda, justamente pela característica do filtro de entrar no primeiro modo de ressonância quando o comprimento L_2 equivale a um quarto de onda, definido por

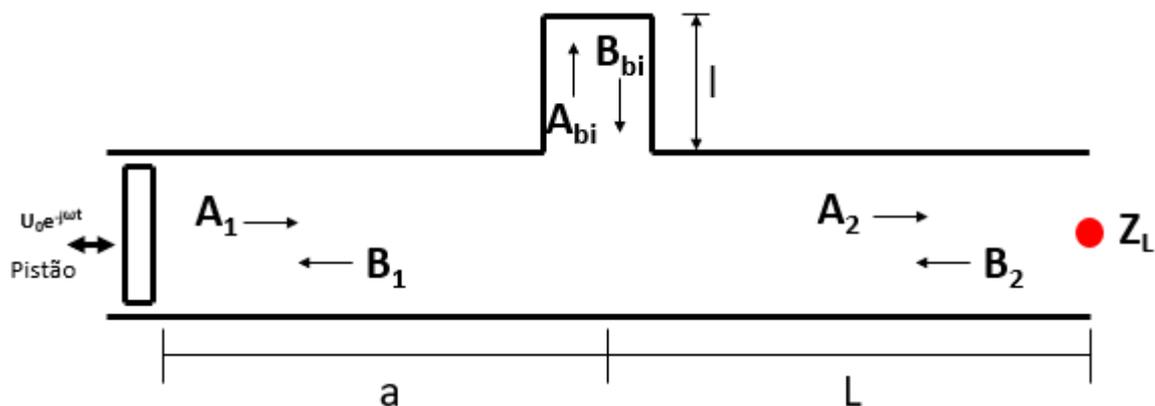
$$L = \frac{\lambda}{4}(2n - 1); \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.48)$$

3.3 MÉTODO CLÁSSICO DE AVALIAÇÃO DE FILTROS ACÚSTICOS

O método clássico consiste em escrever as relações conectando as duas terminações do filtro e os vários elementos (descontinuidades), e resolvendo simultaneamente para avaliar a *performance* do filtro, (MUNJAL, 1987). A fim de exemplificar o método, aplicar-se-á em um caso prático.

Considera-se um tubo com ramificação lateral de tubo fechado e terminação aberta com flange, como ilustra a Figura 3.11.

Figura 3.9 – Tubo com ramificação lateral fechada e impedância de radiação.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A impedância da terminação com flange é dada pela Equação (2.71), a velocidade do pistão é dado por $u_0 e^{-j\omega t}$, as dimensões e as posições do tubo são mostradas na Figura 3.9. A equação da

onda na região anterior à ramificação possui as amplitudes complexas A_1 e B_1 , na ramificação as amplitudes complexas são A_b e B_b e após a ramificação as amplitudes são A_2 e B_2 .

Assim, torna-se possível escrever as relações de continuidade de pressão e conservação da massa em cada posição do tubo. Em $x = 0$,

$$\frac{1}{\rho_0 c_0} [A_1 - B_1] = u_0 . \quad (3.49)$$

Em $x = a$,

$$A_1 e^{jka} + B_1 e^{-jka} = A_b e^{jkl} + B_b e^{-jkl} , \quad (3.50)$$

$$A_1 e^{jka} + B_1 e^{-jka} = A_2 + B_2 , \quad (3.51)$$

$$S_1 [A_1 e^{jka} - B_1 e^{-jka}] = S_2 [A_b e^{jkl} - B_b e^{-jkl}] + S_1 [A_2 - B_2] . \quad (3.52)$$

E $x = L$,

$$\frac{A_2 e^{jkl} + B_2 e^{-jkl}}{\frac{1}{\rho_0 c_0} [A_2 e^{jkl} - B_2 e^{-jkl}]} = Z_L , \quad (3.53)$$

$$Z_L = \rho_0 c_0 \left(\frac{k^2 r^2}{2} + j0,85kr \right) . \quad (3.54)$$

E no topo da ramificação lateral, devido à terminação rígida,

$$[A_b - B_b] = 0. \quad (3.55)$$

Portanto, Munjal (1987) mostrou que há 6 incógnitas (A_1 , B_1 , A_b , B_b , A_2 e B_2) e 6 equações (a Equação (3.54) é apenas usada na Equação (3.53)), tornando possível solucionar o sistema de equações e analisar o desempenho do filtro através de algum parâmetro de *performance*, como perda de transmissão ou diferença de nível sonoro (Equação (2.14) e (2.15) aplicada para cada terminação).

3.4 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ACÚSTICA

As ondas acústicas no interior de *mufflers* são tridimensionais por natureza e, portanto, a teoria desenvolvida para ondas planas unidimensionais torna-se inválida. Logo, para a resolução de sistemas complexos, recorre-se a métodos numéricos de solução, sendo o Método de Elementos Finitos (MEF) amplamente utilizado (MUNJAL, 1987).

Gerges (2000) afirmou que o campo sonoro pode ser modelado através da Equação Clássica de Onda (2.32) e assumindo comportamento temporal análogo ao da Equação (2.35), com a diferença de se tratar de onda tridimensional para MEF. Assim, tem-se a chamada Equação de Helmholtz

$$\nabla^2 p(x, y, z) + k^2 p(x, y, z) = 0 . \quad (3.56)$$

Através da equação de conservação da quantidade de movimento (2.27), obtém-se a expressão da velocidade de partícula por

$$\mathbf{u} = \frac{i \nabla p}{\omega \rho_0} . \quad (3.57)$$

As condições de contorno utilizadas são: Condição de Dirichlet, de Neumann e de Robin (Gerges, 2000). A Condição de Dirichlet se refere a pressão da superfície de controle igual a pressão média do meio,

$$p = p_0 . \quad (3.58)$$

A Condição de Neumann é análoga, mas utiliza como parâmetro a velocidade de partícula. Usa-se uma velocidade de partícula prescrita na superfície de controle, podendo ser nula para paredes rígidas, assim,

$$\mathbf{u} = u_0 . \quad (3.59)$$

Ou pela conservação da quantidade de movimento e considerando n a direção normal a superfície,

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -j\omega\rho_0 u_0 . \quad (3.60)$$

A Condição de Robin resulta da razão entre a velocidade de partícula e a pressão sonora, chamada de admitância. Logo,

$$\frac{u}{p} = A , \quad (3.61)$$

Ou pela conservação da quantidade de movimento,

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -jA\omega\rho_0 p , \quad (3.62)$$

sendo A a admitância da superfície de contorno.

O Método de Galerkin para solução numérica, muito popular no desenvolvimento do MEF, representa um método de resolução por resíduos, onde a junção da função de interpolação (N) e da função de ponderação (w) equivale a função de forma padrão do Método de Elementos Finitos (MUNJAL, 1987). Os resíduos provenientes da diferença entre a solução exata e a solução aproximada remetem, por exemplo, a

$$R_V = \nabla^2 p(x, y, z) + k^2 p(x, y, z) , \quad (3.63)$$

sendo R_V o resíduo de volume do sistema. Obtém-se os resíduos de superfície através das equações (3.60) e (3.62) passando os termos à direita das equações para a esquerda e igualando ao valor do resíduo (GERGES, 2000).

Gerges (2000) mostrou que um critério para diminuir o valor dos resíduos e convergir o resultado aproximado ao resultado exato é pelo método de resíduos ponderados, em que a função de ponderação é multiplicada aos resíduos e integrado em relação ao tipo de condição de contorno. Assim,

$$\int_V w[\nabla^2 p(x, y, z) + k^2 p(x, y, z)]dV - j\rho_0\omega \int_{S_1} wu_0 dS - j\rho_0\omega \int_{S_2} wp AdS , \quad (3.64)$$

sendo o primeiro termo referente a Equação (3.56), o segundo termo referente a Equação (3.60) e o terceiro referente a Equação (3.62).

Munjal (1987) explicou que as variáveis de campo, como a pressão sonora, podem ser representadas em MEF através da forma matricial,

$$p = \{N\}\{p_m\}, \quad (3.65)$$

onde o índice m representa o elemento m do sistema discretizado. A função de interpolação N pode ser linear, quadrática ou possuir qualquer outro perfil, sendo definido pelo desenvolvedor do equacionamento.

Gerges (2000) mostrou que, substituindo a Equação (3.65) em (3.64), chega-se à equação matricial que deve ser solucionada, sendo

$$([K] + j\omega\rho_0[C] - \omega^2[M])\{p\} = -j\omega\rho_0\{F\}. \quad (3.66)$$

Troca-se k por ω/c_0 e introduz-se o conceito de massa acústica M , rigidez acústica K e amortecimento acústico C (GERGES, 2000). Ainda, os índices i e j são aplicados para descrever os elementos presentes nas matrizes e tem-se, portanto,

$$K_{i,j} = \int \nabla^2 w_i N_j dV, \quad (3.67)$$

$$C_{i,j} = \int A w_i N_j dS, \quad (3.68)$$

$$M_{i,j} = \int \frac{w_i N_j}{c_0^2} dV, \quad (3.69)$$

$$F_{i,j} = \int u_0 w_i dS. \quad (3.70)$$

Isolando-se a matriz de pressão $\{p\}$ na Equação (3.66), resolve-se o sistema e adquire-se o campo sonoro do sistema.

3.5 APLICAÇÃO DA TEORIA DESENVOLVIDA

O estudo feito nas próximas seções foi baseado em filtros acústicos reativos, tendo em vista que *mufflers* utilizados em compressores herméticos recíprocos são deste tipo. Os *mufflers* para esta aplicação não utilizam o efeito dissipativo, principalmente, devido à presença de óleo no fluido

de trabalho, pois um material poroso no filtro causaria o armazenamento do óleo e diminuiria o desempenho de atenuação acústica.

A analogia eletroacústica permite o entendimento da impedância acústica baseando-se na impedância elétrica. Desta forma, verifica-se o equacionamento das impedâncias de um sistema em série ou em paralelo em um sistema acústico e usa-se estes conceitos para entendimento do funcionamento do ressonador de Helmholtz, por exemplo. Além disso, a impedância do tipo *lumped inertance* e *lumped compliance*, chamados de forma simplificada de *lumped parameter*, são importantes para o entendimento do comportamento do campo sonoro do *muffler* de compressor estudado.

Os estudos das seções 3.2.2 e 3.2.3 implicam no desenvolvimento do filtro acústico simples estudado na Seção 5. As descontinuidades de câmara de expansão e o efeito de *lumped parameter* serão avaliados no *muffler* de geometria complexa. Ainda, os conceitos de propagação de ondas em dutos e impedância serão abordados em todas as geometrias propostas.

O método clássico de avaliação de filtros foi utilizado para abordagem analítica do estudo, sendo importante para o entendimento do campo sonora formado nas geometrias. O entendimento do Método de Elementos Finitos para acústica auxilia na utilização dos softwares de simulação numérica, tendo em vista que o Ansys utiliza este método para toda a solução do filtro e o GT-Suite utiliza este método para solução dos elementos unidimensionais do modelo (tubos) juntamente com a solução analítica (0D) de elementos de volume único (câmaras).

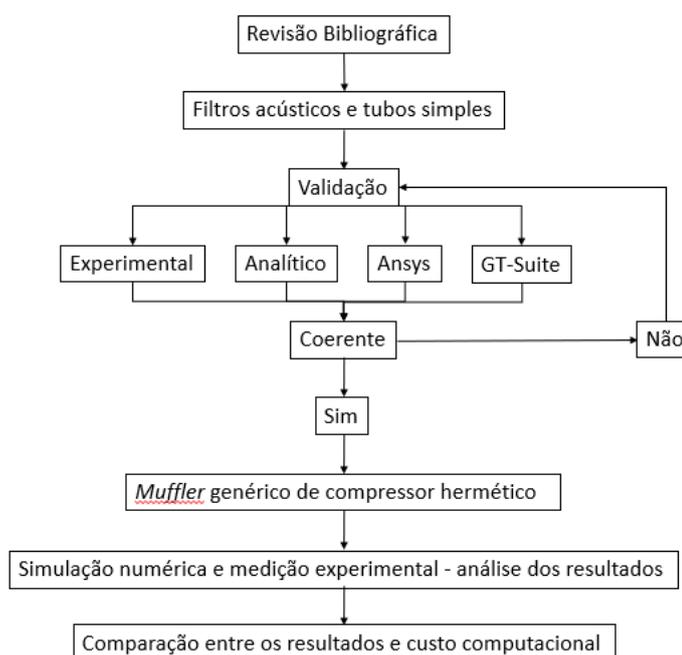
4 METODOLOGIA

Este trabalho visa desenvolver a percepção dos fenômenos acústicos aplicados a filtros acústicos (*mufflers*) e comparar métodos de resolução analítica e numérica através de dois softwares com abordagens diferentes (Ansys e GT-Suite). A validação dos resultados numéricos e analíticos deve ser realizada para obtenção de respostas confiáveis. Portanto, realizar-se-á o procedimento experimental para análise comparativa e validação dos resultados.

4.1 METODOLOGIA CIENTÍFICA

A metodologia proposta para este trabalho resume-se em seis etapas fundamentais, das quais: 1) Revisão bibliográfica; 2) Desenvolvimento de tubos e filtro acústico simples; 3) Validação dos resultados obtidos analiticamente, experimentalmente e numericamente; 4) Escolha de *Muffler* genérico cedido pela empresa Vibroacústica Desenvolvimento e Pesquisa Ltda. e desenvolvimento do domínio acústico em CAD 3D; 5) Simulação numérica e medição experimental; 6) Análise dos Resultados obtidos via simulação numérica (Ansys e GT-Suite) e experimental; 7) Comparação dos resultados e custo computacional.

Figura 4.1 – Metodologia científica do trabalho.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

4.2 PROCEDIMENTO METODOLÓGICO

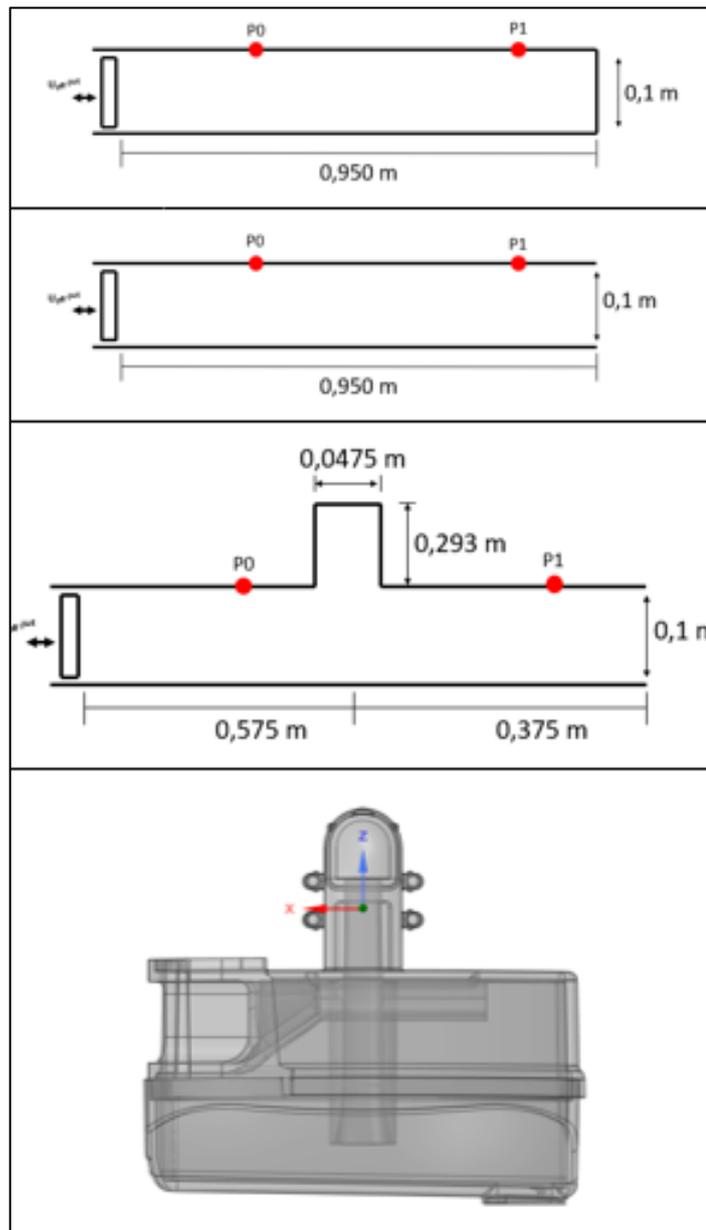
A partir da fundamentação teórica e revisão sobre filtros acústicos reativos, desenvolver-se-á 3 geometrias para entendimento do campo acústico formado nelas e validação dos resultados obtidos através dos métodos analítico e numéricos (Ansys e GT-Suite) baseado no procedimento experimental, que foi usado de referência. A primeira geometria será um tubo simples com velocidade prescrita em uma das extremidades e terminação fechada. A segunda será o mesmo tubo simples, porém com terminação aberta (impedância de radiação). O terceiro elemento será um tubo aberto com ramificação lateral fechada (ressonador de quarto de onda), permitindo análise da atenuação de ruído imposta pelo tubo lateral e a influência dele nos modos acústicos do tubo principal.

Por último, e após a validação dos métodos descritos anteriormente, um *muffler* genérico de compressor hermético, cedido pela Vibroacústica Desenvolvimento e Pesquisa Ltda., foi utilizado para avaliar e comparar o campo sonoro de uma geometria complexa, além de permitir o estudo do custo computacional envolvido nas simulações deste dispositivo.

O campo sonoro será avaliado em termos do nível de pressão sonora de determinados pontos das geometrias e escolheu-se o parâmetro de *performance* LD (diferença do nível de pressão sonora) para comparação dos resultados, tendo em vista que este parâmetro permite avaliação das geometrias com apenas uma medição, diferentemente do *insertion loss*, e mantendo a formação de ondas estacionárias no último duto do filtro, que não acontece no *transmission loss* devido a presença da terminação anecoica, discutido na seção 2.1.8.

O fluido presente nos tubos e filtros escolhidos é o ar, devido a facilidade de utilização, já que é o fluido que compõe a atmosfera. No dia de realização do procedimento experimental a pressão atmosférica estava em 101,14 kPa, 19 °C e umidade relativa de 80%, desta forma, verificou-se que a velocidade do som para esta condição é de aproximadamente 343 m/s. As geometrias utilizadas se encontram na Figura 4.2 e serão nomeadas da seguinte maneira: Tubo Fechado, Tubo Aberto, Ressonador Quarto de Onda, *Muffler* Genérico. Os pontos em vermelho e com a nomenclatura *P0* e *P1* representam os pontos de determinação da pressão, estando o *P0* a 0,4 m da fonte e o *P1* a 0,85 m da fonte. Estes pontos foram escolhidos porque o tubo de impedância possui posições específicas para fixação dos microfones.

Figura 4.2 – Tubo Fechado, Tubo Aberto, Ressonador de Quarto de Onda e *Muffler* Genérico, respectivamente.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

As análises dos resultados para as geometrias utilizadas na etapa de validação, que usam o tubo de impedância, foram restritas de 50 Hz (limitação da fonte) a 1715 Hz (limitação para propagação de ondas planas, explicado na Seção 4.4), com resolução de 1 Hz. O *Muffler* Genérico foi estudado entre 50 Hz e 6000 Hz, com resolução de 10Hz, sendo a limitação inferior relacionada a capacidade da fonte e a limitação superior arbitrada pelo autor, pois permite boa observação dos modos acústicos nesta faixa de frequência.

4.3 PROCEDIMENTO ANALÍTICO

A utilização do método clássico de avaliação de filtros acústicos, desenvolvido na seção 3.3, permite a análise unidimensional do tubo e filtros acústicos escolhidos para este trabalho. Devido à complexidade da geometria do *Muffler* genérico, este não apresentará solução analítica.

O Tubo Fechado e o Tubo aberto, por não possuírem descontinuidades de seção, têm fácil solução analítica através de duas equações. Logo, para os dois casos a condição de contorno da fonte, a partir da Equação (2.44), se torna,

$$\frac{1}{\rho_0 c_0} [A_1 - B_1] = u_0 . \quad (4.1)$$

Para o Tubo Fechado, a velocidade da onda na terminação fechada do tubo é,

$$\frac{1}{\rho_0 c_0} [A_1 e^{jka} - B_1 e^{-jka}] = 0 . \quad (4.2)$$

E para o Tubo Aberto, a terminação oposta a fonte possui efeito da atmosfera no campo sonoro e, portanto, considera-se a impedância de radiação mostrada na Equação (2.71), que é apresentada como Z_t na Equação (4.3), e utiliza-se da Equação (2.61) para impor a condição de contorno da terminação aberta,

$$\frac{A_2 e^{jkl} + B_2 e^{-jkl}}{\frac{1}{\rho_0 c_0} [A_2 e^{jkl} - B_2 e^{-jkl}]} = Z_t . \quad (4.3)$$

A Equação (2.71), apresentada na Seção 2.1.7, é válida para $kr < 0,5$. Portanto, as soluções analíticas com terminação aberta e uso de impedância de radiação são limitadas a 546 Hz, aproximadamente.

A solução analítica do Ressonador de Quarto de Onda foi apresentada na Seção 3.3, o que facilita a apresentação do desenvolvimento matemático nesta Seção. A Figura 4.3 mostrada o equacionamento matricial das Equações (3.49) – (3.55). A solução deste caso visa a obtenção das amplitudes complexas de A_l e C_2 e, para isto, foi usado o software Scilab para inversão da matriz de coeficientes e para determinação dos níveis de pressão sonoros nos pontos $P0$ e $P1$.

Figura 4.3 – Equacionamento matricial para solução do tubo ressonador proposto.

$$\begin{vmatrix}
 e^{ajk} & e^{-ajk} & -e^{bjk} & -e^{-bjk} & 0 & 0 \\
 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 S_1 e^{ajk} & -S_1 e^{-ajk} & -S_2 e^{bjk} & S_2 e^{-bjk} & -S_1 & -S_2 \\
 e^{ajk} & e^{-ajk} & 0 & 0 & -1 & -1 \\
 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & e^{cjk} [1 - \frac{z_t}{\rho_0 c_0}] & e^{cjk} [1 + \frac{z_t}{\rho_0 c_0}]
 \end{vmatrix}
 \begin{vmatrix}
 A_1 \\
 B_1 \\
 A_2 \\
 B_2 \\
 A_3 \\
 B_3
 \end{vmatrix}
 =
 \begin{vmatrix}
 0 \\
 u_0 \rho_0 c_0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{vmatrix}$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A solução analítica possui uma série de hipóteses e considerações feitas:

- Sem geração de calor;
- Somente ondas planas,
- Acústica Linear;
- Unidimensional;
- Sem vazamento;
- Amortecimento inserido na forma de velocidade complexa.

A última consideração introduz amortecimento ao sistema por meio da parte complexa da velocidade no equacionamento. Sasajima (2013) explicou que esta maneira de introdução de amortecimento visa incluir o efeito de atenuação por parte da viscosidade do fluido.

4.4 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental visa simular a aplicação das geometrias escolhidas e avaliar os campos acústicos formados. Por se tratar do fenômeno físico, o procedimento experimental será utilizado como referência para as soluções analítica e numéricas.

O Tubo Fechado, Tubo Aberto e Ressonador de Quarto de Onda foram construídos com base no tubo de Impedância do Tipo 4206 da B&K. Este tubo possui orifícios para fixação dos microfones nas posições de medição escolhidas e fonte sonora apropriada para a faixa de medição, pois é capaz de excitar frequências baixas de até 50 Hz. O Ressonador de Quarto de Onda possui acoplamento de nylon e tubo de ramificação lateral de plástico PVC. Mediu-se a

pressão sonora nas duas posições mencionadas na Seção 4.2 por meio dos microfones Tipo 4958 da B&K. A Tabela 4.1 exibe os componentes usados no procedimento experimental de validação.

Figura 4.4 – Aparato experimental do Tubo com terminações aberta e fechada.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 4.5 – Aparato experimental do Ressonador de Quarto de Onda.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 4.1 – Componentes do procedimento experimental de validação.

Componente	Descrição
1	Microfone (B&K 4958)
2	Microfone (B&K 4958)
3	Módulo de aquisição (B&K 3160 – A - 042)
4	Amplificador de potência (B&K 2732)
5	Tubo de Impedância (B&K 4206)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

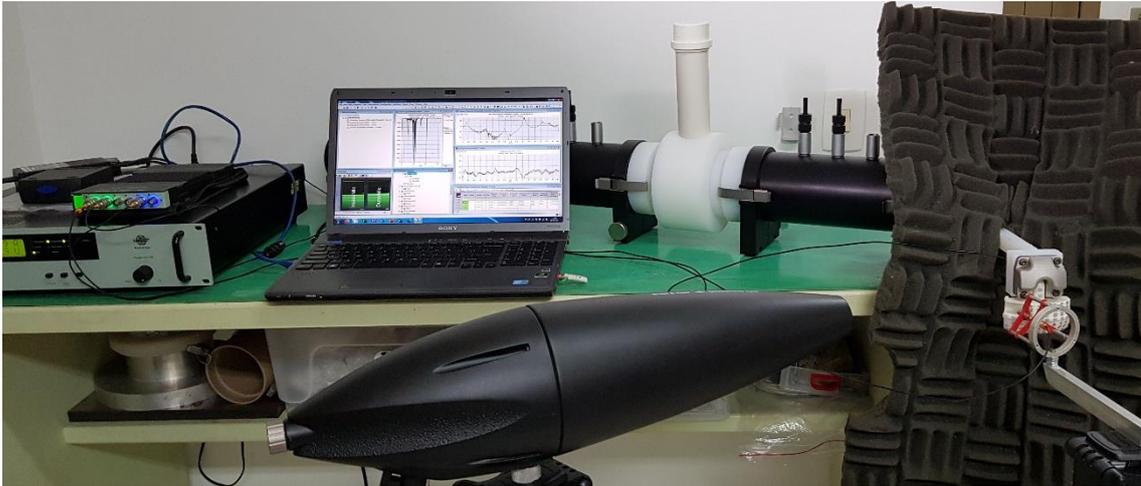
O *Muffler* Genérico foi avaliado com o uso da fonte sonora onidirecional Tipo 4295 da B&K e com os mesmos microfones descritos no parágrafo anterior. Um dispositivo teve que ser confeccionado para posicionar um dos microfones próximo de onde ficaria a válvula de sucção do compressor (item 1 mostrado na Figura 4.6) e manter o kit, composto pela placa de válvula, junta (evita vazamento), tampa do cilindro (item 3) e *muffler* (item 4), montado. Com este esquema, posicionou-se o outro microfone (item 2) na região de entrada do filtro e ligou-se a fonte (item 5), pois desta maneira é possível avaliar o nível de pressão sonora nas duas extremidades do filtro. Este esquema de montagem proporciona a determinação do *level difference*, sendo a diferença de pressão sonora entre o Microfone 2 e Microfone 1, o LD desejado.

Figura 4.6 – Aparato experimental do *Muffler* Genérico.

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 1.1 e a Tabela 4.2 mostram o aparato experimental para medição acústica do *Muffler* Genérico.

Figura 4.7 – Procedimento experimental de medição do *Muffler* Genérico.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Tabela 4.2 – Componentes usados para medição do *Muffler* Genérico.

Descrição
Microfone (B&K 4958)
Microfone (B&K 4958)
Módulo de aquisição (B&K 3160 – A - 042)
Amplificador de potência (B&K 2732)
Fonte Sonora (B&K 4295)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A medição foi realizada através do software PULSE LabShop. Os dados dos microfones foram processados de maneira simultânea para transformar a pressão sonora do domínio do tempo para o domínio da frequência através da Transformada Rápida de Fourier (FFT). Configurou-se a resolução dos gráficos para 1 Hz, com tempo de medição de 60 segundos. O próprio programa permite que sejam relacionados os microfones para obtenção do LD por meio da razão entre as pressões sonora do microfone perto da extremidade aberta do ressonador e do microfone próximo à fonte sonora. O software permite, também, que seja configurado o tipo de excitação causada pela fonte sonora e, para o experimento realizado, foi escolhido o método *swept sine*, que excita uma vasta faixa de frequências com sinal senoidal de forma crescente ou decrescente.

Alguns fatos devem ser levados em consideração para a avaliação dos resultados, sendo eles: possível presença de vazamentos entre os encaixes dos tubos e entre os microfones e os

furos, presença de ondas não-planas, reflexão de ondas sonoras para dentro do tubo devido a presença de paredes no recinto e influência da viscosidade na introdução de amortecimento no sistema. Dentre as considerações feitas neste parágrafo, a consideração de ondas não-planas no interior dos tubos chama a atenção, tendo em vista que quanto maior a frequência da onda, menor é seu comprimento e as chances de propagação deste tipo de onda aumenta (último parágrafo da seção 2.2.2). Portanto, para o tubo principal do ressonador,

$$\lambda = \frac{0,1 * 2}{1} = 0,2 \text{ m} . \quad (4.4)$$

Ou seja, acima de 1715 Hz, aproximadamente, as ondas sonoras não se propagam na forma plana, pois surgem efeitos transversais no tubo.

Os modelos numéricos do Ansys e analítico utilizam velocidade complexa como forma de introduzir o amortecimento no sistema. Este amortecimento foi adquirido experimentalmente através da média do valor de amortecimento dos primeiros modos de ressonância das geometrias (valor dado pelo PULSE Labshop). Já o modelo numérico do GT-Suite utiliza a própria viscosidade do fluido para introduzir o efeito de amortecimento.

4.5 SIMULAÇÃO NUMÉRICA COM ANSYS

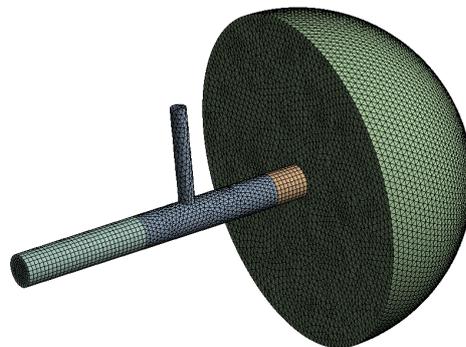
A simulação numérica desenvolvida por meio do software Ansys foi feita dentro do *Workbench* com o sistema de análise *Harmonic Response* e uso do ACT de acústica. Este sistema, segundo ANSYS (2020), utiliza a equação da onda (acústica linear) para solução de casos acústicos. O autor comentou que se chega na equação de onda por meio de simplificações na equação de momento do fluido (Navier-Stokes) e equação de continuidade mássica, ou seja, a equação da onda é uma simplificação da equação de Navier-Stokes. O desenvolvimento do equacionamento é, portanto, similar àquele realizado na seção 2.2 deste trabalho, com a diferença de que a solução apresentada pelo software utiliza a viscosidade no desenvolvimento da equação diferencial de Navier-Stokes. As simplificações e hipóteses mostradas por ANSYS (2020) também são análogas ao que foi apresentado na 2.2.1, ou seja, considera-se gás ideal, adiabático e processo irreversível, fluido compressível, pequeno distúrbio da pressão média, sem forças de corpo e acrescenta-se que o fluido é irrotacional e não há fluxo mássico no estudo.

A simulação numérica realizada no Ansys utilizou apenas o domínio de fluido das geometrias, ou seja, não foram modeladas as partes sólidas dos tubos e filtros. Desta forma, o software entende que todas as superfícies sem condições de contorno são superfícies rígidas, onde prescreve-se velocidade zero.

Os domínios fluidos das geometrias foram modelados no *SpaceClaim*, software adjunto ao *Ansys*, que permite rápido desenvolvimento e mudança de geometrias, sem a necessidade de uma “árvore” de procedimentos realizados. Por ser tratar de uma simulação numérica, adjacente ao ressonador há a presença de um hemisfério que representa a atmosfera. Assim, a impedância do tubo aberto é introduzida de forma mais “natural” (comparação com o analítico), pois a representação de uma calota esférica permite a simulação de um volume extra que se opõe ao movimento, como descrito no *Help* do ACT de acústica.

A malha gerada para as geometrias de validação foi configurada para ter tamanho de elemento de 14 mm com elementos lineares e utilizou-se a função *share topology* entre a geometria do hemisfério e do domínio fluido da geometria, para que fosse gerada uma malha “casada” (a malha é gerada sem considerar separação entre as geometrias). O tamanho de elemento foi definido em 14 mm, pois sabendo-se das boas práticas comentadas pelo próprio ANSYS (2017) nos documentos disponíveis do ACT de acústica, em que define-se que o tamanho de elemento deve ser de, no mínimo, 1/12 (um doze avos) do comprimento de onda para elementos lineares e visto que a frequência de corte para propagação apenas de ondas planas no tubo é de 1715 Hz (Equação (5.3)), chega-se ao tamanho de elemento definido. Além disso, realizou-se o estudo de convergência de malha para garantir que o tamanho de elemento definido pelas boas práticas é, de fato, válido. A Figura 4.8 apresenta um exemplo de malha gerada para simulação numérica.

Figura 4.8 – Malha usada na simulação numérica do Ressonador de Quarto de Onda.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Alguns aspectos diferem entre a simulação das geometrias de validação e do *Muffler* Genérico. A malha do *Muffler* Genérico possui tamanho de elemento de 2 mm, com exceção de regiões arredondadas, que para manter a geometria pouco deformada, usou-se elementos superficiais de 1,5 mm. A frequência de análise focou entre 50 Hz e 6000 Hz, para captar uma quantidade maior de modos de ressonância e se aproximar de análises práticas deste tipo de dispositivo. O tamanho de malha usado se enquadra nos requisitos apresentados pelo ACT de acústica do Ansys.

As condições de contorno que envolvem o modelo numérico devem atender, ou se aproximar, das condições reais de funcionamento do modelo experimental. Por isso, usou-se uma velocidade de superfície para representar a fonte sonora do tubo de impedância e um *Back Enclosed Loudspeaker* para representar a fonte sonora usada na medição experimental do *Muffler* Genérico. A terminação oposta à fonte apresenta um hemisfério que representa a influência da atmosfera no campo sonoro, sendo a superfície esférica do hemisfério composta por um “elemento de absorção”, para que as ondas acústicas incidentes nesta superfície não sejam refletidas para o tubo novamente. O ACT de acústica do Ansys sugere que seja usado um raio de hemisfério de raio igual a um quarto do comprimento de onda da menor frequência estudada, porém, o custo computacional relativo ao tamanho do hemisfério é grande, então fez-se um estudo de sensibilidade de malha (para as geometrias de validação) para determinar um tamanho de hemisfério que não prejudicasse os resultados. As demais superfícies são modeladas como estruturas rígidas. O campo sonoro deve ser avaliado pelo nível de pressão sonora dos pontos que representam a medição experimental e pela diferença de nível sonoro (LD) entre estes pontos.

Por ser tratar de um modelo 3D discretizado, não há necessidade de realizar correções na geometria, pois os fenômenos geométricos do ressonador são capturados pela simulação numérica. Vazamentos e a condição de rigidez finita dos tubos são desprezados. Apesar do software utilizar ondas não-planas em sua solução, não haverá este tipo de onda na simulação, porque, como visto na Seção 4.4, o estudo será limitado a 1715 Hz (frequência de corte para ondas planas no tubo usado). A viscosidade tem influência na introdução de amortecimento do sistema, mas considerou-se viscosidade zero na simulação e foi usado o modelo de velocidade complexo, descrito na Seção 4.3, para padronizar o uso do amortecimento.

4.6 SIMULAÇÃO NUMÉRICA COM GT-SUITE

O software GT-Suite permite simulações em 0D/1D com grande fidelidade em relação aos modelos de simulação 3D e com custo computacional reduzido, afirmou o próprio site da Gamma Technologies (2015). O GT-Suite possui uma vasta biblioteca de componentes que são usados para representar o caso físico desejado, podendo ser um fenômeno termodinâmico, térmico, magnético, mecânico e acústico, por exemplo. No trabalho em questão, serão utilizados dutos, fontes sonoras, câmaras de expansão e sensores para a simulação física dos campos sonoros gerados no interior das geometrias propostas e aquisição das pressões necessárias nas posições de interesse.

Diferentemente do modelo matemático utilizado para simulação numérica através do Ansys, usou-se a acústica não-linear nas simulações com o GT-Suite. A acústica não-linear utiliza as equações de Navier-Stokes (sem simplificações) para solução numérica. Portanto, as simplificações apresentadas na fundamentação teórica deste trabalho e nas Seções 4.3 e 4.5 não são usadas. Além de que a equação de Navier-Stokes é solucionada no domínio do tempo, diferentemente da acústica linear, onde a solução proposta se encontra no domínio da frequência.

Como dito anteriormente, a solução dos problemas físicos pelo GT-Suite foram feitas com base nas equações de Navier-Stokes e resolvidas em uma dimensão (direção de escoamento). Há dois métodos de integração disponíveis no software: método explícito e implícito. Para predição das ondas acústicas, a Gamma Technologies (2015) comenta que é necessário utilizar o método explícito, onde as variáveis que são resolvidas primeiro na solução do problema são o fluxo mássico, densidade e energia interna, respectivamente.

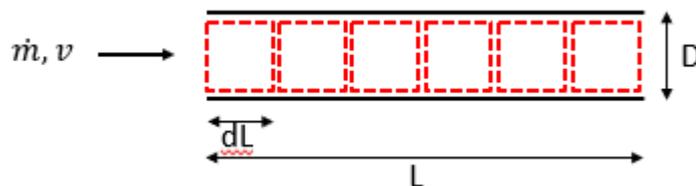
Os dutos usados para modelamento das geometrias são discretizados em volumes e conectados pelas condições de conservação da massa, conservação de energia e quantidade de movimento unidirecionais. Os parâmetros de entrada para modelagem deste componente são: diâmetros de entrada e saída, comprimento, tamanho do elemento de discretização do tubo e as condições iniciais do fluido (não foi considerada troca térmica entre as paredes dos tubos e o fluido e as perdas por fricção foram consideradas). A área de seção transversal de cada volume é constante e a pressão e temperatura são consideradas constantes em cada volume.

As câmaras de expansão e “*Flow Split*” (usados para junção de 3 tubos e representação de câmaras de expansão) são volumes únicos. Os “*Flow Splits*”, usados para modelar as câmaras de expansão e as junções de mais tubos possuem os seguintes parâmetros de entrada: volume, área superficial, estado inicial do fluido, ângulo entre o escoamento a montante ou a jusante da

câmara, comprimento característico da câmara e diâmetro de expansão (as características de transferência de calor e perda de carga são iguais àquelas definidas para o tubo). Por não ser um elemento discretizado, impossibilita-se a captura de um gradiente de pressões neste elemento e, conseqüentemente, ondas estacionárias não são formadas nas cavidades modeladas com um *flow split*.

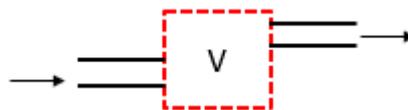
Utiliza-se o Método de Volumes Finitos para solução dos casos propostos no GT-Suite, diferentemente do Ansys, que possui solução da equação da onda pelo Método de Elementos Finitos. A solução 0D do GT-Suite diz respeito a solução analítica, sem discretização, do modelo e a solução 1D é caracterizada pela discretização do modelo, como no caso dos tubos utilizados neste estudo. A Figura 4.9 ilustra o tubo discretizado, enquanto a Figura 4.10 mostra o volume único *split flow* (sem discretização).

Figura 4.9 - Discretização de tubo no GT-Suite.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 4.10 – Volume único do *flow split* (sem discretização).



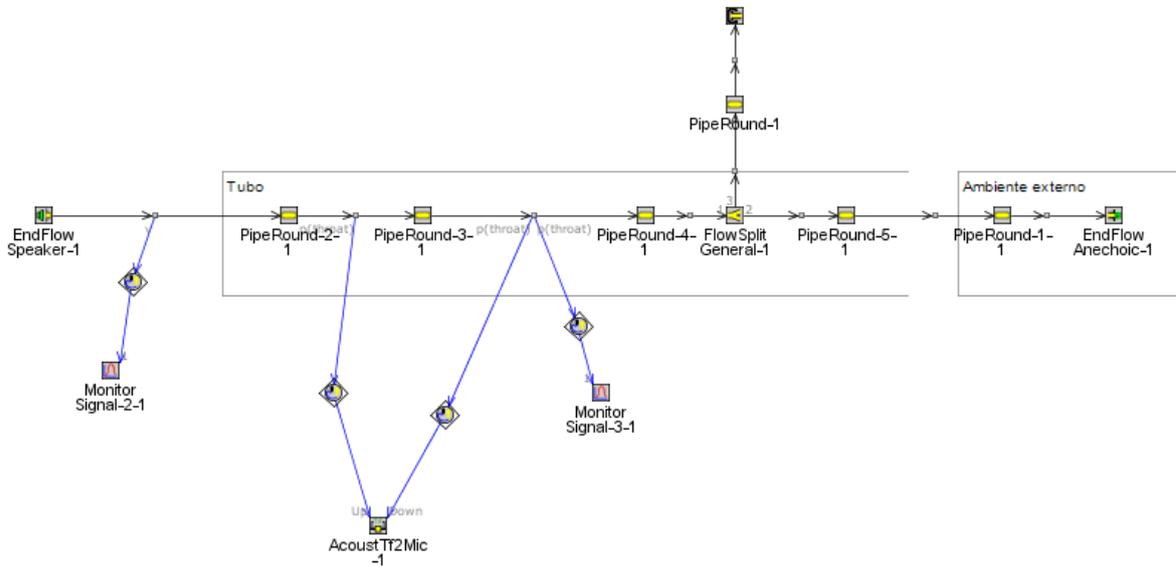
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Analogamente as soluções propostas anteriormente, a simulação com o GT-Suite será restrita de 50 Hz a 1715 Hz, para as geometrias que usam o tubo de impedância, devido às limitações impostas pelo tubo de impedância. Além disso, o amortecimento do sistema é imposto pela própria viscosidade presente na equação de Navier-Stokes, diferentemente dos modelos analítico e Ansys, cujo amortecimento foi introduzido através da velocidade complexa.

A Figura 4.11 mostra o Ressonador de Quarto de Onda modelado no GT-Suite. Vale salientar que a região de junção entre o tubo principal e a ramificação lateral possui um determinado volume, que representa o efeito geométrico da introdução da ramificação lateral. Além disso, o final do tubo possui uma câmara de expansão, que representa o efeito da

impedância de radiação na terminação aberta do tubo, e uma condição de contorno anecoica, que representa fisicamente a não-reflexão das ondas que atingirem a parede da câmara.

Figura 4.11 – Tubo de Quarto de Onda modelado no GT-Suite.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

4.7 DIFERENÇAS ENTRE ANSYS E GT-SUITE

Pelas seções 4.5 e 4.6 nota-se que há diferentes características de simulação entre os softwares Ansys e GT-Suite. A Tabela 4.3 exibe as principais características e diferenças entre os dois softwares.

Tabela 4.3 – Comparativo entre as simulações pelo Ansys e GT-Suite.

	Ansys	GT-Suite
Modelo Matemático	Equação da onda (Linear)	Equações de Navier-Stokes
Solução numérica	Método de Elementos Finitos	Método de Volumes Finitos
Domínio	Frequência	Tempo
Discretização	3D	0D – Solução analítica 1D – Discretização de tubos
Visualização dos modos acústicos	Sim	Não
Hemisfério de radiação	Sim	Sim

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

5 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo visa apresentar os diferentes métodos de solução propostos: solução analítica, numérica 3D com equação da onda (Ansys), numérico 0D/1D com equação não-linear de Navier-Stokes (GT-Suite) e procedimento experimental. Para isso, foram usadas as 3 geometrias simples para validação e comparação dos resultados (Tubo Fechado, Tubo Aberto, Ressonador de Quarto de Onda).

As geometrias Tubo Fechado e Tubo Aberto, por não apresentarem filtro para atenuação de ruído, foram avaliados apenas em termos de nível de pressão sonora, tendo em vista que avaliar o LD de um tubo sem filtro não condiz com o conceito de LD definido na Seção 2.1.8. O Ressonador de Quarto de Onda foi avaliado em termos de nível de pressão sonora, para avaliar os campos acústicos formados no interior da geometria, e diferença de nível de pressão sonora (LD).

5.1 TUBO FECHADO

Dentre as geometrias propostas neste trabalho, o Tubo Fechado é a mais simples, pois não possui descontinuidades e a terminação fechada abre margem para erros menores de medição, já que sua condição de contorno é exata (velocidade igual a zero).

Pelo procedimento experimental, verificou-se que o amortecimento variou em função dos modos de ressonância do tubo. Estabeleceu-se, então, amortecimento de 0,5% para a simulação feita pelo Ansys e para a solução analítica, obtido pela média dos modos entre 50 e 1715 Hz. Observou-se que o amortecimento em baixas frequências era maior que para altas frequências.

A solução analítica deste caso utiliza as Equações (4.1) e (4.2). Foram organizadas as duas equações na forma matricial, para então determinar as amplitudes complexas da onda. A *Figura 5.1* apresenta o equacionamento matricial deste caso, que foi resolvido através da inversão de matriz pelo Scilab.

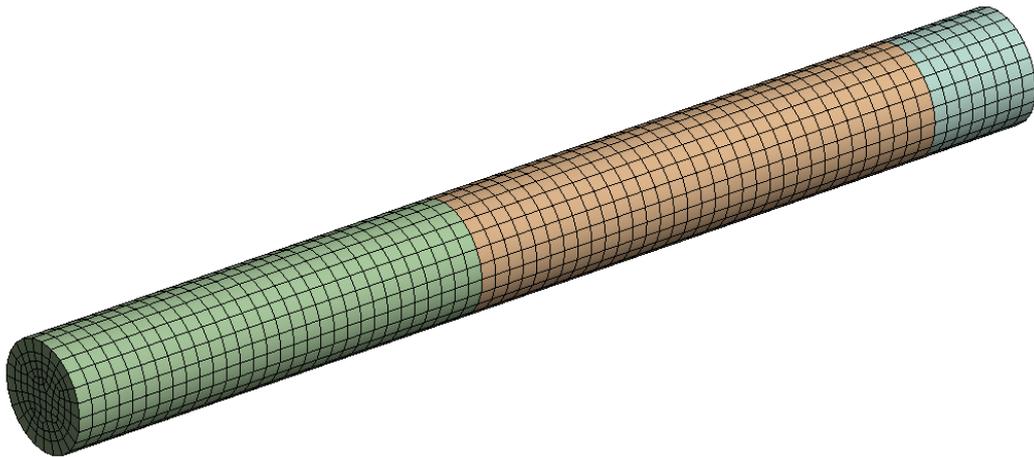
Figura 5.1 – Equacionamento matricial para o Tubo Fechado.

$$\begin{vmatrix} e^{ajk} & e^{-ajk} \\ 1 & -1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} A_1 \\ B_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ u_0 \rho_0 c_0 \end{vmatrix}$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A solução numérica 3D realizada pelo Ansys, para o caso de Tubo Fechado, não utiliza o hemisfério de radiação, tendo em vista que a impedância da terminação oposta à fonte é uma parede rígida. A Figura 5.2 mostra a malha utilizada.

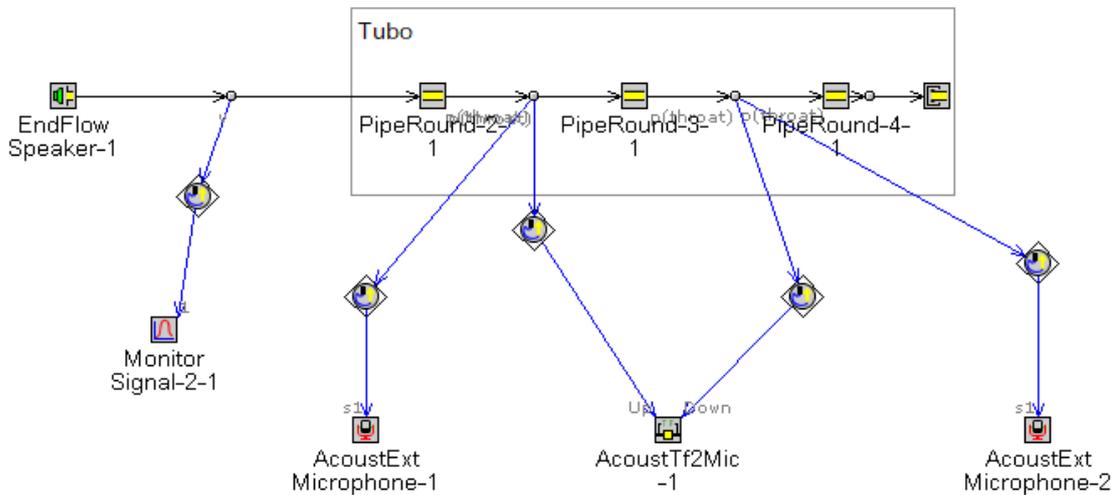
Figura 5.2 – Malha do Tubo Fechado para simulação no Ansys.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

O esquema de montagem do GT-Suite está apresentado na *Figura 5.3*. O tubo é dividido em 3 partes para que permita a definição da pressão nas regiões de interesse, *P0* e *P1*. Além disso, ele foi discretizado em partes de 5 mm.

Figura 5.3 – Tubo Fechado modelado no GT-Suite.

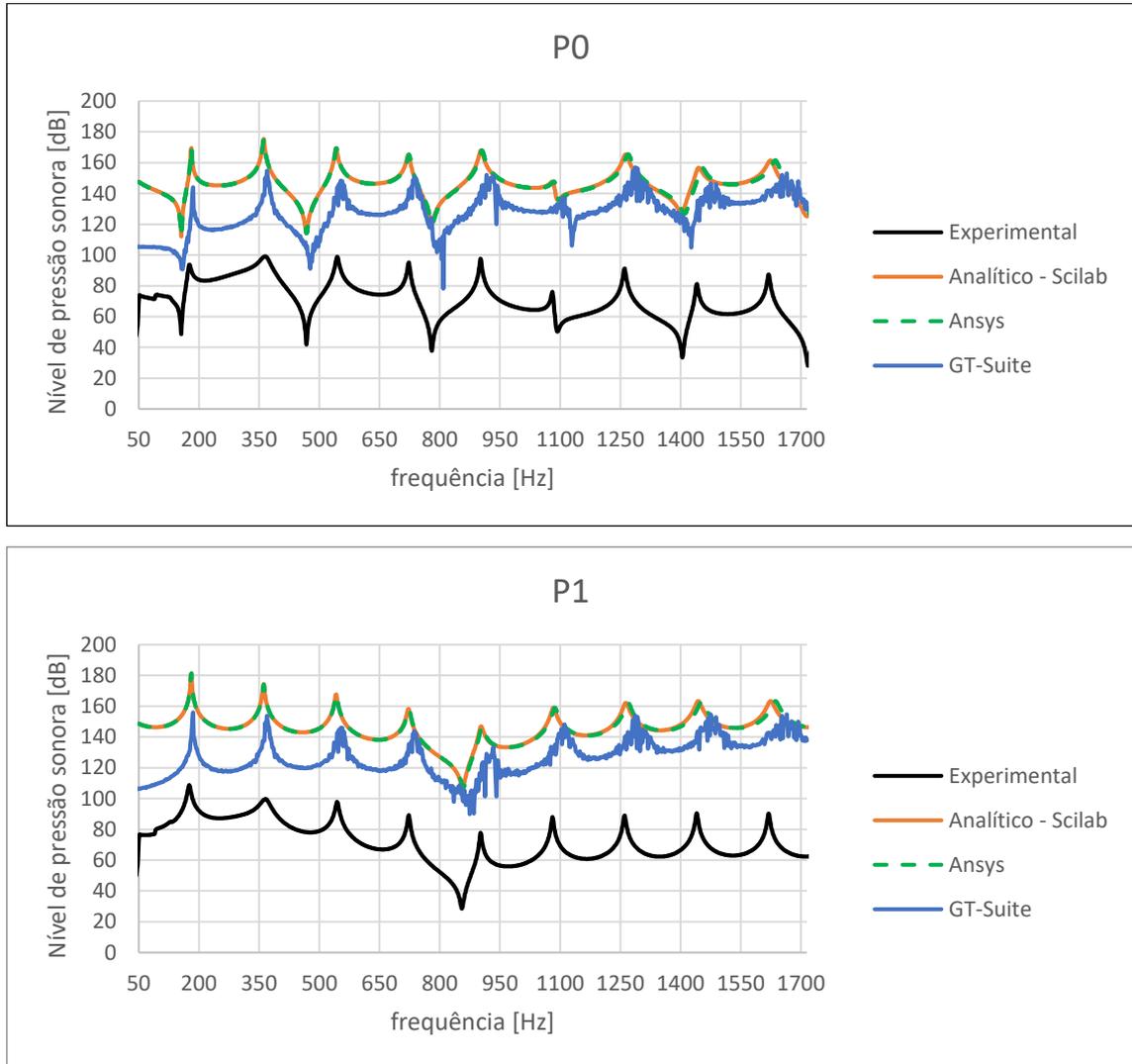


Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Além dos resultados experimental, analítico e os dois numéricos, para o Tubo Fechado pode-se determinar os modos de ressonância a partir da interpretação realizada na Seção 2.2.4, apresentada por Blevins (2001), para tubos do tipo fechado-fechado, em que as ressonâncias acontecem a cada meio comprimento de onda.

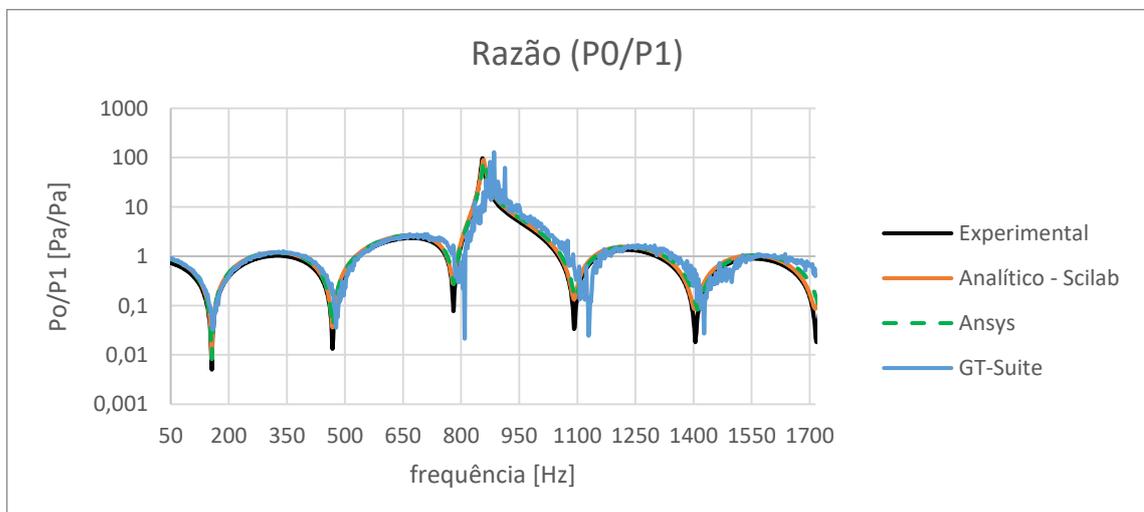
Enfim, a Figura 5.4 mostra os resultados do nível de pressão sonora obtidos para cada solução Tubo Fechado. As amplitudes de velocidade da fonte para as quatro soluções propostas são diferentes, resultando em níveis de pressão sonora também diferentes. Porém, a Figura 5.5 evidencia que a razão entre a pressão em P_0 e em P_1 são próximas para todas as soluções do caso. Efetuar a razão entre as pressão P_0 e P_1 trata-se de uma função de transferência que correlaciona dois pontos do tubo e normaliza os resultados.

Figura 5.4 – Nível de pressão sonora nos pontos *P0* e *P1*.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 5.5 – Função de transferência para as quatro soluções propostas.



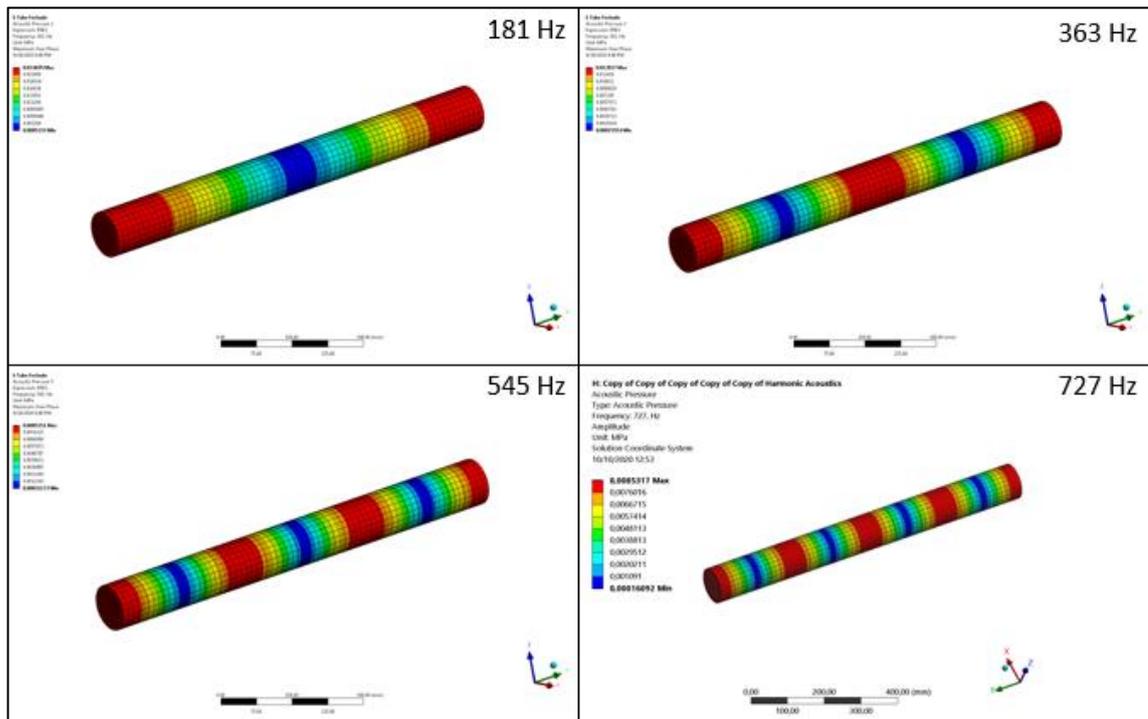
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Percebe-se erros maiores para o primeiro modo do Tubo Fechado. Isto pode estar relacionado com a presença de vazamento no tubo do procedimento experimental. Os demais modos possuem resultados com erro abaixo de 1% para o modelo analítico e para a simulação 3D com Ansys, sendo que parte deste erro pode ser explicado pela resolução da frequência, tendo em vista que a resolução de 1 Hz já introduz erro na análise (principalmente em baixas frequências).

O modelo do GT-Suite apresenta erros abaixo de 3% do segundo ao quinto modo. Este erro superior em relação às outras abordagens pode ser resultado de questões numéricas, o que seria uma boa sugestão de trabalho futuro.

A Figura 5.7 mostra os quatro primeiros modos do Tubo Fechado. As regiões em vermelho mostram pressão máxima e em azul pressão mínima, em módulo. Percebe-se que o primeiro modo, de fato, possui meio comprimento de onda, o segundo modo possui comprimento unitário de onda e assim sucessivamente.

Figura 5.7 – Quatro primeiros modos do Tubo Fechado obtidos pelo Ansys.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

5.2 TUBO ABERTO

O Tubo Aberto não possui descontinuidades em sua extensão, assim como o Tubo Fechado, mas apresenta influência da atmosfera na terminação oposta à fonte. Portanto, o estudo se mostra mais interessante, tendo em vista que a impedância de radiação é modelada de maneira distinta no modelo analítico e numérico.

A solução analítica deste caso utiliza as Equações (4.1) e (4.3). Analogamente ao Tubo Fechado, montou-se o equacionamento matricial para a solução deste caso, como apresentado na apresenta o equacionamento matricial deste caso, que foi resolvido através da inversão de matriz pelo Scilab.

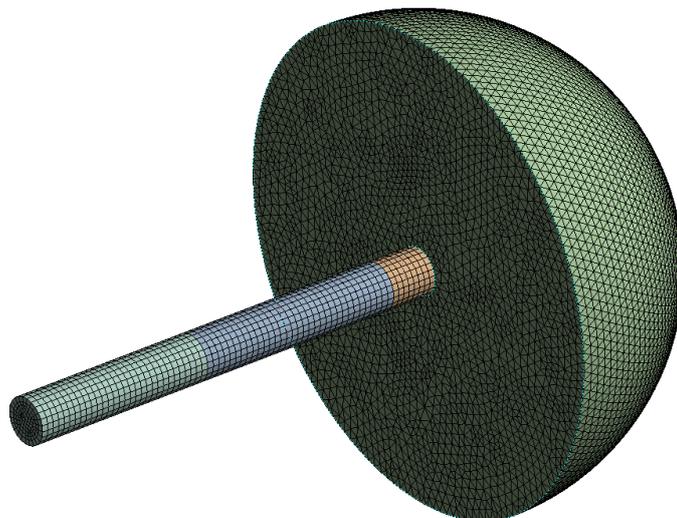
Figura 5.8 – Equacionamento matricial para o Tubo Aberto.

$$\begin{vmatrix} e^{ajk} & e^{-ajk} \\ e^{cjk}[1 - \frac{Z_t}{\rho_0 c_0}] & e^{cjk}[1 + \frac{Z_t}{\rho_0 c_0}] \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} A_1 \\ B_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 \\ u_0 \rho_0 c_0 \end{vmatrix}$$

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 5.9 mostra a malha utilizada para a solução numérica proposta por meio do software Ansys.

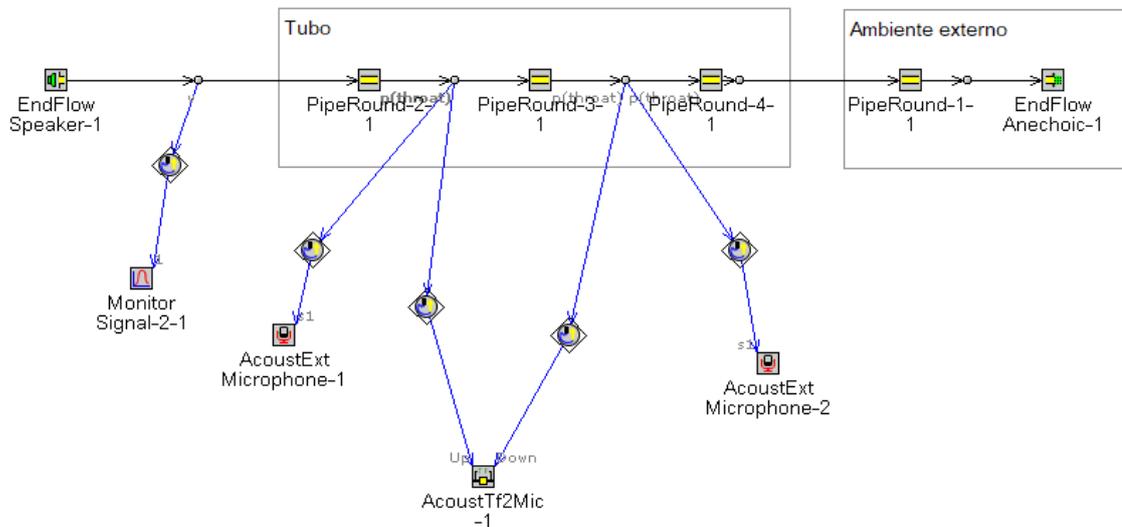
Figura 5.9 – Malha para simulação do Tubo Aberto no Ansys;



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 5.10 mostra o modelo usado para simulação numérica por meio do GT-Suite. A diferença deste modelo para o modelo de Tubo Fechado está na terminação dele. Este modelo foi implementado introduzindo uma câmara de expansão com terminação anecoica para simular o efeito da impedância de radiação do meio, como explicado na Seção 4.6. Novamente o tubo foi discretizado em partes de 5 mm.

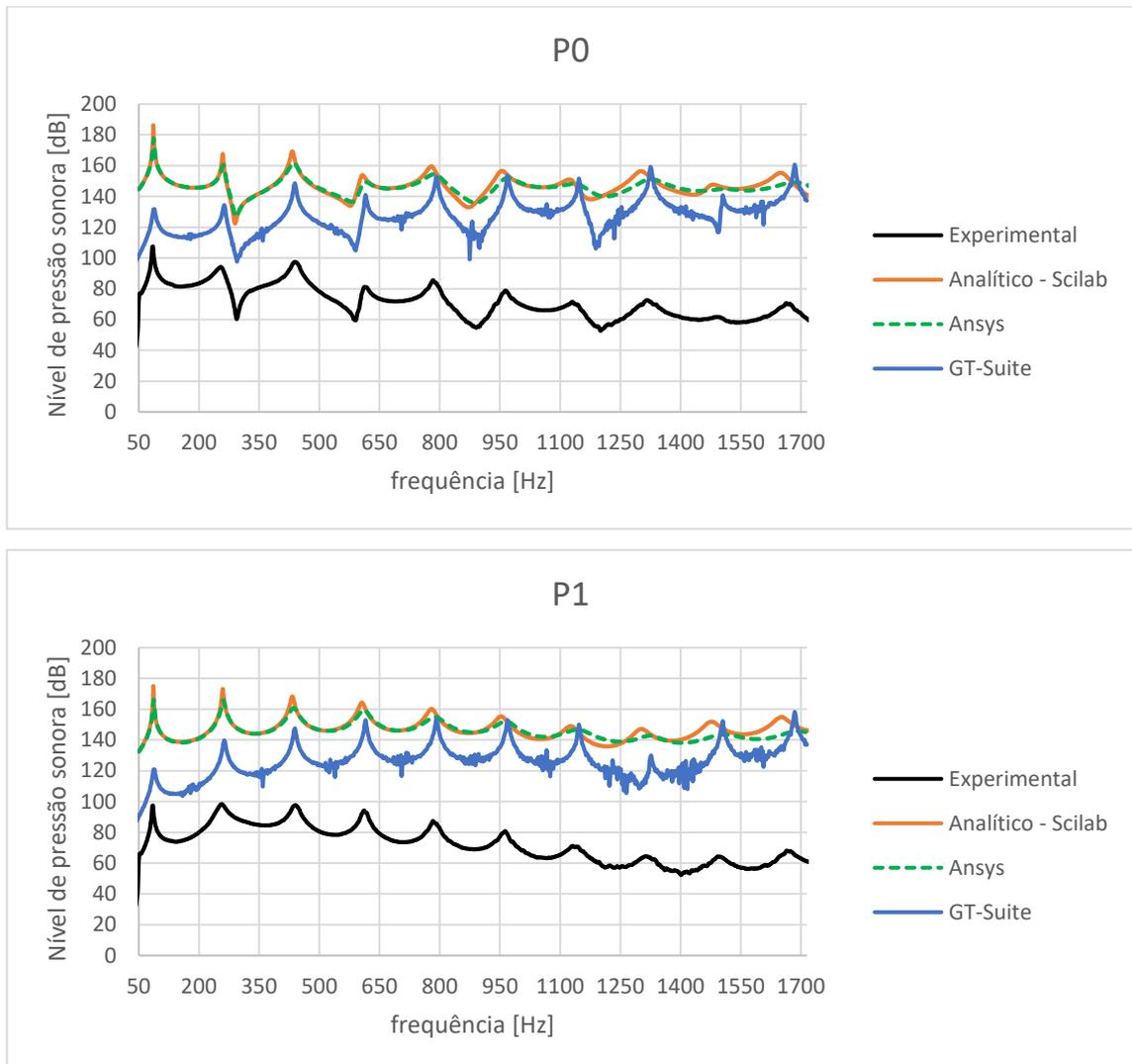
Figura 5.10 – Tubo Aberto modelado no GT-Suite.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

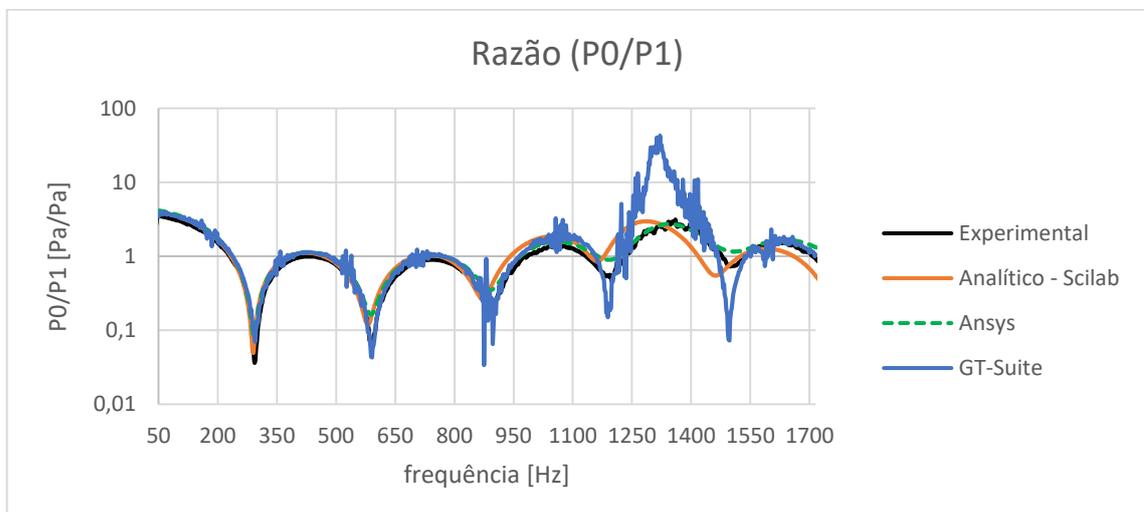
A Figura 5.11 mostra, finalmente, os resultados obtidos para o Tubo Aberto em termos de P_0 e P_1 . Novamente foi realizada a função de transferência para as quatro soluções, a fim de normalizar os resultados através da razão entre P_0 e P_1 . Observa-se que as quatro soluções possuem razões parecidas, com exceção do GT-Suite entre 1190 Hz e 1500 Hz. A imprecisão nos resultados do GT-Suite acima de 1190 Hz está associada ao posicionamento de medição das pressões, pois a medição das pressões nas extremidades do tubo resultaram em valores de P_0 e P_1 coerentes em relação ao procedimento experimental. Isto acontece porque o LD é dependente das posições de medição e deve-se, portanto, ter atenção com os resultados de *level difference*.

Figura 5.11 – Níveis de pressão sonora em P_0 e P_1 .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 5.12 – Função de transferência para as quatro soluções propostas.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Assim como no modelo de Tubo Fechado, o amortecimento do sistema varia em função da frequência e, portanto, adotou-se um amortecimento médio nas soluções analítica e numéricas. Novamente há a presença de “vales” no gráfico de $P0$ que são devido à presença de um nó de pressão no ponto de aquisição de pressão. Percebe-se que o resultado analítico e numérico pelo Ansys são parecidos até aproximadamente 830 Hz, onde começa certa defasagem de frequência entre os resultados. Isto se explica pela aproximação analítica da impedância de radiação, tendo em vista que a equação utilizada é uma aproximação e garante bons resultados até 546 Hz para a geometria definida.

Tabela 5.2 – Frequência de ressonância para os 5 primeiros modos de Tubo Aberto.

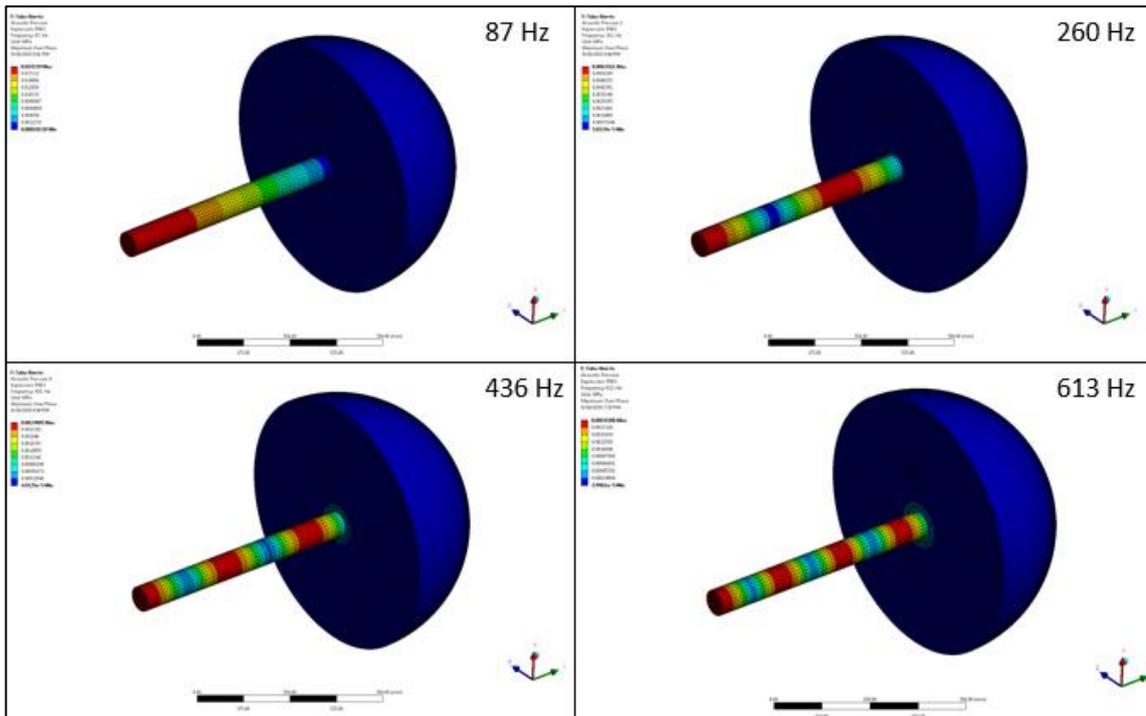
Modos	Experimental	Ansys		Analítico		GT-Suite	
	f [Hz]	f [Hz]	Erro [%]	f [Hz]	Erro [%]	f [Hz]	Erro [%]
1	85	87	2,4%	86	1,2%	87	2,4%
2	259	260	0,4%	259	0,0%	263	1,5%
3	440	436	0,9%	434	1,4%	437	0,7%
4	612	613	0,2%	606	1,0%	615	0,5%
5	784	787	0,4%	780	0,5%	791	0,9%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Novamente, pela Tabela 5.2, verificou-se erros maiores em relação ao modelo experimental em baixa frequência (primeiro modo). Apesar de ter definido na literatura que para este caso a frequência máxima de análise para o modelo analítico seria de 546 Hz, o quinto modo (780 Hz) apresenta bom resultado em relação ao modelo experimental.

A Figura 5.13 mostra os quatro primeiros modos do tubo. Percebe-se que os modos seguem a ideia apresentada por Blevins (2001) através da Equação (2.49), ou seja, os modos surgem de forma que a pressão na fonte é máxima e a pressão na saída é mínima, em módulo.

Figura 5.13 – Quatro primeiros modos do Tubo Aberto obtidos pelo Ansys.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

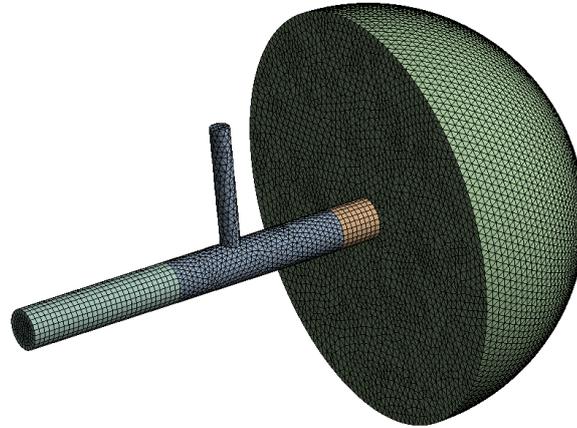
5.3 RESSONADOR DE QUARTO DE ONDA

O Ressonador de Quarto de Onda introduz uma descontinuidade no tubo estudado anteriormente. Desta maneira, pode-se sintonizar a ramificação lateral de maneira que atenuem determinadas frequências de interesse, seguindo a Equação (3.33). Como o próprio nome já diz, este tipo de descontinuidade é projetado baseado no quarto de comprimento de onda por meio do comprimento do tubo de ramificação lateral. Ao entrar em ressonância, a ramificação impede, em parte, que a energia sonora seja eliminada para o ambiente externo ao filtro. O procedimento experimental revelou que o amortecimento médio para o sistema era de aproximadamente 0,5%.

A solução analítica deste filtro foi apresentada na Seção 3.3 e o equacionamento matricial foi utilizado de exemplo na Seção 4.3. O tubo de ramificação lateral necessita de correção no comprimento para considerar os efeitos de ondas não-planas no junção entre o tubo principal e o tubo lateral. Silva e Nunes (2016) compilaram que, para frequências de até 500 Hz, a correção no comprimento deve-se somar 30% do valor do raio do tubo lateral e, para frequências de 500 Hz a 1500 Hz, deve-se somar 85% do valor do raio do tubo lateral ao comprimento.

A Figura 5.14 mostra a malha gerada para simulação 3D por meio do software Ansys.

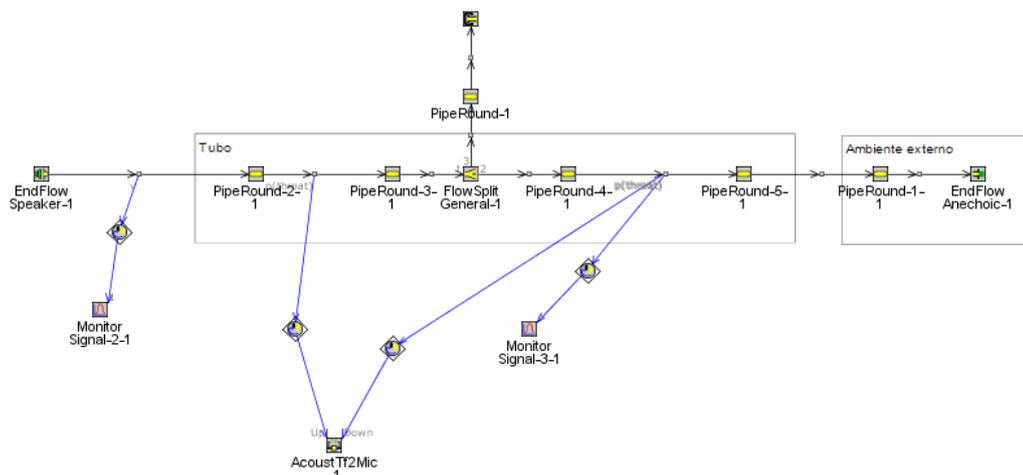
Figura 5.14 – Malha para simulação do Ressonador de Quarto de Onda no Ansys.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 5.15 ilustra o modelo para simulação no GT-Suite. Neste modelo, entre o tubo de ramificação lateral e o tubo principal há um “*Flow Split*”. Este elemento visa reproduzir o efeito de volume que fisicamente ocorre neste experimento e tem a função de “conectar” o tubo de ramificação lateral no tubo principal. A análise analítica realizada não permite esta avaliação e o modelo numérico do Ansys possui naturalmente este efeito inserido, tendo em vista que se trata de um modelo tridimensional. Este volume introduz uma oposição ao movimento neste ponto, sendo, portanto, uma impedância do tipo *lumped compliance*, como citado por Munjal (1987).

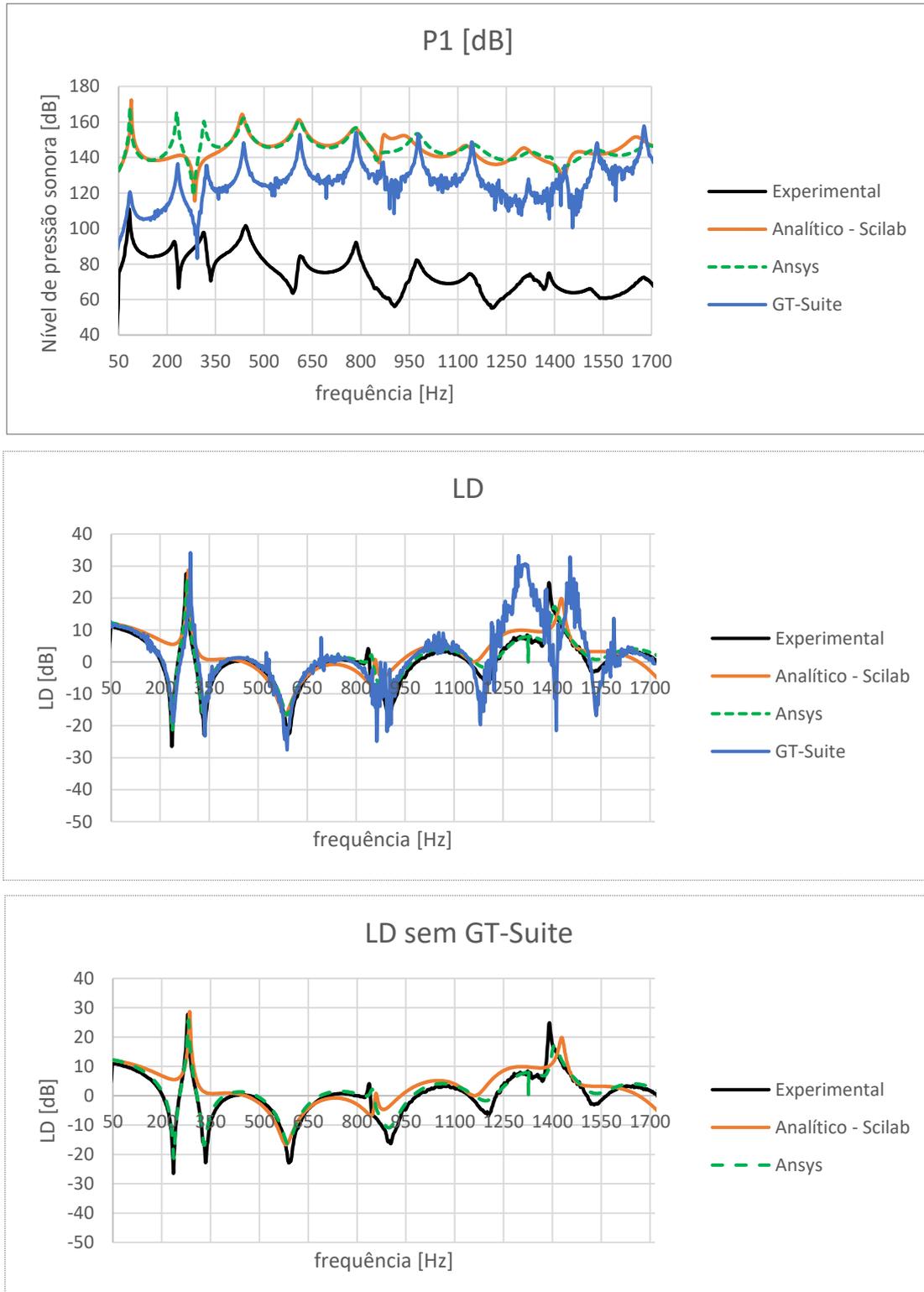
Figura 5.15 – Ressonador de Quarto de Onda modelado no GT-Suite.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os resultados para o ressonador serão dados pelo nível de pressão sonora em $P1$, pois permite avaliação do campo sonoro formado próximo da saída do filtro acústico, e pelo LD. A Figura 5.16 apresenta os resultados obtidos.

Figura 5.16 – Resultados para o Ressonador de Quarto de Onda.



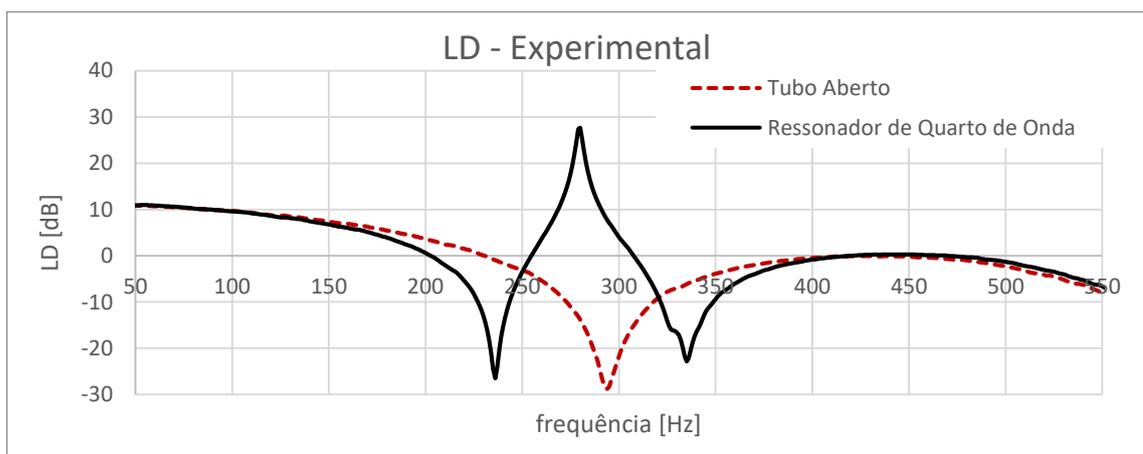
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Pela Figura 5.16, observa-se que a solução numérica do Ansys foi a que mais se aproximou do comportamento experimental do Ressonador de Quarto de Onda. A solução analítica não capturou alguns modos do filtro (próximo de 230 Hz e 330 Hz) e, por isso, não representa integralmente o fenômeno físico.

A simulação numérica realizada por meio do GT-Suite capturou todos os modos do ressonador, mas acima de 1200 Hz (aproximadamente) é possível analisar grande diferença de LD e, portanto, a avaliação do fenômeno físico foi limitada. Este comportamento acima de 1200 Hz está relacionado com a posição de medição das pressões, pois ao alterar os pontos de medição, o comportamento do LD se tornou análogo ao Ansys e experimental. Como explicado por Crocker (2007) e na Seção 2.1.8, o LD depende das posições de aquisição da temperatura e deve-se tomar cuidado com esta variável.

O Ressonador de Quarto de Onda foi projetado baseado na função de transferência do Tubo Aberto, para haver uma análise visual do efeito que o ressonador causa no campo sonoro do tubo. Foi observado que para a frequência de 290 Hz do Tubo Aberto o $P1$ e o $P0$ são praticamente iguais, então dimensionou-se comprimento do ressonador para permitir maior atenuação nesta frequência. Baseado na Seção 3.2.3 (Tubo fechado de ramificação lateral), dimensionou-se o ressonador com 293 mm, para sintonizar um modo acústico na frequência de 290 Hz e diminuir a propagação sonora para fora do tubo. A Figura 5.17 mostra o efeito do ressonador no Tubo Aberto.

Figura 5.17 – Efeito do ressonador no campo sonora do Tubo Aberto.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Vale lembrar que o ressonador tem a capacidade de atenuar a amplitude de determinada frequência, mas são criados dois “vales” próximos a essa frequência, como pode ser visto na

Figura 5.19. Estes “vales” são gerados pois a presença do ressonador divide o tubo principal em dois tubos menores (um antes e outro depois do ressonador) quando ele está próximo de sua frequência de ressonância. Posteriormente, a Figura 5.18 mostrará de forma mais clara os efeitos do ressonador nos modos do filtro.

A Tabela 5.3 mostra as frequências dos modos do filtro e avalia os erros relativos ao procedimento experimental, sendo os modos comparados em relação ao *PI*.

Tabela 5.3 – Frequência de ressonância para os 5 primeiros modos do Ressonador de Quarto de Onda.

Modos	Experimental	Ansys		Analítico		GT-Suite	
	f [Hz]	f [Hz]	Erro [%]	f [Hz]	Erro [%]	f [Hz]	Erro [%]
1	83	85	2,4%	89	7,2%	84	1,2%
2	227	230	1,3%	-	-	227	0,0%
3	280	281	0,4%	286	2,1%	288	2,9%
4	315	315	0,0%	-	-	320	1,6%
5	445	440	1,1%	432	2,9%	437	1,8%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

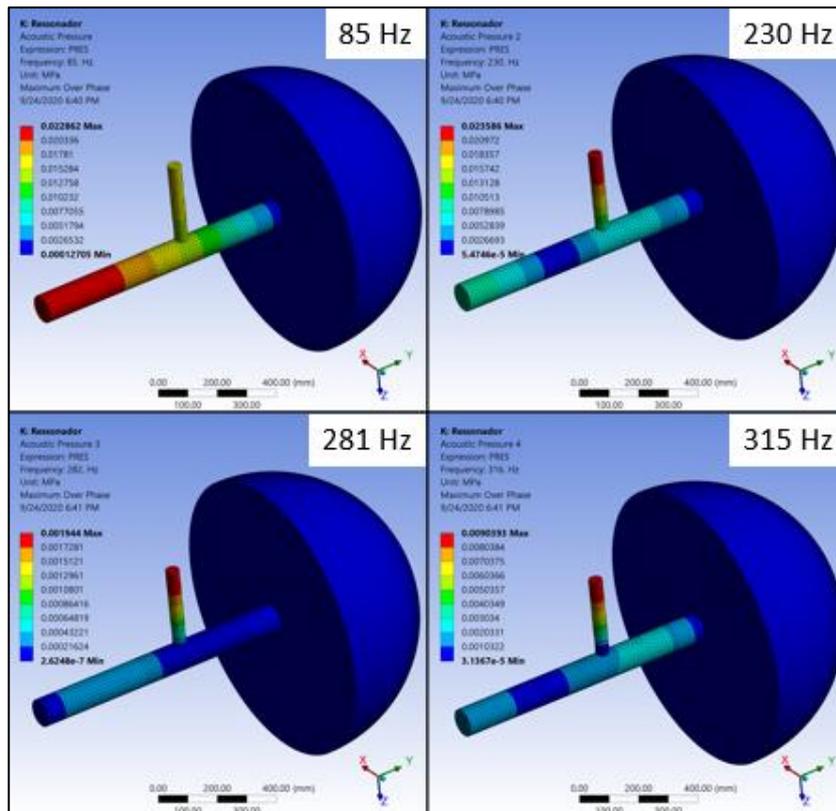
O erro associado a baixas frequências ainda é superior ao erro em frequências mais altas. A resolução analítica não captou os efeitos dos “vales” próximos a 230 Hz e 330 Hz e, por isso, não representa completamente o fenômeno físico deste caso. O erro associado a frequência de ressonância do tubo lateral (280 Hz) da simulação do GT-Suite é maior que o erro associado aos demais modos, mas a definição do real volume da câmara de expansão que separa os três tubos da geometria é complicada e influencia diretamente no comprimento “característico do tubo”. Um estudo futuro sobre a influência deste volume nos modos de ressonância seria interessante. A Figura 5.18 mostra os modos de ressonância do Ressonador de Quarto de Onda.

Interessante observar o efeito do ressonador em 281 Hz (frequência de ressonância do tubo lateral), onde o campo de pressão do tubo entre a terminação aberta e o tubo lateral possui magnitude bastante baixa, ou seja, o nível de pressão sonora que sai do ressonador é baixo. Os modos presentes em 85, 230 e 315 Hz são referentes ao tubo principal, apesar da magnitude da pressão no ressonador também ser alta.

Em 85 Hz está em ressonância um quarto de comprimento de onda relativo ao comprimento do tubo inteiro (0,950 m), em 230 Hz três quartos do comprimento de onda relativo ao tubo inteiro e em 315 Hz há uma ressonância na parcela do tubo próxima a terminação aberta, diminuindo o efeito de atenuação do ressonador para esta frequência. Ainda, pela Figura 5.16, torna-se interessante entender o comportamento dos “vales” em 238 Hz e 333 Hz. A Figura 5.19 mostra estes campos sonoros.

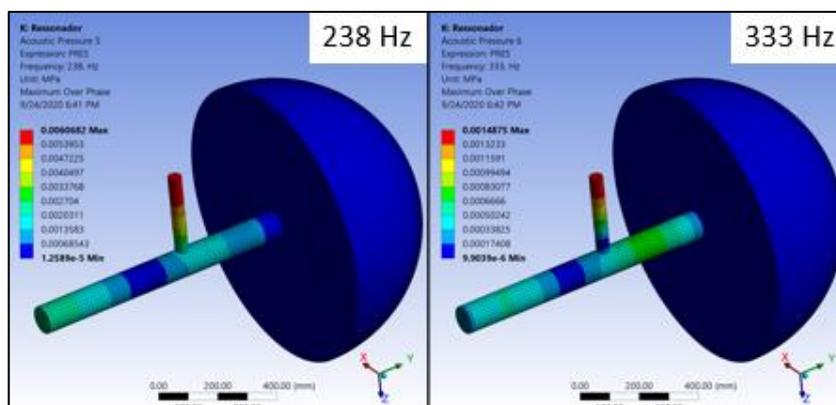
O LD em 238 Hz encontra-se baixo principalmente devido a posição do ponto $P0$ e $P1$, pois o $P0$ se encontra numa região de nó ($P0$ baixo) e $P1$ se encontra numa região de pressão mais alta ($P1$ alto), fazendo o LD se tornar negativo (sem atenuação). Em 333 Hz o $P0$ também está numa região de baixa magnitude de pressão e o $P1$ se encontra numa região de pressão alta, fazendo o LD se tornar negativo novamente.

Figura 5.18 – Quatro primeiros modos do Ressonador de Quarto de Onda.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 5.19 – Frequências relativas às anti-ressonâncias.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Vale ressaltar que o efeito do LD neste sistema não necessariamente indica que o filtro atenua determinadas frequências para um observador perto dele, tendo em vista que se trata de uma relação de níveis de pressão sonora no interior do filtro. Em 238 Hz, por exemplo, o filtro possui LD negativo para a disposição de pontos escolhida, mas a magnitude de pressão que se propaga para fora do filtro é baixa.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A realização da validação representa importante passo na metodologia deste trabalho, considerando que os modelos numéricos apresentaram boa precisão em relação ao modelo experimental. Logo, permite-se a avaliação de um modelo mais complexo, como é o caso do *Muffler* Genérico escolhido, para determinar o campo sonoro produzido no interior do filtro acústico reativo. Portanto, a simulação realizada no software Ansys e GT-Suite foi realizada a fim de determinar a precisão dos resultados, comparação entre modelos geométricos e matemáticos e custo computacional envolvido. A Figura 6.1 mostra o *muffler* real utilizado.

Figura 6.1 – *Muffler* Genérico real utilizado.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Nota-se que o *muffler* possui dois tubos, o tubo de entrada (em foco na primeira imagem da esquerda para a direita na Figura 6.1) e o tubo de saída (mostrado na segunda imagem). A nomenclatura “entrada” e “saída” é dada com base no sentido de fluxo do gás no *muffler*, considerando que o gás admitido no cilindro do compressor entra no filtro pelo tubo de entrada e entra no cilindro do compressor pelo tubo de saída. O objetivo do *muffler* em um compressor hermético para refrigeradores é, basicamente, atenuar a propagação de ondas sonoras produzidas pela válvula de sucção para a cavidade do compressor. Portanto, é interessante que a magnitude de pressão das ondas que saem do tubo de entrada sejam baixas.

Apesar de ser uma geometria complexa, a Seção 3.2 entrega boas noções do comportamento de cada tipo de descontinuidade para o efeito de atenuação sonora. O tubo de entrada pode ser aproximado por um tubo do tipo aberto-aberto, pois as impedâncias desta região permitem propagação da onda para fora do tubo. Lembrando que se trata de uma aproximação, já que a impedância do sistema tende a deslocar os modos de ressonância deste tubo. O tubo de saída é modelado como um tubo aberto-fechado, pois é aberto para o volume

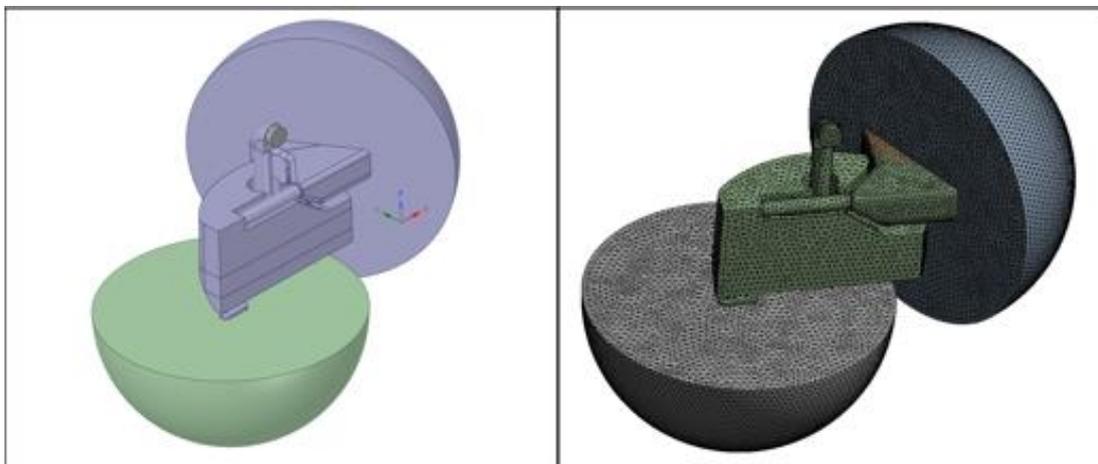
do *muffler* em uma das terminações e fechado na outra (a terminação fechada implica na hipótese de que a válvula de sucção estará fechada no momento de análise).

Entende-se o efeito da câmara de expansão, associado aos tubos de entrada e saída, através da Seção 3.2.1, que mostra ter relação com o quarto de comprimento de onda em função do comprimento da câmara (Equação (3.22)). Pela Figura 6.1, nota-se que é difícil estimar o comprimento da câmara devido à disposição dos tubos de entrada e de saída. A própria câmara de expansão possui, também, comportamento de *lumped parameter* (combinação dos efeitos de *lumped inertance* e *lumped compliance* apresentados na Seção 3.1), sendo análogo ao efeito produzido pelo ressonador de Helmholtz, mostrado na Seção 3.2.4.

Além da câmara de expansão, observa-se a presença de um ressonador de tubo-estendido, apresentado na Seção 3.2.5, que também possui relação com o quarto de comprimento de onda. Portanto, constata-se que há diferentes descontinuidades que podem ser sintonizadas em diferentes frequências, permitindo então, a atenuação em várias frequências diferentes.

O procedimento experimental, descrito na Seção 4.4, foi usado como referência para os resultados obtidos por meio de simulação numérica. Por isso, os modelos simulados representam as condições de contorno impostas no procedimento experimental. A Figura 6.2 mostra a geometria do domínio de fluido do *Muffler* Genérico e a malha gerada pelo Ansys. Nota-se que há dois hemisférios de radiação, um deles posicionado na entrada do *muffler* e o outro posicionado num pequeno orifício que há no fundo do filtro (furo destinado a retirada de óleo de dentro do *muffler*). A Figura 6.3 mostra o modelo desenvolvido para simulação 0D/1D no GT-Suite.

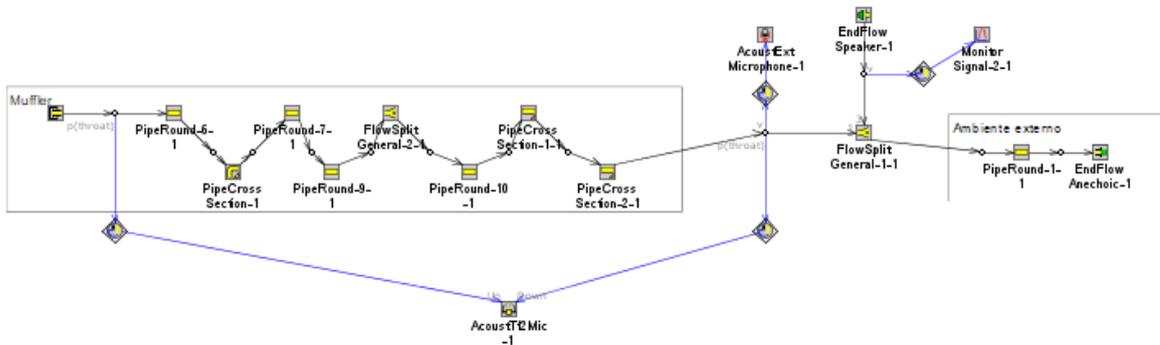
Figura 6.2 – Domínio fluido do *Muffler* Genérico à esquerda e malha para simulação 3D à direita.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

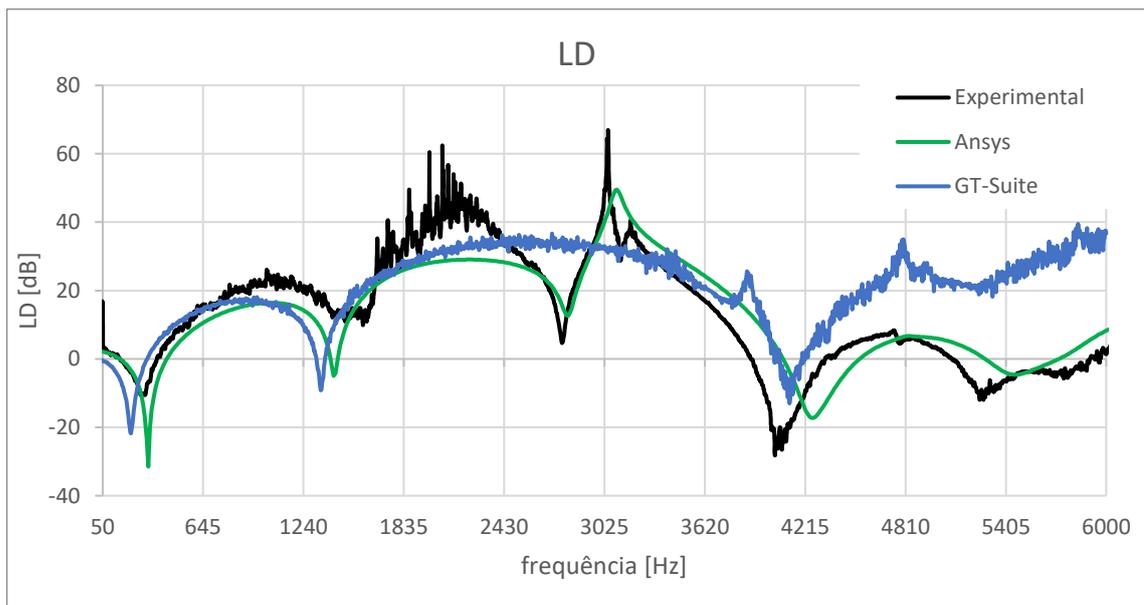
Realizadas as considerações necessárias para análise dos resultados, a Figura 6.4 apresenta os resultados de *level difference* para as simulações: 3D com uso da acústica linear, 1D com uso da acústica não-linear e medição experimental. Os pontos de aquisição do nível de pressão sonora reproduzem aqueles usados na medição experimental, apresentados na Figura 4.6. Como a fonte sonora se encontra na região externa do filtro, então o LD é resultado da diferença de nível de pressão sonora do ponto de medição na entrada do tubo de entrada do *muffler* e do ponto de medição na saída do tubo de saída.

Figura 6.3 – Modelamento da geometria do *Muffler* Genérico.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Figura 6.4 – *Level difference* do *Muffler* Genérico.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Figura 6.4 mostra que o Ansys capturou os efeitos do campo sonoro produzidos no *muffler*, pois a curva da diferença de nível de pressão sonora entre a simulação 3D e a medição experimental apresentam resposta semelhante ao caso proposto.

A simulação com o GT-Suite apresentou resultados semelhantes em comparação ao modelo numérico 3D e o procedimento experimental. Porém, os modos presentes entre 2700 Hz e 3050 Hz não foram capturados pelo modelo 0D/1D de simulação, tornando o resultado obtido limitado. Esta limitação está associada ao uso de um elemento de volume único para representação da cavidade do *muffler*, o *Flow Split*, que não captura os efeitos de ondas estacionárias na cavidade, tendo em vista que apenas com a discretização da geometria é possível capturar gradientes de pressão. A Tabela 6.1 mostra os modos acústicos e a diferença percentual entre os modos de vibração do ar em termos de LD.

Tabela 6.1 – Modos de ressonância do *Muffler* Genérico.

Modos	Experimental	Ansys		GT-Suite	
	f [Hz]	f [Hz]	Erro [%]	f [Hz]	Erro [%]
1	293	320	9,2%	226	22,9%
2	1560	1430	8,3%	1346	13,7%
3	2774	2800	0,9%	-	-
4	3048	3100	1,7%	-	-
5	4077	4270	4,7%	4118	1,0%

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

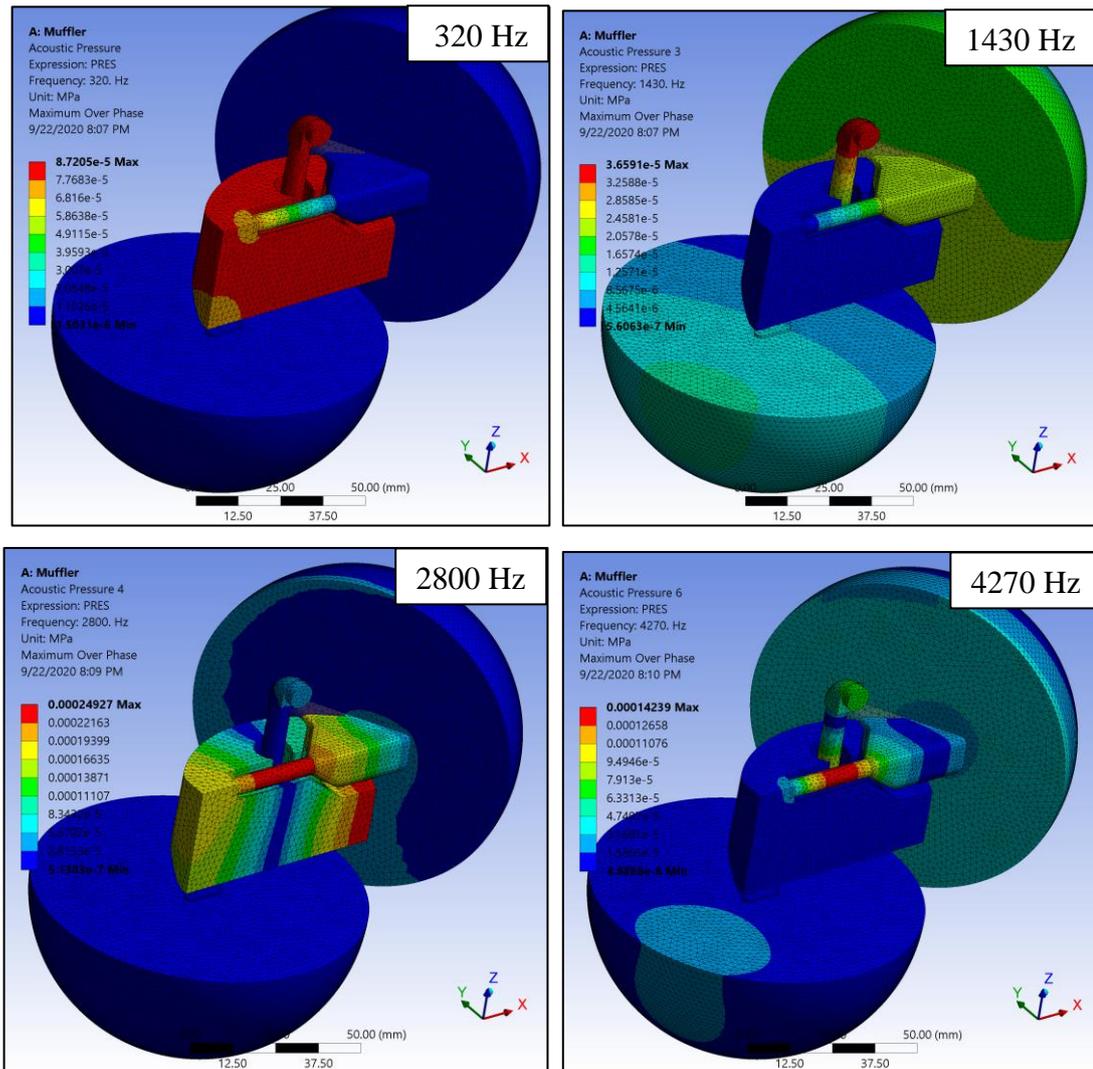
Novamente em baixas frequências os resultados ficaram menos precisos. Os resultados do Ansys ficaram com erros abaixo de 5% para os modos acústicos de frequências mais altas, sendo considerados erros aceitáveis para aplicações práticas.

O GT-Suite possui erros acima de 10% a baixas frequências e não capturou dois modos acústicos, mas pelo gráfico percebe-se que o comportamento do campo sonoro é semelhante ao procedimento experimental e à simulação do Ansys. Portanto, os resultados do GT-Suite podem ser melhorados através do aperfeiçoamento dos dados de entrada do modelo, pois, desta maneira, seriam ajustados os modos do filtro e poderia ser melhorada a precisão dos resultados. Uma das formas de realizar a melhoria do modelo é através da discretização da cavidade do *muffler* ao introduzir elementos de *flow split* para representação desta região do filtro. Desta forma, é possível capturar os efeitos de ondas estacionárias no volume da cavidade, como discutido no parágrafo anterior.

O erro maior em baixas frequências pode estar associado a presença de vazamentos no procedimento experimental e a diferenças nas dimensões do *muffler* real e daqueles modelados no computador para simulação numérica.

Torna-se interessante avaliar os modos de vibração acústica dos picos e vales do filtro acústico. A Figura 6.5 mostra os campos sonoros para os picos de LD em determinadas frequências por meio do Ansys, por permitir boa visualização dos modos acústicos atuando na geometria 3D.

Figura 6.5 – Modos acústicos do *Muffler* Genérico.



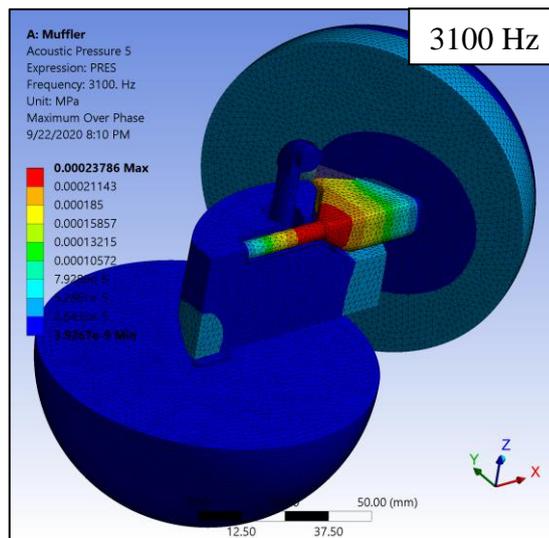
Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Os modos acústicos mostrados na Figura 6.5 evidenciam diferentes comportamentos do campo sonoro produzido no interior do filtro. Em 320 Hz há a presença de um *lumped parameter*, pois a cavidade não possui gradiente de pressão (sem onda estacionária) e funciona como um sistema massa mola, onde o fluido presente no tubo de entrada é a massa e o volume da cavidade é a mola do sistema. Em 1430 Hz há um modo acústico do tubo de saída e do tubo de entrada, assim como em 4270 Hz. Em 2800 Hz há um modo acústico de onda estacionária

na câmara de expansão do *muffler* e no tubo de entrada. Este efeito visto em 2800 Hz não foi capturado pelo GT-Suite, justamente porque a cavidade foi modelada com um volume único, sem discretização, que impossibilita a análise de gradientes de pressão e efeitos geométricos nesta região.

A Figura 6.6 representa o ponto de maior atenuação da curva do LD, onde há boa atenuação da energia sonora propagada para fora do filtro. O GT-Suite não capturou, também, este modo acústico. Percebe-se que esta ressonância é função da região de transição entre o fluido presente no filtro e o hemisfério de radiação e, por isso, trata-se de um efeito geométrico desta região. Como discutido anteriormente nesta seção, o GT-Suite não captura tais efeitos geométricos, pois não há discretização (volume único *flow split*) desta região no modelo adotado.

Figura 6.6 – Ponto de maior atenuação pelo LD do *Muffler* Genérico.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 6.2 apresenta o custo computacional relativo à simulação realizada por meio do Ansys e por meio do GT-Suite. Usou-se uma workstation da Dell com processador Intel Xeon com 24 núcleos para simulação por meio do software Ansys, enquanto as simulações do GT-Suite foram realizadas em um notebook Samsung com processador Intel Core i7 com 2 núcleos.

Tabela 6.2 – Custo computacional relativo ao Ansys e GT-Suite para todas as geometrias.

	<i>Muffler</i> Genérico		Tubo Fechado		Tubo Aberto		Ressonador de Quarto de Onda	
	Ansys	GT-Suite	Ansys	GT-Suite	Ansys	GT-Suite	Ansys	GT-Suite
Tempo [min]	39	9	15	3	68	16	73	18
Número de nós da malha	115824	88	8424	190	60450	252	59446	313

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Percebe-se, pela Tabela 6.2, que o custo computacional exigido pelo GT-Suite é bastante inferior àquele exigido pelo Ansys. Isto se deve ao fato de o GT-Suite não possuir uma malha 3D discretizada para solução e realizar aproximações pelo volume e outros parâmetros para determinação de efeitos geométricos. Do outro lado, o Ansys possui grande fidelidade quanto a geometria estudada.

Uma análise quantitativa de comparação entre os softwares poderia ser feita utilizando-se o mesmo computador, porém, devido a questões de licença dos softwares, essa abordagem não se tornou possível.

Outra questão interessante é a diferença de custo financeiro para uso dos softwares, sendo o custo para uso do GT-Suite, aproximadamente, 4 vezes menor que do Ansys. Esta comparação foi realizada com base no preço pago para uso de ambos os softwares .

7 CONCLUSÕES

O desenvolvimento deste trabalho permitiu a avaliação e entendimento dos fenômenos acústicos através da acústica linear. Além disso, implementou os conceitos físicos e matemáticos que envolvem a acústica na aplicação de filtros reativos e ressonadores, mostrando as etapas de complexidade dos sistemas – do tubo simples ao *muffler* com aplicação industrial.

Os softwares de simulação se mostraram competentes na representação dos fenômenos físicos ao serem validados com o procedimento experimental. Além do desenvolvimento da solução analítica, que para tubos simples disponibilizou resultados confiáveis. O processo de validação permitiu, também, que geometrias simples fossem estudadas e introduziu o projeto de filtros acústicos através do Ressonador de Quarto de Onda, que foi sintonizado em uma frequência que o Tubo Aberto possuía deficiência de atenuação.

A simulação tridimensional do Ansys obteve resultados com ótima precisão em relação à medição experimental, mesmo sendo a equação da onda (acústica linear) uma simplificação da equação de Navier-Stokes.

Os modelos 0D/1D desenvolvidos por meio do GT-Suite mostraram resultados satisfatórios para quase todos os casos, porém, dois modos acústicos do *Muffler* Genérico não foram capturados pelo modelo, o que mostra certa limitação do modelo desenvolvido em identificar efeitos geométricos (por não haver discretização do volume da câmara de expansão) e deve-se ter tal cuidado ao avaliar geometrias complexas. Logo, torna-se interessante o estudo de modelamento direcionado a discretização dos volumes de câmara de expansão no GT-Suite, a fim de determinar o comportamento do campo sonoro nestas regiões. Mostrou, também, resultados imprecisos acima de 1200 Hz para o Ressonador de Quarto de Onda e Tubo Aberto, que pode ser explicado pelo posicionamento da medição de pressão, e não um erro associado a solução do problema.

Outra diferença interessante entre os dois softwares é que o Ansys, por utilizar a acústica linear para solução, soluciona os casos no domínio da frequência, pois a acústica linear sugere uma solução no domínio da frequência para o campo de pressão sonora. Já o GT-Suite utiliza a própria equação de Navier-Stokes para solução dos casos propostos e, desta forma, realiza os cálculos no domínio do tempo (o software faz uma FFT para determinação dos resultados após a solução dele). Esta característica implica no uso da média temporal para efetuação da FFT, que resulta em erros associados ao número de médias feitas (quanto maior o número de médias, menos oscilação nos resultados).

O custo computacional exigido pelo Ansys é bastante superior àquele exigido pelo GT-Suite, pois mesmo com o uso de uma *workstation* com maior capacidade de processamento, o tempo de solução do Ansys se mostrou superior ao tempo de solução do GT-Suite. Esta diferença está relacionada principalmente a alta discretização da geometria 3D feita no Ansys, porque mesmo com uma solução não simplificada (acústica não-linear), o GT-Suite permite rápidos resultados e com boa precisão, atentando-se aos efeitos geométricos do sistema.

Logo, o GT-Suite é uma boa solução para o desenvolvimento inicial de projetos e para análises rápidas de sensibilidade ao variar parâmetros de entrada, sem a necessidade de haver uma geometria 3D projetada. Além disso, verificou-se que a solução acústica é válida e pode, portanto, ser associada a solução termodinâmica, dinâmica de fluidos e mecanismos já feitas para compressores e motores a combustão no GT-Suite. Desta maneira, há a otimização do projeto preliminar em apenas um software e de forma rápida.

7.1 TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros sugere-se:

- Continuação das análises com o GT-Suite para otimizar os resultados obtidos;
- Estudos baseados na discretização dos elementos *flow splits* para captura dos efeitos geométricos de ondas estacionárias nas cavidades.
- Análise de sensibilidade dos parâmetros de entrada das simulações, como comprimento, posição e volume, no campo sonoro produzido;
- Aprofundar as análises entre equação da onda e equação de Navier-Stokes aplicadas a filtros acústicos;
- Introdução de fluxo mássico nas simulações.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANSYS. **Acoustics ACT** - Introduction to Acoustics. [s.l.]: Ansys, 2017.
- ANSYS Inc. Versão 19.2. [s. l.]: Ansys Inc., 2020. Disponível em: Help do software. Acesso em: 01 jul. 2020.
- BLEVINS, Robert D. **Formulas for natural frequency and mode shape**. Nova York: Krieger, 2001.
- BISTAFA, Sylvio R. **Acústica aplicada ao controle de ruído**. 3. ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2018.
- BAARS, Edmar; TAKEMORI, Celso Kenzo. **Curso de Acústica Básica – Módulo 2**. 1. ed. São Paulo: [s.n.], 2016.
- CROCKER, Malcolm J. **Handbook of noise and vibration control**. Estados Unidos da America: John Wiley & Sons, 2007.
- GERGES, Samir N. Y. **Ruído: fundamentos e controle**. 2. ed. Florianópolis: NR Editora, 2000.
- GT-Suite. Versão 2016. [s. l.]: Gamma TechnologiesLLC, 2015. Disponível em: Help do Software. Acesso em: 01 ago. 2020.
- LENZI, Arcanjo. **Acústica e Vibrações**. Florianópolis: [s.n.], 2001.
- MACQUARIE UNIVERSITY. **Standing Waves and Resonance**. Sydney, Austrália: Department of Linguistics, 2020. Disponível em: < <https://www.mq.edu.au/about/about-the-university/faculties-and-departments/medicine-and-health-sciences/departments-and-centres/departament-of-linguistics/our-research/phonetics-and-phonology/speech/acoustics/acoustic-theory-of-speech-production/standing-waves-and-resonance>>. Acesso em: 24 mar. 2020.
- MUNJAL, M. L. **Acoustics of ducts and mufflers with application to exhaust and ventilation system design**. Estados Unidos da America: John Wiley & Sons, 1987.
- PIERCE, Allan D. **Acoustics: An introduction to Its Physical Principles and Applications**. 2. ed. Melville: Acoustical Society of America, 1989.
- SASAJIMA, M. *et al.* **Acoustic Analysis with Consideration of Damping Effects of Air Viscosity in Sound Pathway**. [s. l.]: [s. n.], 2013. Disponível em: https://altairhyperworks.jp/html/ja-JP/PDF/AOP/201311_gunma_y.pdf. Acesso em: 01 ago. 2020.
- SILVA, G. C; NUNES, Maria. **Effect of effective length of the tube on transmission loss of reactive muffler**. Hamburgo, Alemanha: Inter Noise 2016. Disponível em: <https://www.semanticscholar.org/paper/Effect-of-effective-length-of-the-tube-on-loss-of-Silva-Nunes/ece5763c1efc0d66b905f6c1960786315fef3161>. Acesso em: 26 jun. 2020.

TAKEMORI, Celso Kenzo *et al.* **Powertrain air intake system noise simulation results considering 0D 1D and 3D numeric methodologies**. 1. ed. São Paulo: [s.n.], 2016.

TAKEMORI, Celso Kenzo *et al.* **Pitfalls of simplification in the simulation of more complex acoustic systems**. 1. ed. São Paulo: [s.n.], 2017.

TEMKIN, Samuel. **Elements of Acoustics**. Estados Unidos da América: John Wiley & Sons, 1981.

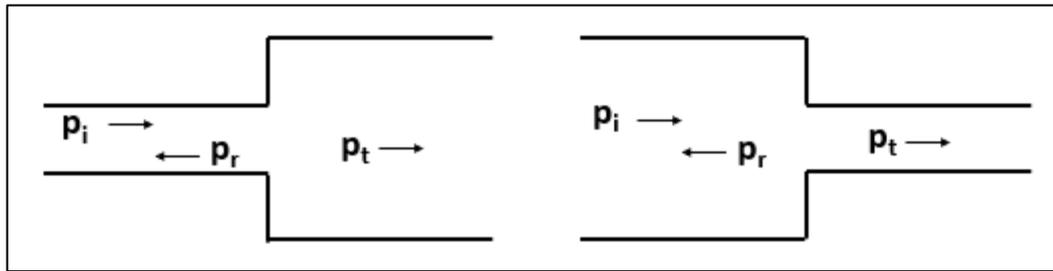
YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. **Física II: termodinâmica e ondas**. São Paulo: Pearson, 2008.

APÊNDICE A – Descontinuidades em Tubos

Contração e Expansão do Tubo

A Figura A.1 mostra dois tubos, um deles com uma contração repentina e o outro com expansão repentina. Considera-se que a descontinuidade se situa em $x = 0$ e a terminação do duto é anecoica, para que não haja reflexão da onda transmitida, como citado anteriormente. A área do tubo à esquerda é dada por S_1 e à direita é dada por S_2 .

Figura A.1 – Súbita expansão mostrada à esquerda e súbita contração mostrada à direita.



Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Gerges (2000) estabeleceu, para $x = 0$, a condição de continuidade da pressão e conservação de massa. Assim

$$p_i(0, t) + p_r(0, t) = p_t(0, t) , \quad (\text{A.1})$$

$$S_1 \rho_0 [u_i(0, t) + u_r(0, t)] = S_2 \rho_0 u_t(0, t) . \quad (\text{A.2})$$

Sabe-se que a velocidade de partícula de cada onda pode ser escrita em termos da pressão acústica ao dividi-la pela impedância característica do meio (respeitando os sinais para descrever a conservação de massa). Portanto

$$S_1 \left[\frac{p_i}{\rho_0 c_0} - \frac{p_r}{\rho_0 c_0} \right] = S_2 \frac{p_t}{\rho_0 c_0} . \quad (\text{A.3})$$

Logo,

$$S_1 [p_i + p_r] = S_2 p_t . \quad (\text{A.4})$$

Isolando P_r na Equação (A.1) e substituindo na Equação (A.4), obtém-se a razão de pressão da onda transmitida e da onda incidente,

$$\frac{P_t}{P_i} = \frac{2S_1}{S_1 + S_2} . \quad (\text{A.5})$$

Observe que se as duas áreas forem iguais, não há descontinuidade e toda onda incidente seria transmitida, além de não haver onda refletida (como o esperado). A razão de potências entre as ondas transmitida e incidente fica

$$\frac{W_t}{W_i} = \frac{S_2 I_t}{S_1 I_i} = \frac{4S_1 S_2}{(S_1 + S_2)^2} . \quad (\text{A.6})$$

A fim de analisar a influência desta descontinuidade no sistema, pode ser utilizado o parâmetro de performance perda de transmissão (TL). Portanto,

$$TL = 10 \log \left(\frac{W_i}{W_t} \right) = 10 \log \left(\frac{S_1 p_i}{S_2 p_t} \right) . \quad (\text{A.7})$$

Os resultados da Equação (A.7) mostram que quanto maior a descontinuidade, menor a transmissão de potência sonora, ressaltando que os resultados valem para $S_I > S_2$ e $S_2 > S_I$.

Orifício na Abertura Lateral

Considera-se um pequeno tubo lateral com comprimento L e raio a , semelhante ao da Seção 3.2.2, mas de comprimento consideravelmente menor, que garanta a propagação apenas de ondas planas, como visto no final da Seção 2.2.2. Lenzi (2001) determinou que o volume de fluido presente no orifício representa uma massa concentrada e, portanto, a pressão imposta por essa massa pode ser escrita analogamente a Equação (3.2). Assim, representa-se a impedância do orifício por

$$Z_{\text{orificio}} = j\omega\rho_0 L . \quad (\text{A.8})$$

Gerges (2000) justificou que a resistência acústica (parcela real da impedância) pode ser desconsiderada para casos onde $ka \ll 1$. Logo, por meio da Equação (3.29), obtém-se

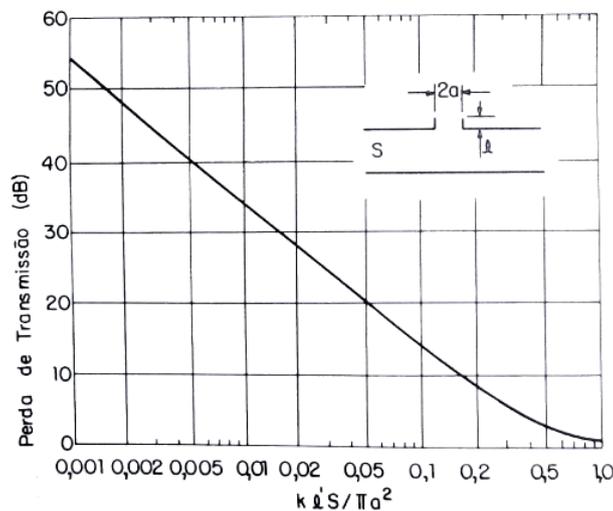
$$\alpha_t = \frac{1}{1 + (\pi a^2 / 2SLk)^2}, \quad (\text{A.9})$$

sendo S a área do tubo principal. A perda de transmissão, portanto, equivale

$$TL = 10 \log \left(1 + \left(\pi a^2 / 2SLk \right)^2 \right). \quad (\text{A.10})$$

A Figura A.2 e a Equação (A.10) permitem observar que a perda de transmissão é alta em frequências mais baixas, enquanto para frequências altas a TL é muito próxima de zero, ou seja, não há atenuação. Gerges (2000) classificou, portanto, este filtro acústico como tipo passa alto, devido a característica da TL em função do aumento da frequência de excitação e, ainda, justificou que o mecanismo de atenuação pelo orifício é através da reflexão de energia no sentido da fonte sonora e não por transmissão de energia acústica para fora da abertura.

Figura A.2 – Perda de transmissão causada pela descontinuidade do tipo orifício na abertura lateral.



Fonte: GERGES, 2000.