



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA – DEM
CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

**PROJETO DE SISTEMA MOLA -
AMORTECEDOR PARA UM VEÍCULO
TIPO FÓRMULA SAE ATRAVÉS DE
ANÁLISE DE UM QUARTO DE CARRO**

EDUARDO BALDO NICKNICH

JOINVILLE, SC
2020

EDUARDO BALDO NICKNICH

**PROJETO DE SISTEMA MOLA - AMORTECEDOR PARA UM VEÍCULO TIPO
FÓRMULA SAE ATRAVÉS DE ANÁLISE DE UM QUARTO DE CARRO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo de Medeiros

**JOINVILLE, SC
2020**

EDUARDO BALDO NICKNICH

**PROJETO DE SISTEMA MOLA - AMORTECEDOR PARA UM VEÍCULO TIPO
FÓRMULA SAE ATRAVÉS DE ANÁLISE DE UM QUARTO DE CARRO**

Trabalho de conclusão de curso apresentado à disciplina Trabalho de Conclusão de Curso (TCC0001) do Curso de Engenharia Mecânica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora:

Orientador:

Prof. Dr. Ricardo de Medeiros
UDESC/CCT

Membros:

Prof. Lucas Martin
UDESC/CCT

Prof. Nicodemus Neto da Costa Lima
UDESC/CCT

Joinville, 28 de setembro de 2020.

RESUMO

O comportamento de oscilação vertical de um veículo sofre variação em função de 3 componentes da suspensão: a massa (suspensa e não suspensa), as molas e os amortecedores utilizados. Este trabalho tem como objetivo o dimensionamento de um sistema massa-mola-amortecedor para o veículo Tipo Fórmula SAE da equipe E-Force da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC). Os pneus, assim como a geometria da suspensão, foram previamente definidos com auxílio do software AdamsCAR®. O modelo 3D foi montado no software SolidWorks® para definir condições iniciais como espaço disponível para o conjunto *coilover* e posteriormente obter características como a razão de movimentos entre o *coilover* e a roda do veículo. Um modelo de vibração teórico de análise tipo *Quarter-Car* foi elaborado com base na literatura para obtenção da resposta do sistema à um desnível no solo e posteriormente um código desenvolvido em Simulink® para a simulação do modelo criado. Diversos arranjos de mola e amortecedor da fabricante FOX® foram usados nas simulações, bem como a massa de um quarto de veículo obtida através do SolidWorks®, para encontrar o arranjo que proporcione menor oscilação da força normal exercida entre o pneu e o solo, garantindo assim um comportamento constante e previsível ao veículo. Variações sutis foram observadas entre as simulações, porém arranjos com menor fator de amortecimento demonstraram menor variação na força exercida pelo pneu. O tempo de retorno para que a oscilação de força se reduzisse a 5% do seu valor inicial também foi calculado através dos dados obtidos pela simulação, porém apresentou uma variação insignificante entre um arranjo e outro, não sendo, portanto, critério utilizado para definição do conjunto. Molas com 70KN/m na dianteira e 105KN/m na traseira foram escolhidas, juntamente com um fator de amortecimento de 0,6 para ambos os sistemas.

Palavras-Chave: Quarter-Car, Suspensão, Fórmula SAE, mola, amortecedor.

ABSTRACT

The vertical oscillation behavior of a vehicle varies accordingly to 3 main suspension components: the mass (sprung and unsprung), the springs and the dampers. This study's goal is to determine a suspension set up for the UDESC's E-Force Formula SAE Vehicle. The tires, just like the geometry of the suspension was previously determined using the AdamsCAR® software. The 3D model was made using SolidWorks® so that the determination of the initial conditions was possible, such as the available space for the coilover and the motion ratio between the wheels and the coilover. A Quarter-car model was developed accordingly to the literature so that the system's answer to a ramp input on the wheel was obtainable through the code developed with Simulink®. Many springs and dampers from FOX® were used on the simulations, as well as the quarter car mass obtained with SolidWorks® in order to find the setup that would result in the smaller variation of the tire's contact forces with the ground. Subtle variations were observed from the simulations, but setups with the smaller damping factor showed smaller tire contact force variation. The time needed for the variation to reduce its amplitude to 5% of that from the starting point was also obtained through the simulations but showed an insignificant variation throughout the different tested setups, turning the contact force of the tires the only criteria used for the spring/damper setup. Springs with 70KN/m on the front and 105KN/m on the back were chosen, both using a damping factor of 0,6.

Key-words: Quarter-Car, Suspension, Formula SAE, Spring, Damper

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 7 |
| 1.1 | HISTÓRIA | 7 |
| 1.2 | FÓRMULA SAE | 8 |
| 1.3 | OBJETIVOS | 9 |
| 1.3.1 | Objetivo Geral | 9 |
| 1.3.2 | Objetivos Específicos | 9 |
| 2 | FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 11 |
| 2.1 | SISTEMA MASSA, MOLA E AMORTECEDOR | 11 |
| 2.1.1 | Mola | 11 |
| 2.1.2 | Amortecedor | 14 |
| 2.1.3 | Elemento de inércia | 14 |
| 2.2 | RESPOSTA DE UM OSCILADOR DE UM GRAU DE LIBERDADE | 15 |
| 2.2.1 | Razão de movimento | 19 |
| 2.2.2 | Transmissibilidade | 20 |
| 2.3 | MODELO VIBRACIONAL DE UM QUARTO DE VEÍCULO | 21 |
| 2.4 | SUSPENSÃO DUPLO A | 25 |
| 3 | METODOLOGIA | 27 |
| 3.1 | SELEÇÃO DE COMPONENTES | 27 |
| 3.2 | CÓDIGO NO SIMULINK PARA SIMULAÇÃO DE DESLOCAMENTOS | 29 |
| 3.2.1 | Dados utilizados na Simulação | 29 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES | 33 |
| 4.1 | TEMPO NECESSÁRIO ATÉ O REPOUSO | 33 |
| 4.2 | VALORES DE PICO DAS OSCILAÇÕES | 35 |
| 4.3 | SIMULAÇÃO COM RAMPA ALTERNATIVA | 36 |
| 5 | CONCLUSÕES | 38 |
| 6 | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 39 |
| 7 | APÊNDICES | 41 |
| 7.1 | APÊNDICE A – CÓDIGO DESENVOLVIDO NO SIMULINK | 41 |
| 7.2 | APÊNDICE B – RESULTADO DAS SIMULAÇÕES | 42 |

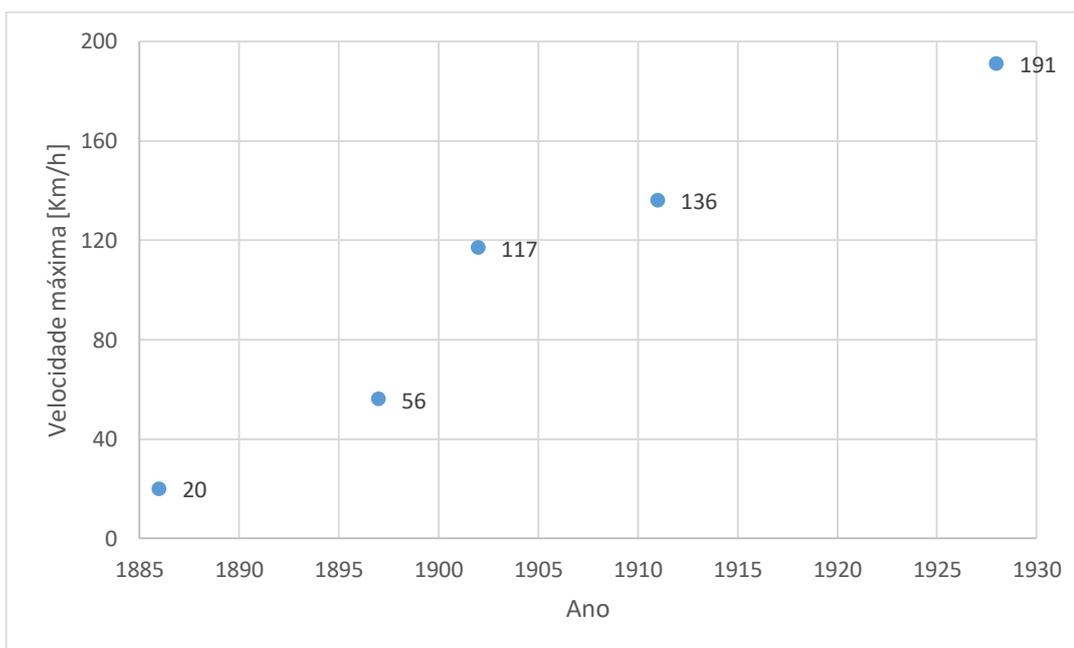
1 INTRODUÇÃO

1.1 HISTÓRIA

A história dos veículos iniciou por volta de 1769, quando o engenheiro militar Nicholas Joseph Cugnot (1725-1804) construiu um carro movido a vapor, com o intuito de carregar peças de artilharia, acarretando em diversos outros modelos de veículos movidos a vapor desenvolvidos no cem anos subsequentes, mas foi somente em 1886 que os primeiros veículos movidos a gasolina surgiram, desenvolvidos por Karl Benz (1844 – 1929) e Gottlieb Daimler (1834 – 1900) em trabalhos independentes (GILLESPIE, 1992).

Nas primeiras décadas do século XX, a maioria dos esforços de engenharia voltados ao setor automotivo foram destinados a invenções que fizessem os carros mais rápidos, confortáveis e confiáveis (STANIFORTH, 1999). Com isso a velocidade máxima dos veículos evoluiu rapidamente no período inicial da indústria automotiva, como mostrado na Figura 1. De maneira geral, os veículos alcançaram uma capacidade de altas velocidades muito antes de surgirem vias capazes de suportá-las.

Figura 1 – Velocidade máxima de veículos de produção em meados do século XX.



Fonte: Adaptado de <https://www.fia.com/land-speed-record-archives> - Acessado em 05/10/2019.

Em 1931, foi construído um dispositivo de testes – um dinamômetro de pneus – que conseguia medir as propriedades mecânicas necessárias para melhor compreender e desenvolver os pneus. Só a partir de então que os engenheiros como, Lanchester, Olley, Rieckert e Schunk, Rocard, Segel e outros puderam desenvolver explicações para o comportamento de veículos em curvas, que pavimentou o caminho para o entendimento que temos atualmente (GILLESPIE, 1992, p.3, tradução nossa).

Acompanhando a evolução do desenvolvimento dos veículos, com o tempo começaram a surgir competições automobilísticas, cujo objetivo é vencer, independente se esta é vista como um esporte, promoção, entretenimento ou pesquisa e desenvolvimento corporativo (MILLIKEN, 1995). A busca por perfeição por parte do conjunto piloto-veículo é o que move as competições automotivas, fazendo com que a combinação de máquinas altamente tecnológicas e seres humanos infinitamente complexos tornem o esporte tão intrigante por parte dos participantes e dos espectadores.

1.2 FÓRMULA SAE

No início do século XX, houve um rápido crescimento tanto da necessidade de proteção das patentes quanto de problemas comuns em projetos de variadas montadoras, fazendo com que engenheiros do ramo automotivo expressassem um desejo por troca de ideias e informações entre si com intuito de expandir seus conhecimentos técnicos (CASE, 1996). Tais pedidos de troca de informação unidos com apoio de revistas especializadas no ramo que começavam a surgir na época permitiram o surgimento da Sociedade de Engenheiros Automotivos - SAE em 1905. Durante o século XX houve o crescimento da Associação, se tornando aos poucos uma instituição internacional, até que, na década de 1990, houve o surgimento da SAE Brasil.

Com o intuito de aplicar na prática os conhecimentos obtidos em sala de aula, a SAE oferece doze competições universitárias distintas para estudantes de engenharia, sendo a Formula SAE uma delas. No Brasil a competição conta com uma etapa nacional em que as equipes universitárias podem competir entre si em duas modalidades de provas, estáticas e dinâmicas. As provas estáticas são provas em que características de segurança, ergonomia, custos e design do carro são avaliadas, e nas provas dinâmicas o desempenho do carro em pista é avaliado (SAE BRASIL, 2020). O projeto de suspensão do veículo tem como objetivo otimizar seu desempenho nas provas dinâmicas. Sendo estas divididas em quatro provas:

- Aceleração – Em uma reta de 75 metros, o carro deve sair da imobilidade e chegar na linha final no menor tempo possível;
- *Skidpad* – Através dos tempos de volta em um circuito com o formato de um “8” a aceleração lateral do carro é avaliada;
- *Autocross* – O autocross é uma volta no circuito com curvas e cerca de 800 metros, em que o carro sai da imobilidade e deve chegar ao fim do circuito no menor tempo possível;
- Enduro – O enduro é uma prova de resistência, na qual os carros devem percorrer 22 quilômetros no circuito. Na metade da prova ocorre uma troca de pilotos e uma checagem nos sistemas é realizada. Ganha a equipe que finalizar no menor tempo.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

O presente trabalho tem como objetivo o dimensionamento do sistema mola-amortecedores para um veículo tipo Fórmula SAE da equipe E-Force (Figura 2), da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC/CCT).

1.3.2 Objetivos Específicos

O texto será dividido nos seguintes objetivos específicos:

- Escolha e adaptação de um modelo de vibração para representação do sistema;
- Obtenção de curvas de resposta a diversos conjuntos de mola e amortecedor com a utilização do modelo;
- Definição de molas e amortecedores a serem utilizados no carro.

Figura 2 – Modelo em CAD do veículo desenvolvido para a competição de 2020.



Fonte: Elaborada pelo autor, 2020.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

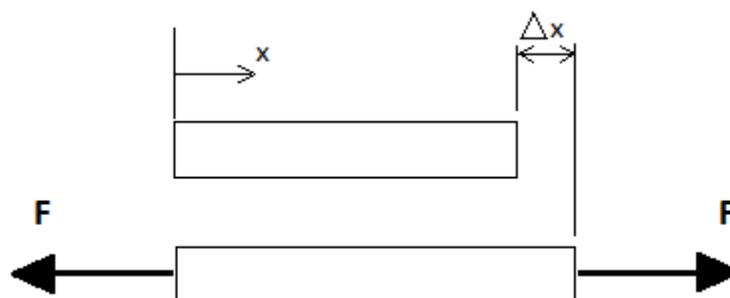
2.1 SISTEMA MASSA, MOLA E AMORTECEDOR

Kelly (2018), Rao (2008) e Ripper Neto (2007) definem sistema vibratório como um sistema que “inclui um meio para armazenar energia potencial (mola ou elasticidade), um meio para armazenar energia cinética (massa ou inércia) e um meio para dissipação gradual de energia (amortecedor)”. A transferência de energia potencial da mola para energia cinética da massa e vice-versa é a maneira como os sistemas realizam movimentos que se repetem ao longo de um intervalo de tempo. Caso o sistema seja amortecido, uma certa quantidade de energia será dissipada a cada ciclo, fazendo com que eventualmente o movimento oscilatório cesse, ou seja, a amplitude do movimento da massa tende a zero.

2.1.1 Mola

De acordo com Budynas (2011), elasticidade é a propriedade do material que permite com que este retorne à sua configuração original após sofrer deformação. Mola é um elemento mecânico que se deforma sob ação de uma força, armazenando energia potencial de forma a retornar para a posição inicial com o cessar da força externa. A Figura 3 representa um elemento de mola de maneira didática, em que F representa a força aplicada nas extremidades e Δx o deslocamento sofrido pela mola.

Figura 3 – Elemento de mola sofrendo deflexão Δx ao serem aplicadas forças F .



Ao longo deste estudo, as molas serão consideradas lineares para uma determinada região de operação, de modo que se torna possível a determinação de uma constante de mola k , em $\frac{N}{m}$ (BUDYNAS, 2011). A constante k pode ser calculada por

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x}, \quad (1)$$

em que ΔF representa uma dada variação de força [N] que resulta em uma deflexão Δx [m].

Sabendo que a mola sofre um deslocamento a partir da aplicação de uma força, é possível afirmar que trabalho é realizado nesta deformação. Esta energia fica armazenada na estrutura do material, sendo devolvida conforme a força externa é retirada. Pode se dizer, portanto, que a mola é um agente armazenador de energia potencial. A energia armazenada pela mola em sua deformação é descrita por

$$E_k = \frac{1}{2} k(\Delta x)^2, \quad (2)$$

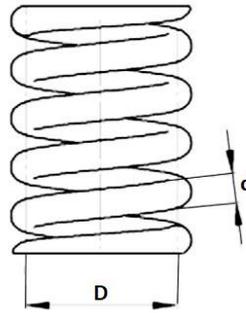
com E_k representando a energia potencial [J].

Dentre todas as possíveis formas e concepções utilizadas na fabricação de molas, neste trabalho serão apresentadas somente as molas helicoidais, tendo em vista que é este o modelo mais usado em veículos de competição e também o modelo a ser utilizado no veículo da equipe E-force (Para mais informações sobre outros tipos de mola, consultar Budynas 2011). De acordo com Staniforth (1999), as molas helicoidais ganharam espaço perante aos outros modelos devido à um conjunto de virtudes, tais como o fato de serem leves, compactas, de baixo preço, rigidez, comprimento e diâmetro facilmente ajustáveis, livre de fricção e disponibilidade abundante de conhecimento a respeito de sua fabricação e uso. Segundo Budynas (2011), a constante da mola k pode ser calculada de maneira satisfatória em função dos seus aspectos construtivos através

$$k = \frac{d^4 G}{8D^3 N}, \quad (3)$$

cujas variáveis estão representadas na Figura 4, em que N representa o número de espiras ativas (uma hélice completa da mola que sofrerá deformação e absorverá energia quando deformada), d [m] representa o diâmetro do fio utilizado, D [m] o diâmetro médio da mola e G [Pa] o módulo de cisalhamento do material utilizado para a fabricação da mola.

Figura 4 – Representação de uma mola helicoidal com 5 espiras ativas.



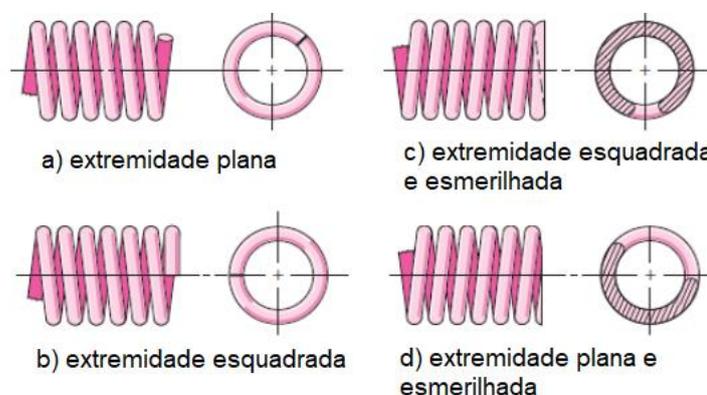
Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

Em termos de aspectos construtivos, as molas contêm comumente quatro tipos de terminações em suas extremidades, apresentadas na Figura 5, sendo elas:

- Molas com extremidades planas;
- Molas com extremidades planas e esmerilhadas;
- Molas com extremidades esquadrada ou fechada;
- Molas com extremidades esquadrada e esmerilhada.

De acordo com Almeida (2017), as molas para aplicações importantes devem possuir sempre extremidades esquadradas e esmerilhadas por se obter uma melhor transferência de carga. Molas com extremidades planas possuem os helicoides contínuos, como se uma mola comprida tivesse sido cortada em seções. Molas planas esquadradas são obtidas deformando-se as extremidades a um ângulo de hélice do helicóide a zero graus. O processo de esmerilhamento garante uma superfície plana na extremidade, permitindo a mola ter um melhor apoio na sua base de fixação e atuação.

Figura 5 – Tipos de extremidades de molas.



Fonte: Adaptado de BUDYNAS, 2011.

2.1.2 Amortecedor

O amortecedor é o elemento de um sistema que tem como função dissipar a energia acumulada pela mola nas oscilações, fazendo com que o sistema retorne à sua posição de repouso mais rapidamente, já que o trabalho realizado por uma força em um amortecedor é sempre dissipado (MILLIKEN, 1995). Sua resposta a uma força F [N] está associada a uma velocidade \dot{x} [m/s] e é sempre reativa, ou seja, oposta à velocidade imposta. Na maioria dos amortecedores utilizados no setor automotivo, a força exercida pelo amortecedor tem uma característica linear, proporcional a uma constante de amortecimento c [Ns/m] tal que

$$F = c\dot{x}. \quad (4)$$

De acordo com Gillespie (1992), amortecedores telescópicos tem sido quase que exclusivamente utilizados em suspensões automotivas. Tais amortecedores são um arranjo de tubo e pistão em que uma extremidade é fixada no chassi e a outra na roda, eixo ou algum outro componente de massa não suspensa. O êmbolo se move ao longo da parte interna do tubo e contém pequenos orifícios pelos quais o fluido deve passar, gerando assim a dissipação de energia através de efeito viscoso.

Por fim, a capacidade dissipativa de um amortecedor linear é dada por:

$$E_c = c \dot{x}^2 \text{ [J]}. \quad (5)$$

2.1.3 Elemento de inércia

Todo elemento cuja aplicação de uma força implica em uma aceleração é considerado um elemento de inércia. Um corpo rígido de determinada massa se comporta como elemento de inércia, respeitando as três Leis de Newton. A segunda lei de Newton define uma relação entre força e massa,

$$F = m \ddot{x}, \quad (6)$$

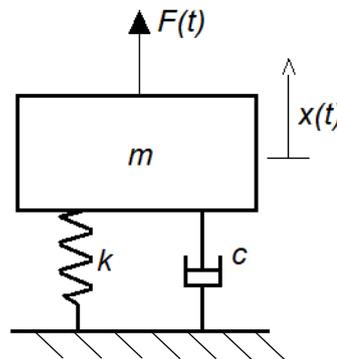
em que F representa a força [N], m [kg] a massa na qual a força está sendo aplicada e \ddot{x} [m/s²] a aceleração imposta na massa como consequência da força.

2.2 RESPOSTA DE UM OSCILADOR DE UM GRAU DE LIBERDADE

Segundo Rao (2008), grau de liberdade do sistema é definido como o número mínimo de coordenadas independentes requeridas para determinar completamente as posições de todas as partes de um sistema a qualquer instante. O estudo de um oscilador de um grau de liberdade (1 GDL) é essencial na área de vibrações para melhor compreensão do comportamento de sistemas mais complexos e também para previsão do comportamento de inúmeros sistemas mecânicos. Neste trabalho ele é utilizado como base para entendimento dos conceitos de um modelo com dois graus de liberdade.

A Figura 6 apresenta um sistema equivalente de um sistema mecânico de um grau de liberdade, constituído por uma mola e um amortecedor ligados a uma massa excitada por uma força que varia com o tempo.

Figura 6 – Representação de um sistema oscilatório de 1 grau de liberdade excitado por uma força.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

Segundo Balachandran (2009), para oscilações livres amortecidas com um grau de liberdade é possível obter uma equação que descreva o movimento oscilatório da massa. Tal equação pode ser obtida de diversas maneiras, sendo que a mais comum é através da construção de um diagrama de corpo livre com as forças atuantes na massa do sistema. Para tal, é necessário inicialmente definir as hipóteses sobre as quais o equacionamento será desenvolvido:

- Apoios e engastes perfeitos;
- Não existe nenhuma força transversal;
- Não existe possibilidade de rotação na massa;
- Os deslocamentos longitudinais da massa são pequenos;
- O sistema está em equilíbrio estático;

- Massa se comporta como uma partícula;
- A mola e o amortecedor possuem comportamento linear;
- Somente um grau de liberdade no sistema;
- $x(t = 0) = x_0$

Partindo das hipóteses mencionadas e aplicando o somatório de forças no sistema pode-se obter a seguinte equação de segunda ordem, linear e com coeficientes constantes:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) . \quad (7)$$

Supondo inicialmente que o sistema não possua amortecimento e nem força externa aplicada, ou então $c = 0$ e $F(t) = 0$, é possível obter uma resposta padrão para o movimento oscilatório do sistema que será

$$x(t) = X_0 \cos(\omega t). \quad (8)$$

Substituindo a solução (equação (8)) na equação (7) obtém-se, portanto

$$(k - \omega^2 m)X_0 \cos(\omega t) = 0, \quad (9)$$

e para a solução não trivial é necessário que $X_0 = 0$ ou $\cos(\omega t) = 0$. Observa-se, portanto, que

$$k = \omega^2 m, \quad (10)$$

ou então

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (11)$$

em que ω_n [rad/s] é chamado de frequência natural do sistema.

Nota-se que o amortecedor não influencia diretamente na frequência natural do sistema, necessitando, portanto, outro parâmetro para determinar o impacto do amortecimento na

resposta do sistema, parâmetro este chamado de fator de amortecimento e representado pela letra ξ .

Para entender a origem do fator de amortecimento é necessário retornar à Equação (7) e assumir mais uma hipótese:

- $\dot{x}(t = 0) = v_0$.

Para a Equação (7) com $c \neq 0$ tem-se uma solução que é

$$x(t) = e^{st}, \quad (12)$$

e substituindo a solução na Equação (7) obtém-se:

$$[ms^2 + cs + k]e^{st} = 0. \quad (13)$$

Pode-se encontrar o valor de s através de

$$s_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m}. \quad (14)$$

Assumindo que s_1 e s_2 são linearmente independentes tem-se a resposta como uma combinação linear

$$x(t) = A^{s_1 t} + B^{s_2 t}, \quad (15)$$

e como solução tem-se 3 possibilidades:

- $c^2 - 4mk = 0$;
- $c^2 - 4mk > 0$;
- $c^2 - 4mk < 0$.

Das três possibilidades mencionadas surge o conceito de fator de amortecimento. Tomando o primeiro caso como base para as análises é possível obter

$$1 = \frac{c}{2\sqrt{mk}}. \quad (16)$$

Aplicando nesta situação ξ no lugar do valor 1 é obtém-se uma equação aplicável a qualquer um dos 3 casos e que define o conceito de fator de amortecimento

$$\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}. \quad (17)$$

Nota-se que as 3 possibilidades de solução mencionadas acima são definidas por: $\xi = 1$ (amortecimento crítico), $\xi > 1$ (sistema superamortecido) e $\xi < 1$ (sistema subamortecido), sendo o último o caso que convém a este trabalho. Desenvolvendo as soluções para a Equação (14) de maneira adequada surge o conceito de frequência de ressonância. Em sistemas amortecidos, devido à resistência oferecida pelo amortecedor juntamente com a mola, a frequência natural do sistema sofre um leve reajuste, resultando na frequência de ressonância definida por

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \text{ [rad/s]}, \quad (18)$$

Para os casos de sistemas subamortecidos, partindo da equação (14) e desenvolvendo matematicamente é possível obter uma solução característica para o movimento

$$x(t) = A_0 e^{-\xi \omega_n t} \text{sen}(\omega_d t + \varphi_d) \text{ [m]}, \quad (19)$$

em que A_0 diz respeito à amplitude inicial do movimento e φ_d é o ângulo de fase.

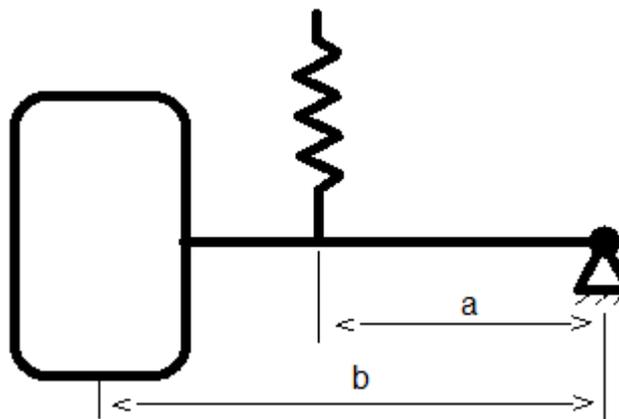
Isolando o tempo na equação (19) é possível estimar quanto tempo será necessário para que o movimento do sistema se reduza a um percentual da amplitude inicial, por exemplo. Para tal, assume-se o termo de seno da equação (19) como sendo unitário e obtêm-se a equação

$$t = \ln \left(\frac{x(t)}{A_0} \right) \frac{1}{-\xi \omega_n} \text{ [s]}, \quad (20)$$

2.2.1 Razão de movimento

Em sistemas em que a mola ou o amortecedor não estão alinhados com a massa em deslocamento no sistema, tal como a suspensão de um veículo, a rigidez da mola k não necessariamente será a rigidez equivalente k_S do sistema, já que a mola não é posicionada de forma a ficar alinhada com a massa excitada, gerando portanto um momento atuante ao invés de uma força diretamente aplicada na massa, conforme mostrado na Figura 7.

Figura 7 – Esboço de um sistema de suspensão com a mola desalinhada em relação ao pneu.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

No meio automotivo, a razão dos movimentos entre a e b representados na Figura 7 é chamada de *Motion Ratio*, abreviada como MR . O MR é utilizado para calcular a rigidez efetiva que a mola exerce no sistema. Em um sistema de suspensão duplo A, explicado em mais detalhes na seção 2.4, a geometria é um tanto complexa, fazendo com que a obtenção do MR dependa de outros recursos.

O cálculo da rigidez equivalente k_S do sistema é baseado na energia absorvida pela mola em oscilações, calculada pela equação (2), assumindo que o somatório de energia do sistema será igual a zero para que haja equilíbrio. Assumindo o sistema equivalente representado na Figura 6, o coeficiente de rigidez linear do sistema (k_S) será calculado por:

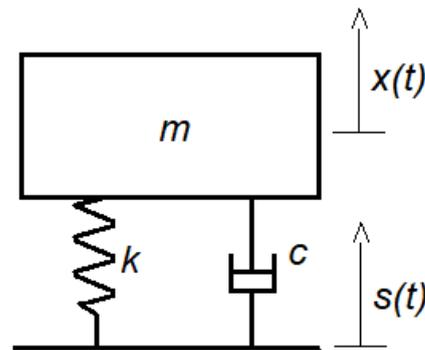
$$k_S = k \left(\frac{\Delta x}{\Delta x'} \right)^2, \quad (21)$$

em que k_s será, portanto, a rigidez equivalente do sistema de suspensão, k a rigidez linear da mola, Δx a deformação da mola e $\Delta x'$ o deslocamento da roda. O termo apresentado dentro dos parênteses é a razão de movimento entre a mola e a roda, ou seja, o MR.

2.2.2 Transmissibilidade

Uma nova situação surge, porém, se ao invés de uma força aplicada na massa o sistema for excitado por uma oscilação na base em que a mola e amortecedor são fixados Balachandran (2009), conforme representado na Figura 8.

Figura 8 – Representação de um sistema oscilatório de 1 grau de liberdade excitado por uma oscilação de base.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

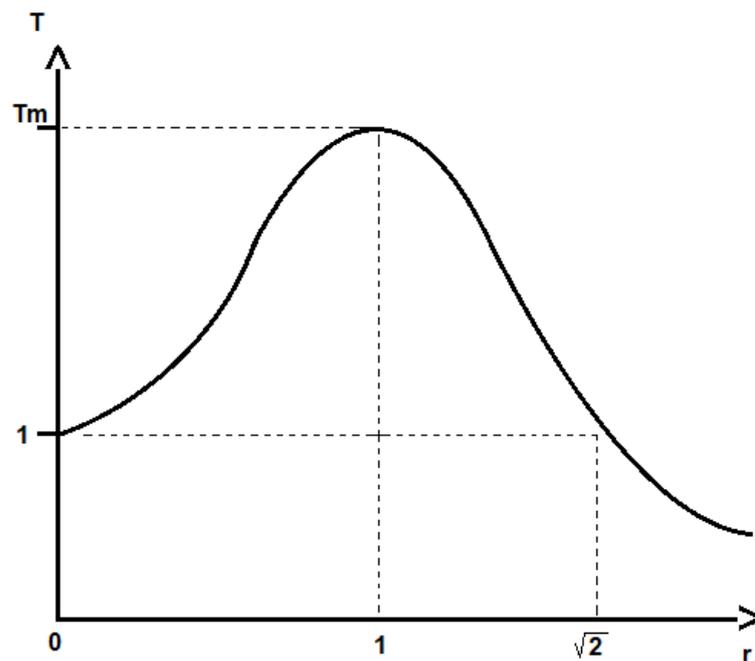
Neste caso em que há o deslocamento da base, a resposta do sistema é dada por uma função conhecida como Transmissibilidade, que representa a relação entre a amplitude do movimento da base e a amplitude do movimento da massa (RAO, 2008). Seu valor em módulo pode ser calculado por

$$TR = \sqrt{\frac{k^2 + (c\omega)^2}{(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2}} = \sqrt{\frac{1 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left(1 - \left[\frac{\omega}{\omega_n}\right]^2\right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}}, \quad (22)$$

cuja representação gráfica está na Figura 9. Observando a Figura 9 é possível notar que em frequências baixas (que tendem a zero) a massa se move de maneira similar ou igual a base,

tendo em vista que o valor de transmissibilidade demonstra a proporção de movimento entre a base e a massa. Conforme a frequência aumenta, a transmissibilidade também aumenta, chegando num pico T_m a uma dada frequência ω_m e tornando a reduzir com o aumento da frequência de excitação. Para frequências elevadas, o valor da transmissibilidade tende a zero, fazendo com que a massa sofra pouca influência dos movimentos exercidos pela base.

Figura 9 – Esboço de um gráfico típico de transmissibilidade em um sistema sub amortecido.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

A variável analisada TR , representada no eixo y da Figura 9, é função de r , sendo r a razão entre a frequência de excitação do sistema e a frequência de ressonância.

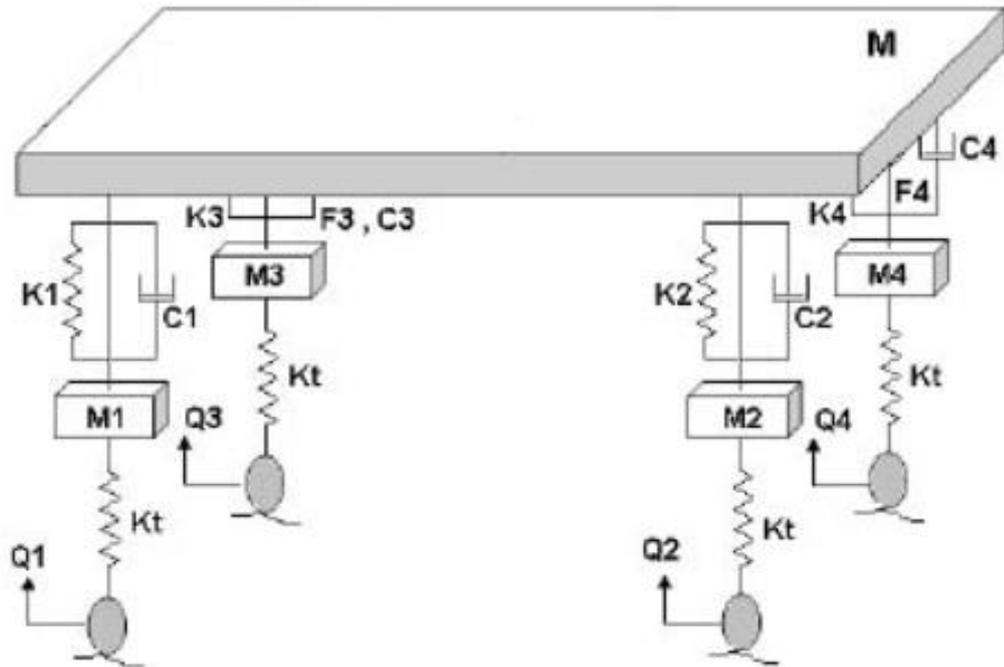
A função de transmissibilidade foi aqui explanada de maneira breve para melhor compreensão de como desníveis no solo influenciam no comportamento do veículo, porém não foi utilizada na análise dos resultados.

2.3 MODELO VIBRACIONAL DE UM QUARTO DE VEÍCULO

Um automóvel é um sistema mecânico cuja compreensão da movimentação é de alta complexidade. Na Figura 10 é possível observar a representação de um veículo, descrito em função de massa, mola e amortecedor. As várias massas representadas na Figura 10 (massa suspensa e 4 massas não suspensas, uma em cada extremidade) se movem de maneira não

necessariamente igual, introduzindo assim um grau de liberdade para cada massa, um grau de liberdade para os casos em que a dianteira se desloca em relação a traseira ou vice-versa, e um grau de liberdade para o caso da direita se mover em relação a esquerda ou vice-versa, totalizando assim um sistema de 7 graus de liberdade.

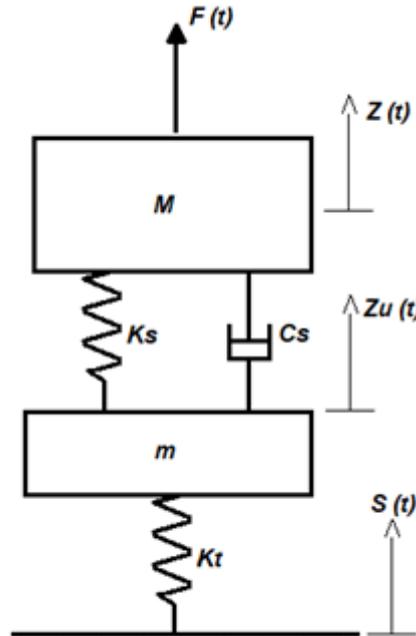
Figura 10 – Sistema equivalente de um modelo de carro inteiro.



Fonte: Adaptado de Shirahatt, 2008.

Devido à complexidade de um automóvel, uma análise do sistema mecânico requer um certo nível de abstração e simplificação para se tornar viável. Com o desenvolvimento de estudos, modelos de simplificação foram desenvolvidos para realizar a análise vibracional de veículos, sendo que um deles é o modelo de um quarto de veículo, que consiste na divisão do carro em quatro cantos: canto dianteiro direito, dianteiro esquerdo, traseiro esquerdo e traseiro direito. No modelo, representado na Figura 11, um quarto de carro é representado pela massa suspensa (M [kg]), que consiste em toda massa apoiada sobre a suspensão no canto avaliado, como por exemplo: chassi, carroceria, piloto e motor; massa não suspensa (m [kg]) (que consiste no sistema de montagem da roda), braços de suspensão, freios e eixos; um sistema de suspensão composto por mola (k_s) e amortecedor (c_s) entre as duas massas e, por fim, o pneu, que exerce um efeito de mola (K_T) na massa não suspensa.

Figura 11 – Sistema equivalente de um modelo de um quarto de carro.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

De acordo com Seward (2014), o sistema possui dois modos principais de vibração: O Modo 1 diz respeito a vibração da massa suspensa, em que a mola da suspensão e o pneu atuam como duas molas em série, sendo que a rigidez equivalente é chamada de *ride rate* e é determinada por

$$RR = \frac{k_s k_T}{k_s + k_T}, \quad (23)$$

Assumindo, portanto, um movimento harmônico simples, a frequência natural da massa suspensa pode ser calculada através da equação (18).

De acordo com Kasprzak (2014), para carros de Fórmula SAE, a frequência natural não amortecida recomendada para a massa suspensa deve ficar na faixa de 2,5 a 3,5Hz, apresentando uma frequência levemente mais elevada na traseira do veículo, de pelo menos 10% maior que a frequência dianteira (SEWARD, 2014). Esta configuração é utilizada com o intuito de redução de um deslocamento na carroceria chamado de *pitch* ao passar por algum desnível na pista. O movimento chamado de *pitch* pode ser descrito como a movimentação angular em relação ao eixo transversal do veículo, ou seja, elevação da dianteira em relação a traseira ou vice-versa.

O Modo 2 diz respeito à vibração da massa não suspensa em relação ao chassi. Neste caso, a mola e o pneu agem como duas molas em paralelo, fazendo com que a rigidez equivalente do sistema seja apenas a soma das rigidezes das duas molas. “Devido ao fato de a massa suspensa normalmente ser significativamente maior que a massa não suspensa, é comum assumir que a massa suspensa seja estática para análises de frequência natural da massa não suspensa” (SEWARD, 2014, p.95, tradução nossa). De maneira similar ao Modo 1, a frequência natural pode ser calculada pela equação (7). A massa não suspensa tipicamente apresenta valores de frequência natural na faixa de 15 a 19Hz como consequência das rigidezes de mola e pneu escolhidas para definição da frequência natural da massa suspensa.

Além da frequência natural do sistema, é de suma importância a definição do fator de amortecimento. De acordo com Giaraffa (2018), a definição do fator de amortecimento é a busca pela otimização de dois principais parâmetros: o deslocamento inicial da massa e a velocidade de resposta e adaptação. Quanto menor o fator de amortecimento, mais rápida será a resposta da massa a impulsos externos, porém maior será o deslocamento. É possível observar tal efeito na representação da Figura 12, em que 4 fatores de amortecimento são comparados. Ainda segundo Giaraffa (2018), uma boa estimativa inicial para veículos de corrida é um fator de amortecimento entre 0.65 e 0.7. Para carros que contam com kits aerodinâmicos, sugere-se o uso de fatores de amortecimentos mais elevados para reduzir os movimentos da carroceria e tornar os efeitos aerodinâmicos mais previsíveis, podendo-se chegar até a fatores de amortecimento acima de 1 em veículos que se utilizam de efeito solo.

Tendo as características de cada elemento que compõe o sistema de suspensão, o comportamento dinâmico para um modelo de um quarto de carro pode ser obtido escrevendo a Segunda Lei de Newton para a massa suspensa e a massa não suspensa. Considerando um diagrama de corpo livre para ambas, obtêm-se para a massa suspensa e não suspensa respectivamente (GILLESPIE, 1992, p.150), as seguintes equações

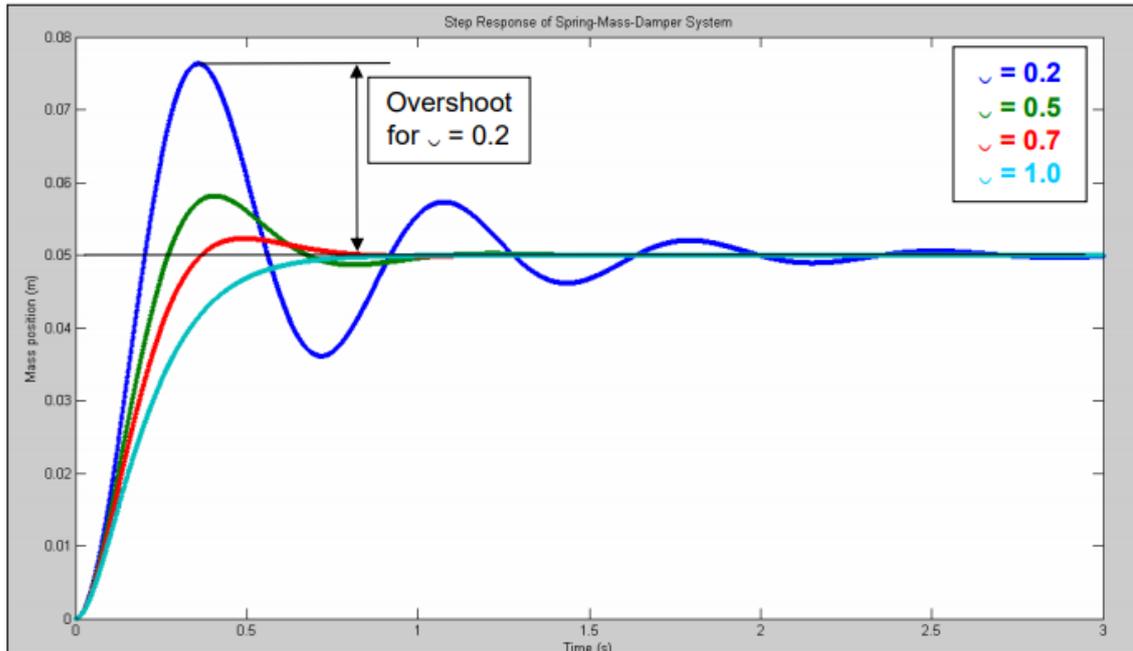
$$M\ddot{Z} + C_S\dot{Z} + k_S Z = C_S\dot{Z}_U + k_S Z_U + F_b, \quad (24)$$

$$m\ddot{Z}_U + C_S\dot{Z}_U + (k_S + k_T)Z_U = C_S\dot{Z} + k_S Z + k_T S. \quad (25)$$

em que M é a massa suspensa, m a massa não suspensa, \ddot{Z} e \dot{Z} são a segunda e primeira derivada do deslocamento da massa suspensa Z respectivamente. De maneira análoga tem-se \ddot{Z}_U e \dot{Z}_U em relação ao deslocamento da massa não suspensa Z_U , C_S é o amortecimento equivalente do

amortecedor, k_s a rigidez equivalente da mola, F_b a força aplicada na massa suspensa (seja por rolagem da carroceria em curva ou por alguma massa desbalanceada), K_T a rigidez radial do pneu e S o deslocamento da base.

Figura 12 – Comparação de resposta do sistema a um mesmo estímulo com quatro fatores de amortecimento diferentes empregados.



Fonte: Adaptado de http://www.teamhuggins.com/Docs/Springs&Dampers_Tech_Tip.pdf - Acessado em 18/10/2019.

2.4 SUSPENSÃO DUPLO A

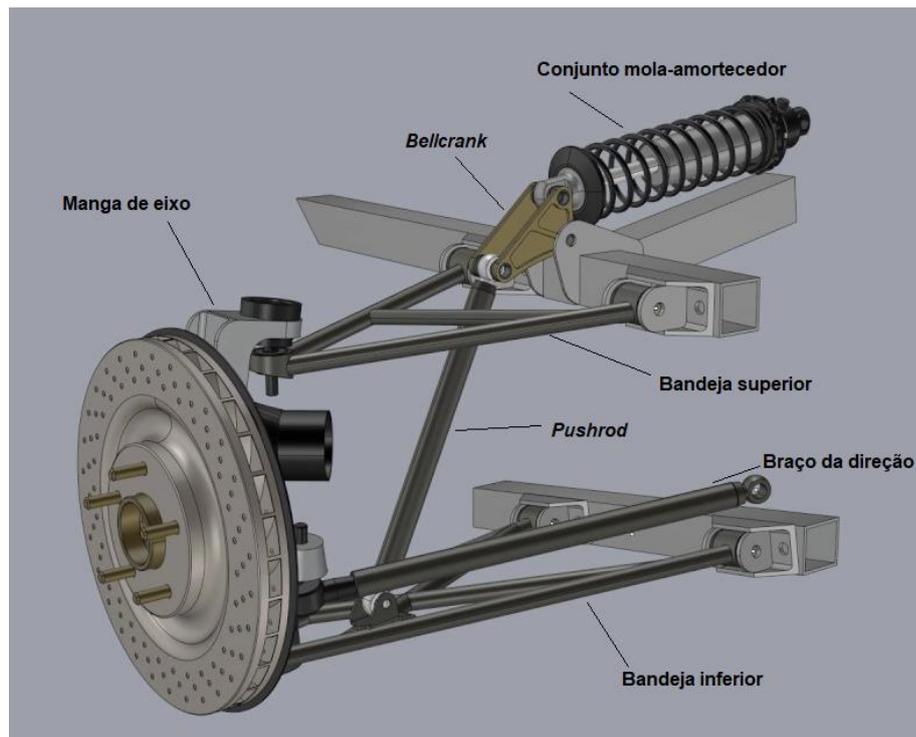
Em geral, o conjunto que compõe as suspensões automotivas possui elementos bem conhecidos como molas, amortecedores, bandejas e manga de eixo. Na Figura 13 é apresentada uma suspensão duplo A e seus principais componentes.

O nome duplo A é derivado do formato da suspensão, em que as bandejas superiores e inferiores possuem formato similar a letra “A”, unidos em uma extremidade ao chassi e na outra à manga de eixo que vai acoplar a roda, o eixo (se houver) e o freio.

Em protótipos para corrida em asfalto, a suspensão duplo A é majoritariamente utilizada devido a uma série de características que apresenta. De acordo com Saurabh (2015), a facilidade construtiva em união com a grande gama de ajustes possíveis e leveza do conjunto justifica tal preferência. Outro elemento chave para sua aplicação é a maneira com que a mola e o amortecedor são acionados. Ao passo que em outros arranjos de suspensão a mola age em união

direta com a balança, a suspensão duplo A permite a utilização de um par de elementos que transmitem o movimento da balança para a mola, que são uma haste tubular fixada na balança, chamada de *pushrod*, e um balancim chamado de *bellcrank*, que recebe o movimento do *pushrod* e transmite para a mola, gerando assim a deflexão. Esse conjunto de elementos viabiliza uma grande gama de ajustes de maneira fácil e rápida, bem como faz com que o conjunto mola-amortecedor possa ser instalado na parte interna da carenagem, gerando assim vantagens aerodinâmicas. Tanto o ponto de fixação do *pushrod* na balança inferior, quanto as dimensões do *bellcrank* foram definidos previamente, de modo a manter o *MR* o mais próximo possível de 1, em decorrência do fato de que o uso de *motion ratios* mais elevadas (próximas de 1) permitem a aplicação de molas com menor rigidez para uma mesma rigidez equivalente do sistema, ou seja, permitem a utilização de molas mais leves (KASPRZAK, 2014, p.10).

Figura 13 – Suspensão Duplo A com disco de freio acoplado ao sistema.



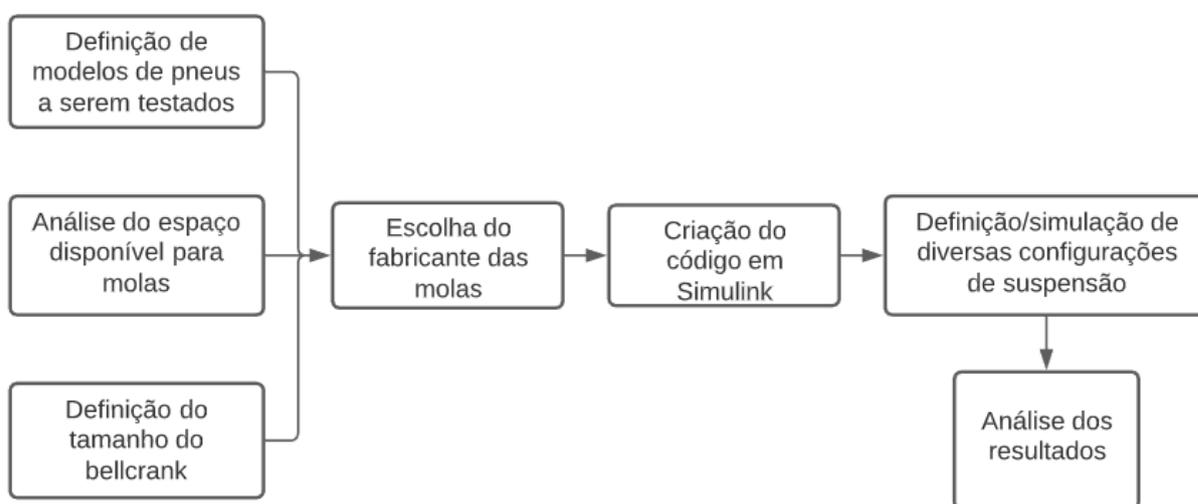
Fonte: Adaptado de <https://www.turnology.com/tech-stories/brakes-suspension/appeal-pushrod-suspension/> - Acessado em 16/10/2019.

3 METODOLOGIA

3.1 SELEÇÃO DE COMPONENTES

As etapas para execução dos experimentos e obtenção dos resultados podem ser observadas de maneira sucinta no fluxograma representado na Figura 14 e serão melhores explanadas nas próximas páginas.

Figura 14 – Fluxograma do passo a passo utilizado para realização do trabalho.

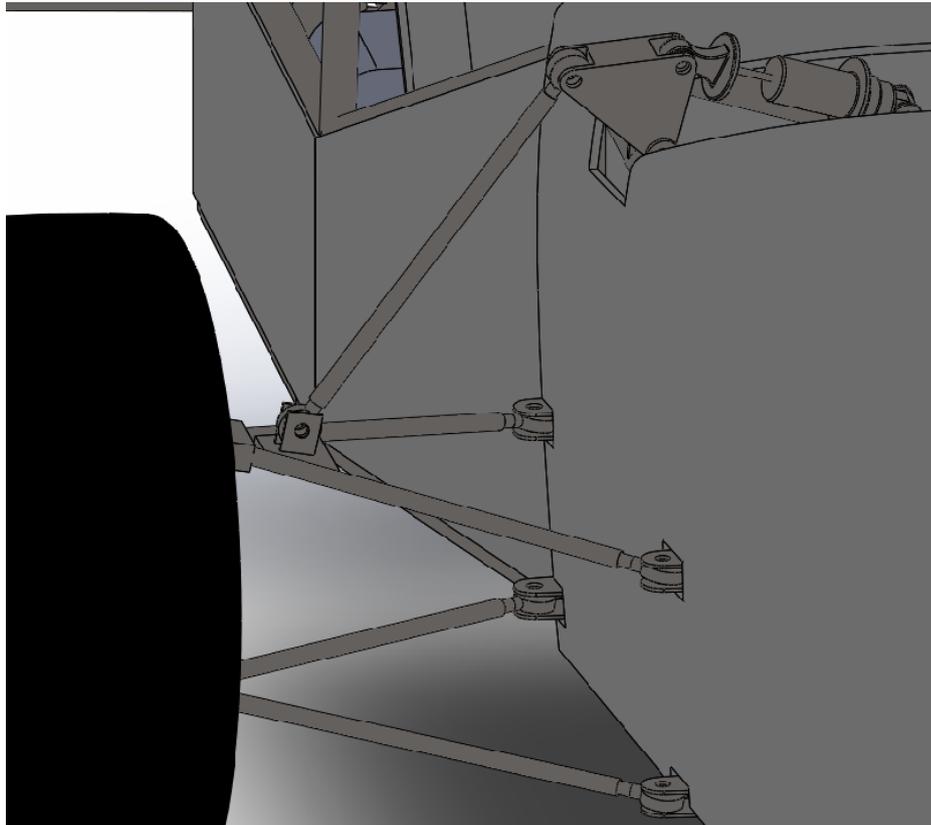


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Inicialmente os pneus da fabricante Hoosier foram escolhidos para serem utilizados no veículo devido à facilidade de importação bem como ao fator de serem uma das únicas fabricantes de pneu que disponibilizam em seu site uma linha de pneus exclusivos para fórmula SAE com os dados técnicos referentes aos pneus.

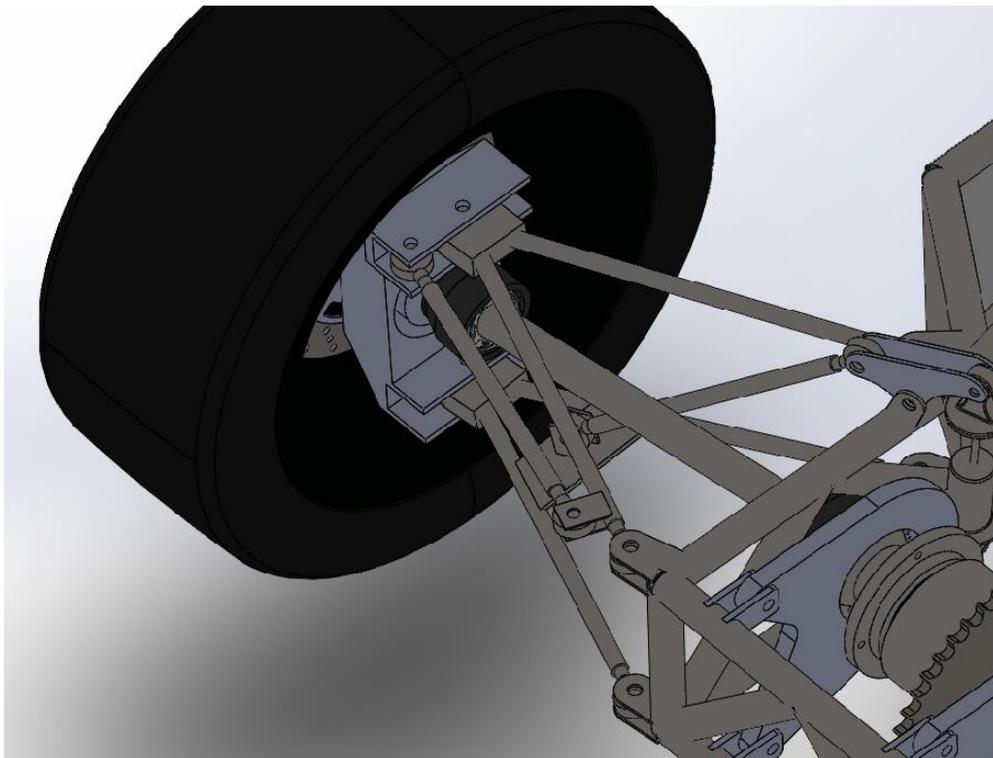
Tendo a geometria da suspensão sido previamente definida através do projeto do veículo desenvolvido em SOLIDWORKS (conforme Figuras 15 e 16) e no ADAMS CAR, as limitações iniciais para desenvolvimento do modelo um quarto de carro foram definidas, como por exemplo as dimensões ideais da mola e amortecedor de acordo com o espaço disponível. Devido a dificuldades de fixação do *bellcrank* no chassi, definiu-se uma dimensão específica para este que permitisse a delimitação das frequências naturais bem como *MR* próximo das regiões recomendadas pela bibliografia.

Figura 15 – Modelo em CAD da suspensão dianteira do veículo da equipe E-Force.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

Figura 16 – Modelo em CAD da suspensão traseira do veículo da equipe E-Force.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

As molas e amortecedores utilizados nesta pesquisa são kits de coilover, ou seja, amortecedor envolto pela mola, de mountain bike da fabricante FOX e foram escolhidos por possuir uma elevada gama de opções para rigidez da mola dentro das dimensões limites do projeto, regulagem do amortecedor de maneira rápida através de válvulas, informações técnicas sobre os produtos disponíveis e baixa massa (cerca de 700 gramas para o conjunto). Em decorrência do pouco espaço disponível, o menor comprimento de amortecedor disponibilizado pela FOX foi utilizado (ver figura 17), tendo 200mm (7,875 polegadas) de distância entre os parafusos de fixação nas extremidades e 57,15 milímetros (2,25 polegadas) de curso.

Figura 17 – Modelo de *coilover* da fabricante FOX utilizado nas simulações.



Fonte: Adaptado de: “<https://www.vitalmtb.com/product/guide/Rear-Shocks,35/FOX/DHX2,20804>” Acessado em: 10/09/2020

3.2 CÓDIGO NO SIMULINK PARA SIMULAÇÃO DE DESLOCAMENTOS

As equações (24) e (25) foram utilizadas para montar um código de simulação do deslocamento das massas do sistema através do Simulink. Isolando \ddot{Z} na equação (24) e \ddot{Z}_U na equação (25) um sistema retroativo foi montado, permitindo a obtenção da aceleração, velocidade e deslocamento de cada massa ao longo de um dado intervalo de tempo como resposta às duas variáveis de entrada do sistema, F_b e S . O código do Simulink utilizado pode ser verificado no Apêndice A.

3.2.1 Dados utilizados na Simulação

Inicialmente, definiu-se o valor de MR na simulação. Para a obtenção do valor, utilizou-se o modelo do veículo em CAD, variando o comprimento da mola em intervalos de 3 milímetros e

medindo posteriormente o deslocamento da roda para cada uma das variações no comprimento de mola, resultando em 19 valores distintos para o MR . Através da relação resultante das medições, o valor de 0,8 foi obtido para o MR traseiro e 0,65 para a dianteira. Vale ressaltar que o valor do MR possui uma variação sutil ao longo da região de operação do sistema de suspensão. O comprimento livre e o fim de curso são definidos pelo amortecedor utilizado.

A rigidez equivalente (k_S) do sistema foi então calculada para os modelos de mola disponíveis pela fabricante utilizando a equação (10). A fabricante americana de pneus Hoosier disponibiliza, em seu site, a rigidez radial de sua linha de pneus exclusivos para veículos de Formula SAE, permitindo assim a obtenção do valor de k_T para algumas pressões de calibragem. A partir dos dados de k_S e k_T , obteve-se o *Ride Rate* através da equação (23), e posteriormente a frequência natural não amortecida da massa suspensa (Equação (11)). Os resultados podem ser observados na Tabela 1. A primeira coluna é utilizada como código identificador para simplificar a identificação posterior de cada arranjo, em que a primeira letra pode ser “T”, identificando a traseira, ou “D” (dianteira), e variando de 1 a 10 para cada configuração.

Devido a elevada frequência natural obtida na dianteira, os dois valores abaixo de 3,5Hz foram utilizados para simulações, sendo eles D1 e D6. Combinações para a suspensão traseira foram utilizadas buscando manter a frequência natural mais elevada em relação a dianteira. Foram utilizados, portanto, os arranjos T4, T5, T9 e T10. O arranjo T8, apesar de apresentar frequência natural maior que D1 e D6, possui um valor muito próximo, não sendo, portanto, uma opção atrativa para simulação. Para cada uma das configurações, o amortecimento crítico foi calculado em relação ao RR utilizado. A partir disso 4 configurações de fator de amortecimento foram simuladas: 0,6, 0,65, 0,7 e 0,75.

O tempo necessário para que a oscilação reduzisse sua amplitude a 5% do valor inicial obtido na simulação foi calculado utilizando a equação (20).

O resultado buscado na simulação foi a configuração que apresentasse menor variação na força do pneu com o solo, tanto em questão do valor de pico na primeira oscilação quanto no tempo necessário para que o movimento cesse, permitindo maior previsibilidade e controle na direção do veículo. A variação da força foi obtida através da subtração do movimento da massa suspensa do movimento do solo, resultando em um movimento relativo, que quando multiplicado pelo valor de k_T resulta em uma força relativa, ou seja, a variação de força exercida pelo pneu.

Tabela 1 – Valores de rigidez equivalente e frequência natural da massa suspensa para diversas configurações de suspensão.

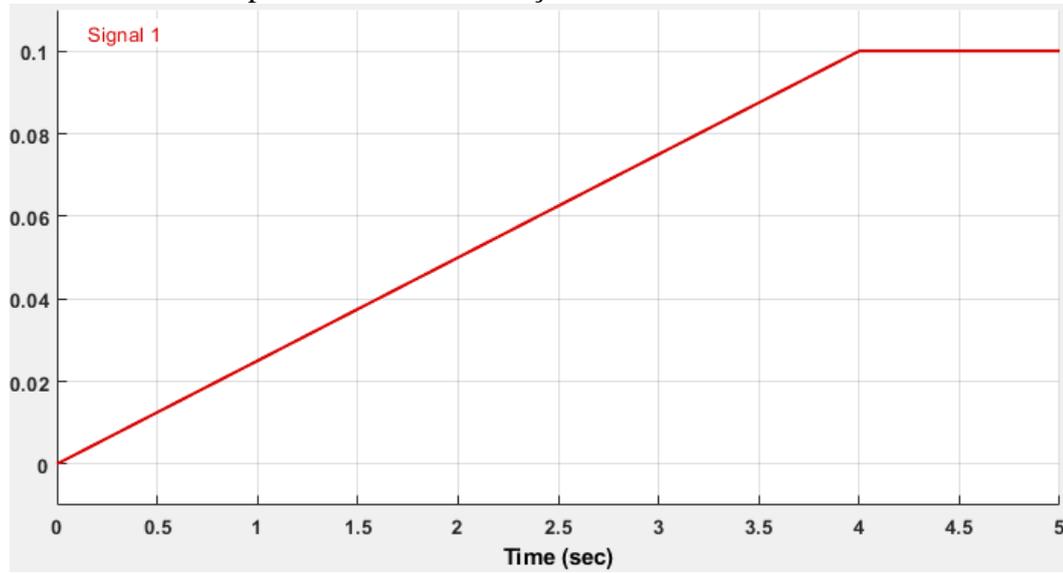
| Cód. | Pressão do pneu (psi) | Rigidez da mola $k \left(\frac{N}{m}\right)$ | Rigidez do pneu $k_T \left(\frac{N}{m}\right)$ | Ride Rate $\left(\frac{N}{m}\right)$ | Freq. Natural $\omega_n (Hz)$ |
|-------------|------------------------------|--|--|--|---|
| T1 | 14 | 70050,73 | 120837,51 | 32700,21 | 3,20 |
| T2 | 14 | 78807,07 | 120837,51 | 35584,05 | 3,34 |
| T3 | 14 | 87563,42 | 120837,51 | 38285,15 | 3,46 |
| T4 | 14 | 96319,76 | 120837,51 | 40820,35 | 3,57 |
| T5 | 14 | 105076,10 | 120837,51 | 43204,47 | 3,68 |
| T6 | 16 | 70050,73 | 127842,58 | 33192,39 | 3,22 |
| T7 | 16 | 78807,07 | 127842,58 | 36167,65 | 3,36 |
| T8 | 16 | 87563,42 | 127842,58 | 38961,55 | 3,49 |
| T9 | 16 | 96319,76 | 127842,58 | 41590,19 | 3,61 |
| T10 | 16 | 105076,10 | 127842,58 | 44067,82 | 3,71 |
| D1 | 14 | 70050,73 | 120837,51 | 23773,62 | 3,44 |
| D2 | 14 | 78807,07 | 120837,51 | 26103,38 | 3,60 |
| D3 | 14 | 87563,4 | 120837,51 | 28323,91 | 3,75 |
| D4 | 14 | 96319,76 | 120837,51 | 30442,74 | 3,89 |
| D5 | 14 | 105076,10 | 120837,51 | 32466,68 | 4,02 |
| D6 | 16 | 70050,73 | 127842,58 | 24032,70 | 3,45 |
| D7 | 16 | 78807,07 | 127842,58 | 26416,06 | 3,62 |
| D8 | 16 | 87563,4 | 127842,58 | 28692,43 | 3,78 |
| D9 | 16 | 96319,76 | 127842,58 | 30868,86 | 3,92 |
| D10 | 16 | 105076,10 | 127842,58 | 32951,80 | 4,05 |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

A massa suspensa utilizada nas simulações foi calculada através da obtenção do centro de massa do modelo em CAD (60% da massa concentrada no eixo traseiro e 40% no dianteiro) e do seu valor absoluto de 264Kg. Para obtenção da massa não suspensa equivalente foi utilizado o ADAMS CAR, resultando em 9kg em cada canto do veículo.

O valor de entrada para as simulações foi um sinal de rampa no solo, com aumento de forma linear e variação de 0,1 metros ao longo de 4 segundos, que pode ser observado na Figura 18.

Figura 18 – Sinal de rampa utilizado na simulação.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

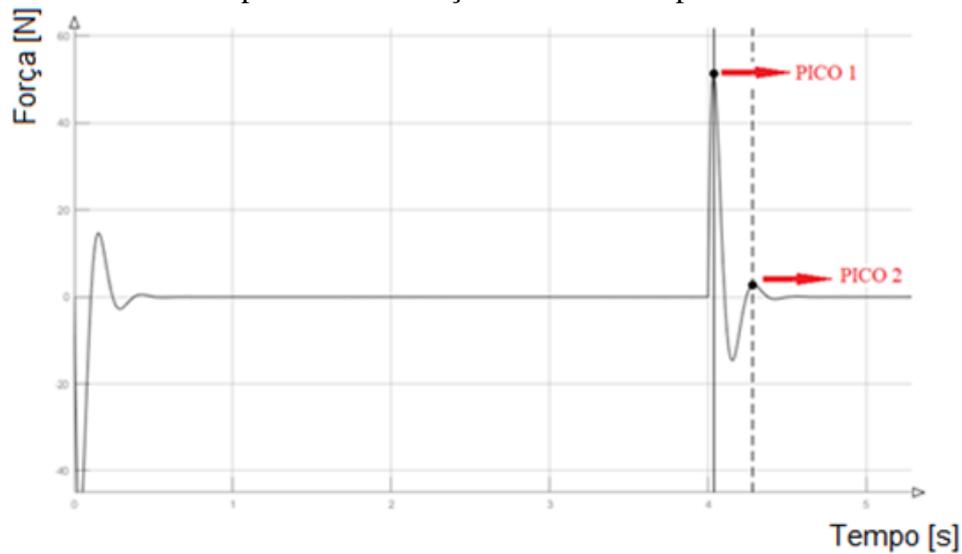
No Apêndice B encontram-se os gráficos resultantes das simulações de cada configuração, tanto para dianteira quanto para traseira, bem como um gráfico modelo em que é identificado os pontos de leitura utilizados para a elaboração da Tabela 2. Para facilitar a interpretação dos dados apresentados nos gráficos, na Tabela 2 apresentada na seção 4.1 estão expostos os resultados de valor dos pontos de leitura de cada um dos gráficos obtidos nas simulações. Os valores de frequência natural obtidos para a massa não suspensa ficaram na faixa de 21,59Hz a 23,43Hz para a traseira, sendo T1 o menor valor encontrado e T10 o maior. Na dianteira os valores se apresentaram levemente inferiores devido ao menor MR utilizado, sendo 20,58Hz o menor valor obtido para D1 e 22,02Hz o maior, para D10. Nota-se que mesmo os menores valores obtidos ficaram acima do recomendado pela bibliografia, demonstrando uma necessidade de ajuste de alguns componentes. A redução da massa suspensa permitiria o uso de molas com um menor coeficiente linear, mantendo a mesma frequência natural para massa suspensa, porém reduzindo a frequência natural da massa não suspensa. A redução do coeficiente linear da mola também ajuda com o fato de permitir a utilização de um componente menor (conjunto *coilover* menor), reduzindo sua massa e conseqüentemente sua inércia de movimento, proporcionando assim uma menor perda de energia do sistema de suspensão e também respostas mais ágeis.

4.1 TEMPO NECESSÁRIO ATÉ O REPOUSO

A quinta coluna da Tabela 2 representa o tempo necessário até que a amplitude da oscilação se reduza a 5% do valor inicial, ou seja, do valor do Pico 1. Analisando os dados da Tabela 2 é possível observar que a variação de T dentre os vários valores de zeta para uma mesma configuração de mola é ínfima, conforme pode ser visto na Figura 20.

A Figura 19 apresenta o gráfico com os dois pontos de leitura (Pico 1 e Pico 2), utilizados na elaboração da Tabela 2. O Apêndice B apresenta os resultados obtidos para as simulações dianteiras. A escala representada é válida para todos os resultados dianteiros, em que o eixo y representa a diferença de força contato-solo em decorrência do desnível no solo e o eixo x o tempo decorrido.

Figura 19 – Resultado padrão de oscilações com os dois pontos de leitura destacados.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

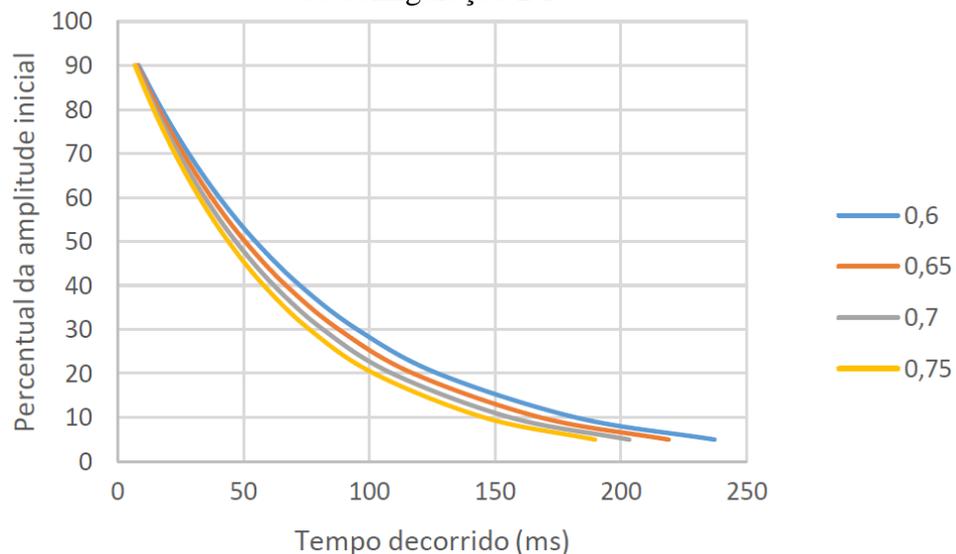
Tabela 2 – Resultados das simulações.

| Config | Zeta ξ | Pico 1 A0 (N) | Pico 2 A1 (N) | T (s) |
|--------|------------|---------------|---------------|-------|
| D1 | 0,60 | 35,80 | 1,097 | 0,237 |
| D1 | 0,65 | 36,61 | 0,814 | 0,219 |
| D1 | 0,70 | 37,91 | 0,646 | 0,203 |
| D1 | 0,75 | 38,55 | 0,426 | 0,190 |
| D6 | 0,60 | 35,73 | 1,064 | 0,243 |
| D6 | 0,65 | 37,89 | 0,776 | 0,224 |
| D6 | 0,70 | 38,54 | 0,540 | 0,208 |
| D6 | 0,75 | 39,08 | 0,383 | 0,194 |
| T4 | 0,60 | 46,50 | 3,745 | 0,220 |
| T4 | 0,65 | 47,99 | 3,232 | 0,203 |
| T4 | 0,70 | 49,24 | 2,891 | 0,189 |
| T4 | 0,75 | 50,58 | 2,670 | 0,176 |
| T5 | 0,60 | 47,26 | 4,145 | 0,217 |
| T5 | 0,65 | 48,76 | 3,671 | 0,200 |
| T5 | 0,70 | 50,11 | 3,335 | 0,186 |
| T5 | 0,75 | 51,16 | 3,142 | 0,174 |
| T9 | 0,60 | 47,34 | 3,525 | 0,216 |
| T9 | 0,65 | 48,64 | 3,024 | 0,200 |
| T9 | 0,70 | 50,25 | 2,716 | 0,185 |
| T9 | 0,75 | 51,62 | 2,473 | 0,173 |
| T10 | 0,60 | 47,76 | 3,816 | 0,213 |
| T10 | 0,65 | 49,28 | 3,317 | 0,197 |
| T10 | 0,70 | 50,75 | 2,974 | 0,183 |
| T10 | 0,75 | 51,99 | 2,752 | 0,170 |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Na Figura 20 é possível observar que o conjunto de arranjos que utiliza ξ igual a 0,75 chega a 5% da amplitude inicial de deslocamento 20% mais rápido que o conjunto com ξ igual a 0,6. Porém, ao analisar estes dados em termos de valores absolutos, essa redução se traduz em um retorno ao repouso 47,5 milissegundos mais rápido, tornando o parâmetro insignificante, já que de acordo com Jurecki (2011) o tempo médio de reação de uma pessoa que dirige seu carro no dia a dia é de 270 milissegundos para compreensão de uma situação e cerca de 410 milissegundos para reação. Levando em conta estes dados mesmo o maior valor obtido para o retorno ao repouso (243 milissegundos para D6 com ξ igual a 0,6) ainda fica abaixo do tempo de reação de um motorista amador.

Figura 20 – Impacto do fator de amortecimento no tempo necessário para retorno ao repouso da configuração D1.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

4.2 VALORES DE PICO DAS OSCILAÇÕES

Nos dados da Tabela 2 é possível observar que os valores de pico também sofreram pouca variação entre as configurações testadas. Para os valores do primeiro pico, denominados na tabela de A_0 , houve um aumento de em média 9% quando comparando uma mesma configuração com o valor mínimos e máximo de ξ utilizado na simulação. Valores menores são desejados, tendo em visto que o pico representa uma variação da força normal exercida no pneu e, portanto, uma possível perda de aderência ao passar por um desnível na pista.

As menores oscilações obtidas são para casos com menores fatores de amortecimento, tanto para a dianteira quanto para a traseira.

Os valores do segundo pico de oscilação foram baixos, conforme era esperado devido ao elevado fator de amortecimento do sistema, reduzindo em média 60% na dianteira com o aumento de ξ de 0,6 para 0,75, e em média 25% na traseira.

Se comparado com a força normal já atuante nos pneus devido ao peso do carro (588,6 N na dianteira e 882,9 N na traseira), é possível notar que mesmo o maior valor obtido (4,145N para T5 com ξ igual a 0,6) representa uma variação de menos de 0,5% na força normal do pneu. Levando em conta este dado, os valores do segundo pico não foram levados em conta para determinação do conjunto mola-amortecedor.

Ao fim do Apêndice B está apresentada a Figura 48, em que duas simulações foram sobrepostas variando somente o fator de amortecimento. Observando a figura fica evidente a pouca influência do fator de amortecimento nas condições simuladas.

É necessário ressaltar que o sinal de rampa utilizado como entrada foi suave. A utilização de uma rampa mais íngreme como sinal de entrada, ou então a utilização de um sinal dente de serra (similar à superfície de uma zebra em uma curva) geraria resultados com maior discrepância entre si, deixando mais claro os efeitos da suspensão em cada caso bem como as reações de cada modelo. Para a definição de um modelo definitivo de mola e amortecedor para o veículo utilizando o presente trabalho como base é necessário extrapolar os resultados e levar em conta a sutileza dos resultados.

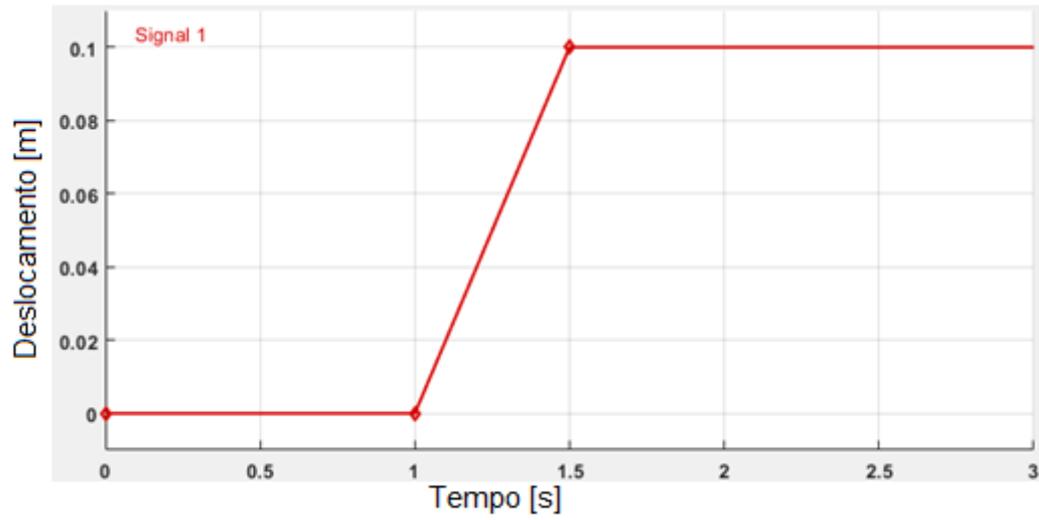
Enfatizando todos os fatores mencionados previamente, pode-se afirmar que o valor de 0,6 para ξ é o valor que melhor atende as condições simuladas.

4.3 SIMULAÇÃO COM RAMPA ALTERNATIVA

Realizando uma simulação com uma rampa mais íngreme foi possível observar uma maior discrepância nos resultados da simulação. A rampa simulada pode ser vista na Figura 21, e um gráfico comparativo da simulação da configuração D10 com 0,6 e 0,75 de fator de amortecimentos pode ser visto na Figura 22.

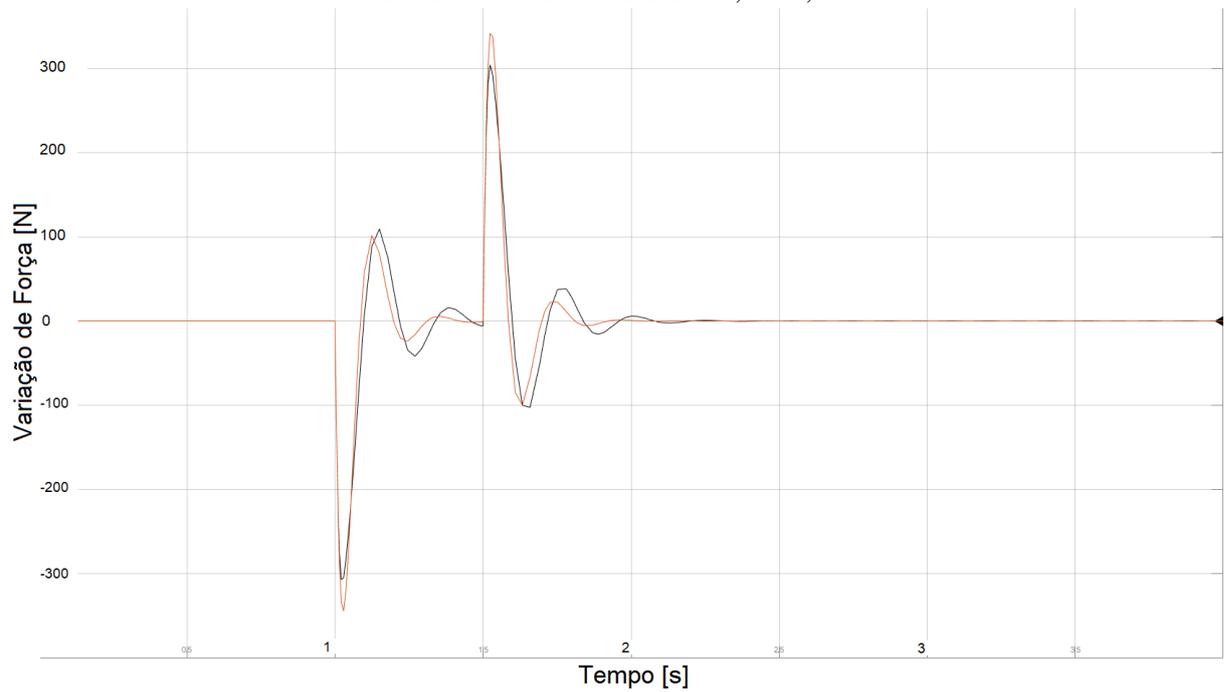
O fato da rampa ser mais acentuada do que a utilizada previamente faz com que as respostas também possuam valores mais acentuados, chegando na faixa de 350 N para o primeiro pico e fazendo com que o segundo pico tenha um valor mais representativo (cerca de 40N).

Figura 21 – Rampa alternativa com possibilidade de uso.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura 22 – Rampa alternativa com possibilidade de uso simulada utilizando D10 com fatores de amortecimento 0,6 e 0,75.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

5 CONCLUSÕES

Definiu-se, através deste trabalho, que os conjuntos a serem utilizados no carro são D1 com $\xi = 0,6$ e T5 com $\xi = 0,6$. Apesar da configuração T4 apresentar um valor de pico levemente abaixo de T5, optou-se pela utilização de T5 devido ao fato da frequência natural ser 0,24Hz maior que a de D1, ficando assim muito próximo do valor indicado pela literatura de uma frequência natural 10% mais elevada na traseira com relação à dianteira. É possível afirmar, porém, que qualquer uma das opções utilizadas resultaria em uma boa performance na situação simulada neste trabalho, já que a diferença entre os resultados foi sutil, com ressalvas às combinações em que a frequência natural da dianteira fosse igual ou muito similar à da traseira, devido ao movimento de *pitch* passível de ocorrer ao se encontrar algum desnível.

Foi possível notar, através dos resultados, que a massa não suspensa apresentou frequência natural acima daquela apresentada como usual pela bibliografia. Isso ocorreu devido à baixa massa obtida para a massa não suspensa. Analisando os valores de frequências naturais obtidos conclui-se que seria possível a utilização de molas com um menor coeficiente linear na dianteira, de maneira a reduzir levemente a frequência natural e permitir que a frequência natural da traseira também se enquadrasse na faixa de 2,5 Hz a 3,5 Hz recomendada pela literatura. Além disso a utilização de uma mola com coeficiente linear reduzido traria a frequência natural da massa não suspensa para uma faixa mais próxima daquela mencionada pela literatura, de 15 Hz a 19 Hz. A utilização de uma mola menos robusta propicia também uma menor inércia ao sistema como um todo devido à redução da massa do componente, permitindo respostas mais rápidas e menos perda de energia.

Para obtenção de valores que representem situações mais próximas da realidade se mostram necessárias novas simulações com sinais de entrada mais intensos (uma rampa mais íngreme ou então um sinal senoidal/dente de serra) para que possíveis anomalias no comportamento ou então discrepâncias mais significativas entre cada configuração fossem observadas, permitindo maior acurácia na escolha de um conjunto de mola/amortecedor.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, J.C.; de LIMA, K.F.; BARBIERI, R. **Elementos de Máquinas: Projetos de Sistemas Mecânicos**. Rio de Janeiro, Elsevier, 2017.
- BALACHANDRAN, B.; MAGRAB, E.B. **Vibrações mecânicas**. São Paulo: Cengage Learning, 2011. 616 p.
- BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Shigley's Mechanical Engineering Design**. New York, McGraw-Hill, 2011.
- CASE, D., "Formula SAE - Competition History 1981 - 1996," SAE Technical Paper 962509, 1996.
- GIARAFFA, M. **Tech Tip: Springs & Dampes, Part One**. Relatório Técnico publicado por OptimumG, Disponível em <[www.http://www.optimumg.com/docs/Springs&Dampers_Tech_Tip_1.pdf](http://www.optimumg.com/docs/Springs&Dampers_Tech_Tip_1.pdf)> Acesso em: 08 de novembro de 2019.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale, SAE - Inc, 1992.
- HARRIS, Cyril M; PIERSOL, Allan G. **Harris' shock and vibration handbook**. 5th ed. New York, NY: McGraw-Hill, c2002. 1 v.
- HATCH, Michael R. **Vibration simulation using MATLAB and ANSYS**. Boca Raton, Fl: Chapman & Hall/CRC, c2001. 654 p.
- INMAN, Daniel. J. **Engineering vibration**. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall, c2001. 621 p.
- JURECKI, R, S; STANCZYK, T.L. **The test method and the reaction time of drivers**, Eksploatacja I Niezawodnosc – Maintenance and Reliability, 3, 84-90, 2011.
- KASPRZAK, J. **Understanding Your Dampers**. Relatório Técnico publicado por Kaz Technologies, 2014. Disponível em < <https://www.kaztechnologies.com/wp-content/uploads/2014/03/A-Guide-To-Your-Dampers-Chapter-from-FSAE-Book-by-Jim-Kasprzak.pdf>> Acesso em: 20 de outubro de 2019.
- KELLY, S. G. **Vibrações mecânicas: teorias e aplicações**. São Paulo: Cengage Learning, 2018. 533 p.
- KORENEV, G. Boris; REZNIKOV, L. M. **Dynamic vibration absorbers: theory and technical applications**. 1 ed. Chichester, UK: Wiley, 1993. 296 p.
- MILLIKEN, W. F. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale, SAE, 1995.
- RAO, S. S. **Vibrações Mecânicas**. São Paulo, Pearson, 2008.
- RIPPER NETO, A. P. **Vibrações mecânicas**. Rio de Janeiro: E-Papers, 2007. 497 p.

SAE BRASIL. Sae Brasil, A Casa do Conhecimento da Mobilidade Brasileira, 2020. Regras e Documentos da competição. Disponível em: <<https://saebrasil.org.br/programas-estudantis/formula-sae-brasil/regras-e-relatorios/>>. Acesso em 10/09/2020

SAURABH, S.Y. et al. **Design of Suspension System for Formula Student Race Car**. Guwahati, Elsevier, 2015.

SEWARD, D. **Race Car Design**. Lavenham, Palgrave, 2014.

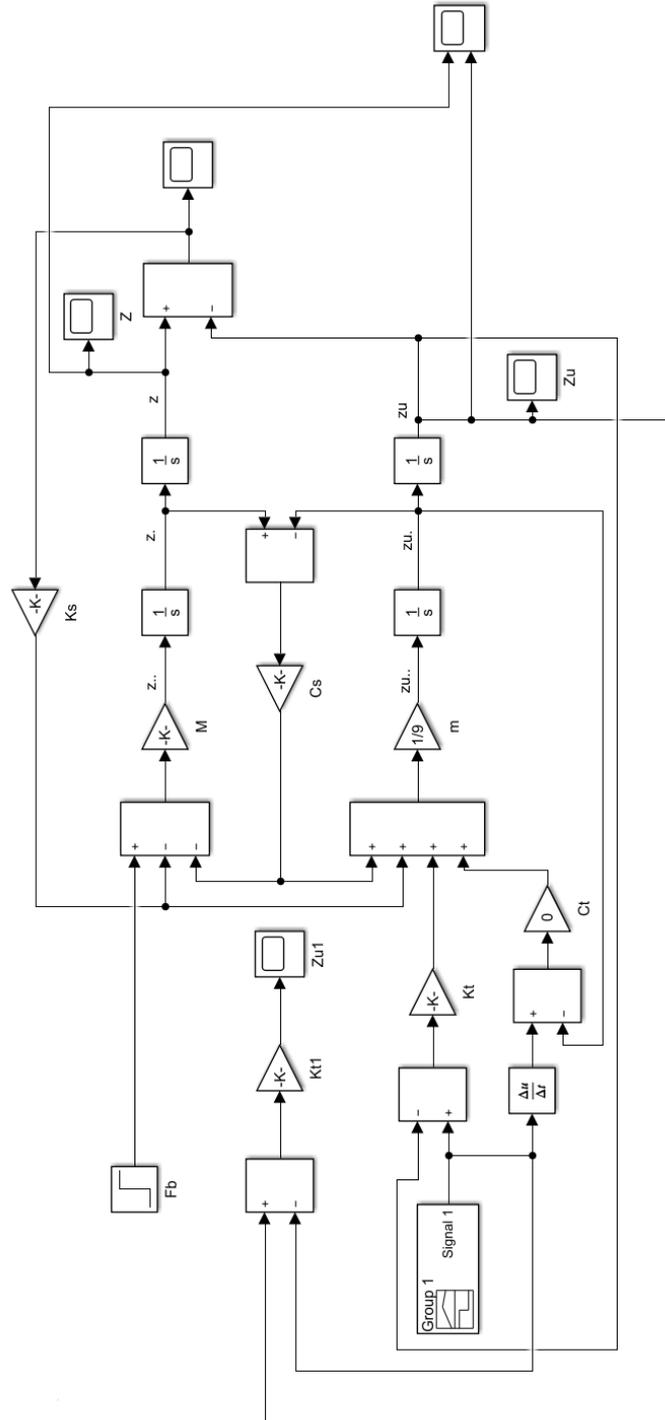
SHIRAHATTI, A. et al. **Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding**. J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng., Rio de Janeiro , v. 30, n. 1, p. 66-76, Mar. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1678-58782008000100010&lng=en&nrm=iso>. Acesso em: 07 de Outubro de 2020.

STANIFORTH, A. **Competition Car Suspension: Design, Construction, Tuning**. Newbury Park, Haynes, 1999.

7 APÊNDICES

7.1 APÊNDICE A – CÓDIGO DESENVOLVIDO NO SIMULINK

Figura A.1 – Representação do código utilizado no Simulink para simulações.

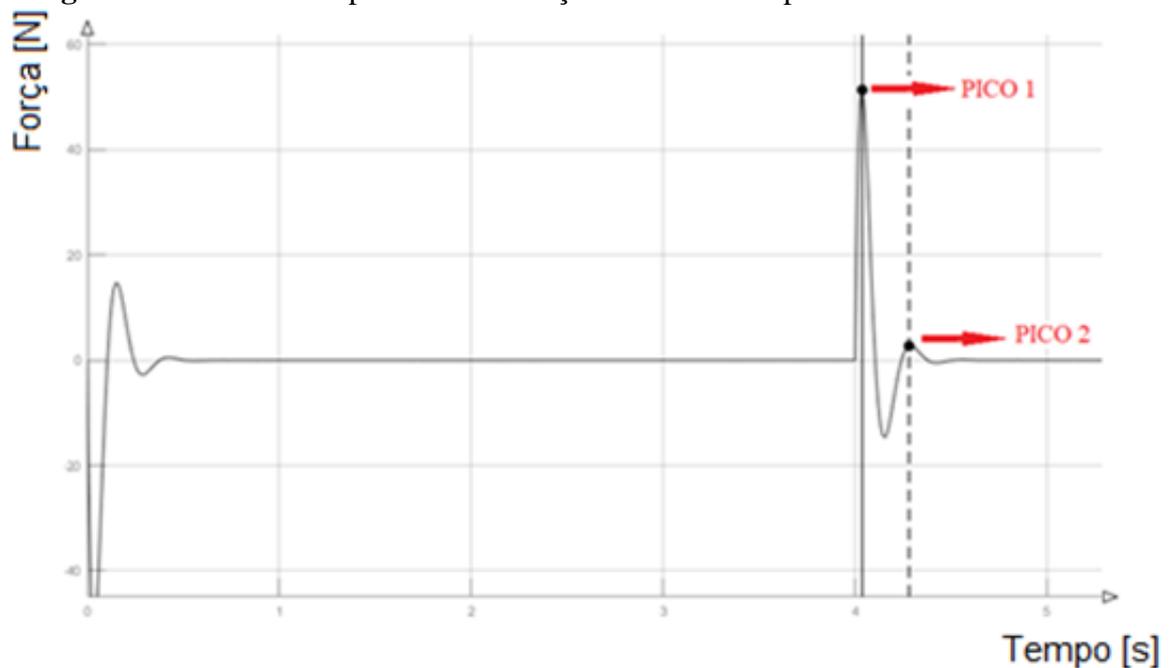


7.2 APÊNDICE B – RESULTADO DAS SIMULAÇÕES

Para melhor compreensão da leitura dos resultados um gráfico com os dois pontos de leitura (Pico 1 e Pico 2), utilizados na elaboração da Tabela 2, está representado na Figura 24.

Os gráficos obtidos em cada simulação podem ser observados a seguir, bem como seus respectivos resultados. Na Figura 25 está representado um resultado padrão obtido para as simulações dianteiras. A escala representada é válida para todos os resultados dianteiros (Figura 26 até Figura 33), em que o eixo y representa a diferença de força contato-solo em decorrência do desnível no solo e o eixo x o tempo decorrido.

Figura B.1 – Resultado padrão de oscilações com os dois pontos de leitura destacados.



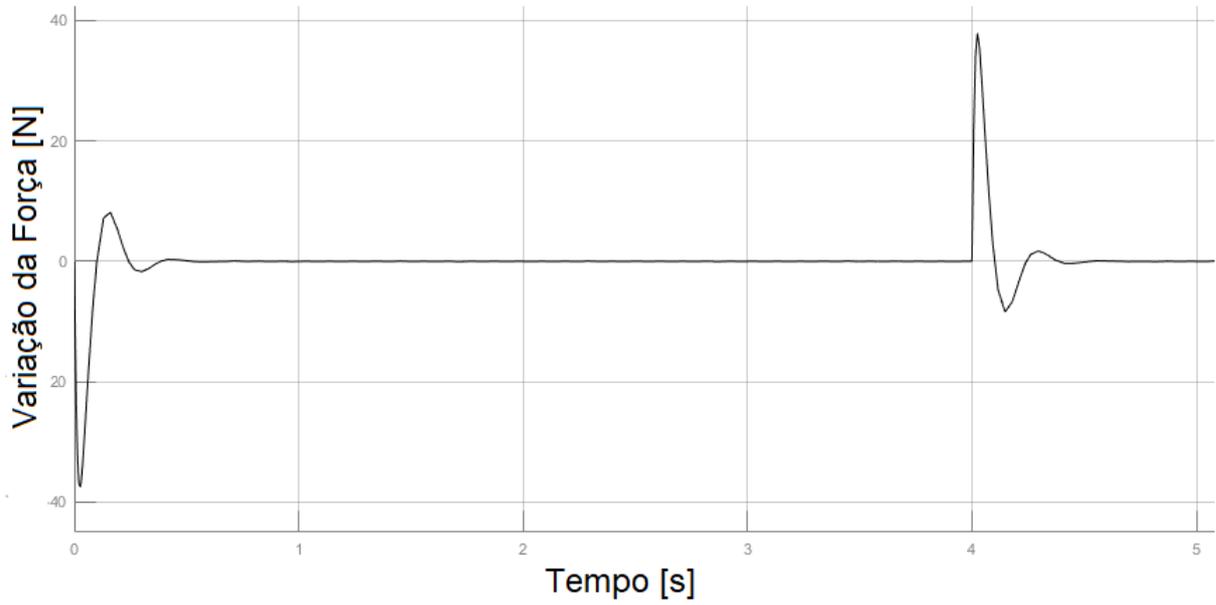
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.2 – Resultado padrão de oscilações do sistema massa-mola dianteiro com escalas utilizadas para todas simulações dianteiras.



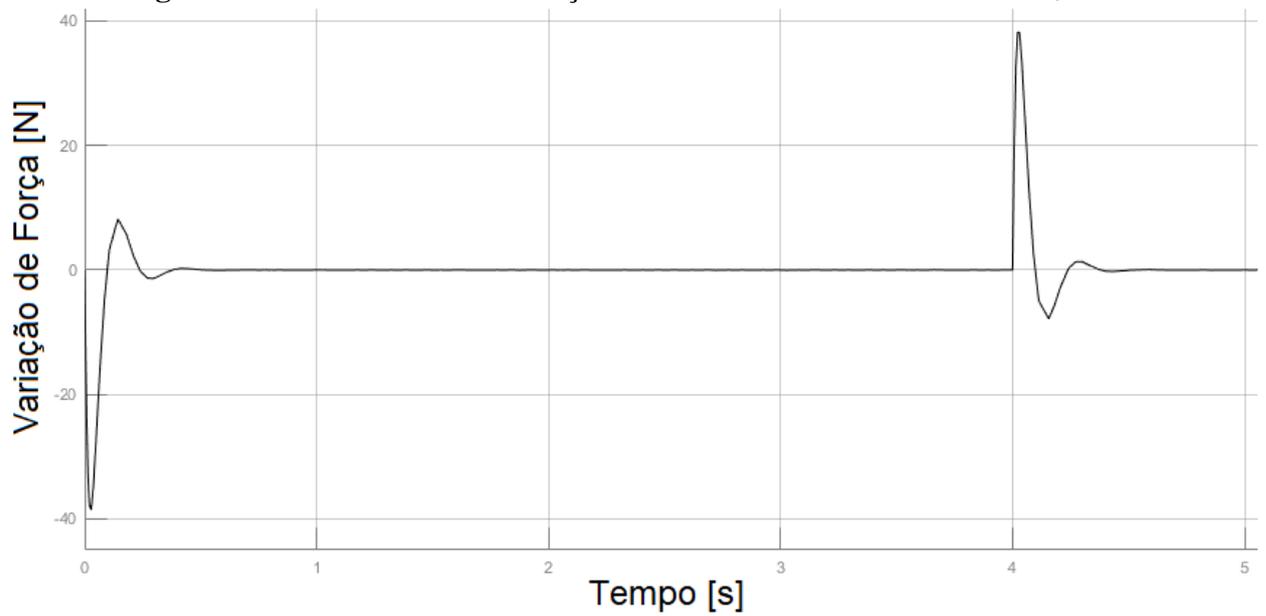
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.3 – Resultado da simulação D1 com fator de amortecimento 0,6.



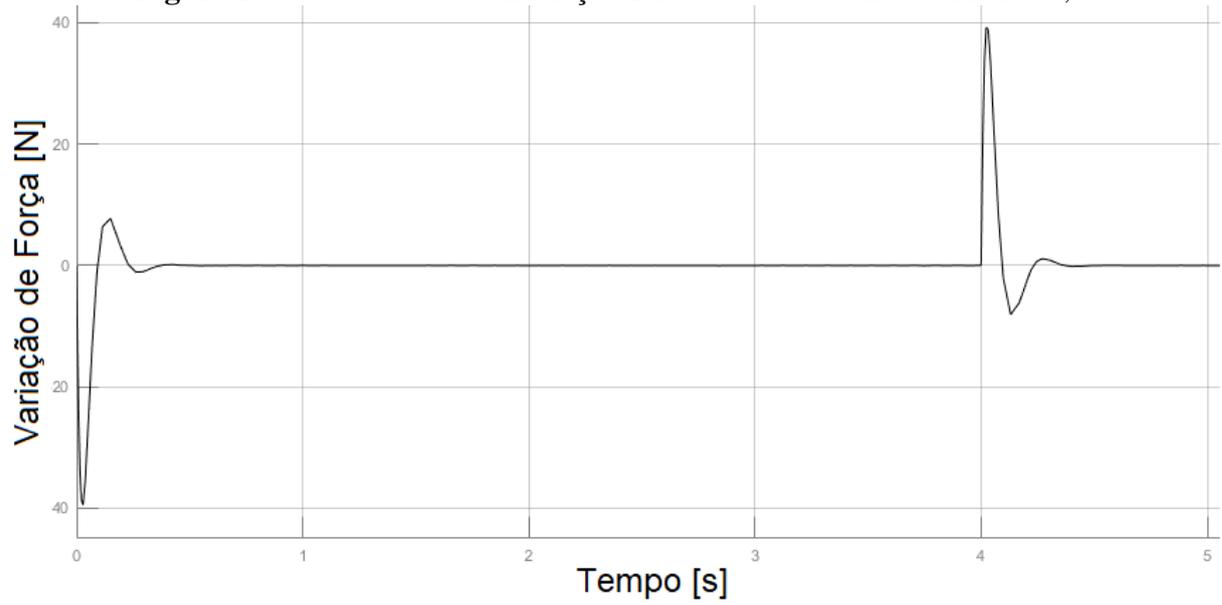
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.4 – Resultado da simulação D1 com fator de amortecimento 0,65.



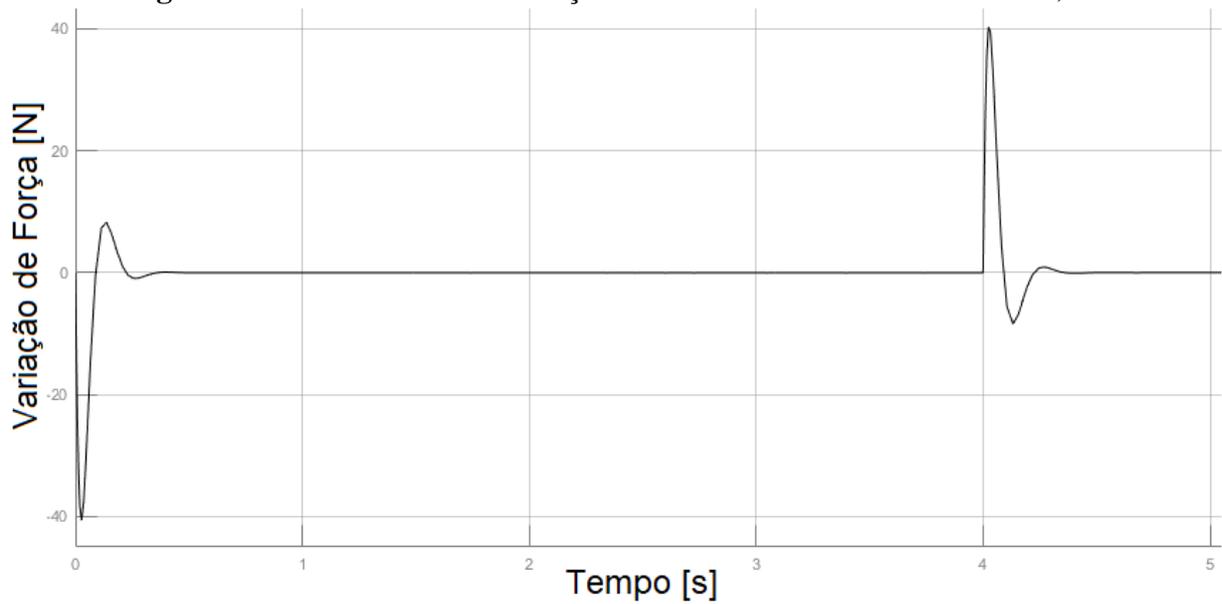
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.5 – Resultado da simulação D1 com fator de amortecimento 0,7.



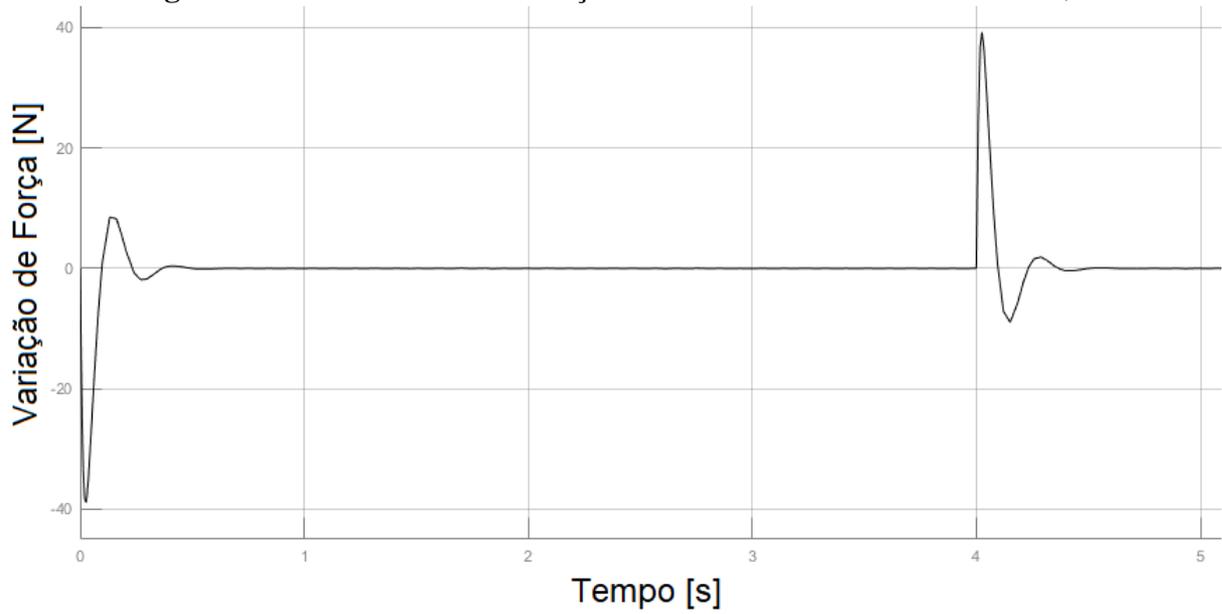
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.6 – Resultado da simulação D1 com fator de amortecimento 0,75.



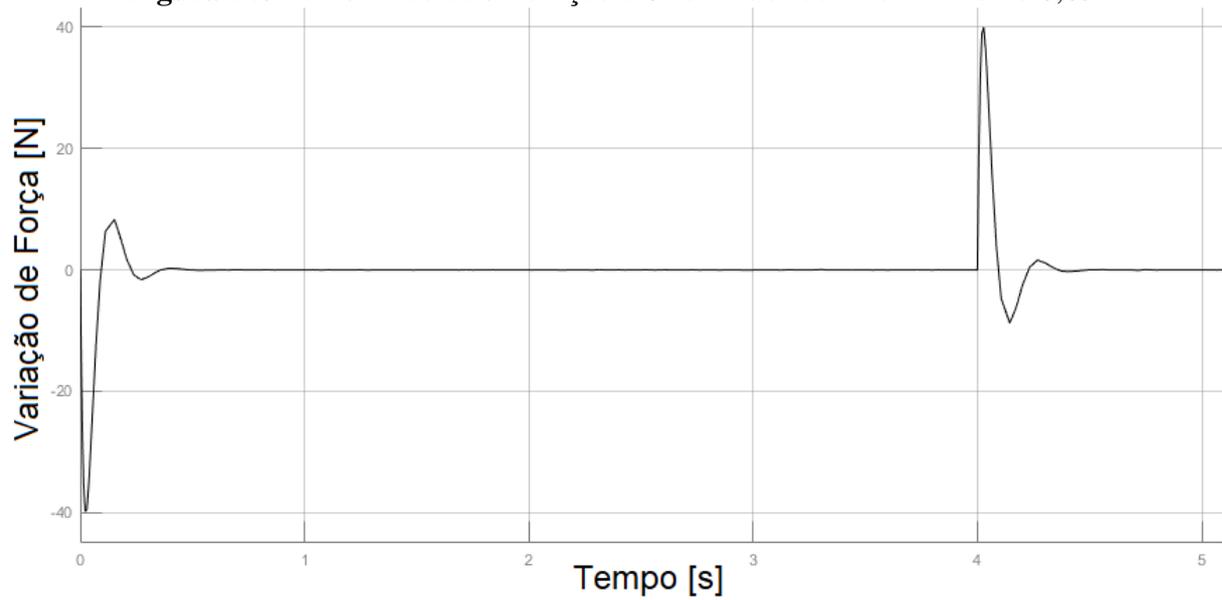
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.7 – Resultado da simulação D6 com fator de amortecimento 0,6.



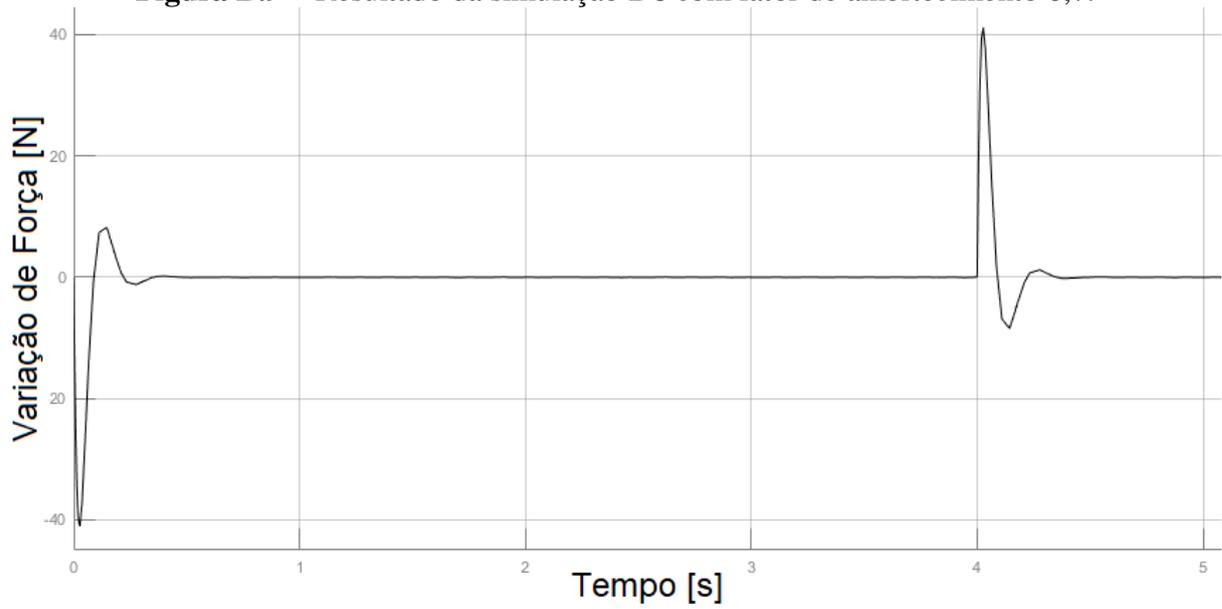
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.8 – Resultado da simulação D6 com fator de amortecimento 0,65.



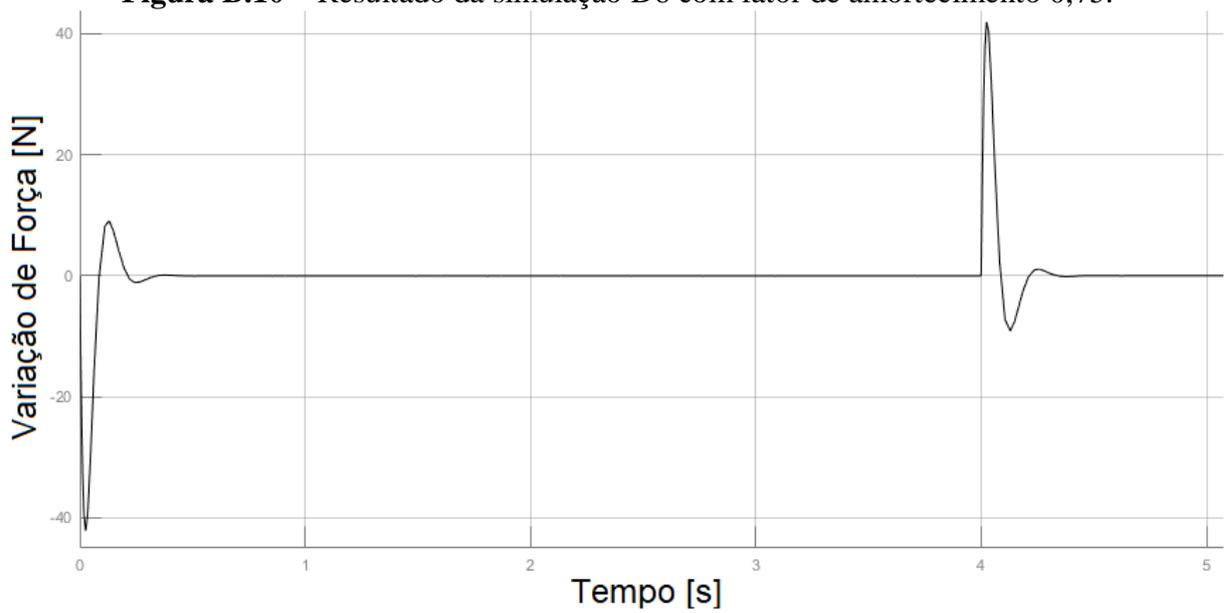
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.9 – Resultado da simulação D6 com fator de amortecimento 0,7.



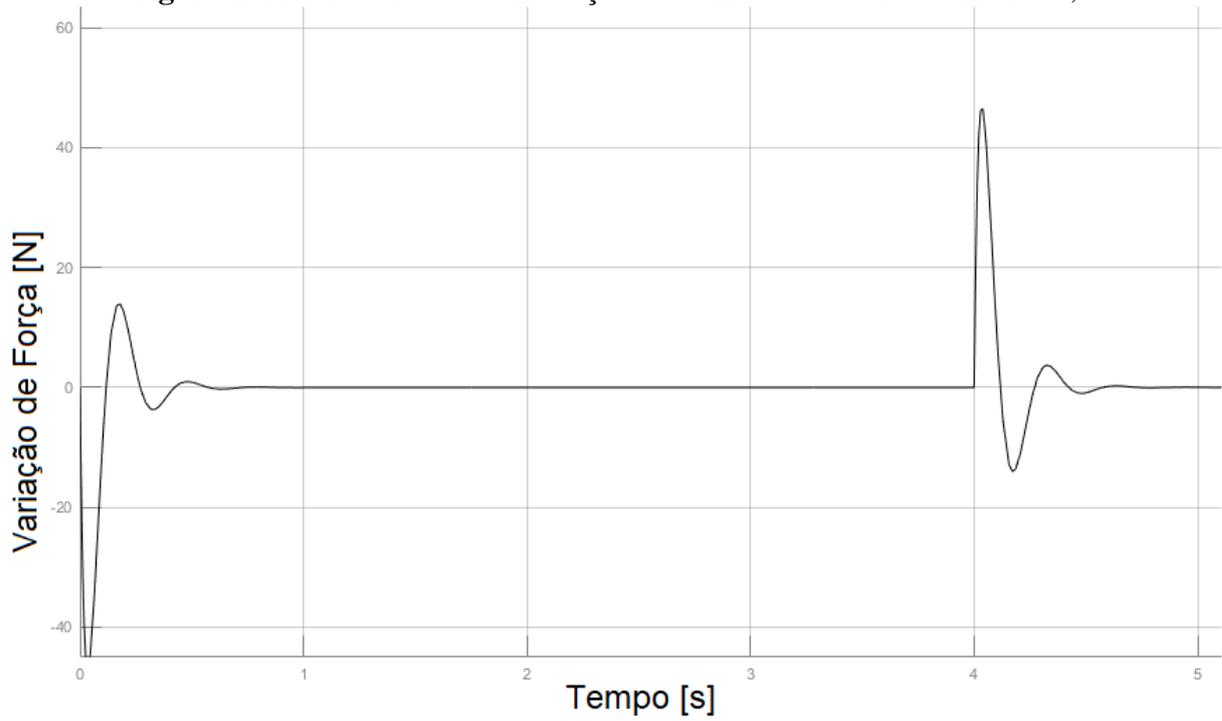
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.10 – Resultado da simulação D6 com fator de amortecimento 0,75.



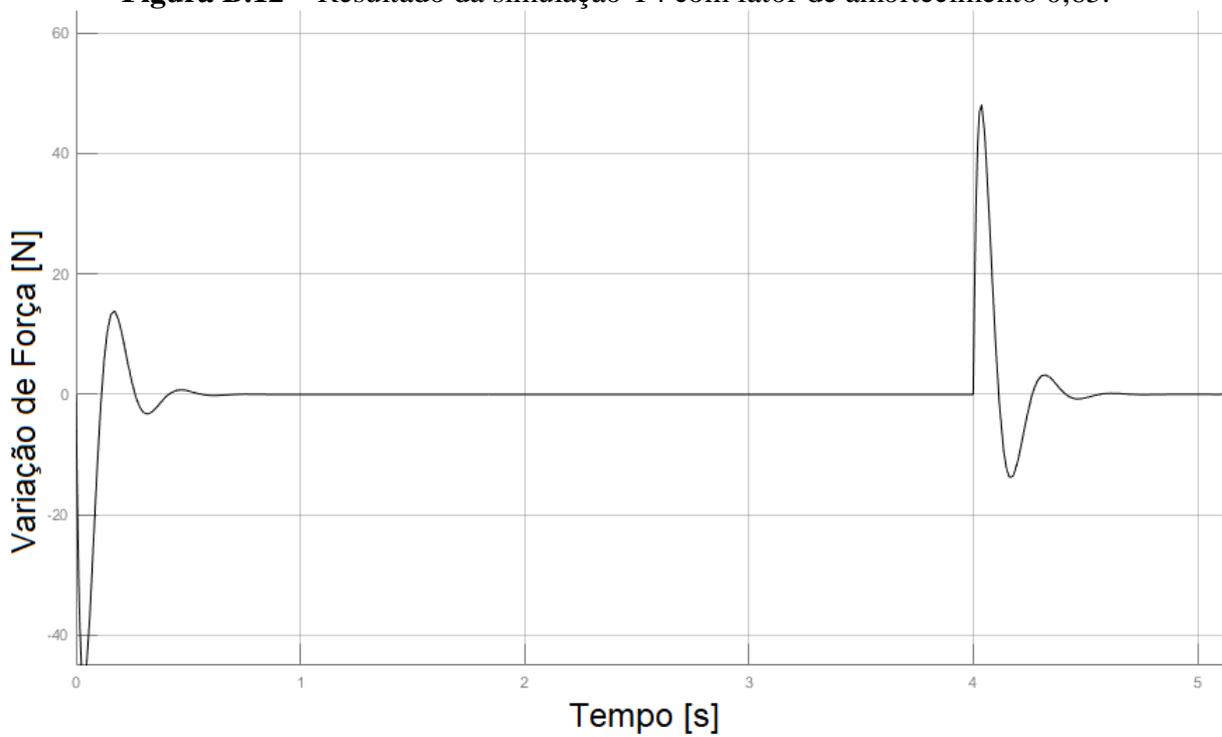
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.11 – Resultado da simulação T4 com fator de amortecimento 0,6.



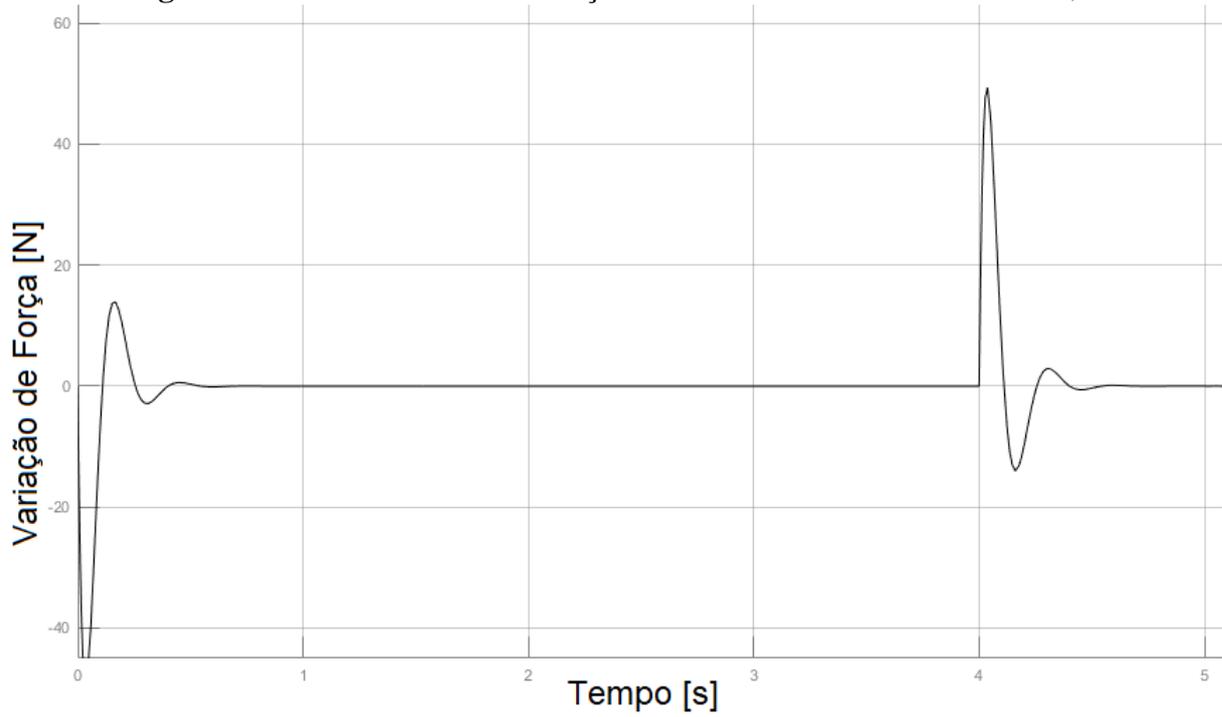
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.12 – Resultado da simulação T4 com fator de amortecimento 0,65.



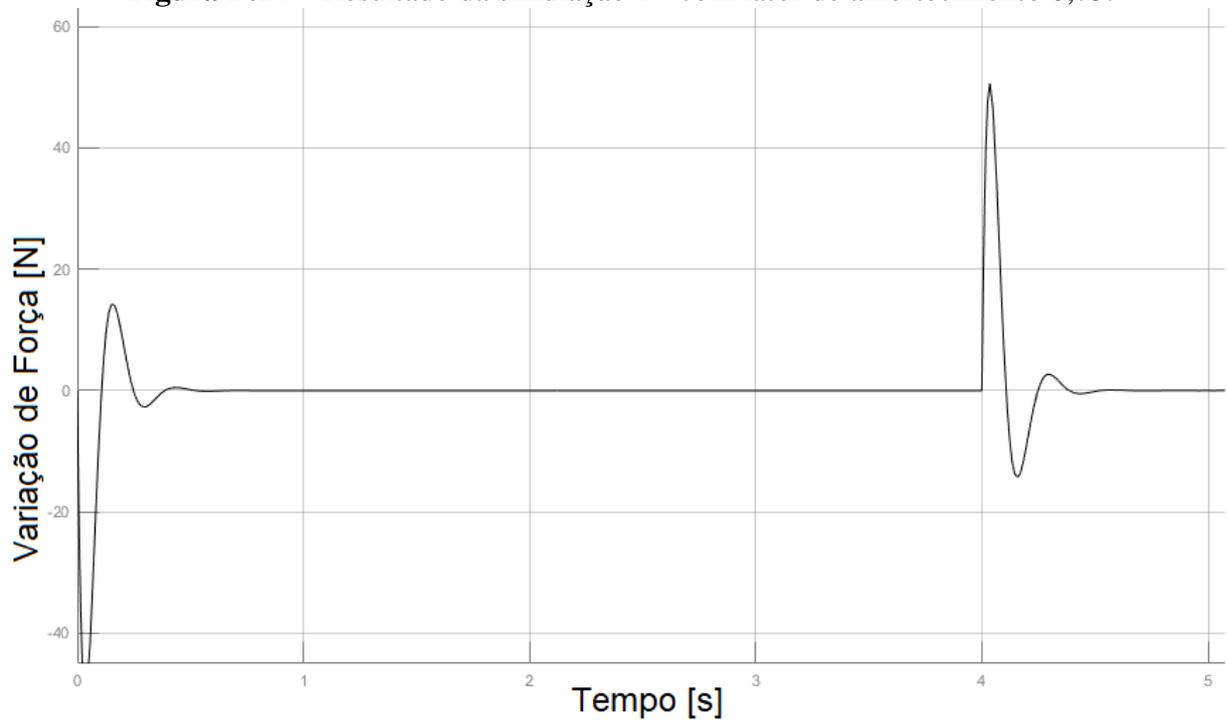
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.13 – Resultado da simulação T4 com fator de amortecimento 0,7.



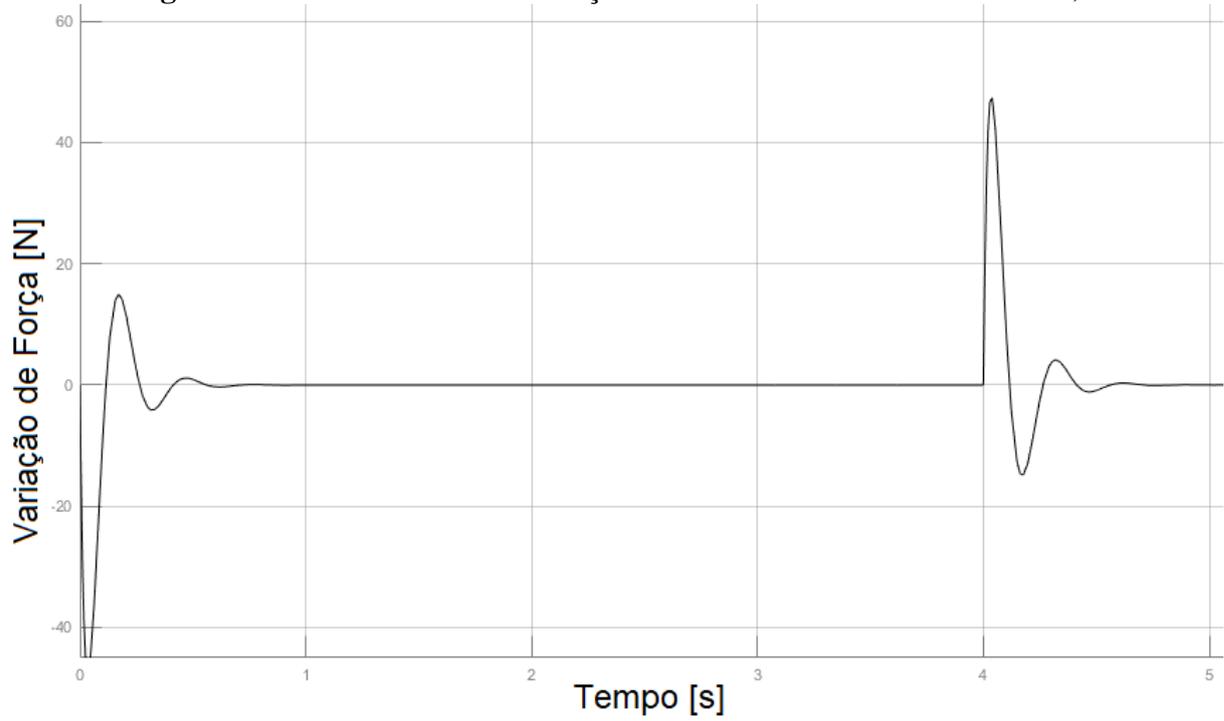
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.14 – Resultado da simulação T4 com fator de amortecimento 0,75.



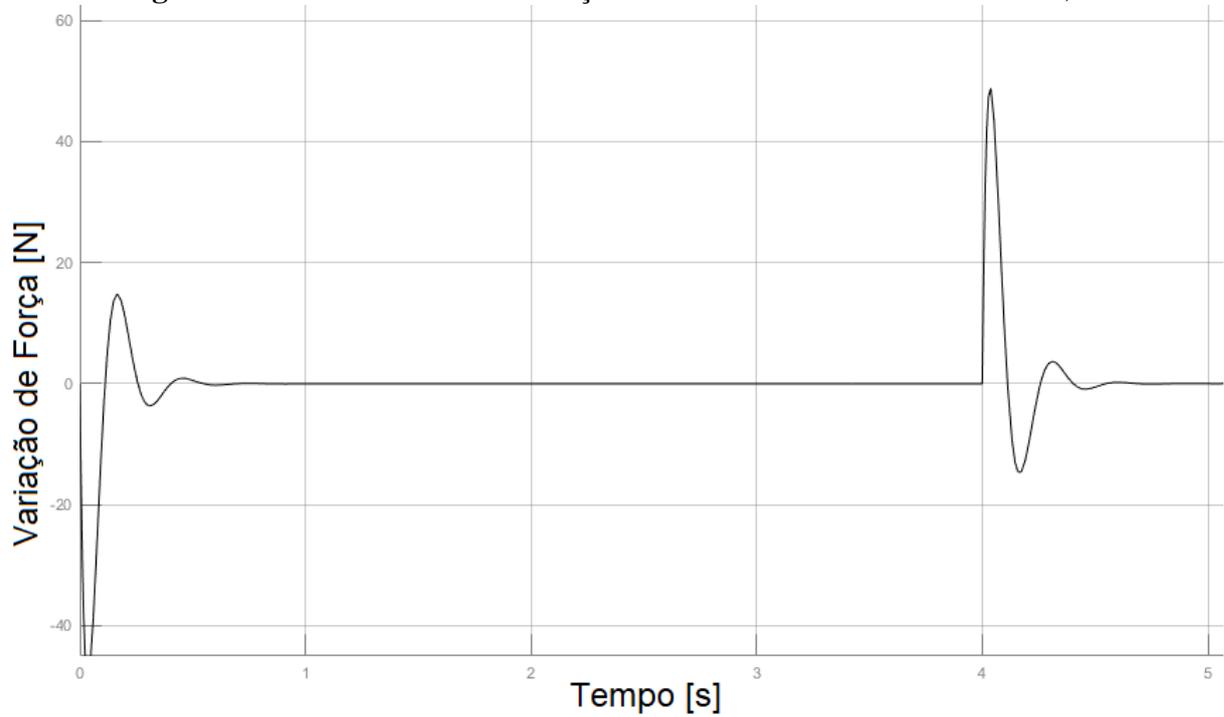
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.15 – Resultado da simulação T5 com fator de amortecimento 0,6.



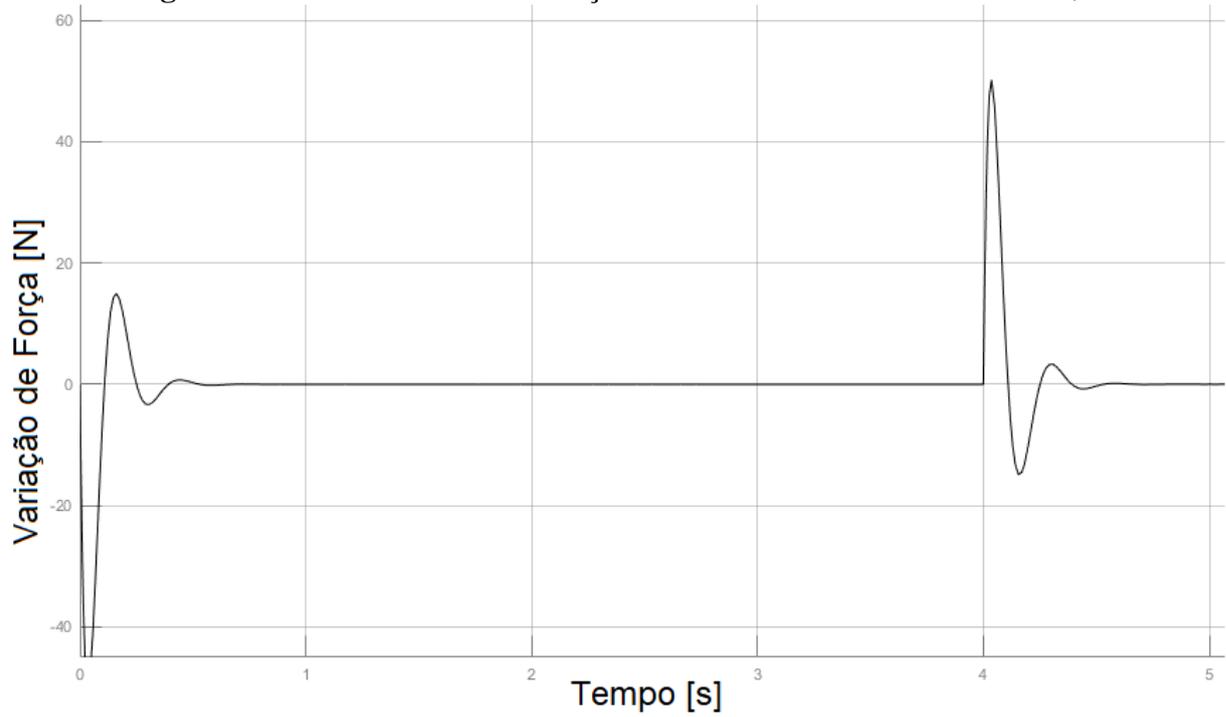
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.16 – Resultado da simulação T5 com fator de amortecimento 0,65.



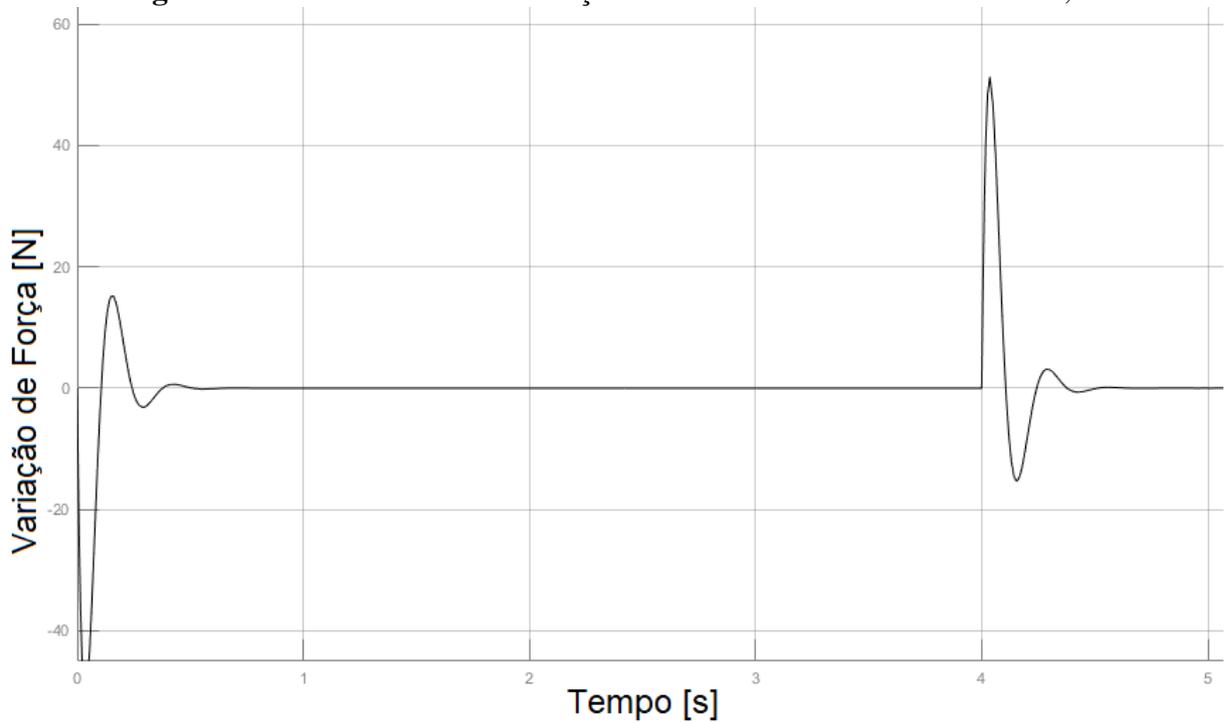
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.17 – Resultado da simulação T5 com fator de amortecimento 0,7.



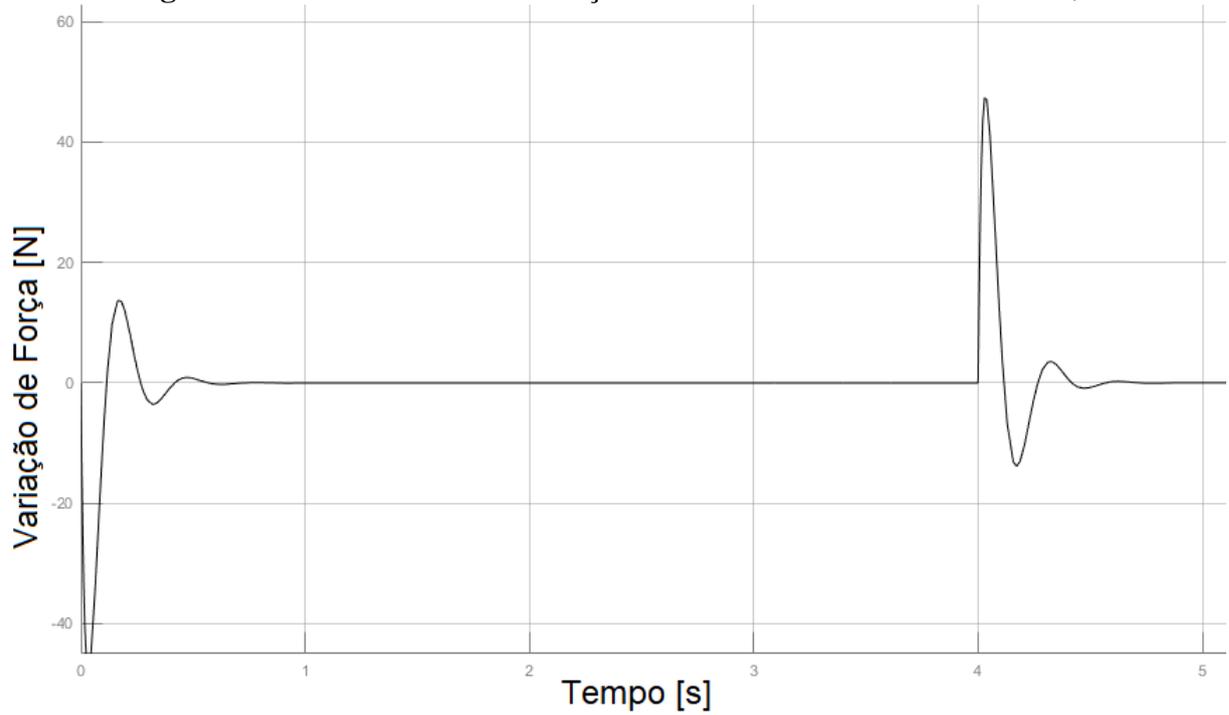
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.18 – Resultado da simulação T5 com fator de amortecimento 0,75.



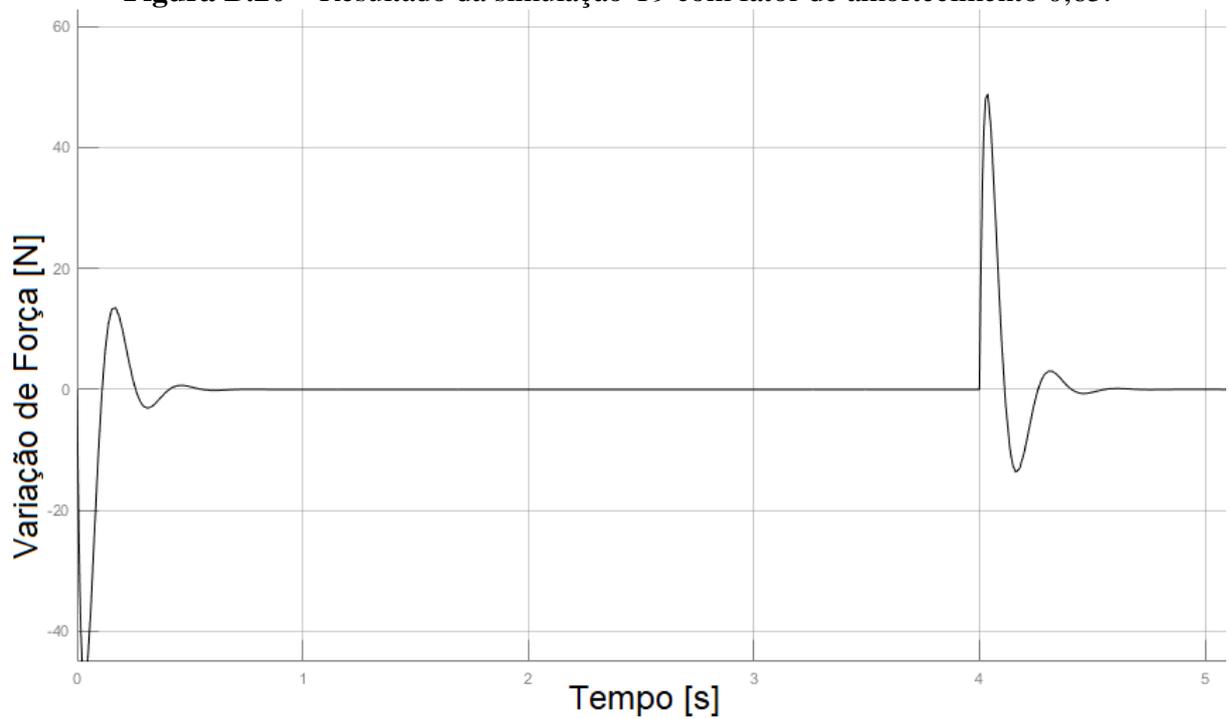
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.19 – Resultado da simulação T9 com fator de amortecimento 0,6.

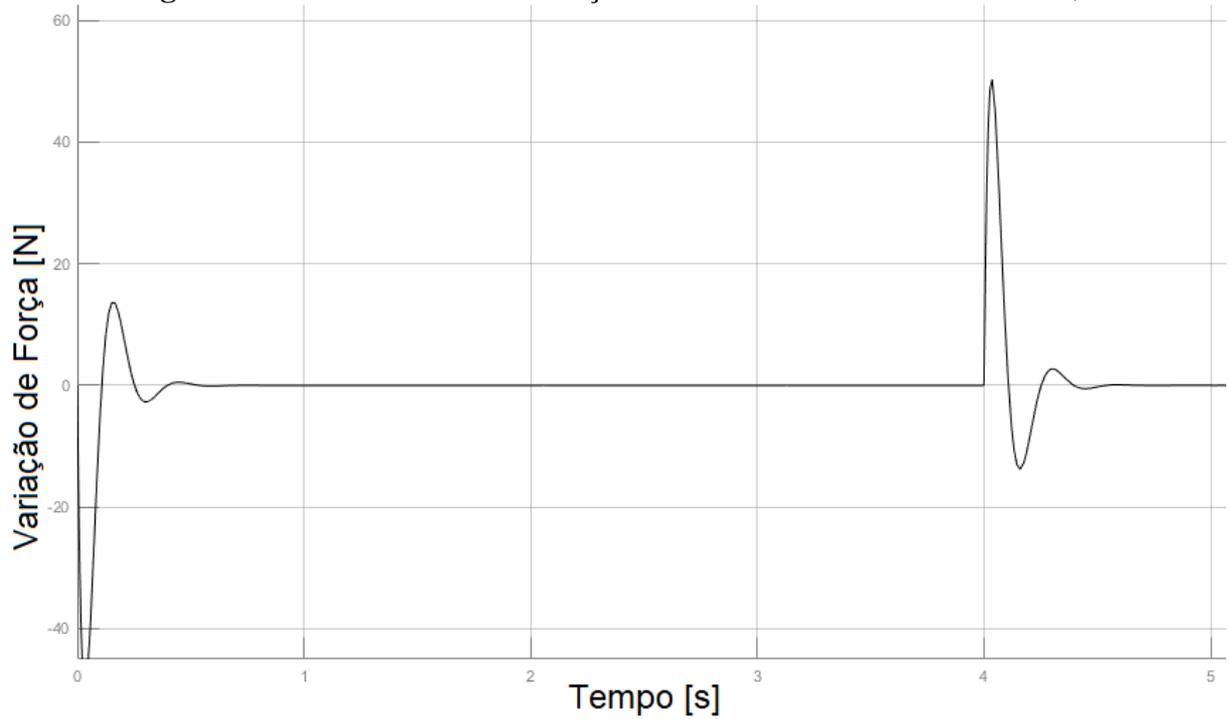


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

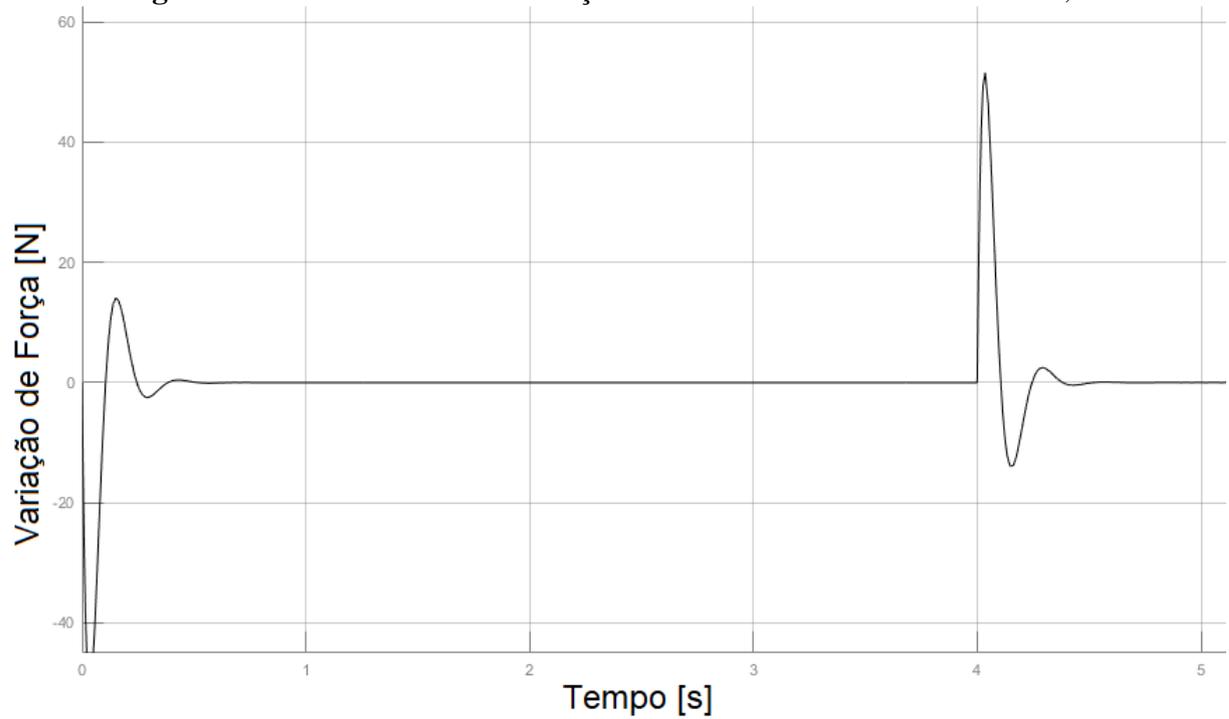
Figura B.20 – Resultado da simulação T9 com fator de amortecimento 0,65.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

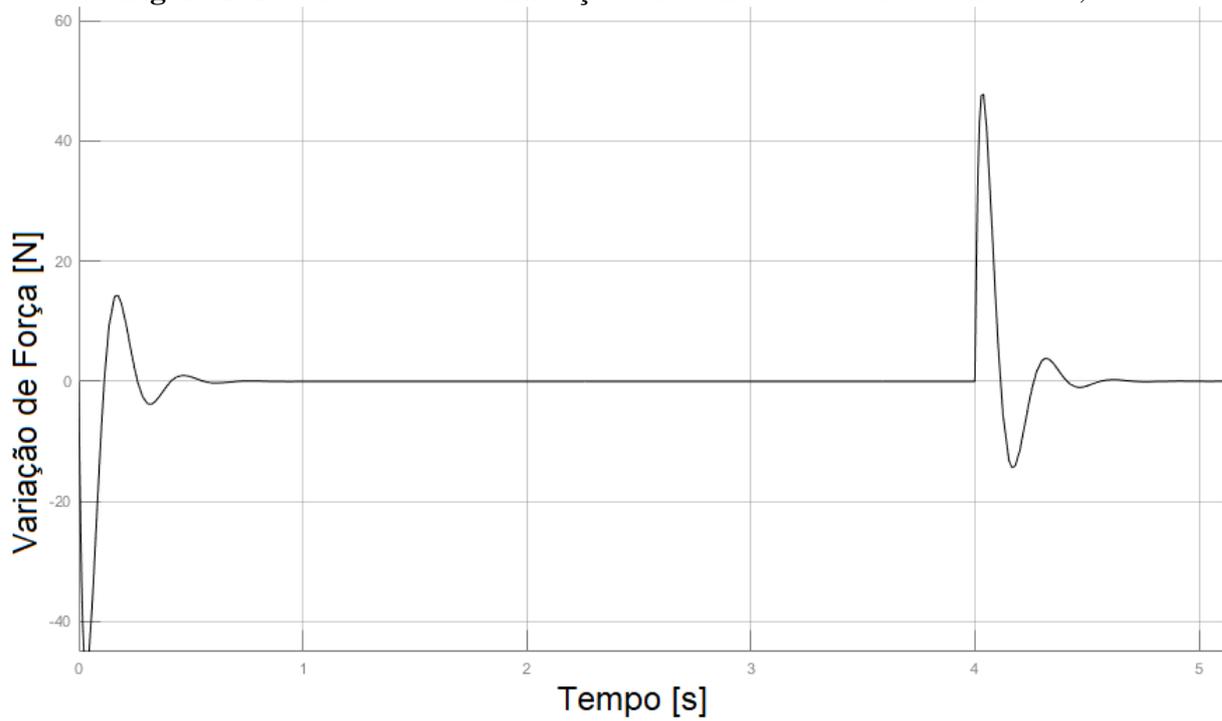
Figura B.21 – Resultado da simulação T9 com fator de amortecimento 0,7.

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.22 – Resultado da simulação T9 com fator de amortecimento 0,75.

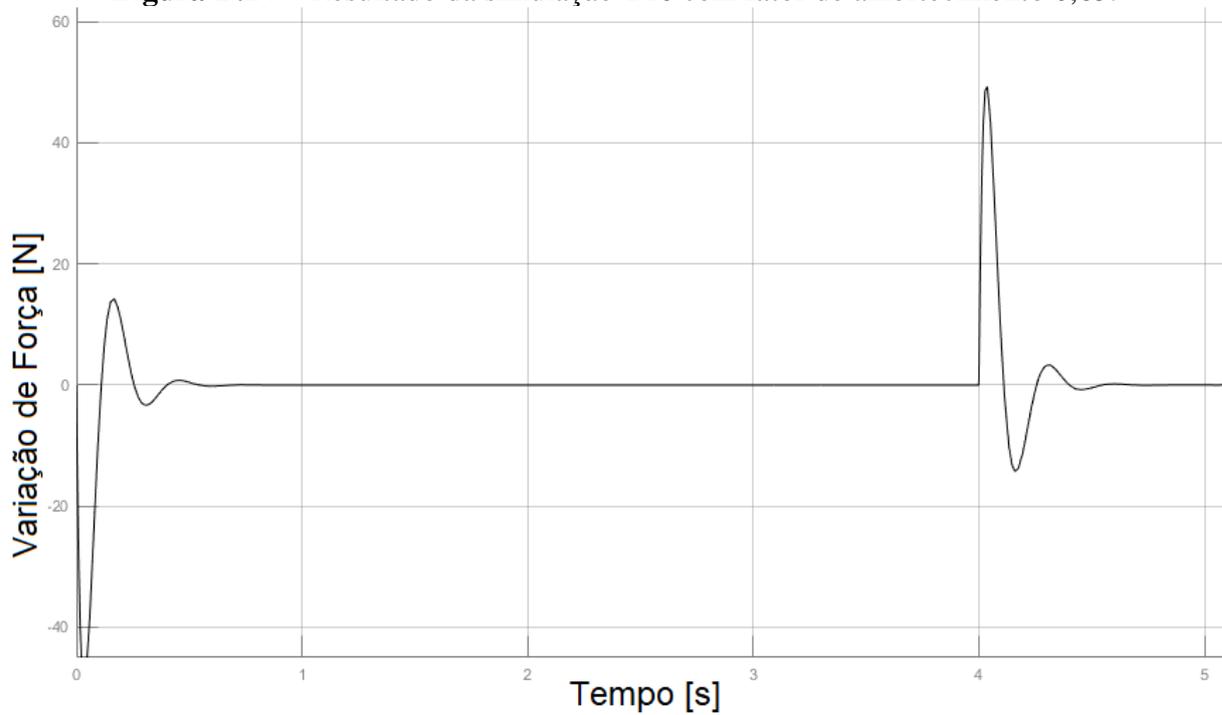
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.23 – Resultado da simulação T10 com fator de amortecimento 0,6.



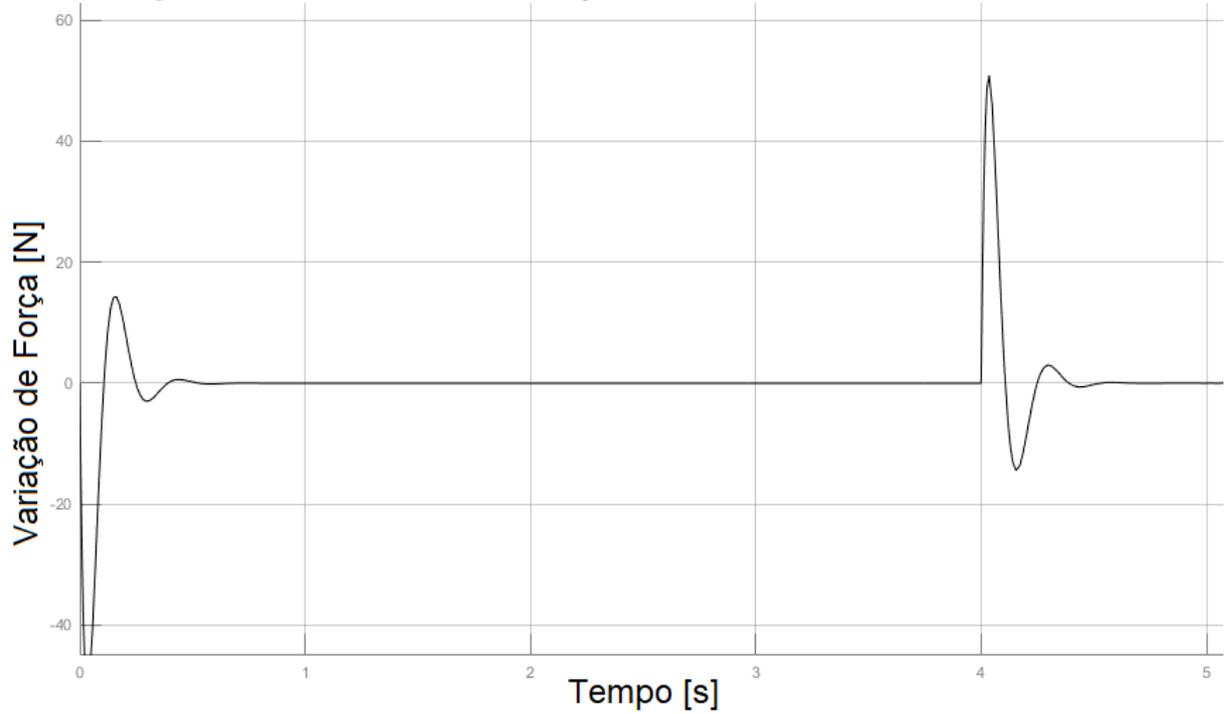
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.24 – Resultado da simulação T10 com fator de amortecimento 0,65.



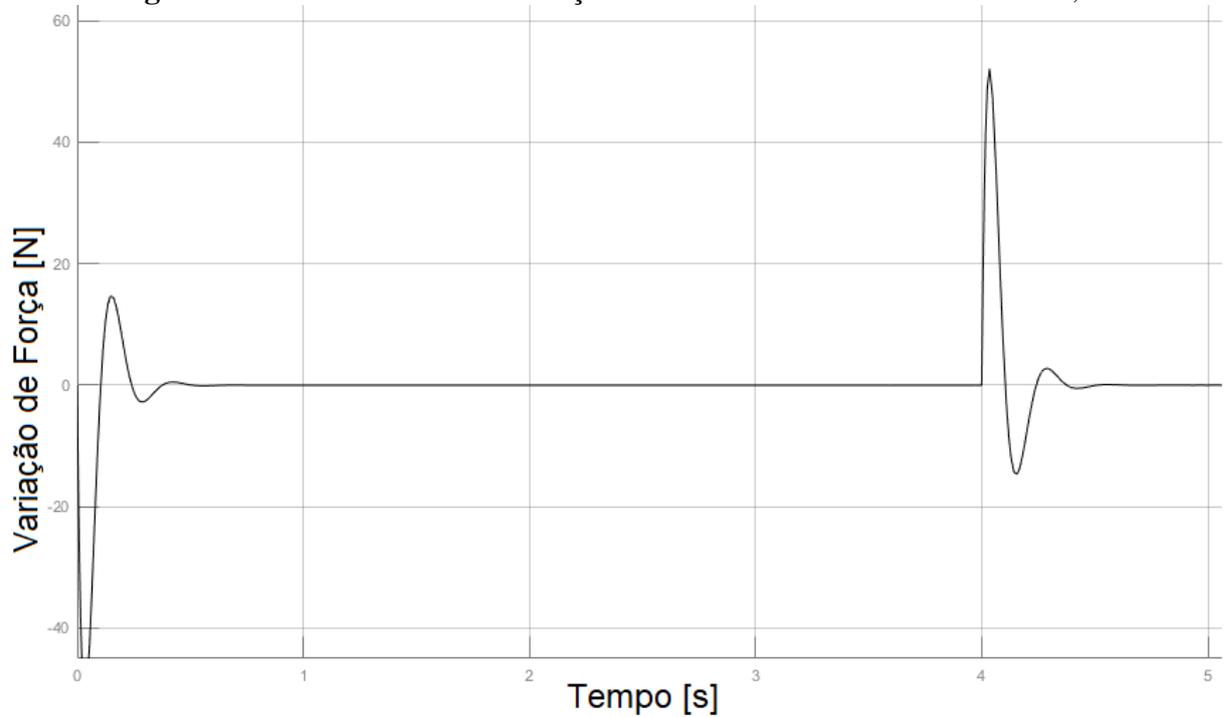
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.25 – Resultado da simulação T10 com fator de amortecimento 0,7.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.26 – Resultado da simulação T10 com fator de amortecimento 0,75.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Figura B.27 – Sobreposição de duas simulações D10 com fator de amortecimento 0,60 e 0,75.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.