

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEE**  
**MESTRADO PROFISSIONAL EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**PYTER ELY DA SILVA**

**DESENVOLVIMENTO DE CONTROLADORES DE CORRENTE E ROTAÇÃO PARA  
APLICAÇÃO EM PATINETES ELÉTRICOS**

**JOINVILLE**

**2020**

**PYTER ELY DA SILVA**

**DESENVOLVIMENTO DE CONTROLADORES DE CORRENTE E ROTAÇÃO PARA  
APLICAÇÃO EM PATINETES ELÉTRICOS**

Dissertação submetida ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**Orientador:** Prof. Dr. Ademir Nied

**JOINVILLE**

**2020**

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da  
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

da Silva, Pyter Ely

Desenvolvimento de controladores de corrente e rotação  
para aplicação em patinetes elétricos / Pyter Ely da Silva. --  
2020.

95 p.

Orientador: Ademir Nied

Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de  
Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa  
de Pós-Graduação Profissional em Engenharia Elétrica,  
Joinville, 2020.

1. Controle de motores elétricos. 2. Rigidez dinâmica. 3.  
Projeto de motores elétricos. 4. Controle de corrente. 5.  
Controle de velocidade. I. Nied, Ademir. II. Universidade do  
Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,  
Programa de Pós-Graduação Profissional em Engenharia  
Elétrica. III. Título.

**PYTER ELY DA SILVA**

**DESENVOLVIMENTO DE CONTROLADORES DE CORRENTE E ROTAÇÃO  
PARA APLICAÇÃO EM PATINETES ELÉTRICOS**

Dissertação submetida ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

**BANCA EXAMINADORA**

Orientador:

Prof. Dr. Ademir Nied

CCT/UDESC

Membros:

Prof. Dr. Tiago Dezuo

CCT/UDESC

Me. Marcelo Campos Silva

Whirlpool Corp.

Joinville, 27 de Agosto de 2020

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha Mãe, Maria de Fátima e ao meu Pai, Ely da Silva, que apesar das diversas dificuldades me ajudaram a manter o foco nos estudos e me ensinaram os valores que moldam meu caráter. A educação é o único meio de um indivíduo de fato prosperar.

Agradeço a minha esposa Jéssica pelo apoio incondicional, incentivo diário e paciência nos períodos em que tive que me dedicar aos trabalhos de mestrado.

Agradeço ao professor Ademir, que dispôs do seu tempo e dedicação além das cargas horárias necessárias para que a pesquisa tivesse pilares sólidos. Estendo também o agradecimento a UDESC por ter me dado a oportunidade da realização desse trabalho.

Agradeço a *Whirlpool*, representado pelos meus diversos gestores e colegas, por ceder horários durante período de trabalho para a realização do curso.

*A ciência é feita de fatos, assim como uma casa é feita de tijolos. Contudo, a acumulação fatos não é ciência, assim como um monte de pedras não é uma casa.*

*Henri Poincaré*

## RESUMO

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e simulação de controladores de corrente e velocidade aplicados a um motor desenvolvido para ser utilizado em patinetes elétricos. O trabalho mostra a metodologia utilizada para a escolha do projeto do motor, baseando-se em *software* de elementos finitos para comparação dos resultados. É exposto um modelo adequado para o motor apresentado, assim como os métodos utilizados para obtenção dos parâmetros vistos no modelo. Para o controlador de corrente, parte-se de um controlador do tipo PI, para então ter sua topologia alterada para outras duas propostas. Além de simulação no tempo, outras duas análises para entendimento da robustez do controlador são expostas. Para o controlador de velocidade, novamente o ponto de partida é um controlador do tipo PI para então ter sua topologia expandida para outras duas propostas. Os ganhos dessas duas propostas são determinados pela rigidez dinâmica a qual o desenvolvedor do controle deseja. Verifica-se a robustez através da análise dos controladores do ponto de vista da energia com auxílio de simulações baseadas na técnica de Monte Carlo.

**Palavras-chave:** Controle de motores elétricos, Rigidez dinâmica, Projeto de motores elétricos, Controle de corrente, Controle de velocidade

## ABSTRACT

This paper presents the development and simulation of current and velocity controllers applied to an electrical motor developed to be used in electrical scooters. The paper shows the methodology used to choose the motor design, based on finite element *software* to compare the results. An appropriate model for the motor is presented, as well as the methods used to obtain the parameters seen in the model. For the current controller, it starts with a PI-type controller, to then have its topology expanded to two other proposals. In addition to time simulation, two other analyzes to understand the robustness of the controller are exposed. For the velocity controller, again the starting point is a PI-type controller to then have its topology expanded to two other proposals. The gains of these two proposals are determined by the dynamic stiffness desired by the developer of the controllers. The robustness is verified through the analysis of the controllers from the point of view of energy with the aid of simulations based on the Monte Carlo technique.

**Keywords:** Electrical motor control, Dynamic stiffness, Design of electrical motors, Current control, Velocity control

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|           |                                                                                       |    |
|-----------|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1  | – Pneus de pequeno porte utilizados na indústria . . . . .                            | 17 |
| Figura 2  | – Modelo <i>Xiaomi M365</i> . . . . .                                                 | 18 |
| Figura 3  | – Lâminas dos motores propostos. . . . .                                              | 23 |
| Figura 4  | – Gráficos motor A sem excitação . . . . .                                            | 24 |
| Figura 5  | – Gráficos motor A com excitação senoidal. . . . .                                    | 25 |
| Figura 6  | – Gráficos motor B sem excitação . . . . .                                            | 25 |
| Figura 7  | – Gráficos motor B com excitação senoidal. . . . .                                    | 26 |
| Figura 8  | – Gráficos motor C sem excitação . . . . .                                            | 27 |
| Figura 9  | – Gráficos motor C com excitação senoidal. . . . .                                    | 28 |
| Figura 10 | – Gráficos motor D sem excitação . . . . .                                            | 28 |
| Figura 11 | – Gráficos motor D com excitação senoidal. . . . .                                    | 29 |
| Figura 12 | – Enrolamentos eixo $d$ e $q$ refletidos no rotor. . . . .                            | 33 |
| Figura 13 | – Enrolamentos eixo $dq$ refletidos no rotor. . . . .                                 | 36 |
| Figura 14 | – Representação gráfica dos estatores bifásicos e trifásico. . . . .                  | 37 |
| Figura 15 | – Indutância de quadratura. . . . .                                                   | 42 |
| Figura 16 | – Diagrama de cálculo do momento de inércia. . . . .                                  | 43 |
| Figura 17 | – Topologia de controle de corrente PI clássico . . . . .                             | 45 |
| Figura 18 | – PI clássico aplicado a circuito RL . . . . .                                        | 46 |
| Figura 19 | – Resposta ao degrau do PI clássico aplicado a circuito RL com $K = 450$ . . .        | 47 |
| Figura 20 | – Resposta a um perfil de corrente $I_q$ e $I_d$ . . . . .                            | 48 |
| Figura 21 | – Modelo complexo do motor no eixo síncrono. . . . .                                  | 49 |
| Figura 22 | – Modelo complexo do motor no eixo síncrono aplicado ao controlador PI. . .           | 50 |
| Figura 23 | – Resposta no tempo do controlador PI complexo. . . . .                               | 51 |
| Figura 24 | – Topologia PI com desacoplamento de BEMF inserido. . . . .                           | 51 |
| Figura 25 | – Resposta no tempo com PI desacoplado de forma explícita e $\omega_e = 450$ rad/s. . | 52 |
| Figura 26 | – Topologia PI com desacoplamento utilizando vetor complexo. . . . .                  | 53 |
| Figura 27 | – Resposta no tempo com PI desacoplado por vetor complexo e $\omega_e = 450$ rad/s. . | 54 |
| Figura 28 | – FRF PI clássico. . . . .                                                            | 55 |
| Figura 29 | – FRF controle PI com desacoplamento explícito. . . . .                               | 57 |
| Figura 30 | – FRF controle PI com desacoplamento por vetor complexo. . . . .                      | 58 |
| Figura 31 | – Representação visual do ruído inserido para o conceito de rigidez dinâmica. .       | 59 |
| Figura 32 | – Rigidez dinâmica para o controlador PI clássico. . . . .                            | 59 |
| Figura 33 | – Rigidez dinâmica para o controlador PI com desacoplamento explícito. . . .          | 61 |

|                                                                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 34 – Rigidez dinâmica para o controlador PI com desacoplamento por vetor complexo. . . . .                                                         | 61 |
| Figura 35 – Controle PI de velocidade com topologia clássica . . . . .                                                                                    | 64 |
| Figura 36 – Controle PI de velocidade com topologia adaptada . . . . .                                                                                    | 64 |
| Figura 37 – Controle PI de velocidade com topologia adaptada . . . . .                                                                                    | 66 |
| Figura 38 – Rigidez dinâmica para PI de velocidade . . . . .                                                                                              | 67 |
| Figura 39 – Controle PI de velocidade com topologia adaptada . . . . .                                                                                    | 68 |
| Figura 40 – Rigidez dinâmica para PI de velocidade com integral de posição . . . . .                                                                      | 70 |
| Figura 41 – Resposta do tempo do controlador B . . . . .                                                                                                  | 71 |
| Figura 42 – Topologia do controle tipo C. . . . .                                                                                                         | 72 |
| Figura 43 – Rigidez dinâmica do controlador C . . . . .                                                                                                   | 75 |
| Figura 44 – Resposta no tempo do controlador C . . . . .                                                                                                  | 76 |
| Figura 45 – Densidade de probabilidade dos parâmetros utilizados na simulação de Monte Carlo. . . . .                                                     | 79 |
| Figura 46 – Comparação da densidade de probabilidade da energia dos três controladores resultante da simulação Monte Carlo para estudo de caso 1. . . . . | 80 |
| Figura 47 – Comparação da resposta no tempo dos três controladores para estudo de caso 1. . . . .                                                         | 82 |
| Figura 48 – Comparação da densidade de probabilidade da energia dos três controladores resultante da simulação Monte Carlo para estudo de caso 2. . . . . | 83 |
| Figura 49 – Comparação da resposta no tempo dos três controladores para estudo de caso 2. . . . .                                                         | 85 |
| Figura 50 – Comparação da resposta no tempo dos três controladores para estudo de caso 2 com destaque para os 2 primeiros segundos. . . . .               | 86 |
| Figura 51 – Comparação da densidade de probabilidade da energia dos três controladores resultante da simulação Monte Carlo para estudo de caso 3. . . . . | 88 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Motores propostos para o estudo . . . . .                                                                   | 22 |
| Tabela 2 – Compilação dos resultados de análise dos motores. . . . .                                                   | 30 |
| Tabela 3 – Parâmetros utilizados para simulação de Monte Carlo . . . . .                                               | 79 |
| Tabela 4 – Médias e desvios padrões para as diversas energias resultantes do estudo de<br>caso 1. . . . .              | 80 |
| Tabela 5 – Médias e desvios padrões para as diversas energias resultantes do estudo de<br>caso 2. . . . .              | 84 |
| Tabela 6 – Médias e desvios padrões para as diversas configurações de $T_L$ utilizadas no<br>estudo de caso 3. . . . . | 87 |
| Tabela 7 – Médias e desvios padrões para as diversas energias resultantes do estudo de<br>caso 3. . . . .              | 89 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

|                   |                                                                                 |
|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------|
| BEMF              | Força contraeletromotriz, do inglês <i>Back Electromotive Force</i>             |
| FFT               | Transformada Rápida de <i>Fourier</i> , do inglês <i>Fast Fourier Transform</i> |
| FRF               | Função Resposta na Frequência                                                   |
| MMF               | Força Magnetomotriz, do inglês, <i>Magnetomotive force</i>                      |
| RMS               | Valor eficaz de um sinal, do inglês, <i>Root Mean Square</i>                    |
| THD               | Distorção harmônica total, do inglês, <i>Total Harmonic Distortion</i>          |
| <i>undershoot</i> | Subsinal                                                                        |
| <i>overshoot</i>  | Sobressinal                                                                     |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|                      |                                                            |
|----------------------|------------------------------------------------------------|
| $b_a$                | Ganho de velocidade do controlador de velocidade           |
| $b$                  | Coeficiente de atrito viscoso                              |
| $f_{dqs}^e$          | Vetor de sinal genérico $dq$ no eixo síncrono              |
| $f_{dqs}^r$          | Vetor de sinal genérico $dq$ no eixo rotórico              |
| $f_{qd}$             | Representação complexa de um com componentes $dq$ genérico |
| $i_{ds}^r$           | Corrente de eixo $d$ refletida no eixo rotórico            |
| $i_{ds}$             | Corrente de enrolamento de eixo $d$                        |
| $i_{qs}^r$           | Corrente de eixo $q$ refletida no eixo rotórico            |
| $i_{qs}$             | Corrente de enrolamento de eixo $q$                        |
| $i_a$                | Corrente instantânea na fase $a$                           |
| $i_b$                | Corrente instantânea na fase $b$                           |
| $i_c$                | Corrente instantânea na fase $c$                           |
| $\mathbf{i}_{abc}$   | Vetor de corrente trifásica $a$ , $b$ e $c$                |
| $\mathbf{i}_{qds}^r$ | Vetor de corrente de estator $dq$ no eixo rotórico         |
| $\mathbf{i}_{qds}^r$ | Vetor de corrente $dq$ no eixo rotórico                    |
| $\mathbf{i}_{qds}$   | Vetor de corrente de eixos $dq$                            |
| $iK_a$               | Ganho da integral de posição do controlador de velocidade  |
| $J_a$                | Ganho da aceleração do controlador de velocidade           |
| $J$                  | Momento de inércia do motor                                |
| $K_i$                | Ganho integral do controlador de velocidade                |
| $K_p$                | Ganho proporcional do controlador de velocidade            |
| $K_a$                | Ganho de posição do controlador de velocidade              |
| $L_{dd}$             | Indutância própria de eixo $d$                             |

|                    |                                                                        |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------|
| $L_{dq}$           | Indutância mútua entre eixo $d$ e eixo $q$                             |
| $L_{qd}$           | Indutância mútua entre eixo $q$ e eixo $d$                             |
| $L_{qq}$           | Indutância própria de eixo $q$                                         |
| $L_d$              | Indutância de quadratura de eixo $d$                                   |
| $L_q$              | Indutância de quadratura de eixo $q$                                   |
| $m$                | Massa do rotor do motor elétrico                                       |
| $N$                | Voltas por fase no enrolamento do motor                                |
| $P_a$              | Potência convertida                                                    |
| $p_i$              | Potência instantânea de entrada                                        |
| $P$                | Polos da motor elétrico                                                |
| $p$                | Operador de derivada                                                   |
| $R_d$              | Resistência de enrolamento de eixo $d$                                 |
| $R_q$              | Resistência de enrolamento de eixo $q$                                 |
| $R_s$              | Resistência de fase de estator                                         |
| $T_e$              | Torque eletromagnético                                                 |
| $T_L$              | Torque de carga                                                        |
| $\mathbf{T}_{abc}$ | Matriz transformação de eixo $dq$ rotórico para trifásico $a, b$ e $c$ |
| $\mathbf{T}^r$     | Matriz transformação de eixos rotórico para estacionário               |
| $v_{ds}^r$         | Tensão de eixo $d$ refletida no eixo rotórico                          |
| $v_{ds}$           | Tensão nos enrolamentos de eixo $d$                                    |
| $v_{qds}^e$        | Pertubação de tensão $dq$ inserida no eixo síncrono                    |
| $v_{qs}^r$         | Tensão de eixo $q$ refletida no eixo rotórico                          |
| $v_{qs}$           | Tensão nos enrolamentos de eixo $q$                                    |
| $v_a$              | Tensão instantânea na fase $a$                                         |
| $v_b$              | Tensão instantânea na fase $b$                                         |

|                      |                                                           |
|----------------------|-----------------------------------------------------------|
| $v_c$                | Tensão instantânea na fase $c$                            |
| $\mathbf{v}_{abc}$   | Vetor de tensão no eixo trifásico $a, b$ e $c$            |
| $\mathbf{v}_{qds}^r$ | Vetor de tensão $dq$ no eixo rotórico                     |
| $\mathbf{v}_{qds}^r$ | Vetor de tensão $dq$ no eixo rotórico                     |
| $\mathbf{v}_{qds}$   | Vetor de tensão $dq$ no eixo estacionário                 |
| $\lambda_{af}$       | Fluxo de armadura concatenado em função dos ímãs de rotor |
| $\lambda_{ds}$       | Fluxo concatenado de eixo $d$                             |
| $\lambda_{qs}$       | Fluxo concatenado de eixo $q$                             |
| $\mu$                | Média de um vetor de valores numéricos                    |
| $\omega_e$           | Velocidade do eixo síncrono                               |
| $\omega_m$           | Velocidade mecânica no eixo do motor                      |
| $\omega_r$           | Velocidade elétrica do rotor                              |
| $\sigma$             | Desvio padrão de um vetor de valores numéricos            |
| $\theta_r$           | Posição do rotor                                          |

## SUMÁRIO

|          |                                                       |           |
|----------|-------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO</b>                                     | <b>15</b> |
| <b>2</b> | <b>ESCOLHA DO MOTOR ELÉTRICO</b>                      | <b>17</b> |
| 2.1      | REQUISITOS INICIAIS . . . . .                         | 17        |
| 2.1.1    | <b>Restrições físicas</b> . . . . .                   | 17        |
| 2.1.2    | <b>Tipo do rotor</b> . . . . .                        | 18        |
| 2.1.3    | <b>Faixa de potência</b> . . . . .                    | 18        |
| 2.1.4    | <b>Velocidade máxima</b> . . . . .                    | 19        |
| 2.1.5    | <b>Tecnologia do motor empregada</b> . . . . .        | 19        |
| 2.1.6    | <b>Outras condições de contorno</b> . . . . .         | 19        |
| 2.2      | MÉTODOS E FERRAMENTAS UTILIZADOS . . . . .            | 20        |
| 2.2.1    | <b>Ansys Maxwell</b> . . . . .                        | 20        |
| 2.2.2    | <b>Método para motor sem excitação</b> . . . . .      | 20        |
| 2.2.3    | <b>Análise motor com excitação senoidal</b> . . . . . | 21        |
| 2.3      | MOTORES PROPOSTOS . . . . .                           | 22        |
| 2.3.1    | <b>Motor A: 24/16</b> . . . . .                       | 22        |
| 2.3.1.1  | <i>Análise motor sem excitação</i> . . . . .          | 22        |
| 2.3.1.2  | <i>Análise motor com excitação senoidal</i> . . . . . | 23        |
| 2.3.2    | <b>Motor B: 24/18</b> . . . . .                       | 24        |
| 2.3.2.1  | <i>Análise motor sem excitação</i> . . . . .          | 24        |
| 2.3.2.2  | <i>Análise motor com excitação senoidal</i> . . . . . | 26        |
| 2.3.3    | <b>Motor C: 27/16</b> . . . . .                       | 26        |
| 2.3.3.1  | <i>Análise motor sem excitação</i> . . . . .          | 26        |
| 2.3.3.2  | <i>Análise motor com excitação senoidal</i> . . . . . | 26        |
| 2.3.4    | <b>Motor D: 27/18</b> . . . . .                       | 27        |
| 2.3.4.1  | <i>Análise motor sem excitação</i> . . . . .          | 27        |
| 2.3.4.2  | <i>Análise motor com excitação senoidal</i> . . . . . | 29        |
| 2.4      | ANÁLISE COMPARATIVA . . . . .                         | 29        |
| <b>3</b> | <b>MODELO DO MOTOR ELÉTRICO</b>                       | <b>32</b> |
| 3.1      | MODELO DO MOTOR DE DUAS FASES . . . . .               | 32        |
| 3.2      | TRANSFORMAÇÃO PARA O EIXO DO ROTOR . . . . .          | 35        |
| 3.3      | TRANSFORMAÇÃO PARA O SISTEMA TRIFÁSICO . . . . .      | 37        |

|          |                                                         |           |
|----------|---------------------------------------------------------|-----------|
| 3.4      | A EQUIVALÊNCIA DE POTÊNCIA DOS EIXOS . . . . .          | 38        |
| 3.5      | TORQUE ELETROMAGNÉTICO . . . . .                        | 39        |
| 3.6      | MODELO MECÂNICO . . . . .                               | 40        |
| 3.7      | CÁLCULO DOS PARÂMETROS . . . . .                        | 40        |
| 3.7.1    | Resistência de fase $R_s$ . . . . .                     | 40        |
| 3.7.2    | Indutâncias $L_d$ e $L_q$ . . . . .                     | 40        |
| 3.7.3    | Fluxo do ímã $\lambda_{af}$ . . . . .                   | 42        |
| 3.7.4    | Momento de inércia $J$ . . . . .                        | 42        |
| <b>4</b> | <b>DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR DE CORRENTE</b>       | <b>44</b> |
| 4.1      | CONTROLE PI CLÁSSICO . . . . .                          | 44        |
| 4.2      | REPRESENTAÇÃO COMPLEXA . . . . .                        | 47        |
| 4.3      | CONTROLADOR PI COMPLEXO . . . . .                       | 49        |
| 4.4      | DESACOPLAMENTO DA BEMF NO CONTROLADOR PI CLÁSSICO . . . | 50        |
| 4.4.1    | PI com desacoplamento explícito . . . . .               | 50        |
| 4.4.2    | PI desacoplado pelo vetor complexo . . . . .            | 53        |
| 4.5      | ANÁLISE DA FUNÇÃO DE RESPOSTA NA FREQUÊNCIA . . . . .   | 54        |
| 4.6      | RIGIDEZ DINÂMICA . . . . .                              | 58        |
| <b>5</b> | <b>DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR DE VELOCIDADE</b>     | <b>63</b> |
| 5.1      | CONTROLE VELOCIDADE - MODELO A . . . . .                | 63        |
| 5.2      | CONTROLE VELOCIDADE - MODELO B . . . . .                | 68        |
| 5.3      | CONTROLE VELOCIDADE - MODELO C . . . . .                | 72        |
| <b>6</b> | <b>COMPARAÇÃO DOS CONTROLES EM TERMOS DE ENERGIA</b>    | <b>77</b> |
| 6.1      | ESTUDO DE CASO 1 . . . . .                              | 78        |
| 6.2      | ESTUDO DE CASO 2 . . . . .                              | 81        |
| 6.3      | ESTUDO DE CASO 3 . . . . .                              | 87        |
| <b>7</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>                             | <b>90</b> |
| 7.1      | TRABALHOS FUTUROS . . . . .                             | 91        |
|          | <b>REFERÊNCIAS</b>                                      | <b>92</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Tração elétrica para veículos automotores vem ganhando espaço relevante tanto na indústria quanto na universidade nos últimos anos. A eficiência energética oferecida por essa tecnologia, associada a seu controle mais simples quando comparado ao motor a combustão interna, fazem da tração elétrica uma opção para uma gama variada de aplicações. Adicionalmente, custos de produto e produção podem ser substancialmente reduzidos uma vez que a confecção de um motor elétrico tende a ser mais simples que um motor convencional de combustão interna. Com empresas de escala mundial conseguindo impor no mercado um produto comercialmente viável e com boa aceitação do consumidor, diversas frentes de pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o intuito de fortalecer as vantagens apresentadas pelo motor elétrico aplicado a tração, bem como mitigar seus problemas mais evidentes.

Dentre todos os veículos com tração elétrica no mercado, pode-se destacar a presença dos patinetes elétricos. Com autonomia semelhante às bicicletas elétricas, os patinetes possuem as vantagens de serem mais simples e leves. Essa característica pode trazer grande vantagem ao transporte público de grande escala, uma vez que o patinete pode ser usado em apenas uma parte do trajeto, sendo que seu tamanho reduzido permite que se possa deslocar com ele dentro de trens, metrô ou ônibus para trajetos mais longos. Esse volume reduzido de matéria prima também traz benefícios econômicos e ambientais, tornando o produto mais atrativo para ser usado em estudos de caso.

Com o estudo de caso de patinete em mente, este trabalho pretende apresentar ao leitor um entendimento completo das etapas envolvidas no desenvolvimento de um motor elétrico, bem como seu controle. Assim, de forma geral, os objetivos compreendidos por este trabalho estão distribuídos ao longo dos capítulos descritos a seguir.

Primeiramente, o leitor é apresentado a uma metodologia de desenvolvimento e comparação de diversos motores propostos através do Capítulo 2. Nessa parte, são apresentados alguns fatores que levam à definição de requisitos desejados baseando-se em pontos comuns da aplicação selecionada. Cada motor proposto é modelado em ambiente de *software* de elementos finitos e características com e sem excitação são extraídas da simulação. Ao fim, uma comparação dos diversos fatores apresentados é feita para que se escolha uma única proposta para ser objeto dos estudos de casos ao longo do texto.

O Capítulo 3 tem a finalidade de propor um modelo ao motor escolhido. Para isso, faz-se uso das técnicas comumente conhecidas envolvendo as transformadas de eixo direto e de quadratura. Adicionalmente, é explicada com detalhes a obtenção dos parâmetros numéricos

apresentados no modelo proposto, seja novamente pela utilização de *software* de elementos finitos ou por cálculos analíticos diretos.

Três propostas para o controlador de corrente são apresentadas no Capítulo 4. Tanto a topologia do controlador clássico PI é estudada bem como outras duas que são modificações da topologia original, buscando sempre a mitigação do acoplamento da força contraeletromotriz fornecida pelo motor. Adicionalmente, duas outras técnicas de análise dos controladores propostos são apresentadas além de sua resposta no tempo, evidenciando ao leitor novos pontos de vista para análise dos controladores propostos.

Já o Capítulo 5 discorre sobre três propostas de controlador de velocidade. Novamente, parte-se de um controlador PI clássico aplicado na malha de velocidade para então expandi-lo a duas novas propostas objetivando aumento da robustez da resposta a perturbações inseridas no sistema. A comparação das propostas apresentadas se torna nítida com a análise específica visando entender a robustez dos controladores estudados.

Por fim, o Capítulo 6 busca demonstrar a diferença entre o desempenho e a energia utilizada pelos controladores propostos submetidos a diferentes situações. Para tanto, são apresentados três estudos de casos com diferentes referências de velocidade e perfis de perturbação. São utilizadas simulações baseadas na técnica de Monte Carlo, repetindo sucessivas simulações com amostragens aleatórias dos parâmetros do motor para cada estudo de caso. Ao fim, o resultado final em termos de energia é apresentado, tornando evidente a diferença das topologias propostas.

## 2 ESCOLHA DO MOTOR ELÉTRICO

Esse capítulo é dedicado à discussão dos fatores que possam indicar a escolha do motor elétrico a ser utilizado ao longo da dissertação. Diversos requisitos são expostos baseados em aplicações reais de patinetes elétricos, resultando em restrições físicas entre outras condições de contorno. Baseando-se nessas premissas, quatro diferentes motores são propostos, com variações de polos e ranhuras. A técnica de elementos finitos para duas dimensões é utilizada através do *software Ansys Maxwell* para simulações que avaliam o desempenho de cada motor. Análises para condições com e sem excitação são feitas e diversas curvas de interesse são geradas através de simulações. Ao final, uma compilação dos resultados é apresentada e um motor é escolhido para o estudo de caso a ser aplicado ao longo do texto.

### 2.1 REQUISITOS INICIAIS

Para que um projeto de motor comece a ser desenvolvido, é necessário estabelecer os seus requisitos básicos iniciais. Esse conjunto de informações fornecerá os ingredientes necessários para que o desenvolvimento comece a se estabelecer e propostas concretas comecem a ser estudadas. Essa seção objetiva o estabelecimento de alguns dos principais requisitos para que o motor possa começar a ser projetado.

#### 2.1.1 Restrições físicas

Afim de se definir uma dimensão física factível para o projeto aqui descrito, pode-se obter inspiração pelo padrão de pneus utilizado pela indústria conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Pneus de pequeno porte utilizados na indústria



Fonte: Próprio autor.

Portanto, o motor a ser desenvolvido deve estar restrito a um diâmetro máximo de 135mm e profundidade de 40mm. Essas dimensões serão suficientes para que o motor possa ser encaixado dentro de uma roda comum no meio industrial, assim como agregar a estrutura responsável pela conexão entre pneu e motor. Essa estrutura que interliga o motor elétrico e transmite seu torque para o pneu não será desenvolvida ao longo desse trabalho.

### 2.1.2 Tipo do rotor

O motor proposto deve ser do tipo rotor externo. Essa configuração visa evitar que o produto venha a utilizar um mecanismo de transmissão de potência do motor até a roda como já exposto na seção 2.1.1. Essa ausência de um elemento mecânico para a transmissão de potência mitiga as perdas do motor e dispensa um desenvolvimento adicional no produto, mantendo sua simplicidade em termos de componentes e, portanto, de robustez mecânica. Além disso, motores com essa configuração estão alinhados com a tendência da indústria para patinetes elétricos de alto desempenho, como por exemplo o modelo *Xiaomi M365* visto na Figura 2.

Figura 2 – Modelo *Xiaomi M365*



Fonte: Próprio autor.

### 2.1.3 Faixa de potência

Aplicações comerciais de patinetes elétricos, do mesmo porte visto na Figura 2, utilizam motores de potência em torno de 250W e com dimensões semelhantes às discutidas na seção 2.1.1. Contudo, esses motores comumente utilizam ímãs de materiais distintos daqueles utilizados ao longo desse trabalho, conforme será abordado na seção 2.1.5. Portanto, considerando que os motores propostos nesse trabalho utilizam ímãs de menor densidade de potência, o motor a ser desenvolvido deverá entregar uma potência menor. Assim, define-se uma potência de entrada de no mínimo 180W em regime permanente.

#### 2.1.4 Velocidade máxima

O patinete deve ser projetado para atingir a velocidade máxima de 25 km/h. Essa velocidade é compatível com a maioria das aplicações comerciais de veículos desse porte. Velocidades menores são desejadas em alguns casos visando uma maior autonomia do patinete em alguns modos especiais que acompanham o produto. Contudo, essas velocidades são em sua maioria limitadas por programação em *software*, o que ainda valida o desenvolvimento do motor para a rotação máxima proposta pelo produto.

#### 2.1.5 Tecnologia do motor empregada

Motores de ímãs permanentes são conhecidos por possuir alta densidade de potência quando comparados a motores de indução (JAHNS, 2017). Essa é uma característica decisiva em motores utilizados em veículos automotores, uma vez que o peso e volume possuem elevada relevância na escolha do motor. Por esse motivo, o motor a ser desenvolvido deve possuir a configuração de ímãs permanentes de superfície. Deve-se contudo lembrar que esses tipos de motores podem ser mais sensíveis a vibrações mecânicas, uma vez que o rotor é acoplado diretamente na roda em contato com a superfície.

Além disso, opta-se pelo uso de ímãs do tipo ferrite cerâmico ao invés do ferro-boro, mais comum em aplicações semelhantes. Apesar do ímã de ferrite possuir uma menor coercividade magnética, trata-se de uma matéria prima mais barata e de fácil obtenção quando comparado ao ímã de ferro-boro. Por fim, com a adoção desse tipo de ímã, o trabalho se propõe também a estudar a viabilidade e faixas de potência dessa determinada configuração aplicada a motores de tração elétrica.

#### 2.1.6 Outras condições de contorno

Além das principais condições expostas nessa seção, pode-se elencar inúmeras outras afim de limitar o número de opções a serem estudadas com o intuito de decidir qual a melhor configuração. Outros dois fatores de relevância podem ser citados:

- Temperatura dos enrolamentos: É um fator crucial que interfere na eficiência do motor e também define seu limite operacional. Esse fator tende a ser analisado apenas em etapas finais do processo de desenvolvimento do motor. Contudo, sua validação é fundamental ao final para constatação da robustez à temperatura em relação ao projeto inicialmente pretendido;

- **Material ativo:** Trata-se da soma dos volumes dos materiais utilizados para a fabricação do motor. Esse fator se torna indispensável porque interfere diretamente no custo final do motor. Sua minimização é sempre desejável num projeto, contudo, sempre haverá o compromisso com os requisitos de potência desejados.

Os fatores descritos aqui serão vistos superficialmente ao longo do texto.

## 2.2 MÉTODOS E FERRAMENTAS UTILIZADOS

Para cada motor desenvolvido na seção 2.3, foi estabelecida uma comparação em dois cenários distintos: motor sem excitação e motor com excitação<sup>1</sup>. Nesses dois cenários, houve uniformidade afim de garantir uma mesma base para os motores propostos, tornando sua comparação válida.

Para todas as análises, o *software* de elementos finitos Ansys Maxwell foi utilizado como ferramenta de obtenção e análise dos dados eletromagnéticos dos motores.

### 2.2.1 Ansys Maxwell

O Ansys Maxwell® é um programa de simulação e análise de campos eletromagnéticos. Pode ser utilizado tanto em ambiente 2D como em 3D para o desenvolvimento de motores, atuadores, transformadores, sensores, bobinas e qualquer outro dispositivo de atuação eletromagnética (ANSYS, 2020a). Utiliza-se dos métodos de elementos finitos para solucionar os campos magnéticos e elétricos nos modos estáticos, frequência fixa e variantes no tempo.

Dentre os vários pacotes incluídos na suíte, destaca-se o módulo *RmXPT* (ANSYS, 2020b), que automatiza a criação de *designs* para diferentes tipos de máquinas elétricas. Esse pacote em específico será massivamente utilizado nesse trabalho para a criação dos diversos motores propostos e posterior validação.

### 2.2.2 Método para motor sem excitação

Para a validação do motor sem excitação, configurou-se o motor para que possuísse uma grande impedância conectada em série para cada fase dos seus enrolamentos. Ao se colocar essa grande impedância, a simulação se comporta como se os enrolamentos estivessem abertos, com uma corrente desprezível passando por essa impedância imposta. Após isso, o rotor é girado 360° elétricos na velocidade máxima estabelecida para o motor. Dessa simulação são obtidos diretamente os seguintes dados:

---

<sup>1</sup> Motores com excitação de corrente senoidal em fase com a força contraeletromotriz produzida.

- Fluxo concatenado das fases A, B e C;
- Força contraeletromotriz (BEMF) das fases A, B e C;
- Transformada rápida de Fourier (FFT) para análise na frequência do sinal BEMF anteriormente obtido;
- *Cogging* torque percebido pelo rotor.

Os dados obtidos são plotados para sua respectiva visualização. Adicionalmente, algumas análises numéricas são feitas baseadas em cálculos dos dados obtidos para análise posterior:

- Valores de pico e valor eficaz (RMS) da BEMF;
- A distorção harmônica total (THD) da BEMF;
- Valores médio e de (*Ripple*) do *cogging* torque <sup>2</sup>.

### 2.2.3 Análise motor com excitação senoidal

Para a validação do motor com excitação senoidal, configurou-se o motor para que a corrente injetada em cada enrolamento de fase fosse da forma senoidal e em fase com a sua BEMF. Novamente o motor é rotacionado 360° elétricos na velocidade máxima especificada do motor. Dessa simulação, são extraídos diretamente os seguintes dados:

- Corrente e tensão induzida em cada enrolamento de fase;
- Torque gerado no rotor do motor.

Esses dados obtidos são plotados para visualização no tempo de suas variáveis. Além disso, cálculos são realizados com base nesses dados para que outros índices quantitativos possam adicionar valor em uma comparação futura:

- Potência média de entrada no motor;
- Perdas ôhmicas;
- Eficiência média (considerando apenas perdas ôhmicas);
- Torque médio e valor de *Ripple*.

---

<sup>2</sup>*Ripple* é o valor de flutuação, diferença dos valores máximos e mínimos

## 2.3 MOTORES PROPOSTOS

Um balanço entre os requisitos expostos na seção 2.3 e um *design* factível do ponto de vista físico pode ser atingido com um motor trifásico com número de ranhuras no estator entre 24 e 27 e número de polos entre 16 e 18. Essas combinações de ranhuras por polos resultam em quatro potenciais motores a serem estudados conforme nomeados na Tabela 1. Esses mesmos modelos de motores, já desenhados em ambiente *Ansys Maxwell* podem ser vistos na Figura 3 de uma perspectiva de seu desenho de lâmina.

Tabela 1 – Motores propostos para o estudo

| Motor | Ranhuras | Polos |
|-------|----------|-------|
| A     | 24       | 16    |
| B     | 24       | 18    |
| C     | 27       | 16    |
| D     | 27       | 18    |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

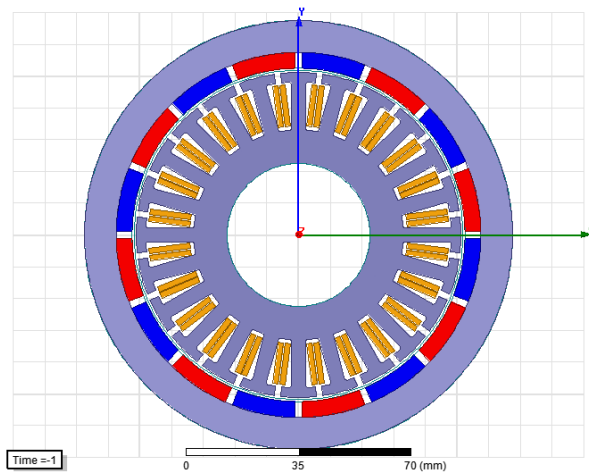
Todos o motores ao longo dessa seção utilizam aço *steel 1010* para sua estrutura de rotor e estator e ferrite tipo *ceramic 8D* para seus ímãs. Ambos materiais foram escolhidos por já estarem facilmente modelados e disponíveis na biblioteca do *software* de elementos finitos. Adicionalmente, todos manterão fixo o entreferro entre rotor e estator em uma distância de 2mm. Para todos os motores, a espessura do ímãs será constante e no valor de 6,3mm. Isso garantirá um volume total de ímãs próximos entre os motores com 16 e 18 polos. Além disso, em todos os motores a bitola do fio a ser utilizada será 1,024mm de diâmetro (18 AWG) e cada ranhura receberá um número fixo de 20 voltas por enrolamento. Esse padrão nos números tornará justa uma comparação nas próximas seções, uma vez que cada motor irá conter um número fixo dessas variáveis.

### 2.3.1 Motor A: 24/16

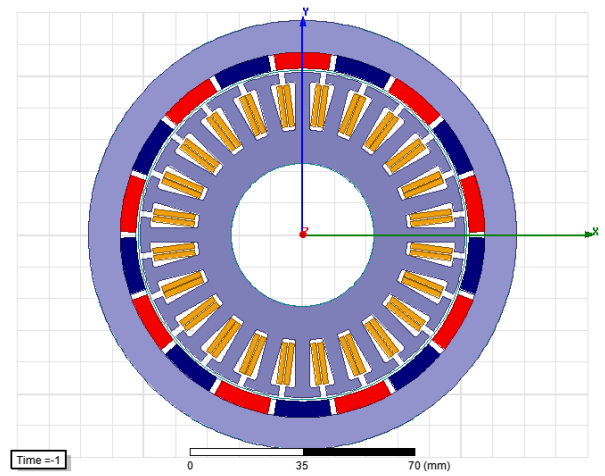
#### 2.3.1.1 Análise motor sem excitação

Nessa seção são apresentados os resultados das simulações do motor A sem excitação. Para o período de simulação de 2 ciclos elétricos, o fluxo concatenado em cada uma das bobinas do motor proposto pode ser visto na Figura 4a. A Transformada de Fourier do sinal pode ser extraída diretamente do software e é vista na Figura 4b. Percebe-se uma componentes de amplitude relevante apenas em 3 frequências distintas. Adicionalmente, a tensão de fase de cada bobina é vista na Figura 4c. Esse sinal poderia ser processado posteriormente apenas

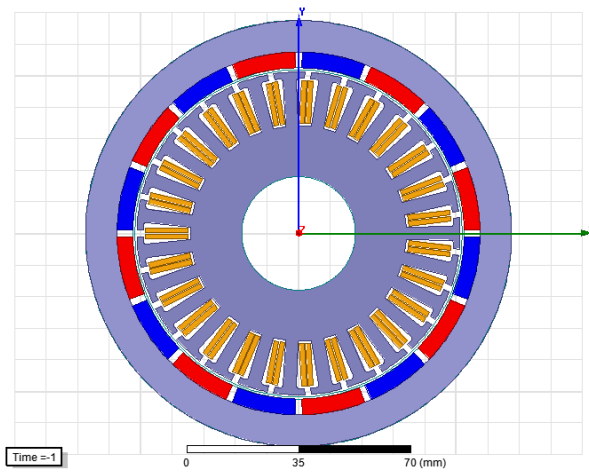
Figura 3 – Lâminas dos motores propostos.



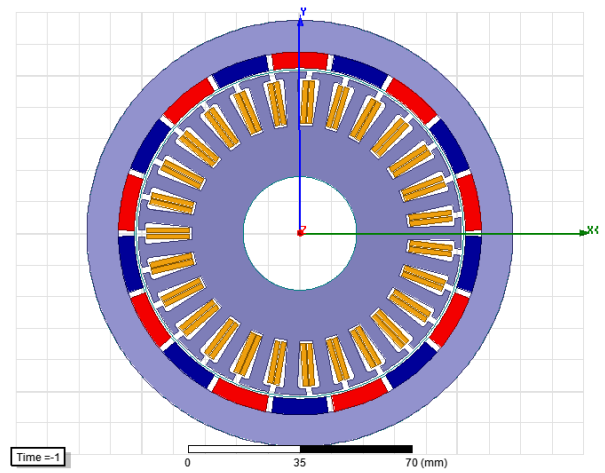
(a) Motor A.



(b) Motor B.



(c) Motor C.



(d) Motor D.

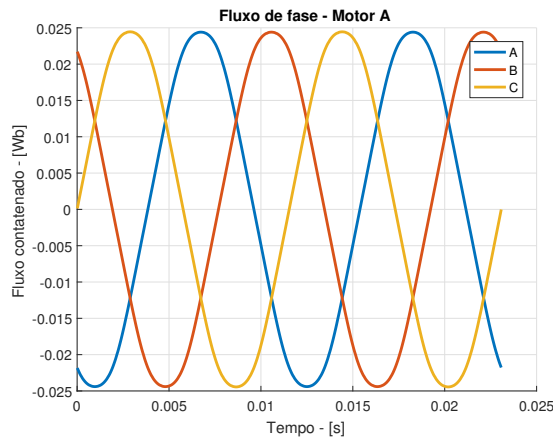
Fonte: Próprio autor.

derivando o fluxo, contudo é mais comodo obtê-lo diretamente do *software* de elementos finitos. Pode-se atentar também ao platô no pico da tensão, que claramente não reflete uma onda com aproximação senoidal. O *cogging* torque finalmente pode ser observado na Figura 4d estando na escala de  $mNm$ .

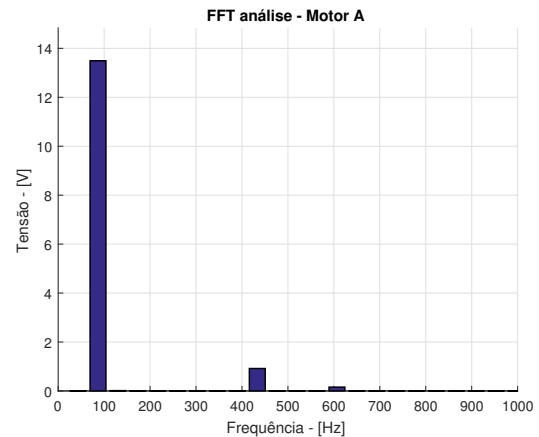
### 2.3.1.2 Análise motor com excitação senoidal

A Figura 5a mostra tanto a corrente injetada no motor A como a forma de onda da BEMF produzida por essa corrente ao longo do movimento do motor. Nota-se a distorção no sinal da força contraeletromotriz quando vista em comparação à Figura 4c, resultado das não linearidades inerentes a simulação de elementos finitos. Esse detalhamento tende a tornar o resultado final mais fiel ao motor real e uma vantagem adicional no uso do *software* de elementos finitos

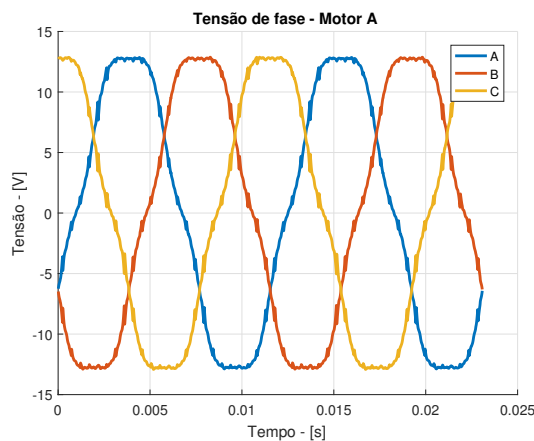
Figura 4 – Gráficos motor A sem excitação



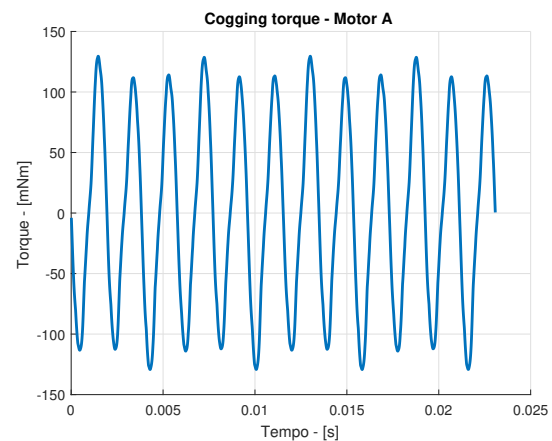
(a) Modelo Fluxo motor A



(b) FFT do fluxo do motor A.



(c) Tensão de fase do motor A.



(d) Cogging torque do motor A.

Fonte: Próprio autor.

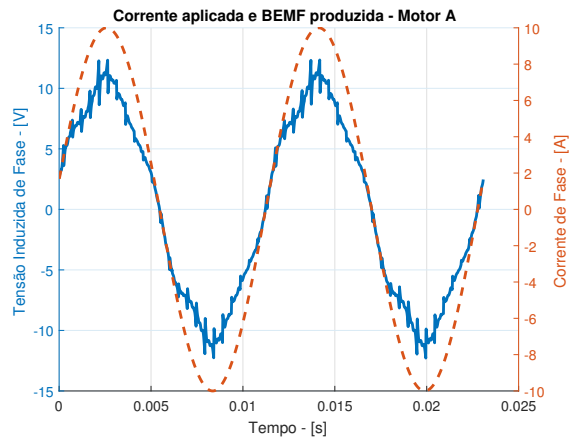
utilizados. O torque resultante dessa combinação de corrente e tensão é constatado na Figura 5b, onde pode-se verificar a flutuação do torque gerado.

### 2.3.2 Motor B: 24/18

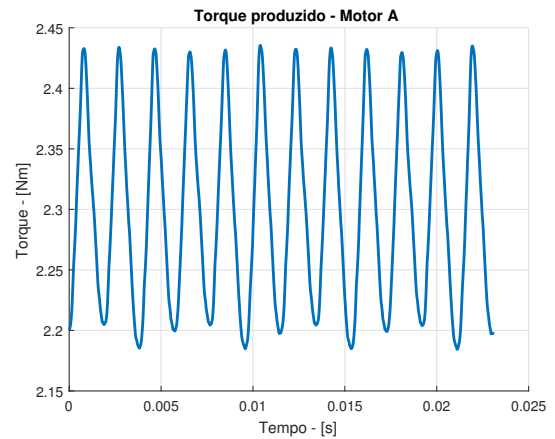
#### 2.3.2.1 Análise motor sem excitação

Para o motor proposto B, observa-se o fluxo de cada fase na Figura 6a, assim como a Transformada de Fourier do sinal na Figura 6b para os mesmos dois ciclos elétricos. Pode-se observar que a nova configuração de ranhuras e polos atribui novas características a essas curvas, cujo resultado pode ser visto na tensão de fase mostrada na Figura 6d. O *cogging* torque gerado calculado pela simulação pode ser visto na Figura 6d.

Figura 5 – Gráficos motor A com excitação senoidal.



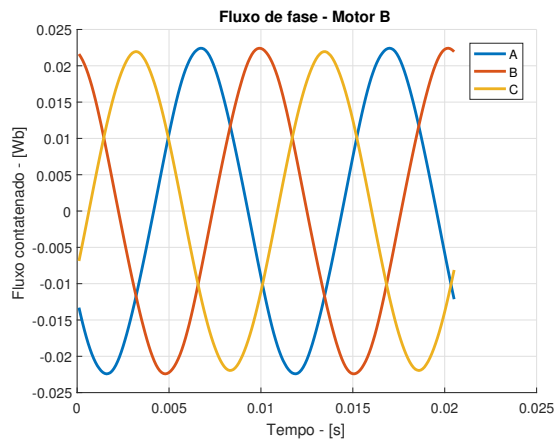
(a) Corrente e BEMF motor A.



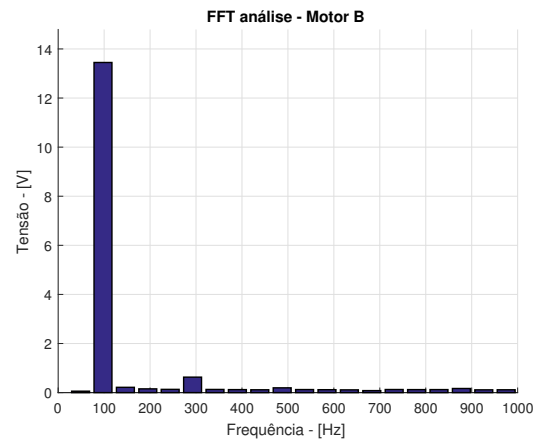
(b) Perfil de torque produzido pelo motor A.

Fonte: Próprio autor.

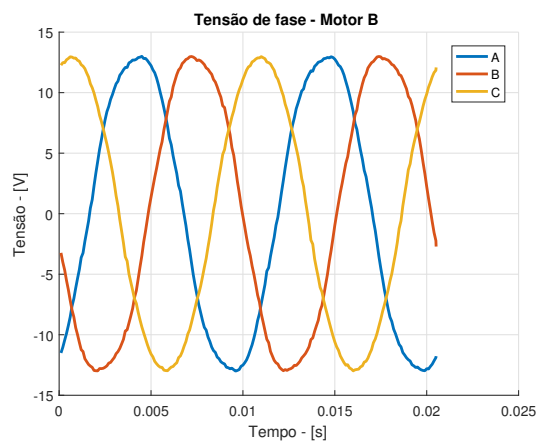
Figura 6 – Gráficos motor B sem excitação



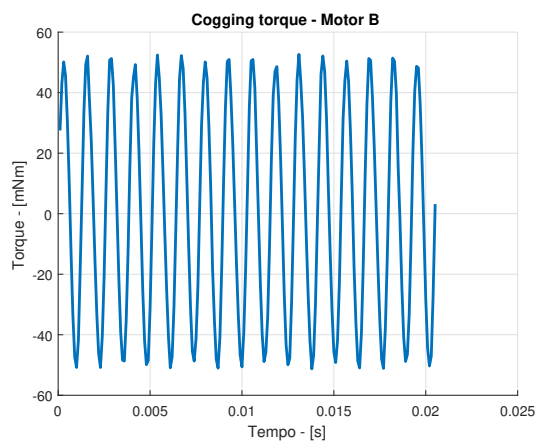
(a) Modelo Fluxo motor B



(b) Análise de Fourier do fluxo do motor B.



(c) Tensão de fase do motor B.



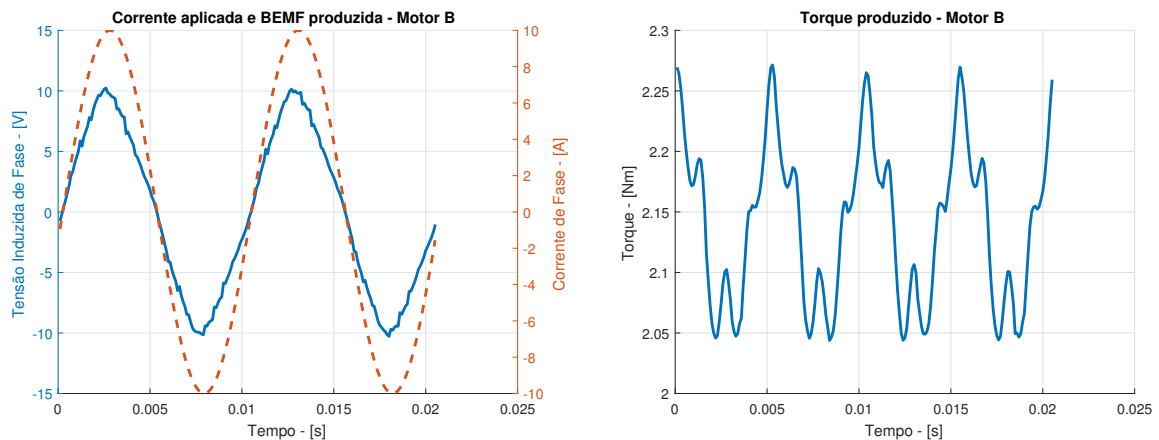
(d) Cogging torque do motor B.

Fonte: Próprio autor.

### 2.3.2.2 Análise motor com excitação senoidal

A Figura 7a mostra o comportamento da tensão de BEMF para a corrente senoidal injetada em fase. Mais uma vez é percebida a distorção injetada na forma de tensão, resultado das não linearidades presentes na simulação adotada. O torque final produzido pela corrente injetada pode ser observado na Figura 7b. Nota-se novamente uma curva com perfil diferente do visto no motor A, sendo uma consequência direta da configuração de polos e ranhuras escolhida.

Figura 7 – Gráficos motor B com excitação senoidal.



(a) Corrente e BEMF motor B.

(b) Perfil de torque produzido pelo motor B.

Fonte: Próprio autor.

### 2.3.3 Motor C: 27/16

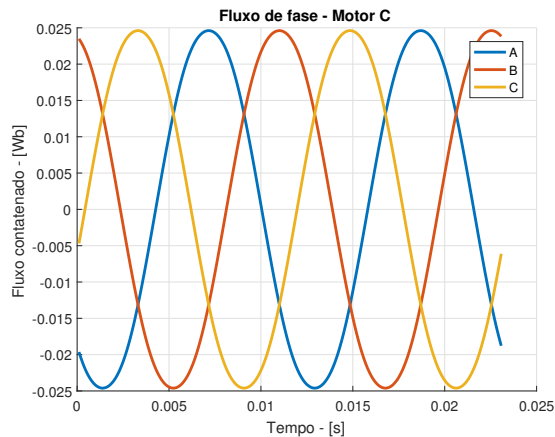
#### 2.3.3.1 Análise motor sem excitação

O fluxo de fase para a proposta de motor C pode ser visto na Figura 8a. Sua análise na frequência é exposta na Figura 8b, onde é possível observar duas frequências que se destacam das demais. A tensão de fase do motor é vista na Figura 8c, em uma forma mais próxima de uma senoide pura, refletindo diretamente na sua análise FFT. Finalmente, o *cogging* torque é visto na Figura 8d, onde é possível notar que, além de aparentemente mais ruidoso, apresenta amplitudes menores de torque em relação aos dois motores anteriormente vistos.

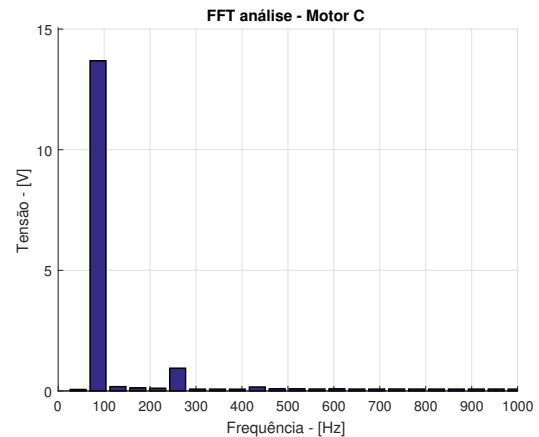
#### 2.3.3.2 Análise motor com excitação senoidal

A Figura 9a mostra tanto a corrente injetada no motor C como a forma de onda da força contraeletromotriz produzida por essa corrente. Nota-se um comportamento mais suave da

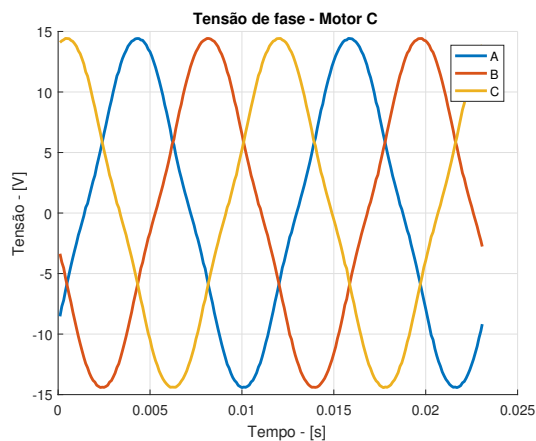
Figura 8 – Gráficos motor C sem excitação



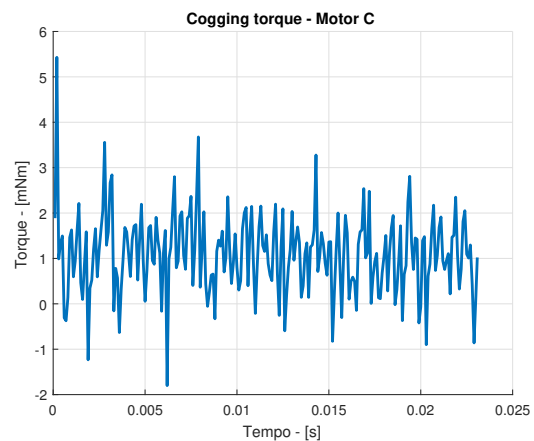
(a) Modelo Fluxo motor C



(b) Análise de Fourier do fluxo do motor C.



(c) Tensão de fase do motor C.



(d) Cogging torque do motor C.

Fonte: Próprio autor.

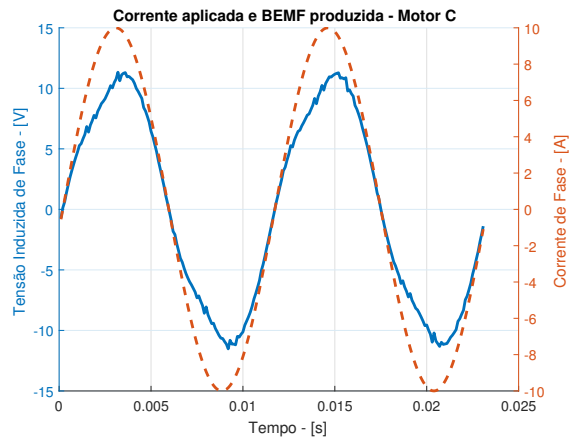
curva de tensão gerada pela injeção de corrente. O torque produzido por essa interação é visto na Figura 9b. Observa-se que em função de uma força contraeletromotriz gerada menos ruidosa, o torque resultante também possui menores componentes de alta frequência.

## 2.3.4 Motor D: 27/18

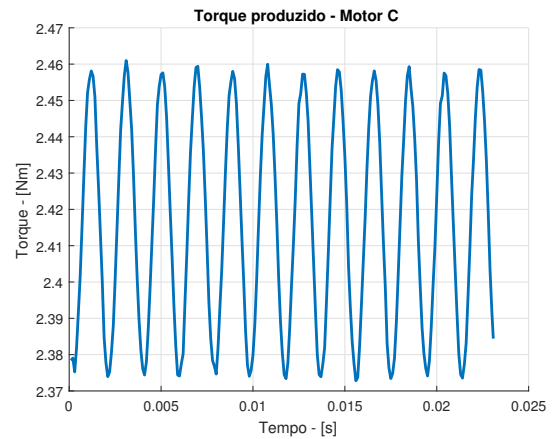
### 2.3.4.1 Análise motor sem excitação

Finalmente as curvas de fluxo do motor D são mostradas na Figura 10a e sua análise em frequência é vista na Figura 10b. Já a Figura 10c mostra as curvas da força contraeletromotriz para o motor sem carga. Pode-se perceber que novamente essas curvas se apresentam mais suaves, sem muitas componentes de alta frequência. Por fim, o torque produzido pelo motor sem excitação é exposto na Figura 10d.

Figura 9 – Gráficos motor C com excitação senoidal.



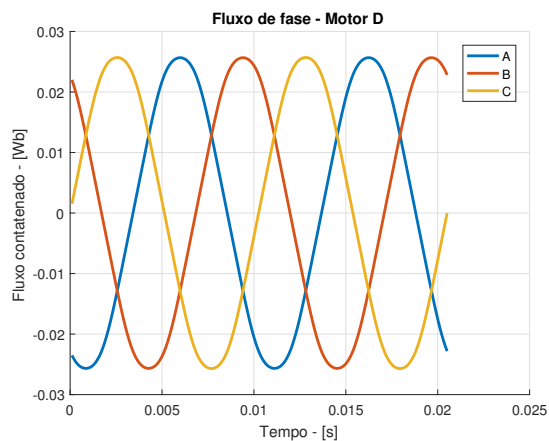
(a) Corrente e BEMF motor C.



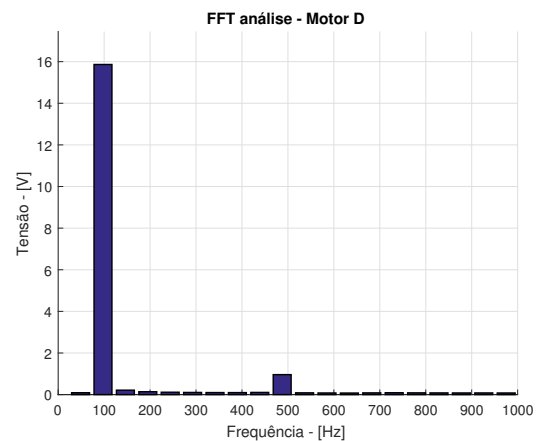
(b) Perfil de torque produzido pelo motor C.

Fonte: Próprio autor.

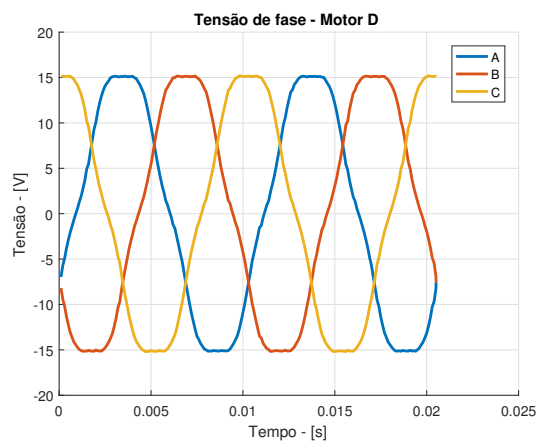
Figura 10 – Gráficos motor D sem excitação



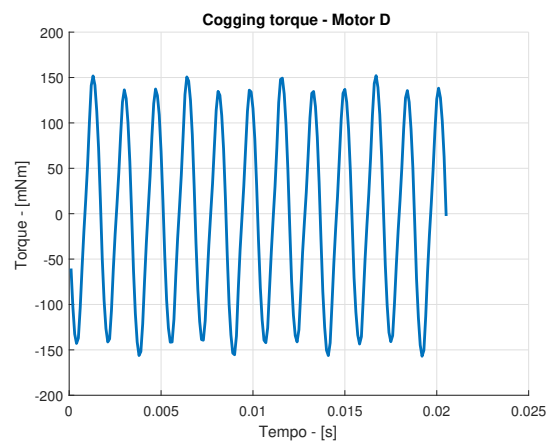
(a) Modelo Fluxo motor D



(b) Análise de Fourier do fluxo do motor D.



(c) Tensão de fase do motor D.



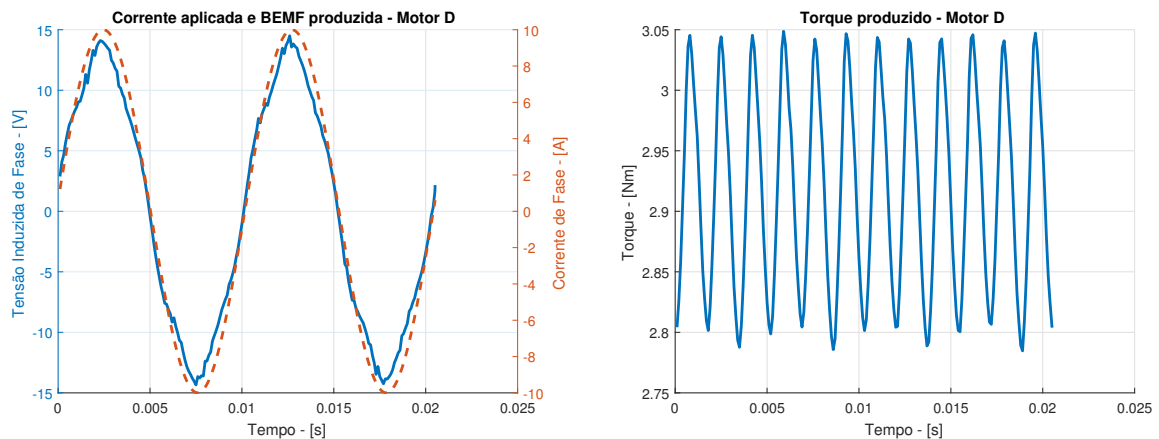
(d) Cogging torque do motor D.

Fonte: Próprio autor.

### 2.3.4.2 Análise motor com excitação senoidal

Tanto a corrente injetada como a força contraeletromotriz resultante são mostradas na Figura 11a para o motor proposto D. O torque resultante dessas grandezas é mostrado na Figura 11b.

Figura 11 – Gráficos motor D com excitação senoidal.



(a) Corrente e BEMF motor D.

(b) Perfil de torque produzido pelo motor D.

Fonte: Próprio autor.

## 2.4 ANÁLISE COMPARATIVA

Após todos os dados referentes aos quatro motores serem expostos, os principais índices de saída das simulações envolvendo-os estão condensados na Tabela 2.

Alguns comentários sobre os valores vistos na tabela comparativa valem de uma atenção especial do leitor. Dados referentes a materiais ativos que necessitam de áreas geométricas complexas, tiveram seus valores retirados diretamente do modelo em elementos finitos. Para o cálculo dos condutores utilizados, além da espessura do motor, foi considerada a distância média entre duas ranhuras de um determinado motor para compor toda a extensão do seu perímetro. O cálculo da potência média de entrada leva em consideração o torque médio calculado pela simulação, a velocidade mecânica e as perdas ôhmicas nos enrolamentos. Para o cálculo da eficiência, foram apenas consideradas as perdas ôhmicas.

Algumas considerações podem ser evidenciadas sobre os resultados finais das simulações.

O motor A apresenta o menor volume de material ativo tanto em aço, cobre e magnético entre todos os motores analisados. Contudo, essa vantagem é compensada por menores valores de tensão BEMF induzidas, influenciando fortemente na potência gerada sob uma mesma condição de corrente. Sua BEMF possui a menor distorção harmônica, porém apresenta um

Tabela 2 – Compilação dos resultados de análise dos motores.

|                                        | <b>Motor</b>              | <b>A</b> | <b>B</b> | <b>C</b> | <b>D</b> | <b>Unidades</b> |
|----------------------------------------|---------------------------|----------|----------|----------|----------|-----------------|
| Características Gerais                 | Ranuras                   | 24       | 24       | 27       | 27       | -               |
|                                        | Pólos                     | 16       | 18       | 16       | 18       | -               |
|                                        | Diâmetro Condutor         | 1,024    | 1,024    | 1,024    | 1,024    | mm              |
|                                        | Número de Condutores      | 20       | 20       | 20       | 20       | -               |
|                                        | Entreferro                | 3        | 3        | 3        | 3        | mm              |
| Material Ativo                         | Aço                       | 328839   | 328839   | 350786   | 350786   | mm <sup>3</sup> |
|                                        | Cobre                     | 46,69    | 46,69    | 51,50    | 51,50    | m               |
|                                        | Ímã                       | 62202    | 69976    | 62202    | 69976    | mm <sup>3</sup> |
|                                        | Fator de enrolamento      | 0,36     | 0,36     | 0,40     | 0,40     | -               |
| Análise sem Corrente @ 650RPM          | V <sub>p</sub> BEMF       | 12,85    | 13,00    | 14,43    | 15,16    | V               |
|                                        | V <sub>pp</sub> BEMF      | 25,73    | 26,00    | 28,85    | 30,31    | V               |
|                                        | V <sub>rms</sub> BEMF     | 9,57     | 9,59     | 9,74     | 11,27    | V               |
|                                        | THD                       | 7,21     | 9,92     | 9,34     | 7,88     | %               |
|                                        | Cog. Torque <i>Ripple</i> | 258,88   | 103,92   | 7,23     | 309,06   | mNm             |
|                                        | Cog. Torque médio         | 0,14     | 0,28     | 1,10     | -2,92    | mNm             |
| Análise com excitação senoidal @650RPM | I <sub>p</sub>            | 10,00    | 10,00    | 10,00    | 10,00    | A               |
|                                        | I <sub>rms</sub>          | 7,07     | 7,07     | 7,07     | 7,07     | A               |
|                                        | Potência média saída      | 156,48   | 145,71   | 164,49   | 198,59   | W               |
|                                        | Perdas média ôhmicas      | 30,61    | 30,61    | 34,47    | 34,47    | W               |
|                                        | Potência média entrada    | 186,86   | 168,96   | 198,41   | 233,23   | W               |
|                                        | Eficiência                | 0,84     | 0,86     | 0,83     | 0,85     | %               |
|                                        | Torque médio              | 2,30     | 2,14     | 2,42     | 2,92     | Nm              |
|                                        | Torque <i>Ripple</i>      | 0,25     | 0,23     | 0,09     | 0,26     | Nm              |

Fonte: Elaborado pelo autor.

*ripple* de torque relativamente alto em comparação ao torque gerado em condição de excitação, girando em torno de 11% ou 0,25Nm. Apesar de possuir a segunda maior relação de torque por volume ativo dos motores analisados, seu valor absoluto de torque médio é apenas o terceiro maior.

Já o motor B é caracterizado por possuir os mesmos volumes ativos de aço e cobre que o motor A, contudo com uma adição em materiais magnéticos em função de seus dois polos adicionais. Essa adição de material magnético não é compensada por um aumento substancial na tensão induzida que se mantém virtualmente constante em comparação ao motor A. Mesmo a maior distorção da forma de onda da sua tensão induzida não é beneficiada pelo volume

adicional de ímãs ao motor. Adicionalmente, essa vantagem não é refletida nem ao menos no torque médio produzido em regime de excitação de corrente senoidal. No entanto, é válido frisar que essa combinação apresentou a maior eficiência devido, principalmente, a uma menor potência de entrada para a corrente injetada. Entretanto, a combinação de polos e ranhuras no motor B não é interessante se comparada aos demais motores.

Têm-se no motor C um maior material ativo em termos de aço e cobre, devido ao seu maior número de ranhuras. Essa característica aumenta de forma relevante sua tensão induzida, apesar de elevar também sua distorção harmônica. O reflexo de uma BEMF com maior valor eficaz pode ser notado na sua potência de entrada e torque. O motor C possui o segundo maior torque em regime permanente com excitação senoidal e o menor *ripple* de torque, apesar da menor eficiência entre todos os motores simulados. De fato, um enrolamento de maior resistência, exigência natural de um número maior de ranhuras, aumentou as perdas do motor influenciando consigo a eficiência geral do motor.

Finalmente, o motor D se mostra o claro candidato vencedor entre todos os motores simulados. Apesar de utilizar o maior volume de material ativo, seu torque absoluto maior, eficiência satisfatória e potência de saída mais próxima de 200W justificam esse aumento em matéria prima. O motor D acrescenta com isso a maior relação de torque e potência por volume, valor muito útil quando o motor é aplicado a veículos automotores.

### 3 MODELO DO MOTOR ELÉTRICO

Este capítulo visa propor um modelo ao motor escolhido conforme discussão e análise no Capítulo 2.

Primeiramente, o modelo simples de um motor de duas fases é apresentado. Esse modelo, comum em máquinas DC, irá familiarizar o leitor com alguns conceitos que serão posteriormente expandidos. Em seguida, são desenvolvidas as transformações responsáveis por projetar as relações já desenvolvidas ao eixo do rotor. Para que o modelo venha a se adequar ao motor proposto, as relações já obtidas são expandidas para um modelo trifásico através das transformadas apropriadas. Finalizando o modelo elétrico, as potências são deduzidas em função das variáveis do eixo  $dq$ .

A partir dessa potência, o torque eletromagnético é calculado para que enfim se conecte com o modelo mecânico do motor gerando assim o conjunto de equações que regem a dinâmica elétrica e mecânica do sistema proposto.

A segunda parte do texto se concentra nos métodos utilizados para as obtenções dos parâmetros definidos no modelo apresentado. Para esses valores serem obtidos, tanto métodos analíticos como de elementos finitos já demonstrados no Capítulo 2 foram utilizados, dependendo do parâmetro a ser obtido. Apesar de os valores calculados ao final do capítulo serem referentes ao motor D, tanto o modelo desenvolvido quanto o método para obtenção de parâmetros poderiam perfeitamente serem aplicados a todos os motores estudados.

#### 3.1 MODELO DO MOTOR DE DUAS FASES

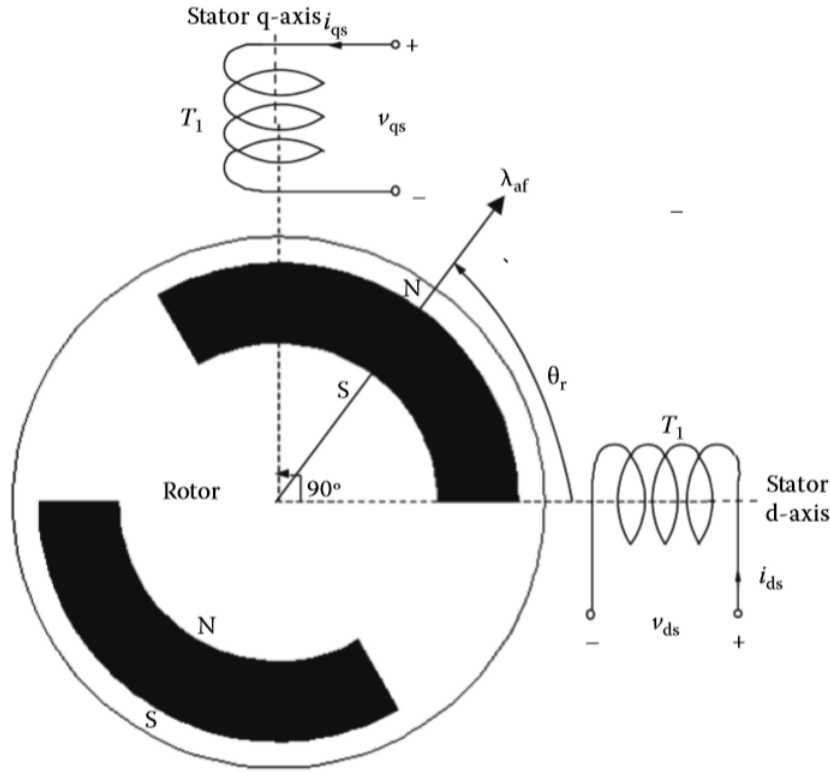
As seguintes afirmações são consideradas para a obtenção do modelo, conforme amplamente visto tanto em Krause et al. (2002) e Krishnan (2010):

1. Enrolamentos do motor são balanceados com uma distribuição sinusoidal da força magneto motriz (MMF), ou seja, as correntes de entrada são senoidais resultando em uma MMF somada senoidal;
2. Indutância pela posição do rotor é senoidal;
3. A saturação é negligenciada.

Com isso, pode-se considerar a representação da Figura 12 como um motor PMSM de dois enrolamentos. Esses enrolamentos estão defasados entre si com um deslocamento de  $90^\circ$  elétricos. Apesar da Figura 12 apresentar um motor com apenas 2 polos, a teoria desenvolvida

aqui pode ser facilmente expandida para qualquer quantidade de polos. Nota-se que  $\theta_r$  pode ser obtido com a multiplicação do ângulo mecânico pelo número de par de polos.

Figura 12 – Enrolamentos eixo  $d$  e  $q$  refletidos no rotor.



Fonte: (KRISHNAN, 2010).

As tensões de estator  $d$  e  $q$  são as seguintes:

$$v_{qs} = R_q i_{qs} + p \lambda_{qs}, \quad (3.1)$$

$$v_{ds} = R_d i_{ds} + p \lambda_{ds}, \quad (3.2)$$

onde  $p$  é o operador de derivada,  $v_{ds}$  e  $v_{qs}$  são tensões de eixo direto e de quadratura respectivamente,  $i_{ds}$  e  $i_{qs}$  são correntes de eixo direto e de quadratura respectivamente,  $\lambda_{ds}$  e  $\lambda_{qs}$  são fluxos de eixo direto e de quadratura respectivamente e  $R_d$  e  $R_q$  são resistências de eixo direto e de quadratura respectivamente.

Os fluxos de eixo  $d$  e  $q$  podem ser escritos em função da soma do fluxo próprio, do fluxo mútuo do eixo adjacente e do fluxo mútuo do ímã do rotor projetado no enrolamento de quadratura. Portanto,

$$\lambda_{qs} = L_{qq} i_{qs} + L_{qd} i_{ds} + \lambda_{af} \sin(\theta_r), \quad (3.3)$$

$$\lambda_{ds} = L_{dq}i_{qs} + L_{dd}i_{ds} + \lambda_{af} \cos(\theta_r). \quad (3.4)$$

Uma vez que os enrolamentos são balanceados, é justo considerar  $R_s = R_d = R_q$ . Utilizando (3.3) e (3.4) para reescrever (3.1) e (3.2),

$$v_{qs} = R_q i_{qs} + p(L_{qq}) i_{qs} + L_{qq} p(i_{qs}) + p(L_{qd}) i_{ds} + L_{qd} p(i_{ds}) + \lambda_{af} p \sin(\theta_r), \quad (3.5)$$

$$v_{ds} = R_d i_{ds} + p(L_{dq}) i_{qs} + L_{dq} p(i_{qs}) + p(L_{dd}) i_{ds} + L_{dd} p(i_{ds}) + \lambda_{af} p \cos(\theta_r). \quad (3.6)$$

Observa-se que para se obter as relações (3.5) e (3.6) foram utilizados a regra da multiplicação em derivada apresentada em (3.7),

$$\frac{d}{dt}(f(t)g(t)) = g(t) \frac{d}{dt}f(t) + f(t) \frac{d}{dt}g(t). \quad (3.7)$$

Lembrando que  $L_{qq}$  e  $L_{dd}$  são indutâncias próprias do eixo  $q$  e  $d$ .  $L_{qd}$  é a indutância mútua sentida no eixo  $q$  pela corrente induzida no eixo  $d$ .  $L_{dq}$  é a recíproca de  $L_{qd}$ . Em função da simetria entre os enrolamentos, nota-se que  $L_{qd} = L_{dq}$ .

Todas essas indutâncias são funções da posição do rotor  $\theta_r$ . Imagina-se o rotor alinhado com o eixo  $d$  ( $\theta_r = 0$ ), o caminho do fluxo pelo ar é aumentado em função da permeabilidade do ímã que é quase igual a do ar. Se a relutância aumenta, então a indutância diminui. Essa posição corresponde a mínima indutância  $L_d$ . Agora imagina-se o rotor se movendo no sentido anti-horário, até atingir a posição  $\theta_r = 90^\circ$ . Nessa posição o eixo  $d$  apresenta a maior indutância, denominada aqui de  $L_q$ . Como foi considerado que os enrolamentos apresentam uma MMF sinusoidal, pode-se modelar esse comportamento usando as relações (3.8) e (3.9)

$$L_{qq} = \frac{1}{2} [(L_q + L_d) + (L_q - L_d) \cos(2\theta_r)], \quad (3.8)$$

$$L_{dd} = \frac{1}{2} [(L_q + L_d) - (L_q - L_d) \cos(2\theta_r)]. \quad (3.9)$$

Pode-se ainda reescrever as equações (3.8) e (3.9) afim de simplificar para

$$L_{qq} = L_1 + L_2 \cos(2\theta_r), \quad (3.10)$$

$$L_{dd} = L_1 - L_2 \cos(2\theta_r), \quad (3.11)$$

onde

$$L_1 = \frac{1}{2} (L_q + L_d), \quad (3.12)$$

$$L_2 = \frac{1}{2} (L_q - L_d). \quad (3.13)$$

Complementando, a indutância mútua que o eixo  $q$  sente ao ser inserida uma corrente no eixo  $d$  pode ser modelada para motores com ímãs no interior (ou com rotor saliente) pela seguinte expressão,

$$L_{qd} = \frac{1}{2} (L_d - L_q) \sin(2\theta_r) = -L_2 \sin(2\theta_r). \quad (3.14)$$

Lembrando ainda que para um motor de rotor cilíndrico com ímãs de superfície, nota-se em nenhuma situação de  $\theta_r$  haverá influência da indutância do eixo  $q$  pela corrente do eixo  $d$ . Por fim, pode-se usar (3.10), (3.11) e (3.13) para reescrever (3.5) e (3.6) em um formato único de matriz

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 + L_2 \cos(2\theta_r) & -L_2 \sin(2\theta_r) \\ -L_2 \sin(2\theta_r) & L_1 + L_2 \cos(2\theta_r) \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} \cdots \\ + 2\omega_r L_2 \begin{bmatrix} -\sin(2\theta_r) & -\cos(2\theta_r) \\ -\cos(2\theta_r) & \sin(2\theta_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Sendo assim, para motores de ímãs de superfície têm-se  $L_d = L_q$ , portanto  $L_2 = 0$  e o terceiro termo da expressão (3.15) se anula, assim como alguns elementos do segundo termo. Reescrevendo, têm-se

$$\begin{bmatrix} v_{qs} \\ v_{ds} \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 \\ 0 & L_1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \end{bmatrix} + \lambda_{af} \omega_r \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) \end{bmatrix}, \quad (3.16)$$

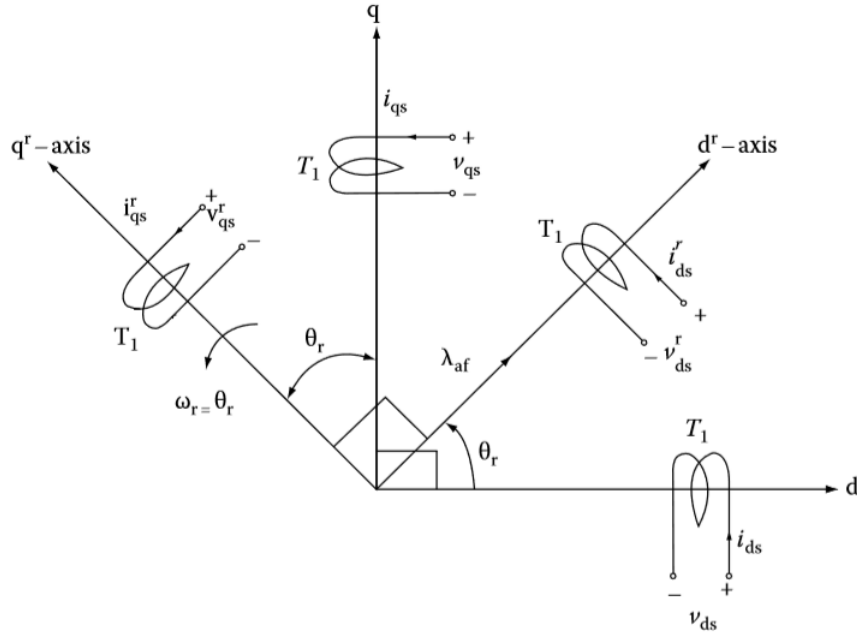
onde (3.16) representa o modelo do motor refletido para um eixo  $dq$  imaginário estacionário no estator.

### 3.2 TRANSFORMAÇÃO PARA O EIXO DO ROTOR

A Equação (3.16) mostra um motor de ímãs de superfície modelado para o eixo estacionário do motor. Nota-se nela a dependência da posição do rotor para as indutâncias envolvidas. Contudo, faz-se necessário converter essas equações de um sistema senoidal para um sistema com variáveis constantes (DC). Para tanto, a técnica utilizada é projetar os eixos estacionários

$d$  e  $q$  para eixos  $d^r$  e  $q^r$  que rodam na velocidade angular do rotor. Uma representação gráfica dessa técnica é mostrada na Figura 13.

Figura 13 – Enrolamentos eixo  $dq$  refletidos no rotor.



Fonte: (KRISHNAN, 2010).

Utilizando as relações trigonométricas, pode-se afirmar o seguinte:

$$\mathbf{i}_{qds} = \mathbf{T}^r \mathbf{i}_{qds}^r, \quad (3.17)$$

onde

$$\mathbf{T}^r = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) \\ -\sin(\theta_r) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

Sabendo que a velocidade do rotor de referência é definida como

$$\dot{\theta}_r = \omega_r, \quad (3.19)$$

da mesma forma, a relação entre tensão  $d$  e  $q$  de eixo estacionário e eixo da velocidade do rotor é definida como

$$\mathbf{v}_{qds} = \mathbf{T}^r \mathbf{v}_{qds}^r. \quad (3.20)$$

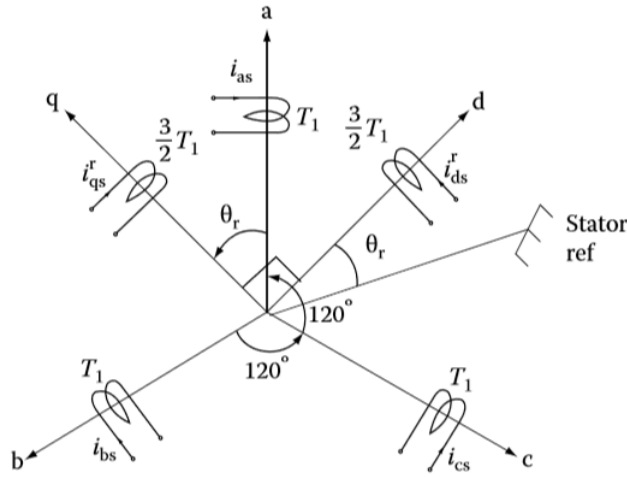
Fazendo as devidas substituições, tem-se a clássica representação em forma matricial do modelo  $dq$  no referencial do rotor

$$\begin{bmatrix} v_{qs}^r \\ v_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega_r L_d \\ -\omega_r L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_r \lambda_{af} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.21)$$

### 3.3 TRANSFORMAÇÃO PARA O SISTEMA TRIFÁSICO

Como raramente são encontrados motores de apenas duas fases em aplicações práticas, a fase final do modelo envolve a transformação do sistema bifásico para um modelo trifásico. A Figura 14 mostra o esquema gráfico para obtenção da matriz transformação discutida a seguir.

Figura 14 – Representação gráfica dos estatores bifásicos e trifásico.



Fonte: (KRISHNAN, 2010).

Assim, pode-se definir

$$\mathbf{i}_{qds}^r = \mathbf{T}_{abc} \mathbf{i}_{abc} \quad (3.22)$$

onde

$$\mathbf{T}_{abc} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_r) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Torna-se interessante também notar sua inversa,

$$\mathbf{i}_{abc} = [\mathbf{T}_{abc}^{-1}] \mathbf{i}_{qds}^r, \quad (3.24)$$

onde

$$[\mathbf{T}_{abc}^{-1}] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & 1 \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Portanto, as relações (3.23) e (3.25) são de extrema importância, uma vez que serão responsáveis pela conversão de variáveis entre os diferentes eixos a serem trabalhados.

Além disso, nota-se que para um motor em que a velocidade do rotor está em sincronia com a rede, é comum a igualdade

$$f_{dqs}^r = f_{dqs}^e, \quad (3.26)$$

onde o sobrescrito  $e$  denota a velocidade síncrona da tensão aplicada nos enrolamentos do motor.

### 3.4 A EQUIVALÊNCIA DE POTÊNCIA DOS EIXOS

No sistema trifásico, a potência de entrada pode ser definida como

$$p_i = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c. \quad (3.27)$$

Sabendo que

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{T}_{abc}^{-1} \mathbf{i}_{qds}^r, \quad (3.28)$$

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{T}_{abc}^{-1} \mathbf{v}_{qds}^r \quad (3.29)$$

Substituindo (3.28) e (3.29) na expressão (3.27) têm-se

$$p_i = (\mathbf{T}_{abc}^{-1} \mathbf{v}_{abc}^r) \mathbf{T}_{abc}^{-1} \mathbf{i}_{abc}^r = \frac{3}{2} [(v_{qs}^r i_{qs}^r + v_{ds}^r i_{ds}^r) + 2v_0 i_0]. \quad (3.30)$$

A relação como vista em (3.30) possui o termo  $2v_0 i_0$  proveniente da sequência zero da transformação de 3 eixos para o sistema bifásico. Como visto em Krishnan (2010), para um sistema trifásico e balanceado, esse termo é nulo. Portanto, (3.30) fica simplificada a seguinte relação

$$p_i = \frac{3}{2} (v_{qs}^r i_{qs}^r + v_{ds}^r i_{ds}^r). \quad (3.31)$$

### 3.5 TORQUE ELETROMAGNÉTICO

A potência de entrada de uma máquina elétrica pode ser segmentada em três principais partes

- Perdas ôhmicas;
- Perdas magnéticas;
- Potência convertida.

Dentre esses itens, a potência convertida corresponde às perdas mecânicas da máquina e propriamente à energia convertida.

Expandindo (3.31) e evidenciando os termos para as partes segmentadas acima, têm-se

$$p_i = \frac{3}{2} \left( \underbrace{R_s (i_{qs}^2 + i_{ds}^2)}_{\text{perdas ôhmicas}} + \underbrace{L_d p i_d + L_q p i_q}_{\text{perdas magnéticas}} + \underbrace{[(L_d - L_q) i_d + \lambda_{af}] i_q \omega_r}_{P_a} \right), \quad (3.32)$$

onde  $P_a$  representa a potência convertida. Nota-se que o termo  $L_d p i_d + L_q p i_q$  não se trata de perda magnética propriamente dita. Essa parcela, apesar de não se configurar como energia útil convertida, também não é dissipada. Portanto, essa parcela de energia é apenas armazenada e não utilizada para geração de torque.

Sabendo que a potência convertida mecânica pode ser escrita em termos de torque e velocidade como

$$\omega_m T_e = P_a, \quad (3.33)$$

onde  $\omega_m$  é a velocidade do eixo da máquina e  $T_e$  é o torque eletromagnético.

A relação entre  $\omega_m$  e  $\omega_r$  é dada pelo número de polos  $P$  da máquina como

$$\omega_m = \frac{2\omega_r}{P}. \quad (3.34)$$

Assim, finalmente combinando (3.32), (3.33) e (3.34) têm-se o torque eletromagnético

$$T_e = \frac{P}{2} \frac{3}{2} [(L_d - L_q) i_{ds}^r + \lambda_{af}] i_{qs}^r. \quad (3.35)$$

### 3.6 MODELO MECÂNICO

O último aspecto a ser modelado é a dinâmica mecânica de um motor acoplado a uma carga. A equação que dita essa dinâmica pode ser descrita como

$$T_e - b\omega_m - T_L = J \frac{d}{dt} \omega_m, \quad (3.36)$$

onde  $T_L$  é o torque inserido pela carga no eixo do motor e  $b$  é o coeficiente de atrito viscoso. O momento de inércia do motor é representado por  $J$ . Por fim, o termo  $b\omega_m$  geralmente é desprezado em função do valor de  $b$  ser usualmente muito baixo para máquinas factíveis.

### 3.7 CÁLCULO DOS PARÂMETROS

Os parâmetros a serem utilizados nas simulações ao longo desse trabalho são calculados nessa seção.

Uma vez que o modelo já foi definido ao longo desse capítulo, torna-se necessário agora a definição numérica dos parâmetros a partir do motor escolhido no Capítulo 2.

O procedimento de obtenção para cada parâmetro relevante que será utilizado nos capítulos a seguir para simulação dos controladores, será descrito nas seções a seguir.

#### 3.7.1 Resistência de fase $R_s$

A resistência pode ser obtida de forma direta à partir comprimento do enrolamento, já calculado pela seção 2.4. Sabendo que os três enrolamentos juntos possuem um total estimado de 51,5m de fio AWG18, cuja resistência linear é  $20,95m\Omega/m$  tem-se a seguinte resistência estimada

$$R_s = \frac{51,5 \cdot 20,95}{3} \approx 0,360\Omega. \quad (3.37)$$

#### 3.7.2 Indutâncias $L_d$ e $L_q$

Ao contrário do cálculo da resistência de fase, a indutância de quadratura foi obtida utilizando dados de elementos finitos, o que torna a medida mais precisa e mais prática. Essa técnica aproveita o fato que o motor já foi modelado e simulado no Capítulo 2.

Pode-se determinar os valores das indutâncias  $L_q$  e  $L_d$  relembrando a seguinte relações

$$\lambda_{qs} = i_q L_q, \quad (3.38)$$

$$\lambda_{ds} = i_d L_d. \quad (3.39)$$

Portanto, pode-se através dos modelo em elementos finitos impor uma corrente  $I_q$  constante e registrar seu respectivo fluxo  $\lambda_q$  para enfim determinar a indutância  $L_q$ . O caso análogo pode ser aplicado para se obter  $L_d$ .

Para a obtenção de cada valor de  $L_q$  é imposto uma corrente no *software* de elementos finitos seguindo o seguinte processo:

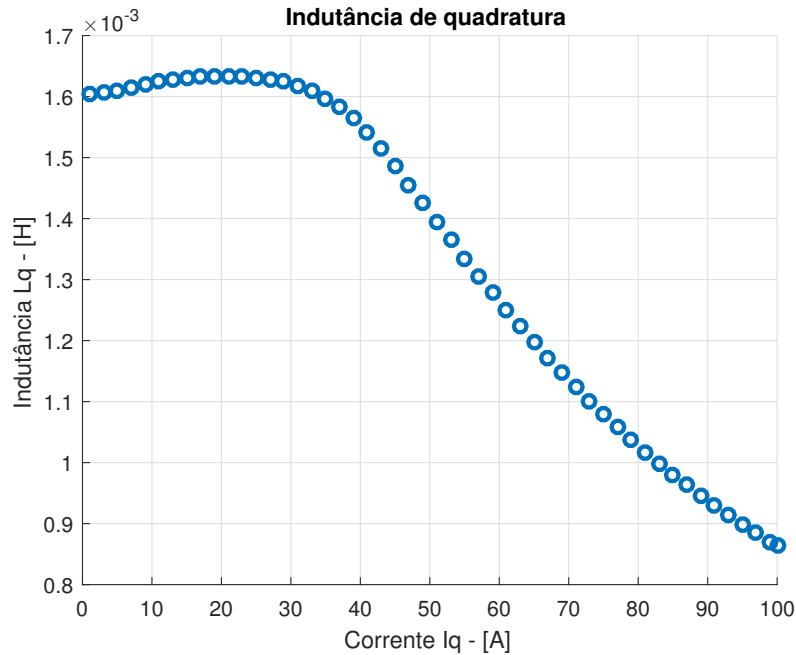
1. O fluxo do ímã foi anulado. Esse passo separa as indutâncias puras da máquinas daquelas impostas pelos ímãs.
2. Uma corrente  $I$  constante foi inserida na fase A, enquanto as correntes da fase B e C foram mantidas nulas. Esse procedimento garante uma corrente de valor  $I$  alinhada ao eixo Q do motor;
3. O rotor foi rotacionado  $360^\circ$  elétricos em um número N de passos de simulação. Para cada passo de simulação, os fluxos concatenados das fases A, B e C foram registrados;
4. Os fluxos concatenados no eixo trifásicos foram transformados para o eixo  $dq$  através da transformação  $\mathbf{T}_r \mathbf{T}_{abc}$ ;
5. A média dos valores calculados foi considerada o valor de  $L_q$  para a corrente  $I$  determinada. Nota-se que como o rotor não é de polos salientes, existe pouca variação dos valores e, portanto, se considera a média uma boa métrica para se representar  $L_q$ . Outro ponto a se notar é que como foi imposta somente corrente  $I_q$ , o fluxo no eixo  $d$  após o cálculos é próximo de zero.

Como o modelo inclui as não linearidades do material, é possível traçar a curva expressando o valor da indutância pela corrente injetada no motor. Essa relação é expressa pela Figura 15.

A Figura 15 mostra que a indutância permanece de certa forma estável até valores em torno de 35A. Após esse nível, a indutância decai de forma substancial. Vale ressaltar que o controle a ser desenvolvido no próximo capítulo valerá na faixa de corrente em que a indutância permanece constante. O valor numérico que será utilizado nas simulações seguintes é de  $L_d = L_q = 1.62mH$ .

O leitor deve sempre estar atento a esse fato para que a análise futura do controle seja válida no ponto de operação de corrente de interesse. Por fim, vale lembrar que em função da

Figura 15 – Indutância de quadratura.



Fonte: Próprio autor.

natureza construtiva do motor (ímãs de superfícies), a indutância de eixo direto resultará exatamente igual a de eixo de quadratura, e portanto seu comportamento não será exibido novamente.

### 3.7.3 Fluxo do ímã $\lambda_{af}$

O valor de pico do fluxo do ímã utilizado pode ser obtido diretamente pelas curvas de fluxo simuladas com o motor sem excitação vistas no Capítulo 2. Como o motor escolhido a ser estudado foi o da proposta D, nota-se que o valor de pico do fluxo visto na Figura 10a é de aproximadamente

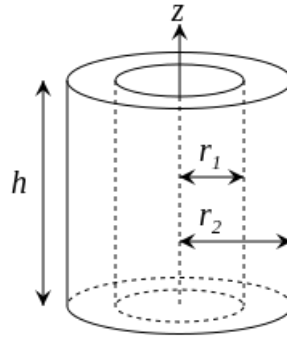
$$\lambda_{af} \approx 0.025T. \quad (3.40)$$

### 3.7.4 Momento de inércia $J$

O momento de inércia pode ser calculado a partir das dimensões do motor em conjunto com informações sobre os materiais usados. Uma vez que se trata de um motor com rotor externo, pode-se aproximar o cálculo do seu momento de inércia de acordo com o diagrama da Figura 16 que expressa um tubo de altura  $h$ , raio interno de  $r_1$  e externo  $r_2$ .

Tem-se o momento de inercia em torno do eixo Z definido como:

Figura 16 – Diagrama de cálculo do momento de inércia.



Fonte: Próprio autor.

$$J_z = J = \frac{1}{2}m(r_1^2 + r_2^2), \quad (3.41)$$

onde  $m$  é massa total do cilindro.

As dimensões do motor já foram descritas na seção 2.1 e a massa pode ser calculada a partir do volume do rotor (em aço) e do ímãs. Utilizando dados do próprio *software* de elementos finitos, que relaciona as densidades de todos os materiais da sua biblioteca, chega-se à seguinte massa

$$m \approx \underbrace{0,00015708 [m^3] \cdot 7872 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]}_{\text{aço rotor}} + \underbrace{0,000069976 [m^3] \cdot 5000 \left[\frac{Kg}{m^3}\right]}_{\text{ímã rotor}} \approx 1,5864 Kg. \quad (3.42)$$

Utilizando o valor de massa  $m$  já calculado, pode-se voltar à (3.41) e por fim calcular a inércia total do rotor

$$J \approx \frac{1}{2}1,5764 (0.0675^2 + 0.0525^2) \approx 0.0058 [Kg \cdot m^2]. \quad (3.43)$$

Por fim, observa-se que outros materiais que possam vir a compor o rotor, tais como plásticos ou fixadores, foram considerados com massa negligenciável quando comparadas ao peso total calculado.

## 4 DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR DE CORRENTE

Esse capítulo será dedicado ao desenvolvimento do controlador de corrente a ser implementado dentro do controle de velocidade.

De forma geral, serão apresentadas três propostas de controle de corrente:

- Controlador PI clássico: trata-se da topologia clássica para controladores PI onde ganhos proporcionais e integrais são aplicados na diferença da corrente medida e sua respectiva referência.
- Controlador desacoplado explicitamente: uma proposta de alteração da topologia do PI clássico, adiciona-se um termo para que sua força contraeletromotriz seja desacoplada baseando-se em valores nominais do motor.
- Controlador desacoplado por vetor complexo: outra proposta de alteração na topologia do PI clássico, agora utilizando o vetor complexo como ferramenta de desacoplamento ao invés de parâmetros do motor.

Além disso, a introdução do vetor complexo para as três propostas de controladores acima citados é aplicada conduzindo uma simplificação das topologias apresentadas, e ao mesmo tempo, permitindo que algumas análises além da resposta no tempo sejam feitas.

Para entender melhor a capacidade de cada controlador, além de suas respostas no tempo, serão introduzidas duas ferramentas de análise. Primeiramente, será apresentada a análise da Função Resposta na Frequência. Esta primeira ferramenta permite ao desenvolvedor ter uma ideia melhor de como o controlador, com os ganhos escolhidos, irá rejeitar distúrbios que podem ocorrer no sinal a ser controlado. A segunda análise é focada na robustez que os controladores possuem perante distúrbios de tensão inseridos no controle.

### 4.1 CONTROLE PI CLÁSSICO

Para fins de simplicidade, pode-se reproduzir (3.21) que descreve a relação de tensão  $dq$  no eixo rotórico

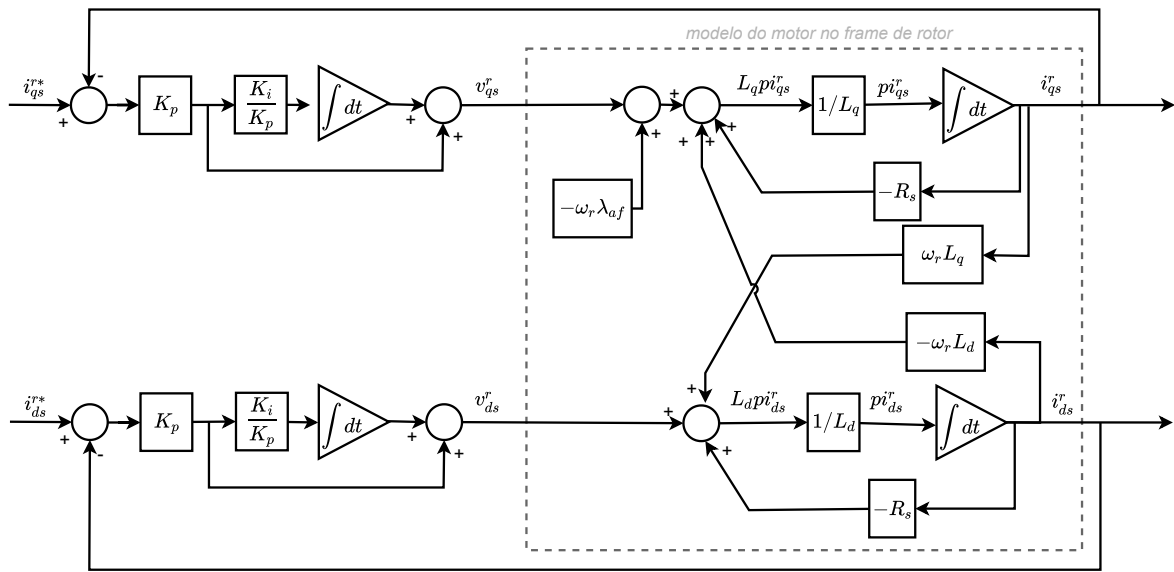
$$\begin{bmatrix} v_{qs}^r \\ v_{ds}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_q p & \omega_r L_d \\ -\omega_r L_q & R_s + L_d p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_r \lambda_{af} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

Duas considerações sobre o modelo visto em (4.1) devem ser notadas afim de que o desenvolvimento do controle continue.

- A dinâmica da rotação mecânica  $\omega_r$  é considerada muito mais lenta que a dinâmica elétrica do motor. Ao se assumir essa premissa, pode-se analisar o modelo para cada velocidade de forma distinta.
- O termo  $\omega_r \lambda_{af}$  é considerado uma perturbação. Esse termo não apresenta dinâmica do ponto de vista elétrico, portanto não terá grande influência na análise final do controlador.

Utilizando (4.1), diversos autores apresentam a topologia clássica do controlador PI para controladores de corrente. Essa topologia pode ser vista na Figura 17.

Figura 17 – Topologia de controle de corrente PI clássico



Fonte: Próprio autor.

Considerando o termo  $\omega_r \lambda_{af}$  como distúrbio, a representação vista na Figura 17 pode ser analisada da seguinte maneira. No domínio da frequência, as relações de tensão e corrente  $dq$  são

$$V_q(s) = R_s I_q(s) + s L_q I_q(s) + \omega_r L_d I_d(s), \quad (4.2)$$

$$V_d(s) = R_s I_d(s) + s L_d I_d(s) - \omega_r L_q I_q(s). \quad (4.3)$$

Portanto, pode-se extrair 4 funções transferências distintas

$$\frac{I_q(s)}{V_q(s)} = \frac{1}{R_s} \left( \frac{1}{1 + s \frac{L_q}{R_s}} \right), \quad (4.4)$$

$$\frac{I_d(s)}{V_d(s)} = \frac{1}{R_s} \left( \frac{1}{1 + s \frac{L_d}{R_s}} \right), \quad (4.5)$$

$$\frac{I_d(s)}{V_q(s)} = \frac{1}{\omega_r L_d}, \quad (4.6)$$

$$\frac{I_q(s)}{V_d(s)} = -\frac{1}{\omega_r L_d}. \quad (4.7)$$

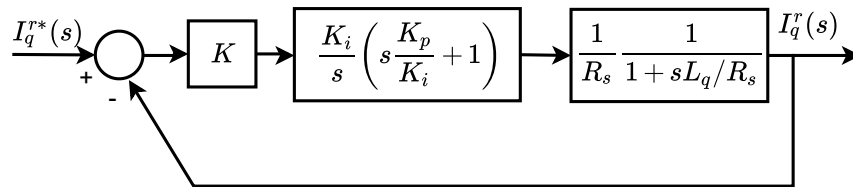
Torna-se evidente nas relações (4.4) e (4.5) que a dinâmica que impera nas funções de transferência  $I_q(s)/V_q(s)$  e  $I_d(s)/V_d(s)$  é ditada pela relação entre  $R_s$  e  $L_q$  ou  $L_d$  respectivamente. Essa relação é essa análoga a um clássico circuito RL.

Por outro lado, as funções transferências (4.6) e (4.7) não apresentam nenhuma dinâmica, sendo sua saída apenas um ganho da entrada.

Obviamente a análise isolada dos sistemas acima citados não representa o sistema como um todo. Contudo, essa linha de raciocínio pode guiar o leitor a conceitos bastantes úteis sobre a dinâmica do sistema a ser controlado.

Aplicando o controlador PI visto na Figura 17 na função transferência de  $I_q/V_q(s)$ , tem-se a representação de blocos vista na Figura 18.

Figura 18 – PI clássico aplicado a circuito RL



Fonte: Próprio autor.

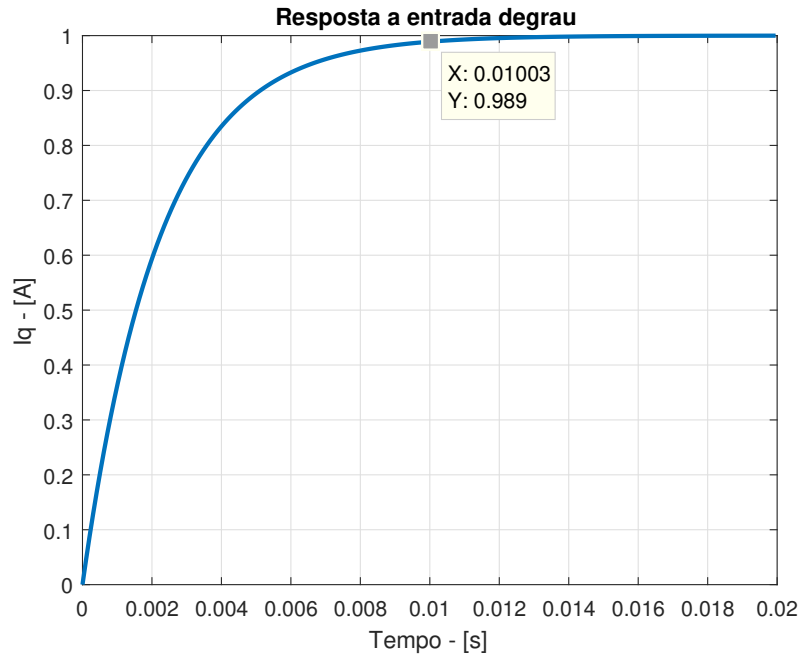
Com o intuito de cancelar o polo representado por  $L_q/R_s$ , será determinada a seguinte relação

$$\frac{K_i}{K_p} = \frac{R_s}{L_q}, \quad (4.8)$$

e o ganho  $K$  será definido de tal forma que o tempo de acomodação seja menor do que 10ms para uma entrada do tipo degrau. Conforme visto na Figura 19, com um ganho em  $K = 450$  esses requisitos de controle podem ser facilmente obtidos.

A resposta da função  $I_d/V_d$  será a mesma obtida na Figura 19 e, portanto, será omitida. Essa similaridade provém do fato que como não existe saliência no motor, indutância de eixo direto e quadratura são idênticas.

Figura 19 – Resposta ao degrau do PI clássico aplicado a circuito RL com  $K = 450$



Fonte: Próprio autor.

Finalmente, a resposta do sistema é mostrada na Figura 20 para um determinado perfil de entrada de corrente  $I_q$  e  $I_d$ .

Nessa simulação, três casos distintos de rotação do motor foram simulados para evidenciar os efeitos de acoplamento inerente à topologia de controle utilizada. O leitor pode atentar ao fato que quanto maior o valor da velocidade de eixo síncrono  $\omega_e$ , maior a corrente complementar (seja de eixo  $d$  ou  $q$ ) é perturbada pela mudança de referência na corrente de eixo originária. Vale ressaltar que o caso de  $\omega_e = 450 \text{ rad/s}$  é considerado extremo e possivelmente não factível em uma implementação real. Contudo, seu estudo mostra a degradação do sinal para esse tipo de topologia quando a velocidade síncrona  $\omega_e$  se aproxima muito da frequência de corte do controlador de corrente.

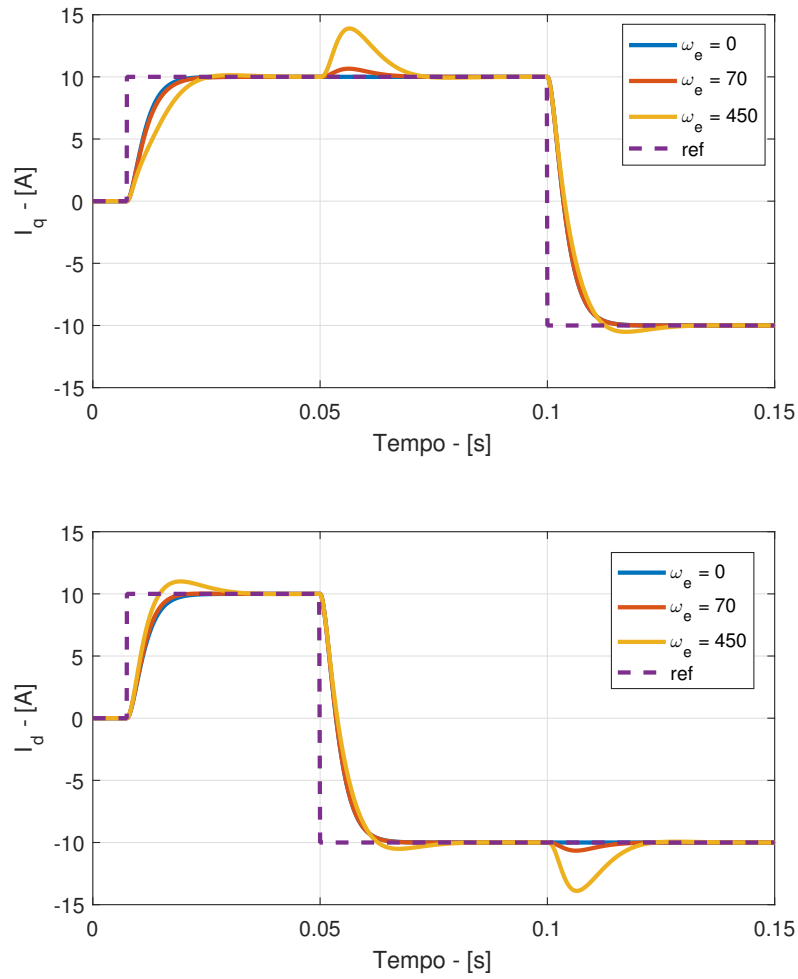
## 4.2 REPRESENTAÇÃO COMPLEXA

Sistemas polifásicos podem ser representados em termos complexos ou em notação escalar. Definindo o seguinte vetor complexo

$$f_{qd} = f_q - jf_d. \quad (4.9)$$

Nota-se pela definição em (4.9) que a parte real representa a coordenada  $q$  do modelo do motor adotado no Capítulo 3 enquanto que a coordenada  $d$  é representada pela porção complexa

Figura 20 – Resposta a um perfil de corrente  $I_q$  e  $I_d$



Fonte: Próprio autor.

do vetor, mas com sinal negativo. Essa representação pode também ser vista em Briz, Degner e Lorenz (1998), onde um modelo semelhante é adotado.

Outra forma comum de representar (4.9) é utilizando a sua forma polar.

$$f_{qd} = Fe^{j\theta}, \quad (4.10)$$

onde  $F = \sqrt{f_q^2 + f_d^2}$  e  $\theta = \arctan(f_d/f_q)$ .

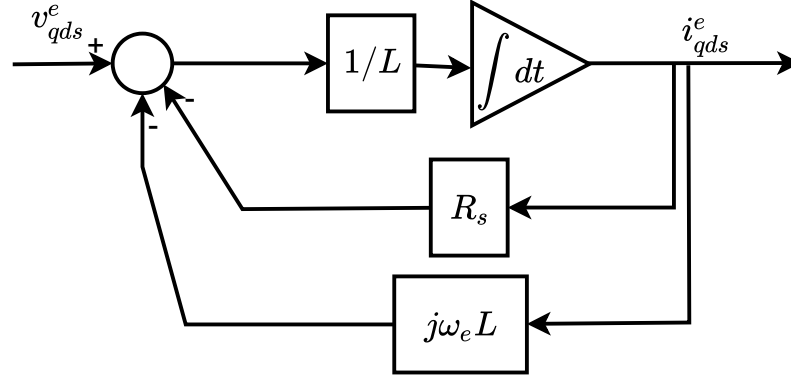
Nota-se que o modelo descrito em (4.1) no eixo síncrono agora pode ser descrito como

$$v_{qd}^e = R_s i_{qd}^e + L(p + j\omega_e) i_{qd}^e, \quad (4.11)$$

que será referenciado no texto como "modelo complexo no eixo síncrono". Uma representação em diagrama de blocos desse modelo pode ser vista na Figura 21. O leitor deve observar

que para o motor proposto, a velocidade rotórica é igual à velocidade síncrona, portanto, o sobrescrito  $r$  será substituído por  $e$  a partir desse ponto do texto.

Figura 21 – Modelo complexo do motor no eixo síncrono.



Fonte: Próprio autor.

Aplicando a transformada de Laplace em (4.12), obtém-se

$$\frac{I_{qd}^e}{V_{qd}^e}(s) = \frac{1}{sL + R_s + j\omega_e L} = \frac{1/L}{s + \left(\frac{R_s}{L} + j\omega_e\right)}, \quad (4.12)$$

que é a função transferência do modelo de vetor complexo do motor.

Nota-se a simplicidade na análise que a introdução do conceito de vetores complexos trouxe no sistema a ser analisado. O sistema foi reduzido de um sistema de segunda ordem escalar para um sistema de primeira ordem complexo. Outro ponto de simplificação é o fato de que um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas foi simplificado para um sistema de entrada única e saída única.

#### 4.3 CONTROLADOR PI COMPLEXO

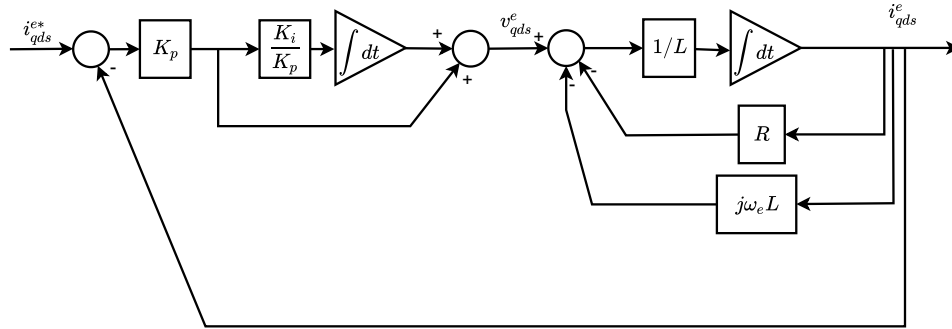
A Figura 22 mostra o conceito do vetor complexo apresentado na Seção 4.1 aplicado no controlador PI clássico já visto na Figura 17.

Esse controlador apresenta a seguinte função transferência da sua entrada para a saída no referencial síncrono.

$$\frac{I_{qd}}{I_{qd}^*}(s) = \frac{sK_p + K_i}{s^2L + s(K_p + R_s + j\omega_e L) + K_i}. \quad (4.13)$$

Nota-se que a função transferência vista em (4.13) possui exatamente a mesma resposta que o sistema acoplado escalar visto na Figura 17 e previamente modelado. Contudo, como já

Figura 22 – Modelo complexo do motor no eixo síncrono aplicado ao controlador PI.



Fonte: Próprio autor.

dito anteriormente, a utilização de vetores complexos para as variáveis do sistema reduziu sua ordem, simplificando assim a sua análise e representação.

A Figura 23 mostra a resposta do sistema as mesmas excitações de corrente  $dq$  vistas na Figura 20. Os ganhos  $K_i$  e  $K_p$  foram mantidos os mesmos para fins de comparação.

O leitor deve se atentar ao fato de que agora as correntes de eixo  $dq$  são representadas não mais pelo seus valores absolutos, mas pela magnitude e fase do seu vetor complexo correspondente. Convertendo os resultados vistos na Figura 23 para o sistema de eixo  $dq$ , é possível reproduzir com exatidão a Figura 20, portanto será omitido.

#### 4.4 DESACOPLAMENTO DA BEMF NO CONTROLADOR PI CLÁSSICO

Essa seção pretende apresentar duas modificações simples na topologia do PI clássico visto na Figura 22 afim de melhorar seu desempenho. No geral, ambas as propostas tendem a desacoplar a dinâmica entre o eixo  $d$  e o eixo  $q$ , tornando o modelo em dois sistemas independentes.

##### 4.4.1 PI com desacoplamento explícito

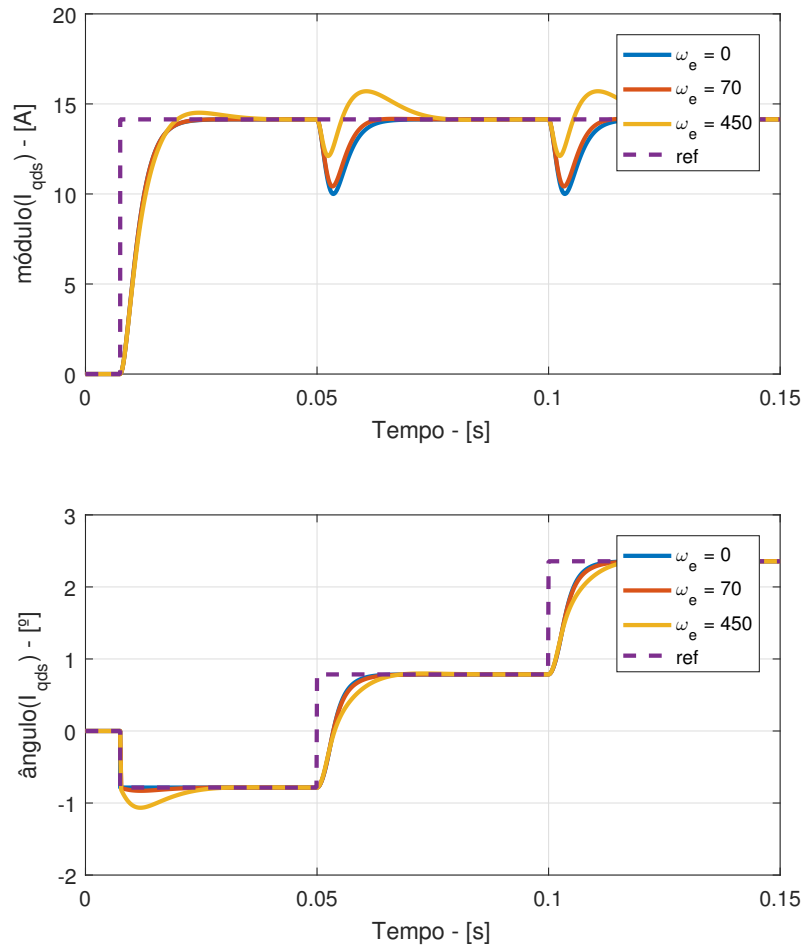
A primeira proposta de alteração na topologia pode ser vista na Figura 24. O termo  $j\omega_e L$  é adicionado explicitamente afim de que seu efeito seja mitigado. Considerando uma aproximação de  $\hat{L} \approx L$ , onde  $\hat{L}$  é o valor de  $L$  estimado.

Esse modelo desacoplado de forma explícita apresenta a seguinte função transferência

$$\frac{I_{qd}}{I_{qd}^*}(s) = \frac{sK_p + K_i}{s^2L + s(K_p + R_s + j\omega_e(L - \hat{L})) + K_i}. \quad (4.14)$$

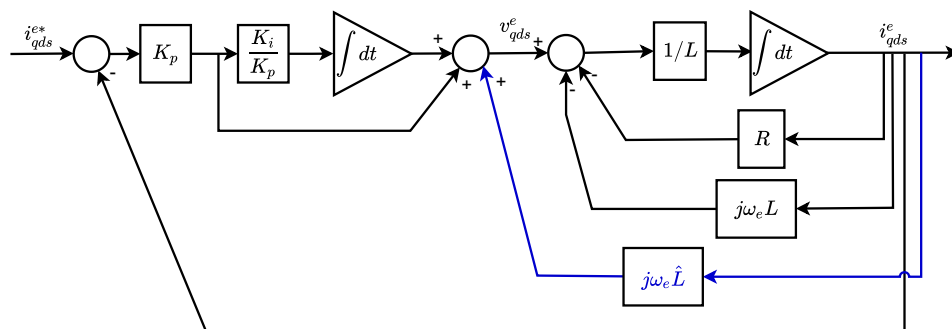
Pode-se perceber ao se analisar (4.14) que quando  $L = \hat{L}$  o acoplamento entre eixos é nulo. Mesmo para casos em que  $\hat{L}$  for levemente diferente de  $L$ , o sistema não sofrerá com os efeitos

Figura 23 – Resposta no tempo do controlador PI complexo.



Fonte: Próprio autor.

Figura 24 – Topologia PI com desacoplamento de BEMF inserido.



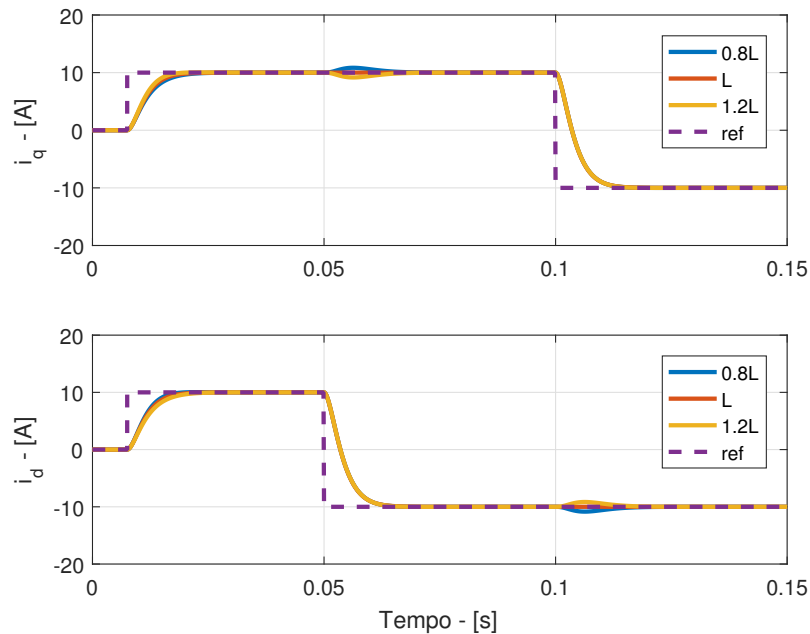
Fonte: Próprio autor.

de acoplamentos da mesma forma que o caso estudado na seção 4.1. O leitor pode também notar pela expressão (4.14) que o efeito da alteração proposta é mover o polo de  $R/L - j\omega_e$  para  $R/L$ .

A resposta desse controlador no tempo, utilizando os mesmos níveis de referência para corrente de eixo direto e quadratura e ganhos  $K_i$  e  $K_p$  pode ser visto na Figura 25. Nessa simulação, a aproximação de  $\hat{L}$  foi fixada igual ao seu valor teórico ideal, enquanto o valor de  $L$  foi variado em  $+/- 20\%$  com o intuito de se entender o desempenho da topologia diante de potenciais variações de parâmetros do motor, em função de seus enrolamentos ou desvios mecânicos. Portanto para o caso de  $\hat{L} = L$ , têm-se um desacoplamento total entre eixos e o modelo se resume a dois circuitos RL independentes. Esse caso pode ser visto na Figura 25 para a curva  $L$ .

Outro ponto importante da simulação apresentada é a fixação da velocidade síncrona como  $\omega_e = 450$ , e não mais para os casos de  $\omega_e = 0$  e  $\omega_e = 70$ . Isso foi feito afim de se evidenciar o desacoplamento da BEMF realizada pela topologia proposta. Levando em consideração que  $L - \hat{L}$  tende a ser um número pequeno, essa diferença sempre irá atenuar o valor de  $\omega_e$ . Portanto, para valores muito pequenos de  $\omega_e$ , é difícil notar a diferença entre um sistema totalmente desacoplado e um sistema levemente desacoplado. Em outras palavras, o acoplamento é proporcional à  $\omega_e$ .

Figura 25 – Resposta no tempo com PI desacoplado de forma explícita e  $\omega_e = 450$  rad/s.



Fonte: Próprio autor.

De forma geral, uma comparação visual da resposta no tempo do PI clássico apresentado na Figura 20 e do PI desacoplado de forma explícita pode ser feita sobre os seguintes pontos:

- Os valores de *overshoots* e *undershoots* (subsinal e sobressinais) são reduzidos substancialmente quando existe a excitação do componente complementar ao observado. Por

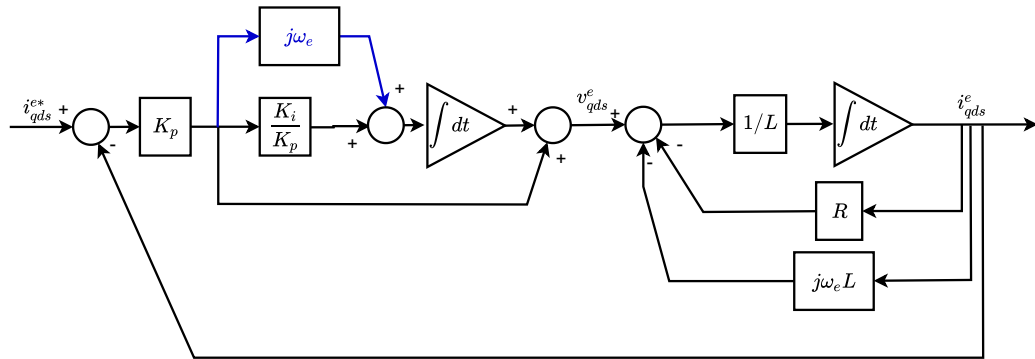
exemplo, ao se impôr uma referência ao eixo  $q$ , o distúrbio medido no eixo  $d$  é substancialmente menor no PI desacoplado de forma explícita;

- O tempo de acomodação de ambas as correntes também apresentou redução.

#### 4.4.2 PI desacoplado pelo vetor complexo

Outra proposta possível para diminuir o efeito do desacoplamento é adicionar um vetor complexo em paralelo ao termo integral conforme visto na Figura 26.

Figura 26 – Topologia PI com desacoplamento utilizando vetor complexo.



Fonte: Próprio autor.

Essa topologia, desacoplada por vetor complexo, tem a seguinte função transferência de malha fechada:

$$\frac{I_{qd}}{I_{qd}^*}(s) = \frac{sK_p + jK_p\omega_e + K_i}{s^2L + s(R_s + jL\omega_e + K_p) + K_i + j\omega_e}. \quad (4.15)$$

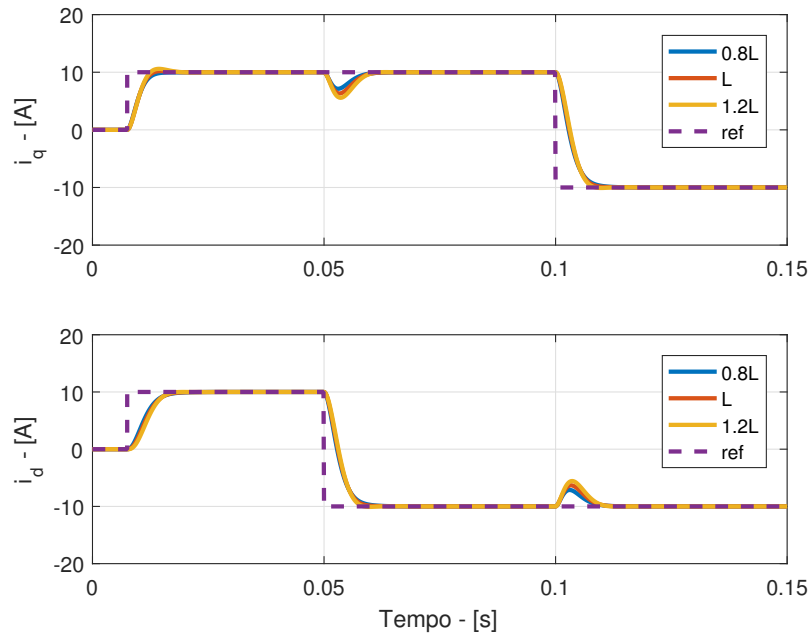
Percebe-se que nessa estratégia, não é necessário um termo que estime a indutância do modelo, o que pode ser considerado uma clara vantagem para máquinas que possuam grande dificuldades em se fazer esse tipo de estimativa.

A resposta no tempo dessa topologia pode ser vista na Figura 27. Para essa simulação foram mantidos os ganhos  $K_p$  e  $K_i$  com valores iguais aos utilizados nos casos anteriores do PI clássico e o PI desacoplado explicitamente. Além disso, novamente foi utilizado apenas o pior caso onde  $\omega_e = 450$  para evidenciar o efeito da topologia do controlador na sua resposta no tempo.

Em uma nova comparação visual da resposta no tempo do PI clássico apresentado na Figura 20 com o do PI desacoplado pelo vetor complexo apresentado na Figura 27 pode-se notar que

- Houve uma pequena redução no tempo de acomodação de ambos os sinais;

Figura 27 – Resposta no tempo com PI desacoplado por vetor complexo e  $\omega_e = 450$  rad/s.



Fonte: Próprio autor.

- Apesar de que para todos os casos de variação da indutância o sistema continuar claramente acoplado, o sinal de controle volta mais rapidamente para o sinal referência quando comparado ao PI clássico;
- A variação no fator  $L$  pouco interfere no comportamento esperado do controle. Em outras palavras, pode-se afirmar que para esse caso em específico tem-se um controle mais robusto ao fator  $\hat{L}$ .

#### 4.5 ANÁLISE DA FUNÇÃO DE RESPOSTA NA FREQUÊNCIA

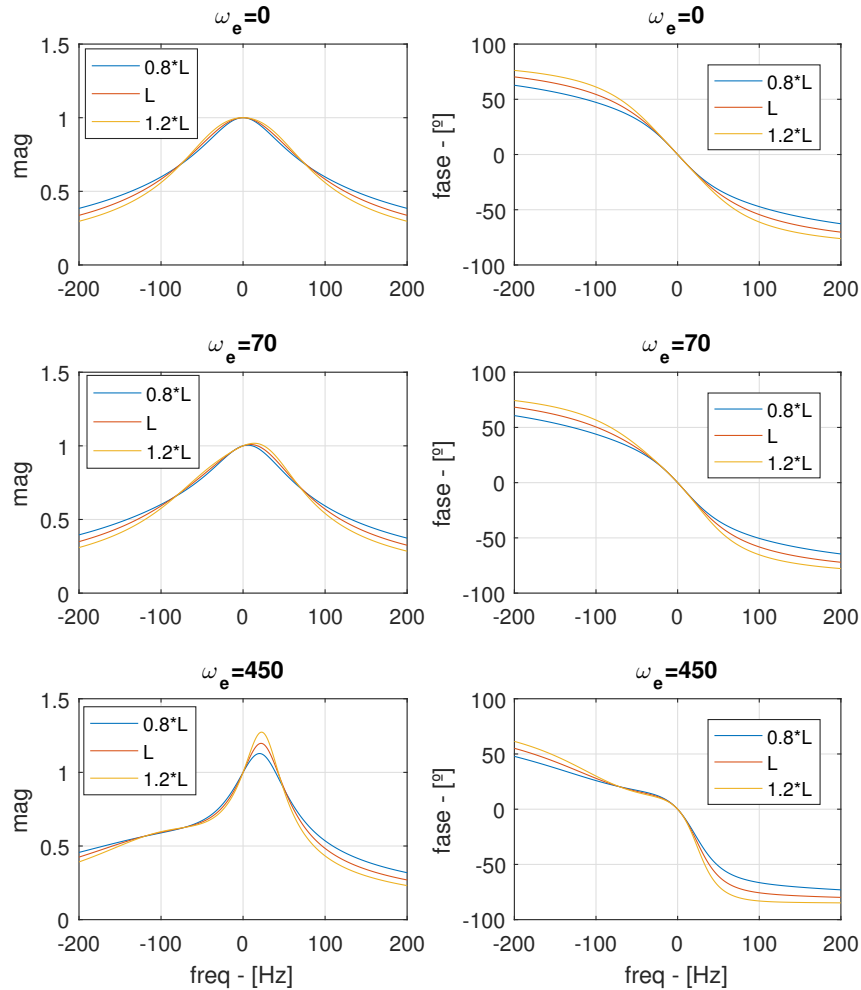
Eventualmente, não é possível apenas comparar visualmente a resposta no tempo de dois controladores distintos e decidir dessa forma a topologia mais robusta. Essa seção apresentará outra métrica afim de se comparar a robustez das três topologias apresentadas nessa seção.

De fato, robustez tende a ser um fator muito importante na escolha do controle uma vez que os parâmetros do motor nem sempre são medidos de forma eficaz e precisa. Adicionalmente, ruídos sempre são inerentes a qualquer sistema de controle. Portanto, se propõe uma avaliação da robustez dos controladores apresentados nessa seção em função da frequência do vetor complexo de referência.

A Função de Resposta na Frequência (FRF) trata-se de uma análise quantitativa e visual da resposta na frequência das funções transferências  $I_{qd}/I_{qd}^*(s)$ . Nessa análise, tanto módulo quanto fase das funções de transferência são plotados para situações específicas, e suas curvas

contém informações importantes acerca da característica do controlador analisado. Nota-se que a análise FRF é plotada tanto para frequências positivas quanto para frequências negativas. Isso é feito uma vez que é possível para os vetores complexos rotacionar tanto em sentido horário quanto anti-horário no plano complexo.

Figura 28 – FRF PI clássico.



Fonte: Próprio autor.

O poder da análise complexa da FRF pode primeiramente ser visto na Figura 28, para o controlador PI clássico de função transferência vista em (4.13) com três valores de indutância: nominal, 20% acima do nominal e 20% abaixo do nominal. A Figura 28 foi plotada de tal forma onde cada curva individualmente descreve o comportamento do sistema para uma determinada frequência síncrona  $\omega_e$ , enquanto um conjunto de curvas mostra claramente a dependência do controlador PI clássico da frequência síncrona.

Primeiramente o leitor pode observar que para todos os casos de  $\omega_e$  e frequência 0Hz a magnitude da função transferência  $I_{qd}/I_{qd}^*(s)$  é unitária. Para um sistema ideal apresentando

completa robustez para todas as frequências exceto a de excitação síncrona, apenas a frequência 0Hz teria módulo de valor unitário e fase nula, sendo todas as outras frequências restantes de valor de magnitude nulo. Isso é naturalmente esperado uma vez que controladores do tipo PI apresentam erro nulo para situações que a referência se mantém constante ao longo do tempo. Ainda pode-se observar semelhanças para os casos de  $\omega_e = 0rad/s$  e  $\omega_e = 45rad/s$ . Nota-se para ambos que quando o sinal é perturbado em torno de 0Hz, a magnitude da função transferência tende a diminuir conforme a frequência se afasta de 0Hz.

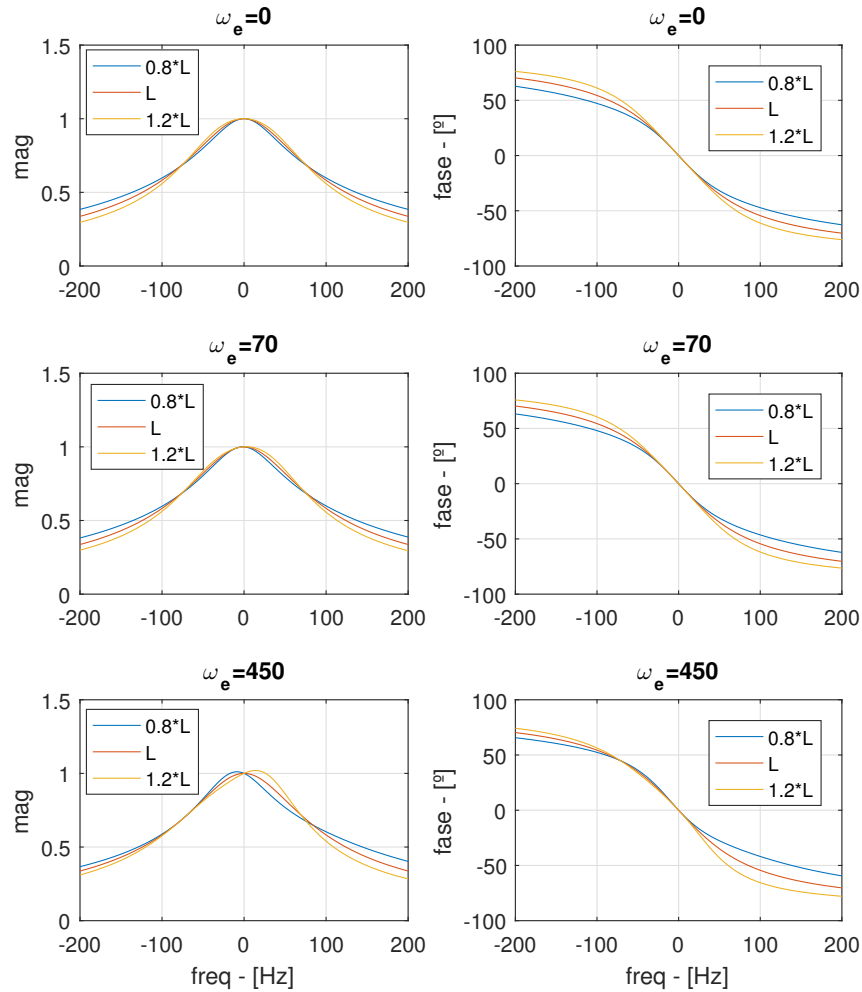
É importante entender o significado da FRF em frequências diferentes da frequência síncrona  $\omega_e$ . A frequência síncrona é a componente fundamental da frequência a qual o controlador está sendo excitado. Tanto distúrbios inseridos no sinal a ser controlado quanto mudanças nas referências a serem seguidas inserem no sistema uma grande distribuição de frequência em torno da fundamental aplicada. O gráfico FRF mostra como o sistema vai responder a essa variedade de frequências inseridas, que não seja apenas a frequência fundamental.

Porém, a distorção da curva vista na Figura 28 se torna evidente com  $\omega_e = 450rad/s$ . Nota-se que para frequências positivas em torno de 0Hz existe uma distorção destoante dos demais casos. Em outras palavras, essa situação significa que para um distúrbio dessa frequência específica eventualmente inserido na referência, o sinal a ser controlado tende a ter uma resposta de magnitude maior daquela da frequência fundamental exigida pela referência.

A Figura 29 mostra a análise FRF para o PI com desacoplamento explícito expresso pela função transferência vista em (4.14). Nessa análise torna-se bastante claro que a distorção vista para  $\omega_e = 450rad/s$  do controlador PI clássico já é bastante mitigada. Ainda pode-se notar que existe distorção para a magnitude em frequências positivas próximas de 0Hz. Contudo, além de ser substancialmente menor percebe-se que a fonte de distorção é muito mais impactada pela variação de indutância  $L$  do que propriamente por  $\omega_e$ . Uma melhora considerável também pode ser vista na fase para o caso  $\omega_e = 450rad/s$ , onde apresentou uma resposta mais simétrica que o controlador PI. Para as outras frequências síncronas, o PI com desacoplamento explícito mostrou uma resposta bastante similar ao PI clássico.

A última análise de FRF, relativa ao desacoplamento por vetor complexo é ilustrada na Figura 30 relativa à função transferência (4.15). Novamente o leitor pode observar que a magnitude apresenta uma distorção insignificante para o caso de  $\omega_e = 450rad/s$  quando comparado ao mesmo caso do controlador PI clássico. Adicionalmente, basicamente não existem diferenças nas curvas entre os três casos plotados de frequência síncrona, tanto para magnitude quando para a fase. Esse fato mais uma vez evidencia que o PI desacoplado com vetor complexo desacopla fortemente os termos dependentes da velocidade síncrona. Outro fato notório quando comparado ao desacoplamento explícito é uma menor dependência da indutância  $L$  nas curvas

Figura 29 – FRF controle PI com desacoplamento explícito.

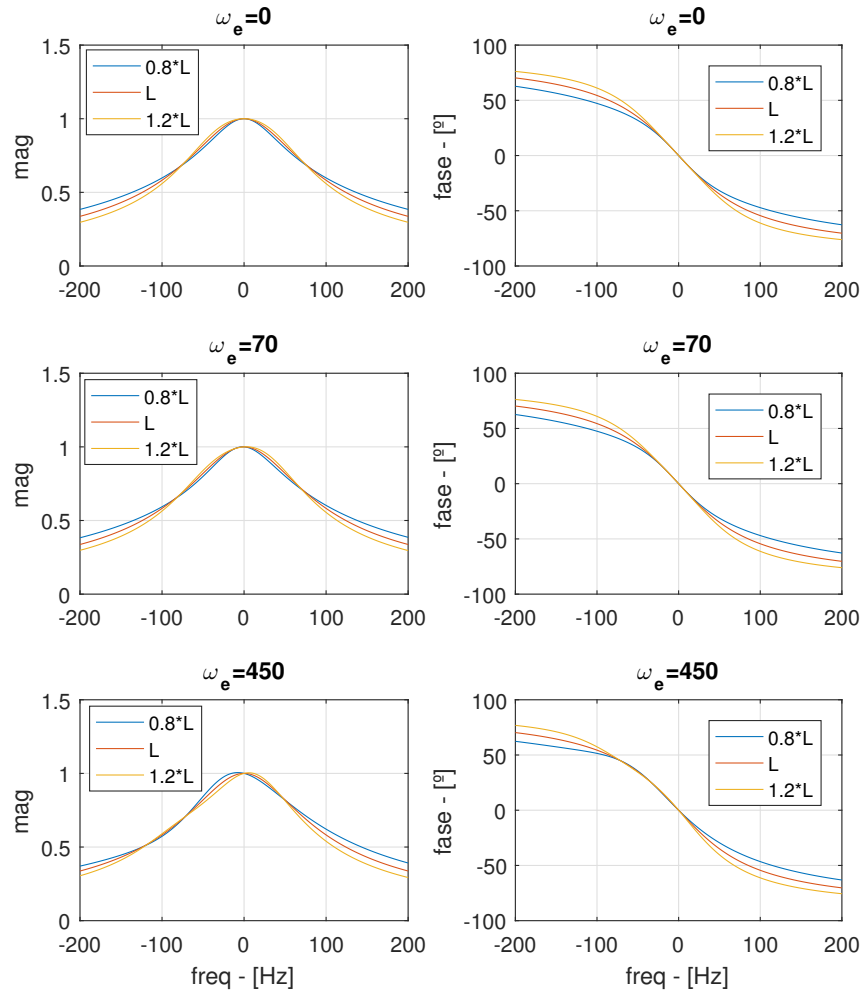


Fonte: Próprio autor.

de análise FRF. Isso mostra também uma maior robustez do controlador a potenciais variações paramétricas do motor.

Por fim, observa-se claramente que a resposta FRF é claramente menos distorcida para os controladores desacoplados explicitamente e de vetor complexo. Ambas as adições na topologia do controlador PI trouxeram benefícios claros à resposta FRF. Sua distorção em função do incremento do valor de  $\omega_e$  foi claramente mitigada para ambos controladores. Essa menor dependência de  $\omega_e$  leva a uma resposta mais rápida e robusta para a corrente a ser injetada no motor em situações em que, mudanças abruptas na referência de corrente possam ser exigidas pelo controlador de velocidade.

Figura 30 – FRF controle PI com desacoplamento por vetor complexo.



Fonte: Próprio autor.

#### 4.6 RIGIDEZ DINÂMICA

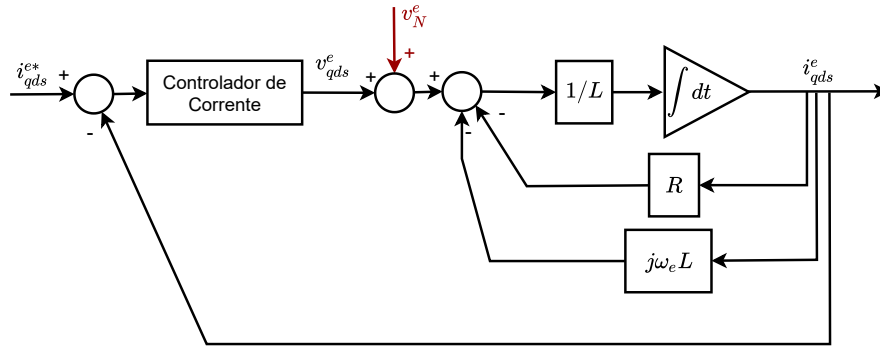
Além da análise FRF, existe ainda uma outra forma de se analisar a robustez do sistema. É interessante notar que a análise FRF mostra qual a resposta dinâmica na frequência do sinal a ser controlado em função de mudanças na referência. A proposta dessa seção visa entender como esse mesmo sinal a ser controlado, no caso a corrente elétrica, se comporta quando perturbações são injetadas dentro da malha de controle. Essa análise é chamada de Rigidez Dinâmica.

O conceito de rigidez dinâmica é primeiramente apresentado aqui para o caso do controlador de corrente. Porém será abordado novamente no Capítulo 5 com uma análise mais detalhada e sob a ótica específica do controlador de velocidade.

A rigidez dinâmica de um sistema pode ser descrita como a capacidade da variável controlada responder a um distúrbio inserido no sistema. Para o controlador de corrente em questão,

a Figura 31 ilustra o distúrbio  $v_N^e$  inserido diretamente na composição da tensão  $v_{qds}^e$ . Portanto, a função Rigidez Dinâmica será definida como  $i_{qds}^e/v_{qds}^e(s)$ .

Figura 31 – Representação visual do ruído inserido para o conceito de rigidez dinâmica.



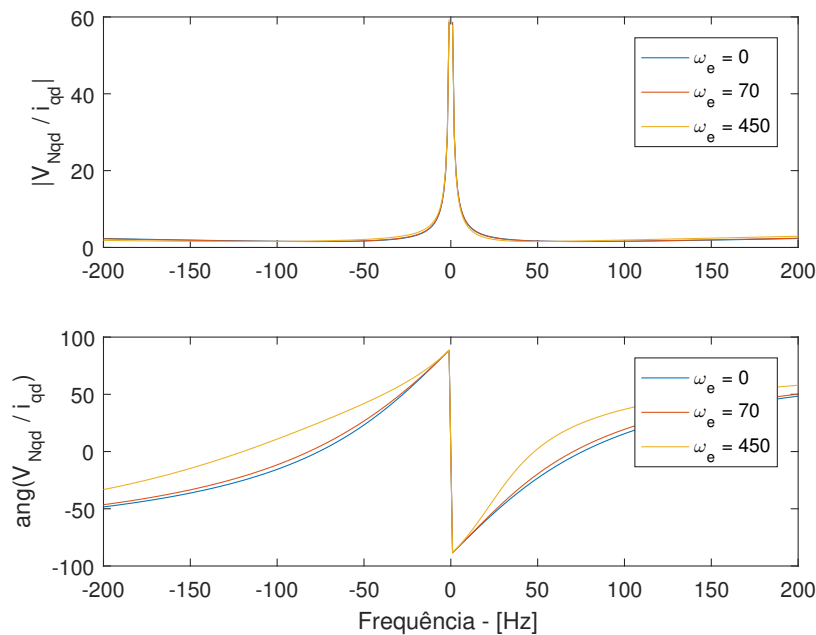
Fonte: Próprio autor.

Assim para o PI clássico visto na Figura 21, tem-se a seguinte função de rigidez dinâmica

$$\frac{v_{qds}^e}{i_{qds}^e}(s) = sL + R_s + j\omega_e L + K_p + \frac{K_i}{s}. \quad (4.16)$$

O leitor poderá se atentar que unidade da rigidez dinâmica para o estudo em questão é a própria unidade de impedância. A Equação (4.16) é ilustrada na Figura 32 para os três casos de velocidade síncrona  $\omega_e$ .

Figura 32 – Rigidez dinâmica para o controlador PI clássico.



Fonte: Próprio autor.

Primeiramente nota-se que para frequência igual a 0Hz a robustez dinâmica é infinita, uma vez que para controladores PI o erro é nulo para referências constantes. Portanto, qualquer perturbação injetada por  $v_N^e$  que se mantenha constante ao longo do tempo não terá impacto algum na variável controlada  $i_{qds}^e$ . Em outras palavras, para esse ponto onde a frequência é igual a 0Hz, é como se houvesse uma impedância infinita dividindo o valor de tensão de perturbação, fazendo com que a corrente resultante em função dessa perturbação fosse nula.

Porém para todas as outras faixas existe algum valor finito. Percebe-se que em torno de 0Hz, tanto para frequências positivas quanto negativas, o valor da rigidez dinâmica vai diminuindo drasticamente conforme a frequência aumenta até o ponto em que se estabiliza em um platô. Consequentemente, pode-se observar que o sistema é ainda relativamente robusto a frequências até valores em torno de 10Hz. Porém sua sensibilidade a perturbações de tensão  $v_N^e$  aumenta consideravelmente para frequências maiores.

Por fim, percebe-se que todas as curvas de módulo são bastante semelhantes para todos os casos de  $\omega_e$ . Fato esse que evidencia uma baixa variação de rigidez dinâmica em função da velocidade síncrona. Contudo, em relação a fase pode-se notar uma distorção do sinal conforme a velocidade síncrona é aumentada.

Alterações na topologia poderiam ser feitas com o intuito de se aumentar a robustez dinâmica em uma faixa específica de frequência conforme visto em Briz, Degner e Lorenz (2000). Contudo, o autor se limitará apenas à análise das topologias já expressas nessa seção.

O PI desacoplado explicitamente visto na Figura 24 possui a seguinte função rigidez dinâmica,

$$\frac{v_{qds}^e}{i_{qd}^e}(s) = sL + R_s + j\omega_e (L - \hat{L}) + K_p + \frac{K_i}{s}, \quad (4.17)$$

que é ilustrada na Figura 32.

Nota-se em relação ao controlador PI clássico que as curvas de módulo basicamente se mantêm as mesmas. Portanto, tem-se as mesmas conclusões já apresentadas. Entretanto, agora a curva de fase apresenta uma variação negligenciável em função da frequência síncrona, tornando-a mais previsível sobre condições diferentes do controlador.

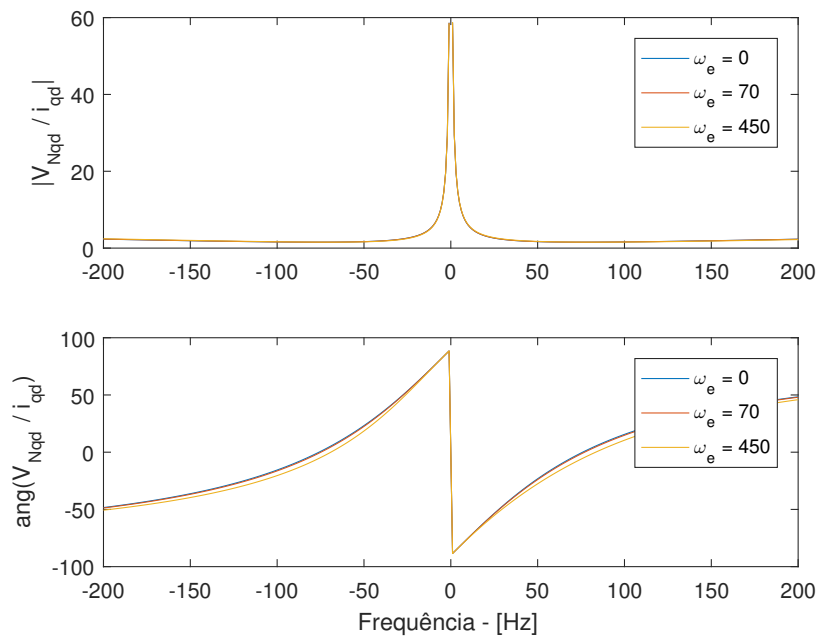
Por fim, o PI desacoplado por vetor complexo ilustrado na Figura 26 contém a seguinte função rigidez dinâmica,

$$\frac{v_{qds}^e}{i_{qd}^e}(s) = sL + R_s + j\omega L + K_p \left( \frac{s + j\omega L}{s} \right) + \frac{K_i}{s}, \quad (4.18)$$

que pode ser vista na Figura 34.

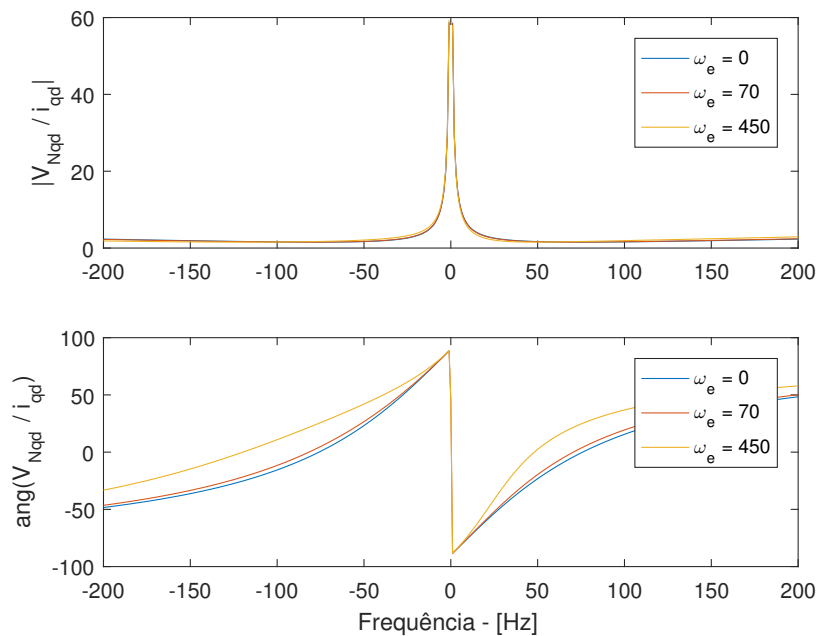
Mais uma vez não se nota diferenças substanciais entre as curvas de módulo quando comparado aos outros dois controladores. Adicionalmente, essas mesmas curvas de módulo são bastante similares entre os três valores de  $\omega_e$ . Apenas nota-se que a curva de fase está

Figura 33 – Rigidez dinâmica para o controlador PI com desacoplamento explícito.



Fonte: Próprio autor.

Figura 34 – Rigidez dinâmica para o controlador PI com desacoplamento por vetor complexo.



Fonte: Próprio autor.

bastante semelhante a apresentada para o controlador PI clássico. Ou seja, tende a ter uma maior distorção com o aumento da frequência síncrona.

Com a aplicação da análise de rigidez dinâmica obteve-se uma outra visão sobre como os controladores se comportariam perante perturbações específicas injetadas. Apesar de haver

pouca diferença entre os controladores apresentados sob a ótica dessa análise, o intuito da ferramenta foi claramente apresentado. O Capítulo 5 irá abordar essa ferramenta de forma mais ativa, alterando os ganhos e topologias até se conseguir a forma desejada para a rigidez dinâmica.

## 5 DESENVOLVIMENTO DO CONTROLADOR DE VELOCIDADE

Ao passo que o controlador de corrente já foi proposto e analisado em três diferentes topologias, chega-se ao ponto de propor e implementar o controlador de velocidade. Ao longo desse capítulo o leitor também será apresentado a três diferentes topologias de controladores de velocidade, que de certa forma vão se completando ao longo do desenvolvimento do texto. Esses controladores de velocidade serão expostos em suas topologias, e os ganhos serão calculados apresentando uma abordagem totalmente direcionada à análise das suas curvas de rigidez dinâmica. Trata-se de uma visão diferente das técnicas clássicas vistas para controle de motor, como vista em Lorenz (1986), Lorenz, Lawson e M.O. Lucas (1986) e Lorenz e Novotny (1988). Essa abordagem é mais intuitiva e visa a obtenção dos ganhos do controlador pelo ponto de vista das grandezas físicas da planta. Além disso, busca-se também já desenvolver relativa robustez a distúrbios ainda na fase de implementação do controlador, através das análises citadas acima.

As três propostas de topologia são apresentadas ao longo do capítulo:

- Modelo A: Composto por um controlador PI de velocidade no sentido mais clássico, com dois ganhos possíveis de serem ajustados para impor-se a dinâmica desejada. O primeiro ganho  $K_a$  responsável por atuar no erro de posição  $\theta_m$ , enquanto um segundo ganho  $b_a$  responsável por atuar no erro de velocidade  $\omega_m$ ;
- Modelo B: Trata-se de uma ampliação da topologia vista no Modelo A, onde um terceiro ganho  $iK_a$  é adicionado para atuar no erro da integral da posição  $\theta_m$ ;
- Modelo C: Novamente uma expansão da topologia do Modelo B. Mais um ganho  $J_a$  é adicionado na realimentação de aceleração para atuar no seu erro.

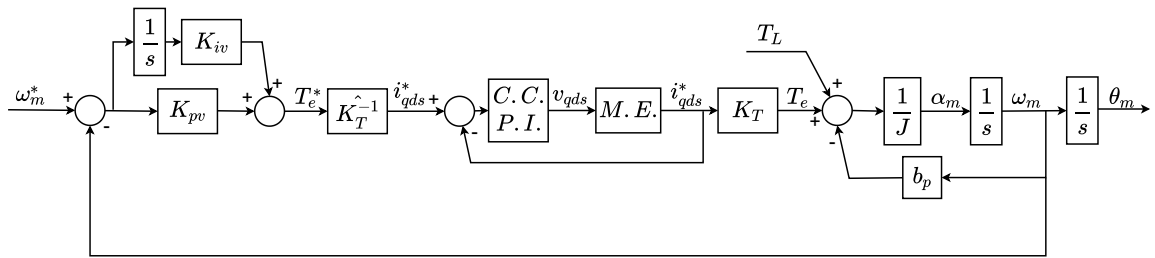
Todos os controladores de velocidade simulados nesse capítulo estarão utilizando o controlador de corrente PI complexo conforme exposto na Seção 4.4.

### 5.1 CONTROLE VELOCIDADE - MODELO A

Pode-se começar pela análise de um controlador PI clássico para a referência de velocidade. O controlador a ser analisado é ilustrado conforme Figura 35. Nota-se na Figura 35 que os sinais estão representados no tempo enquanto a integral destes está representada na frequência por 1/s. Apesar dessa pequena inconsistência, essa notação foi adotada para fins de geração de uma figura mais compacta e não poluída. Essa mesma notação se seguirá nas próximas figuras. Trata-se de uma topologia bastante comum, com um ganho proporcional  $K_{pv}$  e um integral  $K_{iv}$

relativos ao erro de velocidade  $\omega_m$ . Para fins de simplicidade, parte-se da suposição de um controlador de corrente rápido suficiente em comparação a dinâmica mecânica do motor. Portanto, para as análises expostas nessa seção a relação entre o sinal de comando de corrente  $i_{qds}^*$  e a corrente obtida  $i_{qds}$  será  $\approx 1$ , ou seja, serão consideradas iguais. Por fim, nota-se na Figura 35 que as siglas C.C.P.I. e M.E. com os respectivos significados: Controle de Corrente Proporcional Integral e Modelo Elétrico.

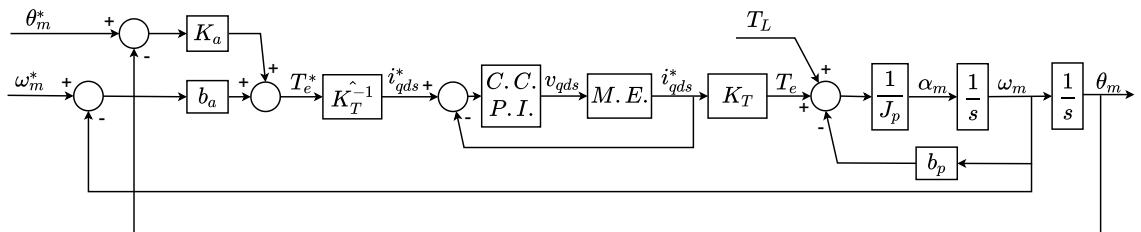
Figura 35 – Controle PI de velocidade com topologia clássica



Fonte: Próprio autor.

Com o intuito de padronizar os diagramas de blocos para representações futuras, é interessante redesenhar a estrutura vista na Figura 35 para a vista na Figura 36. Essa alteração pode parecer sutil, contudo ela evidencia as unidades dos ganhos utilizados. Por exemplo, agora percebe-se que o ganho  $K_a$  trata-se de um ganho ativo diretamente ligado ao erro da posição  $\theta_m$ . Em outras palavras pode-se entendê-lo como um *coeficiente de elasticidade*, remetendo-se a um sistema massa mola clássico. Ainda nessa linha de pensamento, o ganho  $b_a$  que multiplica o erro de velocidade  $\omega_m$  tem a unidade de *coeficiente de amortecimento viscoso*. Por fim, nota-se que ambos os controladores são equivalentes, podem forçar a mesma dinâmica num determinado sistema. Sendo assim, a partir desse ponto do texto, considera-se somente os ganhos indicados conforme Figura 36.

Figura 36 – Controle PI de velocidade com topologia adaptada



Fonte: Próprio autor.

Ainda considerando a dinâmica do controlador de corrente rápida o suficiente quando comparada à dinâmica mecânica, pode-se extrair a seguinte função transferência

$$\frac{\theta_m}{\theta_m^*}(s) = \frac{sb_a + K_a}{s^2 J_p + sb_a + K_a}. \quad (5.1)$$

Como principal requisito para o controlador de velocidade a ser desenvolvido será estabelecido um tempo de acomodação menor que 0,25 segundo para uma resposta degrau de  $100\text{rad/s}$  ou  $955\text{rpm}$  submetido a um torque  $T_L$  constante de  $1\text{Nm}$ . Adicionalmente, procura-se limitar o *overshoot* com o intuito de que o usuário não perceba uma variação muito brusca na velocidade. Portanto, foi-se estabelecido um máximo de 20% da velocidade  $\omega_m$  para esse requisito. Esses grupos de requisitos se baseiam na ideia de que um patinete elétrico tem como principal apelo um desempenho rápido em termos de se chegar à velocidade pretendida sem comprometer um eventual desconforto ao usuário.

Existem infinitos ganhos dentro da especificação citada que entregariam os requisitos citados. Com o intuito de se verificar o máximo de combinações possíveis para a dada topologia, um algoritmo foi desenvolvido em MATLAB® com a combinação de 40000 diferentes ganhos  $b_a$  e  $K_a$ . Para todas as combinações, foram extraídos dados como máximo *overshoot*, tempo de acomodação e energia. Dentre todos os resultados obtidos da simulação, buscou-se o com menor energia e que estivesse mais próximo dos requisitos citados. Assim, foram selecionados os ganhos como  $b_a = 0,01246$  e  $K_a = 1,1809$ , que resultam em uma energia de  $90,3747J$ .

Esses ganhos especificados resultam na resposta da velocidade  $\omega_m$  conforme visto na Figura 37. Além da velocidade, a Figura 37 apresenta a dinâmica do torque elétrico  $T_e$ , torque de carga  $T_L$ , corrente de fase  $i_a$  e tensão de fase  $v_a$ .

É interessante citar que a simulação da Figura 37 também foi feita em ambiente MATLAB, com um passo de simulação de 0,1ms e com saturação na corrente de  $\pm 50A$ . A saturação foi inserida para dar uma limitação física à simulação, com o intuito de não se distanciar muito de um caso real.

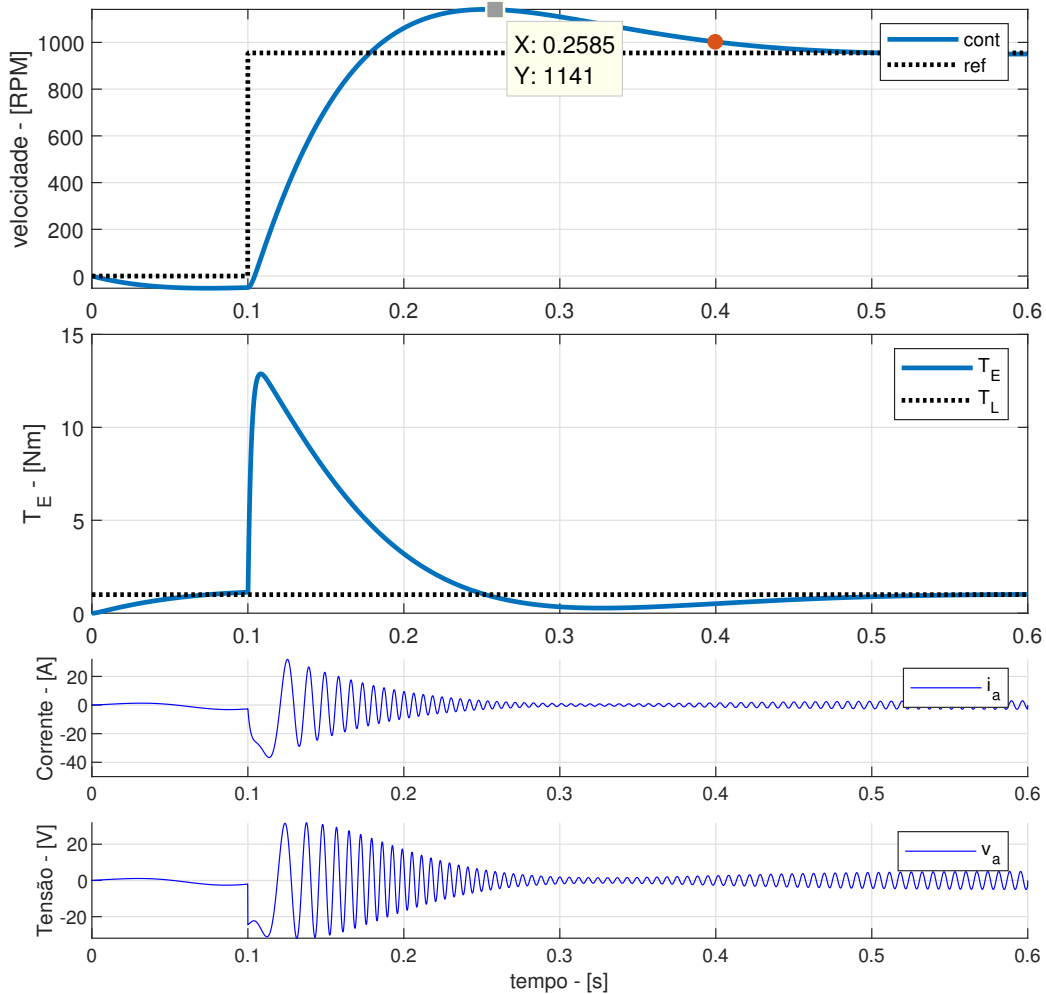
Uma vez que os ganhos foram definidos, pode-se fazer uma análise do impacto dessas escolhas sob a ótica da rigidez dinâmica da planta. Para a topologia exposta na Figura 36 a rigidez dinâmica é definida pela seguinte expressão

$$\frac{T_L}{\theta_m}(s) = K_a + s(b_a + b_p) + s^2 J_p. \quad (5.2)$$

Considerando os valores de ganhos já expostos nessa seção para os requisitos discutidos anteriormente, pode-se plotar (5.2) conforme apresentado na Figura 38.

O leitor deve se lembrar que a Figura 38 expressa rigidez dinâmica do sistema em função da frequência em que o distúrbio é aplicado. Portanto, quanto maior o valor da curva para uma determinada frequência, maior é a capacidade de rejeitar esse mesmo distúrbio. Sendo assim, sistemas mais robustos a distúrbios aplicados a uma determinada frequência, naturalmente terão maiores valores de rigidez dinâmica para essa mesma frequência.

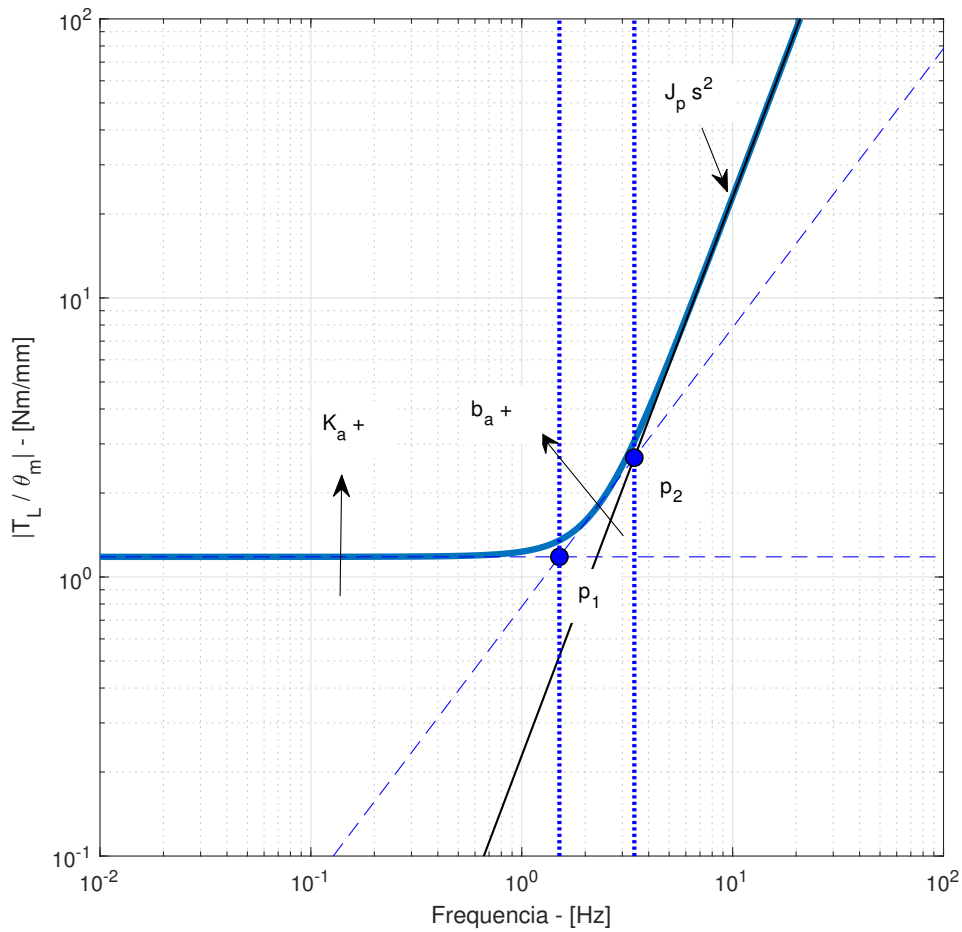
Figura 37 – Controle PI de velocidade com topologia adaptada



Fonte: Próprio autor.

Pode-se notar três assíntotas que descrevem o formato da rigidez dinâmica. De grosso modo, para frequências baixas a curva é dominada pelo termo  $K_a$ , seguido em médias frequências pelo termo  $s(b_a + b_p)$  e por fim, para altas frequências pelo termo  $s^2 J_p$ . Essa relação faz sentido uma vez que o sistema mecânico tende a ser robusto para distúrbios de frequências altas, e essa robustez é fortemente relacionada com sua inércia  $J_p$ . Assim, a Figura 38 fornece uma flecha indicando o sentido que se modifica a curva quando os valores  $K_a$  e  $b_a$  são incrementados. Por fim, nota-se que os valores no eixo das frequências dos pontos  $p_1$  e  $p_2$  em destaque, indicam as duas larguras de banda da topologia adotada. Para o polo pertencente à posição indicada por  $p_1$ , as retas  $K_a$  e  $s(b_a + b_p)$  se cruzam onde a frequência é de  $1,5084\text{Hz}$ . Enquanto que o polo pertencente à velocidade, indicado por  $p_2$  é o cruzamento das assíntotas  $s(b_a + b_p)$  e  $s^2 J_p$ ,

Figura 38 – Rigidez dinâmica para PI de velocidade



Fonte: Próprio autor.

resultando na frequência de  $3,4191\text{Hz}$ . Pode-se ainda calcular essas frequências notando-se que os zeros da função rigidez dinâmica são iguais aos polos da função  $\theta_m / \theta_m^*(s)$ .

Como exposto anteriormente, é sempre interessante que a curva de rigidez dinâmica tenha o maior valor possível sobre a maior faixa de frequências possível. Contudo, esse requisito bate de encontro com a resposta do sistema. Por exemplo, percebe-se claramente que a largura de banda é aumentada quando os ganhos  $K_a$  e  $b_a$  são aumentados. Essa ação move as respectivas assíntotas em direção da flecha indicada na Figura 38. Portanto, se por um lado existe um aumento na robustez do sistema, sua maior largura de banda pode não ser factível para o controle implementado em função de limitações do sistema, por exemplo, frequência máxima de amostragem podem impedir a implementação do controle adotado. Inversamente, para valores menores  $K_a$  e  $b_a$  têm-se uma menor robustez para as frequências afetadas. Contudo, suas larguras de banda também se tornam menores. Portanto, aumento ou diminuição dos ganhos nessa

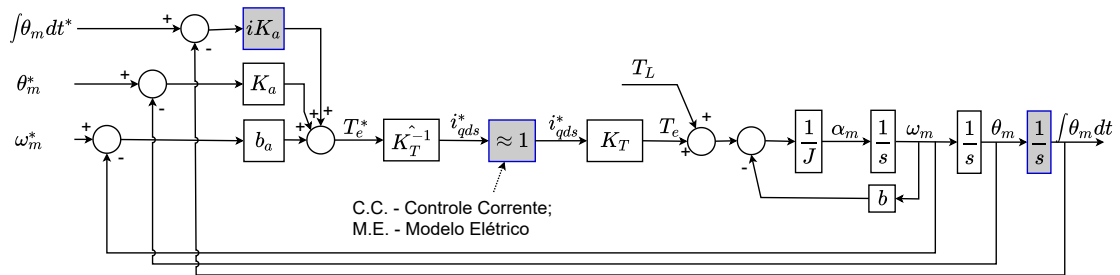
topologia de controle sempre irá alterar as bandas de frequência do controlador e planta, Sendo assim, um compromisso entre esses fatores sempre será de responsabilidade do projetista.

Nota-se por fim, que a assíntota representada por  $s^2 J_p$  se mantém constante uma vez que a topologia mostrada na Figura 36 não permite que seja inserido algum ganho diretamente na inércia do sistema. Essa oportunidade será melhor explorada nas outras topologias propostas nesse capítulo.

## 5.2 CONTROLE VELOCIDADE - MODELO B

Como já exposto anteriormente, o modelo B trata-se de uma expansão do modelo A já apresentado e discutido na seção 5.1. Pode-se observar na Figura 39 a alteração proposta em relação àquela da Figura 36. Nota-se que a nova topologia proposta apresenta realimentação do estado da integral da posição  $\theta_m$  além da própria posição  $\theta_m$  e a velocidade  $\omega_m$ . Essa adição de um novo estado nas realimentações naturalmente gera um ganho adicional, definido aqui como  $iK_a$ .

Figura 39 – Controle PI de velocidade com topologia adaptada



Fonte: Próprio autor.

Essa adição de termo (5.2), levando a seguinte expressão de rigidez dinâmica para o modelo B

$$\frac{T_L}{\theta_m}(s) = \frac{iK_a}{s} + K_a + s(b_a + b_p) + s^2 J_p. \quad (5.3)$$

Percebe-se que a nova variável  $iK_a$  está associada a uma integral, que faz o termo aumentar conforme a frequência diminui. Essa característica permite adicionar mais uma assíntota na região de baixas frequências da rigidez dinâmica, com a reta  $iK_a/s$ .

Para se definir o valor desse novo ganho  $iK_a$ , pode-se observar novamente a Figura 38, onde é ilustrada a rigidez dinâmica do controlador modelo A. Nota-se que a rigidez dinâmica para frequências abaixo de  $0.1\text{Hz}$  não é significativa. Consequentemente, existe a oportunidade de se adicionar mais rigidez para frequências menores que  $0.1\text{Hz}$ .

Calculando  $iK_a$  para a frequência estabelecida, basta igualar o valor da sua assíntota com a reta

$$iK_a = 2\pi f K_a = 2\pi \cdot 0,1 \cdot 1,1809 = 0,7419. \quad (5.4)$$

Lembrando que o termo  $2\pi$  é usado para conversão de unidade de *rad* para *Hz*. Com os novos ganhos, os zeros da função rigidez dinâmica estão agora localizados em

$$z_1 = -1,4817 + 0,0000i, \quad (5.5)$$

$$z_2 = -0,0549 + 0,0476i, \quad (5.6)$$

$$z_3 = -0,0549 - 0,0476i. \quad (5.7)$$

Lembrando que esses zeros são numericamente iguais aos polos da função  $\theta_m/\theta_m^*(s)$ . Assim, estes polos apresentam as seguintes frequências de corte

$$f_1 = 0,1000Hz \quad (5.8)$$

$$f_2 = 1,5084Hz \quad (5.9)$$

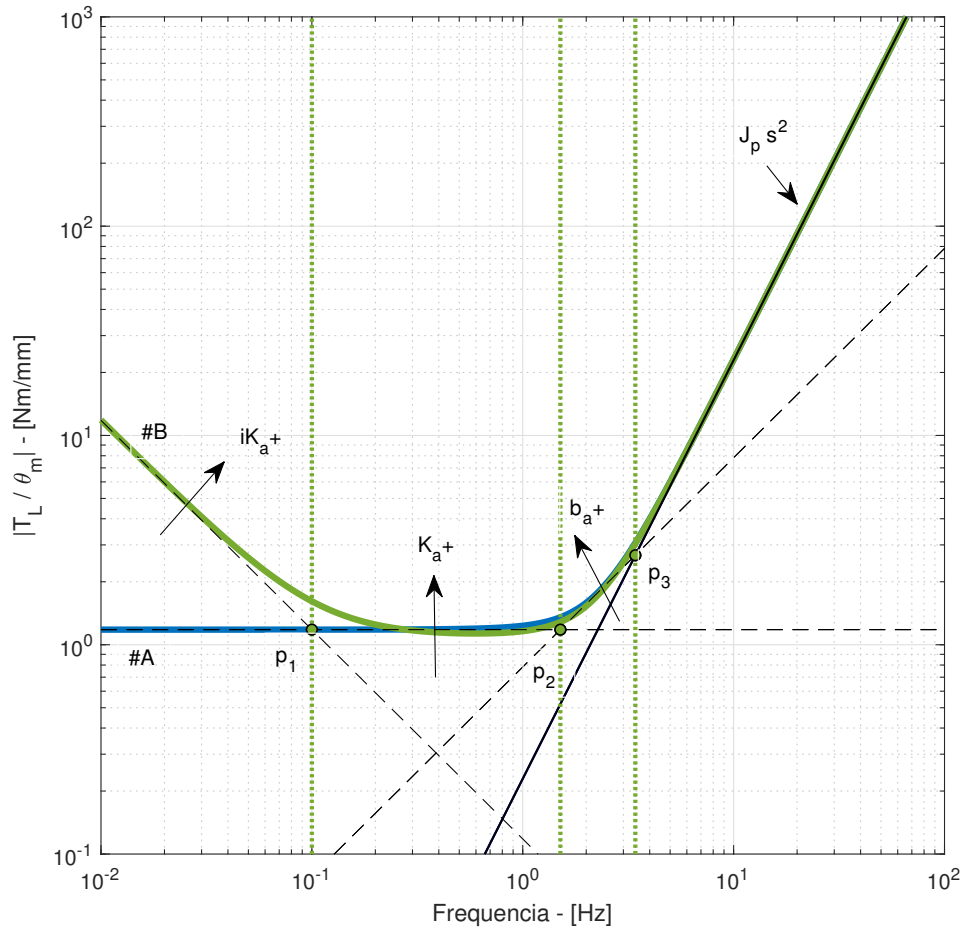
$$f_3 = 3,4191Hz \quad (5.10)$$

Todas essas informações podem ser vistas na Figura 40, onde a rigidez dinâmica de (5.3) é plotada e representada pela curva #B. Pode-se também observar que a rigidez dinâmica do controlador modelo A também é plotada para fins de comparação e identificada como #A.

Observa-se que o valor rebatido no eixo da abscissa dos pontos  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são exatamente as frequências de corte já apresentadas. Como esperado, a adição do termo  $iK_a$  aumenta a rigidez dinâmica para baixas frequências, sendo que o cruzamento das retas  $iK_a/s$  e  $K_a$  se dá exatamente na frequência de  $0.1Hz$  conforme calculado.

Nota-se ainda que seria possível aumentar a rigidez dinâmica aumentando os valores dos ganhos do controlador. Essa ação resultaria nas assíntotas se moverem na direção da seta mostrada na Figura 40. Contudo é interessante analisar que isso alteraria também os polos e por conseguinte, as frequências de corte do sistema. Com o aumento proporcional dos ganhos, o polo de velocidade representado por  $p_3$  irá se mover para a direita, aumentando o valor da sua frequência de corte. De forma inversa, se os ganhos fossem diminuídos as assíntotas iriam se mover no sentido contrário ao da seta. Apesar dessa atitude diminuir as frequências de corte dos polos, sua rigidez dinâmica seria afetada negativamente. Esse compromisso entre largura de banda necessária e rigidez dinâmica sempre ficará a cargo do desenvolvedor do controle se topologias como o modelo A ou modelo B forem adotadas.

Figura 40 – Rigidez dinâmica para PI de velocidade com integral de posição



Fonte: Próprio autor.

Repete-se aqui os ganhos  $iK_a$  calculados nessa seção, assim como os ganhos  $K_a$  e  $b_a$  já definidos na seção 5.1.

$$iK_a = 0,7419 \left[ \frac{N}{m \cdot s} \right], \quad (5.11)$$

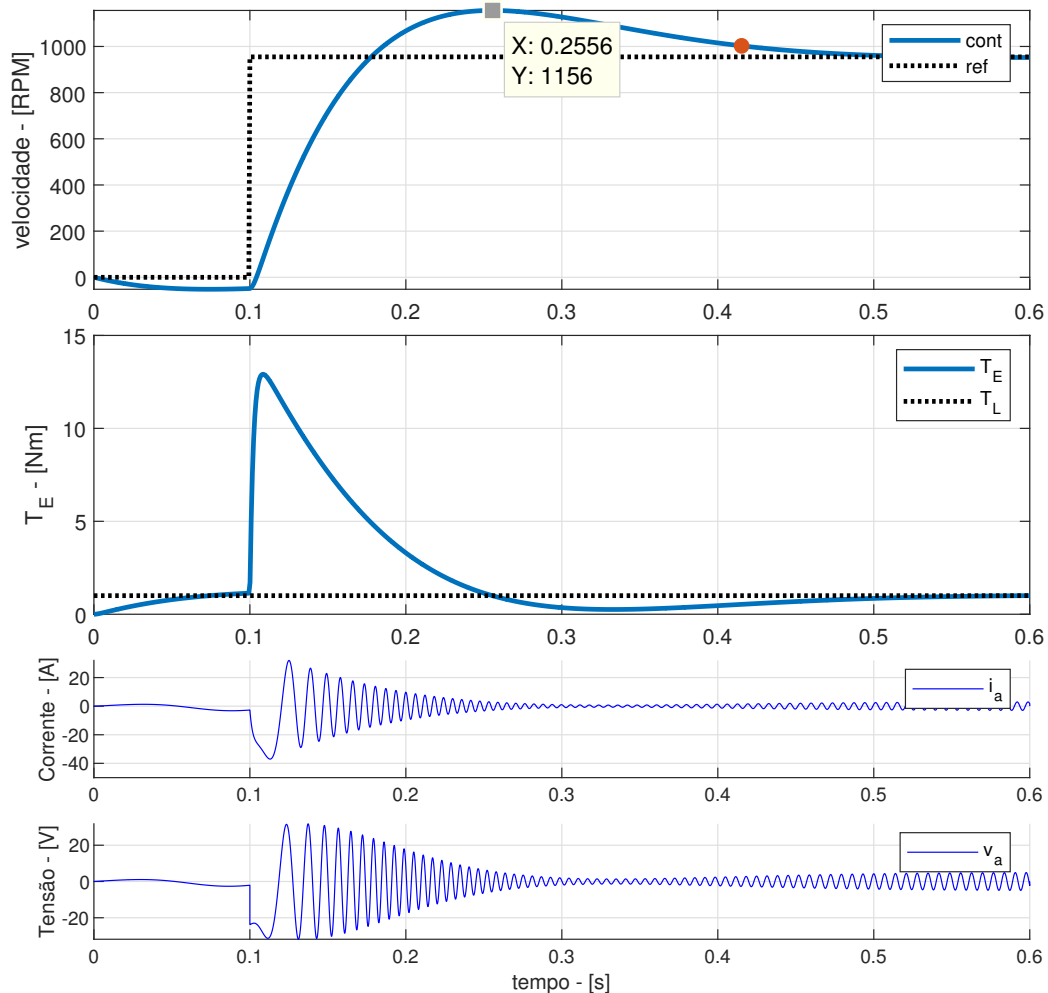
$$K_a = 1,1809 \left[ \frac{N}{m} \right], \quad (5.12)$$

$$b_a = 0,01246 \left[ \frac{N \cdot s}{m} \right]. \quad (5.13)$$

A resposta no tempo com do controlador modelo B pode ser vista na Figura 41 para as mesmas excitações simuladas na seção 5.1. Pode-se notar que houve pouco impacto na resposta no tempo com a adição de  $iK_a$ . O total de energia gasto calculado pela simulação foi de  $90.5856J$ , o que apresentou uma diferença insignificante quando comparada ao controlador mo-

delo A. Além disso, *overshoot* e tempo de acomodação se mantiveram praticamente idênticos aos vistos na Figura 37.

Figura 41 – Resposta do tempo do controlador B



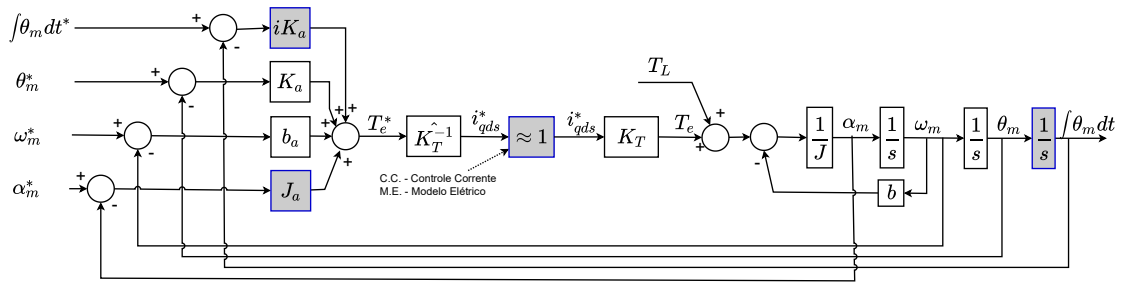
Fonte: Próprio autor.

Por fim, o controlador modelo B não apresentou diferença substancial na sua resposta no tempo nem no seu total de energia consumida. Contudo, o controlador tende a demonstrar mais robustez para distúrbios no torque de carga  $T_L$  em baixas frequências. Quando a característica da situação exigir, essa técnica pode atenuar esse tipo de distúrbio. A adição do termo  $iK_a$  ainda apresentará outras vantagens conforme será explorado na seção 5.3. Com ela será possível deslocar toda a curva de rigidez dinâmica de forma a manter a frequência de corte dos polos constantes.

### 5.3 CONTROLE VELOCIDADE - MODELO C

Pode-se ainda alterar a topologia vista na Figura 39 mais uma vez para que mais um ganho ativo seja incluído. Essa alteração também é proposta por Schmidt e Lorenz (1992) e Lorenz, Lipo e Novotny (1994), onde análises semelhantes são discutidas. Assim, a Figura 42 apresenta uma modificação incluindo o termo  $J_a$ , que atua no erro da aceleração do motor. É notório lembrar ao leitor que sensores para aceleração não são comuns nem comercialmente viáveis em motores de baixo custo, portanto, seria necessário o desenvolvimento de um observador conforme visto em Lorenz e Patten (1988). Esse desenvolvimento do observador de aceleração não será abordado no texto. De certa forma,  $J_a$  pode ser considerado como uma inércia ativa adicionada ao controlador. Essa adição não gera nenhuma perda de energia adicional para a planta, uma vez que seus valores são virtuais e não representam massa adicional aplicada ao motor.

Figura 42 – Topologia do controle tipo C.



Fonte: Próprio autor.

Com a adição de  $J_a$ , adiciona-se também um novo grau de liberdade na curva de rigidez dinâmica. Sua nova função de rigidez dinâmica fica definida como:

$$\frac{T_L}{\theta_m}(s) = \frac{iK_a}{s} + K_a + s(b_a + b_p) + s^2(J_p + J_a). \quad (5.14)$$

Com isso, agora é possível elevar toda a curva sem alterar as frequência de cortes. Em outras palavras, podemos aumentar a rigidez dinâmica em todo o espectro da curva sem que as bandas de frequência sejam afetadas.

Com esse grau de liberdade extra, fica a critério do desenvolvedor definir o aumento no nível de rigidez necessária. É razoável considerar um aumento de 10 vezes na curva original para o modelo adotado nesse texto. Contudo, níveis maiores ou menores podem ser explorados, uma vez que as larguras de bandas não serão afetadas. Para definição dos novos ganhos, a forma mais intuitiva é começar pelo ganho  $K_a$  e calcular os outros ganhos:  $iK_a$ ,  $b_a$  e  $J_a$ .

Portanto, o novo ganho  $K_a$  deverá ser:

$$K_a = 10 \cdot 1,1809 = 11,8090 \left[ \frac{N}{m} \right]. \quad (5.15)$$

Assim, segue-se a redefinição dos ganhos restantes baseados no valor de  $K_a$  e mantendo as frequências de corte já demonstradas na seção 5.2. Para o ganho  $iK_a$ , basta cruzar as assíntotas  $iK_a/s$  e  $K_a$  aplicando-se a frequência de  $0,1Hz$  desejada em  $s$

$$iK_a = 2\pi f K_a = 2\pi \cdot 0,1 \cdot 11,8090 = 7,4198 \left[ \frac{N}{m \cdot s} \right]. \quad (5.16)$$

De forma semelhante, o cálculo de  $b_a$  advém quando as assíntotas  $K_a$  e  $s(b_a + b_p)$  são igualadas com frequência igual a  $1,5Hz$

$$b_a = \frac{K_a}{2\pi f} = \frac{7,4198}{2\pi \cdot 1,5} = 1,2530 \left[ \frac{N \cdot s}{m} \right] \quad (5.17)$$

Por fim, calcula-se  $J_a$  no cruzamento das assíntotas  $s^2(J_a + J_p)$  e  $s(b_a + b_p)$  com frequência aplicada de  $3,4Hz$

$$J_a = \frac{b_a}{2\pi f} - J_p = \frac{1,2530}{2\pi \cdot 3,4} - 0,0058 = 0,0529 \left[ \frac{kg}{m^2} \right] \quad (5.18)$$

Deve-se ter um cuidado especial para a definição da variável  $J_a$ , uma vez que apesar de não representar uma unidade física embutida no motor, os efeitos adicionados por essa variável são refletidos na velocidade real do motor. Portanto, quanto maior a inércia ativa, menor o torque máximo aplicado para se chegar a velocidade desejada pois a planta está "percebendo" uma inércia maior.

Com os novos ganhos definidos, têm-se novos polos de  $\theta_m/\theta_m^*(s)$  ou zeros de  $T_L/\theta_m(s)$

$$z_1 = -1,4811 + 0,0000i \quad (5.19)$$

$$z_2 = -0,0552 + 0,0479i \quad (5.20)$$

$$z_3 = -0,0552 - 0,0479i \quad (5.21)$$

O leitor pode perceber que os polos aqui apresentados são exatamente os mesmos vistos na seção anterior, mesmo depois dos novos cálculos de ganhos. Evidencia-se mais uma vez o aumento de rigidez dinâmica por todo o espectro de frequência sem alteração nos polos e bandas de frequência. E como desejado, as frequências de corte se mantêm similares as vistas na seção 5.2.

A Figura 43 ilustra a rigidez dinâmica de (5.14) com os novos ganho aplicados, identificados pela curva #C. Para efeitos de comparação, foram mantidas as curvas #A e #B das seções anteriores. Torna-se evidente nessa representação como a curva #C se deslocou verticalmente,

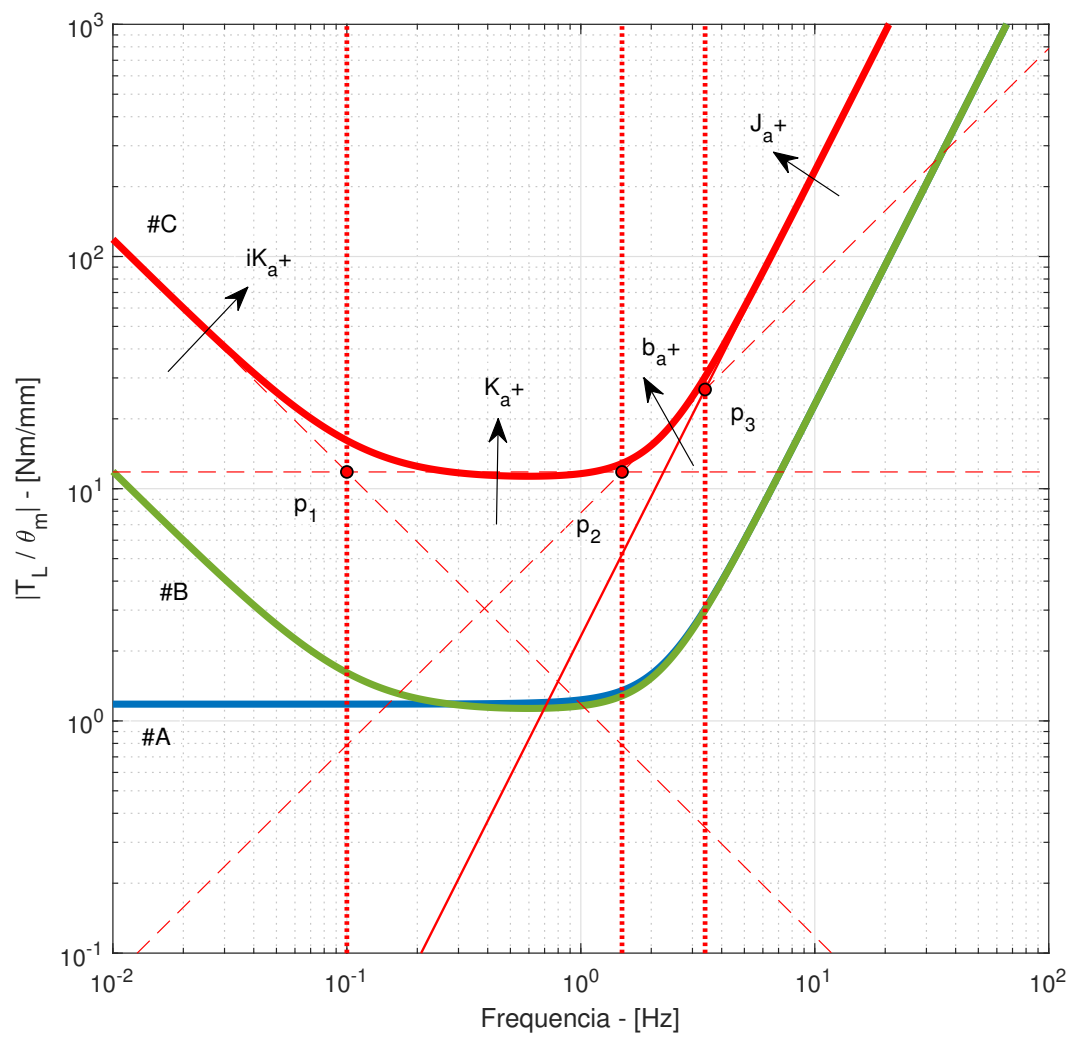
mantendo sua forma igual à #B sem afetar as frequências de corte. Como já abordado anteriormente, o desenvolvedor do controle pode optar por aumentar ainda mais a rigidez dinâmica do sistema incrementando os valores dos ganhos conforme a indicação da seta na Figura 43. Essa ação pode ser feita sempre respeitando as frequências de corte até o limite em que a assíntota  $K_a$  ainda seja maior que o cruzamento das assíntotas  $iK_a/s$  e  $s(b_a + b_p)$ . Nesse ponto o sistema muda de característica, e uma nova análise deverá ser feita para entender o comportamento dos polos. Essa mesma descaracterização do sistema ocorre no limite quando a assíntota  $s^2(J_a + J_p)$  começa a se cruzar com  $K_a$  ao invés de  $s(b_a + b_p)$ . De forma inversa, se os ganhos forem decrementados no sentido inverso às setas representadas na Figura 43, situações similares podem acontecer. Portanto, as análises apresentadas nessa seção são limitadas aos casos acima citados. Porém, ainda é válido afirmar que em todos os casos os ganhos incrementaram a rigidez dinâmica do sistema em todo o espectro. O leitor só deve se atentar aos efeitos que esse aumento de ganho indiscriminado levará aos polos e bandas de frequência do controlador aplicado na planta.

A resposta no tempo pode ser vista na Figura 44. Conforme já esperado, a resposta no tempo se mantém bastante similar aos dois modelos anteriores. Valores de *overshoot* assim como tempo de acomodação são semelhantes aos já ilustrados nas Figuras 37 e 41. Contudo, a energia calculada se mostrou substancialmente menor que os outros dois modelos, com um valor de 81,2326J. Resultado de uma maior absorção do distúrbio exigido pelo torque elétrico  $T_E$  quando o degrau de velocidade  $\omega_m^*$  foi inserido na simulação.

Uma energia menor para uma mesma excitação já poderia ser considerada vantagem clara na adoção da topologia C de controlador de velocidade. Contudo, as vantagens da adoção da topologia demonstradas e analisadas nessa seção vão além. Tem-se uma técnica de definição dos ganhos do controlador por unidades físicas e em função de parâmetros que podem ser medidos em laboratório. Além disso, é um desenvolvimento orientado a robustez do sistema a distúrbios desde as fases iniciais do controlador. Ao invés de projetar os ganhos do controlador e, só na fase final do desenvolvimento validar sua robustez, o responsável pelo desenvolvimento do controlador pode definir níveis de robustez nas fases iniciais enquanto projeta os ganhos. De certa forma, trata-se de um desenvolvimento mais eficaz e previsível.

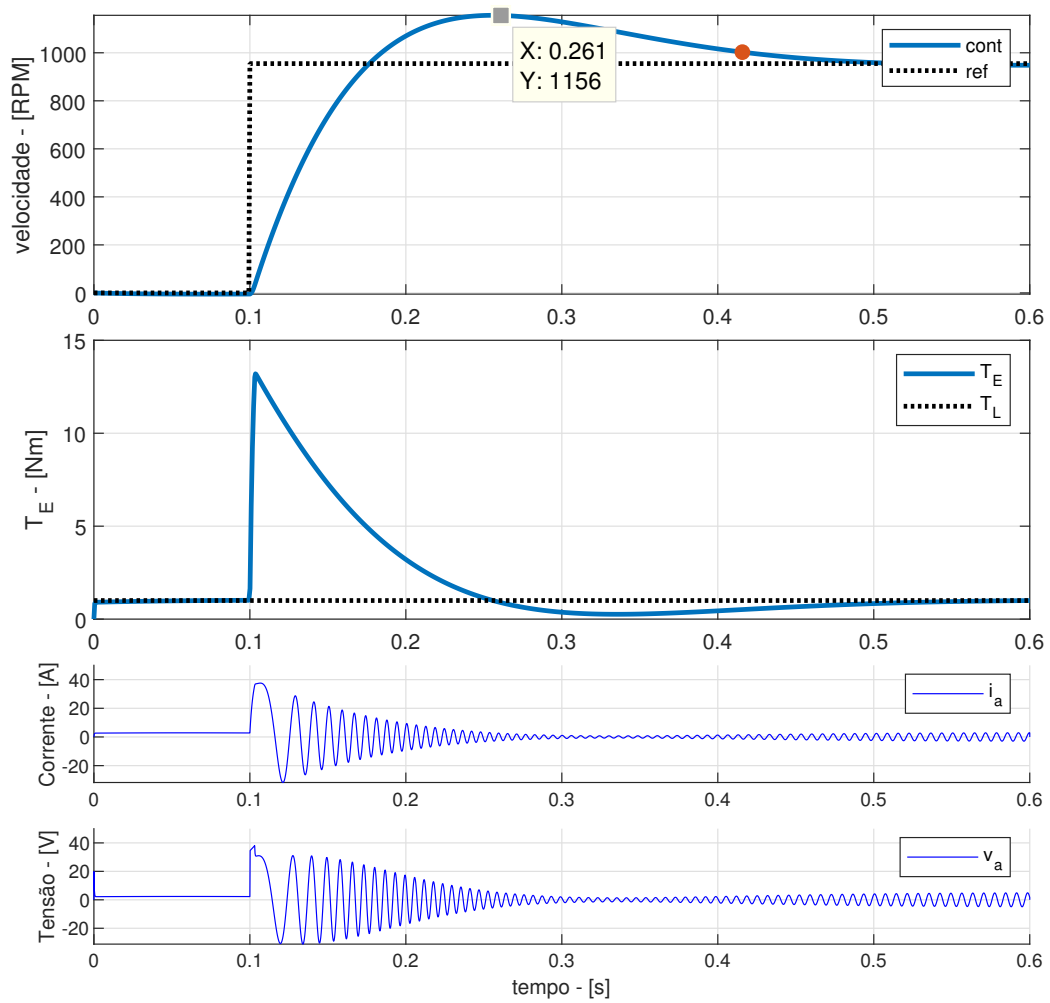
No próximo capítulo, serão mostradas de forma mais clara as vantagens da topologia apresentada, através de comparações e simulações específicas com o intuito de se evidenciar o papel da robustez em cada uma das topologias discutidas.

Figura 43 – Rigidez dinâmica do controlador C



Fonte: Próprio autor.

Figura 44 – Resposta no tempo do controlador C



Fonte: Próprio autor.

## 6 COMPARAÇÃO DOS CONTROLES EM TERMOS DE ENERGIA

Considerando os resultados obtidos no capítulo anterior, apesar das diferentes topologias e ganhos apresentados para os três controladores propostos, a resposta no tempo de ambos para um entrada do tipo degrau com valor  $100\text{rad/s}$  é muito similar, assim como a energia resultante daquela simulação específica. De certa forma essa primeira impressão pode causar ao leitor uma certa sensação de irrelevância em todo o desenvolvimento da técnica apresentada, uma vez que a adição de mais complexidade na topologia aparentemente resultou na mesma resposta do sistema.

Contudo, este capítulo visa evidenciar o real ganho em se utilizar a técnica do projeto orientado a robustez dinâmica do controlador. Para tanto, será feita uma comparação tanto em termos de energia utilizada por cada controlador, quanto a resposta no tempo a entradas distintas de referências de velocidade  $\omega_m$  e torque de carga  $T_L$ .

Essas comparações serão feitas em três estudos de casos:

- Estudo de caso 1: Os três controladores são submetidos a variação paramétrica. A referência de velocidade tem perfil de degraus sequenciais. O torque de carga também apresenta um perfil de degraus sequenciais;
- Estudo de caso 2: Os três controladores são submetidos a variação paramétrica. A referência de velocidade tem perfil de degraus sequenciais. O torque de carga agora apresenta um perfil senoidal, com injeção de ruídos de magnitudes e frequências específicas e constantes;
- Estudo de caso 3: Os três controladores são submetidos a variação paramétrica. A referência de velocidade tem perfil de degraus sequenciais. O torque de carga apresenta um perfil senoidal, com injeção de ruídos de magnitudes e frequências variáveis dentro um limite específico.

A variação paramétrica é um fator de suma importância para validação da robustez de um controlador a ser desenvolvido. É importante entender que, quando um motor é projetado, seu desenvolvimento e confecção sempre visam a obtenção dos valores nominais. Contudo, devido a limitações de manufatura, valores nominais não são obtidos, surgindo assim uma variação natural dos parâmetros entre um mesmo produto ou até um mesmo lote de produção. Apesar desses parâmetros sempre estarem centralizados no valor nominal originalmente projetado, eventuais desvios podem levar controladores que possuem programações fixas baseadas em parâmetros nominais a não funcionarem de forma esperada. Portanto, robustez de um controlador a variações paramétricas é sempre um fator a ser considerado no seu desenvolvimento

e validação. Assim sendo, quanto maior robustez a variação dos parâmetros fixamente programados, maior será a semelhança entre a resposta real e simulada em toda a população de plantas manufaturadas.

A comparação em termos de energia é relevante uma vez que a energia de um patinete elétrico provém de baterias contidas nele. Portanto, quanto menor a energia utilizada para uma determinada situação, maior será a autonomia do veículo. Analogamente, uma mesma autonomia fixa pode resultar em baterias menores para um controlador que venha a utilizar quantidades menores de energia comparadas a uma mesma situação.

Ao final do capítulo são evidenciadas as reais vantagens da técnica apresentada de ajuste dos controladores.

## 6.1 ESTUDO DE CASO 1

O primeiro estudo de caso em energia visa entender como a energia se comporta entre os três controladores propostos tendo seus parâmetros de simulação variados dentro de um intervalo específico. Além disso, como já exposto anteriormente, este estudo de caso usará referências de velocidade  $\omega_m$  com um perfil de vários degraus sequenciados escolhidos de forma randomizada. Adicionalmente, o torque de carga  $T_L$  também será composto por um perfil semelhante ao de  $\omega_m$ , também com valores definidos de forma randômica. Esses perfis foram escolhidos para o estudo de caso 1 por serem facilmente vistos em diversas literaturas como um *benchmark*<sup>1</sup> de qualidade e consolidação dos controladores desenvolvidos. Seções futuras pretendem investigar se esses *benchmarks* realmente são consistentes quando comparados a perfis distintos de torque de carga.

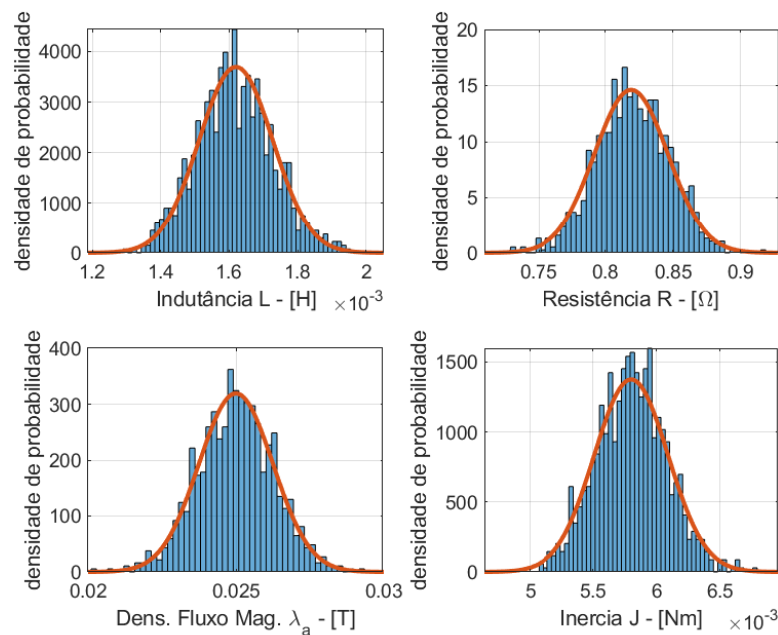
Para se chegar aos resultados expostos nesta e nas próximas seções em termos de distribuição e comparação de energia, fez-se uso de técnica baseada em Monte Carlo como amplamente exposto em Robert e Casella (2004). Basicamente, cada controlador proposto (A, B e C) foi simulado 1000 vezes para uma dada velocidade referência  $\omega_m$  com torque de carga  $T_L$  mantidos idênticos ao longo de cada simulação. Porém, em cada simulação, os parâmetros  $R$ ,  $L$ ,  $\lambda_a$  e  $J$  são mudados respeitando uma distribuição definida pela densidade de probabilidade vista na Figura 45.

Essas densidades de probabilidade respeitam uma distribuição normal, com valores de desvios padrões  $\sigma$  e médias  $\mu$  expostos na Tabela 3. Nota-se que os valores de desvios padrões foram definidos de tal forma que para uma distribuição normal, o valor de  $\pm 3\sigma$  respeite a percentagem de erro indicada na última coluna da Tabela 3.

---

<sup>1</sup> *Benchmark* é uma referência usada para avaliar resultados de um experimento

Figura 45 – Densidade de probabilidade dos parâmetros utilizados na simulação de Monte Carlo.



Fonte: Próprio autor.

Tabela 3 – Parâmetros utilizados para simulação de Monte Carlo

| parâmetro   | unidade  | $\mu$   | $\sigma$ | $3\sigma$ | +/- % do parâmetro em $3\sigma$ |
|-------------|----------|---------|----------|-----------|---------------------------------|
| L           | H        | 1,62e-3 | 1,08e-4  | 3,24e-4   | 20                              |
| R           | $\Omega$ | 0,819   | 0,0273   | 0,0819    | 10                              |
| $\lambda_a$ | T        | 0,025   | 0,0013   | 0,0037    | 15                              |
| J           | $Kgm^2$  | 0,0058  | 2,9e-4   | 8,7e-4    | 15                              |

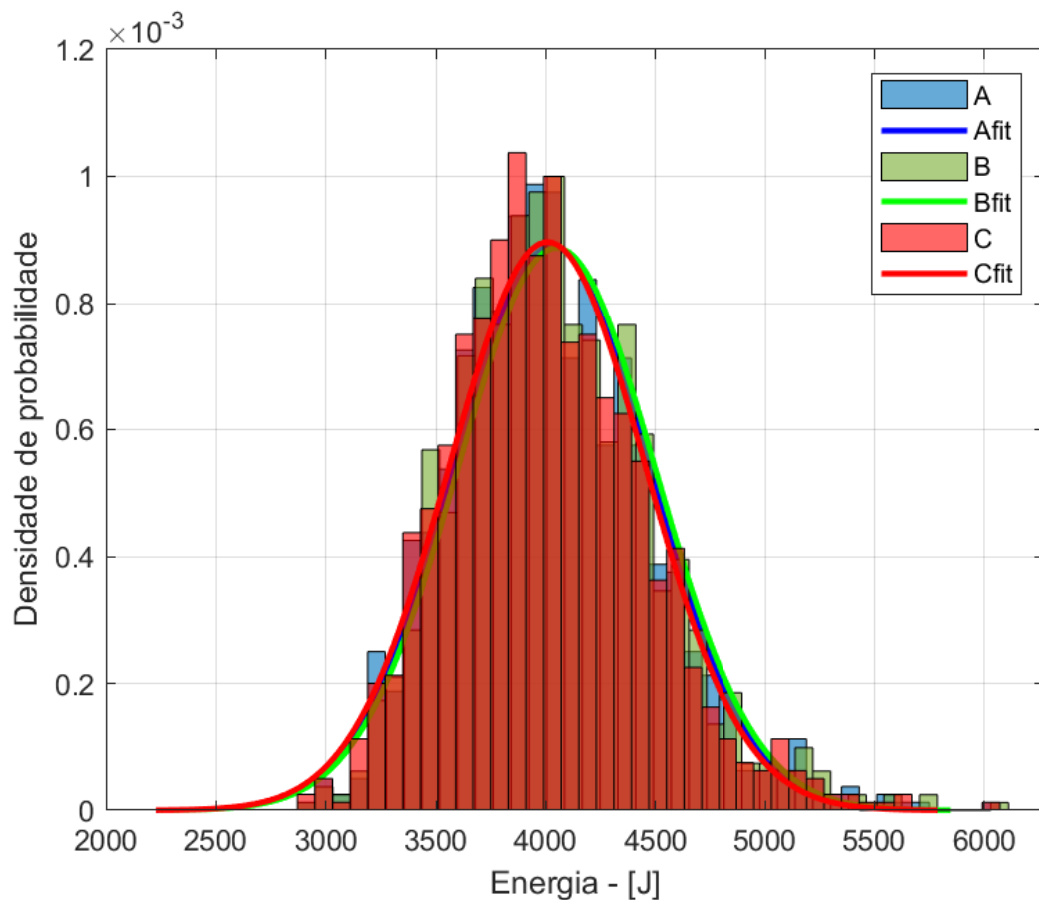
Fonte: Elaborado pelo autor, 2019.

Ao término de cada uma dessas simulações, a energia é calculada e salva em memória. Ao término das 1000 simulações, um histograma da distribuição da energia consumida de cada controlador pode ser finalmente plotada para que comparações possam ser feitas de forma gráfica. Adicionalmente, pode-se calcular a média e o desvio padrão dos resultados de energia de cada controlador para comparação numérica e entendimento da dispersão de energia.

Assim sendo, o resultado final das simulações e compilação de dados podem ser vistos na Figura 46 para o estudo de caso 1. Já os valores médios e de desvio padrão calculados para esta mesma simulação são expressos na Tabela 4.

Tanto as análises visuais da Figura 46 quanto as análises quantitativas da Tabela 4 apontam uma pequena diferença nos resultados. De fato, o controlador C utiliza uma quantidade menor de energia comparado aos controladores A e B quando aplicados para uma mesma referência de velocidade e um torque de carga. Contudo, tanto a diferença na média total de energia quanto seus desvios padrões não justificariam por si só a adoção de um controlador de

Figura 46 – Comparação da densidade de probabilidade da energia dos três controladores resultante da simulação Monte Carlo para estudo de caso 1.



Fonte: Próprio autor.

Tabela 4 – Médias e desvios padrões para as diversas energias resultantes do estudo de caso 1.

| controlador | média  | desvio padrão |
|-------------|--------|---------------|
| A           | 4028,9 | 448,54        |
| B           | 4049,1 | 449,67        |
| C           | 4007,8 | 444,98        |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

topologia mais complexa. Observa-se pela Tabela 4 que a média de energia do controlador C, quando comparada aos controladores A e B, é menor que 1%. Nota-se ainda que nem mesmo a dispersão, representada pelo desvio médio dos resultados da simulação, se mantém menor.

Portanto, em termos de energia, todos os três controladores tem desempenhos semelhantes perante as variações paramétricas propostas na Tabela 3. De forma semelhante, o desvio médio também é pouco afetado pela variação paramétrica imposta.

Essa linha de pensamento é corroborada quando analisa-se a resposta no tempo dos três controladores para parâmetros nominais que pode ser vista na Figura 47. Esta figura expressa em detalhes qual a referência de velocidade e aplicação de torque de carga foram usadas em

cada passo da simulação. Ao observar a Figura 47, nota-se que as velocidades e torques do motor simulado são similares ao longo do tempo. Esta similaridade é refletida em potências similares ao longo do tempo que finalmente culminam em energia finais semelhantes.

Analisando-se ainda a resposta no tempo da Figura 47, o leitor pode perceber que a fonte da diferença vista na comparação dos diversos controladores, advém do impacto na velocidade  $\omega_m$  quando existe uma variação abrupta de torque enquanto a velocidade de referência se mantém constante. Essa situação ocorre com os controladores A e B, e é quase inexistente no controlador C. A característica que proporciona esse comportamento específico do controlador C é explicada pela sua topologia, que permite a adição do fator  $J_a$ , que como já discutido anteriormente, pode ser entendido como uma inércia extra adicionada ao sistema. Naturalmente, um sistema que possua mais inércia é mais robusto a variação de carga. Analogamente, é como se o sistema possuísse mais inércia, porém adicionado de forma virtual pela variável  $J_a$ , com a vantagem de não estar de fato adicionando massa ao motor.

Do ponto de vista de desempenho, essa característica de robustez a variação de carga é um ponto positivo para o controlador C. É interessante que não seja refletido na velocidade do motor uma inserção abrupta de torque, causando ao usuário um desconforto natural na aceleração do veículo. Além do mais, proporcionando ao patinete utilizar praticamente o mesmo nível de energia.

De forma geral, para perturbações do tipo degrau os controladores A, B e C têm desempenho de forma bastante similares quando submetidos a motores com variações paramétricas. As próximas seções investigarão se esse comportamento persiste quando submetidos a perfis de perturbações diferentes do tipo degrau.

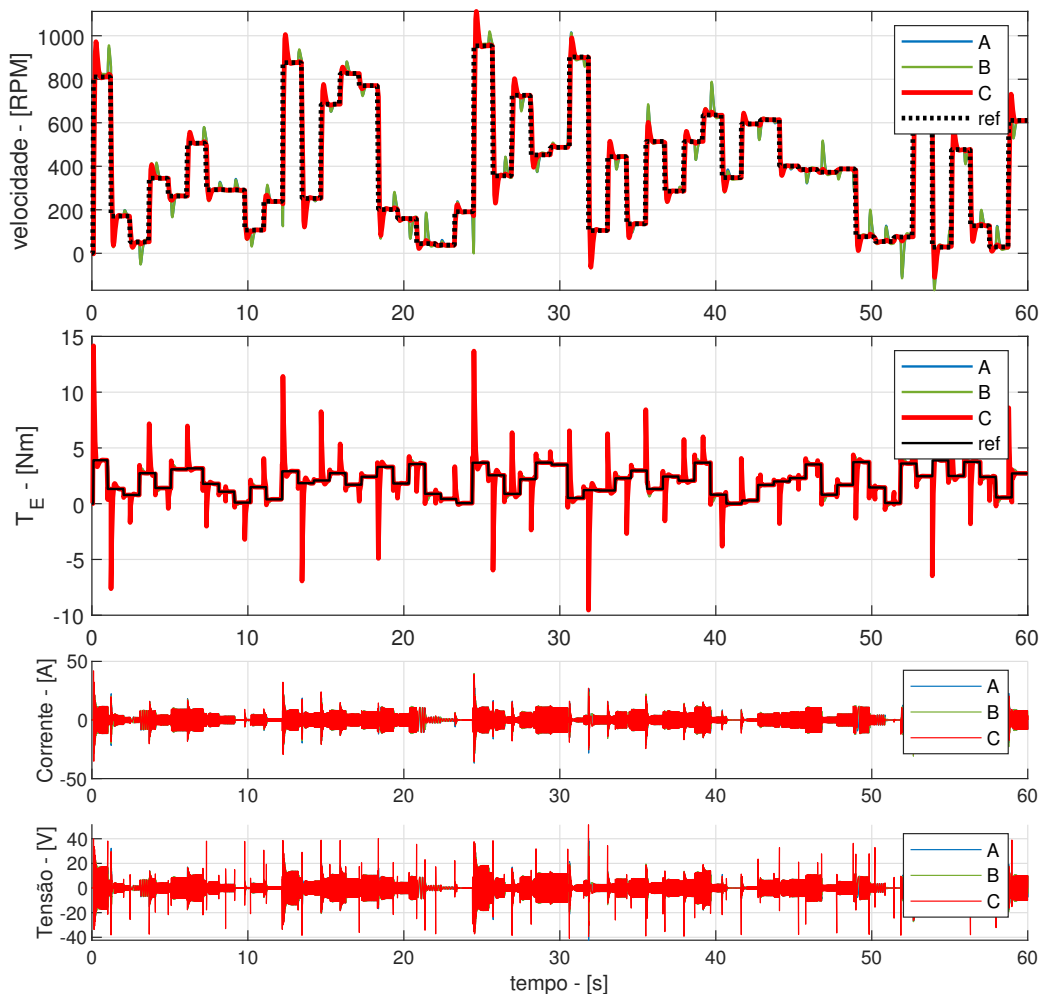
## 6.2 ESTUDO DE CASO 2

Novamente busca-se analisar e comparar a distribuição de energia dos três controladores propostos submetidos a variação paramétrica dos motores. Essa variação será a mesma do estudo de caso 1, respeitando a distribuição de probabilidade ilustradas na Figura 45 com os valores da Tabela 3.

Para o estudo de caso 2, também foi mantida a mesma referência de velocidade  $\omega_m$  do estudo de caso 1. Contudo, a diferença nesse estudo de caso reside na aplicação de um torque de carga  $T_L$  com perfil senoidal com um ruído específico inserido ao longo do tempo. O torque  $T_L$  pode ser expresso no tempo por (6.1).

$$T_L(t) = 1,5 + 5 \sin(2\pi 2t) + 0,8 \cos(2\pi 0,5t) + 0,5 \sin(2\pi 15t) + 0,5 \cos(2\pi 50t) \quad (6.1)$$

Figura 47 – Comparação da resposta no tempo dos três controladores para estudo de caso 1.



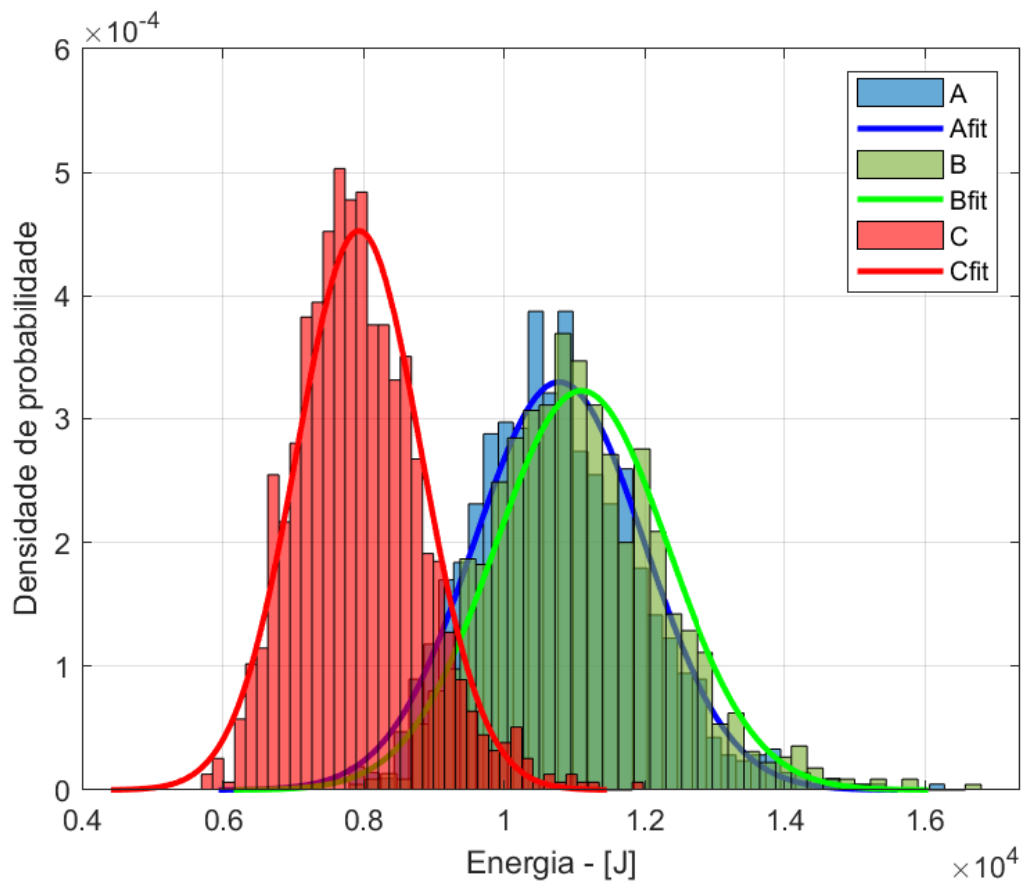
Fonte: Próprio autor.

Esse perfil de torque foi pensado para se obter uma carga senoidal no motor com inserções específicas em algumas frequências para forçar um estresse que fosse refletido na velocidade.

A mesma simulação baseada na técnica de Monte Carlo é utilizada nesse estudo de caso, com 1000 simulações distintas para cada controlador mantendo sempre as mesmas referências de  $\omega_m$  e submetidos ao mesmo  $T_L$ . O resultado de simulação dos três controladores está compilado no histograma representado na Figura 48. Para complementar, as análises numéricas dos valores médios e desvios padrões da simulação podem ser vistas na Tabela 5.

Agora o leitor pode observar uma diferença nítida entre o controlador C e os demais. Claramente a distribuição das diversas energias resultantes da simulação do controlador C estão deslocadas, indicando que para grande parte dos casos simulados este controlador em específico gasta substancialmente menos energia. Torna-se interessante também notar que existe uma

Figura 48 – Comparação da densidade de probabilidade da energia dos três controladores resultante da simulação Monte Carlo para estudo de caso 2.



Fonte: Próprio autor.

área comum entre as três distribuições apresentadas no histograma da Figura 48. Essa região representa casos onde o controlador C esteve com parâmetros não favoráveis em termos de energia gasta, enquanto A e B possuíram parâmetros de motores mais favoráveis em termos de energia.

Em outras palavras, se o controlador A ou B fosse implementado em uma população de de motores manufaturados  $P$ , uma pequena parcela  $p_1$  de motores com parâmetros específicos até poderia desempenhar melhor em termos de energia do que uma parcela de quantidade equivalente quando aplicada ao controlador C. Contudo, essa mesma parcela  $p_1$  ainda teria um desempenho de menor energia se fosse aplicada ao controlador C. Ou seja, mesmo nos casos em que os parâmetros de motor levam a situações do controlador C piores, se esses mesmos parâmetros fossem aplicados aos controladores A ou B, a resposta em energia desse conjunto seria maior.

Essas conclusões podem também ser obtidas ao analisar a Tabela 5 que apresenta esses mesmo resultados, porém numericamente expressos em média e desvio padrão. Em termos de média de energia nas diversas simulações, novamente o controlador C destoa dos demais. En-

Tabela 5 – Médias e desvios padrões para as diversas energias resultantes do estudo de caso 2.

| controlador | média  | desvio padrao |
|-------------|--------|---------------|
| A           | 10784  | 1210,4        |
| B           | 11103  | 1236,8        |
| C           | 7938,0 | 881,4         |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

quanto a diferenças entre controladores A e B é da ordem de menos de 1%, o controlador C, em média, gasta em torno de 71% da energia média do controlador B. Esse gasto substancialmente menor de energia pode ser perfeitamente utilizado para uma maior autonomia do veículo. O desvio médio também é consideravelmente menor. Com uma dispersão menor, tem-se mais assertividade na autonomia do veículo, uma vez que existe chance menor de a energia de uma população  $P$  de motores estar mais distante do que foi inicialmente calculado. Esse é outro ponto que valida o fato da energia final ser mais robusta e menos sensível a variações paramétricas, mesmo para um torque de carga com elevado grau de ruído inserido.

Essa diferença substancial entre o controlador C e os demais controladores pode também ser explicada pela resposta no tempo quando apenas os valores nominais são aplicados a simulação. A Figura 49 ilustra as principais variáveis no tempo.

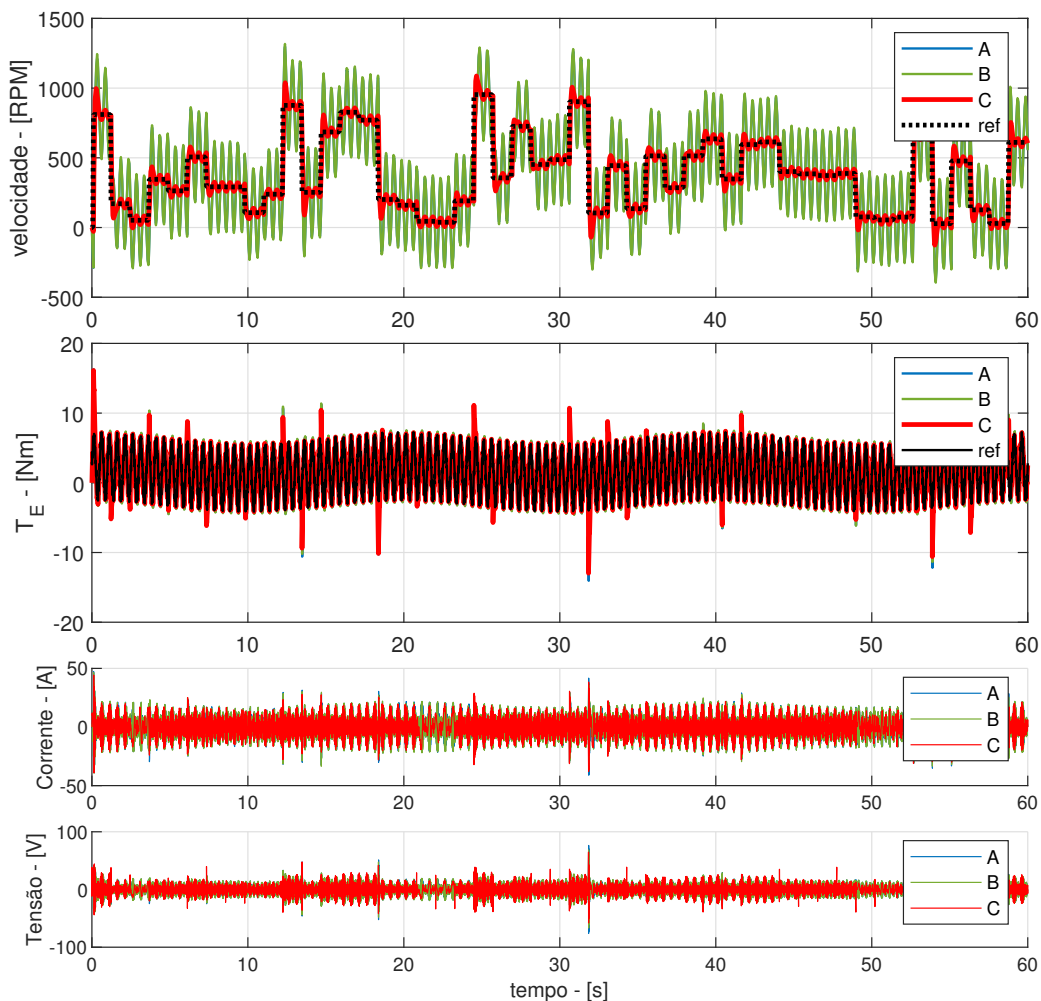
A degradação do sinal é claramente vista, uma vez que a resposta da velocidade dos controladores A e B possuem características excessivamente oscilatórias. Essa característica explica o aumento da energia, uma vez que sistema mais oscilatórios tem potências maiores no tempo resultando em uma energia acumulada final maior. Uma das vantagens inerentes do projeto orientado a robustez de variação de carga, é justamente essa considerável redução na resposta oscilatória da velocidade para torque de cargas com características de perfis oscilantes.

Uma análise mais aprofundada pode ser vista na Figura 50 que destaca os primeiros 2 segundos da Figura 49.

Percebe-se aqui que a pouca diferença entre os controladores A e B também se deve ao fato de que suas respostas no tempo são semelhantes. Adicionalmente, nota-se que a velocidade do controlador C apresenta uma acomodação rápida e inexistente nos outros controladores. Observa-se também em mais detalhes o comportamento oscilatório já discutido anteriormente. Esse comportamento não é o desejado do ponto de vista do usuário, uma vez que a sensação de desconforto é facilmente percebida pela constante aceleração e desaceleração do veículo.

Outro ponto de destaque é o comportamento do torque eletromagnético produzido  $T_E$  quando submetido ao torque de carga  $T_L$  entre os três controladores apresentados. Todos os controlados voltam basicamente no mesmo tempo a sua tendência de resposta natural quando um degrau na referência de velocidade é aplicado. Contudo, é notório que os controladores A e B possuem um atraso relevante em comparação ao controlador C na frequência fundamental

Figura 49 – Comparação da resposta no tempo dos três controladores para estudo de caso 2.



Fonte: Próprio autor.

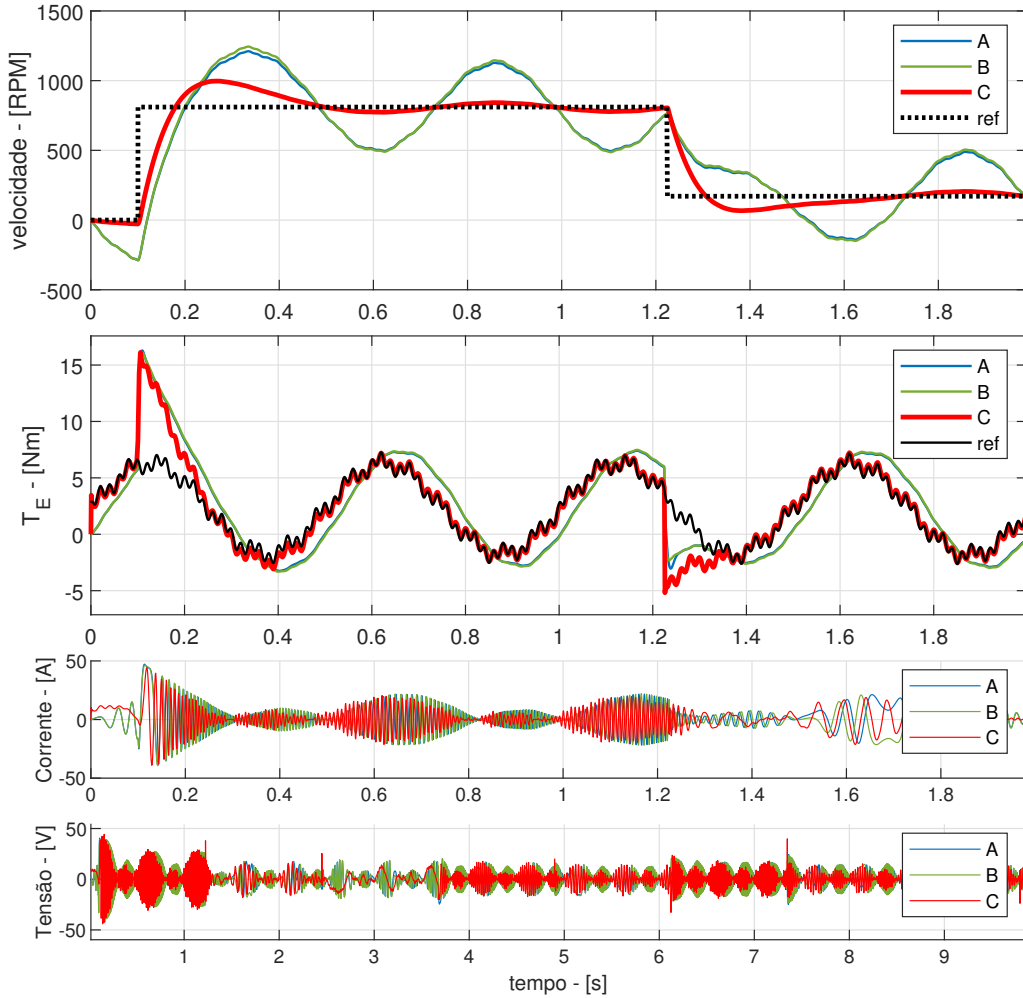
do sinal. Essa característica dos controladores A e B estarem sempre atrasados no torque para estabelecer a velocidade referência é o que leva ao comportamento oscilatório percebido.

Nota-se também a importância que reside na capacidade de rastreamento do controlador C dos ruídos de alta frequência inseridos no torque  $T_L$ . Este é o único controlador a conseguir rastrear bem o sinal imposto por  $T_L$ , mesmo nas altas frequências. Proporciona-se assim, um controle da variável de velocidade mais rápido e preciso, acomodando o sinal mais rapidamente.

Ainda pode-se observar que as envoltórias de tensão e corrente para o controlador C estão inseridas dentro das envoltórias dos controladores A e B, indicando novamente uma menor energia total utilizada.

Finalmente percebe-se que a ideia estabelecida na seção anterior é confrontada com o estudo de caso apresentado nessa seção. Observa-se que para um torque de carga com caracte-

Figura 50 – Comparação da resposta no tempo dos três controladores para estudo de caso 2 com destaque para os 2 primeiros segundos.



Fonte: Próprio autor.

ticas e ruídos oscilatórios fixos apresentado, a diferença tanto de energia como de desempenho é muito favorável ao controlador C quando comparado a A e B. Isso se torna um fato interessante a medida que geralmente as análises de topologias e controladores se limitam a entradas e perturbações em degraus. Contudo, contextos reais normalmente não podem ser simplificados a essas situações. Além disso, quando o controlador já é desenvolvido com uma orientação a sua rigidez dinâmica, a noção dessa robustez já é incluída naturalmente na fase de desenvolvimento do controlador, evitando-se assim situações como demonstradas nessa seção, em particular com os controladores A e B. Com uma perturbação de torque do tipo vista nessa seção, torna-se evidente a vantagem, tanto em níveis de desempenho como em níveis de energia, quando utilizado o controlador C.

### 6.3 ESTUDO DE CASO 3

Assim como os parâmetros do motor sofrem variação e é necessário entender como essa variação afeta o controlador e planta, o torque de carga, por mais preciso que possa ser modelado, ainda apresentará variações no seu perfil em percursos semelhantes. Portanto, o estudo de caso 3 será uma extensão do estudo de caso 2, onde mais um fonte de variação será inserida na mesma simulação de Monte Carlo, e seus efeitos analisados do ponto de vista de energia. Agora, ao invés do torque ser representado pela função fixa de (6.1), será representado por fatores que podem ser vistos em (6.2)

$$T_L(t) = a_0 + a_1 \sin(2\pi f_1 t) + a_2 \cos(2\pi f_2 t) + a_3 \sin(2\pi f_3 t) + a_4 \cos(2\pi f_4 t) \quad (6.2)$$

Esses fatores são configurados para possuir uma distribuição normal, com médias e desvios padrões vistos na Tabela 6. A representação gráfica dos fatores definidos em (6.2) não será exibida, uma vez que apresenta forma bastante semelhante ao visto na Figura 45 com distribuições gaussianas de média e desvio padrão definidas na Tabela 6.

Tabela 6 – Médias e desvios padrões para as diversas configurações de  $T_L$  utilizadas no estudo de caso 3.

| parâmetro | média | desvio padrão | unidade |
|-----------|-------|---------------|---------|
| a0        | 1.5   | 0,15          | -       |
| a1        | 5     | 0,5           | -       |
| a2        | 0,8   | 0,08          | -       |
| a3        | 0,5   | 0,05          | -       |
| a4        | 0,5   | 0,05          | -       |
| f1        | 2     | 0,01          | [Hz]    |
| f2        | 0,05  | 0,4           | [Hz]    |
| f3        | 15    | 3             | [Hz]    |
| f4        | 50    | 10            | [Hz]    |

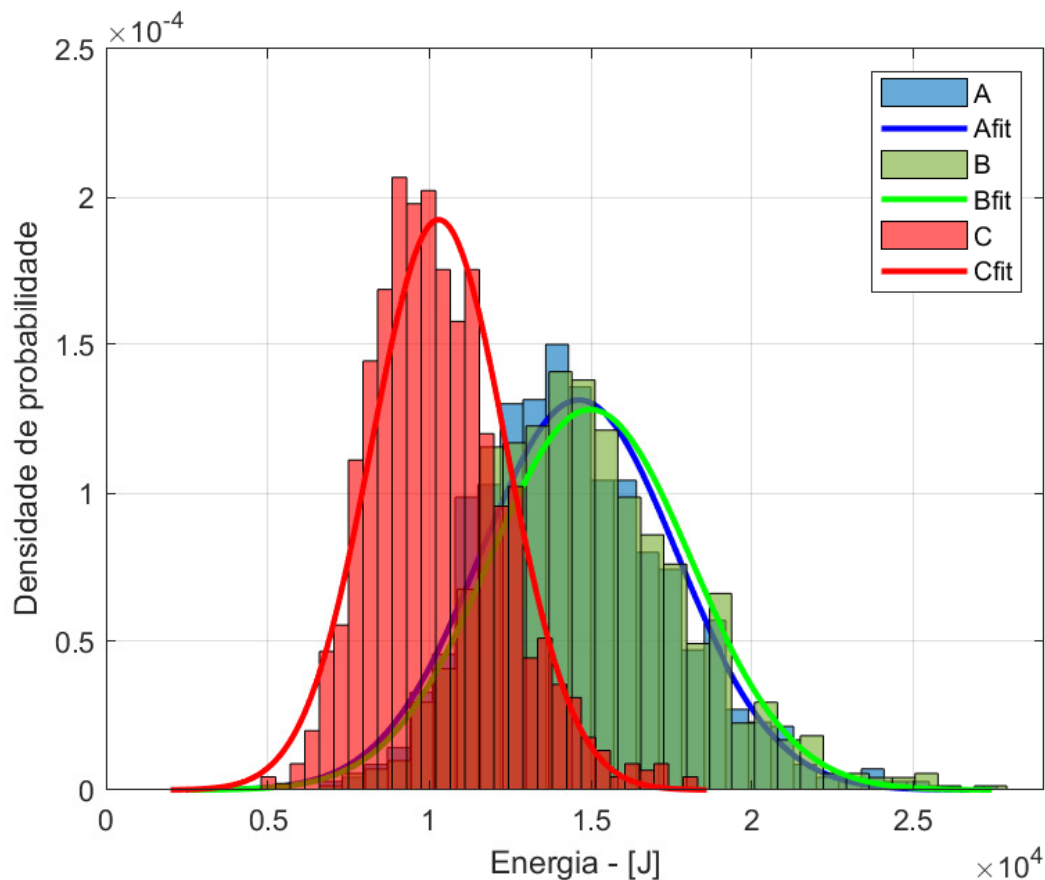
Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Essa nova forma de inserção do torque de carga  $T_L$  visa estressar ainda mais o sistema, agregando a simulação outra fonte de variação e analisando se o seu comportamento em termos de distribuição de energia se mantém válido.

As variações paramétricas referentes ao motor continuam respeitando as distribuições usadas nos estudos de caso 1 e 2. Assim como a simulação de Monte Carlo continua com um número de simulações fixados 1000.

O resultado da simulação pode ser visto no histograma da Figura 51.

Figura 51 – Comparação da densidade de probabilidade da energia dos três controladores resultante da simulação Monte Carlo para estudo de caso 3.



Fonte: Próprio autor.

Percebe-se que o comportamento geral do histograma se manteve semelhante ao do estudo de caso 2. Porém, existe uma maior proximidade entre os picos do controlador C para os controladores A e B. De fato, a inserção de uma variação a mais moveu as médias da energia, e diminuindo assim a diferença entre as três propostas.

Isto também implica em uma área sobreposta maior em comparação ao visto na Figura 48, porém com as mesmas conclusões das análises feitas no estudo de caso 2. Por mais que essa área seja maior, na mesma situação de variação de parâmetros do motor e de ruído de torque de carga, o controlador C ainda apresentará um total de energia menor que os outros dois controladores.

A Tabela 7 mostra os resultados de valores médios e desvios padrões da simulação.

Novamente é possível notar uma diferença ínfima e menor que 2% entre controladores A e B. Porém, ainda se torna claro que o controlador C utiliza em média 69% da energia do controlador A. Proporcionalmente, o controlador C ainda está usando em média menos energia que o estudo de caso 2, conforme evidenciado pela energia utilizada pelo controlador C e B da Tabela 7, quando comparados a mesma situação da Tabela 5.

Tabela 7 – Médias e desvios padrões para as diversas energias resultantes do estudo de caso 3.

| <b>controlador</b> | <b>média</b> | <b>desvio padrao</b> |
|--------------------|--------------|----------------------|
| A                  | 14625        | 3038,7               |
| B                  | 14982        | 3114,8               |
| C                  | 10293        | 2073,3               |

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

A análise do desvio padrão dos resultados também indica uma maior dispersão dos resultados em comparação ao estudo de caso 2. Esses valores de desvio padrão maiores naturalmente contribuem para uma maior área sobreposta vista na Figura 51. Contudo, o controlador C ainda continua apresentando uma menor dispersão entre todos os controladores, trazendo assim mais assertividade na determinação da energia final.

A resposta no tempo é exatamente igual a da Figura 49, uma vez que os valores médios nominais são exatamente os mesmos, tanto para os parâmetros do motor como para os parâmetros do torque  $T_L$  definido por (6.2). Portanto, considerações em energia de como as respostas para os controlares A e B são consideravelmente mais oscilatórias que C ainda permanecem válidas e são análogas nesse estudo de caso.

Por fim, nota-se que a inserção de variação no torque de carga  $T_L$  levou a resultados da simulação mais dispersos em termos de distribuição de energia, mas que mantém as mesmas características discutidas e analisadas no estudo de caso 2. Portanto, o controlador C ainda obtém vantagem perante as outras duas propostas em termos de energia gasta e desempenho obtido.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O método de comparação de motores se mostrou eficiente, pelo menos para a população de propostas estudadas. O desenvolvimento e modelo das propostas no ambiente de *software* de elementos finito trouxeram um resultado rápido e bastante relevante para a escolha do motor a ser desenvolvido. Os fatores de comparação se apresentaram suficientes para a escolha de um motor dentre os propostos, tanto para as análises com e sem excitação de corrente.

O modelo desenvolvido se mostrou satisfatório uma vez que conseguiu embutir os principais aspectos e parâmetros de maior relevância para a simulação. Apesar de outros modelos conseguirem envolver mais aspectos do motor, inclusive indo além das características eletromecânicas, a escolha do modelo ideal sempre será um compromisso entre complexidade e fidelidade dos resultados. O método para obtenção dos parâmetros se mostrou aceitável, podendo ter seu uso expandido para outros modelos de motores.

Para os controladores de corrente, foram apresentadas duas expansões a topologia clássica vista no controlador PI tradicional, sempre buscando o desacoplamento que a velocidade exerce sobre os eixos  $dq$ . Todos controladores de corrente demonstrados foram analisados além de sua usual resposta no tempo. A análise baseada na Função Resposta Frequência foi usada para entender a sensibilidade da saída do controlador a composição na frequência do sinal de entrada, e mostrou diferenças substanciais entre as propostas. Contudo, a análise de robustez dinâmica não evidenciou de forma tão substancial uma diferença entre as propostas.

O desenvolvimento dos controladores de velocidade também seguiu um caminho de expansão da topologia base de um controlador clássico PI. Contudo, as modificações feitas na topologia base buscaram sempre permitir que a rigidez dinâmica fosse aumentada para todo o espectro de frequência do controlador sem que seus polos fossem deslocados. Assim, os ganhos da nova topologia foram calculados sempre observando grandezas físicas e buscando uma maior robustez do sistema a perturbações de origem externa inseridas. Portanto, fez-se forte uso da ferramenta de análise de rigidez dinâmica no desenvolvimento do controlador de velocidade.

A simulação de Monte Carlo para comparação dos diversos controladores de velocidade desenvolvidos foi crucial para clarificar as vantagens do controlador de velocidade com inércia ativa  $J_a$ . Além de simular os efeitos em produção de grande escala, onde variação paramétrica de motores é inerente, a resposta da simulação permitiu ao leitor facilmente entender qual controlador tem uma menor resposta em energia em todas as situações apresentadas. A degradação do sinal controlado na resposta no tempo também se tornou clara entre os controladores apresentados. Adicionalmente, os vários perfis de perturbação também demonstraram o quanto a energia final da simulação pode variar em função da perturbação inserida.

## 7.1 TRABALHOS FUTUROS

Um número maior de motores a serem estudados com diferentes combinações de ranhuras e polos pode ser proposto. Através das técnicas de validação para comparação entre motores vistas nesse trabalho, outras propostas factíveis poderiam ser utilizadas para o estudo de caso podendo trazer vantagens não exploradas.

Limitações de recursos e tempo não permitiram que um motor escolhido fosse confeccionado. Resultados experimentais com o motor desenvolvido seriam relevantes para confirmação dos resultados demonstrados ao longo do texto. Portanto, trabalhos focados na validação das técnicas apresentadas seriam de grande valia para o complemento do estudo.

Para que um eventual motor desenvolvido possa vir a ser controlado de forma factível, é necessária a implementação digital do seu controle. Assim sendo, a implementação digital dos controladores desenvolvidos nesse trabalho, tanto os de corrente quanto de velocidade demonstraria a viabilidade das propostas apresentadas. Além disso, a robustez as perturbações poderiam ainda ser confrontadas com outros ruídos não modelados ao longo do texto, inerentes a qualquer planta física.

Como visto no texto, sinal de aceleração é de suma importância para que o controlador de velocidade com inercia ativa tenha um desempenho de acordo com o que foi projetado. O seu desenvolvimento não foi abordado ao longo do texto. Logo, a implementação de um observador de aceleração robusto e já embarcado no controlador digital traria um grande avanço para o estudo apresentado.

O uso das ferramentas de análise de robustez dinâmica para outros modelos de motores elétricos pode ainda trazer outros pontos de vistas, mesmo sobre controladores largamente utilizados. Portanto, comparações entre controladores já estabelecidos para outros modelos de motores e os propostos utilizando as técnicas apresentadas nesse texto poderiam levar a novos aprimoramentos.

## REFERÊNCIAS

ANSYS. **Ansys Maxwell Description**. 2020. Disponível em: <<https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-maxwell>>.

ANSYS. **Ansys Maxwell RMxprt package**. 2020. Disponível em: <<https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-rmxprt>>.

BRIZ, F.; DEGNER, M.; LORENZ, R. Dynamic analysis of current regulators for AC motors using complex vectors. In: **Conference Record of 1998 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Third IAS Annual Meeting (Cat. No.98CH36242)**. St. Louis, MO, USA: IEEE, 1998. v. 2, p. 1253–1260. ISBN 978-0-7803-4943-8. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/730306/>>.

BRIZ, F.; DEGNER, M.; LORENZ, R. Analysis and design of current regulators using complex vectors. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 36, n. 3, p. 817–825, jun. 2000. ISSN 00939994. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/845057/>>.

JAHNS, T. Getting Rare-Earth Magnets Out of EV Traction Machines: A review of the many approaches being pursued to minimize or eliminate rare-earth magnets from future EV drivetrains. **IEEE Electrification Magazine**, v. 5, n. 1, p. 6–18, mar. 2017. ISSN 2325-5897, 2325-5889. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7873383/>>.

KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. D.; KRAUSE, P. C. **Analysis of electric machinery and drive systems**. 2nd ed. ed. New York: IEEE Press, 2002. ISBN 978-0-471-14326-0.

KRISHNAN, R. **Permanent magnet synchronous and brushless DC motor drives**. Boca Raton: CRC Press/Taylor & Francis, 2010. OCLC: ocn429471841. ISBN 978-0-8247-5384-9.

LORENZ, R.; LIPO, T.; NOVOTNY, D. Motion control with induction motors. **Proceedings of the IEEE**, v. 82, n. 8, p. 1215–1240, ago. 1994. ISSN 00189219. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/301685/>>.

LORENZ, R.; PATTEN, K. V. High resolution velocity estimation for all digital, AC servo drives. In: **Conference Record of the 1988 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting**. Pittsburgh, PA, USA: IEEE, 1988. p. 363–368. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/25087/>>.

LORENZ, R. D. **Synthesis of State Variable Controllers for Industrial Servo Drivers**. Madison, Wisconsin, 1986. 6 p.

LORENZ, R. D.; LAWSON, D. B.; M.O. Lucas. **Synthesis of State Variable Controllers for High Performance Field Oriented Induction Machines Drives**. Madison, Wisconsin, 1986. 7 p.

LORENZ, R. D.; NOVOTNY, D. W. **A Control System Perspective of Field Oriented Control for AC Servo Drives**. Madison, Wisconsin, 1988. 12 p.

ROBERT, C. P.; CASELLA, G. **Monte Carlo Statistical Methods**. New York, NY: Springer New York, 2004. ISBN 978-1-4419-1939-7 978-1-4757-4145-2. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/978-1-4757-4145-2>>.

SCHMIDT, P.; LORENZ, R. Design principles and implementation of acceleration feedback to improve performance of DC drives. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 28, n. 3, p. 594–599, jun. 1992. ISSN 00939994. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/137444/>>.