# UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA – CCT PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Guilherme Miller Ferreira da Silva

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL LAMINAR EM CAVIDADES QUADRADAS INCLINADAS

JOINVILLE

### **GUILHERME MILLER FERREIRA DA SILVA**

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL LAMINAR EM CAVIDADES QUADRADAS INCLINADAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Miguel Vaz Jr

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Berving Zdanski

JOINVILLE

Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da Biblioteca Setorial do CCT/UDESC, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Ferreira da Silva, Guilherme Miller
SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA TRANSFERÊNCIA DE
CALOR POR CONVECÇÃO NATURAL LAMINAR EM
CAVIDADES QUADRADAS INCLINADAS / Guilherme Miller
Ferreira da Silva. -- 2020.
72 p.
Orientador: Miguel Vaz Jr
Coorientador: Paulo Sérgio Berving Zdanski
Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2020.
1. Convecção natural. 2. Laminar. 3. Transferência de calor. 4.
Número de Rayleigh. 5. Número de Nusselt. I. Vaz Jr, Miguel . II.
Berving Zdanski, Paulo Sérgio. III. Universidade do Estado de Santa
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Titulo.

# O original deste documento é eletônico e foi assinado utilizando Assinatura Digital SGP-e por "MARCUS VINÍCIUS CANHOTO ALVES" e MIGUEL VAZ JUNIOR em 04/08/2020 às 07:29:47, conforme Decreto Estadual nº 39, de 21 de fevereiro de 2019. Para verificar a autenticidade desta cópia impressa, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00017081/2020 e o código Z2S9JI82. 11

# Simulação Numérica da Transferência de Calor por Convecção Natural Laminar

em Cavidades

por

# Guilherme Miller Ferreira da Silva

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

# MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

Área de concentração em "Modelagem e Simulação Numérica" e aprovada em sua forma final pelo

CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA MECÂNICA DO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA.

Banca Examinadora:

ASSINADO DIGITALMENTE Prof. Dr. Miguel Vaz Júnior CCT/UDESC (Orientador/Presidente)

ASSINADO DIGITALMENTE Prof. Dr. Marcus Vinícius Canhoto Alves CCT/UDESC

VIA VIDEOCONFERÊNCIA Prof. Dr. Gerson Filippini UTFPR

Joinville,SC, 28 de julho de 2020.

### AGRADECIMENTOS

Este trabalho dedico primeiramente a Deus, pela capacidade a mim dada de adquirir e armazenar conhecimento. Aos professores do PPGEM por compartilharem o saber e a ciência de forma altamente profissional e coesa. Quero agradecer em especial ao meu orientador Prof. Dr. Miguel pela tamanha paciência durante todo esse período de mestrado, dando sempre ótimos conselhos e enriquecendo minha pesquisa. Também gostaria de agradecer aos professores Dr. Marcus Vinicius e Dr. Paulo Zdanski, pelas conversas e discussões feitas durante toda pesquisa que tiveram grande contribuição para o avanço dos estudos.

Aos meus queridos colegas de laboratório gostaria de deixar minha extrema gratidão, pelo companheirismo, amizade e pelas conversas intelectuais e sempre descontraídas: Uallisson, Willian, Diego e Tomio.

« Confie-toi em l'Éternel de tout ton coeur, et ne t'appuie pas sur ta sagesse » Proverbes 3 : 5.

### RESUMO

O fenômeno da convecção natural em uma cavidade quadrada com inserto adiabático centralizado é avaliado para diferentes ângulos de inclinação com relação ao campo gravitacional através de simulação numérica bidimensional em regime laminar. As análises demonstraram que o escoamento e a transferência de calor são governados pelos números de Rayleigh e Prandtl. O domínio tem paredes verticais a temperaturas diferentes  $T_h e T_c$  (onde  $T_h > T_c$ ) e paredes horizontais isoladas. O objetivo deste trabalho é analisar a influência do inserto adiabático e a inclinação do domínio no escoamento e no campo de temperatura. Foram utilizados números de Rayleigh entre  $10^3 e 10^8 e um número de Prandtl igual a 0,71$ . A inclinação da geometria se deu entre 0 a 90°, com passos de 15°. Foi avaliado o comportamento das linhas de corrente e isotérmicas, enquanto que a transferência de calor foi analisada com base no número médio de Nusselt. A influência do número de Rayleigh e o efeito do ângulo de inclinação no escoamento foram examinados. Para baixos números de Rayleigh (Ra <  $10^5$ ), não houve influência significativa do ângulo de inclinação. Com o ângulo de  $15^\circ$  foi possível obter os maiores valores do número médio de Nusselt para todos os números de Rayleigh analisados. Observou que para ângulos maiores que  $15^\circ$  houve um decréscimo do Nusselt.

**Palavras-chave**: Convecção natural. Laminar. Transferência de calor. Número de Rayleigh. Número de Nusselt.

### ABSTRACT

The phenomenon of natural convection in a square cavity with a centralized adiabatic block is assessed for different inclination angles with respect to the gravity field using numerical simulation and a two-dimensional laminar approximation. The analyzes demonstrated that flow and heat transfer are represented by the Rayleigh and Prandtl numbers. The domain has vertical walls at different temperatures T<sub>h</sub> and T<sub>c</sub> (where T<sub>h</sub> > T<sub>c</sub>) and insulated horizontal walls. The aim of this study is to assess the influence of the adiabatic block and cavity inclination on the flow and temperature field. The parametric study comprises Rayleigh numbers within the range  $10^3 \le Ra \le 10^8$  and a Prandtl number of 0.71. The inclination angles were established between 0 and 90°, with 15° increments. The streamlines and isotherms behavior was evaluated whereas the heat transfer was analyzed based on the average Nusselt number. The influence of the Rayleigh number and the effect of the inclination angle on the natural convection were examined. It was observed that for low Rayleigh numbers (Ra < 10<sup>5</sup>), there was no significant influence of the angle of inclination. The inclination angle of 15° provides the highest values of the average Nusselt number for all Rayleigh numbers analyzed. Inclination angles larger than 15° caused the average number of Nusselt to decrease.

Keywords: Natural convection. Laminar. Heat transfer. Rayleigh number. Nusselt Number.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Proposta de cavidade simplificada com razão de aspecto igual a 1, sem inserto
adiabático18
Figura 2 - Representação da geometria, razão de aspecto e condições de contorno estudadas
por Batchelor (1954)21
Figura 3 – (a) linhas de corrente e (b) linhas isotermas com um $Ra = 10^6$
Figura 4 – Geometria e condições de contorno
Figura 5 – (a) geometria estudada e (b) linhas de correntes para um plano no meio e na lateral
do cubo, para um $Ra = 10^6$
Figura 6 – Esquema da cavidade com o corpo sólido centrado24
Figura 7 – Isotermas para a cavidade variando os tamanhos dos insertos sólidos e a condutividade
Figura 8 – Isotermas (acima) e linhas de correntes (abaixo), para um Ra = $10^6$ e Pr = 7,1; (a) e
(c) sem bloco adiabático, (b) e (d) representam a cavidade com o bloco adiabático
otimizado
Figura 9 – Linhas isotermas para os casos com um e dois insertos na cavidade, variando o Ra
de $10^4$ a $10^6$
Figura 10 – Isotermas com e sem obstáculo, para o Ra = $10^4$ , onde $\theta$ representa a temperatura
adimensional
Figura 11 – Efeito do ângulo de inclinação no número médio de Nusselt e óleo de silicone como
fluido29
Figura 12 – Linhas de corrente e de temperatura em vários ângulos de inclinação com razão de
aspecto igual a 8 e Ra = $10^3$
Figura 13 – (a) Geometria com partições, (b) efeitos do Ra e B (altura adimensional) no número
médio de Nusselt, com ângulo de inclinação igual a zero
Figura 14 – (a) esquema da cavidade inclinada com inserto sólido e (b) linhas isotermas, para
um Ra = $10^6$ e k <sup>*</sup> = 5,0, para um ângulo de inclinação igual a zero32
Figura 15 – Geometria em estudo
Figura 16 – Funcionamento do método segredado
Figura 17 – Linhas de contorno de função de corrente adimensionais com Ra entre $10^3$ e $10^6$ ,
utilizando uma malha de 100x100 elementos41

Figura 18 – Temperatura adimensional para Ra entre $10^3$ e $10^6$ , com malha $100x100$ elementos.
Figura 19 – Magnitude da velocidade na cavidade para um número de Rayleigh igual a $10^6$ ,
para a malha 100 x 10043
Figura 20 - Número de Nusselt médio em função da velocidade máxima para números de
Rayleigh entre $10^3$ e $10^6$ (malha 100x100)44
Figura 21 – Geometria com inserto adiabático no centro46
Figura 22 – Detalhe da estrutura dos elementos da malha numérica
Figura 23 – $Ra = 10^3$ efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas
(contorno colorido), para ângulos de 0º a 90º50
Figura 24 – $Ra = 10^4$ efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas
(contorno colorido), para ângulos de 0º a 90º52
Figura 25 – $Ra = 10^5$ efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas
(contorno colorido), para ângulos de 0º a 90º55
Figura 26 – $Ra = 10^6$ efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas
(contorno colorido), para ângulos de 0º a 90º57
Figura 27 – $Ra = 10^7$ efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas
(contorno colorido), para ângulos de 0º a 90º59
Figura $28 - Ra = 10^8$ efeitos da inclinação nas linhas de corrente e isotermas, para ângulos de
0° a 90°61
Figura 29 – Efeitos do ângulo de inclinação no número médio de Nusselt para uma razão de
aspecto igual a 163
Figura 30 - Valores do número de Nusselt médio para todos os casos simulados, com
$10^3 \le Ra \le 10^8 e \ 0^\circ \le \phi \le 90^\circ$
Figura 31 – Número de Nusselt local para $\phi = 0^{\circ}$
Figura 32 – Linhas isotermas para um Ra = $10^6$ e Pr = 0,71, com $\phi = 0^\circ$ , onde em (a) cavidade
sem inserto e (b) cavidade com inserto66

Figura A.1 – Configuração das propriedades do fluido (ar) no Fluent......74

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades do fluido	34
Tabela 2 – Estudo de independência de malha para o Nusselt médio	40
Tabela 3 - Velocidades adimensionais máximas para os casos simulados, com malha	a de
100x100	43
Tabela 4 – Valores calculados que foram utilizados nas simulações laminares	47

# LISTA DE SÍMBOLOS

- A Razão de aspecto da placa [A = H/L]
- b' Termo fonte do desequilibro da continuidade
- C<sub>p</sub> Calor específico com pressão constante [J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>)]
- g Aceleração da gravidade  $[m s^{-2}]$

Gr Número de Grashof 
$$Gr = g\beta H^3 \frac{(T_{\text{max}} - T_{\text{min}})}{v^2}$$

- $q_{loc}$  Fluxo de calor [W m<sup>-2</sup>]
- $\overline{h}$  Coeficiente médio de transferência de calor [W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>]

- k Condutividade térmica do fluido [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]
- $k_s$  Condutividade térmica do sólido [W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>]

k<sup>\*</sup> Condutividade térmica adimensional 
$$k^* = \frac{k_s}{k}$$

- K Kelvin [K]
- L Comprimento da placa [m]
- m Metro, unidade de comprimento [m]

$$\overline{Nu}$$
 Número de Nusselt médio  $\overline{Nu} = \frac{hH}{k}$ 

Nu Número de Nusselt local 
$$Nu = \frac{q_{loc}H}{k}$$

Pr Número de Prandtl Pr = 
$$\frac{\mu C_p}{k}$$

P Pressão adimensional

- p' Correção do termo da pressão [Pa]
- $p_{\infty}$  Pressão na vizinhança [Pa]

Ra Número de Rayleigh 
$$Ra = Gr * Pr = g \beta H^3 \frac{(T_{max} - T_{min})}{\nu \alpha}$$

s Segundo [s]

- T Temperatura local do fluido [K]
- $\overline{T}$  Temperatura média do fluido [K]
- T<sub>h</sub> Temperatura na parede quente [K]
- T<sub>c</sub> Temperatura na parede fria [K]
- u Componente da velocidade dimensional na direção x [m s<sup>-1</sup>]

U Componente da velocidade adimensional na direção x  $U = \frac{uH}{\alpha}$ 

v Componente da velocidade dimensional na direção y [m s<sup>-1</sup>]

V Componente da velocidade adimensional na direção y  $V = \frac{vH}{\alpha}$ 

x Coordenada dimensional [m]

X Coordenada adimensional 
$$X = \frac{x}{H}$$

y Coordenada dimensional [m]

Y Coordenada Adimensional 
$$Y = \frac{y}{H}$$

W Watts [W]

W' Dimensão do inserto sólido [m]

### Letras Gregas

 $\alpha$  Difusividade térmica  $k / \rho C_p$  [m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>]

- $\beta$  Coeficiente volumétrico de expansão térmico [K<sup>-1</sup>]
- $\delta$  Espessura local da camada limite hidrodinâmica [m]
- $\Phi$  Coordenada angular [°]

$$\theta$$
 Temperatura adimensional  $\theta = \frac{(T - T_c)}{(T_h - T_c)}$ 

 $\mu$  Viscosidade dinâmica [kg m<sup>-1</sup> s<sup>-1</sup>]

$$\rho$$
 Massa específica [kg m<sup>-3</sup>]

 $\rho_0$  Massa específica de referência [kg m<sup>-3</sup>]

$$v$$
 Viscosidade cinemática  $v = \mu / \rho \, [m^2 \, s^{-1}]$ 

$$\zeta$$
 Tamanho adimensional do inserto sólido  $\zeta = \frac{W'}{H}$ 

# Siglas

A DIGIZZO		C 1	1		• 1		• 1	~	
	Hmnreeg	tornecedora	പറ 1	nrograma	comercial	nara	cimila	COAC	numericae
	Ennorosa	infine cuma	uoi	DIOZIAIIIA	CONTRACTOR	Dara	Sinnua	COUS	numencas
				0		P		3 ~ ~ ~	

Cell Center Na malha numérica o nó do elemento localiza-se no centro

FLUENT	Software com	mercial
--------	--------------	---------

- FVM Finite Volume Method
- Inventor Software de CAD da AUTODESK
- SIMPLE Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations
- Workbench Plataforma da ANSYS onde se encontra a maioria de seus softwares

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO16
1.1	OBJETIVO DO TRABALHO17
1.2	ORGANIZAÇÃO DESTE TRABALHO18
2	REVISÃO DE LITERATURA20
3	FORMULAÇÃO TEÓRICA
3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA
3.2	DISCRETIZAÇÃO NUMÉRICA
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES
4.1	VERIFICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO
4.2	ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DA GEOMETRIA NO NÚMERO DE NUSSELT MÉDIO NU PARA CASOS COM INSERTO ADIABÁTICO
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES68
	REFERÊNCIAS

### 1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, muitos pesquisadores ao redor do mundo têm estudado a convecção natural pela sua relevante participação nos fenômenos da transferência de calor com aplicações na engenharia e ciências correlatas. O escoamento de fluidos dominado pela convecção natural nos cerca a todo instante. No dia-a-dia quando as massas de ar (ar + vapor de água) sofrem alteração na sua temperatura, há mudanças de massa específica, fazendo com que as massas de ar quente subam e as massas de ar fria desçam, o que com a junção de outros fatores, levam a formação das chuvas e mudanças de temperatura na superfície dos continentes. Tal fenômeno também é bastante conhecido pelos arquitetos, os quais têm projetados edificações com base no efeito das diferenças de massa específica, aumentando assim o conforto térmico do ambiente e economizando eletricidade para aquecer ou esfriar o ambiente.

A convecção natural também tem papel importante em aplicações de refrigeração, como por exemplo, as geladeiras, onde existe um sistema de serpentina onde o fluido refrigerante troca calor com o ambiente através da convecção natural. O projeto apropriado deste conjunto prescinde o uso de ventiladores para circulação do ar (e consequente troca térmica), o que torna o sistema mais barato. Também pode ser citado a refrigeração de componentes eletrônicos, transformadores, entre outros, em que domina a convecção natural como mecanismo de troca de calor.

A convecção em uma cavidade é o resultado de uma complexa interação entre um sistema fluido de tamanho finito em comunicação térmica com todas as paredes que a confinam (Bejan, 2004). Foi observado que o estudo da convecção natural em uma cavidade quadrada com um inserto adiabático, ambos inclinados com relação ao plano horizontal, tem sido pouco abordado até o presente momento. Com base nisso, o conteúdo deste trabalho vai além dos problemas clássicos, os quais apresentam (*i*) a convecção natural com parede horizontal superior aquecida e parede horizontal inferior resfriada (convecção de Rayleigh-Bérnard) sem a presença de obstáculos no seu interior, ou (*ii*) os casos onde as paredes verticais estão a diferentes temperaturas, também sem obstáculos no seu interior. Com isso, o presente trabalho procura estudar mais a fundo os efeitos da convecção natural laminar interna e entender seu comportamento em cavidades retangulares com variação do seu ângulo de inclinação (onde 0° significa que a geometria não possui inclinação com relação ao plano horizontal e as paredes quente e fria da cavidade estão perpendiculares ao plano horizontal, enquanto que para 90° as

paredes quente e fria estão paralelas ao plano horizontal e assim por diante) e a inserção de blocos adiabáticos no seu interior, observando assim o comportamento do fluido e a troca térmica no meio.

### 1.1 Objetivo do trabalho

O objetivo principal deste trabalho é estudar a transferência de calor por convecção natural em uma cavidade com razão de aspecto igual a 1, analisando a influência de um inserto adiabático e a variação do ângulo de inclinação com relação ao plano horizontal (ou à direção do campo gravitacional). O estudo aborda a influência dos fatores supracitados nos padrões de escoamento (linhas de correntes), distribuição de temperatura (isotermas) e a troca de calor (número de Nusselt). Para atingir o objetivo referido, foram ponderados os seguintes itens:

- Verificação do modelo numérico do programa comercial ANSYS<sup>®</sup> Fluent, para casos semelhantes aos que serão avaliados neste trabalho, porém de forma simplificada;
- Estudar o comportamento das propriedades do fluido e os aspectos físicos das variáveis que constituem os modelos das equações de governo;
- Consideração das dimensões da geometria (ver Figura 1), juntamente com as condições de contorno e suas influências no número de Rayleigh.
- Avaliação da transferência de calor, através do número de Nusselt médio e local;
- Correlacionar a variação do ângulo de inclinação e aumento do número de Nusselt no padrão de escoamento.





Fonte: Elaborada pelo autor (2020).

### 1.2 Organização deste trabalho

Esta dissertação está dividida em cinco seções. Introdução, Revisão de literatura, Formulação teórica, Resultados e discussões e Conclusões e perspectivas futuras.

A primeira seção é a introdução, que explana brevemente os tópicos abordados e objetivos.

A segunda seção apresenta a revisão de literatura, onde são mostrados os diversos trabalhos que envolvem o tema proposto, suas variações, métodos e diferentes modelos, os quais mostram como os autores estudaram a temática principal.

Na terceira seção, a formulação teórica é mostrada, a qual apresenta as equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível, bidimensional e em regime permanente, discutindo, na sequência, os aspectos da discretização numérica que são utilizadas pelo programa comercial. Na quarta seção são apresentados os resultados do estudo, onde, inicialmente, é mostrada a verificação do modelo numérico com base na literatura disponível. Nesta seção também é discutida a influência dos parâmetros estudados na troca térmica.

Na quarta e última seção são indicadas as conclusões e sugestões para as futuras abordagens dos problemas aqui estudados.

### 2 REVISÃO DE LITERATURA

No cotidiano há muitos exemplos que se pode observar os fenômenos relacionados à transferência de calor, em especial a convecção natural. Para representar este fenômeno, temse como exemplo a refrigeração de componentes eletrônicos, coletores solares, a troca de calor do sistema de serpentina no gabinete de um refrigerador, operações emergenciais para resfriamento de reatores, janelas com duplo vidro etc.

Um número relevante de artigos está disponível na literatura, os quais estudam a convecção natural através de cavidades de geometrias simplificadas (*enclosures ou cavities*, em inglês), as quais impõem condições de fluxo de calor ou diferença de temperaturas nas suas paredes (verticais e/ou horizontais). De acordo com Bejan (2004), diferentemente da convecção forçada onde para se ter um escoamento de fluido é necessária uma "força motriz", como a diferença de pressão. Por outro lado, na convecção natural, o escoamento do fluido ocorre devido às forças de empuxo, causadas pelo campo gravitacional e originadas pela variação da massa específica de uma camada de fluido para outra.

Os estudos da convecção natural em cavidades fechadas tiveram grande contribuição de trabalhos pioneiros, como aquele apresentado por Batchelor (1954). O autor apresenta uma comparação teórica sobre a transferência de calor com dados de trabalhos experimentais feitos na época (MULL E REITHER, 1930 *apud* BATCHELOR 1954), os quais eram limitados. Na sua pesquisa a transferência de calor por convecção natural ocorre em uma cavidade retangular fechada com fronteiras verticais e com temperaturas distintas, tendo como aplicação o isolamento térmico em edifícios. De acordo com Batchelor (1954), o escoamento do fluido é governado pelo número de Prandtl, número de Rayleigh e a razão das dimensões da geometria. No seu estudo não foram considerados os efeitos das trocas de calor por radiação e as condições de contorno foram assumidas como constantes. O principal objetivo do seu trabalho foi determinar a taxa de calor que atravessa a cavidade entre as duas paredes verticais com temperaturas distintas. A Figura 2 retrata a geometria com suas condições de contorno que foram estudadas no seu trabalho.



Fonte: Adaptado de Batchelor (1954).

Com o passar do tempo, os métodos computacionais evoluíram e permitiram os estudos numéricos de problemas mais complexos, os quais teriam um alto custo ou seriam inviáveis de serem feitos experimentalmente. O estudo do problema clássico da convecção natural em uma cavidade pode ser feito através da mudança de diferentes configurações, tais como: (*i*) razão de aspecto (para A < 1, tem-se cavidades horizontais e para A > 1, tem-se cavidades verticais), (*ii*) temperatura das paredes (paredes verticais e horizontais isotérmicas e/ou adiabáticas), (*iii*) inserção de blocos (isotérmicos e/ou adiabáticos) e (*iv*) partições; dentre outros tipos de configurações e condições de contorno.

Nesse contexto, o trabalho apresentado por Markatos & Pericleous (1984) utilizou o métodos dos volumes finitos para obter as soluções do escoamento laminar e turbulento impulsionado por flutuabilidade e transferência de calor numa cavidade quadrada com um gradiente de temperatura entre as paredes para números de Rayleigh entre  $10^3$  a  $10^{16}$ . É possível observar na Figura 3 as linhas de corrente e isotermas para o número de Rayleigh igual a  $10^6$  e número de Prandtl igual a 0,71. O modelo de turbulência  $\kappa - \varepsilon$  de duas equações foi adotado para os casos com Rayleigh acima de  $10^6$ , o qual inclui a aceleração da gravidade e interações de gradientes da massa específica.



Figura 3 – (a) linhas de corrente e (b) linhas isotermas com um  $Ra = 10^6$ .

Fonte: Adaptado de Markatos & Pericleous (1984).

Uma configuração diferente foi estudada por Aydin e Yang (2000), onde foi adotada uma cavidade retangular, bidimensional, com paredes resfriadas nas laterais e com uma fonte de calor localizada na parede inferior. Foram estudados diferentes tamanhos (adimensionais) desta fonte de calor, os quais são 1/5, 2/5, 3/5 e 4/5. No estudo foi variado o número de Rayleigh entre  $10^3$  e  $10^6$ . A Figura 4 representa a geometria estudada com suas respectivas condições de contorno.

Figura 4 – Geometria e condições de contorno.



Fonte: Adaptado de Aydin e Yang (2000).

Sob uma outra ótica, Padilla Lourenço e Silveira-Neto (2013), estudaram uma cavidade em três-dimensões, onde as paredes frontais e traseiras foram postas a temperaturas distintas e as demais paredes foram assumidas adiabáticas, como mostra a Figura 5 (a). O método dos volumes finitos foi usado para discretizar as equações de Navier-Stokes e da energia com malhas cartesianas. Os resultados foram apresentados para o número de Rayleigh maiores que  $10^5$  e número de Prandtl Pr = 0,71, enquanto que as propriedades de transporte foram consideradas constantes. Foi também mostrada, a análise das diferentes condições de contorno que influenciam no campo térmico (linhas isotermas) na determinação do coeficiente de transferência de calor local e médio (número de Nusselt), como ilustrado na Figura 5 (b).

Figura 5 – (a) geometria estudada e (b) linhas de correntes para um plano no meio e na lateral do cubo, para um  $Ra = 10^6$ .



Fonte: Adaptado de Padilla, Lourenço e Silveira-Neto (2013).

Além dos problemas clássicos de convecção natural em cavidades fechadas, foram feitos estudos para analisar o comportamento da troca de calor e escoamento em cavidades as quais possuem um ou mais blocos (ou insertos) no seu interior. Esse inserto pode ser configurado como isolado ou possuir uma condutividade térmica especifica. Esses tipos de análises tem suas aplicações principalmente no resfriamento de circuitos impressos.

Com base nessas premissas, o trabalho apresentado por House, Beckermann e Smith (1990) estuda numericamente os efeitos da convecção natural laminar em um corpo condutor

centralizado em uma cavidade quadrada, conforme ilustrado na Figura 6. A análise aponta que os processos de escoamento do fluido e a transferência de calor são governadas pelos números de Rayleigh e de Prandtl, o tamanho adimensional do corpo e a relação entre a condutividade térmica do corpo e do fluido. Foi utilizado um número de Prandtl igual a 0,71. Para a razão da condutividade térmica entre o corpo condutor e o fluido foram estudados os valores de 0,2 e 5 e para o número de Rayleigh foram estudados valores até 10<sup>6</sup>. Os resultados mostraram que, para baixos números de Rayleigh, não houve alteração significativa no número de Nusselt para os casos com ou sem o corpo condutor. Para diferentes dimensões do corpo condutor foi observado uma variação significativa da taxa de transferência de calor.

Figura 6 – Esquema da cavidade com o corpo sólido centrado.



Fonte: Adaptado de House, Beckermann e Smith (1990).

No trabalho de Parente Lima (2014), foi estudado a convecção natural em uma cavidade quadrada aquecida e resfriada por paredes adjacentes e com um inserto sólido condutor localizado no seu centro. A partir disso foi analisado os efeitos do bloco condutor com número de Rayleigh variando entre  $10^3$  a  $10^6$  e número de Prandtl de 0,7 a 7,0, também variou-se o tamanho ( $\zeta$ ) e a condutividade ( $k^*$ ) do inserto sólido de 0,1 a 0,9 e 0,001 a 100, respectivamente. Dessa forma, observou-se que para cavidades com blocos de tamanho  $\zeta < 0,3$ não há mudança significativa na transferência de calor quando comparado para o caso da cavidade sem inserto, com isso o número de Nusselt é função apenas do número de Rayleigh. Para insertos maiores, o número de Nusselt mostrou-se dependente também do tamanho e da condutividade do inserto sólido. Quando tem-se  $\zeta > 0,8$  e  $k^* > 10$ , a influência do número de Rayleigh na transferência de calor foi reduzida e a transferência de calor no interior da cavidade se aproxima de ser puramente condutiva. A Figura 7 mostra as isotermas para cavidades com diferentes tamanhos de inserto sólido e condutividade, pode-se observar que o aumento na condutividade do sólido reduz os gradientes de temperatura no interior do inserto.

Figura 7 – Isotermas para a cavidade variando os tamanhos dos insertos sólidos e a condutividade.



Fonte: Adaptado de Parente Lima (2014).

Nesse mesmo contexto, Bhave, Narasimhan e Rees (2006), estudaram numericamente a convecção natural laminar usando um bloco adiabático e seus efeitos no aumento da transferência de calor. Foi retratado a influência de cada inserto no fluxo e no campo de temperatura para números de Rayleigh entre  $10^3$  e  $10^6$  e números de Prandtl em 0,071 (mercúrio), 0,71 (ar) e 7,1 (água). Na Figura 8 são mostradas isotermas e linhas de corrente para um Ra =  $10^6$ . Nas Figura 8(a) e (c) são apresentadas a geometria sem o inserto adiabático e a representação das isotermas e das linhas de corrente. Como resultado da observação, foi otimizado a dimensão do bloco adiabático levando em consideração a prevenção dos fortes efeitos verticais da condução de calor observados na Figura 8(b), da mesma forma para as isotermas que foram comprimidas pelo bloco adiabático evitando a condução vertical de calor mostrada na Figura 8(d).

Figura 8 – Isotermas (acima) e linhas de correntes (abaixo), para um Ra = 10<sup>6</sup> e Pr = 7,1; (a) e (c) sem bloco adiabático, (b) e (d) representam a cavidade com o bloco adiabático otimizado.



Fonte: Adaptado de Bhave, Narasimhan e Rees (2006).

Diferentemente dos trabalhos apresentados por House, Beckermann e Smith (1990); Bhave, Narasimhan e Rees (2006) e Mahapatra *et al.* (2013) foi além e estudou a presença de blocos adiabáticos e isotérmicos em uma cavidade variando também a distância entre eles e verificando suas influências na cavidade fechada. Os resultados mostraram que os blocos adiabáticos aumentam a transferência de calor até um tamanho crítico em um regime dominado pela convecção e que o tamanho ótimo de um bloco para a máxima transferência de calor depende do número de Rayleigh. Foi observado também que, para dois blocos adiabáticos, a máxima transferência de calor acontece quando se tem a mínima distância entre os blocos, como pode ser visto na Figura 9.



Figura 9 – Linhas isotermas para os casos com um e dois insertos na cavidade, variando o Ra de  $10^4$  a  $10^6$ .

Fonte: Adaptado de Mahapatra et al. (2013).

Uma visão diferente no estudo da presença de um inserto numa cavidade foi dada por Lee (2018), que abordou os efeitos da convecção natural laminar em um obstáculo centrado numa cavidade horizontal tridimensional. O estudo numérico foi feito para uma cavidade horizontal com a parede de baixo aquecida e a parede de cima resfriada, como pode ser observado na Figura 10. Para este trabalho foi utilizada a metodologia espectral multi-domínio de Chebsyshev para diferentes números de Rayleigh, em que o comportamento térmico foi evoluído de um estado estacionário para um padrão caótico.



Figura 10 – Isotermas com e sem obstáculo, para o  $Ra = 10^4$ , onde  $\theta$  representa a temperatura adimensional.

Os efeitos da inclinação em problemas de convecção natural em cavidades fechadas vêm sendo discutidos por muitos pesquisadores. Em geral, os estudos focam o comportamento do escoamento frente à decomposição das forças da gravidade e a sua influência nas forças de corpo.

Um exemplo desta abordagem é o trabalho desenvolvido por Ozoe, Savama e Churchill (1975), que estudou a convecção natural em regime laminar em um canal retangular com várias razões de aspecto, ângulos de inclinação e diferentes números de Rayleigh. Nesse trabalho foram feitas medições experimentais do efeito da inclinação e da razão de aspecto na taxa de transferência de calor. Os fluidos utilizados foram óleo silicone e ar. Foi observado que a mínima e a máxima taxa de transferência de calor ocorre com o ângulo de inclinação variando entre 0 a 180 graus, com relação ao plano horizontal. A Figura 11, apresenta os comportamento do óleo silicone para diferentes números de Rayleigh (x, 9,06 x 10<sup>4</sup>;  $^{\circ}$ , 4,65 x 10<sup>4</sup>) e números de Prandtl (x, 4690; **O**, 4870), onde a linha sólida representa a previsão teórica, utilizando um número de Prandtl igual a 10.

Fonte: Adaptado de Lee (2018).

Figura 11 – Efeito do ângulo de inclinação no número médio de Nusselt e óleo de silicone como fluido.



Fonte: Adaptado de Ozoe, Sayama e Churchill (1975).

Desta mesma forma, considerando escoamento laminar, os trabalhos feitos por Rasoul e Prinos (1997); Rahman e Sharif (2003); Aminossadati e Ghasemi (2005) e Prasopchingchana et al. (2013), tratam numericamente os efeitos da inclinação em relação ao plano horizontal em uma cavidade fechada com temperaturas diferentes nas paredes verticais e as demais sendo isoladas. Rasoul e Prinos (1997) estudou os ângulos de inclinação de 40°, 60° 90°, 120° 140°, e diferentes números de Prandtl (0,02, 4 e 0,71, para o Gálio, óleo silicone e ar, respectivamente). Uma visão diferente foi desenvolvida por Rahman e Sharif (2003), que considerou dois parâmetros principais: o número de Rayleigh externo (que representa o efeito do gradiente de temperatura entre as paredes) e o número de Rayleigh interno (que representa as forças da geração de calor interno). Já o trabalho de Aminossadati e Ghasemi (2005) mostra que o número de Nusselt médio, a máxima função de corrente e a temperatura média foram pouco afetados quando submetidas a baixos números de Rayleigh. Por outro lado, para altos números de Rayleigh, estes parâmetros se comportam de maneira diferente quando submetidos a diferentes ângulos de inclinação. Prasopchingchana et al. (2013), desenvolveu seu próprio código utilizando o método dos volumes finitos para resolução do problema. Neste estudo foram utilizados números de Rayleigh iguais a  $10^3$  e  $10^4$ , com ângulos de inclinação variando de 30 a 150°. Observou-se que os valores máximos do número de Nusselt médio ocorreram para os ângulos de 110° com Ra =  $10^3$  e 130° para 3x10<sup>3</sup> e 1x10<sup>4</sup>.

Um estudo numérico onde foi observado os efeitos da inclinação na convecção natural laminar em coletores solares de placa plana foi apresentado por Bensaci *et al.* (2017). O modelo consiste em uma placa retangular bidimensional, com a razão de aspecto de 1 a 12, o ângulo de inclinação entre 0 a 90° e número de Rayleigh entre 10<sup>3</sup> a 10<sup>6</sup>. Os resultados mostraram que há um forte efeito do ângulo de inclinação no modo de transição do fluxo, como apresenta a Figura 12.

Figura 12 – Linhas de corrente e de temperatura em vários ângulos de inclinação com razão de aspecto igual a 8 e  $Ra = 10^3$ .



Fonte: Adaptado de Bensaci et al. (2017).

Alguns estudos combinaram a inclinação da cavidade (com relação ao plano horizontal) e a inserção de blocos adiabáticos com o propósito de entender os fenômenos da transferência de calor por convecção natural na cavidade fechada.

Uma forma de aplicar o conceito de blocos/insertos em uma cavidade, é através da chamada "cavidade particionada". No trabalhado reportado por Ben-Nakhi e Chamkha (2006), é apresento o problema da convecção natural laminar em uma cavidade particionada com diferentes ângulos de inclinação. As equações de governo para este problema foram escritas na formulação da função de fluxo de vorticidade adimensional e foram resolvidas pelo método dos volumes finitos. A Figura 13(a), mostra a geometria com as partições e condições de contorno. Nota-se que o Nusselt médio cresce com o crescimento do número de Rayleigh, como ilustrado

na Figura 13(b), onde o B é a altura adimensional da parte particionada da cavidade. Além disso, à medida que B aumenta, a velocidade do fluxo dentro do compartimento particionado diminui, resultando em uma menor transferência de calor da parede.

Figura 13 – (a) Geometria com partições, (b) efeitos do Ra e B (altura adimensional) no número médio de Nusselt, com ângulo de inclinação igual a zero.



Fonte: Adaptado de Ben-Nakhi e Chamkha (2006).

Uma outra aplicação da utilização de inserto no interior da cavidade inclinada é descrita por Kumar Das e Reddy (2006), que estudou de forma numérica a transferência de calor conjugada (no qual tem-se condução de calor no inserto sólido e convecção na parte livre da cavidade) em uma cavidade quadrada bidimensional, como ilustrado na Figura 14(a). As simulações foram feitas para o regime laminar e ângulos de inclinação entre 15° a 90° e razões de condutividade térmica entre o sólido e o fluido, k<sup>\*</sup>, iguais a 0,2 e 5,0. Observou que para valores de Ra > 10<sup>3</sup>, existe um ponto crítico onde o valor do número de Nusselt médio para casos de baixos e altos valores de k<sup>\*</sup> muda sua magnitude relativa. Abaixo deste ponto, um valor alto da razão de condutividade térmica entre o sólido e o fluido, k<sup>\*</sup>, causa uma maior transferência de calor, enquanto que valores baixos da razão de condutividades, k<sup>\*</sup>, impõe um comportamento inverso. Na Figura 14, é apresentado o comportamento das linhas isotermas para um valor de k<sup>\*</sup> = 5,0 e um ângulo de inclinação da cavidade igual a zero. Figura 14 – (a) esquema da cavidade inclinada com inserto sólido e (b) linhas isotermas, para um Ra =  $10^6$  e k<sup>\*</sup> = 5,0, para um ângulo de inclinação igual a zero.



Fonte: Adaptado de Kumar Das e Reddy (2006).

É interessante notar que a revisão apresentada nos parágrafos anteriores procurou resumir os aspectos principais da transferência de calor por convecção natural em cavidades, ou seja, (i) cavidades quadradas, (ii) cavidades com inserto (adiabático ou isotérmico), (iii) cavidades inclinadas e (iv) cavidades inclinadas com inserto. A convecção natural laminar em cavidades inclinadas com inserto será o tema de maior interesse neste trabalho, devido ter sido pouco na abordado literatura para insertos adiabáticos. Portanto, o objetivo deste trabalho é estudar os seguintes aspectos: a influência do número de Rayleigh, a variação do ângulo de inclinação da geometria e a inclusão de um inserto adiabático na cavidade. A convecção natural foi estudada para casos laminares, bidimensionais e em regime permanente, observando desta forma, o padrão de escoamento da convecção natural na cavidade. A convecção é causada por uma diferença de temperatura entre as paredes verticais da cavidade, com as paredes superior e inferior sendo consideradas como adiabáticas. Incialmente foi feita a verificação do modelo numérico através da comparação com resultados de cavidade sem inserto disponíveis na literatura. Em seguida, foram estudados casos mais complexos com diferentes inclinações e o efeito de um bloco adiabático, evidenciando os efeitos e o comportamento das forças de flutuabilidade no domínio fluido.

# 3 FORMULAÇÃO TEÓRICA

### 3.1 Modelagem matemática

O sistema consiste em uma cavidade quadrada em duas dimensões, com a parede vertical à esquerda aquecida e a parede vertical à direita resfriada. As paredes superior e inferior foram definidas como sendo adiabáticas, ou seja, não há troca de calor para o meio externo. O esquema da geometria é mostrado na Figura 15, onde U e V são velocidades nas direções x e y e  $\frac{\partial \theta}{\partial N}$  é o gradiente de temperatura na direção normal à superfície, H é a altura e L é o comprimento da placa (razão de aspecto, A = 1).

Figura 15 – Geometria em estudo.



Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2020).

Foram adotadas as seguintes considerações:

- O escoamento e transferência de calor são consideradas em duas dimensões, em regime permanente e em um sistema de coordenadas cartesianos;
- Aceleração da gravidade igual a 9,81 [m/s<sup>2</sup>];
- Considera-se o escoamento laminar e incompressível;
- Fluido Newtoniano (ar);
- A aproximação de Boussinesq é validada para os termos de força de corpo;
- Propriedades de transporte são consideradas constantes (ver Tabela 1);
- A dissipação viscosa, geração de calor interno e a transferência de calor por radiação são desconsideradas.

Propriedades de transporte do fluido
$\rho_0 = 1,204 \ [\text{kg m}^{-3}]$
$c_p = 1007 \ [J \ kg^{-1}K^{-1}]$
$\mu = 1,825 \text{ x } 10^{-5} \text{ [Pa s]}$
$k = 0,02587 [W m^{-1} K^{-1}]$
Pr = 0,71
$\alpha = 2,1336 \text{ x } 10^{-5} \text{ [m}^2 \text{ s}^{-1}\text{]}$
$Pr = 0.71$ $\alpha = 2.1336 \text{ x } 10^{-5} \text{ [m}^2 \text{ s}^{-1}\text{]}$

Tabela 1 – Propriedades do fluido.

Fonte: Elaborada pelo próprio autor (2020).

No Apêndice A, foi demonstrado a configuração (Figura A.1) e como o programa ANSYS Fluent calcula a massa específica na simulação numérica.

De acordo com Bensaci *et al.* (2017), visando cálculos mais objetivos, sugere transformar as equações de governo em equações adimensionais usando análise dimensional. Este procedimento permite obter equações adimensionais baseadas nos números de Rayleigh, de Grashof e Prandtl, entre outros.

As equações adimensionais (1 - 4) apresentadas a seguir governam o fluxo da convecção natural para o regime permanente, as quais foram obtidas a partir das leis de conservação da

massa, da quantidade de movimento nos eixos x e y e da energia (AYDIN; YANG, 2000); (BEJAN, 2004), (BENSACI *et al.*, 2017), (RAHMAN; SHARIF, 2003), (ELSHERBINY; RAGAB, 2013), (AMINOSSADATI; GHASEMI, 2005), (BEN-NAKHI; CHAMKHA, 2006) e (KUMAR DAS; E REDDY, 2006) respectivamente dadas por:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad , \tag{1}$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \Pr\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right) + Ra\Pr\theta\sin\phi \quad , \tag{2}$$

$$U\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \Pr\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + Ra\Pr\theta\cos\phi , \qquad (3)$$

$$U\frac{\partial\theta}{\partial X} + V\frac{\partial\theta}{\partial Y} = \frac{1}{\Pr} \left( \frac{\partial^2\theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2} \right) .$$
(4)

As equações de (1) a (4), foram escritas seguindo os parâmetros adimensionais abaixo:

$$X = \frac{x}{H}, \qquad Y = \frac{y}{H}, \qquad U = \frac{uH}{\alpha}, \qquad V = \frac{vH}{\alpha}$$
$$\theta = \left(\frac{T - T_c}{T_h - T_c}\right), \qquad P = \frac{(p - p_{\infty})H^2}{\rho\alpha^2}, \qquad \Pr = \frac{C_p\mu}{k}, \qquad Ra = \frac{\beta gH^3(T_h - T_c)}{v\alpha} \tag{5}$$

onde  $v = \frac{\mu}{\rho}$  é a viscosidade cinemática,  $\alpha = \frac{k}{C_p \rho}$  é a difusividade térmica. X é o comprimento adimensional, Y é a altura adimensional, U e V são as velocidades adimensionais,  $\theta$  é a temperatura adimensional, P é a pressão adimensional, Pr é o número de Prandtl, Ra é o número de Rayleigh.

É importante notar que o último termo do lado direito das equações (2) e (3) é chamado de força de flutuabilidade (em inglês, *buoyancy force*). Esse termo vem da aproximação de Boussinesq (BEJAN, 2004). Em escoamentos com transferência de calor, as propriedades

normalmente são função da temperatura, onde essas variações podem ser pequenas e ainda assim serem a causa do movimento do fluido. No caso de a variação da massa específica não ser grande, ela pode ser tratada como constante nos termos convectivos e transientes, e variável somente no termo gravitacional, dessa forma a massa específica varia linearmente com a temperatura (FERZIGER; PERIC, 2002). Então, pelo fato dos termos da força de flutuabilidade serem maiores que os termos convectivos e temporais, o escoamento é dominado pelos termos da força de flutuabilidade.

Desse modo, as propriedades dos fluidos foram assumidas como sendo constantes, exceto a massa específica do fluido no termo do flutuabilidade, seguindo a aproximação de Boussinesq. Nesse estudo foi adotada que as componentes x e y do vetor gravidade agem paralelamente as paredes da cavidade.

O número médio de Nusselt é baseado na altura H da geometria e na condutividade térmica do fluido, e para a parede quente  $(T_h)$  é expresso com base nos trabalhos de Markatos e Pericleous (1984), House, Beckermann e Smith (1990), Bhave, Narasimhan e Rees (2006) e Mahapatra *et al.* (2013),

$$\overline{Nu}_{h} = \int_{0}^{1} \left. \frac{\partial \theta}{\partial x'} \right|_{Y=0} dy'$$
(6)

As condições de contorno adotadas são as seguintes, como mostram as equações de 7 a 9:

X=0; U=V=0; 
$$\theta = 1$$
 (7)

X=1; U=V=0;  $\theta = 0$  (8)

Para as paredes isoladas tem-se:

$$Y=0 e Y=1; U=V=0; \frac{\partial \theta}{\partial N} = 0$$
(9)
onde  $\partial \theta / \partial N = 0$  é o gradiente de temperatura na direção normal à superfície.

### 3.2 Discretização numérica

Para realizar as simulações numéricas foi utilizado o programa comercial ANSYS FLUENT<sup>®</sup> versão 18.2 e 2019 R3, o programa utiliza o método dos volumes finitos (FVM) para discretizar as equações de conservação (massa, quantidade de movimento e energia) e utiliza a estratégia de discretização "centrada na célula" (*cell centered* em inglês) onde a variável de interesse fica armazenada no centro da célula numérica. No Fluent as equações de conservação são resolvidas de forma dimensional.

O método dos volumes finitos consiste em integrar as equações de governo sobre cada um dos volumes de controle discretos definidos pela malha, dando origem a equações discretas para cada ponto nodal. Na discretização do espaço, foi utilizado um termo de segunda-ordem, para os termos convectivos das equações de quantidade de movimento e energia foi empregada uma aproximação upwind de segunda-ordem, enquanto que para o termo do acoplamento pressão-velocidade foi usado o SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations*), método desenvolvido por Patankar (1980).

Os chamados algoritmos de acoplamento pressão-velocidade são usados para derivar equações para a pressão a partir das equações de momento e da continuidade. O algoritmo usado é o SIMPLE. Uma equação algébrica para a correção da pressão p' é derivada, em uma forma similar às equações obtidas para as equações convectivas-difusivas, como mostrado na equação (10) apresentado por Bakker (2006):

$$a_p p' = \sum_{nb} a_{nb} p' + b' \tag{10}$$

onde o termo fonte *b*' representa o desequilíbrio da continuidade, enquanto que os coeficientes  $a_p$  e  $a_{nb}$  dependem da malha e do campo do fluxo. Assim, a cada iteração, o campo de pressão é atualizado aplicando correção da pressão.

Segundo Bakker (2006), o princípio atrás do método SIMPLE é de fácil compreensão. Baseia-se na premissa de que o fluxo do fluido parte das regiões com alta pressão para as regiões de baixa pressão. Seguindo as seguintes etapas:

- Começa com um campo de pressão inicial;
- Compara com o valor da pressão na próxima célula;
- Se a continuidade não é satisfeita porque não há mais massa escoando para dentro da célula do que para fora, a pressão nesta célula comparada com as células vizinhas deve ser muito baixa;
- Portanto, a pressão nesta célula deve ser aumentada relativa as células vizinhas;
- O inverso é verdade para as células onde tem mais fluxo de massa saindo do que entrando;
- Repetir este processo iterativamente para todas as células.

O método de solução para volumes finitos utilizado no ANSYS<sup>®</sup> Fluent é chamado método segregado. Com este método uma equação para uma certa variável é resolvida para todas as células da malha numérica, então a equação para a próxima variável é resolvida para todas as células e assim por diante, como mostrado na Figura 16.

Figura 16 – Funcionamento do método segredado.



Fonte: Adaptado de ANSYS Fluent Theory Guide (2015).

### **4 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Esta seção tem como objetivo apresentar um estudo do problema de convecção natural em uma geometria quadrada com temperaturas fixas e diferentes nas paredes laterais e paredes horizontais isoladas. O fenômeno da convecção natural é regido pelo número de Rayleigh, o qual é obtido pela definição das temperaturas e/ou as dimensões da cavidade.

Em um primeiro momento será apresentada a verificação do modelo numérico, juntamente com as condições de contorno impostas, sendo analisado sua robustez e acurácia através de comparações com resultados disponíveis na literatura. Na segunda etapa serão apresentados e discutido casos em um modelo bidimensional, em regime permanente e laminar com números de Rayleigh variando entre 10<sup>3</sup> a 10<sup>8</sup>. Em um terceiro momento, será feita a análise com base na relação entre o número de Rayleigh, o número de Nusselt e a inclinação da cavidade.

#### 4.1 Verificação do modelo numérico

Para verificação do problema numérico foram simulados casos bidimensionais, de uma cavidade retangular (com razão de aspecto, A = 1, sem insertos no seu interior, com um ângulo de inclinação igual a zero e valores do número de Rayleigh de  $10^3$  a  $10^6$ .

Inicialmente, foi feito um estudo de independência de malha, para verificar se os parâmetros adotados e as configurações impostas no programa, seriam compatíveis com os resultados apresentados pela literatura disponível. Portanto, foram simulados 5 casos com diferentes refinamentos de malha utilizando as seguintes relações entre número de volumes em x e y: 40x40, 60x60, 80x80, 100x100, 120x120. Nas simulações utilizou-se o número de Prandtl Pr = 0,71. Os resultados obtidos são apresentados na forma do número de Nusselt médio na parede quente (T<sub>h</sub>), como mostra na Tabela 2.

Os valores obtidos foram comparados com as soluções apresentadas por De Vahl Davis (1983) e House, Beckermann e Smith (1990), que apresentam resultados numéricos os quais são usados pela grande parte dos autores para verificação de suas soluções.

Os resultados obtidos para as diferentes malhas e aqueles apresentados por De Vahl Davis (1983) e House, Beckermann e Smith (1990) encontram-se na Tabela 2. Em consequência dos resultados mostrados na Tabela 2, a malha 4 (100x100) apresentou resultados com maior acurácia por estarem mais próximos dos resultados apresentados em (DE VAHL DAVIS, 1983) e (HOUSE; BECKERMANN; SMITH, (1990).

Número médio de Nusselt ( $\overline{Nu}$ ) De Vahl House Malha Malha 2 Malha 3 Malha 4 Malha 5 Davis Beckermann Ra 1 (60x60)(80x80) (100x100)(120x120)(1983)e Smith (40x40)(1990) $10^{3}$ 1,1065 1,1055 1,1051 1,1050 1,132 1,118 1,118  $10^{\overline{4}}$ 2,2588 2,2508 2,2475 2,243 2,2461 2,287 2,254  $10^{5}$ 4,6171 4,5665 4,5458 4,5371 4,460 4,519 4,254  $10^{6}$ 9,4258 9,10962 8,9797 8,9250 8,9485 8,800 8,923

Tabela 2 – Estudo de independência de malha para o Nusselt médio.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A Figura 17 e Figura 18 apresentam, os resultados das simulações obtidas para o número de Rayleigh entre 10<sup>3</sup> a 10<sup>6</sup>, as quais mostram, respectivamente, o comportamento das linhas de contorno de função de corrente e isotermas (foi usado a função *filled* (preenchido) para geração das figuras, para que os resultados ficassem mais visíveis).

Para o número de Rayleigh igual a 10<sup>3</sup>, observa-se que o conjunto de linhas de contorno são circulares (Figura 17) e as velocidades mais baixas estão no centro da geometria. Este comportamento é devido ao baixo gradiente de temperatura fazendo com que a transferência de calor seja puramente condutiva.





Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Para baixos números de Rayleigh, a distribuição de temperatura adimensional apresenta uma configuração de um escoamento puramente condutivo, com um padrão de isotermas predominantemente verticais com leves inclinações partindo da parede quente ( $T_h$ ) para a parede fria ( $T_c$ ), como mostrado na Figura 18.



Figura 18 – Temperatura adimensional para Ra entre 10<sup>3</sup> e 10<sup>6</sup>, com malha 100x100 elementos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Com o número de Rayleigh igual a 10<sup>4</sup>, observa-se que o grupo das linhas de corrente é semelhante com o caso anterior, mas com o início de um alongamento (núcleo central em forma relativamente oval), enquanto que a distribuição de temperatura mostra isotermas um pouco mais curvadas de uma parede vertical a outra, evidenciando que o escoamento já não é puramente condutivo.

Nota-se agora para o número de Rayleigh igual a 10<sup>5</sup>, que o conjunto das linhas forma dois núcleos, e não mais um só, como nos casos anteriores, conforme mostrado na Figura 17. Observa-se também que esse conjunto das linhas de corrente se aproximam das paredes verticais, indicando que o fluxo é mais forte naquelas regiões do que no centro da cavidade (onde temos velocidades próximas de zero). A distribuição de temperatura mostrado na Figura 18 indica isotermas que tendem a formar linhas quase que paralelas agora com as paredes horizontais, demonstrando um maior gradiente de temperaturas no escoamento.

Quando se tem um número de Rayleigh igual a 10<sup>6</sup>, a flutuabilidade se torna mais forte e a transferência de calor dominante é a convecção. O aumento no gradiente de temperatura causa uma diferença de massa específica que, por sua vez, leva a um aumento das correntes convectivas, ou seja, o ar aquecido move-se em direção à parede superior, enquanto o ar resfriado move-se em direção à parede inferior da cavidade. Pode-se notar através da região em azul das linhas de corrente que nesta área têm-se velocidades bem próximas a zero, como evidenciado na Figura 17. A distribuição de temperatura mostrado na Figura 18 indica que a condução de calor tem pouca influência na transferência de calor e a convecção natural é notadamente predominante.

Na Tabela 3, é apresentado o valor para as velocidades adimensionais máximas nas direções x e y,  $U_{max}$  e  $V_{max}$  para números de Rayleigh entre  $10^3$  a  $10^6$ . O aumento do número de Rayleigh faz com que se tenha maiores velocidades, as quais são induzidas pelas forças de flutuabilidade (empuxo) no escoamento e, como resultado, também se observa o crescimento do número de Nusselt.

Ra	Umax	V <sub>max</sub>	
10 <sup>3</sup>	3,7000	3,7543	
104	16,1926	19,7669	
10 <sup>5</sup>	44,6760	69,1871	
10 <sup>6</sup>	60,2823	220,9603	

Tabela 3 – Velocidades adimensionais máximas para os casos simulados, com malha de 100x100.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

O padrão de escoamento no interior da cavidade é apresentado através da Figura 19. A figura mostra a magnitude da velocidade do fluxo para um Rayleigh igual a 10<sup>6</sup>. Observa-se regiões de altas velocidades junto às paredes laterais com correntes ascendentes (esquerda) e descendentes (direita) com as menores velocidades localizadas no centro da geometria.

Figura 19 – Magnitude da velocidade na cavidade para um número de Rayleigh igual a $10^6$ , para a malha 100 x 100.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Através da Figura 20 observa-se a relação entre o número de Rayleigh e o número médio de Nusselt e a velocidade máxima adimensional,  $V_{max}$ . Tendo em vista a discussão dos parágrafos anteriores, o aumento do número de Rayleigh induz um aumento da velocidade no meio, como também reportado em (DE VAHL DAVIS, 1983) e (HOUSE; BECKERMANN; SMITH, 1990).

Figura 20 – Número de Nusselt médio em função da velocidade máxima para números de Rayleigh entre  $10^3$  e  $10^6$  (malha 100x100).



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

# 4.2 Análise da influência do ângulo de inclinação da geometria no número de Nusselt médio $\overline{Nu}$ para casos com inserto adiabático

Através dos estudados numéricos apresentados por House, Beckermann e Smith (1990), Merrikh e Mohamad (2001), Merrikh e Lage (2004), e Mahapatra *et al.* (2013) foi observado que no centro da cavidade as velocidades são mais baixas e, consequentemente, as influências térmicas são menos relevantes, fazendo com que essa região não tenha influência significativa nos valores do número de Nusselt. Com o intuito de analisar o comportamento do escoamento e da troca térmica foi inserido na cavidade original um bloco quadrado (inserto) adiabático com dimensão de 20% da altura H, posicionado no centro da cavidade. Juntamente com o inserto, foi analisado a influência da inclinação da geometria variando o ângulo entre 0° a 90°. As temperaturas  $T_h$  e  $T_c$  foram prescritas uniformemente nas duas paredes opostas onde  $T_h > T_c$ , enquanto as outras paredes foram consideradas adiabáticas, como mostra a Figura 21.

A geometria foi construída no programa AUTODESK<sup>®</sup> Inventor Professional 2019, visando facilitar o posicionamento correto do inserto. Em uma segunda etapa, a geometria foi exportada para o ANSYS<sup>®</sup> Workbench, que consiste numa plataforma da ANSYS onde se encontra a maioria dos seus programas (CFX, Fluent, Polyflow etc.).

Os casos foram simulados nos computadores do laboratório de termofluidos no departamento de Engenharia Mecânica da UDESC – Joinville. O computador usado para rodar os casos aqui estudados possui as seguintes configurações:

- Processador Intel ® core<sup>TM</sup> i7-2600 CPU @ 3,40 GB;
- Memória instalada de 16 GB;
- 4 núcleos físicos.





Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Os valores dos números de Rayleigh utilizados na simulação foram definidos a partir de uma combinação do tamanho da cavidade e das temperaturas das paredes quente e fria. A Tabela 4 apresenta os valores das dimensões da geometria usados nas simulações para os casos laminares, como também as temperaturas das paredes quente ( $T_h$ ) e fria ( $T_c$ ) e a diferença de temperatura ( $\Delta T$ ). A definição destas grandezas dimensionais é de extrema importância para configurar os parâmetros e condições de contorno no programa. É importante salientar que a grande maioria da literatura não apresenta tais valores.

Ra	H [m]	T <sub>c</sub> [K]	$T_h [K]$	$\Delta T$ [K]
10 <sup>3</sup>	0,03	283,15	283,4959	0,3459
10 <sup>4</sup>	0,03	283,15	286,6281	3,4781
10 <sup>5</sup>	0,03	283,15	319,9665	36,8165
10 <sup>6</sup>	0,065	273,15	308,0300	34,88
107	0,065	273,15	1093,1400	819,9900
10 <sup>8</sup>	0,14	273,15	1094,8200	821,6700

Tabela 4 – Valores calculados que foram utilizados nas simulações laminares.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Devido ao grande número de casos a serem simulados, foi gerado uma única malha de 86400 elementos para os casos com número de Rayleigh inferiores a  $10^5$ , uma vez que estes casos possuem a aresta da cavidade com mesma dimensão, H = 0,03 m. Para os casos com número de Rayleigh igual a  $10^6$  e  $10^7$  (H = 0,0650 m) e  $10^8$  (H = 0,140 m), quando se tem camadas limite hidrodinâmica e térmica de menor espessura e o regime de escoamento mais complexo, foram utilizadas malhas de 407604 e 470400 elementos, respectivamente. A Figura 22 ilustra uma configuração típica de malha numérica gerada, mostrando também o efeito de refino de malha para a geometria com inserto. O zoom na imagem mostra o tipo de elemento usada (malha quadrilateral estruturada).



Figura 22 – Detalhe da estrutura dos elementos da malha numérica.

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

No total foram simulados 42 casos, os quais variou-se a inclinação  $\phi$  da cavidade de 0° até 90° (em passos de 15°) e o número de Rayleigh (10<sup>3</sup> a 10<sup>8</sup>). O tempo médio de processamento para cada simulação foi em torno de 30 minutos para os casos com baixo número de Rayleigh (Ra < 10<sup>5</sup>), 120 minutos para os casos com alto número de Rayleigh o tempo de simulação foi próximo a 8 horas.

Os resultados obtidos foram retratados através de figuras das linhas de corrente e distribuição de temperaturas adimensionais, verificando assim a influência tanto do inserto quanto do ângulo no escoamento.

Na Figura 23, é possível observar o conjunto de casos com  $Ra = 10^3$  para os ângulos de inclinação entre 0° e 90°. Baixos números de Rayleigh ( $Ra < 10^4$ ) não promovem movimento convectivo considerável e o calor transportado pelo fluido é dominado por difusão de calor molecular. Um único vórtice é formado no centro do domínio e a mudança no ângulo de inclinação não traz variação significativa no seu padrão de escoamento. Conforme Markatos e Pericleous (1984), o vórtice é gerado pelo gradiente horizontal da temperatura através da seção.

Com relação ao padrão de distribuição de temperatura adimensional, observa-se um paralelismo das isotermas em relação as paredes aquecidas, indicando um regime predominantemente condutivo. Para baixos números de Rayleigh, o modelo de circulação do

fluxo é fraco devido às forças viscosas serem dominantes sobre as forças de flutuabilidade. Bhave, Narasimhan e Rees (2006) citam que a condução de calor que ocorre verticalmente no interior da cavidade não contribui para a convecção de parede a parede no regime estacionário da transferência de calor por convecção.

Pode ser observado nas linhas de corrente da Figura 23 com ângulo igual a 90°, um padrão composto por quatro vórtices simétricos que circulam em sentido horário e anti-horário, onde a direção do fluxo é apenas determinada pela camada limite térmica. Esse padrão de escoamento é característico para os casos de convecção natural do tipo Rayleigh-Bérnard, com um baixo número de Rayleigh, onde a parede horizontal inferior é aquecida e a parede horizontal superior é resfriada, como descrito no trabalho do Yeong Ha *et al.* (2002). Quando o número de Rayleigh aumenta para  $10^4$ , esses quatro vórtices simétricos são quebrados e passam a ser um único vórtice simétrico, e as linhas de corrente circulam em sentido horário, devido à presença das parede inferior (quente) e superior (fria), como mostra a Figura 24 com ângulo igual a 90°.

A evolução da estrutura do escoamento e do campo de temperatura mostrado através das linhas de corrente para um Ra =  $10^4$  e ângulo variando entre 0 a 90° é mostrada na Figura 24. Observa-se que o núcleo composto pelas linhas de corrente localizado no centro do domínio, começa a ser distorcido em um formato elíptico. Esse fato fica bem mais evidente para os ângulos 0° e 15°, da mesma forma que os efeitos convectivos começam a ficar visíveis no padrão da distribuição de temperaturas, com a formação de um paralelismo entre elas isotermas nas regiões centrais. Para o ângulo de inclinação de 90° mostrado na Figura 24, observa-se que o escoamento e campo térmico possuem simetria com a linha central do eixo x e y. Essa simetria também foi observada no trabalho do Yeong Ha *et al.* (2002), para baixos números de Rayleigh.



Figura  $23 - Ra = 10^3$  efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas (contorno colorido), para ângulos de 0° a 90°.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Próximo às paredes verticais (aquecidas), o gradiente de temperatura vai se tornando cada vez mais severo, porém no centro ele tende a diminuir. O efeito do alongamento das linhas de corrente no centro da geometria continua a ocorrer, até que ele é dividido em dois menores. Para o Ra =  $10^5$ , esse fato fica bem evidente para os casos com ângulo de inclinação até  $45^\circ$ . Para ângulos acima de  $45^\circ$ , observa-se que esse comportamento citado anteriormente não é seguido, pois tem-se a formação do núcleo central ainda no formato circular, como apresentado na Figura 25.



Figura  $24 - Ra = 10^4$  efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas (contorno colorido), para ângulos de 0° a 90°.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Markatos e Pericleous (1984) apontam que a transferência de calor por convecção na região da camada limite viscosa altera a distribuição da temperatura a tal ponto que os gradientes de temperatura no centro do domínio se aproximam de zero, ou mudam seus sinais, de modo que produzam vorticidade negativa. Como consequência, surge o segundo vórtice no escoamento, como mostrado na Figura 25.

Como discutido no trabalho de Mallinson e De Vahl Davis (1977), o segundo vórtice não resulta da instabilidade do escoamento base, mas é uma consequência direta da distorção do campo de temperatura.

À medida em que se tem o padrão da distribuição de temperatura leva a isotermas cada vez mais horizontais no centro da geometria para  $Ra > 10^5$ , os campos de temperatura dão origem a vórtices suficientemente fortes no domínio.

Quando se tem  $Ra = 10^6$ , os vórtices secundários se aproximam das paredes laterais. Neste caso, a transferência de calor é predominantemente convectiva pois o fluido agora se move mais rapidamente próximo as paredes. As camadas limites próximas às paredes se tornam cada vez mais finas, como pode ser visto na Figura 26. Observa-se ainda que, conforme o número de Rayleigh aumenta, o(s) núcleo(s) estagnado(s), aumentam em tamanho, sobretudo na direção horizontal.

Como menciona Bejan (2004), é esperado que a espessura da camada limite hidrodinâmica  $\delta \sim H \operatorname{Pr}^{1/2} Ra^{-1/4}$  próximo a parede vertical isotérmica diminua com aumento do valor do número de Rayleigh.

Observa-se na Figura 27 que, para ângulos de inclinação maiores que 30°, o padrão de escoamento é alterado, quando se compara com aqueles observados para ângulos menores.

Os resultados mostram o início da formação de um vórtice de baixa velocidade na parte superior esquerda para o ângulo de 60°, como mostra a Figura 28. Este vórtice se desenvolveu e aumentou com o aumento do ângulo de inclinação, como destacado pelo círculo vermelho na figura acima mencionada. O vórtice tem um sentido de rotação anti-horário devido ao aumento de velocidade do fluido aquecido que, por sua vez, é causado pelo aumento das forças de flutuabilidade devido à menor temperatura e velocidade do fluido junto à parede T<sub>c</sub>. Um segundo vórtice (em destaque) é formado no canto inferior direito para ângulo de inclinação maiores que 75°, conforme indicado na Figura 28, aumentando de proporção para ângulos de inclinação 90° (também em destaque).



Figura  $25 - Ra = 10^5$  efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas (contorno colorido), para ângulos de 0° a 90°.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).



Figura  $26 - Ra = 10^6$  efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas (contorno colorido), para ângulos de 0° a 90°.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).



Figura  $27 - Ra = 10^7$  efeitos da inclinação nas linhas de corrente (em preto) e isotermas (contorno colorido), para ângulos de 0° a 90°.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).





Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Durante as simulações dos casos para alto número de Rayleigh e ângulo de 90°, podese notar uma difícil convergência e estabilização do número de Nusselt médio (que foi utilizado como parâmetro de convergência da solução), ou seja, nestes casos a solução exigiu um número maior de iterações para que o Nusselt médio atingisse a estabilidade. Uma das hipóteses para essa difícil convergência e estabilização pode ser encontrada no trabalho de Le Quéré e Masud Behnia (1998), onde eles identificaram o número de Rayleigh crítico igual a Ra<sub>crit</sub> = 1,82 x 10<sup>8</sup> para um cavidade com paredes horizontais adiabáticas e com razão de aspecto igual a 1 (o número de Raleigh crítico é aquele a partir do qual o escoamento passa do regime permanente para o regime transiente, ou seja, o escoamento passa a ser dependente do tempo).

A relação entre o número médio de Nusselt na parede quente (T<sub>h</sub>) em função do ângulo de inclinação  $\phi$  da cavidade e do número de Rayleigh é apresentada na Figura 29. Nota-se que, as diferenças absolutas e relativas entre os valores máximo e mínimo do número de Nusselt médio aumentam com o número de Rayleigh. Por exemplo, para Ra = 10<sup>3</sup> obteve-se um valor máximo de  $\overline{Nu} = 1,075$  e um valor mínimo de  $\overline{Nu} = 0,915$  (diferença de 17,5 %), enquanto que para Ra = 10<sup>5</sup>, os valores máximos e mínimos obtidos foram  $\overline{Nu} = 4,6822$  e  $\overline{Nu} = 3,8224$ , respectivamente, alcançando uma diferença de 22,5 %. Por outro lado, para Ra = 10<sup>8</sup>, o valor máximo é  $\overline{Nu} = 21,7040$ , enquanto que p valor mínimo é igual a  $\overline{Nu} = 14,2119$  resultando em uma diferença de 52,7 %.





Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A Figura 29 mostra que, para números de Rayleigh iguais a  $10^7$  e  $10^8$ , o aumento do ângulo de inclinação tende a diminuir de forma significativa o número médio de Nusselt. Observa-se ainda que, para números de Rayleigh maiores que  $10^5$ , o número de Nusselt médio é ligeiramente maior para um ângulo de inclinação igual a  $15^\circ$  quando se compara com os valores correspondentes ao ângulo de inclinação de  $0^\circ$ . Entretanto, quando se compara com os valores relativos ao ângulo de inclinação 90°, para um número de Rayleigh Ra =  $10^7$ , obtevese uma diferença no número de Nusselt médio de 4,5882 (64,51 %) entre os valores alcançados para ângulos de inclinação  $15^\circ$  (máximo valor) e o ângulo de 90° (mínimo valor). Para o Ra =  $10^8$ , obteve-se uma variação de 7,4921 (52,71 %) entre o máximo valor alcançado ( $15^\circ$ ) e o mínimo valor ( $90^\circ$ ).

Na Figura 30 são apresentadas as curvas para o número de Nusselt médio em função do número de Rayleigh. Dessa forma, pode-se analisar todos os valores para o Nusselt médio em função do ângulo da geometria e do número de Rayleigh. Como já citado acima, o número de Nusselt correspondente ao ângulo de 15º apresentou valores maiores quando comparados com aqueles obtidos para o ângulo de 90°.



Figura 30 – Valores do número de Nusselt médio para todos os casos simulados, com  $10^3 \le Ra \le 10^8 e \ 0^\circ \le \phi \le 90^\circ$ .

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2020).

A partir da Figura 30, é possível notar que, à medida que o número de Rayleigh aumenta, o número de Nusselt também cresce. O ângulo de  $15^{\circ}$  obteve os maiores valores do número de Nusselt para todos os ângulos simulados para Ra >  $10^{5}$ .

O número de Nusselt local para parede quente T<sub>h</sub> em função da altura adimensional Y é apresentado na Figura 31. O número de Nusselt local foi calculado a partir do fluxo de calor  $(q_{loc} [Wm^{-2}])$  obtido para 31 pontos ao longo da parede quente. É interessante notar que, para altos números de Rayleigh (Ra > 10<sup>6</sup>), o número de Nusselt local aumento substancialmente junto à parede inferior (para Ra = 10<sup>8</sup> o Nusselt local atinge 57,59). A razão deste comportamento é o grande gradiente de temperatura nesta região, como pode ser observado na Figura 26 (Ra = 10<sup>6</sup>), Figura 27 (Ra = 10<sup>7</sup>) e Figura 28 (Ra = 10<sup>8</sup>) para o ângulo de inclinação  $\phi = 0^{\circ}$ . Por outro lado, junto à parede superior, a corrente convectiva leva a uma redução do gradiente de temperatura causando baixos valores de Nusselt local.

Figura 31 – Número de Nusselt local para  $\phi = 0^{\circ}$ .



Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2020).

Com relação a influência do inserto adiabático no domínio, o intuito deste estudo foi de entender o comportamento e os padrões de escoamento que seriam apresentados com a utilização do inserto. Conforme mostra a Figura 32, o bloco ou inserto adiabático colocado no centro da cavidade (onde o escoamento é insignificante, chamado de núcleo), faz com que as linhas isotermas fiquem mais próximas e previne as linhas verticais de condução de calor (Mahapatra *et al.*, 2013). Dessa forma a Figura 32 mostra essa aproximação das linhas isotermas, onde em (a) tem-se a cavidade sem o inserto e em (b) tem-se a cavidade com o inserto, para um número de Rayleigh igual a  $10^6$  e inclinação igual a  $0^\circ$ .

É interessante entender as formas através das quais o inserto pode aumentar a transferência de calor em uma cavidade fechada. Merrikh e Mohamad (2000), abordam duas maneiras como o inserto pode aumentar a transferência de calor em uma cavidade fechada, a primeira é que se o inserto for sólido e possuir uma condutividade térmica maior do que a do fluido, e sua localização estiver próxima as paredes verticais, a transferência de calor pode aumentar. A segunda também para um inserto sólido, é que se a condutividade térmica for menor do que a do fluido e estiver localizada no centro do vórtice principal, isto pode aumentar a taxa de transferência de calor. Isso se dar pelo fato que a transferência de calor por condução, diminui na direção horizontal em consequência do aumento das forças de flutuabilidade.





Eente: Eleborado polo próprio outor (2)

Fonte: Elaborado pelo próprio autor (2020).

Para insertos adiabáticos, para se ter um aumento na transferência de calor recomendase que o inserto tenha dimensões otimizadas para cada número de Rayleigh e número de Prandtl. O inserto otimizado tem a função de preencher o espaço onde está localizado o núcleo estagnado, cujas dimensões depende do número de Rayleigh. O tamanho otimizado do inserto também pode apresentar diferentes razões de aspecto. É importante ressaltar que o inserto deve possuir dimensões bem próximas das dimensões do núcleo estagnado, pois uma maior ou menor dimensão do inserto irá causar uma diminuição da transferência de calor.

## **5** CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Neste trabalho foi estudado o comportamento da convecção natural em uma cavidade quadrada com inserto adiabático para diferentes ângulos de inclinação ( $\phi$ ), e número de Rayleigh (Ra) para um dado número de Prandtl (Pr).

As equações de Navier-Stokes com aproximação de Boussinesq para a equação da quantidade de movimento foram usadas. Uma cavidade sem inserto foi utilizada para verificar o modelo numérico do programa ANSYS<sup>®</sup> FLUENT quanto à independência da malha e do cálculo do número de Nusselt. Os resultados mostraram independência de malha e pequenas diferenças com valores de números de Nusselt disponíveis na literatura.

Os resultados das simulações para a cavidade com incerto adiabático mostraram uma grande influência do ângulo de inclinação e do número de Rayleigh na transferência de calor, ou seja, nos valores do número de Nusselt médio.

Foi observado que o aumento do número de Rayleigh causa um aumento substancial dos valores do número de Nusselt. Para o ângulo de inclinação da cavidade de 15° observou-se os maiores valores de número de Nusselt para todos os números de Rayleigh estudados. Por outro lado, para ângulos maiores que 15° observou-se um decréscimo no número médio de Nusselt. O ângulo de 90° apresentou um valor cerca de 32,52% inferior ao valor apresentado com o ângulo de 15°. Para baixos números de Rayleigh, ou seja, valores menores que 10<sup>4</sup> onde a maior parte da transferência de calor é por condução, não houve mudança significativa no número de Nusselt com o ângulo da cavidade. Para estes casos, a distribuição de temperatura na cavidade indica a predominância da condução como meio de transferência de calor.

A existência de um vórtice em torno do inserto no centro da cavidade foi observado, principalmente para os casos com baixo Rayleigh, no entanto, para ângulos maiores que  $45^{\circ}$  e Ra =  $10^{6}$  também foi possível observar o mesmo fato.

Foi identificado a formação de pequenos vórtices de baixa velocidade quando se tem  $Ra=10^8$  e ângulos superiores a 60°, os quais podem estar ligados Rayleigh do escoamento está próximo do valor crítico (transiente) e/ou turbulento.

Foi possível verificar que o inserto adiabático tende a compactar as linhas isotermas verticais, diminuindo assim a condução no meio, como também aproximando as linhas isotermas horizontais.

Conforme aumenta-se o número de Rayleigh, a região de baixa velocidade em torno do inserto também aumenta. Com isso, para cada número de Rayleigh existe um tamanho otimizado para o inserto adiabático, variando conforme variam as dimensões da região de baixa velocidade.

Com base nas sugestões para trabalhos futuros, podem ser citados alguns tópicos para instigar o aprimoramento desta pesquisa, a saber:

- Estudar a convecção natural para números de Rayleigh acima de 10<sup>8</sup> (regime turbulento);
- Implementar casos dependentes do tempo (transientes);
- Trabalhar com geometrias tridimensionais;
- Analisar as dimensões dos núcleos centrais para assim estipular tamanhos otimizados para os insertos, de forma a aumentar a transferência de calor;
- Estudar inclusão de mais de um inserto na mesma cavidade;
- Estudar casos com cavidades de diversas razões de aspecto;
- Avaliar casos com diferentes números de Prandtl, como água, óleo etc.;
- Estudar com exatidão qual o ângulo da cavidade apresenta maior transferência de calor.

## REFERÊNCIAS

AMINOSSADATI, S. M.; GHASEMI, B. The effects of orientation of an inclined enclosure on laminar natural convection. **Heat and Technology**, v. 23, n. 2, p. 43-49, 2005.

ANSYS, C. Fluent theory guide. Pennsylvania, Canonsburg: SAS IP, 2015.

AYDIN, O.; YANG, W. Natural convection in enclosures with localized heating from below and symmetrical cooling from sides. **International Journal of Numerical Methods for Heat** & Fluid Flow, v. 10, n. 5, p. 518-529, 2000.

BAKKER, André. Lecture 5 – Solution methods: applied computation fluid dynamics, Dartmouth, p. 1-45, 2006. Disponível em: http://www.bakker.org/dartmouth06/engs150/05solv.pdf. Acesso em: 18 de mar. 2020.

BATCHELOR, G. K. Heat Transfer by Free Convection across a Closed Cavity between Vertical Boundaries at Different Temperatures. **Quarterly of Applied Mathematics**, v. 12, n.3, p 209-233, 1954.

BEJAN, A. Convection heat transfer. 3. ed., Durham, North Carolina: Wiley, 2004.

BEN-NAKHI, A.; CHAMKHA, A. J. Natural convection in inclined partitioned enclosures. **Heat Mass Transfer**, v. 42, p. 311-321, 2006.

BENSACI, C. E.; LABED, A.; ZELLOUF, M.; MOUMMI, A. Numerical study of natural convection in an inclined enclosure: application to flat plate solar collectors. **Mathematical Modelling of Engineering Problems**, v. 4, n. 1, p 1-6, 2017.

BHAVE, P.; NARASIMHAN, A.; REES, D. A. S. Natural convection heat transfer enhancement using adiabatic block: Optimal block size and Prandtl number effect. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 3807-3818, 2006.

DE VAHL DAVIS, G. Natural Convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v.3, p. 249-264, 1983.

ELSHERBINY, S. M.; RAGAB, E. H. Laminar natural convection in inclined rectangular cavities with a localized heat source. **Alexandria Engineering Journal**, v. 52, p. 249-257, 2013.

FERZIGER, J. H.; PERIC, M. Computational methods for fluid dynamics. 3 ed., New York: Springer, 2002.

HENKES, R.; LE QUÉRÉ, P. Three-dimensional transition of natural-convection flows. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 319, n. 1, p. 281-303, 1996.

HOUSE, J. M.; BECKERMANN, C.; SMITH, T. F. Effect of centered conducting body on natural convection heat transfer in an enclosure. **Numerical heat transfer journal of computation and methodology**, v. 18, p. 213-225, 1990.

KUMAR DAS, M.; REDDY, K. S. K. Conjugate natural convection heat transfer in an inclined square cavity containing a conducting block. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 49, p. 4987–5000, 2006.

LEE, J. R. Numerical simulation of natural convection in a horizontal enclosure: Part I. On the effect of adiabatic obstacle in middle. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 124, p. 220-232, 2018. MAHAPATRA, P. S.; GHOSH, K.; MANNA, N. K.; MUKHOPADHYAY, A. Heat Transfer Enhancement and Entropy Generation in a Square Enclosure in the Presence of Adiabatic and Isothermal Blocks. **Numerical Heat Transfer, Part A: Applications**, v. 64, p. 577-596, 2013.

MALLINSON, G. D.; DE VAHL DAVIS, G. Three-dimensional natural convection in a box : a numerical study. Journal of Fluid Mechanics, v. 83, p. 1-31, 1977.

MARKATOS, N. C.; PERICLEOUS, K. A. Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity. **International Journal Heat Mass Transfer**, v. 27, n. 5, p. 744-772, 1984.

MERRIKH, A. A.; LAGE, J. L. Natural convection in an enclosure with disconnected and conducting solid blocks. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 48, p. 1361-1372, 2004.

MERRIKH, A. A.; MOHAMAD, A. A. Blockage Effects in Natural Convection in differentially heated enclosures. **Enhanced Heat Transfer**, v. 8, p. 55-72, 2001.

MULL, W.; REIHER, H, Der Wärmeschutz von Luftschichten, seine experimentelle Bestimmung und graphische Berechnung. **Beiheft z. Gesundh.-ing**., reihe 1, heft 28, p. 1-26, 1930.

OZOE, H.; SAYAMA, H.; CHURCHILL, S. W. Natural convection in an inclined rectangular channel at various aspect ratios and angles – experimental measurements. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 18, p. 1425-1431, 1975.

PADILLA, E. L. M.; LOURENÇO, M. A. S.; SILVEIRA-NETO, A., Natural convection inside cubical cavities: numerical solutions with two boundary conditions. **The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 35, p. 275-283, 2013.
PARENTE LIMA, Thiago. **Convecção natural em cavidade quadrada com sólido interno aquecida e resfriada pelas paredes adjacentes**. 2014. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2014.

PATANKAR, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

PRASOPCHINGCHANA, U.; PIROMPUGD, W.; LAIPRADIT P.; BOONLONG, K. Numerical Study of Natural Convection of Air in an Inclined Square Enclosure. **International Journal of Materials**, v. 1, n. 2, p. 131-135, 2013.

RAHMAN, M.; SHARIF, M. A. R. Numerical study of laminar natural convection in inclined rectangular enclosures of various aspect ratios. **Numerical Heat Transfer: Part A: Applications,** v. 44, p. 355-373, 2003.

RASOUL, J.; PRINOS, P. Natural convection in an inclined enclosure. **International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow**, v. 7, p. 438-478, 1997.

YEONG HA, M.; KIM, I. K.; YOON, H. S.; YOON, K. S.; LEE, J. R. Two-dimensional and unsteady natural convection in a horizontal enclosure with a square body. **Numerical Heat Transfer**, v. 41, p. 183-210, 2002.

## APÊNDICE A – PRÉ-PROCESSAMENTO DO FLUIDO NO FLUENT

O pré-processamento da configuração do fluido (ar) foi feita da forma como mostra a Figura A.1. Para o termo da flutuabilidade na equação do momento, o Fluent substitui a massa especifica pelo coeficiente de expansão térmica,  $\beta$ , fazendo com que tenha uma redução na não-linearidade da equação e no requerimento de memória do computador. O coeficiente de expansão térmica é função da massa específica e da temperatura, enquanto a pressão é constante.

Figura A.1 – Configuração das propriedades do fluido (ar) no Fluent.

Massa específica		(kg/m3)	incompressible-ideal-gas	•	Edit
	C <sub>p</sub> (calor específico)	(j/kg-k)	constant	•	Edit
			1007		
Co	ondutividade térmica	(w/m-k)	constant	•	Edit
			0.02587		
Viscosidade		(kg/m-s)	constant	•	Edit
			1.825e-05		
Peso molecular (kg		(kg/kmol)	constant	•	Edit
			28.966		

Fonte: Adaptado Fluent (2020).