EVERTON RUGGERI SILVA ARAÚJO

ESTUDO DE ESTABILIDADE DO FRESAMENTO DO FERRO FUNDIDO CINZENTO CONSIDERANDO O EFEITO DE AMORTECIMENTO NO PROCESSO

Dissertação de mestrado apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Joel Martins Crichigno Filho

JOINVILLE 2014

A663e	Araújo, Everton Ruggeri Silva
	Estudo da estabilidade do ferro fundido cinzento considerando o efeito de amortecimento no processo / Everton Ruggeri Silva Araújo 2014. 87 p.: il. ; 21 cm
	Orientador: Joel Martins Crichigno Filho Bibliografia: p. 84-111 Dissertação (mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2014.
	1. Vibrações regenerativas. 2. Amortecimento. I. Crichigno Filho, Joel Martins. II. Universidade do Estado de Santa Catarina. Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.
	CDD: 620.104 - 20.ed.

EVERTON RUGGERI SILVA ARAUJO ESTUDO DE ESTABILIDADE DO FRESAMENTO DO FERRO FUNDIDO CINZENTO CONSIDERANDO O EFEITO DE

AMORTECIMENTO NO PROCESSO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de concentração "Modelagem e Simulação Numérica".

Banca Examinadora

Orientador:

Prof. Dr. Joel Martins Crichigno Filho

m

Membros

Prof. Dr. Pablo Andrés Muñoz Rojas CCT/UDESC

Prof. Dr. Adriano Fagali de Souza UFSC

Joinville,SC, 09 de setembro de 2014.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pois mesmo que minha crença seja de meu modo, creio que sem "ele" nós não seriamos ninguém.

A CAPES/CNPQ e ao PROMOP pela disponibilização das bolsas de cunho financeiro ao longo do curso.

Ao prof. Dr.-Ing. Joel Martins Crichigno Filho por me receber tão bem na universidade e orientar este trabalho.

A empresa Tupy S.A por disponibilizar os corpos de prova de ferro fundido cinzento e em especial aos senhores Cássio e Josué Mota.

Aos professores Dr. Adriano Fagali de Souza e Dr. Pablo Andrés Muñoz-Rojas pelas contribuições valiosas nesta dissertação e aos demais professores do programa de pós-graduação em engenharia mecânica.

Agradeço a minha família, em especial, a minha mãe Sra. Marilia Pereira por todo o suporte dado e formação de caráter no qual me proporcionou.

Aos meus eternos amigos Ariane, Caio, Camille, Cohen, Pedro, Sávio, Raul, Iara e Murilo pelos anos de nossa amizade e a minha atual namorada Carol Saavedra pelo apoio constante na reta final do curso.

Aos meus companheiros de laboratório e colegas de curso Thiago, Renan, Cleomir, Caroline, Clodoaldo e Maisa pelo companheirismo e amizade nos dias de trabalho e na sala de aula.

Aos técnicos da universidade do estado de Santa Catarina.

"Diante da vastidão do tempo e da imensidão do universo, é um imenso prazer para mim dividir um planeta e uma época com você." (Carl Sagan)

RESUMO

ARAUJO, Everton Ruggeri Silva. **Análise de estabilidade no fresamento do ferro fundido cinzento considerando o amortecimento no processo**. 2014. 87f. Dissertação de Mestrado em Engenharia Mecânica – Área: Projeto, Análise e Otimização de Sistemas mecânicos. Universidade do Estado de Santa Catarina. Programa de Pósgraduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2014.

Nos últimos anos, o estudo das vibrações regenerativas tem-se intensificando na usinagem de materiais, entretanto, a análise das vibrações regenerativas vem sendo conduzidas apenas para a usinagem de materiais dúcteis e poucos trabalhos analisando essas vibrações na usinagem de materiais frágeis são encontrados na literatura. As vibrações regenerativas no processo de usinagem podem comprometer consideravelmente o acabamento superficial da peça, o desgaste da ferramenta e em alguns casos proporcionar danos severos à máquina-ferramenta. Por isso, há uma necessidade eminente de expandir a teoria das vibrações regenerativas para a classe de materiais frágeis. Para analisar as vibrações no processo e regiões onde se possui um corte estável e onde há um corte instável, foi utilizado o diagrama de lóbulos de estabilidade. Este diagrama é construído na grande maioria dos casos para aplicações em alta velocidade de corte. Neste trabalho, a análise do diagrama de lóbulos de estabilidade foi feita para ensaios em baixa velocidade de corte, onde o fenômeno de amortecimento surge. O amortecimento é um fator crucial no processo, pois aumenta a estabilidade do sistema. O fenômeno de amortecimento foi considerado na formulação das vibrações regenerativas utilizando o modelo de indentação de Wu. Além da consideração do amortecimento, uma análise da influência da rigidez no sistema mecânico adotado foi realizada por uma simulação utilizando o método pico a pico, da passagem da ferramenta no corpo de prova. Para validação dos experimentos realizados, os sinais de força e de aceleração foram adquiridos e uma análise foi conduzida no domínio do tempo e no domínio da frequência para identificar onde as vibrações surgiram. O acabamento superficial da peça e valor RMS dos sinais também foram verificados e comparados com as condições de estabilidade do processo. Os resultados demonstraram perfeitamente as consequências que as vibrações regenerativas apresentam na usinagem do ferro fundido cinzento e comprovam que o diagrama de lóbulos de estabilidade mostra bons resultados para identificação das vibrações na usinagem de materiais frágeis, determinando as zonas onde se deve evitar a remoção de material.

Palavras-Chave: Vibrações regenerativas, ferro fundido cinzento, fresamento, processo de amortecimento.

ABSTRACT

ARAUJO, Everton Ruggeri Silva. **Stability study of milling of grey cast iron considering the process of damping.** 2014. 87p. Master's thesis in Mechanical Engineering – Area: Project, Analysis and Optimization of mechanical systems. University of the State of Santa Catarina. Brazil, Joinville, 2014.

In recent years, the study of chatter vibrations has been intensifying in the machining of materials, however, the analysis of chatter vibration has been conducted only for machining of ductile materials and few studies analyzing these vibrations in machining of brittle materials are found in the literature. The chatter vibrations in machining process can considerably compromise the workpiece surface finish, tool wear and in some cases provide severe damage to the machine-tool. Thus there is an imminent need to expand the theory of chatter vibrations for the class of brittle materials. To analyze the vibrations of the process and zones where the process is stable, and where it is unstable, the stability lobes diagram was used. This diagram is constructed in most cases for applications at high speed cutting. In this work, the analysis of the stability lobe diagram was made for application at low cutting speed, where the phenomenon of damping arises. The damping is a crucial factor in the process, it increases system stability. The phenomenon of damping was considered in the formulation of chatter vibrations using the indentation model of Wu. Apart from consideration of the damping effect, an analysis of dynamic stiffness on the mechanical system adopted was made by means of a simulation using the peak to peak method of passing of the tool in the workpiece. For experiments validations, the signals of force and acceleration were acquired and an analysis was conducted in time and frequency domain to identify where the vibrations emerged. The workpiece surface finish and RMS value of the signals were checked and compared with the stability conditions of the process. The results demonstrated perfectly the consequences that the chatter vibrations present in machining of grey cast iron and proved that the stability lobe diagram shows good results to detect the vibrations in machining of brittle materials, determining the areas where the material removal should be avoid.

Keywords: Chatter vibrations, Grey Cast Iron, Milling, Process Damping.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Curva tensão-deformação de ferro fundido cinzento	18
Figura 2 - Zonas dominantes na formação de cavaco	19
Figura 3 - Area da seção transversal	20
Figura 4 - Parâmetros na usinagem	20
Figura 5 - Avanço por dente f_z	21
Figura 6 - Diagrama de lóbulos de estabilidade	23
Figura 7 - Sistema massa, mola, amortecedor	25
Figura 8 - Efeito do amortecimento e pólos do sistema	27
Figura 9 - Sistema com vibrações livres sem o amortecimento e amortecidas	
Figura 10 - Diferenca de comportamento vibratório para diferentes tipos de materiais	28
Figura 11 - Comportamento das vibrações em ressonância	29
Figura 12 - Comportamento das vibrações auto-excitadas	20
Figure 12 - Comportamento das viorações auto-excitadas	30
Figura 15 - Modelo dinamico, dois grads de intervale.	
Figura 14 - Chiematica de feso pos ondulações de superfício	21
Figura 15 - Diferença de las induitações da superincie	
Figura 10 - Parte real da FKF e Diagrama de lobulos de establidade	
Figura 17 - Analise modal de uma estrutura.	
Figura 18 - Tipos de graficos de representação da FRF: Diagrama de Bode	37
Figura 19 - Tipos de gráficos de representação da FRF: Diagrama de Nyquist	37
Figura 20 - Tipos de gráficos de representação da FRF: Partes reais e imaginárias.	38
Figura 21 - Pólos no plano de Laplace (S)	39
Figura 22 - Tipos de métodos para extração de parâmetros no domínio da Frequência	40
Figura 23 - Partes reais e imaginárias no método peak-picking	41
Figura 24 - Sistema com modos bem próximos	42
Figura 25 - Modelo de Wu de amortecimento na usinagem	44
Figura 26 - Cinemática de passagem dos dentes	44
Figura 27 - Etapas de indentação da ferramenta no corpo de prova	45
Figura 28 - Efeito do processo de amortecimento nas zonas de estabilidade	45
Figura 29 - Etapas envolvidas na realização dos experimentos	49
Figura 30 - Dispositivo Flexível	50
Figura 31 - Dispositivo flexível montado dentro da CNC	50
Figura 32 - Fluxograma para construção do diagrama de lóbulos de estabilidade	51
Figura 33 - Regiões em que os ensaios foram realizados no diagrama de lóbulos de estabilidade	52
Figura 34 - Centro de usinagem ROMI D600	52
Figura 35 - Ferramenta de trabalho.	53
Figura 36 - Processo de Aquisição dos sinais	
Figura 37 - Forcas produzidas durante o processo de usinagem	54
Figura 38 - Forças atuantes durante a nassagem da ferramenta	55
Figura 39 - Sistema de aquisição dos sinais no laboratório	55
Figura 40 - Transformada ránida de Fourier	
Figure 41 - Extração do valor RMS	
Figure 47 - Extração do valor Rivis.	
Figure 42 - Ferrir de lugostude serie am relação ao avanço por dente (fz)	
Figure 44 - Método pico a pico	
Figura 44 - Metodo pico a pico	
Figura 45 - Pontos escolindos para a simulação no dominio do tempo em lunção da variação de rigidez	
Figura 46 - Curvas dos pontos de rigidez do metodo pico a pico	00
Figura 47 - Modos bem proximos apos a realização de experimentos	01
Figura 48 - Diferenças na parte real da FRF entre os metodos <i>peak-picking</i> e RFP	61
Figura 49 - Inserto utilizado para calculo do coeficiente de amortecimento	62
Figura 50 - Efeitos do amortecimento nos Lóbulos de estabilidade	63
Figura 51 - Influência do amortecimento nos lóbulos em diferentes zonas de rotações do eixo-árvore	63
Figura 52 - Efeito de redução de massa nos diagramas de lóbulos de estabilidade	64
Figura 53 - Influência da redução de espessura da placa de aço	65
Figura 54 - Diagrama de Lóbulos de estabilidade do primeiro ensaio	66
Figura 55 - Sinal de força no eixo z no domínio do tempo	67
Figura 56 - FFT do sinal de força para o primeiro ensaio	67

Figura 57 - Corpo de prova após o primeiro ensaio realizado	68
Figura 58 - Diagrama de lóbulos de estabilidade para a segunda região	68
Figura 59 - Sinais de aceleração no domínio do tempo	69
Figura 60 - Sinais de força no eixo z no domínio do tempo	70
Figura 61 - FFT dos sinais de aceleração para segundo e terceiro ensaio realizado	70
Figura 62 - FFT dos sinais de força para a segunda região de estudo	71
Figura 63 - Corpo de prova após ensaio com vibração regenerativa e sem vibração regenerativa	72
Figura 64 - Diagrama de lóbulos de estabilidade para os ensaios 4 e 5	72
Figura 65 - Sinais de aceleração no domínio do tempo	73
Figura 66 - Sinais de força no eixo no domínio do tempo	73
Figura 67 - FFT dos sinais de aceleração da terceira região de análise	74
Figura 68 - FFT dos sinais de força da terceira região de análise	74
Figura 69 - Corpo de prova após realização dos ensaios 4 e 5	75
Figura 70 - Diagrama de lóbulos de estabilidade para os ensaios 6 e 7	75
Figura 71 - Sinais de aceleração no domínio do tempo	76
Figura 72 - Sinais de força no eixo z no domínio do tempo	76
Figura 73 - FFT dos sinais de aceleração para os ensaios 6 e 7	77
Figura 74 - FFT dos sinais de força dos ensaios 6 e 7	78
Figura 75 - Corpo de prova após usinagem dos ensaios 6 e 7	78
Figura 76 - Efeito da vibração regenerativa nos parâmetros de rugosidade	80
Figura 77 - Valor RMS dos ensaios	80
Figura 78 - Diferenças de rugosidade entre os ensaios 4 e 5	81
Figura 79 - Valores RMS da força e aceleração	81
Figura 80 - Efeito da vibração regenerativa nos parâmetros de rugosidade analisados	82
Figura 81 - Valores RMS dos ensaios 6 e 7	82

LISTA DE TABELAS

18
53
53
57
58
60
62
66
69
72
76
79
•

LISTA DE ABREVIATURAS

SISO	Single input, single output (Entrada única/Saída única)
SIMO	Single input, multiple output (Entrada única/Múltiplas saídas)
FRF	Função resposta à frequência
FFT	Fast Fourier Transform (Transformada rápida de Fourier)
EDO	Equação Diferencial Ordinária
RFP	Rational Fraction Polynomial

LISTA DE SÍMBOLOS

m	Massa do sistema
<i>c</i>	Amortecimento do sistema
С У	Amortecimento crítico do sistema
C C	Coeficiente de amortecimento equivalente
C _{eq}	coenciente de amortecimiento equivalente
C_a	Coeficiente de amortecimento na direção axial
Cd	Fator forma de amortecimento
K X	Rigidez do sistema Deslocamento na direção de movimento
\vec{F}	Vetor forca
Fx	Força na direção x
Fy	Força na direção y
Fz	Força na direção z
K	Coeficiente vetorial específico de corte
Kr Kt	Coeficiente específico de corte na direção tangencial
Ka	Coeficiente específico de corte na direção axial
ω	Frequência
ω_n	Frequência natural
ω_{d}	Frequência natural amortecida
ω_c	Frequência do tipo chatter
$h(\phi_j)$	Espessura de cavaco instantânea
hm	Espessura de cavaco média
$oldsymbol{\phi}_{j}$	Imersão angular de cada dente
$\pmb{\phi}_p$	Ângulo de inclinação da ferramenta
ϕ_{s}	Ângulo de contato entre a ferramenta e a peça
К	Ângulo de direção do gume principal
$\phi_{_{ent}}$	Ângulo de entrada da ferramenta
ϕ_{sai}	Ângulo de saída da ferramenta
γ	Ângulo de inclinação do inserto
Td	Período de passagem do dente
t [4]	Tempo Matriz de coeficientes de deslocamento dinâmico
[/]	Matriz de deslocamento dinâmico dependente da imersão da ferramenta
[<i>B</i>]	Matriz de coeficientes do amortecimento
G	Função de transferência
\vec{v}	Vetor velocidade de vibração regenerativa
α(ω)	Receptância da FRF
$Y(\omega)$	Mobilidade da FRF
A(ω) h	Acelerancia da FKF Comprimento de usinagem
h	
<i>U</i> _{cri}	Protundidade de corte critica dos lóbulos de estabilidade
n N	Kotaçao da fresa Número de dentes da fresa

VC	Velocidade de corte
ap	Profundidade de corte axial
ae	Profundidade corte radial
fz	Avanço por dente
ZC	Número de dentes da ferramenta em contato com a peça
D	Diâmetro da ferramenta
W	Largura de desgaste da ferramenta
υ	Raio de Poisson
E	Módulo de Young
ρ	Profundidade da deformação plástica
Ksp	Coeficiente de indentação
3	Diferença de fase entre as ondulações de vibração na superfície da peça
Ψ	Diferença de fase dos autovalores

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO E	
CONTEXTUALIZAÇÃO	
1.1 OBJETIVO	
1.1.1 Objetivo geral	17
1.1.2 Objetivo especifico	17
1.2 FERRO FUNDIDO CINZENTO	17
1.2.1 Propriedades mecânicas do ferro fundido cinzento	17
1.2.2 Dinâmica de formação de cavaco no ferro fundido cinzento	
1.3 O PROCESSO DE USINAGEM E DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE CORTE	
1.3.1 Modelo empírico para determinação dos coeficientes de corte	22
2 REVISÃO DE LITERATURA (ESTADO DA ARTE)	23
2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS	25
2.1.1 Vibrações livres	
2.1.2 Vibrações forçadas	
2.1.3 Vibrações regenerativas	29
2.1.4 Modelamento das vibrações regenerativas e lóbulos de estabilidade	
2.2 ANÁLISE MODAL DE ESTRUTURAS	
2.2.1 Extração de parâmetros modais com um grau de liberdade	40
2.2.2 Extração de parâmetros modais com múltiplos graus de liberdade	41
2.3 AMORTECIMENTO EM PROCESSOS DE USINAGEM	43
2.3.1 Estimativa do amortecimento na usinagem	43
2.3.2 Estimativa do coeficiente de amortecimento	46
2.3.3 Formulação do processo de amortecimento	47
3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	48
3.1 MATERIAIS E MÉTODOS	49
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	57
4.1 RESULTADOS INICIAIS	57
4.1.1 Coeficientes de força	57
4.1.2 Influência da rigidez no dispositivo flexível	
4.1.3 Análise modal experimental	61
4.1.4 Amortecimento do processo	62
4.1.5 Influência da variação de massa do corpo de prova	64
4.1.6 Influência da redução de espessura da placa	64
4.2 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	65
4.2.1 Validação dos lóbulos de estabilidade na região 1	66
4.1.2 Validação dos lóbulos de estabilidade na região 2	68
4.1.3 Validação dos lóbulos de estabilidade na região 3	
4.1.4 Validação dos lóbulos de estabilidade na região 4	75

4.3 ANÁLISE DO PARÂMETRO DE RUGOSIDADE E VALOR RMS	79
4.3.1 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 1	79
4.3.2 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 2	79
4.3.3 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 3	80
4.3.4 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 4	81
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	82
REFERÊNCIAS	84

1 INTRODUÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO

A usinagem é um termo que abrange uma vasta quantidade de processos de fabricação em que há a remoção de material em forma de cavaco, para que sejam alcançadas as especificações de projeto da peça, como forma e dimensão (CERVELIN, 2009).

O estudo do processo de usinagem é bem disseminado nos dias atuais. Seu avanço tecnológico é datado desde o século XIX com as primeiras máquinas movidas a vapor surgindo, e dessa forma facilitando o processo de manufatura.

Ao longo dos últimos anos, a pressão por aumento da produtividade na indústria vem se intensificando, exigindo maiores taxas de remoção de material do processo de usinagem, melhor desempenho da ferramenta de corte e redução de custos. Por isso, a busca pelo ajuste dos parâmetros de usinagem, como por exemplo, a profundidade de corte adotada, a velocidade de avanço e velocidade de corte da ferramenta para alcançar o máximo de material removido por unidade de tempo é crucial.

A necessidade de otimizar o processo de usinagem e de estudar os fenômenos envolvidos é o grande objetivo do homem nesta área de conhecimento. Desta forma, a busca constante para se alcançar a máxima eficiência de um processo tornou-se o grande desafio dos pesquisadores.

Entretanto, a máxima eficiência de um processo de usinagem é afetada por diversos fatores, dentre eles as vibrações no processo. As vibrações são categorizadas pelo seu tipo, sendo elas, livres, forçadas ou regenerativas. Vibrações livres são aquelas que não possuem uma força de excitação e fazem o sistema oscilar livremente. Vibrações forçadas são aquelas oriundas de alguma força de excitação no sistema. E as vibrações regenerativas aquelas que acontecem devido a um mecanismo de auto-excitação do processo e estão sempre próximas a frequência natural do sistema.

A vibração do tipo regenerativa vem ganhando destaque recentemente e ocorre devido à baixa rigidez estrutural das peças no processo de usinagem, causando uma série de problemas. A vibração regenerativa pode levar a variação no tempo do posicionamento relativo entre ferramenta e peça. De acordo com Altintas (2001) vibrações com amplitudes excessivas podem causar vários distúrbios no processo de usinagem e em casos extremos, danificar completamente um sistema.

Altintas (2000) afirma que as vibrações de máquinas-ferramenta desempenham um papel importante para uma má produtividade na usinagem e completa afirmando que elevados níveis de vibrações aceleram o desgaste da ferramenta, comprometem a formação de cavaco, causam péssimo acabamento superficial da peça, além de danificar os rolamentos do eixo-árvore.

Desta forma, é preciso se determinar as condições de estabilidade do processo de usinagem, verificando zonas onde se possui um corte estável com a ausência de vibrações e onde há um corte instável com a presença delas.

A determinação da condição de corte ideal, é realizada normalmente por um gráfico bidimensional denominado diagrama de lóbulos de estabilidade. Este gráfico é desenvolvido por meio da seleção de parâmetros do sistema, tais como a profundidade de corte, a rotação do eixo-árvore e os parâmetros modais do sistema mecânico. De acordo com Yue (2006) o diagrama de lóbulos de estabilidade é utilizado para otimizar o processo de usinagem, melhorando a taxa de remoção de material e aumentando, consequentemente, a produtividade de um processo de manufatura.

O diagrama de lóbulos de estabilidade são na maioria dos casos utilizados para análises em processos com alta velocidade de corte, devido aos lóbulos criados nestas condições possuírem um espaçamento melhor entre cada um deles (TYLER, 2012). Com isso, esse diagrama vem sendo empregado na indústria para esse tipo de análise com bastante sucesso.

Porém, a usinagem de materiais é realizada para qualquer tipo de condição e há a necessidade de estudos fora das faixas de alta velocidade de corte do processo. Quando há a necessidade de se usinar materiais em baixas velocidades de corte, um fenômeno importante surge mediante à dissipação de energia mecânica, denominado amortecimento.

O amortecimento pode ser classificado em três categorias: interno quando associado a defeitos na microestrutura, estrutural quando associado à perda de energia por atrito e o fluídico pela resistência ao arraste em um meio fluídico (COSSOLINO e PEREIRA, 2010).

O amortecimento determina a amplitude de vibração na ressonância e o tempo de persistência da vibração depois de cessada a sua excitação. Essa característica faz com que ele seja crucial em processos de remoção de material e na estabilidade do processo (HUANG e WANG, 2011). De acordo com Jin (2012) apud Wallace e Andrew, 1965, p.16) o amortecimento na usinagem ocorre no contato entre a superfície de folga da ferramenta com a peça quando a velocidade de corte é significamente menor que a velocidade de vibração da ponta da ferramenta.

Desta maneira, o processo de amortecimento e sua formulação é o foco principal dos trabalhos publicados recentemente, sua característica não-linear é um dos grandes desafios das formulações existentes fazendo que

diversos autores busquem alternativas para sua inclusão nas formulações das vibrações regenerativas e cálculo dos lóbulos estabilidade, o que é particularmente complicado.

Além de todos estes fatores, a análise da estabilidade de um processo de usinagem foi desenvolvida e bastante explorada apenas para materiais dúcteis e em condições do processo de alta velocidade de corte, onde o efeito de amortecimento não tem tanta influência. Desta forma, há uma necessidade eminente de expansão dessas técnicas de análise de estabilidade para materiais frágeis, como o ferro fundido. O ferro fundido cinzento é um material amplamente empregado na fabricação de uma série de elementos mecânicos, e mesmo assim, existem poucos estudos sobre a sua estabilidade no processo de usinagem e em baixas velocidades de corte.

O capítulo 1 apresenta a introdução, bem como uma contextualização de assuntos como o processo de usinagem, o material que é utilizado nesta dissertação e a determinação da força de corte do processo. O capítulo 2 traz o estado da arte deste trabalho, fazendo uma revisão da literatura dos assuntos pertinentes nesta dissertação, tais como as vibrações mecânicas, a análise modal e o efeito de amortecimento. O capítulo 3 mostra a metodologia aplicada para desenvolvimento do procedimento experimental e todos os equipamentos utilizados para a realização dele. O capítulo 4 apresenta os resultados obtidos e uma discussão sobre os resultados é realizada. E, por fim, o último capítulo é referente a conclusão e sugestões para trabalhos futuros.

1.1 OBJETIVO

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho consiste em analisar a estabilidade no fresamento do ferro fundido cinzento em baixa velocidade de corte, verificando-se também o efeito da rigidez e amortecimento em estruturas durante a remoção de material, com o intuito de observar a influência que esses parâmetros possuem no sistema.

Para alcançar esse objetivo são utilizados modelos no domínio do tempo e na frequência empregando simulações computacionais e técnicas experimentais.

1.1.2 Objetivo especifico

Os objetivos específicos são:

- Utilização de um dispositivo simplificado a fim de permitir a análise com apenas um grau de liberdade e manter a mesma característica dinâmica do sistema em todos os ensaios.

-Análise modal experimental da peça e utilização das técnicas *peack-picking* e RFP para obter os parâmetros modais.

-Utilização do modelo de Wu para determinar o coeficiente de amortecimento.

-Elaboração de um código no ambiente do software MATLAB para obtenção do diagrama das cartas de estabilidade considerando o efeito de amortecimento.

- Elaboração de uma simulação no domínio do tempo da passagem da ferramenta no corpo de prova com o intuito de determinação da influência da variação de rigidez da peça na estabilidade do processo, utilizando o método pico a pico.

-Estudo das regiões estáveis e instáveis do fresamento.

-Realização de experimentos para validação com os resultados de simulação no MATLAB.

1.2 FERRO FUNDIDO CINZENTO

Com base na proposta da dissertação, esta seção submete o material que irá ser estudado.

1.2.1 Propriedades mecânicas do ferro fundido cinzento

O ferro fundido cinzento é uma liga ternária de ferro, carbono e silício constituinte de uma classe de material frágil com boa usinabilidade que vem amplamente sendo utilizado na indústria automobilística e de manufatura.

Sua composição química possui uma predominância desses tipos de componentes, além de outros elementos em menor escala conforme mostrado na Tabela 1.

C (%)	Si (%)	Mn (%)	S (%)	P (%)
2,5-4	1-3	0,3-1	0,06-0,2	0,02-1

Tabela 1 - Composição química do ferro fundido cinzento em % peso

Esse tipo de material apresenta comportamento frágil sob tensão trativa e bastante resistência sob compressão, além de boa capacidade de amortecimento de vibrações e elevada resistência ao desgaste mecânico (CALLISTER, 2002). O material apresenta composição mista de matrizes ferríticas/perlíticas com blocos de grafita compondo a sua estrutura, resultante da não dissolução de austenita ou ferrita, que faz a precipitação nas formas de veias ou lamelas ao longo do material. As partículas de grafita existentes nesse tipo de material influenciam consideravelmente seu comportamento mecânico, pois são as principais responsáveis pelo amortecimento de vibrações.

Levando em consideração a usinabilidade desse tipo de material, o ferro fundido cinzento possui baixa resistência a impactos, gera forças de corte relativamente baixas e o desgaste criado no processo de corte é apenas por abrasão (SANDVIK COROMANT, 2011). Os bons resultados obtidos na usinagem do ferro fundido cinzento são resultantes também da presença da grafita no material pois ela atua como lubrificante e fragilizante do cavaco (TUPY, 1974). Musolino (2011) menciona que as veias de grafita além de favorecer a quebra de cavacos também ajuda na durabilidade das ferramentas, porém, quando há amortecimento e vibrações no processo a concentração de tensões durante o corte aumenta, o que comprometem demasiadamente a ferramenta de trabalho.

1.2.2 Dinâmica de formação de cavaco no Ferro fundido cinzento

Dentre as características do ferro fundido cinzento, a que mais se destaca é a sua boa usinabilidade em comparação a outros tipos de ligas. A obtenção de taxas baixas de desgaste da ferramenta e altas taxas de remoção de material fazem com que esse tipo de material tenha bons resultados quanto a usinabilidade. De acordo com Iron casting society (1981) peças manufaturadas do setor automotivo de ferros fundidos cinzentos tendem a aumentar a vida das ferramentas de 20-900%.

Os cavacos produzidos na usinagem desse tipo de materiais são de classe descontínua pois o material não é capaz de suportar grandes quantidades de deformação sem fratura. A ruptura e falha ocorre sem um processo de escoamento característico e o comportamento de fratura é regido pelo critério de Rankine no qual postula que a fratura irá ocorrer quando a tensão principal máxima atingir um valor limite igual ao limite de resistência que o material suporta, quando submetido a um estado de tração ou compressão. A Figura 1 ilustra o comportamento da curva tensão-deformação em ensaios de tração e compressão no ferro fundido cinzento.



Figura 1 - Curva tensão-deformação de ferro fundido cinzento

Fonte: do próprio autor (2014)

Durante o período de remoção de material, o ferro fundido tem um comportamento de material dúctil na etapa de compressão e de material frágil apenas na etapa de tração. Marwanga *et. al.* (2000) afirma que o cavaco formado é resultante de um predomínio das etapas da fratura do material e não de uma deformação plástica em si como para os casos dos aços em geral. Porém, há também uma pequena zona de deformação plástica devido ao contato da aresta de corte no material na região abaixo da face de flanco da ferramenta.

O processo de formação do cavaco é regido por eventos de fratura no material e é composto por três regiões distintas na zona afetada pela usinagem: as regiões de decoesão, propagação da fratura e região de fragmentação, como ilustra a Figura 2.



Figura 2 - Zonas dominantes na formação de cavaco.

Fonte: Adaptado de (GUESSER, 2009)

Na zona de decoesão ocorre a separação das matrizes ferriticas/perliticas das lamelas de grafita formandose microtrincas, depois dessa zona, na zona de fratura as microtrincas tornam-se maiores e se unem a trincas oriundas do contato entre a ferramenta e a peça, seguindo o esqueleto da grafita. A propagação ocorre na zona de fragmentação no qual o material é fragmentado e esta zona é dividida em duas áreas, uma à frente a ferramenta e outra abaixo da ferramenta (GUESSER, 2009). De acordo com Marwanga et.al. (2000) na área à frente da ferramenta o cavaco descontínuo que irá ser formado é fracamente coeso o que difere para uma estrutura fosca na área abaixo da ferramenta devido a atuação de forças de compressão que causam compactação dos fragmentos de cavaco.

De acordo com Guesser (2009) apesar da boa usinabilidade, os ferros fundidos apresentam diferenças significativas entre si, pois a usinabilidade pode ser alterada por variações microestruturais. Desta forma, as características mecânicas deste material influenciam bastante na sua usinabilidade e na força de corte do processo.

1.3. O PROCESSO DE USINAGEM E DETERMINAÇÃO DA FORÇA DE CORTE

A maneira mais prática de se determinar o comportamento de um determinado sistema mecânico é através da análise das variáveis atuantes no sistema, tais como força, pressão, temperatura, etc.

Em processos de usinagem, o fresamento de topo, de acordo com Araujo (2006), consiste em retirar material utilizando uma ferramenta esbelta rotativa formada por navalhas helicoidais, onde a velocidade de avanço é perpendicular ao eixo da ferramenta.

No processo de fresamento, a força de corte produzida é resultante de diversos parâmetros que são de extrema importância para entendimento da dinâmica de usinagem. Sekulic *et. al.* (2012) afirma que no fresamento, as forças de corte exercidas pela aresta de corte na peça mudam ao longo do espaço e tempo. Essa característica faz com que o processo de fresamento seja mais complexo em comparação a outros processos de usinagem.

A força de corte na usinagem pode ser obtida ou estimada de acordo com o tipo de modelo empregado, sendo esses modelos utilizando abordagens analíticas, numéricas ou empíricas. Na abordagem analítica utiliza-se o menor número possível de parâmetros experimentais, relacionando variáveis como a área do plano de cisalhamento, seção do cavaco deformado, propriedades do material, etc. Nas abordagens numéricas são utilizados modelos aplicando os métodos de elementos finitos, elementos discretos, entre outros. E na abordagem empírica, a força de corte é extraída a partir de experimentos e equipamentos.

Considerando os parâmetros de usinagem que influenciam a força de corte produzida, pode-se descrever a força de corte inicialmente por:

$$F = K_c \cdot A \tag{1.3.1}$$

Onde: Kc é o coeficiente específico de corte que varia de material para material e A a área da seção transversal.

A área da seção transversal A pode ser descrita pelo produto entre a profundidade de corte b e a espessura do cavaco h como mostra a Figura 3.





Fonte: Adaptado de (PEIXOTO, 2013)

sendo assim, a área da seção transversal é representada pela Equação 1.3.2.

$$A = b \cdot h \tag{1.3.2}$$

Durante o processo de usinagem há uma variação da espessura do cavaco que está sendo formado, desta maneira, a espessura média do cavaco (hm) é mais indicada para se estimar este parâmetro.

$$h_m = \frac{360^\circ}{\phi_s} \cdot \frac{f_z}{\pi} \cdot \frac{a_e}{D} \cdot sen(k_r)$$
(1.3.3)

onde: ϕ_s = ângulo de contato entre a ferramenta e a peça, f_z =avanço por dente, a_e = profundidade de corte radial, D = diâmetro da fresa e k_r =ângulo de direção do gume principal. A Figura 4 ilustra alguns parâmetros de corte no fresamento de materiais.

Figura 4 - Parâmetros na usinagem



Fonte: do próprio autor (2014)

Além da espessura de cavaco, o avanço por dente f_z da ferramenta é outro parâmetro importante quando se estuda o processo de usinagem e a força de corte produzida. A Equação 1.3.4 denota ele.

$$f_z = \frac{v_f}{n \cdot z_c} \ . \tag{1.3.4}$$

no qual: V_f é o avanço da mesa, *n* o número de rotações da ferramenta e *zc* o número de dentes em contato com a peça. A Figura 5 ilustra o avanço por dentes *fz*.



Fonte: Adaptado de (SANDVIK COROMANT, 2011)

A força de corte do processo depende do número de dentes em contato com a peça. Isto significa que, enquanto a fresa gira, o número de arestas em contato oscila entre dois valores inteiros. Essa oscilação faz a força de corte também oscilar. Desta forma pode-se obter um valor aproximado da relação dos dentes em contato, denotado pela Equação 1.3.5

$$z_c = z \cdot \frac{\phi_s}{360^{\circ}} \quad . \tag{1.3.5}$$

Sendo: z o número total de dentes da fresa.

Outro fator que influencia a força de corte do processo, é a velocidade de corte. A partir do número de rotações da ferramenta de trabalho (n) determina-se vc pela equação 1.3.6.

$$v_c = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{1000}.$$
 (1.3.6)

E além dessas considerações, tem-se que a força de corte é diretamente proporcional ao comprimento de corte *b*, tendo a equação 1.3.7 representando este parâmetro.

$$b = \frac{a_p}{sen(k_r)} \quad . \tag{1.3.7}$$

onde: a_p =profundidade de corte axial.

Portanto, para cálculo da força de corte, utiliza-se as expressões acima do fresamento de materiais e definese o coeficiente específico (*K*c) que varia de material para material. Esse coeficiente de corte pode ser decomposto nas direções radial, tangencial e axial de corte e pode ser calculado por diversos modelos, dentre eles, o modelo linear de Altintas (2000) apresentado no tópico a seguir.

1.3.1 Modelo empírico para obtenção dos coeficientes da força de corte

Um dos fatores primordiais para modelamento da força de corte em um processo de usinagem é a obtenção de seus coeficientes.

Altintas (2000) estabeleceu um modelo linear para a força de corte que é amplamente utilizado nos trabalhos nesta área de conhecimento. A Equação 1.3.8 representa o modelo.

$$F = K_c \cdot b \cdot h + K_e \cdot b. \tag{1.3.8}$$

Segundo Marinov (2008), neste modelo a força de corte total estabelece uma relação linear com o avanço por dente e é convenientemente separada em duas partes. Uma parcela da força de corte referente à ponta da ferramenta Fe e outra devido ao cisalhamento entre a ferramenta e peça Fc.

Para determinação dos coeficientes da força de corte utilizando este modelo, é necessária a utilização de equipamentos como transdutores de força que captam e transformam a força mecânica aplicada em um sinal contínuo em voltagem. Desta forma, a partir da Equação 1.3.8 denota-se a força de corte total atuante no processo no domínio angular pela Equação 1.3.9.

$$\vec{F}_q = \frac{1}{\phi_p} \int_{\phi_{ent}}^{\phi_{sai}} \vec{F}_q(\phi) d\phi \quad (1.3.9)$$

onde:

q = direções x, y, z

 $\phi_{en} =$ ângulo de entrada da ferramenta

 ϕ_{sa} = ângulo de saída da ferramenta

 ϕ_p = ângulo de inclinação da ferramenta

Integrando a força de corte no domínio angular e decompondo ela em relação ao eixo cartesiano, tem-se:

$$\overline{F}x = \left\{\frac{N_{ac}}{8\pi} \left[K_{tc} \cdot \cos\left(2\phi\right) - K_{rc} \cdot \left(2\phi - Sen\left(\phi\right)\right)\right] + \frac{Na}{2\pi} \left[-K_{te} \cdot Sen\left(\phi\right) + K_{re} \cdot \cos\left(\phi\right)\right]\right\}_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$
(1.3.10)

$$\overline{F}y = \left\{\frac{N_{ac}}{8\pi} \left[K_{tc} \cdot \left(2\phi - Sen\left(\phi\right)\right) - K_{rc} \cdot Cos\left(2\phi\right)\right] - \frac{Na}{2\pi} \left[K_{te} \cdot Cos\left(\phi\right) + K_{re} \cdot Sen\left(\phi\right)\right]\right\}_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$
(1.3.11)

$$\overline{F}z = \left\{\frac{N_a}{2\pi} \left[-K_{ac} \cdot \cos\left(\phi\right) + K_{ae} \cdot \phi\right]\right\}_{\phi_{st}}^{\phi_{ex}}$$
(1.3.12)

De acordo com Altintas (2000) a força de corte pode ser expressa com uma contribuição da força atuante na ponta da ferramenta e da parte referente ao cisalhamento da ferramenta e peça, por isso convém-se a sua separação conforme mostrado na Equação 1.3.13.

$$\vec{F}_{q} = \vec{F}_{qc} + \vec{F}_{qe}, \, \forall \, q = t, r, a$$
 (1.3.13)

portanto, para cálculo dos coeficientes específicos *Kc* e *Ke* substituem-se as Equações 1.3.10, 1.3.11 e 1.3.12 na Equação 1.3.13, tendo os coeficientes representados por:

$$K_{tc} = \frac{4\overline{F}_{yc}}{N \cdot a_p}, K_{te} = \frac{\pi \overline{F}_{ye}}{N \cdot a_p}$$
(1.3.14)

$$K_{rc} = -\frac{4\overline{F}_{xe}}{N \cdot a_p}, K_{re} = -\frac{\pi \overline{F}_{xe}}{N \cdot a_p}$$
(1.3.15)

$$K_{ac} = \frac{\pi \overline{F}_{zc}}{N \cdot a_p}, K_{ae} = \frac{2\overline{F}_{ze}}{N \cdot a_p}$$
(1.3.16)

Nas expressões (1.3.14-1.3.16), Ktc e Kte são os coeficientes relativos a força tangencial atuante, Krc e Kre coeficientes da força radial e Kac e Kac coeficientes da força axial. N é o número de dentes da ferramenta, e \overline{F}_x , \overline{F}_{y} e \overline{F}_{z} são as médias das forças de usinagem medidas nas suas respectivas direções pelo transdutor de força.

2 REVISÃO DE LITERATURA (ESTADO DA ARTE)

O estudo da vibração regenerativa teve início no começo do século XX e foi apresentado por Taylor (1907), onde de acordo com este autor, esse tipo de vibração era um dos fenômenos mais obscuros que se tinha no contexto da usinagem de materiais. Entretanto, devido a sua complexidade, a base matemática desse tipo de vibração foi construída somente em meados dos anos 50/60.

Os precursores e pesquisadores que apresentaram os modelos matemáticos da vibração regenerativa na usinagem foram Tobias e Fishwick (1958), Tlusty e Polacek (1963), Merrit (1963) e Koenisberger e Tlusty (1967) no qual introduziram seus modelos baseados na resposta dinâmica do sistema no processo de torneamento. Estes autores assumiram que a vibração regenerativa surgia durante à perda de rigidez estrutural da peça e a direção desta vibração se dava na mesma direção da força de corte do processo, ao longo da formação da espessura de cavaco. Portanto, toda a base foi incialmente construída em modelos para a usinagem ortogonal de materiais.

Ainda na década de 60, Tobias (1965) apresentou um gráfico bidimensional para prever onde as vibrações surgiriam no processo de usinagem. Esse gráfico denominado diagrama de lóbulos de estabilidade foi um marco no universo científico e associava as profundidades de corte do processo com as rotações do eixo-árvore indicando onde se possuía uma condição estável do processo de usinagem e onde se tinha uma condição instável. A Figura 6 apresenta o diagrama de lóbulos de estabilidade.





Rotação do eixo-árvore (rpm)

Fonte: Adaptado de (TYLER,2012)

Com o passar dos anos, a vibração do tipo regenerativa começou a ser bastante explorada, e havia uma necessidade de expansão de sua teoria. A necessidade de expansão da teoria das vibrações regenerativas para ferramentas rotativas com vários dentes de corte fez com que Tlusty e Ismail (1981) apresentassem um método no domínio do tempo para construção dos lóbulos de estabilidade para os outros tipos de operações de usinagem, como o fresamento.

A expansão da teoria das vibrações regenerativas para outros processos de usinagem, fez com que Altintas e Budak (1995) desenvolvessem para o fresamento de materiais, uma solução analítica para os lóbulos de estabilidade no domínio da frequência, utilizando um coeficiente médio da série de Fourier. Essa solução ficou conhecida como solução de ordem zero e a formulação utilizada neste trabalho até hoje é bastante referenciada.

Shin e Jensen (1999) apresentaram um modelo matemático em três dimensões adaptado do modelo de Altintas e Budak (1995) para prever a estabilidade do fresamento considerando o efeito da geometria, insertos e ângulos da ferramenta e conseguiram com eficácia prever as regiões de estabilidade do processo de usinagem.

A partir daí diversos trabalhos surgiram, e a solução de ordem zero já começava a não demonstrar bons resultados para determinados tipos de aplicações. Paralelamente aos trabalhos publicados, foi verificado que para o fresamento com baixas imersões radiais, a solução de ordem zero não apresentava boa precisão, com isso outros métodos surgiram, como o método de multi-frequência (Altintas e Budak, 1998) que utilizava a base da solução de ordem zero mas modelava a fresa e a peça a ser usinada com múltiplos graus de liberdade e, dessa maneira, várias frequências apareciam justificando o nome do método.

Ainda considerando esse problema, nos anos 2000, o método semi-discreto foi introduzido por Insperger e Stépán (2002) onde os autores discretizaram parcialmente a trajetória de passagem da ferramenta e transformaram o modelo matemático da vibração regenerativa constituído por equações diferenciais com atraso, para um outro modelo utilizando uma série de equações diferenciais ordinárias com soluções conhecidas.

Desta forma, as novas propostas para outros tipos de operações e modelos matemáticos estava sendo efetivada e consolidada. Porém, com a publicação de diversos trabalhos sobre as vibrações regenerativas na usinagem, foi verificado um novo problema que era pouco explorado, denominado amortecimento.

O aumento da profundidade de corte do processo, e utilização de baixas velocidades de corte na usinagem fez com que o fenômeno de amortecimento surgisse. O amortecimento aumenta a amplitude de vibração, o limite de estabilidade do diagrama de lóbulos de estabilidade e o desgaste da ferramenta. Wallace e Andrew (1965) apresentaram um dos primeiros estudos sobre ele. Neste trabalho, os autores verificaram que o contato da superfície de folga da ferramenta com a peça é influenciado pela dinâmica das forças de corte impostas também pelas vibrações do processo e tendem ao surgimento do amortecimento.

Partindo desse pressuposto, no final da década de 80, Wu (1989) assumiu que o surgimento do amortecimento em processos de corte é devido a uma força de indentação da ferramenta na superfície do corpo de prova. O modelo de Wu para estimativa do amortecimento e cálculo de seu coeficiente foi pioneiro nessa área e seu modelo é utilizado até hoje.

Desta maneira, o amortecimento foi acrescentado gradativamente nos trabalhos publicados sobre as vibrações regenerativas. Lee et al. (1995) expandiram o modelo de Wu utilizando uma técnica de redes neurais artificiais, analisando a estabilidade no torneamento com diferentes ângulos de folga e saída da ferramenta. Powell (2008) variou os ângulos dos dentes da fresa com o intuito de evitar o efeito das vibrações regenerativas no fresamento de topo da liga de alumínio 6160-T6 considerando o efeito de amortecimento obtendo bons resultados. Budak e Tunc (2010) mostraram uma nova aproximação para identificar o coeficiente de amortecimento para o torneamento e fresamento de materiais. Neste trabalho os autores substituíram o amortecimento viscoso da equação dinâmica de movimento de segunda ordem por um amortecimento equivalente mediante a combinação de vários mecanismos de amortecimento. Ahmadi e Ismail (2011) linearizaram um modelo para análise do processo de amortecimento no torneamento do aço AISI 1018 verificando a indentação da ferramenta na peça, em um sistema possuindo um grau de liberdade. A construção dos lóbulos de estabilidade neste trabalho foi a partir de um procedimento iterativo com a substituição do amortecimento viscoso por um amortecimento equivalente e esta substituição foi eficaz. Jin (2012) analisou a estabilidade do processo considerando o amortecimento na modelagem da dinâmica de corte do micro-fresamento de metais. O coeficiente de amortecimento foi estimado utilizando simulações pelo método de elementos finitos e mostrou boa precisão comparado ao modelo analítico de amortecimento.

Além dos trabalhos publicados com base na teoria analítica do amortecimento, a determinação experimental do amortecimento também tem sido alvo das pesquisas.

Altintas *et al.* (2008) identificaram os coeficientes de amortecimento realizando testes no torneamento utilizando uma ferramenta oscilante e um servo motor piezelétrico que atuava na frequência e amplitude desejada medindo as forças de corte e deslocamentos e extraindo esse coeficiente.

Kurata *et. al.* (2010) apresentaram uma maneira de estimar o coeficiente de amortecimento para a usinagem de metais, realizando testes experimentais de torneamento, estimando ele através de uma solução inversa da lei de estabilidade de vibração e associando tal coeficiente na elaboração das cartas de estabilidade do fresamento mesmo com as diferenças de geometria, frequência de vibração e cinemática entre os processos, obtendo bons resultados. Huang e Wang (2011) investigaram o quanto as condições de corte influenciam no processo de amortecimento durante o fresamento de ligas de alumínio. Eles apresentaram um método no domínio da frequência para identificação do amortecimento por meio de experimentos dos sinais de vibração. Neste trabalho, os autores comprovaram que o processo de amortecimento médio aumenta drasticamente à medida que o comprimento da

onda de vibração é inferior a um valor crítico, mas mantém-se constante quando esse comprimento de onda é maior que tal valor.

Tyler (2012) considerou o efeito de amortecimento no modelamento do amortecimento nos processos de torneamento e fresamento. Neste trabalho foi realizada uma comparação entre o modelo analítico no domínio da frequência, um modelo experimental e uma simulação no domínio do tempo. O coeficiente do processo de amortecimento foi estimado a partir da técnica de soma de quadrado de resíduos (RSS), que melhor representa as fronteiras de estabilidade do processo experimental. O autor avaliou o ângulo de contato da aresta de corte e a peça, além do desgaste da ferramenta como fontes do processo de amortecimento.

Ahmadi e Ismail (2012a) adotaram um modelo de amortecimento viscoso no processo de usinagem e aplicaram ele no método de solução de multi-frequência e no de semi-discretização, para construção e análise dos lóbulos de estabilidade. Comparando os dois métodos os autores comprovaram a maior eficácia e precisão do método de semi-discretização mesmo com um número não muito alto de pontos de discretização. Esse número de pontos necessários aumentava com baixas velocidades de corte e maior amortecimento. No final deste trabalhos os autores compararam os resultados com os testes experimentais adquiridos.

Peixoto (2013) considerou o efeito de amortecimento no fresamento de faceamento de placas engastadas para determinação do diagrama de estabilidade, obtendo bons resultados para sistemas com esta caraterística.

Desta maneira, a teoria das vibrações regenerativas e o efeito de amortecimento já estava bastante disseminada, mas muito focada apenas em materiais dúcteis. Materiais considerados frágeis como o ferro fundido são, até hoje, pouco explorados. Um dos poucos trabalhos nessa área foi apresentado por Lacerda e Lima (2004) que estudaram as vibrações regenerativas no fresamento mas o efeito de amortecimento não foi considerado. Neste trabalho os autores compararam a estabilidade do processo de corte tendo como materiais usinados, o ferro fundido GH 190 e o aço AISI 1020 e foi verificado que para materiais frágeis como o ferro fundido, o limite que divide as regiões estáveis e instáveis do processo é bem inferior ao limite de profundidade de corte das regiões do aço.

Essa diferença encontrada por Lacerda e Lima (2004) é devido as propriedades mecânicas distintas destes materiais, portanto, mesmo com materiais diferentes a base construída para os materiais considerados dúcteis e o estudo sobre as vibrações na usinagem pode ser aplicado para qualquer material.

2.1 VIBRAÇÕES MECÂNICAS

No estudo de estabilidade de processos em sistema mecânicos, as vibrações são fatores bastante explorados pois estão presentes em praticamente qualquer sistema.

Vibração ou oscilação é qualquer movimento que se repete, regular ou irregularmente, após um certo intervalo de tempo (SOEIRO, 2008). As vibrações são um limitador comum para a produtividade e qualidade de um processo, suas consequências determinam o quanto de confiabilidade e segurança se tem em uma determinada operação.

Em sistemas mecânicos há diferentes formas de classificação das vibrações, sendo elas classificadas quanto à excitação: como livres, forçadas ou auto-excitadas, quanto ao amortecimento, quando amortecidas ou nãoamortecidas e quanto a linearidade, obedecendo o princípio de superposição para o caso linear e não obedecendo tal princípio quando não-linear.

De acordo com Rao (2008) um sistema vibratório é um sistema dinâmico para o qual as variáveis como as excitações e respostas são dependentes do tempo. A partir dos princípios da dinâmica e derivações de equações diferenciais ordinárias e parciais pode-se expressar a vibração de um sistema com 1 GDL por uma equação diferencial que relaciona as forças com os deslocamentos, velocidades e acelerações do sistema mecânico conforme Equação (2.1) e a Figura 7, onde *m* é a massa do sistema, *c* o amortecimento e *k* a rigidez.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = \vec{F} \,. \tag{2.1}$$

Figura 7 - Sistema massa, mola, amortecedor.



Fonte: adaptado de (RAO, 2008)

O modelamento das vibrações em qualquer sistema mecânico é bastante importante, na sequência são apresentados os tipos vibrações e suas definições.

2.1.1 Vibrações livres

As vibrações livres são vibrações onde o sistema vibra nas suas frequências naturais e não existe força de excitação externa após uma perturbação inicial. Schmitz e Smith (2009) afirmam que tais oscilações são o resultado de algumas condições iniciais impostas ao sistema, tais como um deslocamento a partir da posição de equilíbrio do mesmo e sua duração é relativamente pequena. Desta maneira para expressar essa vibração, a Equação 2.1 se torna:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + kx = 0. (2.1.1)$$

para solucionar a Equação 2.1.1 pode-se adotar uma solução do tipo $x(t) = e^{\lambda t}$, com isso, obtém-se:

$$\dot{x}(t) = \lambda e^{\lambda t} \quad e \tag{2.1.2}$$

$$\ddot{x}(t) = \lambda^2 e^{\lambda t} \,. \tag{2.1.3}$$

substituindo os termos de 2.1.2 e 2.1.3 na Equação 2.1.1 resulta-se na Equação 2.1.4

$$(m\lambda^2 + c\lambda + k)e^{\lambda t} = 0, \qquad (2.1.4)$$

desta forma, resolvendo algebricamente a equação 2.1.4 tem-se que os autovalores do sistema são:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - \overline{c}^2}}{2m} \quad , \tag{2.1.5}$$

no qual $\bar{c} = 2 \cdot \sqrt{m \cdot k}$ é o amortecimento crítico do sistema.

Substituindo o amortecimento crítico do sistema na equação dos autovalores de 2.1.5 chega-se na Equação 2.1.6.

$$\lambda_{1,2} = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4 \cdot m \cdot k}}{2m}.$$
(2.1.6)

A solução dos autovalores de (2.1.6), são as raízes do sistema e são dependentes do fator de amortecimento responsável pelo decaimento da amplitude de vibração ou não. Esse fator de amortecimento é denotado por zeta (ζ) e mostrado na Equação 2.1.7.

$$\zeta = \frac{c}{\overline{c}} \,. \tag{2.1.7}$$

Um sistema é dito livre do processo de amortecimento quando sua razão de amortecimento zeta (ζ) for igual a zero, isso resulta em raízes características imaginárias.

Um sistema é denominado sub-amortecido quando zeta estiver entre $0 < \zeta < 1$ e as raízes características são complexas. E um sistema é super amortecido quando $\zeta > 1$ resultando em raízes características do sistema reais. A Figura 8 ilustra o efeito de amortecimento com os pólos (raízes características) de um sistema e a Figura 9 mostra as diferenças entre uma vibração amortecida e uma não amortecida.



Figura 9 - Sistema com vibrações livres sem o amortecimento e amortecidas.



Fonte: Adaptado de (SOEIRO, 2008)

Dessa maneira, pode-se definir uma frequência em que um sistema com 1 GDL irá vibrar, denominada frequência natural, expressa pela Equação 2.1.8, caso o sistema não possua o efeito de amortecimento.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \,. \tag{2.1.8}$$

e, se o sistema possuir o amortecimento, a Equação 2.1.9 da frequência natural amortecida é utilizada.

$$\omega_d = \omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2} \,. \tag{2.1.9}$$

A característica do comportamento da vibração livre apresentada na Figura 10 é muito comum para materiais como o aço. Entretanto, devido a elevada capacidade de amortecimento dos ferros fundidos, o comportamento da amplitude de vibração para esse tipo de materiais difere de outros materiais. A Figura 10 exemplifica o comportamento das vibrações nesse caso.

Figura 10 - Diferença de comportamento vibratório para diferentes tipos de materiais.



Fonte: do próprio autor (2014)

2.1.2 Vibrações forçadas

As vibrações forçadas ocorrem quando um sistema é excitado por uma força externa durante o movimento do corpo.

De acordo com Soeiro (2008) as oscilações no sistema persistem durante a aplicação da vibração forçada, e uma vez cessadas essas excitações, o sistema entra em vibração livre.

O conceito de vibração forçada é bastante explorado e sua solução baseia-se na consideração de uma força excitadora, sendo ela harmônica periódica, impulsiva não-periódica, aleatória e etc. Considerando uma excitação harmônica na equação dinâmica de movimento (2.1) tem-se:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F_{Amp} \cdot sen \cdot \omega t \,. \tag{2.1.10}$$

sendo F_{Amp} a amplitude de vibração e ω a frequência de vibração.

Para solução da EDO nesse tipo de vibração pode-se utilizar uma solução harmônica baseada nos regimes transitório e permanente como:

$$x(t) = x_t(t) + x_p(t). (2.1.11)$$

onde: $x_t(t)$ é a solução da homogênea associada (Eqs. 2.1.3/2.1.4) e é o regime transitório do sistema no qual considera a amplitude $F_{Amn}=0$.

 $x_p(t)$ é uma solução particular, que assume a forma $x_p(t) = A \cdot sen\omega t + B\cos\omega t$, sendo o regime permanente do sistema.

Por essa solução particular ser periódica a aplicação da série de Fourier pode ser utilizada e pelo desenvolvimento matemático apropriado chega-se a sua resolução.

Cada tipo de excitação no caso da vibração forçada tem um tipo de solução diferente, porém em todos os casos as vibrações serão mais intensas quando a frequência de excitação estiver próxima a frequência natural do sistema. Este fenômeno é denominado ressonância e acarreta em diversos problemas no processo, como o aumento da amplitude de vibração e consequentemente danos ao sistema. A Figura 11 ilustra o comportamento da amplitude de vibração quando um sistema está em ressonância e quando o sistema não está em ressonância.

Figura 11 - Comportamento das vibrações em ressonância



Fonte: do próprio autor (2014)

2.1.3 Vibrações regenerativas

O grande foco de estudo na presente dissertação são as vibrações regenerativas conhecidas também como vibrações do tipo *chatter*.

Esse tipo de vibração é caracterizada por um estado inicial de força presente, como as vibrações forçadas, porém sua sua frequência de vibração este sempre próxima de uma das frequências naturais do sistema (SCHMITZ; SMITH, 2009).

Davies e Schmitz (2003) afirmam que a frequência da vibração regenerativa é geralmente um pouco maior do que a frequência natural do modo de vibração mais flexível do sistema máquina-ferramenta-peça, o que gera vários problemas como desgaste considerável e danos ao sistema.

Altintas e Budak (1995) afirmam que essas vibrações ocorrem especificamente devido a um mecanismo de auto-excitação do sistema durante a formação da espessura do cavaco nas operações de usinagem. Com isso, elas estão diretamente ligadas ao sistema dinâmico de remoção de material.

De acordo com Badosa (2009) o comportamento da amplitude de oscilação desse tipo de vibração tende a aumentar após um certo período de tempo devido ao mecanismo vibratório extrair energia do sistema. A Figura 12 ilustra o comportamento desse tipo de vibração.





Fonte: Adaptado de (SCHMITZ e SMITH, 2009)

Para solução da equação de movimento (2.1) considerando a vibração regenerativa, Jemielniak (2013) afirma que existe dois métodos possíveis para análise dessas vibrações, um no domínio da frequência, utilizando soluções de equações diferenciais e outro a partir de soluções no domínio do tempo.

Uma solução possível no domínio do tempo seria a utilização do termo na equação diferencial 2.1 do tipo:

 $x(t) = Ae^{bt}sen(\omega t)$ ou a utilização do método da integral de Duhamel.

Já para o domínio da frequência, uma das soluções encontradas é aplicação da transformada de Fourier e Laplace para encontrar as funções de transferências do estado estacionário dos movimentos e a amplitude da perturbação. Ressalta-se que qualquer solução independente do domínio apresenta bons resultados, porém nesta dissertação será abordada uma solução no domínio da frequência, apresentada na seção 2.1.4.

2.1.4. Modelamento das vibrações regenerativas e construção do diagrama de lóbulos de estabilidade

Para solucionar a equação de movimento (2.1), considerando a vibração do tipo regenerativa, primeiramente será apresentado um modelo dinâmico do fresamento com dois graus de liberdade, ilustrado na Figura 13.



Figura 13 - Modelo dinâmico, dois graus de liberdade.

Fonte: Adaptado de (ALTINTAS, 2000)

As vibrações regenerativas ocorrem nesse sistema devido a diferença de fase entre os dentes da ferramenta e a superfície da peça no processo. Quando um dente remove material, ele deixa uma marca de ondulação na peça, e ao ser submetida a outra remoção realizada por outro dente, pode-se provocar um diferencial entre as duas ondulações.

Quando há uma diferença de fase entre as duas marcas de ondulações de vibração na peça, o fenômeno da vibração regenerativa ocorre. Quando não há uma diferença de fase entre essas duas marcas de ondulações, não há vibração regenerativa, somente vibração do tipo forçada, caso o sistema oscile. As Figuras 14 e 15 ilustram esse problema.

Figura 14 - Cinemática de remoção de material e surgimento das vibrações regenerativas



Fonte: Adaptado de (ARNAUD; DESSEIN, 2003)





Para descrever a vibração regenerativa no processo, a equação da força vetorial de corte é inicialmente apresentada.

$$\vec{F} = \vec{K} \cdot b \cdot h(\phi_i). \tag{2.1.12}$$

Nesta equação \vec{K} é um coeficiente vetorial de pressão específico de corte e varia para cada material, *b* é a profundidade de corte ou largura de usinagem e $h(\phi)$ é a espessura do cavaco instantâneo dependente da imersão angular ϕ de entrada dos dentes, e expressa inicialmente pela Equação 2.1.13.

$$h(\phi_j) = fz \cdot sen \ \phi_j \cdot sen \ \gamma + [(\Delta x \cdot sen \ \phi_j + \Delta y \cdot \cos \ \phi_j) \cdot sen \ \gamma - \Delta z \cdot \cos \ \gamma] \cdot g(\phi_j)$$
(2.1.13)

A Equação 2.1.13 da espessura de cavaco é composta de duas parcelas. A parcela referente a componente estática é expressa por [$fz \cdot sen\phi_j \cdot sen\gamma$] e atribuída ao movimento de corpo rígido da ferramenta de corte, podendo ser desconsiderada e a parcela restante referente a componente dinâmica causada pela vibração da ferramenta.

Nesta parcela dinâmica, os deslocamentos em cada eixo do plano cartesiano nos períodos de tempo de passagem dos dentes atuais e anteriores são denotados por 2.1.14.

$$\Delta_{x} = x(t) - x(t-T); \ \Delta_{y} = y(t) - y(t-T); \ \Delta_{z} = z(t) - z(t-T).$$
(2.1.14)

onde: γ é o ângulo de inclinação dos insertos e $g(\phi_j)$ uma função degrau unitário que estabelece quando o dente está realizando o corte e quando não está de acordo com 2.1.15.

$$g(\phi_j) = 1 \text{ para } \phi_{ent} < \phi_j < \phi_{sai},$$

$$g(\phi_j) = 0 \text{ para } \phi_j < \phi_{ent} \text{ ou } \phi_j > \phi_{sai}.$$
(2.1.15)

dessa maneira, considerando apenas a parcela dinâmica, pode-se reescrever:

$$h(\phi_j) = [\Delta_x \cdot sen\phi_j + \Delta_y \cos\phi_j - \Delta_z \tan\gamma] \cdot g(\phi_j).$$
(2.1.16)

a partir da substituição da Equação 2.1.16 na Equação 2.1.12 da força de corte e decompondo em partes da força atuantes tangencialmente, radialmente e axialmente, tem-se:

$$\begin{cases} F_{t}(j) \\ F_{r}(j) \\ F_{a}(j) \end{cases} = \begin{cases} K_{t} \\ K_{r} \\ K_{a} \end{cases} \cdot b \cdot [sen\phi_{j}\cos\phi_{j} - \tan\gamma] \cdot \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{cases} \cdot g(\phi_{j}) \cdot g(\phi_{j}) \cdot g(\phi_{j}) \cdot g(\phi_{j}) \cdot g(\phi_{j}) \end{cases}$$

(2.1.17)

Com isso, pode-se projetar as forças sobre os eixos X, Y e Z através de uma mudança do sistema de coordenadas locais para globais, conforme mostra a Equação 2.1.18

$$\begin{cases} F_x(j) \\ F_y(j) \\ F_z(j) \end{cases} = \begin{bmatrix} -\cos\phi_j & -\sin\phi_j & 0 \\ \sin\phi_j & -\cos\phi_j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} F_t(j) \\ F_r(j) \\ F_a(j) \end{cases} .$$
 (2.1.18)

Considerando que as forças de corte existentes são uma contribuição de todos os dentes atuantes da fresa pode-se reescrever que as forças são:

$$F_{x} = \sum_{j=0}^{N-1} F_{xj}; \quad F_{y} = \sum_{j=0}^{N-1} F_{yj}; \quad F_{z} = \sum_{j=0}^{N-1} F_{zj}. \quad (2.1.19)$$

Sendo assim, substituindo a Equação 2.1.19 na Equação 2.1.18 e rearranjando os termos em forma de matriz, obtém-se:

$$\begin{cases} F_x \\ F_y \\ F_z \end{cases} = b \cdot [A] \cdot \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{cases}.$$
 (2.1.20)

no qual [A] é uma matriz 3x3 de coeficientes dinâmicos com seus componentes iguais a:

$$A_{11} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j \frac{1}{2} \left[-K_t (sen2\phi_j) - K_r (1 - \cos 2\phi_j) \right]$$

$$A_{12} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j \frac{1}{2} \left[-K_t (1 + \cos 2\phi_j) - K_r (sen2\phi_j) \right]$$

$$A_{13} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j \cdot \tan \gamma \cdot \left[K_t \cos \phi_j + K_r \cdot sen\phi_j \right]$$

$$A_{21} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j \frac{1}{2} \left[K_t (1 - \cos 2\phi_j) - K_r (sen2\phi_j) \right]$$
(2.1.21)

$$A_{22} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j \frac{1}{2} [K_t (sen2\phi_j) - K_r (1 + \cos 2\phi_j)]$$

$$A_{23} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j \tan \gamma \cdot [-K_t \cdot sen\phi_j + K_r \cdot \cos\phi_j)]$$

$$A_{31} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j [K_a \cdot sen\phi_j]$$

$$A_{32} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j [K_a \cdot \cos\phi_j]$$

$$A_{33} = \sum_{j=0}^{N-1} g_j [-K_a \cdot \tan\gamma)]$$

Considerando que a posição angular dos parâmetros mudam com o tempo e velocidade angular, pode-se expressar a Equação (2.1.20) no domínio do tempo como:

$$\overline{F}(t) = b \cdot [A] \cdot \{\Delta(t)\}. \tag{2.1.22}$$

onde: $\{\Delta(t)\} = \{\Delta x, \Delta y, \Delta z\}^T$.

Altintas (2001) afirma que a medida que a fresa rotaciona, os fatores direcionais variam periodicamente com o tempo. Este é um fator fundamental que difere do que ocorre em operações como o torneamento, no qual não há esse tipo de comportamento.

Portanto, utiliza-se a componente média da série de Fourier na matriz dos coeficientes direcionais [A] conforme 2.1.23.

$$[A] = \sum_{-\infty}^{\infty} [A_r] \cdot e^{ir\omega t} \quad e \quad [A_r] = \frac{1}{T} \int_0^T [A(t)] \cdot e^{-ir\omega t} dt \quad .$$

$$(2.1.23)$$

As Equações de 2.1.23 podem ser simplificadas utilizando apenas o primeiro termo da expansão da série de Fourier, esta consideração de apenas o primeiro termo é denominada solução de ordem zero e foi proposta por Altintas e Budak (1995). Desta maneira a solução utilizada pode ser representada no domínio angular em função dos ângulos da ferramenta na hora do corte conforme Equação 2.1.24.

$$\left[A_{0}\right] = \frac{1}{\phi_{p}} \int_{\phi_{ent}}^{\phi_{sai}} \left[A(\phi)\right] \cdot d\phi = \frac{N}{4\pi} \left[\alpha\right].$$

$$(2.1.24)$$

onde: ϕ_{ent} é o ângulo de entrada da ferramenta na peça, ϕ_{sai} o ângulo de saída da ferramenta e ϕ_p o ângulo de inclinação da ferramenta aproximadamente igual a $\phi_p = \frac{2\pi}{N}$.

Assim, os coeficientes direcionais dependentes da imersão da ferramenta na peça da matriz [α] da Equação 2.1.24 são representados por:

$$\begin{aligned} \alpha_{xx} &= \frac{1}{2} \left[K_t \cdot \cos 2\phi - 2 \cdot K_r \phi + K_r \cdot sen 2\phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \\ \alpha_{xy} &= \frac{1}{2} \left[-K_t \cdot sen 2\phi - 2 \cdot K_r \phi + K_r \cos 2\phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \\ \alpha_{xz} &= 2 \cdot \tan \gamma \cdot \left[K_t \cdot sen \phi - K_r \cdot \cos \phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \\ \alpha_{yx} &= \frac{1}{2} \left[-K_t \cdot sen \cdot 2\phi + 2 \cdot K_r \phi + K_r \cdot \cos 2\phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \\ \alpha_{yz} &= 2 \tan \gamma \cdot \left[K_t \cdot \cos \phi + K_r sen \phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \end{aligned}$$

$$(2.1.25)$$

33

$$\begin{aligned} \alpha_{zx} &= 2 \cdot \left[-K_a \cdot \cos\phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \\ \alpha_{zy} &= 2 \cdot \left[K_a \cdot sen\phi \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \\ \alpha_{zz} &= 2 \cdot \left[-K_a \cdot \tan\gamma \right]_{\phi ent}^{\phi sai} \end{aligned}$$

De acordo com Badosa (2009) o uso do coeficiente médio da série de Fourier mostra boa aceitação para fresas com altos números de dentes e uma imersão radial considerável. Para fresas com baixo número de dentes e pouca imersão radial um número de termos expressivo da série de Fourier é necessário para capturar a variação da força de corte. Com isso a expressão dinâmica do fresamento é reduzida para a Equação 2.1.26:

$$\left\{F(t)\right\} = \frac{N}{4\pi} b \cdot [\alpha] \cdot \left\{\Delta(t)\right\}.$$
(2.1.26)

A fim de determinar o limite da estabilidade de vibração do processo, uma solução no domínio da frequência é adotada para os deslocamentos dinâmicos utilizando um vetor de vibração regenerativo. A Equação 2.1.27 denota a solução:

$$\left\{\Delta(\omega)\right\} = \left(1 - e^{-i\omega_c T}\right) \cdot \left[\phi(i\omega_c)\right] \cdot \left\{F\right\} \cdot e^{-i\omega_c t}.$$
(2.1.27)

Sendo $[\phi(i\omega_c)]$ a matriz da função de transferência em resposta em frequência entre a peça e ferramenta na hora de extrusão do material representada por:

$$[\phi(i\omega_c)] = \begin{bmatrix} \phi_{xx}(i\omega_c) & \phi_{xy}(i\omega_c) & \phi_{xz}(i\omega_c) \\ \phi_{yx}(i\omega_c) & \phi_{yy}(i\omega_c) & \phi_{yz}(i\omega_c) \\ \phi_{zx}(i\omega_c) & \phi_{zy}(i\omega_c) & \phi_{zz}(i\omega_c) \end{bmatrix}.$$
(2.1.28)

onde: $\phi_{xx}(i\omega_c)$, $\phi_{yy}(i\omega_c)$ e $\phi_{zz}(i\omega_c)$ são funções de transferência diretas e o restante dos termos funções de transferências cruzadas. Logo a equação dinâmica do fresamento no domínio da frequência é:

$$\{F\}e^{i\omega_c t} = \frac{N}{4\pi}b \cdot (1 - e^{-i\omega_c t}) \cdot [\alpha] \cdot [\phi(i\omega_c)] \cdot \{F\}e^{-i\omega_c t} \quad .$$

$$(2.1.29)$$

A partir da Equação 2.1.29 determina-se o limite da estabilidade de vibração, com isso um problema de autovetores e autovalores surge, tendo uma solução não trivial se o determinante é zero representada pela Equação 2.1.30.

$$\det\left[[I] - \frac{N}{4\pi} b \cdot (1 - e^{-i\omega_c T}) \cdot [\alpha] \cdot [\phi(i\omega)]\right] = 0.$$
(2.1.30)

Os autovalores da equação característica (2.1.30) são iguais a:

$$\Lambda = \Lambda_R + \Lambda_I = -\frac{N}{4\pi} b \cdot (1 - e^{-i\omega_c t}) .$$
(2.1.31)

estes autovalores são complexos, com isso a equação característica é reduzida e representada em 2.1.32.

$$de\left[[I] + \Lambda [\phi_o(i\omega_c)] \right] = 0.$$
(2.1.32)

onde: $[\phi_0(i\omega_c)] = [\alpha] \cdot [\phi(i\omega_c)].$

De acordo com Altintas e Budak (1995) os autovalores da Equação (2.1.32) podem ser facilmente resolvidos para uma dada frequência do tipo *chatter*, independentemente do tipo de material utilizado, constantes de corte, imersões radiais de ângulos e geometria de ferramentas. Desta maneira, a equação característica pode ser decomposta numa função cúbica do tipo:

$$a_0\Lambda^3 + a_1\Lambda^2 + a_2\Lambda + 1 = 0. \tag{2.1.33}$$

no qual:

$$a_{0} = (-\phi_{xx}\phi_{yy}\phi_{zz} + \phi_{xx}\phi_{yz}\phi_{zy} + \phi_{yx}\phi_{xy}\phi_{zz} - \phi_{yx}\phi_{xz}\phi_{zy} - \phi_{zx}\phi_{xy}\phi_{yz} + \phi_{zx}\phi_{xz}\phi_{yy}).$$
(2.1.34)

$$a_{1} = (\phi_{yy}\phi_{zz} - \phi_{yz}\phi_{zy} + \phi_{xx}\phi_{zz} + \phi_{xx}\phi_{yy} - \phi_{yx}\phi_{xy} - \phi_{zx}\phi_{xz}).$$
(2.1.35)

$$a_2 = -\phi_{zz} - \phi_{yy} - \phi_{xx}. \tag{2.1.36}$$

Portanto, a formulação da vibração regenerativa no processo, possibilitando a determinação da profundidade de corte crítica para dada uma frequência do tipo *chatter* resulta em:

$$b_{cri} = -\frac{2\pi\Lambda_R}{N}(1+k^2).$$
 (2.1.37)

onde: Λ_R é a parte real dos autovalores e $k = \frac{\Lambda_R}{\Lambda_I} = \frac{1 - \cos \omega_c T}{\pm \sqrt{1 - \cos^2(\omega_c T)}}$.

Definida a profundidade crítica de corte, calcula-se as equações correspondentes ao período de passagem dos dentes T e consequentemente a rotação do eixo-árvore n, conforme Equações 2.1.38 e 2.1.39.

$$T = \frac{\varepsilon + 2 \cdot k \cdot \pi}{\omega_c}, \qquad (2.1.38)$$

$$n = \frac{60}{N \cdot T}.\tag{2.1.39}$$

onde: $\varepsilon = \pi - 2\Psi$ é a diferença de fase entre as ondulações de vibração marcadas pela ferramenta no material usinado, *k* o número inteiro de ondas de vibração correspondente a cada lóbulo do diagrama de estabilidade e Ψ a diferença de fase dos autovalores.

Desta forma, considerando um grau de liberdade e movimento vibratório apenas na direção Z pode-se zerar os termos das matrizes de coeficientes de deslocamento dinâmico $[\alpha]$ e amortecimento [Bo] do processo de corte e simplificar o modelo.

A partir da formulação acima, o diagrama de lóbulos de estabilidade pode ser construído. Esse diagrama estabelece as bordas de um corte estável para um corte instável na usinagem de materiais. Ele é construído utilizando a formulação apresentada nesta seção, além da parte real da função resposta à frequência (FRF) responsável por fornecer as caracteristicas do sistema. A Figura 16 ilustra a parte real da FRF juntamente com o diagrama de lóbulos de estabilidade.



Fonte: Adaptado de (MORIWAKI, 2006)

2.2 ANÁLISE MODAL DE ESTRUTURAS

A seção 2.1 mostrou a relação analítica da equação de movimento com sistemas vibratórios e seus parâmetros como massa, rigidez e amortecimento.

Tais parâmetros podem ser determinados experimentalmente a partir da análise modal de estruturas. A análise modal é um processo por meio do qual descreve-se uma estrutura em termos de suas características naturais, que são as frequências naturais, os fatores de amortecimento e as formas modais, ou seja, suas propriedades dinâmicas (SOEIRO, 2008).

Para adquirir os parâmetros e valores das matrizes modais da Equação 2.1 de maneira experimental é necessário a realização de testes de impactos na estrutura para obtenção das Funções Resposta a Frequência (FRF's) conforme ilustrado pela Figura 17.

Figura 17 – Análise modal de uma estrutura



Fonte: o próprio autor (2014)

O sinal adquirido mediante a excitação de um martelo de impacto no domínio do tempo é transformado para o domínio da frequência aplicando a transformada de Fourier.

A função resposta a frequência (FRF) é uma função complexa que possui módulo e fase devido ao fato da resposta poder estar defasada em relação a excitação (TRINDADE, 1992).

De acordo com Souza (2008) a análise modal experimental tornou-se uma poderosa ferramenta tanto para desenvolver modelos matemáticos, como também, validar os mesmos, sobretudo na área de identificação, caracterização e quantificação de não linearidades em estruturas.
Segundo Meireles (2007) a análise modal experimental permite obter maior precisão na estimativa das frequências naturais, assim como, os modos de vibração e a possibilidade de correlacionar os modelos experimentais com os modelos numéricos ou analíticos.

Quando associa-se experimentalmente a resposta de um sistema quanto à excitação aplicada pode-se representar esse procedimento por uma função que pode ser é dividida em duas classes: função pontual quando a força e a resposta são medidas no mesmo ponto da estrutura e função de transferência quando a força e resposta são medidas em pontos distintos.

Para sua representação gráfica, a FRF é comumente explorada por três tipos de gráficos: Gráficos de seu módulo e fase, chamado diagrama de Bode (Figura 18), gráfico da parte real em função da parte imaginária, o diagrama de Nyquist (Figura 19) e gráfico da parte real e imaginária para o caso do uso de notação complexa (Figura 20)



Figura 18 - Tipos de gráficos de representação da FRF: Diagrama de Bode

Figura 19 - Tipos de gráficos de representação da FRF: Diagrama de Nyquist

Diagrama de Nyquist



1

Fonte: Adaptado de (SOEIRO, 2008)

Figura 20 - Tipos de gráficos de representação da FRF: Partes reais e imaginárias.



Fonte: do próprio autor (2014)

Desta maneira qualquer uma das representações da FRF é aceitável e assim possibilita-se as análises no domínio da frequência da estrutura por estes gráficos.

Com o intuito de extração de parâmetros, a FRF ainda pode ser apresentada em duas formas de funções de transferências neste domínio: forma de fração racional e fração parcial.

A forma de fração racional consiste na razão entre dois polinômios no qual as ordens do numerador e denominador deles são independentes um do outro (RICHARDSON e FORMENTI, 1982). A Equação 2.2.1 denota essa forma de fração racional.

$$H(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{m} a_k s^k}{\sum_{k=0}^{n} b_k s^k} \bigg|_{s=i\omega}.$$
(2.2.1)

A forma de fração parcial da FRF é utilizada quando um sistema é dito ressonante. Sistema ressonante é aquele no qual os pólos do sistema não estão localizados ao longo do eixo de amortecimento do plano de Laplace.

De acordo com Richardson e Formenti (1982) nessa forma o numerador se torna uma constante de resíduos onde cada pólo do sistema possui um resíduo e uma parte conjugada conforme Equação 2.2.2 abaixo:

$$H(\omega) = \sum_{k=1}^{n/2} \left[\frac{r_k}{s - p_k} + \frac{r_k^*}{s - p_k^*} \right]_{s = i\omega}.$$
 (2.2.2)

no qual os pólos são representados por $p_k = -\sigma_k + i\omega_k$ e $_i = \sqrt{-1}$.

Considerando o sistema a ser estudado e partindo da equação dinâmica de movimento de segunda ordem (2.1) no domínio do tempo e aplicando a transformada de Laplace, tem-se:

$$ms^{2} \cdot x(s) + cs \cdot x(s) + k \cdot x(s) = F(s)$$
 (2.2.3)

desta maneira a função de transferência da FRF para este caso resulta em:

$$H(\omega) = \frac{x(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2 + cs + k}$$
 (2.2.4)

e a partir do denominador da Eq. 2.2.4, obtém-se as raízes ou pólos do sistema representados pela expressão 2.2.5.

$$p_{1,2} = \sigma \pm i\omega. \tag{2.2.5}$$

 $com \sigma$ igual a:

$$\sigma = -\zeta \cdot \omega_n. \tag{2.2.6}$$

logo, pode-se reescrever a Equação 2.2.4 pela Equação 2.2.7.

$$H(\omega) = \frac{1}{m(s - p_1) \cdot (s - p_2)}.$$
(2.2.7)

onde: $p_1 = \sigma + i\omega_d$, é o primeiro pólo e o seu conjugado igual a $p_2 = p_1^* = \sigma - i\omega_d$. Desta maneira, pode-se visualizar os pólos no plano de Laplace (S) conforme mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Pólos no plano de Laplace (S)



Fonte: Adaptado de (SOEIRO, 2008)

e assim expandindo em frações parciais a função de transferência da FRF, obtem-se:

$$H(\omega) = \frac{1}{m(s-p_1)\cdot(s-p_2)} = \frac{A}{(s-p_1)} + \frac{A^*}{(s-p_1^*)}.$$
(2.2.8)

no qual: A é o resíduo e A^* o conjugado do resíduo.

Com isso, dada uma determinada resposta adquirida pela força de excitação, a resposta pode ser, o deslocamento, a aceleração ou a velocidade. Expressando a propriedade dinâmica da FRF em relação a esses três parâmetros obtém-se a receptância, mobilidade e acelerância do sistema que são parâmetros associados a força no domínio da frequência.

Receptância:
$$\alpha(\omega) = \frac{Deslocamento}{Força}$$
. (2.2.9)

Mobilidade:
$$Y(\omega) = \frac{Velocidade}{Força}$$
. (2.2.10)

Acelerância:
$$A(\omega) = \frac{Aceleração}{Forca}$$
. (2.2.11)

Cada parâmetro da FRF é usado para diferentes análises e técnicas existentes. Tais métodos dependem não só do tipo de parâmetro utilizado mas da maneira de extrair eles e sua aplicação. A extração de todos os parâmetros modais depende em grande parte do número de graus de liberdade existentes no sistema.

Os métodos para extração de parâmetros no domínio da frequência são divididos quanto ao seu modo de extração: Direto ou Indiretamente; quanto ao número de graus de liberdade: Um grau de liberdade (SDOF) ou Múltiplos graus de liberdade (MDOF) e quanto ao tipo de entrada/saída no sistema: uma entrada e uma saída (SISO), uma entrada e múltiplas saídas (SIMO) e múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). A Figura 22 ilustra os métodos mais aplicados para cada aplicação.

Figura 22 - Tipos de métodos para extração de parâmetros no domínio da Frequência.



Fonte: Adaptado de (MAIA, 1988)

Portanto, a escolha apropriada do método a ser adotado é crucial. Um sistema com múltiplos graus de liberdade analisado com um método para apenas um grau pode apresentar erros significativos na identificação de seus parâmetros e podem conduzir a resultados totalmente errôneos.

Desta forma, na presente dissertação faz se o uso de métodos considerados indiretos para sistemas do tipo SISO com diferentes graus de liberdade. Esses métodos escolhidos são apresentados nos tópicos a seguir.

2.2.1 Extração de parâmetros modais em sistemas SISO com um grau de liberdade

Sistemas lineares com apenas um grau de liberdade são os mais comuns nas análises modais e de fácil entendimento. Vários métodos foram desenvolvidos para uma extração eficaz dos parâmetros, dentre eles o *peakpicking*.

O método de *peak-picking* é um método amplamente utilizado para essa extração. De acordo com Schmitz e Smith (2009) o método de *peak-picking* é utilizado para identificação dos parâmetros modais para modos de vibração que não são rigorosamente espaçados. Tal método utiliza notação complexa para a representação da FRF conforme mostrado pela Figura 23.

Figura 23 - Partes reais e imaginárias no método peak-picking.



A partir do sinal coletado, pelas partes reais e imaginárias se determinam as taxas de amortecimento modal do sistema, rigidez, amortecimento e massa modais denotadas pelas equações abaixo. A taxa de amortecimento modal por esse método é definida por:

$$\zeta_q = \frac{\omega_j - \omega_i}{2 \cdot \omega_{nq}}, \forall q = 1...n.$$
(2.2.12)

no qual q são os números de modos existentes no processo, ωi é a maior frequência do pico da parte real e ωj é a frequência do vale, ωn a frequência natural de cada modo.

De posse do fator de amortecimento determina-se os valores de rigidez modal da estrutura pela Equação 2.2.13.

$$k_q = \frac{-1}{2 \cdot \zeta \cdot A_{npv}}.$$
(2.2.13)

onde: A_{nvv} é o valor negativo de pico extraído na parte imaginária, com isso a massa modal é determinada por:

$$m_q = \frac{k_q}{\omega n_a^2} \,. \tag{2.2.14}$$

e o amortecimento modal do sistema por:

$$c_q = 2 \cdot \zeta_q \cdot \sqrt{k_q \cdot m_q} , \ \forall q = 1...n .$$

$$(2.2.15)$$

2.2.2 Extração de parâmetros modais em sistemas SISO com múltiplos graus de liberdade

Quando um sistema possui modos de vibrações bastante próximos há uma forte indicação que o não espaçamento entre os valores de frequência naturais demonstra que um modo apresenta influência sobre o outro de maneira significativa requerendo a utilização de outras técnicas apropriadas para esse caso.

Maia (1988) afirma que quando esse fenômeno ocorre, os erros obtidos devido a esta condição surgem devido a características de todos os parâmetros modais e não só da frequência natural. Essa característica de modos bem próximos um do outro (Figura 24) compromete bastante o sistema e com isso técnicas mais robustas devem ser aplicadas.

Figura 24 – Sistema com modos bem próximos.



Fonte: Maya (1988)

O método polinomial de frações racionárias (RFP – *Rational Fraction Polynomial method*) é um método destinado a sistemas com essa característica de modos bem próximos. Esse método utiliza um ajuste de curvas baseado em mínimos quadrados.

A partir do sinal da receptância do sinal da FRF (Equação 2.2.16), os parâmetros modais podem ser extraídos a partir de uma minimização e correlação com uma função de erro conforme mostrado nas Equações a seguir:

$$\alpha(i\omega) = \left[\sum_{k=1}^{N} \frac{A_k + i\omega B_k}{\omega_k^2 - \omega^2 + i2 \cdot \omega \cdot \omega_k \cdot \xi_k}\right].$$
(2.2.16)

onde: $A_k + i \alpha B_k$ é um termo correspondente aos resíduos, k o número de modos do sistema. Desta forma pode-se escrever a FRF pela Equação 2.2.17 que é uma proporção entre dois polinômios.

$$\alpha(i\omega) = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} a_k (i\omega)^k}{\sum_{k=0}^{2N} b_k (i\omega)^k}.$$
(2.2.17)

Esta é a forma de fração racional da FRF, o numerador polinomial da função de transferência (zeros) é relacionado com as constantes modais e ângulos de fases, e o denominador polinomial (pólos) com as raízes/frequências naturais e fatores de amortecimento do sistema.

A partir da Equação 2.2.17 define-se uma função de erro entre a FRF analítica da receptância e os valores

medidos experimentalmente da mesma (α ($i\omega$)).

Com isso, aplica-se uma regressão linear e o método de mínimos quadrados para redução de erros tendo a Equação 2.2.18 denotando isso.

$$e_{i} = \frac{\sum_{k=0}^{2N-1} a_{k} (i\omega_{i})^{k}}{\sum_{k=0}^{2N} b_{k} (i\omega_{i})^{k}} - \tilde{\alpha}(i\omega_{i}).$$
(2.2.18)

Desta maneira, a partir do ajuste de curvas realizado e pela minimização de erros, é extraída todas as informações necessárias corretamente.

Entretanto, quando esse procedimento de minimização é aplicado, o sistema de equações geralmente lida com um mal-condicionamento numérico. Tal mal-condicionamento aparece normalmente em sistemas com pelo menos quatro modos muito próximos pelo fato dos polinômios utilizados não serem tanto eficazes e apropriados para o ajuste complexo neste método.

Para contornar esse problema Newmann et. al. (1993) menciona que a substituição dos polinômios convencionais para polinômios ortogonais é a maneira mais adequada para solução do problema, além de aumentar drasticamente a precisão numérica. Sendo assim, o método RFP é um dos mais indicados para sistemas SISO com múltiplos graus de liberdade mesmo com uma quantidade de modos significativa.

2.3 AMORTECIMENTO EM PROCESSOS DE USINAGEM

O estudo do amortecimento de sistemas é bastante amplo, várias técnicas de estimativas dele e de seus coeficientes foram desenvolvidas ao longo dos últimos anos.

Devido a sua complexidade muitos estudos utilizavam modelos analíticos e simplificados. Muitos autores também negligenciavam o mecanismo de amortecimento, o que acarreta em erros significantes.

Em sistemas mecânicos de acordo com De Silva (2007) existem três mecanismos primários de amortecimento: amortecimento interno, amortecimento estrutural e amortecimento fluídico (pela interação entre a estrutura e um fluido).

O amortecimento interno está associado aos defeitos de microestrutura, como por exemplo, contornos de grãos e impurezas e efeitos termoelásticos causados por gradientes locais de temperatura. O amortecimento estrutural é o resultado da dissipação de energia mecânica causada por fricção devido ao movimento relativo entre componentes, em um sistema mecânico ou estrutura. E o amortecimento fluídico causado pela resistência ao arraste em um meio fluídico.

Considerando a usinagem de materiais Budak e Tunc (2010) afirmam que o amortecimento surge mediante a dois fatores principalmente: Amortecimento natural do sistema máquina-ferramenta e o amortecimento oriundo do processo de remoção de material.

O processo de amortecimento tem a função de diminuir a amplitude de vibração nas ressonâncias do sistema. Entretanto, para o caso de processos de usinagens em baixas velocidades nota-se um comportamento adverso ao geralmente apresentado com o aumento dessa amplitude de vibração (BUDAK e TUNK, 2010; KURATA, 2010; TYLER, 2012).

Malekian *et al.* (2009) mencionam que o amortecimento é particularmente mais evidente em baixas velocidades devido ao efeito da força de riscamento, no qual não contribui para o mecanismo de formação do cavaco ser mais evidente.

Jin (2012) cita também que o efeito de amortecimento aumenta a estabilidade do processo em baixas rotações, além do que os seus coeficientes dependem das propriedades elasto-plásticas da peça, geometria da ponta da ferramenta e condições de corte.

Com isso, sua consideração é de extrema importância em qualquer processo de usinagem no qual utilizase baixas velocidades de corte.

2.3.1 Estimativa do amortecimento na usinagem

Como já visto, o mecanismo pelo qual a energia de vibração é gradativamente convertida em calor ou som é chamado de amortecimento (RAO, 2008).

Wallace e Andrew (1965) afirmam que o amortecimento na usinagem ocorre no contato entre superfície de folga da ferramenta quando a velocidade de corte é significamente menor que a velocidade de vibração da ponta da ferramenta.

Para estimativa dele, Wu (1989) postula que existe uma força devido a indentação da ferramenta na superfície da peça, que é proporcional ao volume retirado de material e é o principal responsável pelo surgimento do amortecimento. A Figura 25 ilustra o modelo de Wu para estimativa do amortecimento.



Figura 25 – Modelo de Wu de amortecimento na usinagem.

Fonte: Adaptado de (WU, 1989)

O amortecimento utilizando este modelo é descrito como uma força causada pelo contato da aresta de corte da ferramenta no corpo de prova. Essa força é proporcional ao volume de material retirado sob a aresta de corte o que gera uma zona de deformação plástica abaixo dela.

A indentação da ferramenta na peça é a principal causa do amortecimento de acordo com esse modelo na usinagem.

A indentação da ferramenta é alterada pela dinâmica de passagem dos dentes. De acordo com Aygün (2007) durante a cinemática de passagem dos dentes a parcela de amortecimento vai mudando ao longo do tempo, devido a parâmetros como o atrito das superfícies, propriedades do tipo de material que está sendo usinado, contribuição de fenômeno vibratório e área de volume extrudado. A Figura 26 mostra a cinemática de passagem dos dentes e relação com o processo de amortecimento.





Fonte: (AHMADI e ISMAIL, 2011)

De acordo com a Figura 26 o amortecimento vai ser maior quando o comprimento de onda na trajetória da ferramenta é menor, pois, de acordo com Tyler (2012) o amortecimento é maior para comprimentos de ondas pequenos, portanto como baixas velocidades de corte proporcionam comprimentos de onda pequenos o processo de amortecimento é maior nesses casos. Essa condição é encontrada nos casos das ilustrações a e c. Além disto, o amortecimento é maior quanto maior for a área de penetração da ferramenta no corpo de prova, desta maneira o período de maior amortecimento na Figura 26 é encontrado no caso c.

Com isso, o amortecimento depende consideravelmente da área de indentação da ferramenta, cinemática de passagem da mesma, além da velocidade com que o corte é realizado.

A Figura 27 ilustra as etapas que a ferramenta percorre mostrando ao mesmo tempo seu posicionamento, área de extrusão de material e volume de remoção do material.



Figura 27 - Etapas de indentação da ferramenta no corpo de prova

Fonte: Adaptado de (AYGÜN, 2007)

Além de todos os efeitos mencionados, o amortecimento no processo de usinagem também serve para aumentar a profundidade de corte crítica nos lóbulos de estabilidade, conforme mostrado na Figura 28.



Figura 28 - Efeito do processo de amortecimento nas zonas de estabilidade

Desta maneira, de acordo com Jin (2012) a força de contato existente proporciona dissipação de energia e o processo de amortecimento aumenta a instabilidade do sistema como visto na Figura 29 acima.

Por isso, a sua consideração quando se almeja usinar nessas em faixas de baixa velocidade de corte é essencial. Aliado a todos esses efeitos do amortecimento está associado o seu coeficiente. Para estimativa dele, o modelo de Wu será adotado e demonstrado na seção 2.3.2

2.3.2 Estimativa do coeficiente de amortecimento

De acordo com Altintas *et. al.* (2008b) o coeficiente de amortecimento é aproximadamente proporcional a velocidade/taxa de vibração e velocidades de corte do processo. Para estimativa do coeficiente de amortecimento do processo o modelo de Wu (1989) é utilizado.

A força devido ao amortecimento na direção normal do plano de corte é modelada proporcionalmente ao volume comprimido de material conforme mostrado na equação 2.3.1.

$$F_{amort} = KspV. \tag{2.3.1}$$

onde: *Ksp* é um coeficiente específico de indentação e o volume $V = S \cdot b$. Sendo *S* a área de seção transversal, quando o material é comprimido durante o corte e *b* a profundidade de corte.

O coeficiente específico de corte *Ksp* varia de material para material e é estimado baseado na força de compressão exercida por um indentador cilíndrico na superfície do material. A Equação 2.3.2 denota esse coeficiente:

$$Ksp = \frac{E}{1.29\rho \cdot (1 - 2\nu)}.$$
 (2.3.2)

onde: E é o módulo de Young do material, ρ a profundidade da deformação plástica e obtida pela medição de tensões residuais e v o raio de Poisson.

Entretanto, o amortecimento tem uma característica não-linear e se convém a sua substituição por um amortecimento equivalente (*Ceq*). (AHMADI, et. al., 2011). Com isso, a força de amortecimento resulta em:

$$F_{amort} = Ceq = \frac{Ksp \cdot b \cdot Cd \cdot v}{Vc}.$$
(2.3.3)

no qual \dot{v} é a velocidade de vibração da peça, V_c a velocidade de corte e $Cd=0.25W^2$, o fator de forma do amortecimento tendo W representando a largura de desgaste da ferramenta. Portanto, a Equação geral da força de amortecimento é representada por:

$$F_{amort} = C_q \cdot b \cdot \frac{v}{Vc}, \ \forall q = t, r, a .$$
(2.3.4)

e expandindo em partes atuantes tangencialmente, radialmente e axialmente tem-se:

$$\begin{cases} C_{t} = \mu \cdot Ksp \cdot Cd \cdot \left[1 + \frac{L}{b}\right] \\ C_{r} = Ksp \cdot Cd \cdot sen\alpha \\ C_{a} = Ksp \cdot Cd \cdot \left[\cos\alpha + \frac{L}{b}\right] \end{cases}$$

$$(2.3.5)$$

De posse do coeficiente de amortecimento, o processo de amortecimento pode ser acoplado na formulação das vibrações regenerativas. A seção 2.3.3 formula o amortecimento na teoria das vibrações do tipo *chatter*.

2.3.3 Formulação do processo de amortecimento

A partir do equacionamento das forças atuantes no sistema, o amortecimento da Equação 2.3.4 é adicionado no modelamento da força de corte da Equação 2.1.12 conforme mostrado na Equação 2.3.6.

$$\vec{F} = \vec{K} \cdot b \cdot h(\phi_j) + \vec{C} \cdot b \cdot \frac{\vec{v}}{v_c}.$$
(2.3.6)

onde: \vec{v} é o vetor velocidade de vibração regenerativa.

Expandindo os coeficientes vetoriais $\vec{K} \in \vec{C}$ nas direções tangencial, radial e axial e decompondo o vetor velocidade de vibração regenerativa nessas direções, tem-se:

$$F_t = k_t \cdot b \cdot h(\phi_j) + C_t \cdot b \cdot \frac{\dot{v}_t}{v_c} \quad . \tag{2.3.7}$$

$$F_r = k_r \cdot b \cdot h(\phi_j) + C_r \cdot b \cdot \frac{\dot{v}_r}{v_c}.$$
(2.3.8)

$$F_a = k_a \cdot b \cdot h(\phi_j) + C_a \cdot b \cdot \frac{\dot{v}_a}{v_c}.$$
(2.3.9)

Desta forma pode-se expressar a força sendo uma parcela referente a parte regenerativa mais a parcela de amortecimento. De maneira semelhante ao modelamento da seção 2.1.4 com a projeção das forças sobre o eixo *x*, *y* e *z*, temos a mudança do sistema de coordenadas locais das expressões (2.3.7-2.3.9) para o sistema de coordenadas globais. Além disto, a partir do mesmo procedimento matemático apresentado na seção 2.1.4 para criação da matriz [*A*] de coeficientes de deslocamento dinâmicos, a matriz [B] de coeficientes de amortecimento dinâmico surge, resultando em 2.3.10.

$$\begin{cases} Fx \\ Fy \\ Fz \end{cases} = b \cdot [A] \begin{cases} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{cases} + \frac{b}{v_c} \cdot [B] \cdot \begin{cases} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{cases}.$$
 (2.3.10)

Representando a parte auto-excitada da força com o efeito de amortecimento adicionado, desta vez no domínio do tempo, tem-se:

$$\vec{F}(t) = b \cdot [A](t) \cdot \Delta v(t) + \frac{b}{v_c} \cdot [B](t) \cdot \vec{v}(t) \cdot$$
(2.3.11)

Partindo do pressuposto que a matriz [B] de amortecimento dinâmico é semelhante a matriz de coeficientes de deslocamentos dinâmicos [A], apenas com a substituição dos termos de constantes especificas do material pelos coeficientes de amortecimento c em cada direção, tem-se:

$$[B] = \frac{1}{2} \cdot \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{xy} & b_{xz} \\ b_{yx} & b_{yy} & b_{yz} \\ b_{zx} & b_{zy} & b_{zz} \end{bmatrix}.$$
 (2.3.12)

Com isso, novamente recorre-se ao componente médio de expansão da série de Fourier para eliminação do termo de tempo dependente.

$$[B_0] = \frac{1}{\phi_p} \int_{\phi_{ent}}^{\phi_{sai}} [B(\phi)] d\phi = \frac{N}{4\pi} \begin{bmatrix} b_{xx} & b_{xy} & b_{xz} \\ b_{yx} & b_{yy} & b_{yz} \\ b_{zx} & b_{zy} & b_{zz} \end{bmatrix}.$$
 (2.3.13)

Como se possui a mesma consideração de movimento e vibração apenas na direção z irá ser considerado apenas o elemento $b_{zz} = -c_a \cdot (\tan \gamma)$.

Desta forma, substitui-se a matriz de coeficiente direcional médio $[B_0]$ de (2.3.13) na equação (2.3.11) e expressando as forças dinâmicas no domínio de Laplace, obtém-se:

$$\vec{F}(s) = b \cdot [A_0] \cdot (1 - e^{-sT_p}) \cdot \vec{v}(s) + s \cdot \frac{b}{v_c} \cdot [B_0] \cdot \vec{v}(s) \cdot$$
(2.3.14)

Com o vetor de vibração (\vec{v}) expresso pelo produto da função de transferências da estrutura G(s) e do vetor força \vec{F} (s):

$$\vec{v}(s) = G(s) \cdot \vec{F}(s)$$
. (2.3.15)

Substituindo a equação (2.3.15) na equação (2.3.14), têm-se mais um problema de autovalor denotado por:

$$\left\{ [I] - b \cdot [A_0] \cdot (1 - e^{s^T}) \cdot [G(s)] \cdot \left[[I] - s \frac{b}{v_c} \cdot [B_0] \cdot [G(s)] \right]^{-1} \right\} \cdot F(s) = \{0\}.$$
(2.3.16)

Desta maneira, a estabilidade do sistema é analisada no domínio da frequência com (s=i ω_c) e a partir da equação característica quando o processo é criticamente estável numa frequência do tipo *chatter* ω_c :

$$\left[I\right] - b \cdot [A_0] \cdot (1 - e^{-i\omega_c T}) \cdot [G(i\omega_c)] \cdot \left[I\right] - i\omega_c \frac{b}{v_c} \cdot [B_0] \cdot [G(i\omega_c)]\right]^{-1} = 0.$$

$$(2.3.17)$$

Assim a estabilidade do sistema pode ser resolvida iterativamente devido ao termo de amortecimento dependente da velocidade conforme equação (2.3.17). E então atualizando a equação característica (2.1.32) que não considerava o termo de amortecimento pode-se escrever:

$$\left[[I] + \Lambda [\phi_o(i\omega_c)] \cdot C_0 \right] = 0.$$
(2.3.18)

sendo C_0 o termo referente ao processo de amortecimento na frequência de vibração regenerativa ω_c igual a:

$$C_0 = \left[[I] - i\omega_c \frac{b}{v_c} \cdot [B_0] \cdot [G(i\omega_c)] \right]^{-1} \cdot (2.3.19)$$

finalizando a consideração do amortecimento na teoria das vibrações regenerativas.

3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para aplicação da teoria apresentada no capítulo 2 este capítulo mostra a metodologia utilizada para realização do procedimento experimental.

Os experimentos foram conduzidos no laboratório de dinâmica da usinagem da Universidade do Estado Santa Catarina (UDESC - CCT). A Figura 29 mostra um fluxograma que mostra todas etapas envolvidas na realização dos experimentos.



Figura 29 – Etapas envolvidas na realização dos experimentos

Fonte: do próprio autor (2014)

Primeiramente, calculou-se o coeficiente especifico do material na direção axial (Ka), utilizado na construção dos lóbulos e no modelo matemático da vibração regenerativa. O coeficiente especifico de corte foi calculado de acordo com o modelo mecanicista de Altintas (2000) da seção 1.3.1. Para o cálculo deste coeficiente foi utilizado um outro corpo de prova de ferro fundido cinzento somente para este fim. Depois de calcular o coeficiente, o corpo de prova foi substituído para aquele em que a usinagem do material iria ser realizada.

Após a determinação do coeficiente especifico do material, foi realizada uma simulação no domínio do tempo para determinar o ponto em que a análise modal seria conduzida, para a construção do diagrama de lóbulos de estabilidade. Esta simulação foi feita devido a rigidez da estrutura mudar em cada ponto da mesma, o que poderia tornar a construção dos lóbulos de estabilidade imprecisa. A partir da simulação definiu-se o ponto em que a análise modal iria ser conduzida, e consequentemente os parâmetros modais poderem ser extraídos.

Após a definição do coeficiente especifico do material e utilização da parte real da FRF obtida pela análise modal, o diagrama de lóbulos de estabilidade tradicional pôde ser construído.

Com o diagrama de lóbulos de estabilidade construído, o coeficiente de amortecimento foi calculado seguindo o modelo de Wu(1989) e o amortecimento do processo foi adicionado neste diagrama.

Os experimentos foram planejados e divididos em sete ensaios, e assim sendo, o corpo de prova de ferro fundido cinzento foi usinado. Durante a usinagem do corpo de prova, os sinais de força e aceleração foram adquiridos e analisados no domínio do tempo e da frequência, além do cálculo do valor RMS destes sinais para detectar a vibração regenerativa.

Por fim, após a usinagem do material e processamento dos sinais de força e aceleração, o perfil de rugosidade foi analisado, concluindo as etapas envolvidas no procedimento experimental.

Para realizar todo este procedimento experimental, os materiais e métodos utilizados são abordados a seguir.

3.1 MATERIAIS E MÉTODOS

Com o objetivo de proporcionar a mesma característica dinâmica em todos os experimentos realizados, um dispositivo flexível foi construído para simplificação do modelo para um grau de liberdade e a consideração da vibração apenas no eixo z. O dispositivo flexível foi construído com base nos trabalhos de (Huang et. al., 2011; Campa *et. al.*, 2011; Powell, 2008; Tyler, 2012). A Figura 30 ilustra o modelo utilizado.



Fonte: do próprio autor (2014)

O dispositivo é constituído de uma chapa de aço AISI 1020 com 175x175x13 mm de comprimento, largura e espessura respectivamente montada em cima da plataforma piezelétrica. O sistema possuiu o comportamento similar ao de uma placa engastada, no qual ao longo do comprimento da mesma, a rigidez estrutural vai modificando, sendo máxima junto ao engaste e decresce em direção à extremidade livre.

Para fixação da chapa de aço foram utilizados 10 parafusos Allen de cabeça cilíndrica com 8mm de diâmetro cada. Foi utilizado um torquímetro da marca Robust modelo 2550-13 com o objetivo de fornecer o mesmo torque de aperto aos parafusos e com isso tentar manter as mesmas condições de contato.

Devido à restrição de material, os ensaios de usinagem foram realizados utilizando apenas um corpo de prova de ferro fundido cinzento. A dimensão da peça foi de 13x60x100 mm de altura, largura e comprimento. Nove furos de 8mm na parte inferior do mesmo foram aplicados para fixação da peça no dispositivo flexível. A região de posição do corpo de prova foi onde o sistema apresentava maior flexibilidade, longe do engaste da placa. A Figura 31 mostra como ficou o dispositivo construído.



Figura 31 - Dispositivo flexível montado dentro da CNC

Definido o sistema mecânico que seria utilizado nos ensaios experimentais e calculado o coeficiente especifico de material na direção axial (*Ka*), a elaboração do diagrama de lóbulos de estabilidade pôde ser realizada. Uma rotina no software MATLAB foi desenvolvida. A Figura 32 mostra um fluxograma mais detalhado das etapas necessárias para a construção dos lóbulos de estabilidade.



Figura 32 - Fluxograma para construção do diagrama de lóbulos de estabilidade

De acordo com o fluxograma, primeiramente extraiu-se os parâmetros modais do sistema, estes parâmetros só foram extraídos após a simulação no domínio do tempo como mencionado anteriormente. A técnica de extração dos parâmetros modais do sistema foi a RFP para cada ensaio realizado.

Após a extração dos parâmetros modais, o amortecimento foi negligenciado. A não consideração do amortecimento serviu apenas para verificação do efeito que o mesmo produzia nos lóbulos de estabilidade. Considerando o amortecimento nulo, a aplicação da solução de ordem zero foi utilizada de acordo com a seção 2.1.4 e o diagrama de lóbulos de estabilidade foi plotado.

Porém, os lóbulos plotados não consideravam o efeito de amortecimento, com isso, o modelo de Wu foi usado para determinação de seu coeficiente. Com o coeficiente de amortecimento definido, a rotina no ambiente MATLAB é atualizada adicionando o termo de amortecimento descrito na seção 2.2.

Desta maneira, o problema de autovalor pôde ser resolvido, e os lóbulos puderam ser plotados considerando o efeito de amortecimento para o estudo das regiões estáveis e instáveis do processo de usinagem.

Após a construção do diagrama de lóbulos de estabilidade, os ensaios experimentais puderam ser conduzidos. Foram realizados sete ensaios ao total. Os sete ensaios foram divididos em quatro regiões no diagrama de lóbulos de estabilidade. As regiões de experimentos nos lóbulos foram com rotações do eixo-árvore em 3400 rpm para a região 1 (Ensaio 1), 1600 rpm na região 2 (Ensaios 2 e 3), 800 rpm na região 3 (Ensaios 4 e 5) e a região 4 por volta de 700 rpm (Ensaios 6 e 7). A Figura 33 mostra essas regiões no qual os ensaios foram realizados.

Figura 33 – Regiões em que os ensaios foram realizados no diagrama de lóbulos de estabilidade.



Definidas as regiões nos lóbulos que os ensaios seriam conduzidos, o fresamento do ferro fundido cinzento foi realizado no centro de usinagem ROMI D600. Este centro de usinagem tem rotação máxima do eixo-árvore de até 10000 rpm, e a Figura 34 ilustra o mesmo.



Figura 34 – Centro de usinagem ROMI D600

Em cada ensaio realizado, apenas a profundidade de corte axial (a_p) e velocidade de corte (v_c) foram modificadas. A Tabela 2 mostra os parâmetros de corte utilizados em cada ensaio.

Ensaios	Profundidade de corte axial (ap)	Velocidade de corte (vc)	Rotação do eixo-árvore (n)
Ensaio 1	3,5mm	854 m/min	3400 rpm
Ensaio 2	4,5 mm	397 m/min	1580 rpm
Ensaio 3	2,5 mm	411 m/min	1640 rpm
Ensaio 4	2,5 mm	196 m/min	781 rpm
Ensaio 5	2,8 mm	200 m/min	795 rpm
Ensaio 6	1,5 mm	203 m/min	809 rpm
Ensaio 7	1,1 mm	215 m/min	855 rpm

Tabela 2 – Parâmetros de corte dos ensaios

Os únicos parâmetros mantidos constantes durante todos os experimentos foram o avanço por dente (f_z) , a profundidade de corte radial (ae), além do número de insertos da ferramenta e o sentido de corte. A Tabela 3 mostra os parâmetros mantidos constantes em cada ensaio.

Avanço por dente (f_z)	0,15 [mm/rot]
Profundidade de corte radial (a _e)	13[mm]
Número de insertos (z)	6
Diâmetro da ferramenta (D)	80 mm
Sentido do corte	Discordante

Tabela 3 -	- Parâmetros	de corte	mantidos	constantes	dos	experiment	os
------------	--------------	----------	----------	------------	-----	------------	----

A ferramenta utilizada foi a Coromill R345, fresa da fabricante SANDVIK com ângulo de posição dos dentes (χr) de 45° sendo os insertos de metal duro com recobrimento de nitreto de titânio de modelo 345R-1305M-KM. A profundidade de corte axial máxima permitida é de 6mm segundo recomendações do fabricante. A Figura 35 mostra a ferramenta utilizada para os experimentos.





Durante o fresamento do ferro fundido cinzento, os sinais da força de usinagem em cada direção Fx, Fy e Fz e os sinais de aceleração foram adquiridos para comprovar o surgimento ou não da vibração regenerativa. A Figura 36 mostra o processo de aquisição de sinais.



Figura 36 - Processo de Aquisição dos sinais

Fonte: do próprio autor (2014)

A força de usinagem produzida pelo processo de remoção de material foi adquirida por uma plataforma piezelétrica modelo 9257B da fabricante Kistler e processadas pelo software LABVIEW. A faixa de medição da plataforma piezelétrica correspondeu de -5 kN a 10 kN nos eixos x, y e z do dinamômetro.

Os sinais de força da plataforma foram processados utilizando um módulo USB da National Instruments modelo NI-6001 onde a taxa de aquisição do sinal da força de usinagem foi de 10000 pontos/segundo. A Figura 37 mostra as forças atuantes nos eixos de referência da plataforma piezelétrica e no inserto da ferramenta.



Figura 37 - Forças produzidas durante o processo de usinagem.

Fonte: do próprio autor (2014)

Devido ao sentido de corte ser discordante, as forças captadas pela plataforma piezelétrica foram negativas nos eixos x e y e positiva no eixo z. A força de corte atuante em cada inserto da ferramenta durante a remoção de material pode ser decomposta nas direções radial, tangencial e axial como mostrado em mais detalhes na Figura 38.

Figura 38 – Forças atuantes durante a passagem da ferramenta



Fonte: adaptado de (SANDVIK COROMANT, 2011)

O sinal de aceleração do processo foi captado por um acelerômetro modelo 4517-002 da fabricante Bruel e Kjaer com 10mV/g de ganho. O condicionamento dos sinais foi feito por um módulo da fabricante National Instruments com 4 canais de entrada modelo NI SCXI-1530, esse módulo é responsável pela retificação e ampliação do sinal capturado e sua taxa de aquisição para o sinal aceleração foi de 25000 pontos/segundo. A Figura 39 mostra o sistema de aquisição dos sinais no laboratório.



Figura 39 - Sistema de aquisição dos sinais no laboratório

Após os sinais serem captados pelo acelerômetro e pelo transdutor de força, a transformada rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*) dos dois sinais foram calculadas. Essa transformada é utilizada para transformar os sinais no domínio do tempo para o domínio da frequência e com isso possibilitar uma análise mais completa nestes dois domínios para a identificação da vibração regenerativa no processo de usinagem. A Figura 40 ilustra como a FFT atua.



Figura 40 - Transformada rápida de Fourier

Fonte: do próprio autor (2014)

Além da FFT, o valor RMS dos sinais de força e de aceleração também foram calculados. O valor RMS foi utilizado para verificação da energia extraída dos sinais durante o processo de corte e correlacionar esses níveis de energia extraídas com o acabamento superficial da peça, bem como a presença da vibração regenerativa. A Figura 41 mostra a etapa extração do valor RMS.



Figura 41 - Extração do valor RMS

Após a usinagem do material, a rugosidade da peça foi verificada a partir da utilização de um rugosímetro digital Mitutoyo SJ-210 com capacidade de medição de imperfeições geométricas no eixo x de até 17,5 mm e no eixo de z de até 360 µm.

Esta etapa da metodologia adotada foi aplicada para verificar a correlação da estabilidade do sistema no acabamento superficial produzido. A Figura 42 mostra o rugosímetro utilizado montado no dispositivo, finalizando o procedimento experimental.





4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A partir da metodologia adotada, este capítulo apresenta os resultados obtidos nesta dissertação. O capítulo 4.1 apresenta os resultados iniciais referente aos coeficientes de força e de amortecimento para construção dos lóbulos de estabilidade, além de análises da influência de variáveis no sistema. O capítulo 4.2 tem o intuito de validar experimentalmente os lóbulos de estabilidade.

4.1 RESULTADOS INICIAIS

Para início da apresentação dos resultados foram conduzidas uma série de análises preliminares para a validação experimental apresentada no capítulo 4.2. O sistema adotado possuiu a influência de vários parâmetros como a rigidez da estrutura, a perda de massa da peça, a espessura da chapa de aço AISI 1020 utilizada no dispositivo flexível, etc que afetaram a elaboração do diagrama de lóbulos de estabilidade. A seguir, são mostradas as análises de influência das variáveis estudadas para a construção dos lóbulos de estabilidade, bem como os resultados dos coeficientes necessários para construção destes lóbulos.

4.1.1 Coeficientes de força do processo

Para cálculo dos coeficientes específicos de material do processo, foram realizados quatro ensaios em um outro corpo de prova de ferro fundido cinzento com avanços por dente fz variando em 0,15 mm, 0,17 mm, 0,2 mm e 0,22 mm. A velocidade de corte do processo foi de 213,52 m/min segundo recomendações do fabricante.

A Tabela 4 apresenta os resultados de força de usinagem nas direções Fx, Fy e Fz em função dos avanços por dente utilizados.

<i>fz</i> [mm]	F x [N]	Fy [N]	Fz [N]
0,15	647,2	347,3	514,2
0,17	674,0	361,6	554,5
0,2	771,0	421,5	682,6
0,22	810,4	439,7	723,3

Tabela 4 - Valores médios da força de usinagem nas direções x, y e z.

As forças adquiridas pelo dinamômetro foram utilizadas para calcular os coeficientes das forças de corte, utilizando o modelo linear de Altintas (2000). O gráfico referente as forças da Tabela 4 são apresentadas na Figura 43.



Figura 43- Gráfico das forças de corte em relação ao avanço por dente (fz)

Conclui-se através do gráfico da Figura 47, que a força de corte em todas as direções é maior a medida que o avanço por dente aumenta. Sendo assim, os coeficientes específicos de corte em cada direção, seguindo o modelo de Altintas (2000) são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Coeficientes de força referentes do cisalhamento e ponta da ferramenta.

Ktc=	672,0	Kte=	47,7
Krc=	1164,9	Kre=	99,4
Kac=	1178,6	Kae=	7,0

e o coeficiente axial de corte (Ka), no qual é a soma de Kac mais Kae, utilizado para cálculo do diagrama de lóbulos de estabilidade foi de 1185,6 N/mm².

4.1.2. Influência da rigidez no dispositivo flexível

Definido o coeficiente de corte, a primeira etapa de análise das variáveis, foi a análise da variação de rigidez ao longo do caminho da ferramenta.

Devido a este sistema mecânico se comportar como uma placa engastada, a sua rigidez variava no plano da maior dimensão da estrutura. Esta característica poderia possuir forte influência na construção dos lóbulos de estabilidade, pois a construção deste depende da rigidez ao longo do caminho de cada dente da fresa.

Como já mencionado, a simulação dos lóbulos de estabilidade depende da parte real da FRF, que por sua vez depende da rigidez modal. Neste trabalho, a rigidez dependeu consideravelmente da posição do dente da fresa.

Devido a este fator, o ponto da peça a ser utilizado na análise modal deveria ser definido. Para isso, uma simulação no domínio do tempo foi empregada. A simulação desenvolvida foi baseada no trabalho apresentado por Tlusty (1993) onde o método pico a pico é aplicado. O método pico a pico identifica condições onde o processo de corte é estável e onde é instável, de maneira semelhante aos lóbulos de estabilidade (CABRAL, 2007).

Este diagrama identifica fronteiras de estabilidade através de descontinuidades na tangente da curva plotada dos valores previstos da força de corte (SCHMITZ, 2006). A Figura 44 mostra o gráfico do método pico a pico de força em relação à variável estudada neste trabalho.

Figura 44 – Método pico a pico



Profundidade axial de corte ap [mm]

Desta maneira, verificando os valores pico a pico da força de corte em relação à profundidade de corte radial, o sistema é considerado instável quando a curva plotada pelo método começa a apresentar uma descontinuidade em sua tangente, e estável até a tangente desta curva se manter contínua.

A simulação neste trabalho considerou somente o primeiro modo de vibração. A ideia foi simular a força de corte, utilizando um modelo massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade. A rigidez dinâmica variava apenas no eixo x e foi considerada constante no eixo y. Para verificar a influência da variação da rigidez em função da posição da ferramenta, foram obtidos três pontos experimentais variando a profundidade radial de corte numa faixa de 0 a 13mm.

A partir deles, quatro simulações foram realizadas. Nas três primeiras foram consideradas a rigidez de cada um dos três pontos medidos. A última simulação foi realizada calculando a rigidez em função de sua interpolação na posição do dente da ferramenta. A interpolação da rigidez em função da posição radial do dente é considerada como o caso real do processo e onde a análise modal deverá ser executada. A Figura 45 ilustra os três pontos utilizados para a análise modal da simulação no domínio do tempo.

Figura 45 - Pontos escolhidos para a simulação no domínio do tempo em função da variação de rigidez.



Fonte: do próprio autor (2014)

O ponto 1 possuía *ae* de 2mm, o ponto 2 ae = 6mm e o ponto 3 ae = 12mm. Os valores de rigidez modal em cada ponto são apresentados na Tabela 6.

Pontos	Rigidez modal (k)
Ponto 1	2,5e8 N/m
Ponto 2	3,7e8 N/m
Ponto 3	4,2e8 N/m

Tabela 6 - Valores de rigidez modal de cada ponto

Os três resultados considerando a rigidez isolada de cada ponto foram comparadas com a interpolação da rigidez em função do dente da ferramenta. A Figura 46 ilustra os gráficos do comportamento de cada ponto em relação ao valor pico a pico da força.



Figura 46 - Curvas dos pontos de rigidez do método pico a pico

Baseado no gráfico acima e no método adotado identificou-se o efeito que os diferentes pontos de rigidez utilizados apresentam.

A medida de que a profundidade de corte axial (a_p) aumenta o sistema tende a apresentar um aumento nos valores pico a pico da força na direção Z e se tornar instável. Este comportamento de aumento do valor pico a pico de força no eixo z é relatado com a condição onde o processo de corte é indesejado.

Portanto, para a construção dos lóbulos de estabilidade o ponto em que se deve realizar a análise modal, deve ser aquele numa região considerada estável e onde a curva simulada do método pico a pico mais se aproximar da curva de interpolação de passagem dos dentes. Com isso, analisando as curvas da Figura 46, a curva do ponto 1 foi a que mais se aproximou do comportamento da curva de interpolação dos dentes por estar bastante próxima dela.

Desta forma, o ponto de menor rigidez (ponto 1) foi o escolhido para execução de todos os testes modais para condução dos experimentos posteriores.

4.1.3 Análise modal experimental

Com o ponto 1 definido para realizar as todas análises modais dos ensaios, a análise modal experimental foi executada.

O sistema possuiu um modo dominante de frequência inferior a 1000 Hz, porém, foi verificado que este modo dominante apresentou diferentes características a medida que os testes modais foram realizados.

Foram conduzidas cinco análises modais para cada ensaio e foi constatado que as características do sistema mudavam consideravelmente entre cada uma delas. O modo dominante analisado apresentava outros modos bem próximos dele a cada teste de impacto. A Figura 47 ilustra esse problema no sinal da receptância $\alpha(\omega)$ da FRF coletado pela análise modal.





Na primeira análise modal realizada, detectou-se claramente o modo dominante em questão com apenas um pico de frequência no valor 606 Hz. Entretanto, esta característica mudou de uma análise modal para a outra.

A medida que o sistema era excitado, modos bem próximos um do outro surgiam com frequências variando em torno de 525 a 610 Hz. Este efeito de modos muito próximos um do outro se tornou constante ao longo de todas as análises modais realizadas e foi um problema para a condução dos experimentos.

Com isso, para efeito de comprovação e validação dos métodos de extração de parâmetros modais, analisou-se duas técnicas para extração dos parâmetros, o método *peak-picking* e o método RFP.

Como comprovado, devido ao surgimento de modos de vibração muito próximos, o método *peak-picking* não demonstrou boa precisão, tornando-o inadequado para esse tipo de aplicação. Logo, houve sua substituição pela técnica de extração RFP. A Figura 48 demonstra a diferença entre esses dois métodos.



Figura 48 - Diferenças na parte real da FRF entre os métodos peak-picking e RFP

A partir da Figura 52 notou-se que quando o sistema apresenta apenas um modo de vibração, as duas técnicas plotam um gráfico da parte real da FRF bem próximas uma da outra.

Contudo, quando vários modos de vibração surgiram, houve uma diferença significativa entre as duas técnicas. A explicação para esse fenômeno é que apesar de ambos serem métodos indiretos para sistemas do tipo SISO, o método RFP utiliza um ajuste de curva que consegue ajustar corretamente o sinal da FRF, mesmo com vários picos de magnitude, o que não acontece para o método *peak-picking* que não consegue ajustar esse tipo de curva.

Desta forma, os parâmetros modais de todos os ensaios puderam ser extraídos. A Tabela 7 mostra os parâmetros modais dos ensaios realizados utilizando esta técnica.

Experimentos	Frequência natural	Rigidez modal	Massa modal	Amortecimento modal
Ensaio 1	601 Hz	3 × 10 ⁸ N/m	21,57	0,0145
Ensaio 2	606 Hz	2,8×10 ⁸ _{N/m}	17,56	0,0146
Ensaio 3	607 Hz	1,06×10 [°] N/m	12,15	0,0159
Ensaio 4	701 Hz	1,65×10 ⁸ N/m	8,53	0,0112
Ensaio 5	691 Hz	1,8×10 ⁸ N/m	9,25	0,0159
Ensaio 6	586 Hz	1,1×10 ⁸ N/m	7,67	0,009
Ensaio 7	594 Hz	$1,4 \times 10^{8}$ N/m	10,08	0,0085

Tabela 7 - Parâmetros modais dos ensaios realizados.

4.1.4 Amortecimento do processo

Dentre os efeitos analisados, o amortecimento foi o mais crucial para o sistema. Todos os ensaios foram planejados para serem executados em baixas velocidades de corte, o que, nestas condições torna o amortecimento muito significativo. Para sua estimativa, primeiramente o seu coeficiente foi calculado seguindo o modelo de Wu (1989).

Neste modelo é necessário determinar a profundidade da deformação plástica. Tendo como base os trabalhos sobre tensões residuais do ferro fundido, essa profundidade da deformação plástica ρ foi estimada em 0,70 mm, de acordo com Lundberg (2013).

O módulo de Young do ferro fundido cinzento (E) aplicado foi de 110GPa e o raio de Poisson (v) no valor de 0,26. A largura de desgaste *W* foi considerada constante ao longo de todo os insertos com valor de 0,08mm. Estes insertos da ferramenta possuem um comprimento L de sua aresta de 2 mm e ângulo de posição de 45° (Figura 49).

Figura 49– Inserto utilizado para cálculo do coeficiente de amortecimento



Fonte: Adaptado de (SANDIVIK COROMANT, 2011)

Desta maneira, o fator de forma de amortecimento Cd citado na seção 2.3 foi de 16×10^4 e coeficiente de

amortecimento na direção axial do processo Ca foi de $4,8 \times 10^{\circ}$ N/m².

Definido o coeficiente de amortecimento, finalmente os lóbulos de estabilidade puderam ser construídos e o efeito do amortecimento no processo ser analisado. A diferença entre os lóbulos plotados considerando o amortecimento e não considerando ele, é mostrada na Figura 50.



O efeito de amortecimento nos lóbulos de estabilidade é moderado para altas rotações do eixo-árvore e bastante significativo para baixas rotações do eixo-árvore.

A estabilidade do sistema com o amortecimento no processo faz com que a profundidade crítica de corte aumente. Esse efeito faz com que a sua consideração seja crucial quando se planeja usinar nessas faixas de rotação do eixo-árvore.

Considerando apenas a influência do amortecimento do processo em baixas velocidades de corte, ainda tem-se zonas distintas de maior influência do amortecimento no diagrama de estabilidade e de menor influência. A Figura 51 mostra a área de influência deste parâmetro nas baixas velocidades de corte.





A maior influência do amortecimento é verificada com rotações do eixo-árvore de 0 à 500 rpm e a menor influência do amortecimento na região acima de 2000 rpm. Portanto, considerando do amortecimento do processo e construção dos lóbulos de estabilidade, os experimentos puderam ser conduzidos.

4.1.5 Influência da variação da massa do corpo de prova

Durante a realização dos experimentos, foi verificado também a influência da variação de massa nas características dinâmicas do sistema. A medida em que era removido material de ferro fundido cinzento, a massa modificava e consequentemente as frequências naturais da peça também. Por isso, a cada ensaio realizado, novos testes de impacto eram realizados para verificar a influência que essa redução de massa proporcionou na construção dos lóbulos de estabilidade. A Figura 52 mostra o efeito que esse parâmetro exerceu no diagrama de lóbulos de estabilidade.



Figura 52 - Efeito de redução de massa nos diagramas de lóbulos de estabilidade

Como verificado na Figura 52 houve uma dificuldade para realização de experimentos de maneira contínua e em condições similares, visto que, a cada novo ensaio os lóbulos deslocavam devido ao fator de perda de massa do corpo de prova.

Os deslocamentos dos lóbulos de estabilidade em cada ensaio é significativo. As diferenças nos lóbulos entre cada ensaio variaram de 0,3 mm a 0,7 mm na profundidade crítica de corte. Houve também o efeito de deslocamento dos lóbulos de estabilidade para a direita no eixo de rotação, onde foi observada uma variação na ordem de 20 a 90 rpm.

Esse efeito de deslocamento também foi notado entre os ensaios posteriores, não apenas nos ensaios 1, 2 e 3 e em todos o comportamento foi de forma bem aleatória, se deslocando de acordo com a faixa apresentada acima no eixo da profundidade crítica de corte e no eixo de rotação do eixo-árvore.

Portanto, comprovou-se que a variação de massa do corpo de prova influencia consideravelmente a construção dos lóbulos e ensaios contínuos não podem ser executados sem antes realizar uma nova análise modal do sistema.

4.1.6 Influência da redução de espessura da placa

Além da influência da redução de massa nos lóbulos de estabilidade, a redução da espessura da placa do dispositivo flexível também apresentou forte influência na construção dos lóbulos.

Após a realização dos cinco primeiros ensaios, o limite de estabilidade aumentou consideravelmente. Esse aumento foi devido ao efeito do atrito produzido entre a superfície rugosa do ferro fundido cinzento e da superfície da chapa de aço AISI 1020.

Desta maneira, com o limite de estabilidade muito alto, o sistema poderia ser prejudicado porque a força de corte produzida seria bastante elevada. Com isso, foi realizada a redução da espessura do dispositivo flexível. A chapa de aço com espessura de 13 mm foi usinada em 5 mm resultando numa espessura de 7mm.

Essa redução foi realizada para a correção de irregularidades geométricas, ferrugem e acabamento superficial. A Figura 53 ilustra o efeito que essa redução proporcionou ao sistema.



Figura 53 - Influência da redução de espessura da placa de aço

Como visto nos lóbulos da Figura 53, a profundidade crítica de corte da placa de espessura de 13mm diminuiu cerca de 3 mm após a sua usinagem. A redução da espessura levou a diminuição da profundidade crítica de corte, desta maneira os ensaios puderam ser conduzidos sem prejuízos à máquina-ferramenta.

4.2 VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Com o objetivo de validar o diagrama de lóbulos de estabilidade, os ensaios foram conduzidos em diferentes condições de corte e dois tipos de análises foram realizadas nos sinais de aceleração e de força. Os sinais de aceleração foram utilizados para caracterização das frequências de vibrações do sistema, sendo aplicado na maioria dos trabalhos por mostrar boa eficiência.

Os sinais de força dos ensaios foram utilizados como comprovação do surgimento de vibrações e comparação com os sinais de aceleração. Ambos os sinais são apresentados no domínio do tempo e no domínio da frequência. Para análise no domínio da frequência, a transformada rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*) foi aplicada.

Ressalta-se que a validação experimental pode ser realizada tanto com o sinal de aceleração quanto com o sinal de força, porém condicionou-se os dois para efeito de melhor visualização. Os resultados são mostrados nos tópicos a seguir.

4.2.1 Validação dos lóbulos de estabilidade na região 1

O primeiro ensaio realizado foi na região 1 com rotação do eixo-árvore de 3400 rpm. Para validação dos lóbulos de estabilidade, almejou-se uma condição próxima ao limite de estabilidade do processo de acordo com a Figura 54.



Figura 54 - Diagrama de Lóbulos de estabilidade do primeiro ensaio

Para uma velocidade do eixo-árvore de 3400 rpm, a profundidade crítica de corte foi de 3,8mm. O ensaio foi realizado nesta na condição, mas na região condicionalmente estável, numa profundidade axial a_p de 3,5mm. A Tabela 8 mostra os parâmetros de corte.

T 1 1 0		1 .	1	•	•	•
Tabala V	Doromotroe	do corto	do	nrim	0110	000010
1 a D C a 0 -		ue cone	uo	DINN	CIIO	CHSalo

Parâmetros	Rotação do eixo- árvore (n)	Profundidade de corte axial (a_p)	Profundidade crítica (<i>b_{cri}</i>)
Ensaio 1	3400 rpm	3,5 mm	3,8 mm

Os sinais adquiridos no domínio do tempo foram transformados para o domínio da frequência pelo cálculo

da FFT. A frequência de entrada dos dentes neste ensaio foi de 341 Hz, período de entrada dos dentes $2,9 \times 10^3$ s e a frequência natural do sistema 601 Hz,

Devido a problemas operacionais, o sinal de aceleração foi perdido e apenas o sinal da força de corte força é apresentado. O sinal no domínio do tempo é mostrado na Figura 55.





De acordo com o sinal de força adquirido, identificou-se o período de entrada de cada dente da fresa T_d . A partir dele, se observa um comportamento de oscilação dos picos de força com diferenças de amplitude entre cada um o que é normalmente devido à instabilidade do sistema.

Entretanto, a amplitude de força de cada período do dente vai decaindo ao longo do tempo, o que é uma característica de processos estáveis.

Mesmo com essa característica do processo, a oscilação da amplitude de força pode ser justificada devido à algum tipo de vibração que tentou surgir durante este ensaio mas felizmente isso não se concretizou. O motivo disto, foi que o ensaio foi realizado próximo ao limite de estabilidade dos lóbulos.

Para tornar essa análise de estabilidade mais clara, uma análise no domínio da frequência é realizada. A Figura 56 ilustra a FFT do sinal de força para o ensaio 1.





A partir do sinal da FFT de força percebeu-se que o sistema não apresentou mesmo a vibração regenerativa, pois não houve um pico de frequência próximo a frequência natural do sistema.

Além da frequência de entrada dos dentes no valor de 341 Hz, detectou-se uma outra frequência no valor de 675 Hz.

Essa frequência não é considerada uma frequência do tipo *chatter*, pois está relativamente distante da frequência natural do sistema de 606 Hz, além do que, a sua amplitude é baixa.

Porém, mesmo com um corte estável, é importante ressaltar que a frequência de 675 Hz pode explicar a oscilação anormal dos picos de força no domínio do tempo. A Figura 57 mostra o corpo de prova após a realização da remoção de material.

Superfície Usinada

Figura 57 - Corpo de prova após o primeiro ensaio realizado

4.2.2 Validação dos lóbulos de estabilidade na região 2

Com o intuito de validação dos lóbulos de estabilidade simulados, a segunda região estudada para detecção das vibrações regenerativas, foi com rotações do eixo-árvore em torno de 1600 rpm. A simulação do diagrama de lóbulos de estabilidade é apresentada na Figura 58.



Figura 58- Diagrama de lóbulos de estabilidade para a segunda região

Nesta região buscou-se a verificação de um corte instável com a presença de vibração regenerativa e um corte estável sem a presença dela. As condições de corte dos ensaios 2 e 3 são apresentadas na Tabela 9.

Parâmetros	Rotação do eixo- Profundidade de		Profundidade
	árvore (n)	corte axial (a_p)	crítica (b _{cri})
Ensaio 2	1580 rpm	4,5 mm	4,2 mm
Ensaio 3	1640 rpm	2,5 mm	3,9mm

Tabela 9 - Parâmetros de corte utilizados para a segunda região dos experimentos realizados

O ensaio 2 foi realizado com uma profundidade de corte axial *ap* de 4,5 mm, ou seja, acima da profundidade crítica de corte. A frequência de entrada dos dentes para esse caso foi de 158 Hz, ou seja um período de $_{6,3\times10^{-3}}$ s. A primeira frequência natural do sistema foi de 606 Hz.

No ensaio 3 buscou-se verificar uma condição estável no processo, portanto, em uma condição abaixo do limite de estabilidade. A profundidade de corte axial adotada neste ensaio foi de 2,5 mm, frequência de entrada dos dentes foi de 164 Hz, a frequência natural do sistema 607 Hz e período de entrada dos dentes de $_{6,1}\times10^{-3}$ s.

Os sinais adquiridos pelo acelerômetro e o transdutor de força no domínio do tempo são apresentados nas figuras a seguir:





O sinal de aceleração do ensaio 3 é estável devido ao efeito de decaimento de amplitude após um pico alto de entrada dos dentes. Este efeito de decaimento do sinal é devido ao amortecimento do processo.

Desta forma, verificou-se que o sinal de aceleração do ensaio 2 não aponta este comportamento de decaimento de amplitude, o que torna este ensaio instável. Os sinais no domínio do tempo adquiridos pelo dinamômetro de força são apresentados na Figura 60.

Figura 60 - Sinais de força no eixo z no domínio do tempo



Com base no sinal da força de corte, verificou-se também um comportamento bem distinto entre os dois sinais. O ensaio 3 apresenta picos de força bem uniformes ao longo do tempo, com as amplitudes de força não variando muito, o que é uma característica de processos estáveis.

Já o ensaio 2, apresenta picos de força de corte bem irregulares, variando consideravelmente. A amplitude desses picos no ensaio 2 são grandes e o sinal oscila bastante na entrada do dente da fresa, essa é uma característica de sistemas instáveis.

Desta forma, uma análise no domínio da frequência é apresentada. A Figura 61 mostra o espectro no domínio da frequência do sinal de aceleração.





Como verificado na Figura 61, há a presença de uma frequência de vibração muito próxima a frequência natural no valor de 610 Hz no ensaio 2.

Essa é uma frequência categorizada como vibração regenerativa e como consequência dela, o sistema se torna instável.

Além dessa característica, a frequência de 610 Hz identificada possui uma amplitude muito alta no valor de 4.3×10^4 m/s² o que não foi detectado no espectro de frequência do ensaio 3.

Este comportamento do sinal da FFT comprova que para este ensaio houve mesmo a vibração regenerativa.

No ensaio 3, a frequência de 610 Hz diminuiu drasticamente o que tornou o sistema estável. A comprovação do aparecimento da vibração do tipo *chatter* é realizada também pela FFT do sinal de força, como mostrado na Figura 62.



Figura 62 – FFT dos sinais de força para a segunda região de estudo

A partir da FFT do sinal de força, foi verificado que uma frequência é modulada logo próxima da frequência natural do sistema no valor de 612 Hz com amplitude de $4,1\times10^4$ N.

Esse comportamento é semelhante ao da FFT de aceleração para o ensaio 2 e caracteriza um corte instável do processo devido a presença de vibração regenerativa.

O sinal da FFT para o ensaio 3 não possuiu picos de frequência próximo a frequência natural do sistema, e a amplitude da frequência de 612 Hz novamente diminuiu. Esta característica torna este ensaio estável.

Além disso, na FFT do sinal de força foram detectadas as frequências de entrada dos dentes nos valores de 158 Hz e seu primeiro harmônico possuindo 316 Hz para o ensaio 2 e 164 Hz de frequência de entrada dos dentes para o ensaio 3.

Portanto, conclui-se que os dois sinais, tanto de força como de aceleração possuem certas diferenças mas ambos ratificam a existência de vibração regenerativa neste experimento.

Desta maneira, a Figura 63 mostra como ficou o corpo de prova após os ensaios com a presença da vibração regenerativa e sem a presença da mesma.

Figura 63 - Corpo de prova após ensaio com vibração regenerativa e sem vibração regenerativa



4.2.3 Validação Lóbulos de estabilidade na região 3

Após a realização ensaios na segunda região de condução dos experimentos, o corpo de prova foi girado de posição. Os ensaios de número 4 e 5 tiveram como objetivo a obtenção de um corte estável do processo na terceira região de análise com rotações do eixo-árvore em torno de 700 rpm. A Figura 64 ilustra os lóbulos de estabilidade simulados.



Figura 64 - Diagrama de lóbulos de estabilidade para os ensaios 4 e 5

Para validação destes ensaios buscou-se um corte estável para o ensaio 4 e um condicionalmente estável para o ensaio 5. A Tabela 10 mostra os parâmetros utilizados.

Tabela 10 - Parâmetros utilizados para a terceira região dos experimentos realizados

Parâmetros	Rotação do eixo- árvore (n)	Profundidade de corte axial (a_p)	Profundidade crítica (<i>b</i> _{cri})
Ensaio 4	781 rpm	2,5 mm	2,8 mm
Ensaio 5	785 rpm	2,8 mm	3,0mm
A profundidade de corte crítica para o ensaio 4 é de 2,8 mm e a profundidade crítica de corte no ensaio 5 de 3 mm. Com isso, as profundidades de corte axiais adotadas foram de 2,5 mm e 2,8 mm para rotações do eixoárvore em 781 rpm e 785 rpm respectivamente.

A Frequência natural do ensaio 4 foi de 701 Hz, a frequência de entrada dos dentes foi de 78 Hz, ou seja um período de entrada dos dentes de 1.28×10^{-3} s.

Para o ensaio 5, a frequência natural do sistema foi de 691 Hz, a frequência de passagem dos dentes foi de 78,5 Hz e o período de entrada dos dentes de $1,27 \times 10^3$ s. Os sinais adquiridos de aceleração e força de corte são apresentados a seguir:



Figura 65 - Sinais de aceleração no domínio do tempo

Os sinais coletados de aceleração são considerados estáveis, devido ao efeito de decaimento de amplitude após a entrada dos dentes da fresa. Essa característica é visualizada em ambos os sinais.

O efeito de decaimento de amplitude do ensaio 5 é mais moderado que o do ensaio 4, porque este ensaio foi realizado próximo ao limite de estabilidade dos lóbulos. A Figura 66 mostra os sinais de força.



Figura 66 - Sinais de força no eixo z no domínio do tempo

Com relação ao sinal de força, o comportamento dos sinais nos dois casos também são bem parecidos. As amplitudes de força ao longo do tempo se mantiveram constantes, o que é uma característica de processos estáveis.

O sinal de força do ensaio 4 demonstrou maior regularidade durante o período de passagem dos dentes Td do que o sinal do ensaio 5.

No ensaio 5 verificou-se uma oscilação maior nos picos de força durante o período de passagem dos dentes, porém os picos de oscilação decaiam.

Essa característica deve-se ao fato que este ensaio foi realizado próximo ao limite de estabilidade dos lóbulos. Para comprovação da estabilidade do sistema as FFT's dos sinais de aceleração e força de corte são mostradas nas Figuras 67 e 68.



Figura 67 - FFT dos sinais de aceleração da terceira região de análise

Como esperado, os dois cortes foram estáveis, pois nenhum pico de frequência foi detectado próximo a frequência natural do sistema.

Entretanto, devido as condições do ensaio 5 serem próximas a profundidade crítica de corte, nota-se uma tendência de aumento de amplitude de frequência numa região entre 660 Hz a 900 Hz, o que felizmente não chega a comprometer a estabilidade do sistema.





Na FFT de força os resultados foram semelhantes aos da FFT de aceleração. Como esperado, o corte permaneceu estável nos dois casos, e mais uma vez pela FFT do sinal de força verificou-se a frequência de entrada dos dentes das ferramentas nos valores de 78 Hz com seu primeiro harmônico no valor de 156 Hz aproximadamente. Essa característica de corte estável reflete na superfície do corpo de prova após a realização dos ensaios, como mostrado na Figura 69.



Figura 69 - Corpo de prova após realização dos ensaios 4 e 5

4.2.4 Validação Lóbulos de estabilidade na região 4

Como mencionado na seção 4.1.6, a chapa de aço AISI 1020 teve sua espessura reduzida em 5 mm após a realização dos cinco primeiros ensaios. Por isso, o limite de estabilidade dos ensaios 6 e 7 foi bem inferior aos demais. A Figura 70 mostra o diagrama de lóbulos de estabilidade para os dois últimos experimentos.





A validação dos lóbulos de estabilidade foi conduzida para um corte instável no ensaio 6 e um corte estável no ensaio 7. A Tabela 11 mostra os parâmetros utilizados nos dois ensaios.

Parâmetros	Rotação do eixo- árvore (n)	Profundidade de corte axial (a_p)	Profundidade crítica (b_{cri})	
Ensaio 6	809 rpm	1,5 mm	1,3 mm	
Ensaio 7	855 rpm	1,1 mm	1,3mm	

Tabela 11 - Parâmetros utilizados para a quarta região dos experimentos realizados

O ensaio 6 foi conduzido com 809 rpm e profundidade de corte axial acima da profundidade crítica, no valor de 1,5 mm. A frequência natural do sistema possuiu 586 Hz, a frequência de passagem dos dentes foi de 80,9 Hz e período de entrada dos dentes $1,25 \times 10^{-3}$ s.

O ensaio 7 foi conduzido com 855 rpm, profundidade de corte axial abaixo do limite de estabilidade, no valor de 1,1 mm. A frequência natural do sistema foi identificada em 594 Hz, frequência de passagem dos dentes foi de 85,5 Hz, ou seja, um período de passagem dos dentes de $1,17 \times 10^{-3}$ s. Os sinais de aceleração são apresentados na Figura 71.

Figura 71 - Sinais de aceleração no domínio do tempo



Tempo (s)

Analisando a Figura 71 verificou-se diferenças entre o corte do ensaio 6 para o corte do ensaio 7. No sinal de aceleração verificou-se que o ensaio 7 possui uma característica típica de processos estáveis, onde há um decaimento de amplitude após a entrada de um dente da fresa no corpo de prova. Este comportamento de decaimento de amplitude não é tão visível no ensaio 6, o que caracteriza um possível ensaio instável. Esta característica de decaimento é visível no ensaio 7 o que o torna estável.

Nos sinais de força dos dois ensaios, também verificou-se as diferenças entre os experimentos. A Figura 72 apresenta esses sinais.



Figura 72 – Sinais de força no eixo z no domínio do tempo

No ensaio 6 os picos de força são mais irregulares e de maior amplitude. Como já mencionado, essa oscilação dos picos de força é uma característica de processos instáveis.

No ensaio 7 também verificou-se uma oscilação dos picos, porém essa oscilação dos picos tendem a decair e se mantém mais constantes do que a oscilação dos picos de força do ensaio 6.

Devido a essa característica da força de corte conclui-se que a oscilação dos picos do ensaio 7 é resultante da proximidade que este ensaio foi realizado do limite de estabilidade dos lóbulos. Desta forma este ensaio foi condicionalmente estável.

Para comprovação da estabilidade do sistema, e verificação das frequências do tipo *chatter* os sinais das FFT's são apresentados nas Figuras 73 e 74.



Figura 73- FFT dos sinais de aceleração para os ensaios 6 e 7

Logo no início da FFT de aceleração já se é detectada múltiplas frequências na região próxima a frequência natural para o ensaio 6.

Existe um pico no espectro muito próximo a frequência natural no valor de 588 Hz com $3,2 \times 10^4$ m/s² de amplitude. Este é um exemplo claro de vibração regenerativa, quando a frequência de vibração já se encontra próxima à frequência natural do sistema e torna o processo instável.

Tal característica não foi verificada no ensaio 7. Não há um pico de frequência próximo a frequência natural do sistema, além disso, o pico de amplitude de 588 Hz detectado no ensaio 6 decaiu mas ainda percebeu-se uma leve oscilação no sinal. Por esse motivo, esse corte é considerado estável mesmo que próximo ao limite de estabilidade dos lóbulos. A Figura 74 mostra a FFT do sinal da força de corte.

Figura 74 - FFT dos sinais de força dos ensaios 6 e 7



A partir do sinal da FFT de força também verificou-se múltiplas frequências bem próximas a frequência natural do sistema nos valores de 586 Hz e 605 Hz com amplitude de de $2,1 \times 10^4$ N e $1,6 \times 10^4$ N respectivamente.

A frequência de entrada dos dentes foi de 80 Hz para o ensaio 6 com seu primeiro harmônico marcando em 160 Hz. Como resultado, validou-se um corte instável.

Para o ensaio 7 a frequência de entrada dos dentes foi de 85 Hz e um corte considerado estável é verificado sem a presença de picos de frequência próximo a frequência natural.

Desta forma, os experimentos validaram corretamente os lóbulos simulados, e como consequência do surgimento da vibração regenerativa, houve a diferença clara entre os dois ensaios refletidos na superfície do corpo de prova. (Figura 75).



Figura 75 - Corpo de prova após usinagem dos ensaios 6 e 7

78

4.3 ANÁLISE DO PARÂMETRO DE RUGOSIDADE NAS SUPERFICIES USINADAS E ENERGIA DO SISTEMA (VALOR RMS)

Com o intuito de verificação da rugosidade do corpo de prova obtida, foram realizadas medições empregando um rugosímetro. Os parâmetros avaliados foram a rugosidade aritmética ou média (Ra) e a rugosidade total (Rz).

Além da rugosidade, o valor RMS da aceleração e de força de corte também foram explorados. Este capítulo discute os acabamentos superficiais encontrados e sua possível associação com as vibrações do fresamento, e a energia extraída do processo.

Levando em consideração o acabamento superficial da peça, uma análise sobre a rugosidade total (Rz) e rugosidade aritmética (Ra) foi elaborada. A Tabela 12 apresenta os resultados desse parâmetro para cada ensaio juntamente com o valor RMS calculado.

Parâmetros	Ensaio1	Ensaio2	Ensaio3	Ensaio4	Ensaio5	Ensai06	Ensaio7
n [rpm]	3400	1580	1640	781	795	809	855
ap [mm]	3,5	4,5	2,5	2,5	2,8	1,5	1,1
Rz [µm]	12,2	46,5	9,9	8,8	10,2	16,6	13,9
Ra [µm]	1,8	9,2	1,3	1,1	1,5	2,8	2,4
RMS Aceleração	-	66,2	24,5	19,1	26,2	47,1	36,4
RMS Força	196,4	644,6	201,3	177,5	211,1	189	126

Tabela 12 - Rugosidade total(Rz), rugosidade aritmética (Ra) e valor RMS

4.3.1 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 1

A partir da Tabela 12 verifica-se a influência direta das vibrações do processo. O ensaio 1 com profundidade de corte de 3,5 mm apresentou uma rugosidade total Rz de 12,2 µm e 1,8 µm de rugosidade aritmética Ra. Esse ensaio foi considerado condicionalmente estável de acordo com a análise apresentada na seção 4.2.1.

A proximidade da profundidade de corte axial do ensaio ao limite de estabilidade dos lóbulos justifica um acabamento superficial um pouco elevado. O valor RMS do sinal de força foi de 196,4 N.

4.3.2 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 2

Analisando a segunda região dos experimentos conduzidos, percebeu-se que a vibração do processo compromete significamente o acabamento superficial da peça.

O ensaio 2 com 4,5 mm de profundidade de corte axial teve uma rugosidade total Rz de 46,5 μ m e rugosidade aritmética Ra no valor de 9,2 μ m. Esse efeito de acabamento superficial ruim é resultante do aparecimento da vibração regenerativa no processo.

Ele é comprovado quando comparado ao ensaio 3 onde foi obtido uma rugosidade total Rz no valor de 9,9 μ m e rugosidade aritmética Ra de 1,3 μ m.

A Figura 76 ilustra melhor o efeito que a vibração regenerativa teve sobre os parâmetros de rugosidade analisados, tornando o acabamento superficial encontrado no caso instável muito pior ao do caso estável.



Figura 76 – Efeito da vibração regenerativa nos parâmetros de rugosidade

Além disso, analisando o valor RMS de aceleração nessa região, observou-se uma diminuição de 66,2 m/s² para 24,5 m/s² e de 644,6 N para 201,3 N nos valores do RMS do sinal de aceleração e força respectivamente. A Figura 77 ilustra melhor o efeito que a vibração regenerativa apresenta no valor RMS.



Figura 77 - Valor RMS dos ensaios

Essa diminuição nos valores RMS calculados é mediante à presença da vibração regenerativa para o caso instável e a não presença dela no caso estável.

4.3.3 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 3

Na terceira região estudada com dois cortes estáveis. O ensaio 4 teve a profundidade de corte axial no valor de 2,5 mm com uma rugosidade total Rz no valor de 8,8 µm e rugosidade aritmética Ra de 1,1 µm.

O ensaio 5 teve como profundidade de corte 2,8 mm isso fez com que o acabamento superficial piorasse bem pouco em torno de 1,4 μ m a mais marcando 10,2 μ m para a rugosidade total e 0,4 μ m a mais na rugosidade aritmética Ra, marcando 1,5 μ m.

A Figura 78 mostra um gráfico de comparação entre os dois ensaios em relação aos parâmetros de rugosidade.



Região 3

O valor RMS de aceleração também apresentou esse efeito saltando de 19,1m/s² para 26,2m/s² do ensaio 4 para o ensaio 5. O valor RMS de força saltou de 177,5 N para 211,1 N entre os dois ensaios. A Figura 79 ilustra esse efeito no valor RMS.



Valores RMS

Figura 79 - Valores RMS da força e aceleração

O salto do valor de energia extraído (RMS) da força mesmo com duas condições estáveis do processo é justificado porque o ensaio 5 foi realizado mais próximo ao limite de estabilidade.

4.3.3 Análise do acabamento superficial e valor RMS na região 4

Na quarta e última região de análise, o ensaio 6 considerado instável teve profundidade de corte a_p de 1,5 mm contra 1,1 mm do ensaio 7 considerado estável.

A condição instável no processo e o aparecimento da vibração regenerativa fez com que o acabamento superficial piorasse

Para o ensaio 6 o valor de rugosidade total Rz encontrado foi de 16,6 μ m e 2,8 μ m para a rugosidade aritmética Ra contra 13,9 μ m de Rz e 2,4 μ m de Ra no ensaio 7.

Esse claro efeito de diminuição desses valores mesmo na ordem de micrometros comprovam a capacidade que a vibração regenerativa possui no pior acabamento superficial encontrado. (Ver Figura 80)

Figura 80 – Efeito da vibração regenerativa nos parâmetros de rugosidade analisados.





Com relação ao valor RMS de aceleração é visto também a diminuição entre o ensaio 6 para o ensaio 7 registrando 47,1 m/s² e 36,4 m/s² respectivamente.

O RMS de força também apresenta esse efeito marcando 189 N para o ensaio 6 contra 126 N do ensaio 7. A Figura 81 mostra um gráfico ilustrando as diferenças dos valores RMS para os casos instáveis e estáveis.





5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nos últimos anos, o conhecimento da vibração regenerativa em processos de usinagem avançou principalmente para materiais dúcteis e em condições de alta velocidade de corte do processo, no qual representam a maioria dos trabalhos publicados na área. A partir deste cenário, esta dissertação teve o intuito de expandir a teoria das vibrações regenerativas para outro tipo de material e em condição de corte diferente da geralmente utilizada, com isso, o objetivo deste trabalho foi:

• Estudar a estabilidade do fresamento do ferro fundido cinzento em baixa velocidade de corte utilizando o diagrama de lóbulos de estabilidade, e verificação de sua eficácia para identificar as vibrações regenerativas.

Para cumprir o objetivo, foi utilizado para o estudo um sistema com somente um grau de liberdade, considerando somente o primeiro modo de vibração, por esse ser o mais flexível. Para a restrição dos graus de liberdade do sistema foi empregado um dispositivo flexível que constituiu de uma placa plana, considerada engastada. O intuito da utilização deste dispositivo foi tentar manter as mesmas características dinâmicas entre os ensaios.

Devido à cinemática do processo de fresamento de faceamento, a rigidez variou em função da posição do dente da ferramenta, dificultando o cálculo do diagrama de lóbulos de estabilidade e consequentemente a detecção de condições do processo onde ocorreu as vibrações regenerativas. Por isso, também foi empregado uma simulação da força de corte no domínio do tempo utilizando o método pico a pico.

A simulação no domínio do tempo serviu para determinar qual ponto modal da peça seria utilizado para cálculo do diagrama de lóbulos de estabilidade. Tendo como base a força de corte, foram realizadas três simulações considerando a rigidez isolada em três ponto da peça e outra simulação considerando a rigidez interpolada em função da posição do dente da fresa. Esta simulação serviu para determinar o melhor ponto onde as análises modais seriam conduzidas, e portanto, construir os lóbulos de estabilidade. A partir desta simulação definiu-se que o ponto de menor rigidez foi o que mais se aproximava do caso real do processo, representado pela interpolação da rigidez em função da posição do dente da fresa.

Para cálculo do coeficiente especifico de corte do material, foi utilizado o modelo linear de Altintas(2000), no qual estabelece uma relação linear da força de corte com o avanço por dente e mostrou boa precisão para calcular este coeficiente utilizado na formulação do diagrama.

O diagrama de lóbulos de estabilidade mostrou boa eficácia para prever as zonas estáveis e instáveis no fresamento do ferro fundido cinzento, porém devido as baixas velocidades de corte utilizadas foi necessário a consideração do amortecimento no processo.

Considerando o amortecimento, observou-se que ele possuiu maior influência com rotações do eixo-árvore que variavam entre 0 à 800 rpm. Para a consideração do amortecimento, foi utilizado o modelo de Wu. A partir dele foi determinado o seu coeficiente, onde a profundidade da deformação plástica utilizada foi de 0,7mm baseada em trabalhos do processo de jateamento.

Para validar o diagrama de lóbulos de estabilidade, sete ensaios experimentais foram conduzidos. Quatro regiões do diagrama de lóbulos de estabilidade foram verificadas com rotações do eixo-árvore em torno de 700 rpm, 800 rpm, 1600 rpm e 3400 rpm.

A região 1 foi a de 3400 rpm e o ensaio 1 foi considerado condicionalmente estável. A região 2 foi dividida em dois ensaios (2 e 3) com rotação do eixo-árvore em torno de 1600 rpm, tendo o ensaio 2 instável e o ensaio 3, estável. A região 3 de experimentos teve rotação do eixo-árvore em torno de 800 rpm, com o ensaio 4 estável e o ensaio 5 condicionalmente estável. E a região 4 com rotações do eixo-árvore de 700 rpm tendo o ensaio 6 instável e o ensaio 7 estável.

Observou-se que os valores de profundidade axiais de corte dos ensaios 1, 5 e 7 estiveram muito próximos aos da profundidade crítica de corte e fronteira do diagrama de lóbulos de estabilidade, o que deixou os ensaios mais próximos à instabilidade do sistema e justificaram as suas classificações de condicionalmente estáveis.

Para identificar quando as vibrações regenerativas surgiram e quando não, monitorou-se os sinais de aceleração e força de corte do processo nos domínios do tempo e da frequência. Os sinais no domínio da frequência mostraram uma melhor identificação das vibrações no sistema do que os sinais no domínio do tempo, porém ambos distinguiram quando a vibração regenerativa foi presente.

A rugosidade da superfície da peça após a usinagem do material foi medida e comparada com a estabilidade do processo, juntamente com energia dos sinais (RMS). A partir destes dois parâmetros verificou-se a influência das vibrações no sistema. O pior acabamento superficial e maior valor RMS encontrados foram nos ensaios 2 e 6, considerados instáveis. Os ensaios condicionalmente estáveis (ensaios: 1, 5 e 7) demonstraram um leve acabamento superficial ruim e maior valor RMS encontrado se comparado aos casos estáveis dos ensaios 3 e 4.

Com isso, conclui-se que a construção do diagrama de lóbulos de estabilidade é uma boa medida paliativa para controle do surgimento de vibrações regenerativas no fresamento do ferro fundido cinzento. A metodologia proposta nesta dissertação apresentou bons resultados para o estudo de vibrações neste tipo de material, identificando quando este fenômeno surge na usinagem.

Desta maneira, sugere-se para trabalhos futuros:

- Verificar a influência de fluidos de corte no diagrama de lóbulos de estabilidade
- Utilização de insertos com geometrias diferentes
- Propor e implementar outro modelo para cálculo do coeficiente de amortecimento
- Análise nas direções x e y

- Avaliar outros tipos de ferro fundido
- Estudar a estabilidade de outros processos na usinagem de ferro fundido

REFERÊNCIAS

AHMADI, K.; ISMAIL, F. Analytical Stability Lobes Including Nonlinear Process Damping Effect On Machining Chatter. International journal of machine tools & manufacture, v.51, pp.296-308, 2011.

AHMADI, K.; ISMAIL, F. **Investigation of finite amplitude stability due to process damping in milling**. V CIRP Conference on high performance cutting, pp. 60-65, 2012a.

AHMADI, K.; ISMAIL, F. **Stability lobes in milling including process damping and utilizing Multi-frequency and Semi-Discretization methods**. International journal of machine tools & manufacture, v.54-55, pp. 46-54, 2012b.

ALTINTAS, Y. Analytical prediction of three dimensional chatter stability in milling. JSME International journal, series C: Mechanical systems, machine elements and manufacturing, 44(3), 717-723, 2001.

ALTINTAS, Y. Manufacturing Automation: Metal Cutting Mechanics, Machine tool vibrations and CNC design. s.1.: Cambridge University Press, 2000.

ALTINTAS, Y.; BUDAK, E. Analytical prediction of chatter stability in milling—part i: general formulation, Journal of Dynamic Systems Measurement and Control 120, pp.22–30. 1998

ALTINTAS, Y.; BUDAK, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. CIRP Annals - Manufacturing Technology. v. 44, n.1, pp.357-362, 1995.

ALTINTAS, Y.; EYNIAN, M.; ONOZUKA, H. **Identification of dynamic cutting force coefficients and chatter stability with process damping**. CIRP Annals Manufacturing technology, v. 57, pp. 371-374, 2008b.

ALTINTAS, Y.; STEPAN, G.; MERDOL, D.; DOMBOVARI, Z. Chatter stability of milling in frequency and discrete time domain. CIRP journal of Manufacturing Science and technology, v.1, pp. 35-44, 2008a.

ARAUJO, A. C. M. **Estudo das forças de usinagem no fresamento de topo**. Dissertação de mestrado, Universidade federal do Rio de Janeiro, 2006.

ARNAUD, L.; DESSEIN, G. Application of the stability lobes theory to milling of thin workpieces, experimental approach. Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering. Kluwer academic publishers, pp. 271-280, 2003.

AYGÜN, A. Mechanics and dynamics of line boring operation with process damping effect. Dissertação mestrado. Universidade técnica do oriente médio, Turquia, 2007.

BADOSA, G. Q. **Stability lobes diagram identification and surface roughness monitoring milling process**. Tese de doutorado, Universidade de Girona, Espanha, 2009.

BILOŠOVÁ, A. Modal testing. Plano de aula, Universidade técnica de Ostrava, República tcheca, 2011.

BUDAK, E., ALTINTAS, Y. Analytical prediction of chatter stability in milling – Part I: General formulation. Journal of dynamic systems measurement and control, v. 120, pp. 22-30, 1998.

BUDAK, E.; TUNC, L. T. Identification and modelling of process damping in turning and milling using a new approach. CIRP Annals – Manufacturing technology, v.59, pp.403-408, 2010.

CABRAL, G. F. **Determinação de requisitos de usinagem para manufatura de componentes de Alumínio**. Dissertação de mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica –ITA, São Paulo, 2007.

CALLISTER, D. W. Jr. Ciência e engenharia de materiais: Uma Introdução. Quinta edição, LTC editora. Rio de Janeiro. Brasil, 2002

CAMPA, F. J.; LOPEZ DE LACALLE, L. N.; CELAYA, A. **Chatter avoidance in the milling of thin floors with bull-nose end mills: Model and stability diagrams**. International journal of machine tools & manufacture, v. 51, pp. 43-53, 2011

CARRARO, C.E. Utilização de sistemas de monitoramento remoto com o uso de instrumentos virtuais. Dissertação de mestrado. Universidade metodista de Piracicaba, São Paulo, 2006.

CASTILLO, W. J. G. **Furação profunda de ferro fundido cinzento GG25 com brocas de metal-duro com canais retos**. Dissertação de mestrado. Universidade federal do estado de Santa Catarina, 2005

CERVELIN, J. E. **Estudo teórico-experimental das forças de corte no processo de torneamento.** Dissertação de mestrado, Universidade do estado de São Paulo, escola de engenharia de São Carlos, Brasil, 2009.

COSSOLINO, L. C.; PEREIRA, A. H. A. **Amortecimento: classificação e métodos de determinação**. Informativo técnico-científico ITC04-Amortecimento/ATCP, São Carlos, Brasil, 2010.

DAVIES, M. A.; SCHMITZ T. L. **The dynamics of high-speed machining**. American Society for Precision Engineering – ASPE Tutorial, Universidade da Carolina do Norte, EUA, 2003.

DE SILVA, C. W. Vibration damping, control and design. CRC Press. 2007.

FACCIO, I. **Investigações sobre o acabamento superficial de usinagem com altíssima velocidade de corte.** Escola Politécnica-USP, dissertação de mestrado, Universidade de São Paulo, Brasil, 2002.

GAGNOL, V.; BOUZGARROU, B. C.; RAY, P., BARRA, C. Model-based chatter stability prediction for highspeed speeds. International journal of machine tools & manufacture, v. 47, pp.1176-1186, 2007

GUESSER, W. L. **Propriedade mecânicas dos ferros fundidos**. Editora Blucher, primeira edição, São Paulo. Brasil, 2009.

HARTUNG, F.; INSPERGER, T.; STÉPÁN, G., TURI, J. Approximate stability charts for milling processes using semi-discretization. Journal of applied mathematics and computation, v. 174, pp. 51-73, 2006.

HUANG, C. Y.; WANG JUNZ, J.-J. Effects of cutting conditions on dynamic cutting factor and process damping in milling. International Journal of Machine Tools & Manufacture, v.51, pp.320-330, 2011.

INSPERGER, T.; STÉPÁN, G. Semi-discretization method for delayed systems. International journal of numerical methods in engineering, v. 55, pp. 503-518, 2002.

IRON CASTING SOCIETY. The Iron Casting Handbook. Inc., 1981.

JEMIELNIAK, K.; WYPYSINSKI, R. Review of potential advantages and pitfalls of numerical simulation of self-excited vibrations. Journal of machine Engineering, v.13, n. 3, 2013.

JIN, X. Mechanics and dynamics of micro-cutting process. Tese de doutorado. Universidade da Columbia Britânica. Vancouver, Canadá. 2012.

KOENISBERGER, F.; TLUSTY, J. Machine tool structures – Vol. I: stability against chatter. Pergamon Press., 1967.

KURATA, Y.; MERDOL, S. D.; ALTINTAS, Y.; SUZUKI, N.; SHAMOTO, E. Chatter stability in turning and milling with in process identified process damping. Journal of advanced mechanical design, systems and manufacturing, v.4, n.6, 2010.

LACERDA, H. B.; LIMA, V. T. **Evaluation of cutting forces and prediction of chatter vibrations in milling**. Congresso Brasileiro de Engenharia de Fabricação (COBEF), Uberlândia-MG, Brasil, 2004.

LEE, B. Y.; TRANG, Y. S.; MA, S. C. **Modeling of the process damping force in chatter vibration**. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 35:951–962, 1995.

LUNDBERG, M. Residual Stresses and Fatigue of Shot Peened Cast Iron. Universidade de Linköping, Suécia, 2013.

MAIA, N. M. M. **Extraction of valid modal properties from measured data in structural vibrations**. Tese de Doutorado. Universidade de Londres - Colégio imperial de ciência, tecnologia e medicina, 1988.

MARWANGA, R..; COHEN, P. H.; VOIGT, R. C. Influence of graphite morphology and matrix structure on chip formation during machining of ductile irons. AFS Casting congress, American Foundrymen's Society, Kansas, Estados Unidos, 2000.

MEIRELES DE., J. F. B. Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente. Tese de Doutorado. Universidade do Minho, Guimarães, Portugal, 2007.

MERRIT, H. **Theory of self-excited machine-tool chatter**. Contribution of machine-tool chatter research, Journal of manufacturing science and engineering, 1963.

MORIWAKI, T. Trends in recent machine tools technologies. NTN technical review, v. 74, 2006.

MUSOLINO, B. de C. Algoritmo de determinação do coeficiente de amortecimento em materiais refratários de alta alumina. Dissertação de mestrado, escola de engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2011.

NEWMANN, N. D.; FRISWELL, M. I.; PENNY, J. E. T. The parallel implementation of the rational fraction polynomial method. Universidade de Aston, Birmingham, Reino Unido, 1993.

PEIXOTO, M. Análise de estabilidade dinâmica do fresamento de topo de placas considerando o efeito de amortecimento do processo. Dissertação de mestrado, Universidade do Estado de Santa Catarina, 2013.

POWELL, K. B. Cutting performance and stability of helical endmills with variable pitch. Dissertação de mestrado. Universidade de Florida. Estados unidos da américa. 2008.

QUINTANA, GUILLEM; CIURANA, JOAQUIM; TEIXIDOR, DANIEL. A new experimental methodology for identification of stability lobes diagram in milling operations. International Journal of machine Tools & Manufacture, v. 48, pp.1637-1645, 2008.

RAHNAMA, RAMIN; SAJJADI, MOZHDEH; PARK, SIMON. S. Chatter suppression in micro end milling with process damping. Journal of materials processing technology, v.209, pp.5766-5776, 2009.

RAO, S. Vibrações mecânicas. Editora Pearson Education BR, IV edição, São Paulo, 2008.

RICHARDSON, M. H.; FORMENTI, D. L. Parameter estimation from frequency response measurements using rational fraction polynomials. 1st IMAC Conference, 1982.

ROSA, L. C. Acabamento de superfícies: rugosidade superficial. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 2009.

SANDVIK COROMANT. Manual técnico de usinagem, torneamento, fresamento, fundição, madrilamento e sistemas de fixação. 2 ed. São Paulo: Elanders, 2011.

SCHMITZ, Tony L. and SMITH, Kevin, S. Machining dynamics: frequency response to improved productivity. s.l. : Ed. Springer, 2009.

SEKULIC, M.; HADZISTEVIC, M.; GOSTIMIROVIC, M.; TURISOVA, R.; PEJIC, V. Influence of material properties on the machinability in face milling. Journal of Materials and Technology, v.46, pp. 601-606, 2012.

SHIN, Y. C.; JENSEN, S. A. Stability analysis in face milling operations, part 1: Theory of stability lobe prediction. Journal of manufacturing science and engineering, v. 121, n.4, pp. 600-605, 1999.

SOEIRO, N. S. **Curso de fundamentos de vibração**. Apostila, Universidade federal do Pará, Grupo de Vibração e Acústica-GVA, 2008.

SOUZA, M. G. Identificação e caracterização de não-linearidades em dinâmica estrutural. Dissertação de mestrado, Universidade do estado de São Paulo, São Carlos, 2008.

TAYLOR, F. W. On the art of cutting metals. American society of mechanical engineers, 1907

TLUSTY, J., POLACEK, M. The stability of machine tools against self excited vibrations in machining. International research in production engineering, pp. 465-474, 1963.

TLUSTY, J. High-speed machining. Annals of the CIRP, v.42, n.2, pp. 733-738, 1993.

TOBIAS, S. A. Machine tool vibration. Blackie and sons Ltd. 1965

TOBIAS, S.A., FISHWICK, W. A theory of regenerative chatter. The Engineer, London, 1958.

TRINDADE, C. E. **Determinação das propriedades modais de elementos combustíveis utilizados em reatores tipo PWR**. Dissertação de mestrado. Instituto de pesquisas energéticas e nucleares. São Paulo, Brasil, 1992.

TUPY, S. E. Ferros fundidos cinzentos de alta qualidade. Secretaria do desenvolvimento econômico de Santa Catarina, 1974

TYLER, C. **Process damping analytical stability analysis and validation**. Dissertação de Mestrado. Universidade da Carolina do norte em Charlotte. 2012.

WALLACE, P. W.; ANDREW, C. Machining forces: some effects of tool vibration. Journal of mechanical Engineering science, vol.7, 152-162. 1965.

WU, D. W. A new approach of formulation the transfer function for dynamic cutting process. Journal of Engineering for Industry. v.111, p.37-47, 1989.

YUE, JIANPING. **Creating a stability lobe diagram**. International Journal of Modern Engineering. INTERTECH Conference. Kean University, USA, 2006.