



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**UMA FORMULAÇÃO
VISCOELASTOPLÁSTICA NÃO
LINEAR APLICADA AO
POLIETILENO DE ALTA DENSIDADE
(PEAD)**

ANDRÉ KÜHL

JOINVILLE, 2014

ANDRÉ KÜHL

**UMA FORMULAÇÃO VISCOELASTOPLÁSTICA NÃO LINEAR
APLICADA AO POLIETILENO DE ALTA DENSIDADE (PEAD)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Pablo Andrés Muñoz-Rojas
Coorientador: Renato Barbieri

**JOINVILLE, SC
2014**

K96u Kühn, André
Uma formulação viscoelastoplástica não linear aplicada ao polietileno de alta densidade (PEAD)/ André Kühn. – 2014.

135 p. : il. ; 21 cm

Orientador: Pablo Andrés Muñoz-Rojas

Coorientador: Renato Barbieri

Bibliografia: p. 125-131

Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Mestrado em Engenharia Mecânica, Joinville, 2014.

1. Engenharia mecânica. 2. Polietileno de alta densidade. 3. Viscoelasticidade não linear. 4. Viscoplasticidade. I. Muñoz-Rojas, Pablo Andrés. II. Barbieri, Renato. III. Universidade do Estado de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 620.1 – 20.ed.

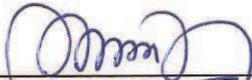
ANDRÉ KÜHL

UMA FORMULAÇÃO VISCOELASTOPLÁSTICA NÃO-LINEAR
APLICADA AO POLIETILENO DE ALTA DENSIDADE (PEAD)

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de concentração "Modelagem e Simulação Numérica".

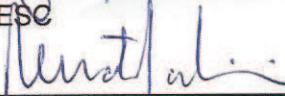
Banca Examinadora

Orientador:



Prof. Dr. Pablo Andrés Muñoz Rojas
CCT/UESC

Coorientador:

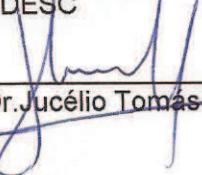


Prof. Dr. Renato Barbieri
CCT/UESC

Membros



Prof. Dr. Miguel Vaz Junior
CCT/UESC



Prof. Dr. Jucélio Tomás Pereira
UFPR

Joinville, SC, 22 de agosto de 2014.

"Este homem que eu admiro tanto, com todas as suas virtudes e também com seus limites. Este homem com olhar de menino, sempre pronto e atento, mostrando-me o caminho da vida, que está pela frente.

Este mestre contador de histórias traz em seu coração tantas memórias, espalha no meu caminhar muitas esperanças, certezas e confiança.

Este homem alegre e brincalhão, mas também, às vezes, silencioso e pensativo, homem de fé e grande luta, sensível e generoso.

O abraço aconchegante a me acolher, este homem, meu pai, com quem aprendo a viver. Pai, paizinho, paizão... meu velho, meu grande amigo, conselheiro e leal amigo: infinito é teu coração.

Obrigado, pai, por orientar o meu caminho, feito de lutas e incertezas mas também de muitas esperanças e sonhos."

Trecho extraído de Cavalcante, A. (2008) em dedicatória ao meu pai.

AGRADECIMENTOS

- Agradeço profundamente ao Prof. Pablo Andrés Muñoz-Rojas por sua precisa orientação, apoio, conselhos e motivação constante;
- Agradeço ao Prof. Renato Barbieri pela co-orientação do trabalho, principalmente pela colaboração na parte experimental, auxiliando na montagem e fornecendo os equipamentos necessários para essa etapa;
- Agradeço aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pelos conhecimentos transmitidos, em especial ao Prof. Miguel Vaz Júnior, Prof. Eduardo Lenz Cardoso, Prof. Joel Martins Crichigno Filho e Prof. Paulo Sérgio Berving Zdanski;
- Agradeço à UDESC e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica pela oportunidade de ingresso e financiamento deste estudo;
- Agradeço à CAPES por também financiar essa pesquisa;
- Agradeço ao colega de mestrado Thiago André Carniel pelo auxílio prestado em algumas etapas desse trabalho e aos demais colegas que contribuíram para meu crescimento intelectual e pessoal;
- Agradeço à empresa TIGRE S.A. e à engenheira Renata Silva por fornecer as amostras de PEAD utilizadas nesse trabalho;
- Agradeço ao presidente da empresa Vettore Engenharia, Sr. Isac Benvenuti, pelo compartilhamento de literatura, materiais e informações relacionados à pesquisa sobre o PEAD;
- Agradeço aos meus pais que sempre me incentivaram a estudar e a nunca desistir;
- Agradeço à Caroline que esteve comigo em toda a etapa do mestrado e me apoiou incondicionalmente;
- Agradeço a Deus por me fornecer condições físicas e intelectuais para desenvolver este trabalho.

“Nós não somos o que gostaríamos de ser. Nós não somos o que ainda iremos ser. Mas, graças a Deus, não somos mais quem nós eramos.”
Martin Luther King

RESUMO

Nos últimos anos, o Polietileno de Alta Densidade (PEAD) tem sido amplamente utilizado em aplicações estruturais de engenharia, principalmente na confecção de tubulações para transporte de água, gás e esgoto. Esse crescimento pode ser atribuído às suas excelentes propriedades mecânicas como boa resistência ao impacto, alta resistência à tração, baixo peso quando comparado com materiais metálicos, resistência à corrosão, bom comportamento em fadiga, além de flexibilidade e fácil processabilidade. Em vista disso, procedimentos confiáveis para avaliar a resposta estrutural de componentes manufaturados com este material têm se tornado progressivamente importantes. O PEAD apresenta comportamento viscoelastoplástico não linear, ou seja, suas propriedades dependem do tempo e da carga aplicada. Portanto, o objetivo desse trabalho foi propor uma formulação que considere o comportamento viscoplástico do PEAD e um procedimento de identificação dos parâmetros materiais associados. O modelo é baseado em séries de Prony para a viscoelasticidade e a lei de potência de Zapas-Crissman para viscoplasticidade. Os parâmetros materiais associados são obtidos de ensaios experimentais de fluência-recuperação para diferentes níveis de tensão com temperatura controlada. Esse tipo de ensaio permite empregar um procedimento de identificação de parâmetros desacoplados, onde é possível determinar a deformação viscoelástica independente da deformação viscoplástica. Assim, inicialmente, obtêm-se os parâmetros viscoelásticos através do método de otimização por enxame de partículas (*Particle Swarm Optimization* - PSO). Depois, os parâmetros viscoplásticos são determinados por regressão linear. A resposta obtida pelo modelo mostra uma boa predição do comportamento experimental. Já com os parâmetros materiais identificados para cada nível de tensão, um procedimento de interpolação linear é adotado para encontrar os parâmetros materiais em tensões intermediárias (não ensaiadas). Na seqüência, uma rotina numérica é desenvolvida com a formulação material proposta juntamente com as interpolações dos coeficientes e resultados do comportamento do modelo foram determinados. Por fim, as discussões dos resultados são apresentadas avaliando os coeficientes obtidos, o comportamento do método de otimização e a implementação da formulação material e concluindo que o procedimento proposto é adequado para a identificação dos parâmetros viscoelastoplásticos não lineares do PEAD.

Palavras-chave: Polímeros. PEAD. Viscoelastoplasticidade. Otimização por enxame de partículas. Fluência.

ABSTRACT

In recent years, High Density Polyethylene (HDPE) has been widely used in structural engineering applications, especially in the manufacture of pipes for transporting water, gas and sewage. This growth can be attributed to its excellent mechanical properties and good impact resistance, high tensile strength, low weight compared to metallic materials, corrosion resistance, good fatigue behavior, flexibility and easy processability. In view of this, reliable procedures to evaluate the structural response of components manufactured with this material have become increasingly important. HDPE has non linear viscoelastoplastic behavior, which means that the properties depend on time and applied load. So the aim of this work is to propose a model that considers the viscoelastoplastic behavior of HDPE and to develop a procedure to identify the material parameters. The model adopted is based on the Prony series for viscoelasticity and the power law of Zapas-Crissman for viscoplasticity. The associated material parameters are obtained from experimental creep-recovery tests for different stress levels in constant temperature. This type of test allows to employ an uncoupled procedure for material parameters identification for viscoelastic and viscoplastic strains. So, first, the viscoelastic parameters are obtained by the method of Particle Swarm Optimization (PSO). Also, a study of the influence of the number of particles and generations is presented for better analysis and evaluation of the method. Then the viscoplastic parameters are determined by linear regression. The response obtained by the model shows a good prediction of experimental tests. After the material parameters identification for each stress level, a procedure of linear interpolation is adopted to find the material parameters in intermediate stress (untested). Then, a numerical routine was developed with the material formulation proposed and the interpolation coefficients procedure and the results of the stress-strain behavior were determined. Finally, discussions of the results are presented evaluating the coefficients obtained, the optimization method and the implementation of the material formulation and concluding that the proposed procedure is suitable for the identification of nonlinear HDPE viscoelastoplastic parameters.

Keywords: Polymers. HDPE. Viscoelastoplasticity. Particle swarm optimization. Creep.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Estrutura polimérica para regeneração de ossos e tecidos.	36
Figura 2	– Formação do polímero poliestireno.	37
Figura 3	– Tipos de ligações dos polímeros.	38
Figura 4	– Diagrama representativo do modelo da miscela franjada.	40
Figura 5	– Micrografia óptica dos esferulitos	41
Figura 6	– Polímero esferulito e sua estrutura. No detalhe é possível visualizar as partes cristalinas intercaladas com regiões amorfas. O raio R indica a direção do crescimento do esferulito.	41
Figura 7	– Elemento elástico: mola.	42
Figura 8	– Elemento viscoso: amortecedor.	42
Figura 9	– Modelo de Maxwell com os elementos conectados em série.	43
Figura 10	– Solicitação de tensão e resposta da deformação para o modelo de Maxwell.	45
Figura 11	– Modelo de Kelvin-Voigt com os elementos conectados em paralelo.	46
Figura 12	– Solicitação de tensão e resposta da deformação para o modelo de Kelvin-Voigt.	47
Figura 13	– Modelo viscoelástico de Kelvin-Voigt generalizado.	48
Figura 14	– Solicitação de tensão e resposta da deformação para o modelo de Kelvin-Voigt generalizado.	50
Figura 15	– Comportamento típico de fluência.	51
Figura 16	– Diversos estágios do comportamento em fluência.	51
Figura 17	– Comportamento típico de relaxação de tensão.	52
Figura 18	– Curva de fluência-recuperação com deformações viscoplásticas.	53
Figura 19	– Tubos confeccionados de PEAD.	54
Figura 20	– Instalação de tubos de PEAD para transporte de água.	55
Figura 21	– Proporcionalidade tensão deformação para viscoelasticidade linear	58
Figura 22	– Princípio da superposição de Boltzmann.	59
Figura 23	– Influência do tempo de relaxação no comportamento de fluência utilizando uma abordagem multi-Kelvin. $W = 1 - e^{-t/\tau}$. (a) $\tau = 500s$, (b) $\tau = 10000s$, (c) $\tau = 200000s$	61
Figura 24	– Representação esquemática do tempo de relaxação total na temperatura T_1 e $T_2 > T_1$ para materiais com comportamento (a) termoreologicamente simples e (b) termoreologicamente complexo.	63
Figura 25	– Deformação em fluência.	64

Figura 26 – Curvas de fluência compliância para diversos níveis de tensão: o comportamento associado com σ_1 designa comportamento viscoelástico não linear.	65
Figura 27 – Modelo viscoelastoplástico não linear destacando as parcelas das deformações associadas com cada elemento.	68
Figura 28 – Um ensaio de fluência-recuperação com as indicações das fases do ensaio. $\epsilon_c(t)$ é a fase de fluência, $\epsilon_c(t_r)$ é a deformação viscoplástica acumulada e $\epsilon_r(t)$ é a deformação de recuperação.	69
Figura 29 – Comportamento social de pássaros.	79
Figura 30 – Comportamento social de cardume de peixes.	80
Figura 31 – Conceito do método de otimização por enxame de partículas	85
Figura 32 – (a) Direção de corte das amostras provenientes dos tubos conforme norma NBR 96-22 (b) Prensa hidráulica da empresa TIGRE S/A para remoção das amostras.	89
Figura 33 – (a) Dimensões do corpo-de-prova [mm] (b) Amostra de PEAD.	90
Figura 34 – Desenho do equipamento experimental.	91
Figura 35 – Equipamento experimental em operação.	92
Figura 36 – Princípio de ampliação da força aplicada.	93
Figura 37 – Terminal rotular.	94
Figura 38 – Espécime com extensômetro afixado.	95
Figura 39 – (a) Esquema do circuito da ponte de Wheatstone (b) Circuito montado.	95
Figura 40 – Amplificador de sinal.	96
Figura 41 – Placa de aquisição DATAQ DI-158U.	96
Figura 42 – (a) Sistema de aquisição de sinal em funcionamento (b) Fonte de alimentação.	97
Figura 43 – Esquema completo do sistema de aquisição de sinal.	97
Figura 44 – Sistema de fixação das amostras.	98
Figura 45 – Indicação dos sinais medidos da célula de carga e do extensômetro.	99
Figura 46 – Suporte dos pesos padrão para fornecimento da carga.	99
Figura 47 – Típico ensaio de fluência-recuperação realizado no aparato experimental sem filtro	101
Figura 48 – Ensaio experimentais de fluência-recuperação filtrados.	101
Figura 49 – Ensaio de fluência-recuperação após a aplicação do filtro tipo média móvel.	102
Figura 50 – Amostras ensaiadas em 3,6 e 13,0 [MPa].	102
Figura 51 – Ajuste viscoelastoplástico das curvas experimentais. Na legenda, exp corresponde a tensão do ensaio experimental de fluência-recuperação.	104

Figura 52 – Ajuste linear das deformações viscoplásticas até 9,1 [MPa]. Na legenda, $\epsilon_{vp}(\cdot)$ MPa corresponde a valores da deformação viscoplástica para uma tensão constante de (\cdot) MPa.	106
Figura 53 – Ajuste linear das deformações viscoplásticas de 11,0 e 13,0 [MPa]. Na legenda, $\epsilon_{vp}(\cdot)$ MPa corresponde a valores da deformação viscoplástica para uma tensão constante de (\cdot) MPa.	107
Figura 54 – Deformação viscoplástica acumulada em função da tensão para $t_r = 84000[s]$	109
Figura 55 – Comportamento da função objetivo de acordo com o número de partículas e gerações para 3,6 [MPa], avaliação da melhor partícula.	112
Figura 56 – Comportamento da função objetivo de acordo com o número de partículas e gerações para 13,0 [MPa], avaliação da melhor partícula.	113
Figura 57 – Interpolação dos parâmetros materiais para 5,5 [MPa].	115
Figura 58 – Interpolação dos parâmetros materiais para 7,2 [MPa].	116
Figura 59 – Interpolação dos parâmetros materiais para 9,1 [MPa].	117
Figura 60 – Interpolação dos parâmetros materiais para 11,0 [MPa].	118
Figura 61 – Gráfico da tensão por tempo para o caso simulado pelo algoritmo material.	119
Figura 62 – Gráfico da deformação por tempo para o caso simulado pelo algoritmo material.	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Consumo de plástico em alguns países em 2002.	35
Tabela 2	– Principais propriedades do PEAD	55
Tabela 3	– Descrição de cada item do equipamento experimental.	92
Tabela 4	– Parâmetros utilizados no algoritmo do PSO	105
Tabela 5	– Parâmetros materiais determinados para o PEAD	105
Tabela 6	– Coeficientes de determinação para os ajustes viscoelásticos e viscoplásticos, obtidos para cada nível de tensão.	108
Tabela 7	– Coeficientes viscoelásticos médios com os respectivos desvios-padrões.	110
Tabela 8	– Variação da população do PSO em relação aos parâmetros viscoelásticos identificados para tensão de 3,6 [MPa], avaliando a melhor partícula.	111
Tabela 9	– Variação da população do PSO em relação aos parâmetros viscoelásticos identificados para tensão de 13,0 [MPa], avaliando a melhor partícula.	111
Tabela 10	– Parâmetros materiais interpolados para o PEAD	114
Tabela 11	– ANOVA para 1,8 [MPa].	134
Tabela 12	– ANOVA para 3,6 [MPa].	134
Tabela 13	– ANOVA para 5,5 [MPa].	134
Tabela 14	– ANOVA para 7,2 [MPa].	134
Tabela 15	– ANOVA para 9,1 [MPa].	135
Tabela 16	– ANOVA para 11,0 [MPa].	135
Tabela 17	– ANOVA para 13,0 [MPa].	135

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
a_{σ}	Fator de variação
B	Parâmetro viscoplástico do modelo Zapas-Crissman
C_1	Coefficiente angular da reta
C_2	Coefficiente linear da reta
δ	Delta de Dirac
E	Módulo de elasticidade
E_0	Módulo de elasticidade da mola isolada do modelo de Kelvin-Voigt generalizado
E_1	Módulo de elasticidade da mola do bloco reológico 1 do modelo de Kelvin-Voigt generalizado
E_2	Módulo de elasticidade da mola do bloco reológico 2 do modelo de Kelvin-Voigt generalizado
ε	Deformação
ε_a	Deformação no amortecedor
ε_c	Deformação em fluência
ε_m	Deformação na mola
ε_r	Deformação na recuperação
ε_{ve}	Deformação viscoelástica
ε_{vp}	Deformação viscoplástica
$\bar{\varepsilon}_{vp}$	Deformação viscoplástica acumulada
$\dot{\varepsilon}$	Taxa de deformação
$\dot{\varepsilon}_a$	Taxa de deformação no amortecedor
$\dot{\varepsilon}_m$	Taxa de deformação na mola
$\dot{\varepsilon}_{ve}$	Taxa de deformação viscoelástica

ξ	Tempo onde a tensão é aplicada na superposição de Boltzmann
F	Força
f	Razão entre os quadrados médios
f_{exp}	Curva experimental
f_{num}	Curva numérica
$f(x)$	Função objetivo
G	Fator do extensômetro
g_0	Parâmetro material do modelo de Schapery
g_1	Parâmetro material do modelo de Schapery
g_2	Parâmetro material do modelo de Schapery
$g(x)$	Restrição da função objetivo
gl	Graus de liberdade
H	Função Heaviside
J	Função fluência compliância
J_e	Função fluência compliância elástica instantânea
J_v	Função fluência compliância associada com os efeitos viscosos
k	Parâmetro viscoplástico
$L(\mathbf{x})$	Função Lagrangiana
L_p	Norma p
m	Parâmetro viscoplástico do modelo de Zapas-Crissman
m_r	Razão entre resistências da ponte de Wheatstone
μ	Constante de amortecimento
μ^E	Diferença quadrática média
N	Número de pontos da curva experimental

n	Parâmetro viscoplástico
n_{gen}	Número de gerações
n_p	Número de partículas
p^{inf}	Limite inferior da coordenada da partícula
p^{sup}	limite superior da coordenada da partícula
$\mathbf{p}^{(0)}$	Vetor coordenada das partículas
$\mathbf{p}_{gb}^{(0)}$	Vetor coordenada da melhor localização global
$\mathbf{p}_{ib}^{(0)}$	Vetor coordenada da melhor localização individual
$\mathbf{p}_m^{(0)}$	Vetor coordenada de uma partícula
$QMRes$	Quadrado médio dos resíduos
$QMTreat$	Quadrado médio tratado
Ψ	Tempo reduzido
Φ	Função tensão relaxação
ϕ_g	Índice de convergência normalizado
$\phi(t)$	Módulo de relaxação
$\bar{\phi}$	Funcional do histórico de tensão
φ_1	Parâmetro cognitivo
φ_2	Parâmetro social
R	Resistência elétrica
r	Parâmetro de penalização
r^2	Coefficiente de determinação
$SQRes$	Soma dos quadrados dos resíduos
SQT	Soma dos quadrados totais
$SQTrat$	Soma dos quadrados tratados
σ	Tensão

σ_a	Tensão aplicada no amortecedor
σ_c	Tensão constante
σ_l	Tensão do limite superior na interpolação
σ_m	Tensão aplicada na mola
σ_n	Tensão do limite inferior na interpolação
σ_y	Tensão de escoamento
$\dot{\sigma}$	Taxa de tensão
T	Temperatura
t	Tempo
t_r	Tempo de início da recuperação
τ	Tempo em que as tensões são aplicadas
τ_i	Tempo de relaxação
U_0	Diferença de potencial inicial
U_i	Diferença de potencial medida em cada instante de tempo
$\mathbf{U}(0, \varphi_1)$	Vetor de número aleatórios no intervalo $[0, \varphi_1]$
$\mathbf{U}(0, \varphi_2)$	Vetor de número aleatórios no intervalo $[0, \varphi_2]$
V	Tensão de alimentação da fonte
v^{max}	Velocidade máxima
$\mathbf{v}^{(0)}$	Vetor velocidade das partículas
\mathbf{v}_{gb}	Vetor melhor velocidade global
\mathbf{v}_{ib}	Vetor melhor velocidade individual
$\mathbf{v}_m^{(0)}$	Vetor velocidade de uma partícula
\mathbf{v}_w	Vetor velocidade correspondente à inércia
W	Fator de multiplicação
w	Parâmetro de restrição de velocidade

- \mathbf{x} Vetor parâmetro material viscoelástico
- $\underline{\mathbf{x}}$ Vetor limite inferior dos parâmetros materiais viscoelásticos
- $\bar{\mathbf{x}}$ Vetor limite superior dos parâmetros materiais viscoelásticos

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	31
1.1	SEQÜÊNCIA DO TRABALHO	32
2	FUNDAMENTOS DO COMPORTAMENTO DE POLÍMEROS	35
2.1	INTRODUÇÃO	35
2.2	CONCEITO DE POLÍMEROS	36
2.3	CLASSIFICAÇÃO DOS POLÍMEROS	37
2.4	MORFOLOGIA DOS POLÍMEROS	39
2.5	PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS POLÍMEROS	41
2.5.1	Viscoelasticidade	42
2.5.2	Fluência e relaxação de tensão	49
2.5.3	Viscoplasticidade	52
2.5.4	Temperatura de transição vítrea	53
2.6	POLIETILENO DE ALTA DENSIDADE (PEAD)	54
3	FORMULAÇÃO NÃO LINEAR VISCOELASTOPLÁSTICA	57
3.1	FORMULAÇÃO MATERIAL	57
3.1.1	Viscoelasticidade linear	57
3.1.2	Viscoelasticidade não linear	61
3.1.3	Viscoplasticidade	65
3.1.3.1	Modelo viscoplástico de Zapas-Crissman	66
3.1.4	Formulação viscoelastoplástica não linear	67
3.1.5	Identificação dos parâmetros materiais	68
3.1.5.1	Identificação dos parâmetros viscoelásticos E_0 e E_i	70
3.1.5.2	Identificação dos parâmetros viscoplásticos k e n	71
3.1.6	Interpolação dos parâmetros materiais	72
3.1.7	Algoritmo do modelo material	74
4	OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS	79
4.1	MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO PSO	79
4.2	DESCRIÇÃO GERAL DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS	83
5	MÉTODOS EXPERIMENTAIS	89
5.1	MATERIAL	89
5.2	EQUIPAMENTO EXPERIMENTAL	90
5.2.1	Extensômetros	94
5.2.2	Aquisição de dados	94
5.3	PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL	98
5.3.1	Pós Processamento	99
6	RESULTADOS	103
6.1	IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS VISCOELASTOPLÁSTICOS	103

6.1.1	Análise Estatística dos Parâmetros	109
6.2	ESTUDO DOS PARÂMETROS DO PSO	110
6.3	INTERPOLAÇÃO DOS PARÂMETROS MATERIAIS	114
6.4	RESULTADOS SIMULADOS PELO ALGORITMO MATERIAL	119
7	CONCLUSÃO	121
7.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	122
REFERÊNCIAS	125
APÊNDICE A	ANÁLISE DE VARIÂNCIA	133

1 INTRODUÇÃO

O Polietileno de Alta Densidade (PEAD) tem sido empregado de forma ampla e contínua na fabricação de diversos componentes, incluindo infraestrutura, construção civil, indústria mecânica e embalagens. Um dos grandes interesses na utilização do PEAD é em tubulações para transporte de água ou gás e, em muitos lugares, esse material já substituiu o aço. Isso se deve ao fato de que o PEAD exibe uma excelente combinação de propriedades como resistência à abrasão e ao impacto, ótima resposta em fadiga, boa resistência à oxidação, boa flexibilidade e fácil manufatura (LAI, 1995). Entretanto, diferentemente dos aços, uma grande parte dos polímeros apresenta um comportamento denominado viscoelastoplástico, mesmo em temperaturas ambientes. Esse comportamento consiste em apresentar características elastoplásticas, típicas de sólidos, junto com características viscosas, típicas de fluidos. Isso implica que a resposta constitutiva é dependente do tempo e essa característica deve ser considerada no estudo do material. Na maioria dos materiais com comportamento viscoso existe uma região bem definida de comportamento viscoelástico linear e não linear, onde a não linearidade depende do nível de tensão. Entretanto, para o PEAD essa região não é bem definida. Em geral, considera-se que o PEAD exibe comportamento viscoelástico não linear, mesmo para baixos níveis de tensão (LAI; BAKKER, 1995), ou seja, as suas propriedades são afetadas com o tempo e também com o nível de tensão. Pesquisas apontam que, para esse material, o comportamento é viscoelástico não linear mesmo para níveis de tensão extremamente baixos (LAI; BAKKER, 1995). Porém, Elleuch e Taktak (2006) encontraram um comportamento viscoelástico linear para o PEAD, tanto em tração como em compressão e colocaram em cheque essa afirmação. Também, Papanicolau et al., (2008) apresentaram uma correlação entre o comportamento viscoelástico linear e não linear com a temperatura. Por fim, evidências experimentais atestam que existe comportamento viscoelástico não linear no PEAD para diversos níveis de tensão, em uma dada temperatura (LIU, 2007; MUÑOZ-ROJAS et al., 2011). Assim, uma estratégia mais elaborada deve ser proposta para determinar as deformações no material.

Para descrever as deformações viscoelastoplásticas, existem diversos modelos presentes na literatura, dentre os quais se destacam o modelo de Kelvin, o de Maxwell e variações desses dois, além do modelo de Schapery e Zapas-Crissman (esse último aplicado para viscoplasticidade). Neste trabalho, as deformações viscoelásticas são expressas segundo o modelo de Kelvin-Voigt generalizado e as deformações viscoplásticas segundo a lei de potência de Zapas-Crissman. Assim, apresenta-se um procedimento para desacoplar as deformações e identificar os parâmetros materiais do PEAD com

o auxílio de um algoritmo de otimização. O método de otimização por exame de partículas é utilizado para determinar os parâmetros viscoelásticos do material, tal método que não utiliza derivadas na solução e é baseado no comportamento populacional de animais na natureza. Como essa técnica de otimização não se baseia em gradientes, mas na interação social entre os indivíduos de uma população, é importante avaliar a influência de alguns parâmetros do método nos resultados obtidos.

Na segunda etapa, uma simples ideia é apresentada com o intuito de futuramente implementar essa formulação em um código computacional de elementos finitos. Essa proposta consiste em interpolar linearmente os parâmetros viscoelásticos e viscoplásticos obtidos em dois níveis de tensão e simular o comportamento em fluência em um nível de tensão intermediário (um nível de tensão não testado experimentalmente). Para validar a formulação material proposta são realizados ensaios experimentais de fluência-recuperação em amostras de PEAD PE80 extraídas de tubos para transporte de água. Esses corpos-de-prova são removidos de tiras de tubos segundo a norma brasileira NBR 96-22, com o auxílio de um dispositivo hidráulico. Ensaios de fluência-recuperação são realizados em um equipamento experimental desenvolvido pelo autor e cujo funcionamento é baseado na aplicação de peso morto para gerar a carga desejada no material. Esses testes têm duração de vinte quatro horas em fluência e após esse período, a carga é removida e ocorre a fase de recuperação por mais vinte e quatro horas. Os níveis de tensão dos experimentos variam de 1,8 a 13,0 [MPa], são reproduzidos mais de uma vez em cada carga e todo o ensaio acontece à temperatura constante de $20 \pm 1^\circ\text{C}$. Os resultados obtidos podem ser encontrados no final do trabalho, junto com as discussões associadas.

1.1 SEQÜÊNCIA DO TRABALHO

Esse trabalho é dividido em cinco partes principais. Na primeira parte, relacionada com o Capítulo 2, estão descritos os conceitos, características e propriedades dos polímeros. Um estudo sobre a morfologia dos polímeros, sua classificação e propriedades mecânicas, destacando os modelos existentes para reproduzir o comportamento da viscoelasticidade e da viscoplasticidade, bem como a resposta em fluência dos polímeros são apresentados. Na segunda parte do Capítulo 2, o PEAD é descrito detalhadamente, discutindo seu surgimento, propriedades, comportamento e características. A pesquisa exposta nesse capítulo tem o intuito de fornecer embasamento para a elaboração da formulação material, desenvolvida na seqüência.

O Capítulo 3 apresenta uma formulação material viscoelastoplástica,

descrevendo inicialmente o comportamento viscoelástico linear e o princípio da superposição de Boltzmann, que pode ser aplicado nessa situação. Também, o modelo de Schapery é apresentado, discutindo suas propriedades e limitações. Depois, a viscoelasticidade não linear é introduzida, mostrando as principais diferenças em relação ao comportamento linear e sendo particularizada para fluência. Na parte seguinte, as deformações permanentes são discutidas e alguns modelos viscoplásticos expostos, finalizando com a formulação material viscoelastoplástica não linear completa, com os parâmetros definidos. As últimas partes desse capítulo consistem na apresentação da metodologia de identificação proposta e no procedimento de interpolação das propriedades do PEAD. Esses dois capítulos apresentam o embasamento teórico necessário para realização da etapa seguinte.

Em seguida, o Capítulo 4 expõe o método de otimização por enxame de partículas (PSO), relatando o surgimento dessa técnica que é baseada no comportamento de animais na natureza. Depois, uma lista de aplicações desse método é apresentada, mostrando o crescimento da utilização do PSO. Por fim, descreve-se passo a passo o funcionamento do algoritmo do PSO.

O Capítulo 5 introduz os materiais e métodos utilizados na fase experimental do trabalho, bem como uma descrição detalhada de todos os equipamentos usados nessa etapa. Primeiramente, o procedimento de extração das amostras de PEAD PE80 é demonstrado junto com as principais dimensões dos corpos-de-prova. A seguir, o aparato experimental é discriminado profundamente, desde a parte mecânica até o sistema de aquisição de sinal utilizado. Na seção final, o procedimento de realização dos ensaios junto com o tratamento dos resultados experimentais, o equacionamento da deformação e demais detalhes são descritos e apresentados.

Para finalizar, o Capítulo 6 apresenta os resultados obtidos com o procedimento de identificação de parâmetros e o comparativo com os ensaios experimentais. Além disso, um estudo do PSO é desenvolvido, analisando a influência do tamanho da população em relação aos parâmetros obtidos. Concluindo o capítulo, os resultados das interpolações são mostrados, juntamente com as discussões respectivas, e gráficos obtidos pela rotina numérica são apresentados. A dissertação é finalizada com as conclusões constatadas e com sugestões de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS DO COMPORTAMENTO DE POLÍMEROS

Neste capítulo apresenta-se uma breve revisão da literatura sobre polímeros, suas principais características, comportamento físico e aplicações. Além disso, um estudo sobre o PEAD é discutido, destacando sua classificação, principais propriedades e empregabilidade.

2.1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento industrial e tecnológico, a busca por novos materiais tem crescido de forma significativa. Em aplicações de engenharia, materiais tradicionais estão sendo substituídos por outros com propriedades mais interessantes, possibilitando melhores desempenhos e durabilidade. Apesar da indústria do plástico estar consolidada, a utilização de materiais poliméricos na fabricação de peças e componentes aumentou somente nas últimas décadas. Essa expansão do consumo do plástico resultou em um faturamento de R\$35 bilhões só no Brasil, em 2009 (fonte: CNQ/CUT). Para exemplificar esse grande consumo do material plástico, a Tabela 1 apresenta a quantidade de plástico consumida nos principais países, em 2002, em milhares de toneladas.

Tabela 1 – Consumo de plástico em alguns países em 2002.

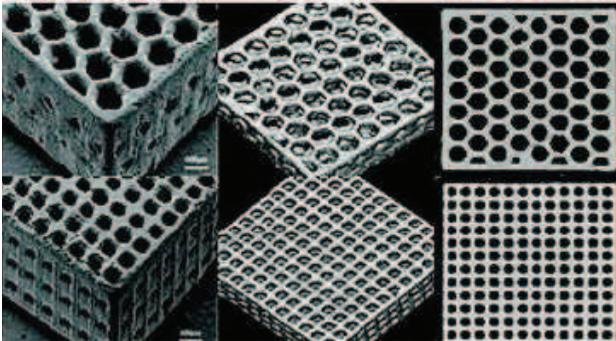
Classificação	País	Quantidade (milhares de toneladas)
1	EUA	43000
2	Alemanha	13000
3	Japão	11000
4	Itália	7000
5	França	5300
6	Coréia do Sul	5000
7	Inglaterra	4700
8	Brasil	4200

Fonte: Cipad (2001).

Segundo Canevarolo Jr. (2002), o consumo *per capita* de material plástico (em kg/habitante) tem sido uma forma de avaliar o desenvolvimento dos países. Nesse quesito, a Bélgica é o primeiro, consumindo cerca de 180 kg/habitante, seguido dos EUA (159 kg/habitante) e da Alemanha com (154 kg/habitante). O Brasil se encontra na vigésima posição, com 25 kg de plástico por habitante, valor considerado muito abaixo do ideal (CIPAD, 2001). As

principais motivações para a utilização dos polímeros na engenharia são suas propriedades mecânicas, dentre as quais se destacam a baixa densidade, alta resistência à corrosão, flexibilidade, boa resistência ao impacto, fácil manufatura e moldagem, etc (LAI, 1995; LIU; POLAK; PENLIDIS, 2008). Atualmente, os materiais poliméricos são empregados nas mais diversas áreas, ressaltando sua aplicação em componentes automotivos e aeroespaciais, estruturas de máquinas e equipamentos, roupas anti-chamas, coletes a prova de bala (FRANK; BROCKMAN, 2001), lentes de contato, calçados, brinquedos, estruturas para regeneração óssea (FONTES, 2010), tintas, embalagens, utilidades domésticas, tubulações para transporte de água/gás (DUSUNCELLI; COLAK, 2008), etc. A Figura 1 ilustra uma aplicação de polímeros que consiste em uma estrutura desenvolvida para auxiliar na regeneração óssea e de tecidos humanos denominada *scaffold*, ou numa tradução livre "escalpo".

Figura 1 – Estrutura polimérica para regeneração de ossos e tecidos.



Fonte: Fontes (2010).

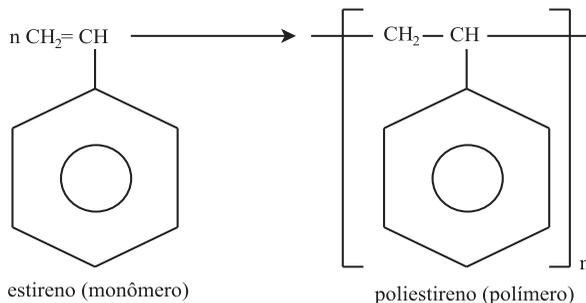
Em inúmeras dessas aplicações, o projeto dos componentes poliméricos deve garantir que o material responda de forma adequada às solicitações envolvidas de forma a evitar falhas prematuras e/ou deformações indesejáveis. Para isso, é de fundamental importância o conhecimento das principais propriedades dos polímeros e o entendimento do comportamento mecânico associado.

2.2 CONCEITO DE POLÍMEROS

A palavra polímero tem origem grega em que *poli* significa muitos e *mero* unidade de repetição. Então, um polímero é uma macromolécula composta por muitas unidades monoméricas, ligadas por ligações covalen-

tes (CANEVAROLO JR., 2002). Para ilustrar esse conceito, a formação do polímero poliestireno está mostrada na Figura 2. Nesse exemplo, o estireno é referido como *monômero*, cuja definição consiste em uma molécula que pode ser convertida em polímero pela combinação de outras moléculas do mesmo ou de diferentes tipos (EBEWELE, 2000). A unidade dentro dos colchetes é chamada de *unidade de repetição* e não é necessariamente igual ao monômero inicial, entretanto, ambos possuem átomos idênticos ocupando posições relativamente semelhantes. Em alguns casos, o polímero é derivado de apenas um monômero e, conseqüentemente, a unidade estrutural do polímero é idêntica ao da unidade de repetição (denominados *homopolímeros*). Exemplos: poliestireno (PS), polietileno (PE) e o polipropileno (PP). Entretanto, certos polímeros são derivados da reação de dois ou mais monômeros quimicamente similares, mas não idênticos (chamados de *copolímeros*). Nessa situação está incluído o náilon 6,6.

Figura 2 – Formação do polímero poliestireno.



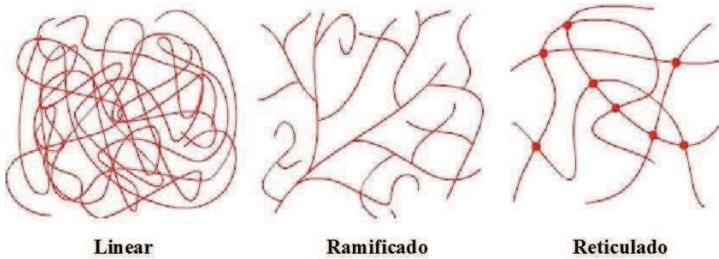
Fonte: produção do próprio autor.

Polímeros são fabricados por um processo denominado polimerização. Neste processo, as moléculas dos monômeros reagem quimicamente para formar uma macromolécula com cadeias lineares, ramificadas ou outros arranjos tridimensionais (LAI, 1995). A Figura 3 apresenta os principais arranjos moleculares dos polímeros (lineares, ramificados e reticulados).

2.3 CLASSIFICAÇÃO DOS POLÍMEROS

Existem diversas formas de se classificar os materiais poliméricos. Estes podem ser classificados segundo sua estrutura química, seu comportamento mecânico, suas características tecnológicas, seu método de preparação, etc. Para o presente trabalho, a classificação relevante adotada é quanto

Figura 3 – Tipos de ligações dos polímeros.



Fonte: produção do próprio autor.

ao comportamento mecânico do polímero. Dessa forma, os polímeros geralmente são classificados em três grandes grupos: **plásticos**, **elastômeros** e **fibras** (CREMA, 2007). As principais características de cada grupo estão detalhadas a seguir:

- 1 **Plásticos**: material polimérico sólido na temperatura ambiente e de alta massa molar. Podem ser divididos em:
 - **Termoplásticos**: são polímeros lineares ou ramificados e em condições de temperatura ambiente e pressão atmosférica apresentam-se no estado sólido. Entretanto, com o aumento de temperatura e pressão se tornam fluidos. Quando essas propriedades são retornadas para as condições iniciais, o polímero se solidifica em um produto com formas definidas. Caso reaquecido, o mesmo efeito de amolecimento e fluxo é produzido. Esse tipo de alteração é uma transformação física reversível. Os termoplásticos são fusíveis, solúveis, recicláveis e podem ser moldados usando técnicas de processamento como injeção e extrusão. Alguns exemplos de termoplásticos são o polietileno e o poliestireno.
 - **Termofixos**: são materiais rígidos que amolecem uma vez com o aquecimento, sofrem o processo de cura através de uma transformação irreversível e não alteram mais seu estado físico. Os termofixos são polímeros altamente reticulados e assim como os elastômeros, não podem ser transformados novamente sob ação do calor, degradando em altas temperaturas. Exemplos de termofixos são o baquelite, a resina e o epóxi.
- 2 **Elastômeros**: são polímeros reticulados com baixa densidade de retículos e podem ser facilmente deformados, atingindo extensões de até

dez vezes suas dimensões originais. Quando a carga é retirada, voltam rapidamente a sua forma inicial pela ação de uma força de recuperação (RIANDE et al., 2000). Os materiais elastoméricos normalmente são à base de borracha natural ou borracha sintética.

- 3 **Fibras:** um tipo de termoplástico com características particulares de geometria. Esses materiais apresentam uma razão entre comprimento e diâmetro maior ou igual a cem. As fibras exibem uma orientação das cadeias e dos cristais, que é produzida de maneira forçada durante a fiação. Esse processo aumenta sua resistência mecânica, permitindo sua utilização na forma de fios finos. Exemplos de fibras: poliacrilonitrila (PAN), poliéster (PET) e os náilons.

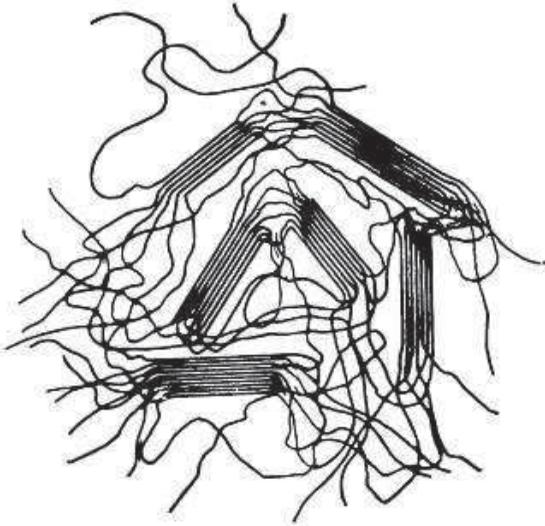
2.4 MORFOLOGIA DOS POLÍMEROS

Com base no arranjo estrutural, polímeros sólidos podem ser distinguidos em duas categorias: amorfa e semicristalina. Para alguns polímeros, no processo de resfriamento do estado fundido para o estado sólido, as cadeias individuais são dobradas e empacotadas regularmente em uma forma ordenada (EBEWELE, 2000). Nesses casos, o sólido resultante é um polímero semicristalino. A cristalinidade é influenciada por certas condições, como taxa de resfriamento, temperatura e tempo de cristalização (LAI, 1995). Devido a isso, o grau de cristalinidade pode variar de uma baixa porcentagem até em torno de 98% (ROSEN, 1993). Alguns exemplos de polímeros semicristalinos são o polietileno, o poliacrilonitrilo e o politetrafluoroetileno. Em contraste, polímeros amorfos possuem cadeias que são incapazes de se arranjar ordenadamente. Deste modo, os polímeros vitrificam, formando um sólido amorfo em que as cadeias moleculares estão dispostas aleatoriamente e até emaranhadas. Polimetacrilato e policarbonato são alguns exemplos de polímeros com estrutura amorfa.

O modelo inicial utilizado para explicar a morfologia dos polímeros semicristalinos é conhecido como **modelo da miscela franjada**, apresentado por Herrmann et al., (1930). Nesse modelo, os polímeros semicristalinos são constituídos por cristalitos pequenos dispersos em uma matriz amorfa. Além disso, certas partes das cadeias poliméricas estão perfeitamente ordenadas (correspondendo às dimensões dos cristalitos), enquanto outras partes incluem segmentos desordenados, pertencentes as regiões amorfas. O modelo de cristalização segundo a teoria da miscela franjada pode ser visualizado na Figura 4.

O modelo da miscela franjada tornou-se popular e foi bastante aceito durante vários anos, entretanto, essa teoria começou a ser questionada pois

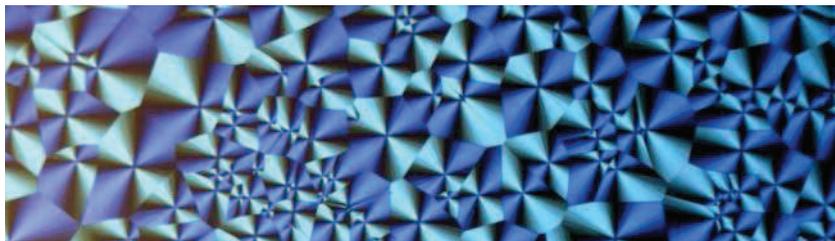
Figura 4 – Diagrama representativo do modelo da miscela franjada.



Fonte: Krevelen (1997).

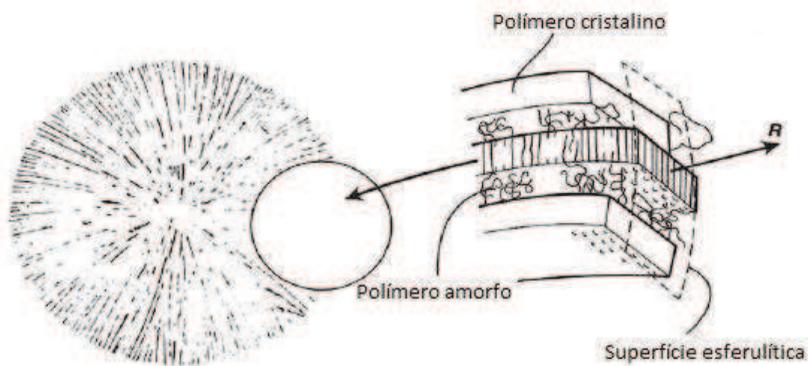
não considerava certas evidências na microestrutura. Por fim, percebeu-se necessidade de modelos mais complexos que conseguissem explicar com mais exatidão as observações realizadas. Apesar disso, essa teoria ainda é considerada válida para polímeros com baixo nível de cristalização, como é o caso do policloreto de vinila (PVC). Desde então, várias descobertas foram obtidas e novos conceitos desenvolvidos para descrever a morfologia dos polímeros. Nesses quesitos, destacam-se a descoberta dos monocristais, o conceito de modelo *paracristalino*, que engloba os defeitos e o movimento de discordâncias, e a formação dos esferulitos. Em uma escala macroscópica, quando um polímero é resfriado do seu estado de fusão, a cristalização ocorre inicialmente em núcleos individuais, se desenvolvendo radialmente e formando os esferulitos (Figura 5). Essas estruturas contêm cristais lamelares na forma de feixes e crescem radialmente separadas por camadas amorfas. A Figura 6 ilustra um esferulito detalhando as lamelas cristalinas com fase amorfa entre elas. Por fim, os esferulitos podem apresentar diversos tamanhos, graus de pureza e perfeição e sua morfologia interfere diretamente nas propriedades do material (CANEVAROLO JR., 2002).

Figura 5 – Micrografia óptica dos esferulitos



Fonte: Physics & Astronomy (2013).

Figura 6 – Polímero esferulito e sua estrutura. No detalhe é possível visualizar as partes cristalinas intercaladas com regiões amorfas. O raio **R** indica a direção do crescimento do esferulito.



Fonte: McCrum (1988).

2.5 PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS POLÍMEROS

As propriedades mecânicas dos polímeros são fundamentais em aplicações onde os polímeros são utilizados como materiais estruturais. O comportamento mecânico envolve a deformação do material sob a influência de forças aplicadas (tensões) e como esses materiais respondem a essas solicitações (KREVELEN, 1997). Alguns fatores influenciam essa resposta como a estrutura química, a temperatura, o tempo, a história do processamento do polímero, etc.

2.5.1 Viscoelasticidade

Devido a sua estrutura molecular, os polímeros apresentam características viscosas, típicas de fluidos, e comportamento elástico, típico de sólidos. Esse fenômeno é denominado viscoelasticidade e a resposta constitutiva do polímero depende do tempo e da temperatura. A viscoelasticidade pode ser linear ou não linear com o carregamento. No comportamento linear, a resposta do material depende somente do tempo. Para materiais cuja resposta constitutiva depende do tempo e da tensão o comportamento é denominado não linear. Para muitos polímeros, a viscoelasticidade linear só existe em deformações muito pequenas, onde a resposta do material é independente da tensão (LAI, 1995). Em vista disso, para um projeto estrutural adequado, a não linearidade viscoelástica deve ser levada em consideração.

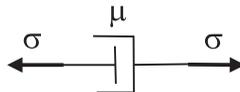
Diversos modelos foram desenvolvidos para representar fisicamente o comportamento viscoelástico dos polímeros. Geralmente, esses modelos são constituídos de dois elementos: uma mola (Figura 7), responsável pelo comportamento elástico e um amortecedor (Figura 8), relacionado com o comportamento viscoso (BRINSON; BRINSON, 2008). Esses elementos quando submetidos a sollicitações, respondem matematicamente segundo as equações a seguir:

Figura 7 – Elemento elástico: mola.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 8 – Elemento viscoso: amortecedor.



Fonte: produção do próprio autor.

Comportamento elástico da mola:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (2.1)$$

Comportamento plástico do amortecedor:

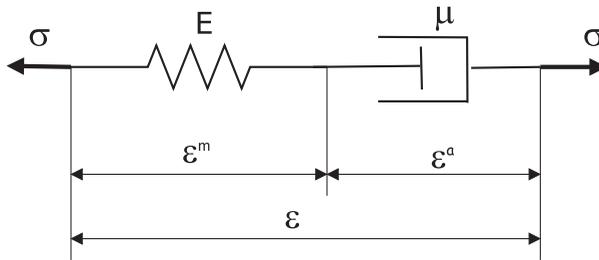
$$\sigma = \mu \frac{d\varepsilon}{dt}. \quad (2.2)$$

onde σ é a tensão aplicada, ϵ representa a deformação, E é o módulo elástico da mola, μ simboliza a viscosidade do fluido dentro do amortecedor e $d\epsilon/dt$ representa a taxa de deformação desse elemento. Molas e amortecedores podem ser combinados através de vários tipos de arranjos para simular a resposta viscoelástica e os principais modelos estão descritos a seguir:

- **Modelo de Maxwell**

J. C. Maxwell (1867) sugeriu que a resposta mecânica de corpos viscoelásticos, como os polímeros, fosse representada pela combinação em série de molas e amortecedores. O modelo proposto por Maxwell pode ser visualizado na Figura 9.

Figura 9 – Modelo de Maxwell com os elementos conectados em série.



Fonte: produção do próprio autor.

A equação que relaciona a tensão e a deformação para o modelo de Maxwell pode ser obtida analisando a resposta de cada elemento. Do equilíbrio, tem-se que

$$\sigma = \sigma_m = \sigma_a, \quad (2.3)$$

onde σ é a tensão aplicada, σ_m é a tensão na mola e σ_a é a tensão no amortecedor. A deformação total é obtida pela contribuição das parcelas

$$\epsilon = \epsilon_m + \epsilon_a, \quad (2.4)$$

onde ϵ é a deformação total do modelo de Maxwell, ϵ_m é a deformação na mola e ϵ_a é a deformação no amortecedor. Com isso, pode-se escrever as

equações constitutivas de cada elemento como

$$\sigma_m = E \varepsilon_m \quad (2.5)$$

e

$$\sigma_a = \mu \frac{d\varepsilon_a}{dt} = \mu \dot{\varepsilon}_a. \quad (2.6)$$

Diferenciando as equações (2.4) e (2.5) obtém-se

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_m + \dot{\varepsilon}_a \quad (2.7)$$

e

$$\dot{\sigma}_m = E \dot{\varepsilon}_m. \quad (2.8)$$

Substituindo (2.6) e (2.8) em (2.7), chega-se a

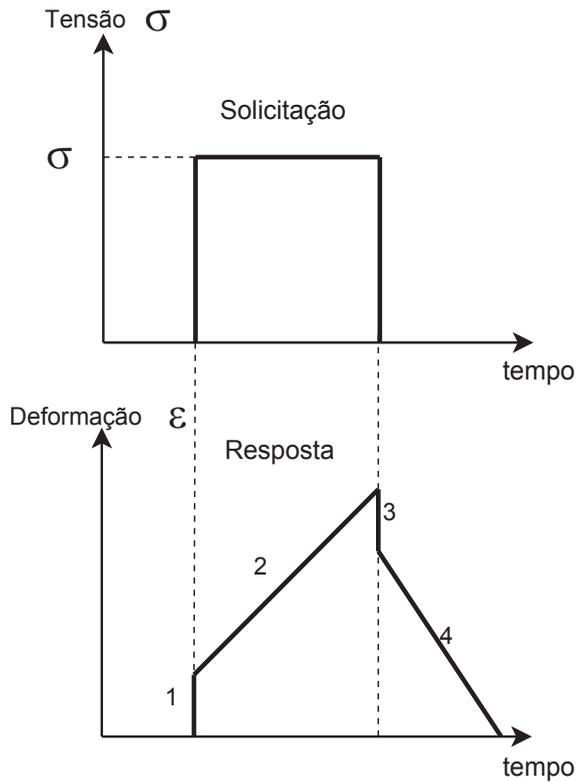
$$\sigma + \frac{\mu}{E} \dot{\sigma} = \mu \dot{\varepsilon}. \quad (2.9)$$

Na equação (2.9), o coeficiente da taxa de tensão é definido como o tempo de relaxação, dado por $\tau = \mu/E$ (BRINSON; BRINSON, 2008). Quando esse modelo sofre uma solitação, por exemplo, uma tensão constante σ , obtém-se uma resposta que é dependente das características físicas dos elementos (E da mola e μ do amortecedor). Assim, a curva-resposta de deformação, ε , é a soma do comportamento individual de cada um desses elementos (CANEVAROLO JR., 2002). A Figura 10 ilustra uma curva de solitação com tensão constante e a resposta da deformação ao longo do tempo para esse modelo.

A curva resposta da deformação no modelo de Maxwell é composta de quatro parcelas, onde cada uma pode ser atribuída a um tipo de elemento:

1. **Deformação elástica instantânea:** referente à mola;
2. **Deformação elástica dependente do tempo:** referente ao amortecedor;
3. **Recuperação elástica instantânea:** referente à mola;

Figura 10 – Solicitação de tensão e resposta da deformação para o modelo de Maxwell.



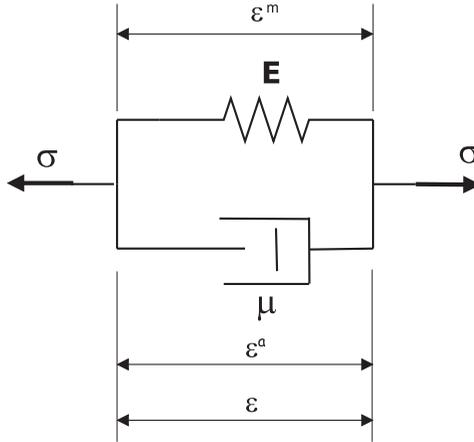
Fonte: produção do próprio autor.

4. **Recuperação elástica dependente do tempo:** referente ao amortecedor.

- **Modelo de Kelvin-Voigt**

Esse modelo é atribuído por alguns autores a Kelvin (BRINSON; BRINSON, 2008; DASAPPA, 2008), já outros autores classificam essa configuração como sendo de Voigt (FERRY, 1980; KREVELEN, 1997; SHAW; MACKNIGHT, 2005). Há ainda aqueles que atribuem esse arranjo a Kelvin e Voigt (RIANDE et al., 2000). Nesse modelo, a disposição da mola e do amortecedor acontece em paralelo (Figura 11).

Figura 11 – Modelo de Kelvin-Voigt com os elementos conectados em paralelo.



Fonte: produção do próprio autor.

Para essa configuração, a equação de equilíbrio é

$$\sigma = \sigma_m + \sigma_a \quad (2.10)$$

e as condições cinemáticas

$$\epsilon = \epsilon_m = \epsilon_a, \quad (2.11)$$

As equações constitutivas de cada elemento são

$$\sigma_m = E\epsilon_m, \quad (2.12)$$

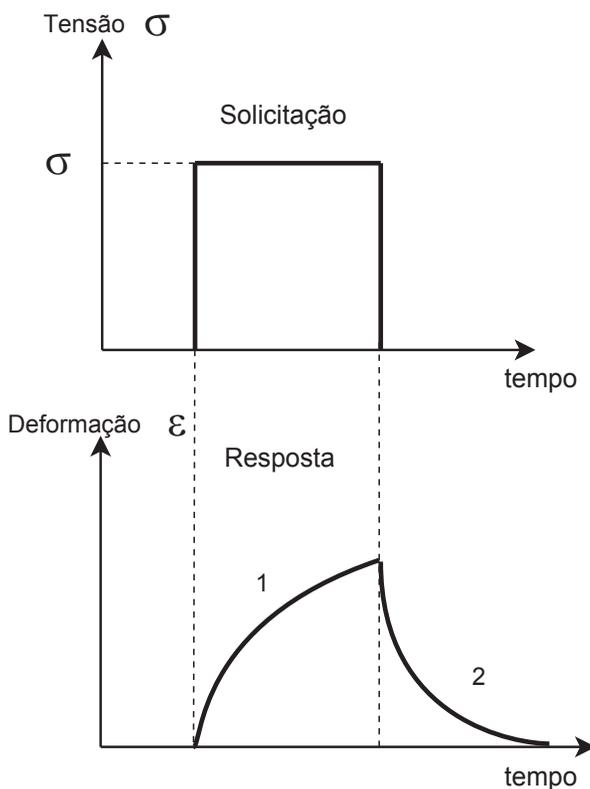
$$\sigma_a = \mu\dot{\epsilon}_a \quad (2.13)$$

e a equação diferencial é definida por

$$\sigma = E\epsilon + \mu\dot{\epsilon}. \quad (2.14)$$

Quando uma solitação é aplicada, como no caso anterior (tensão constante durante certo intervalo de tempo), a resposta da deformação em relação ao tempo é uma curva, como mostrado na Figura 12.

Figura 12 – Solitação de tensão e resposta da deformação para o modelo de Kelvin-Voigt.



Fonte: produção do próprio autor.

Nesse caso, a curva-resposta de deformação é resultado da ação conjunta dos dois elementos e cada parcela é definida por:

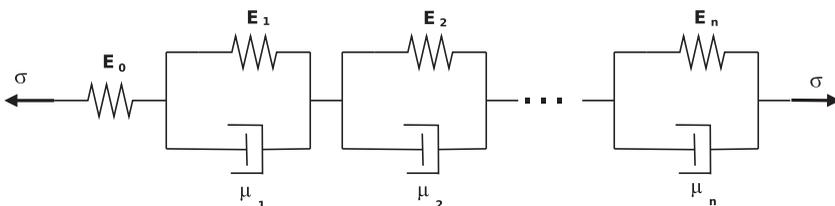
1. **Deformação elástica retardada por uma componente viscosa;**
2. **Recuperação elástica retardada pela mesma componente viscosa anterior;**

Existem ainda outros modelos utilizados para representar esse fenômeno, apenas modificando a configuração e/ou acrescentando molas e amortecedores. Dentre esses, destacam-se o modelo de Zener (MCCRUM; BUCKLEY; BUCKNALL, 1988), o modelo de Maxwell-Voigt (CANEVAROLO JR., 2002), e os modelos generalizados de Maxwell e Kelvin (DASAPPA, 2008). No presente trabalho, o modelo adotado para descrever o comportamento viscoelástico do PEAD é o de Kelvin-Voigt generalizado, apresentado a seguir.

• Modelo de Kelvin-Voigt generalizado

Resultados mais realistas podem ser obtidos através da combinação de vários elementos de molas e amortecedores (BRINSON; BRINSON, 2008). Em vista disso, o modelo de Kelvin-Voigt generalizado surge como uma alternativa interessante para descrever adequadamente o comportamento mecânico dos polímeros (LIU, 2007). Esse modelo consiste de uma mola isolada e blocos reológicos em série incluindo molas e amortecedores em paralelo, como ilustrado na Figura 13.

Figura 13 – Modelo viscoelástico de Kelvin-Voigt generalizado.



Fonte: produção do próprio autor.

Para o modelo generalizado de Kelvin-Voigt, a equação constitutiva pode ser obtida através das deduções a seguir. A equação de equilíbrio na mola isolada é dada por

$$\sigma = E_0 \varepsilon_0, \quad (2.15)$$

onde E_0 é o módulo elástico e ε_0 é a deformação da mola isolada. Em cada bloco reológico, a relação entre tensão e deformação é dada pela equação

(2.14), encontrada anteriormente para o modelo de Kelvin-Voigt. Generalizando essa relação para um número n de blocos reológicos, tem-se que

$$\varepsilon_n = \sum_{i=1}^{nbr} \frac{\sigma}{E_i} (1 - \mu_i \dot{\varepsilon}), \quad (2.16)$$

onde ε_n é a deformação total dada pela soma das contribuições de cada bloco reológico, o módulo E_i associado com cada mola e o coeficiente dos amortecedores, μ_i , são relacionados com cada bloco reológico i . Por fim, a deformação total no modelo é dada por

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_0} + \sum_{i=1}^{nbr} \frac{\sigma}{E_i} (1 - \mu_i \dot{\varepsilon}). \quad (2.17)$$

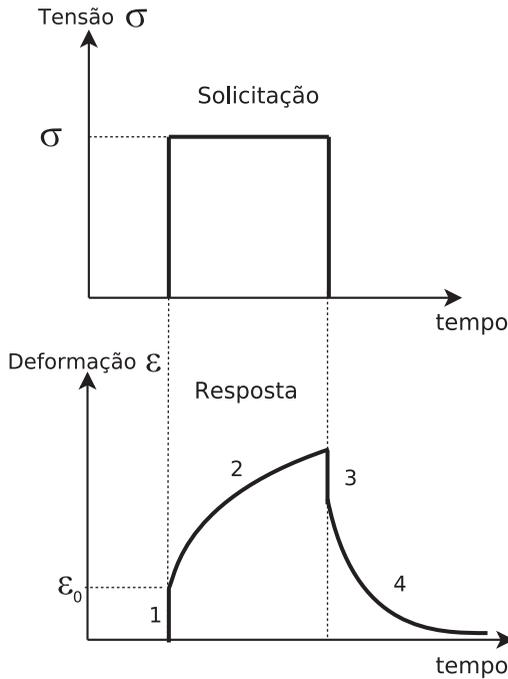
Ao ser solicitado por uma tensão constante, a curva resposta desse modelo está ilustrada na Figura 14. Para esse caso, a resposta da deformação é composta da ação simultânea das molas e dos amortecedores com o acréscimo da mola isolada, da seguinte forma:

1. **Deformação elástica instantânea:** referente à mola isolada;
2. **Deformação elástica retardada por uma componente viscosa;**
3. **Recuperação elástica:** referente à mola isolada;
4. **Recuperação elástica retardada pela mesma componente viscosa anterior.**

2.5.2 Fluência e relaxação de tensão

Como resultado do comportamento viscoelástico, os materiais poliméricos exibem o fenômeno conhecido como *fluência*. Esse fenômeno é caracterizado pelo crescimento da deformação com o tempo sob a ação de uma carga constante e ocorre em qualquer temperatura (CHENG; POLAK; PENLIDIS, 2011). Esse efeito acontece devido ao rearranjo molecular presente no polímero, induzido pela tensão (MCCRUM; BUCKLEY; BUCKNALL, 1988). Além disso, o ensaio de fluência surge como uma boa alternativa para caracterizar o comportamento de materiais viscoelásticos, devido a simplicidade de realização de ensaios (DASAPPA; LEE-SULLIVAN; XIAO, 2010). A Figura 15 apresenta o carregamento e a resposta de deformação em fluência, ilustrando o conceito descrito acima.

Figura 14 – Solicitação de tensão e resposta da deformação para o modelo de Kelvin-Voigt generalizado.



Fonte: produção do próprio autor.

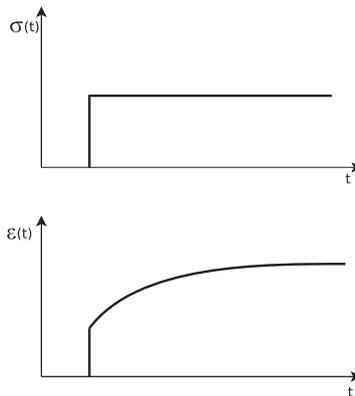
De acordo com Mui (2008), diversos estágios ocorrem durante o desenvolvimento da fluência no material até a falha por ruptura. A Figura 16 ilustra os três estágios que acontecem durante o comportamento em fluência.

No estágio I, denominado fluência primária, o material sofre uma rápida taxa de deformação até atingir valores relativamente constantes (estágio II). Esse comportamento de taxa de deformação constante é conhecido como região de fluência secundária. Por último, na região terciária ocorre um aumento exponencial da taxa de deformação levando à falha do material.

Para um material viscoelástico linear, a relação constitutiva da deformação em função do tempo com a tensão constante aplicada é dada por

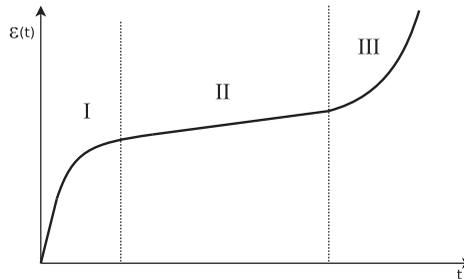
$$\epsilon(t) = \sigma_c J(t), \quad (2.18)$$

Figura 15 – Comportamento típico de fluência.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 16 – Diversos estágios do comportamento em fluência.

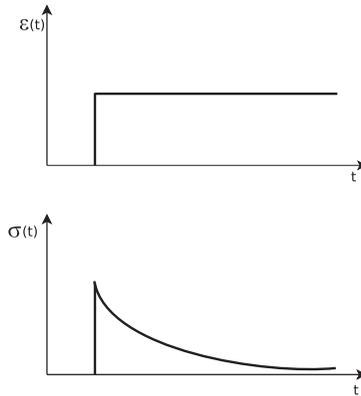


Fonte: produção do próprio autor.

onde $J(t)$ é a deformação $\varepsilon(t)$ para $\sigma_c = 1$ e representa a função fluência compliância, $\varepsilon(t)$ é a deformação total de fluência e σ_c corresponde a tensão constante aplicada. O entendimento do comportamento de fluência é importante no projeto e manufatura, já que pode levar à mudanças da geometria do produto final e até a falhas por ruptura, mesmo em tensões menores que as tensões máximas admissíveis (MUI, 2008).

Outro fenômeno relacionado ao comportamento dependente do tempo em materiais poliméricos é a *relaxação de tensão*. Nesse caso, a deformação é mantida constante enquanto que a tensão decresce com o tempo. A Figura 17 ilustra o comportamento da tensão e da deformação do material para o caso de relaxação de tensão.

Figura 17 – Comportamento típico de relaxação de tensão.



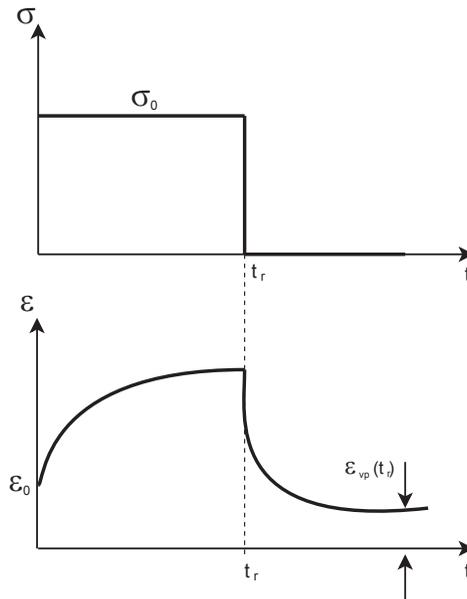
Fonte: produção do próprio autor.

2.5.3 Viscoplasticidade

Para descrever adequadamente o comportamento de materiais poliméricos, uma simples abordagem viscoelástica não é suficiente. Em vista disso, é necessário avaliar as deformações permanentes que surgem no material sob a ação dos carregamentos. Essas deformações são denominadas viscoplásticas e acumulam (não são completamente recuperáveis) durante a fluência do material (DASAPPA; LEE-SULLIVAN; XIAO, 2010). Uma das formas de caracterizar essa deformação é através do ensaio de fluência-recuperação, como ilustrado na Figura 18, onde $\epsilon_{vp}(t_r)$ representa a deformação viscoplástica acumulada no material e t_r é o tempo de recuperação.

A deformação plástica dos polímeros é um processo complexo com diversos fenômenos ocorrendo simultaneamente. Polímeros semicristalinos, assim como o PEAD, podem se deformar plasticamente por deslizamento cristalográfico, ruptura das ligações intermoleculares (ALVARADO-CONTRE-RAS; POLAK; PENLIDIS, 2012), geminação, transformações martensíticas induzidas pela tensão e deformações da fase amorfa (BARTCZAK; ARGON; COHEN, 1992), etc. Para captar essa deformação viscoplástica, modelos podem ser encontrados na literatura, como proposto Zapas e Crissman (1984), por Lai e Bakker (1995), por Schapery (1997), etc. Neste trabalho, uma particularização do modelo de Zapas-Crissman é adotado para descrever a deformação viscoplástica do PEAD, detalhado no capítulo 3.

Figura 18 – Curva de fluência-recuperação com deformações viscoplásticas.



Fonte: produção do próprio autor.

2.5.4 Temperatura de transição vítrea

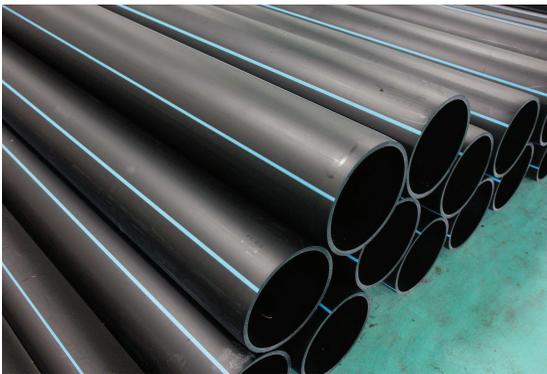
A temperatura de transição vítrea (do inglês *glass temperature*) T_g , é uma propriedade central para o entendimento do comportamento mecânico dos polímeros. Essa temperatura corresponde a um valor médio a partir do qual as cadeias poliméricas da fase amorfa adquirem mobilidade possibilitando uma mudança de conformação. Abaixo dessa temperatura o polímero não tem energia para permitir o deslocamento de uma cadeia em relação a outra, e portanto apresenta-se como um sólido rígido (estado vítreo) (LAI, 1995). Em temperaturas em torno de T_g , a mobilidade das cadeias aumenta, porém ocorre somente na fase amorfa. Nesse estágio, o polímero torna-se mais borrachoso com comportamento semelhante ao da borracha vulcanizada. Na temperatura de fusão (do inglês *melt temperature*) T_m , as ligações começam a fundir e as cadeias poliméricas apresentam-se altamente móveis. Nesse estado o material perde resistência e apresenta maior capacidade de conformação. Com relação ao comportamento mecânico, algumas formulações podem ser associadas com a temperatura de transição vítrea, como é o caso da equivalência tempo-temperatura para descrever o comportamento

viscoelástico (LAI, 1995).

2.6 POLIETILENO DE ALTA DENSIDADE (PEAD)

O polietileno foi criado em 1935 pelos químicos britânicos Eric Fawcett e Reginald Gibson e teve sua primeira aplicação comercial durante a II Guerra Mundial para isolar cabos de radares. Em 1953, Karl Ziegler e Erhard Holzkamp inventaram o PEAD, aplicando no processo catalisadores e baixa pressão. Pelo sucesso dessa descoberta, Ziegler recebeu o prêmio Nobel em química em 1963. Desde então, o PEAD tem sido muito utilizado em engenharia, principalmente na fabricação de tubos para transporte de água, gás e esgoto, confecção de bueiros, etc. Nas aplicações de tubos para drenagem na agricultura, o PEAD foi mais utilizado do que a soma de todos os outros tipos de polímeros para esse fim (GABRIEL, 1998). Isso se deve às suas propriedades, tais como dureza, flexibilidade, resistência química, excelente comportamento em fadiga e ótimo balanço entre rigidez, fluência e processabilidade (LAI, 1995; KAMPBELL; KOZMAN; GODDARD, 1998). A Figura 19 apresenta tubos fabricados de PEAD e a Figura 20 mostra uma instalação de tubos submersos desse polímero para transporte de água potável na, costa da cidade de São Francisco do Sul em Santa Catarina, Brasil. Os lançamentos das tubulações foram realizados pela empresa Vettore Engenharia, que cedeu gentilmente as imagens utilizadas na pesquisa.

Figura 19 – Tubos confeccionados de PEAD.



Fonte: Kühl et al., (2013).

Figura 20 – Instalação de tubos de PEAD para transporte de água.



Fonte: Vettore Engenharia.

O PEAD é um polímero semi-cristalino feito do petróleo e contém fases cristalina e amorfa em sua estrutura. A porcentagem de cada fase reflete diretamente na densidade desse material, que oscila geralmente de 930 kg/m^3 até 965 kg/m^3 . As propriedades do PEAD podem variar amplamente controlando-se o peso molecular, a distribuição molecular, o grau de ramificações e o tipo e o local das ramificações. As principais propriedades de engenharia desse material, em temperatura ambiente, estão descritas na Tabela 2. Assim como os demais polímeros, o PEAD apresenta comportamento viscoelastoplástico e sua resposta constitutiva depende do tempo, além de ser fortemente afetada pelos níveis de tensão, taxa de deformação e temperatura (DUSUNCELI, 2010). Em vista disso, existe uma grande dependência dos parâmetros desse material com essas variáveis, fator que deve ser considerado no projeto estrutural do PEAD.

Tabela 2 – Principais propriedades do PEAD

Propriedades	Unidades
Peso Molecular	28 g
Densidade	930 - 965 kg/m^3
Módulo de Elasticidade	400 - 1035 MPa
Coefficiente de Poisson	0,499
Dureza - Escala Shore D	55-70
Coefficiente de Atrito	0,29
Temperatura de Fusão	110 - 134 °C
Temperatura de Transição Vítre	-80 °C

Fonte: Adaptado de Mark (2003).

3 FORMULAÇÃO NÃO LINEAR VISCOELASTOPLÁSTICA

Neste capítulo é apresentada uma a formulação não linear viscoelastoplástica com o objetivo de modelar a resposta do PEAD em fluência-recuperação. Na primeira etapa, o comportamento viscoelástico linear e não linear é desenvolvido. Na segunda parte, o modelo viscoplástico de Zapas-Crissman é apresentado para o comportamento em fluência. Com isso, a resposta viscoelástica não linear do PEAD é desenvolvida através do modelo de Kelvin-Voigt generalizado e as deformações viscoplásticas são modeladas segundo uma particularização do modelo de Zapas-Crissman. No final do capítulo, um procedimento de interpolação dos parâmetros materiais é proposto.

3.1 FORMULAÇÃO MATERIAL

Para uma representação adequada da resposta fenomenológica experimental dos materiais poliméricos, em um certo nível de tensão, é necessário incluir as deformações recuperáveis e as deformações não recuperáveis no modelo constitutivo. Portanto, uma formulação viscoelastoplástica é mais indicada do que uma simples abordagem viscoelástica para descrever o comportamento do material. Assim, para essa formulação, a deformação total é definida como a soma das contribuições viscoelásticas e viscoplásticas das deformações (DASAPPA, 2008),

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{ve}(t) + \varepsilon_{vp}(t), \quad (3.1)$$

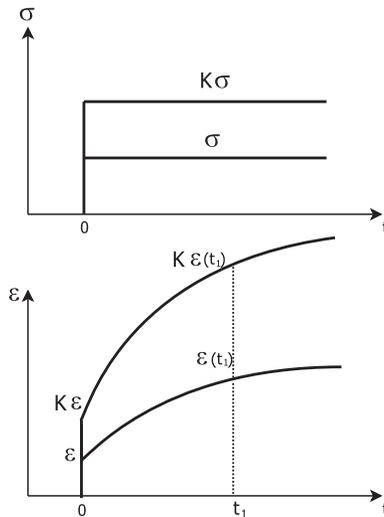
onde $\varepsilon_{ve}(t)$ é a deformação viscoelástica e pode ser descrita pelo modelo viscoelástico linear ou não linear, dependendo da resposta do material. As deformações viscoplásticas, $\varepsilon_{vp}(t)$, podem ser modeladas utilizando leis de potência.

3.1.1 Viscoelasticidade linear

Na viscoelasticidade linear, a tensão é proporcional à deformação, para um dado tempo. A Figura 21 ilustra o conceito da proporcionalidade da tensão. Isso implica que a relação constitutiva do material depende somente do tempo e é independente do nível de tensão. Neste caso, o princípio da superposição linear pode ser aplicado. Esse princípio atesta que, para materiais viscoelásticos lineares, cada passo de carregamento contribui de forma

independente para a deformação final, dada pela adição de cada parcela (DA-SAPPA, 2008). Essa definição anterior é denominada princípio da superposição de Boltzmann. A Figura 22 exemplifica esse princípio.

Figura 21 – Proporcionalidade tensão deformação para viscoelasticidade linear



Fonte: produção do próprio autor.

De acordo com esse princípio e com a equação (2.18), para vários carregamentos, a deformação total pode ser escrita segundo a equação

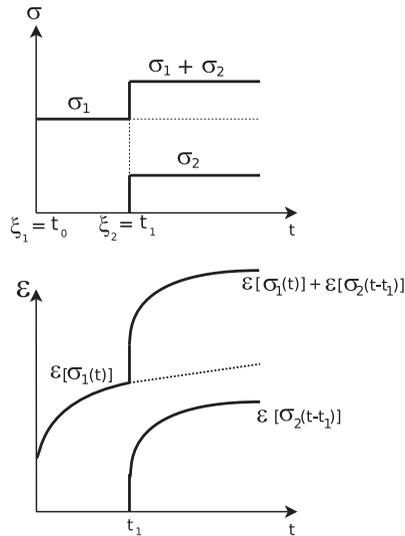
$$\varepsilon(t) = J(t - t_0)\sigma_1 + J(t - t_1)\sigma_2 + \dots \quad (3.2)$$

onde t_1 , t_2 , etc, representam os tempos onde as tensões σ_1 , σ_2 , etc, são aplicadas e $J(t - \xi)$ é a função fluência compliância. A resposta linear viscoelástica do material, pelo princípio da superposição de Boltzmann, pode ser generalizada através de uma formulação integral,

$$\varepsilon(t) = J_0\sigma + \int_0^t J(t - \tau)\dot{\sigma}d\tau. \quad (3.3)$$

onde J_0 é a resposta elástica instantânea da mola isolada e σ é a tensão aplicada. A equação acima é denominada integral hereditária (DASAPPA, 2008).

Figura 22 – Princípio da superposição de Boltzmann.



Fonte: produção do próprio autor.

Modelos viscoelásticos lineares são encontrados tanto na forma integral quanto na forma de equações diferenciais. A abordagem padrão para modelar a relação tensão-deformação viscoelástica para materiais dependentes do tempo pode tomar a forma integral (FLÜGGE, 1967; LOCKETT, 1972):

$$\sigma(t) = \int_0^t \phi(t - \tau) \dot{\epsilon}_{ve}(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

e de forma semelhante, uma representação integral da dependência do tempo com a deformação pode ser desenvolvida por

$$\epsilon_{ve}(t) = \int_0^t J(t - \tau) \dot{\sigma}(\tau) d\tau, \quad (3.5)$$

onde $\phi(t)$ é o módulo de relaxação e $J(t)$ é a função fluência compliância. Para obter a solução da equação (3.5) para o caso de fluência, nota-se que a tensão aplicada é constante e pode ser escrita como,

$$\sigma(t) = \sigma_c H(t - t_0), \quad (3.6)$$

onde $H(t)$ é a função Heaviside, definida por,

$$H(t) = 1 \text{ para } t > t_0 \quad H(t) = 0 \text{ para } t < t_0. \quad (3.7)$$

Diferenciando a equação (3.6) chega-se em

$$\dot{\sigma}(t) = \sigma_c \delta(t - t_0), \quad (3.8)$$

onde $\delta(t)$ é a função generalizada delta de Dirac. Substituindo essa expressão na equação (3.5), tem-se que,

$$\varepsilon_{ve}(t) = \int_0^t J(t - \tau) \sigma_c \delta(\tau - t_0) d\tau. \quad (3.9)$$

Aplicando a propriedade de filtro de delta de Dirac, pode-se chegar em,

$$\varepsilon_{ve}(t) = \sigma_c J(t - t_0). \quad (3.10)$$

Assim, a tensão é constante para tempos maiores que t_0 . Assumindo $t_0 = 0$, a solução da equação (3.10) é,

$$\varepsilon_{ve}(t) = \sigma_c J(t) \quad (3.11)$$

onde $\varepsilon_{ve}(t)$ representa a deformação viscoelástica em fluência, σ_c é a tensão constante aplicada no ensaio e $J(t)$ é a função fluência compliância, conforme já citado anteriormente.

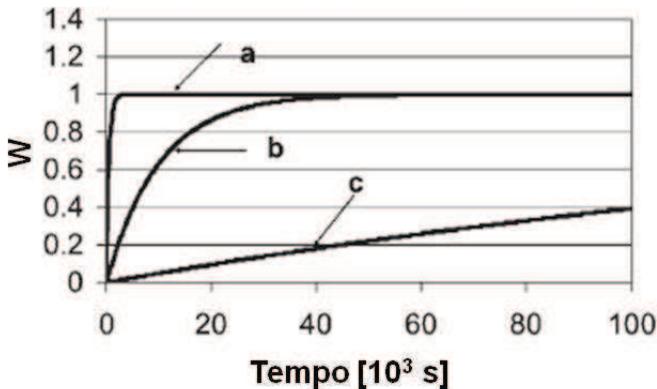
Diversos modelos reológicos podem ser utilizados para representar a função fluência compliância através uma combinação de molas e amortecedores. Nesse trabalho, adota-se o modelo de Kelvin-Voigt generalizado baseado em séries de Prony, sendo que a resposta viscoelástica linear desse modelo para o comportamento em fluência é

$$J(t) = J_e + J_v(t) = \frac{1}{E_0} + \sum_{i=1}^{nrb} \frac{1}{E_i} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\}, \quad (3.12)$$

onde J_e é a resposta elástica instantânea, $J_v(t)$ representa a resposta viscosa (efeitos do tempo) e nrb corresponde ao número de blocos reológicos adotados. Os parâmetros do material são o módulo elástico E_0 , relacionado

com a resposta instantânea, os módulos E_i , associados com as molas e os coeficientes dos amortecedores, μ_i . O subíndice i refere-se ao i -ésimo bloco reológico. A partir desses parâmetros, o tempo de relaxação é definido como $\tau_i = \mu_i/E_i$. Os valores do tempo de relaxação τ_i , determinam os valores dos fatores de multiplicação W_i para os coeficientes de fluência $1/E_i$ (LIU; POLAK; PENLIDIS, 2008). A Figura 23 mostra a variação destes fatores de multiplicação com o tempo, para diferentes tempos de relaxação τ_i . É importante notar que cada τ_i controla uma janela de tempo separada e quando W é igual a unidade, o comportamento viscoelástico torna-se elástico. Matematicamente, os tempos de relaxação estão associados com a derivada das curvas da Figura 23. Fisicamente, esses termos representam a influência no modelamento do comportamento da fluência na região que estão compreendidos seus valores.

Figura 23 – Influência do tempo de relaxação no comportamento de fluência utilizando uma abordagem multi-Kelvin. $W = 1 - e^{-t/\tau}$. (a) $\tau = 500\text{ s}$, (b) $\tau = 10000\text{ s}$, (c) $\tau = 200000\text{ s}$.



Fonte: Adaptado de Liu et al., (2008).

Desde que os parâmetros materiais sejam independentes da tensão, o modelo viscoelástico é linear e uma única função fluência compliância é necessária para descrever a relação tensão deformação do material.

3.1.2 Viscoelasticidade não linear

Em geral, o modelo viscoelástico linear não é capaz de descrever de forma consistente o comportamento dos materiais poliméricos. Usualmente, os princípios da viscoelasticidade linear são aplicáveis em baixos níveis de

tensão já que em tensões mais elevadas, boa parte dos polímeros tornam-se altamente não lineares. Para certos materiais, identificar as regiões de transição de comportamento linear para não linear é bastante difícil e, em alguns casos, os materiais se comportam de forma não linear, mesmo em tensões baixas. Em vista disso, uma abordagem mais abrangente necessita ser desenvolvida para englobar esses aspectos. Na literatura, diversas teorias existem para descrever o comportamento viscoelástico não linear dos materiais, como a de Bernstein, Kearsley e Zapas (1963), a de Schapery (1966), a de Pipkin e Rogers (1968), etc. Dentre as teorias citadas acima, uma das mais utilizadas é a desenvolvida por Schapery e tem sido usada com bastante sucesso para modelar a não linearidade de diferentes materiais (principalmente polímeros e materiais compostos) ao longo dos anos (LAI; BAKKER, 1995; ZAOUTSOS; PAPANICOLAU; CARDON, 1998; SÉGARD et al., 2002; MARKLUND; VARNA; WALLSTRÖM, 2006). Esse modelo constitutivo é descrito segundo uma equação integral,

$$\varepsilon(t) = g_0 J_0 \sigma + g_1 \int_0^t J(\Psi - \Psi') \frac{dg_2 \sigma}{d\tau} d\tau, \quad (3.13)$$

onde J_0 e $J(\Psi)$ são as componentes instantânea e transiente da função fluência compliância e Ψ é o tempo reduzido, definido por

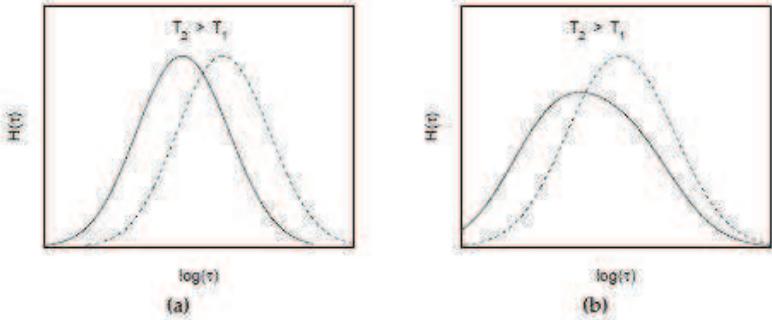
$$\Psi = \int_0^t \frac{dt'}{a_\sigma[\sigma(t')]} \quad (a_\sigma > 0) \quad (3.14)$$

e

$$\Psi' = \Psi(\tau) = \int_0^\tau \frac{dt'}{a_\sigma[\sigma(t')]} \quad (3.15)$$

O termo a_σ é o fator de variação (*shift factor*) (SCHAPERLY, 1969). Nota-se que o conceito de tempo reduzido pode ser aplicado somente para materiais *termoreologicamente simples* (KLOMPEN, 2005). Isso implica que, para uma certa variação na temperatura, os *espectros de relaxação* (BRINSON; BRINSON, 2008) ($H(\tau)$) são igualmente influenciados por essa variação afetando somente a posição no eixo do tempo (escala logarítmica) (SCHWARZL; STAVERMAN, 1952). A Figura 24 ilustra uma representação esquemática da diferença de materiais com comportamento termoreologicamente simples e complexo.

Figura 24 – Representação esquemática do tempo de relaxação total na temperatura T_1 e $T_2 > T_1$ para materiais com comportamento (a) termoreologicamente simples e (b) termoreologicamente complexo.



Fonte: Adaptado de Klompen (2005).

Os termos g_0 , g_1 , g_2 e a_σ são os parâmetros materiais dependentes da tensão. Quando esses parâmetros são iguais à unidade, a equação (3.13) se reduz à equação (3.3) correspondente ao princípio da superposição de Boltzmann para a viscoelasticidade linear. O termo g_0 fornece os efeitos da tensão e temperatura na função compliância elástica. O termo g_1 tem função similar ao g_0 , operando na componente transiente da função fluência compliância, enquanto que g_2 fornece os efeitos de taxa de carregamento na fluência. Para o comportamento em fluência-recuperação, o modelo de Schapery pode ser reduzido para

$$\varepsilon_c(t) = \left[g_0 J_0 + g_1 g_2 J \left(\frac{t}{a_\sigma} \right) \right] \sigma_0, \quad (3.16)$$

onde a equação acima corresponde à resposta em fluência. Para a resposta durante a recuperação do material, tem-se que

$$\varepsilon_r(t) = g_2 \left[J \left(\frac{t_1}{a_\sigma} + t - t_1 \right) - J(t - t_1) \right] \sigma_0. \quad (3.17)$$

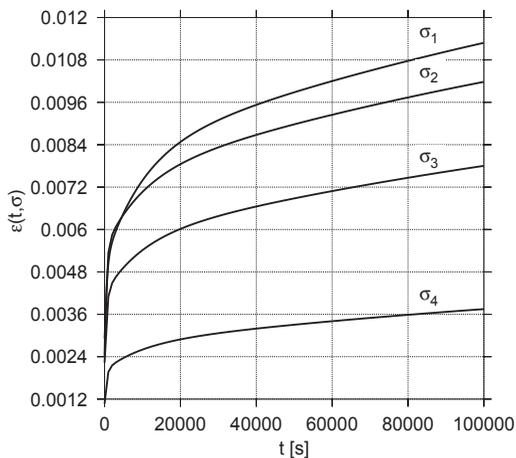
Uma formulação mais simples surge como alternativa para descrever o comportamento viscoelástico não linear em fluência dos materiais. A função fluência compliância linear, dada pelo modelo de Kelvin-Voigt generalizado baseado em séries de Prony conforme a equação (3.12), pode ser modificada para descrever a viscoelasticidade não linear. Para o caso não

linear, o comportamento é dependente do tempo e também do nível de tensão e essa informação deve ser acrescentada na função fluência compliância. Portanto, a equação (3.12) pode ser reescrita da seguinte forma

$$J(\sigma, t) = J_e(\sigma) + J_v(\sigma, t) = \frac{1}{E_0(\sigma)} + \sum_{i=1}^{nrb} \frac{1}{E_i(\sigma)} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\} \quad (3.18)$$

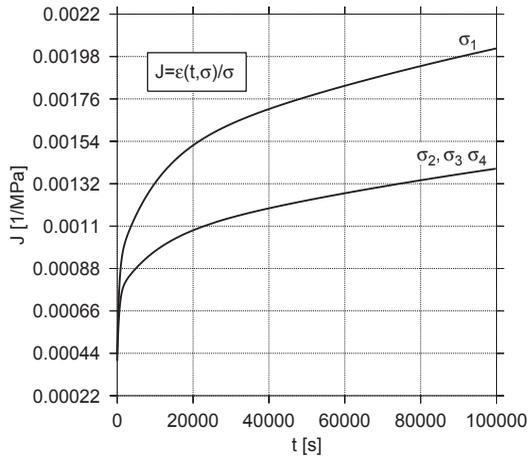
onde $E_0(\sigma)$, $E_i(\sigma)$ e $\tau_i(\sigma)$ são parâmetros materiais dependentes da tensão. Conforme já discutido, o PEAD apresenta comportamento viscoelástico não linear e uma única curva de fluência compliância não é suficiente para descrever a resposta do material. A Figura 25 ilustra a deformação de vários ensaios de fluência e a Figura 26 exemplifica o comportamento viscoelástico linear e não linear.

Figura 25 – Deformação em fluência.



Fonte: Muñoz-Rojas et al., (2011)

Figura 26 – Curvas de fluência compliância para diversos níveis de tensão: o comportamento associado com σ_1 designa comportamento viscoelástico não linear.



Fonte: Muñoz-Rojas et al., (2011).

A equação da deformação viscoelástica não linear é obtida pela substituição da equação (3.18) na equação (3.5), gerando

$$\epsilon_{ve}(t) = \int_0^t \left\{ \frac{1}{E_0(\sigma)} + \sum_{i=1}^{nrb} \frac{1}{E_i(\sigma)} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t-\tau}{\tau_i}\right) \right\} \right\} \dot{\sigma}(\tau) d\tau \quad (3.19)$$

Particularizando para o comportamento em fluência, tem-se que a equação da deformação viscoelástica não linear é dada por

$$\epsilon_{ve}(t) = \frac{\sigma_c}{E_0(\sigma_c)} + \sum_{i=1}^{nrb} \frac{\sigma_c}{E_i(\sigma_c)} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\} \quad (3.20)$$

3.1.3 Viscoplasticidade

Muitos pesquisadores têm estudado o modelamento de materiais poliméricos, concluindo que uma simples abordagem viscoelástica não é suficiente para descrever adequadamente o comportamento desses materiais. Assim, dependendo do nível de tensão, uma formulação de viscoplasticidade

deve ser considerada para determinar consistentemente as deformações presentes no material. Diversos modelos viscoplásticos podem ser encontrados na literatura, como o de Zapas e Crissman (1984), Lai e Bakker (1995), Schapery (1997), etc. Ainda, uma combinação dos modelos de Schapery e Zapas-Crissman são encontrados em vários trabalhos (MARKLUND; VARNA; WALLSTRÖM, 2006).

3.1.3.1 Modelo viscoplástico de Zapas-Crissman

O modelo viscoplástico de Zapas-Crissman (ZAPAS; CRISSMAN, 1984) utiliza um funcional associado com o histórico de tensão do material, sendo um dos modelos mais utilizados para descrever as deformações permanentes em fluência (MUI, 2008). Esse modelo foi especificamente desenvolvido para o polietileno. A deformação viscoplástica é dada pela equação

$$\varepsilon_{vp}(t, \sigma) = \bar{\Phi} \left(\int_0^t g(\sigma(\tau)) d\tau \right), \quad (3.21)$$

onde $\bar{\Phi}$ é o funcional do histórico de tensão e $\sigma(\tau)$ é a tensão aplicada no tempo τ . Para um simples passo em fluência para um tensão constante aplicada σ , tem-se:

$$\varepsilon_{vp}(t) = \bar{\Phi}(g(\sigma)t). \quad (3.22)$$

Uma forma mais simples de representar o funcional pode ser expressa segundo a equação

$$\bar{\Phi}(g(\sigma)t) = (g(\sigma)t)^n \quad (3.23)$$

onde n é constante e os valores de $g(\sigma)$ podem ser obtidos através dos dados de recuperação do ensaio. Para representar a resposta temporal da fluência, séries de Prony foram usadas e com isso a função $g(\sigma)$ no modelo Zapas-Crissman foi assumida como uma simples lei de potência da forma:

$$g(\sigma) = B(\sigma^m) \quad (3.24)$$

em que B e m são parâmetros empíricos. Então, o modelo viscoplástico resultante é dado por

$$\varepsilon_{vp}(t) = (B\sigma^m t)^n \quad (3.25)$$

substituindo B^n por A , tem-se que

$$\varepsilon_{vp}(t) = A(\sigma^m t)^n \quad (3.26)$$

onde A , m e n são os parâmetros materiais viscoplásticos. Kühn et al., (2013), particularizaram esse modelo para ensaios de fluência, onde a quantidade $A(\sigma^{mn})$ é constante e portanto, pode-se reescrever a deformação viscoplástica

$$\varepsilon_{vp}(t) = k(\sigma_c) t^{n(\sigma_c)} \quad (3.27)$$

em que $k(\sigma_c) = A(\sigma^{mn})$ e depende do nível de tensão aplicado no ensaio de fluência. Por fim, os parâmetros materiais viscoplásticos que devem ser determinados são k e n , para dado nível de tensão σ_c .

3.1.4 Formulação viscoelastoplástica não linear

Para um comportamento viscoelastoplástico não linear, um conjunto de parâmetros viscoelásticos (E_0 , E_i e τ_i) e viscoplásticos (k e n) é necessário ser determinado para cada nível de tensão e assim descrever a resposta do material. Portanto, as deformações viscoelásticas descritas pela equação (3.20) e as deformações viscoplásticas, dada pela equação (3.27), podem ser reescritas da seguinte forma

$$\varepsilon_{ve}(t, \sigma_c) = \frac{\sigma_c}{E_0(\sigma_c)} + \sum_{i=1}^{nr_b} \frac{\sigma_c}{E_i(\sigma_c)} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\}, \quad (3.28)$$

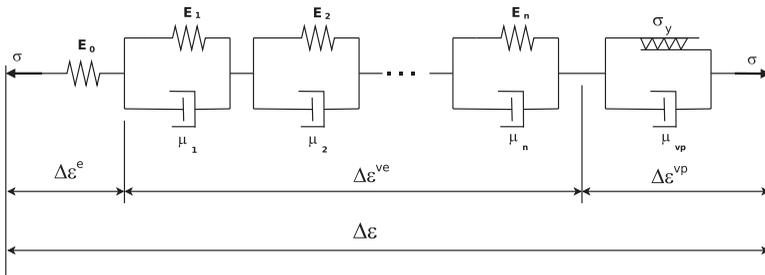
$$\varepsilon_{vp}(t, \sigma_c) = k(\sigma_c) t^{n(\sigma_c)}, \quad (3.29)$$

onde os parâmetros materiais $E_0(\sigma_c)$, $E_i(\sigma_c)$, $k(\sigma_c)$ e $n(\sigma_c)$ são todos dependentes da tensão. A deformação total é obtida pela substituição das contribuições viscoelásticas e viscoplásticas na equação (3.1),

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_c}{E_0(\sigma_c)} + \sum_{i=1}^{nr_b} \frac{\sigma_c}{E_i(\sigma_c)} \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\} + k(\sigma_c) t^{n(\sigma_c)}. \quad (3.30)$$

A formulação viscoelastoplástica não linear descrita acima pode ser representada por um modelo que engloba as deformações elástica, viscoelástica e viscoplástica, ilustrado na Figura 27. Este modelo apresenta a adição do bloco viscoplástico e é formado por um amortecedor de viscosidade μ_{vp} em paralelo com um dispositivo friccional, cujo coeficiente de atrito é dado pela tensão de escoamento σ_y (SIMO; HUGHES, 1998). A representação elástica e viscoelástica segue o que foi apresentado anteriormente. Os parâmetros materiais do PEAD são determinados através do ajuste da equação acima com os ensaios experimentais de fluência-recuperação.

Figura 27 – Modelo viscoelastoplástico não linear destacando as parcelas das deformações associadas com cada elemento.



Fonte: produção do próprio autor.

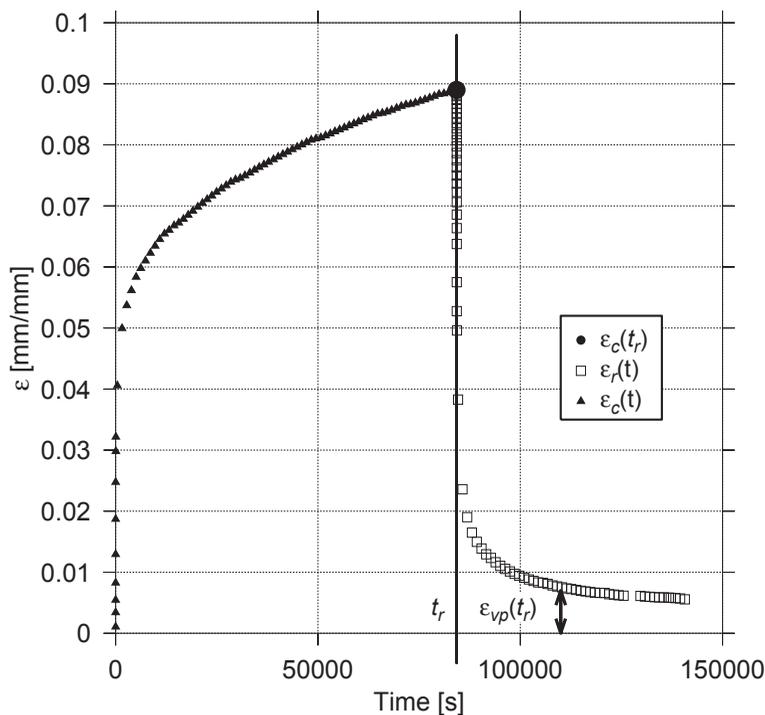
3.1.5 Identificação dos parâmetros materiais

Após a definição da formulação viscoelastoplástica não linear, é importante desenvolver um procedimento simples e rápido para identificar o conjunto de parâmetros do material (E_0 , E_i , k e n). Esse procedimento é baseado no ajuste não linear entre as curvas experimentais e teóricas dos testes de fluência-recuperação, como ilustrado na Figura 28.

Durante a fase de fluência descrita pela função $\epsilon_c(t)$, se a deformação viscoplástica acumulada evolui até $\epsilon_c(t_r)$, esta deformação permanece inalterada durante a recuperação. Assim, somente a contribuição viscoelástica modela o decaimento da deformação na recuperação. A equação (3.31) e a equação (3.32) representam as fases de fluência e recuperação dos ensaios, respectivamente.

$$\epsilon_c(t) = J_0 \sigma + \sum_{i=1}^{nr} J_i \sigma \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\} + kt^n, \quad (3.31)$$

Figura 28 – Um ensaio de fluência-recuperação com as indicações das fases do ensaio. $\varepsilon_c(t)$ é a fase de fluência, $\varepsilon_c(t_r)$ é a deformação visco-plástica acumulada e $\varepsilon_r(t)$ é a deformação de recuperação.



Fonte: produção do próprio autor.

$$\varepsilon_r(t) = \varepsilon_c(t_r) - \left\{ J_0 \sigma + \sum_{i=1}^{nrb} J_i \sigma \left\{ \exp\left(\frac{t_r}{\tau_i}\right) - 1 \right\} \left\{ \exp\left(-\frac{t_r}{\tau_i}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\tau_i}\right) \right\} \right\}. \quad (3.32)$$

Baseado nessa consideração, um procedimento para identificação dos parâmetros materiais em cada nível de tensão σ_j é definido através das seguintes etapas:

- Passo 1: Identificar o parâmetro elástico $E_0(\sigma_j)$;
- Passo 2: Identificar os parâmetros viscoelásticos $E_i(\sigma_j)$ ($J = 1/E$) da curva de recuperação $\varepsilon_r(t, \sigma_j)$;

- Passo 3: Obter uma aproximação das deformações viscoplásticas experimentais pela subtração de $\varepsilon_{ve}(t, \sigma_j)$ (com os parâmetros identificados nos passos 1 e 2) dos dados experimentais de fluência;
- Passo 4: Identificar os parâmetros viscoelásticos (k, n) das deformações viscoplásticas aproximadas obtidas no passo 3.

3.1.5.1 Identificação dos parâmetros viscoelásticos E_0 e E_i

De acordo com Cheng et al., (2011), a resposta instantânea, E_0 , pode ser determinada como a razão entre a tensão aplicada e a deformação medida nos primeiros 60 s do ensaio experimental.

$$E_0 = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c(t = 60s)} \quad (3.33)$$

Para encontrar os parâmetros viscoelásticos E_i , um típico problema de otimização pode ser usado para ajustar as curvas de recuperação experimental e numérica como,

$$\text{Min } f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{f}_{num}^r - \mathbf{f}_{exp}^r\|_p, \quad \text{tal que } \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \quad (3.34)$$

onde $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, \mathbf{x} é o vetor parâmetros materiais em que $\underline{\mathbf{x}}$ representa o vetor do limite inferior dos parâmetros e $\bar{\mathbf{x}}$ é o vetor limite superior dos parâmetros. Por fim, p tem valor dois. Usualmente, a norma (L_p) é usada para medir a diferença entre as curvas numérica, f_{num}^r , e experimental, f_{exp}^r . O sobrescrito r indica as curvas de recuperação. A curva numérica é dada pela equação (3.32). O problema viscoelástico, como exposto na equação (3.34), pode ser resolvido por programação quadrática já que a função objetivo é de grau dois. Entretanto, matematicamente é possível obter um conjunto de parâmetros viscoelásticos em que a curva de fluência numérica viscoelástica esteja acima da curva de fluência total experimental. Essa situação ocorre em diversos casos e não corresponde a um processo físico válido. Então, uma restrição adicional $g(\mathbf{x}) \leq 0$ é imposta no problema de otimização para assegurar que a curva de fluência viscoelástica numérica estará localizada abaixo da sua correspondente curva experimental. Assim, a restrição pode ser definida como

$$g(\mathbf{x}) = \max(0, [\mathbf{f}_{num}^c - \mathbf{f}_{exp}^c]) \quad (3.35)$$

onde f_{num}^c e f_{exp}^c representam a curva numérica e experimental da fase de fluência. A restrição da equação anterior é do tipo máximo e tem e não apresenta derivada contínua. Aqui, duas possibilidades podem ser adotadas: utilizar métodos de otimização baseados em gradientes com restrição de norma p , com p tendendo a infinito, porém, com problema de mal-condicionamento e dificuldade de convergência; utilizar métodos combinatórios que não utilizam derivadas na solução, mas com um custo mais alto de computação. Em problemas com poucas variáveis de projeto, como no caso desse estudo, esse custo computacional não é significativo, tornando os métodos combinatórios estratégias viáveis e o PSO surge como uma ferramenta adequada para identificar os parâmetros materiais viscoelásticos (verificar mais detalhes no capítulo do PSO, mais adiante). PSO é um algoritmo heurístico livre de derivadas, no qual o tratamento das restrições não é realizado explicitamente. Como proposto por Luersen et al., (2004), as restrições são penalizadas linearmente na função objetivo e um novo problema de otimização é definido por

$$\text{Min } L(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + rg(\mathbf{x}) \quad \text{tal que } \underline{\mathbf{x}} \leq \mathbf{x} \leq \bar{\mathbf{x}} \quad (3.36)$$

onde r é um parâmetro de penalização que deve ser ajustado para garantir a restrição $g(\mathbf{x})$. Note que o uso de penalização linear introduz uma descontinuidade na derivada da equação (3.36), mas torna o processo de otimização menos propenso ao mal condicionamento numérico. Como a estratégia do PSO não utiliza derivadas, esta abordagem resulta apropriada.

3.1.5.2 Identificação dos parâmetros viscoplásticos k e n

Com os parâmetros viscoelásticos determinados e com a utilização da equação (3.31) sem as deformações viscoplásticas, pode-se avaliar a contribuição viscoelástica na fase de fluência. Portanto, ao subtrair da curva de fluência total experimental a contribuição viscoelástica na fluência, somente deformações viscoplásticas permanecem.

$$\varepsilon_{vp}(t) = \varepsilon(t)_{exp} - \varepsilon_{ve}(t)_{num} \quad (3.37)$$

Os parâmetros viscoplásticos podem ser identificados realizando os ajustes de curva entre a equação (3.27) e a equação (3.37). Uma maneira de solucionar a equação (3.37) é utilizar um algoritmo de otimização. Entretanto, o procedimento não linear de otimização de ajuste de curvas pode ser simpli-

ficado para um sistema linear de equações. Empregando o logaritmo natural em ambos os lados da equação (3.27), a lei de potência resulta em

$$\ln[\varepsilon_{vp}(t)] = \ln(k) + n \ln(t) \quad (3.38)$$

Agora, a equação (3.38) é ajustada na curva de deformação plástica em função do tempo em escala logarítmica, possibilitando assim, encontrar o coeficiente linear $\ln(k)$ e o coeficiente angular n .

3.1.6 Interpolação dos parâmetros materiais

Na descrição apresentada anteriormente, o conjunto de parâmetros não é constante, mas depende da tensão. Usualmente, pode-se propor funções contínuas que dependam de σ , ou segundo a abordagem apresentada por Liu (2007), interpolar os parâmetros materiais a partir de vários valores obtidos para fluência em diversos níveis de tensão. No presente trabalho, a proposta da interpolação dos parâmetros materiais será adotada e está explicitada adiante. Liu (2007) apresentou um método simplificado para o modelamento de materiais viscoelásticos não lineares. Baseado em testes de fluência, propôs uma interpolação dos parâmetros materiais viscoelásticos para levar em consideração a dependência não linear da tensão nesses parâmetros. Baseado nisso, seu método é descrito nos passos a seguir:

- **Passo 1:** Testes de fluência são realizados para diversos níveis de tensão ($\sigma_1, \dots, \sigma_n$);
- **Passo 2:** Para cada nível de tensão, um conjunto de parâmetros materiais é obtido;
- **Passo 3:** Os parâmetros materiais em tensões intermediárias, aquelas que não foram ensaiadas, são determinados por interpolação linear segundo a equação (3.39) (resposta elástica) e a equação (3.40) (resposta viscoelástica).

$$E_0(\sigma) = E_0(\sigma_l) + \frac{|\sigma| - \sigma_l}{\sigma_n - \sigma_l} [E_0(\sigma_n) - E_0(\sigma_l)] \quad (3.39)$$

$$x_i(\sigma) = \frac{1}{E_i(\sigma)} = x_i(\sigma_l) + \frac{|\sigma| - \sigma_l}{\sigma_n - \sigma_l} [x_i(\sigma_n) - x_i(\sigma_l)] \quad (3.40)$$

onde $x_i = \frac{1}{E_i}$; σ_l e σ_n são as tensões utilizadas para o desenvolvimento da interpolação. Para um dado σ , $\sigma_l < \sigma < \sigma_n$.

Posteriormente, Muñoz-Rojas et al., (2011) sugeriram uma pequena modificação na interpolação e obtiveram melhores ajustes dos resultados numéricos com os experimentais para fluência do PEAD. Essa modificação consistiu na interpolação direta dos parâmetros viscoelásticos, E_i , ao invés da interpolação de x_i , como proposto por Liu. Assim, a equação (3.40) foi modificada para a equação (3.42). Uma proposta de interpolação dos parâmetros viscoplásticos foi apresentada por Kühn et al., (2013), para também levar em conta a dependência desses parâmetros com a tensão. Esse procedimento está descrito abaixo:

- **Passo 1:** Testes de fluência-recuperação são realizados para diversos níveis de tensão ($\sigma_1, \dots, \sigma_n$);
- **Passo 2:** Os parâmetros materiais viscoelásticos e viscoplásticos são determinados para cada nível de tensão;
- **Passo 3:** Para tensões intermediárias, os parâmetros materiais são obtidos via interpolação linear. A resposta instantânea $E_0(\sigma)$, é interpolada diretamente por

$$E_0(\sigma) = E_0(\sigma_l) + \frac{|\sigma| - \sigma_l}{\sigma_n - \sigma_l} [E_0(\sigma_n) - E_0(\sigma_l)] \quad (3.41)$$

De acordo com Muñoz-Rojas et al., (2011), a interpolação dos parâmetros materiais dos blocos reológicos é dada por

$$E_i(\sigma) = E_i(\sigma_l) + \frac{|\sigma| - \sigma_l}{\sigma_n - \sigma_l} [E_i(\sigma_n) - E_i(\sigma_l)] \quad (3.42)$$

Para a interpolação dos parâmetros viscoplásticos, as equações acima são adaptadas (KÜHL et al., 2013), tornando-se

$$y(\sigma) = \ln(k(\sigma_l)) + \frac{|\sigma| - \sigma_l}{\sigma_n - \sigma_l} [\ln(k(\sigma_n)) - \ln(k(\sigma_l))] \quad (3.43)$$

$$k(\sigma) = \exp(y(\sigma)) \left(\frac{\sigma}{|\sigma|} \right) \quad (3.44)$$

e

$$n(\sigma) = n(\sigma_l) + \frac{|\sigma| - \sigma_l}{\sigma_n - \sigma_l} [n(\sigma_n) - n(\sigma_l)] \quad (3.45)$$

onde σ_l e σ_n são as tensões correspondentes ao passo 1 em que $\sigma_l < \sigma < \sigma_n$ e $E_0(\sigma)$, $E_i(\sigma)$, $k(\sigma)$ e $n(\sigma)$ são os parâmetros materiais interpolados, obtidos para a tensão desejada σ .

3.1.7 Algoritmo do modelo material

Com o objetivo de determinar a resposta tensão-deformação do modelo viscoelastoplástico proposto, desenvolve-se uma rotina numérica com essa formulação material. Inicialmente, para uma dada tensão e taxa de tensão, determina-se a deformação total desse passo, resultado da soma da deformação elástica e viscoelástica, essa última adaptada de Zienkiewicz et al., (1968). Se a tensão de entrada for menor que a tensão de escoamento, as deformações totais são puramente elásticas e um novo passo incremental de tensão é realizado. Nessa etapa, os parâmetros materiais são considerados viscoelásticos lineares e não são afetados pelos valores das tensões. Por outro lado, se a tensão do problema incremental ultrapassar a tensão de escoamento, entra-se no passo viscoplástico do algoritmo. Nessa fase, os parâmetros materiais viscoelastoplásticos são determinados por uma subrotina que realiza a interpolação linear proposta na seção anterior, e calculados no intervalo em que a tensão está situada. Sendo assim, a deformação total é obtida pela soma das parcelas elástica, viscoelástica e viscoplástica. Um novo passo incremental de tensão é realizado e o valor na nova deformação total é obtido. A rotina continua em execução até atingir o número de iterações definida na entrada do programa. Os algoritmos da rotina de interpolação e do problema material estão visualizados abaixo.

Algoritmo 1: Interpolação dos parâmetros materiais.

DADOS DE ENTRADA: $\{E_i(\sigma_m), k(\sigma_m), \gamma(\sigma_m), E_i(\sigma_l), k(\sigma_l), \gamma(\sigma_l), \sigma, \sigma_n, \sigma_l, i = 0..nbr\}$

→ Cálculo das interpolações dos parâmetros:

$$E_i(\sigma) = E_i(\sigma_l) + \frac{|\sigma - \sigma_l|}{\sigma_n - \sigma_l} [E_i(\sigma_n) - E_i(\sigma_l)]$$

$$\gamma(\sigma) = \gamma(\sigma_l) + \frac{|\sigma - \sigma_l|}{\sigma_n - \sigma_l} [\gamma(\sigma_n) - \gamma(\sigma_l)]$$

$$y(\sigma) = \ln(k(\sigma_l)) + \frac{|\sigma - \sigma_l|}{\sigma_n - \sigma_l} [\ln(k(\sigma_n)) - \ln(k(\sigma_l))]$$

$$k(\sigma) = \exp(y(\sigma)) \left(\frac{\sigma}{|\sigma|} \right)$$

SAÍDA

Obs: o símbolo γ aqui utilizado representa o parâmetro viscoplástico n discutido anteriormente. Essa modificação foi introduzida para não haver ambiguidade com o passo n .

Algoritmo 2: Formulação material viscoelastoplástica

DADOS DE ENTRADA: $\{\sigma_n, \sigma_y, \Delta\sigma, \Delta t, E_i, i = 0..nbr\}$

→ Calcula: $\sigma_{n+1} = \sigma_n + \Delta\sigma$

Verificação da Condição de Escoamento:

SE $\sigma_{n+1} < \sigma_y$ ENTÃO

→ Passo elástico:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{el} = \sigma_{n+1}/E_0$$

$$(\boldsymbol{\varepsilon}_c^i)_{n+1} = \sum_{i=1}^{nrb} (e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} (\boldsymbol{\varepsilon}_c^i)_n + \frac{\sigma_{n+1}}{E_i} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}))$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{el} + (\boldsymbol{\varepsilon}_c^i)_{n+1}$$

SENÃO

→ Passo viscoelastoplástico:

→ Chama **Algoritmo 1** de interpolação

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{el} = \sigma_{n+1}/E_0$$

$$(\boldsymbol{\varepsilon}_c^i)_{n+1} = \sum_{i=1}^{nrb} (e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}} (\boldsymbol{\varepsilon}_c^i)_n + \frac{\sigma_{n+1}}{E_i} (1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau_i}}))$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{vp} = \boldsymbol{\varepsilon}_n^{vp} + k(t_{n+1}^\gamma - t_n^\gamma)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{el} + (\boldsymbol{\varepsilon}_c^i)_{n+1} + \boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^{vp}$$

FIM SE

Obs: o símbolo γ aqui utilizado representa o parâmetro viscoplástico n discutido anteriormente. Essa modificação foi introduzida para não haver ambiguidade com o passo n .

É importante destacar que o Algoritmo 2 resolve o problema material a partir de incrementos de tensão e taxas de tensão. No entanto, para a maioria das aplicações práticas é mais conveniente que o problema material seja estabelecido a partir de incrementos de deformação e taxas de deformação. Para tanto, o procedimento do Algoritmo 2 deve ser adaptado pois, nesse caso, a interpolação das constantes das curvas de fluência mostram-se inapropriadas. O problema pode ser entendido pela análise simples da equação abaixo

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E_i(\sigma)} = \frac{\sigma}{C_1\sigma + C_2} \quad (3.46)$$

que rearrajando fornece

$$\sigma = \frac{\varepsilon C_2}{1 - \varepsilon C_1} \quad (3.47)$$

Ao se aplicar incrementos de deformação, o denominador vai se modificando e problemas numéricos ocorrerão na vizinhança do ponto $\varepsilon = 1/C_1$. Da mesma forma, se for interpolado diretamente $J(\sigma) = 1/E(\sigma)$, como proposto por Liu et al., (2008), fica-se com

$$\varepsilon = J(\sigma)\sigma = (C_1\sigma + C_2)\sigma = C_1\sigma^2 + C_2\sigma \quad (3.48)$$

levando a uma equação de segundo grau com solução fechada pela fórmula de Báskhara, que é dada por

$$\sigma = \frac{-C_2 \pm \sqrt{C_2^2 + 4C_1\varepsilon}}{2C_1} \quad (3.49)$$

então, para que σ seja real, deve-se atender a condição

$$\varepsilon \geq \frac{-C_2^2}{4C_1} \quad (3.50)$$

que também é limitante. Nota-se que a adaptação do procedimento apresentado nesta dissertação para colocar a lei constitutiva na forma

$$\sigma = E(\varepsilon)\varepsilon = (C_1\varepsilon + C_2)\varepsilon \quad (3.51)$$

usando ensaios de relaxação-recuperação, a diferentes níveis de deformação constante, solucionaria o problema e possibilitaria traçar uma curva tensão x deformação impondo incrementos de deformação. Esse trabalho pode ser visto como uma extensão futura da presente pesquisa.

4 OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

Este capítulo discute o procedimento de otimização por enxame de partículas, do inglês *particle swarm optimization* (PSO), utilizado nesse trabalho para identificação dos parâmetros materiais do PEAD. Primeiramente, uma abordagem geral do método é apresentada e posteriormente uma descrição detalhada do algoritmo é demonstrada.

4.1 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO PSO

O método de otimização por enxame de partículas foi desenvolvido por Eberhart e Kennedy (EBERHART; KENNEDY, 1995; KENNEDY; EBERHART, 1995) utilizando conceitos de comportamento social de populações da natureza. Inicialmente, o estudo desse método foi baseado no agrupamento e interação social de pássaros e cardumes de peixes (Figura 29 e Figura 30) com o objetivo de simular esses comportamentos.

Figura 29 – Comportamento social de pássaros.



Fonte: Smith (2014).

Figura 30 – Comportamento social de cardume de peixes.



Fonte: Devitt (2010).

Otimização por enxame de partículas é uma técnica que consiste em modelar o comportamento coletivo de partículas em movimento utilizando inteligência artificial e variáveis de projeto. Semelhantemente ao algoritmo genético, o PSO requer uma população inicial de soluções aleatórias. Entretanto, os métodos diferem substancialmente no que diz respeito as suas evoluções. No caso do algoritmo genético, a população é caracterizada por cromossomos e genes de indivíduos utilizando operadores genéticos. Por outro lado, para o PSO, em cada solução potencial (partículas) são atribuídos operadores de velocidade fazendo com que essas se movam no espaço das variáveis de projeto (EBERHART; KENNEDY, 1995; KENNEDY; EBERHART, 1995).

Após a proposta original do PSO de Eberhart e Kennedy, o método foi modificado e aprimorado e tornou-se muito popular na solução de problemas, abrangendo aplicações em diversas áreas. Em geral, o PSO tem apresentado resultados promissores em problemas multimodais e em situações que não existem métodos especializados disponíveis ou os métodos especializados não fornecem resultados satisfatórios (POLI, 2007). Atualmente, o método do PSO pode ser encontrado em diversas áreas e aplicações, (para mais detalhes e completa referência consultar Poli, 2007) dentre as quais se destacam:

- **ANTENAS:** Projeto, modelamento e controle ótimo de antenas.

- **BIOMEDICINA:** As aplicações incluem otimização biomecânica do movimento humano, análise do tremor humano para diagnóstico da doença de Parkinson, classificação de câncer, análise de eletroencefalograma, desenvolvimento de medicamentos, etc.;
- **CONTROLE:** Área com uma das maiores aplicações do PSO, destacando-se o projeto de controles, o controle de fluxo de tráfego, controle inverso adaptativo, dentre outros;
- **ELETRÔNICA E ELETROMAGNETISMO:** Uma quantidade substancial de artigos com o emprego do PSO em eletrônica e eletromagnetismo têm sido publicado. Isso inclui indutores, controles de temperatura, filtros de micro-ondas, otimização de semicondutores, projeto de circuitos digitais, etc;
- **IMAGEM E VÍDEO:** A empregabilidade do PSO em análise de imagem e vídeo é bastante significativa. Aplicações desse item incluem reconhecimento da íris, detecção da face, classificação de pixels, registro de imagem e muitas outras utilizações;
- **METALURGIA:** Os trabalhos publicados na área de metalurgia incluem otimização do processo de fabricação do aço e modelamento do processo de sinterização;
- **MODELAMENTO:** Muitos artigos envolvem alguma forma de modelamento, dos quais compreendem modelos acústicos submersos, modelos de satisfação de clientes, identificação de processos de sistemas térmicos, modelos de atrito, identificação de modelos não lineares, dentre várias outras aplicações;
- **MOTORES:** Aplicações do PSO em projeto e otimização de motores é uma realidade, onde incluem controle de torque locomotivo, controle de velocidade de motores de indução, otimização de motores de combustão interna, etc;
- **PROCESSAMENTO DE SINAIS:** Aplicações do PSO em processamento de sinais englobam otimização de filtros de partículas, filtros adaptativos, projeto de filtros IIR, etc;
- **PROGRAMAÇÃO E AGENDAMENTO:** Uma parte considerável da literatura engloba aplicações de programação e agendamento por PSO. Isso inclui agendamento de manutenção de geradores e transmissões, administração de tempo de radares, agendamento de trens, agendamento de sistemas de armazenagem de energia em baterias, etc;

- **PROJETO:** A utilização do PSO na área de projetos é frequente, abrangendo aplicações de fornos de indução de calor, síntese de circuitos, projeto de filtros, desenvolvimento de motores, linhas de transmissão e projetos mecânicos, etc;
- **REDES DE COMUNICAÇÃO:** Projeto e otimização de redes de comunicação incluem aplicações em redes de bluetooth, roteamento, redes de radares, redes sem fio, etc;
- **ROBÓTICA:** Inúmeros artigos apresentam a utilização do PSO em robótica, destacando-se o controle de manipuladores robóticos e braços, controle de voz de robôs, robôs de transportes, etc;
- **SEGURANÇA E FORÇAS ARMADAS:** Nesse item, incluem segurança de rede, detecção de intrusos, criptografia e criptoanálise e otimização da efetividade de mísseis.

Apesar das diversas áreas citadas acima, a aplicação do PSO em problemas inversos na engenharia estrutural é um novo empreendimento (VAZ JR.; CARDOSO; STAHLSCHEMIDT, 2013). Alguns poucos estudos podem ser encontrados na literatura sobre esse tema, destacando-se os pioneiros trabalhos de otimização estrutural em treliças de Perez e Behdian (2007) e Kaveh e Talatahari et al., (2011). Posteriormente, Talatahari et al., (2012) propuseram um PSO multi estágio para otimização estrutural de treliças, apresentando melhores resultados de convergência que os métodos tradicionais de otimização por enxame de partículas. Também, Saruhan (2010) empregou o PSO na minimização do volume de uma viga engastada, obtendo resultados bastante próximos dos obtidos por programação matemática. Nos problemas de identificação de parâmetros, o PSO tem sido empregado com bastante sucesso em vários segmentos da engenharia. Nesse tipo de problema, as coordenadas das partículas são os parâmetros materiais do modelo constitutivo e as partículas podem se mover livremente dentro dos limites inferiores e superiores impostos. Quando a convergência é atingida, a população agrupa-se perto de uma mesma localização e nessa situação tem-se os valores convergidos dos parâmetros materiais (VAZ JR.; CARDOSO; STAHLSCHEMIDT, 2013).

Aplicações do PSO nessa área abrangem identificação de parâmetros materiais viscoelásticos para modelamento de rochas (FENG et al., 2006), caracterização de propriedades dinâmicas em materiais compostos (HORNIG; FLOWERS, 2007), identificação de parâmetros térmicos associados com fontes de calor e condutividade térmica (CORTES; URQUIZA; HERNANDEZ, 2009; TIAN et al., 2011). Recentemente, Vaz Jr. et al., (2013) publicaram

um trabalho sobre identificação de parâmetros materiais inelásticos no qual comparam o PSO com outros métodos de otimização, mostrando que o PSO pode ser aplicado com sucesso nesse tipo de problema. Também, Kùhl et al., (2013) desenvolveram um PSO com restrição para identificar parâmetros viscoelastoplásticos do Polietileno de Alta Densidade apresentando resultados bastante promissores no modelamento desse material.

4.2 DESCRIÇÃO GERAL DO ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO POR ENXAME DE PARTÍCULAS

O objetivo do método do PSO é reproduzir o comportamento de uma população pela combinação de habilidades cognitivas e interações sociais dos indivíduos, através de inteligência computacional (EBERHART; KENNEDY, 1995; KENNEDY; EBERHART, 1995). Então, o algoritmo do PSO é inicializado com uma população aleatória de soluções candidatas, denominadas partículas, posicionadas de forma randômica no espaço de busca (SARUHAN, 2010) e velocidades são atribuídas a cada partícula. Essas velocidades associadas com cada indivíduo levam em consideração a inércia, o histórico e os efeitos de vizinhança das partículas e são dinamicamente atualizadas a cada iteração. A componente inercial assume que cada partícula tende a seguir uma direção pré estabelecida. O histórico está associado com a melhor posição do indivíduo no hiperespaço e a inclinação deste em se mover para essa localidade. Por fim, o comportamento social da população contribui para uma nova direção da partícula, considerando a melhor posição global de todos os indivíduos na vizinhança.

Primeiramente, para a aplicação do método do PSO, é necessário gerar uma população aleatória com suas velocidades iniciais correspondentes:

$$\mathbf{p}^{(0)} = \{\mathbf{p}_1^{(0)} \mathbf{p}_2^{(0)} \dots \mathbf{p}_m^{(0)} \dots \mathbf{p}_{n_p}^{(0)}\} \text{ e } \mathbf{v}^{(0)} = \{\mathbf{v}_1^{(0)} \mathbf{v}_2^{(0)} \dots \mathbf{v}_m^{(0)} \dots \mathbf{v}_{n_p}^{(0)}\} \quad (4.1)$$

Para uma certa partícula, a equação (4.1) pode ser particularizada para:

$$\mathbf{p}_m^{(0)} = [p_1^{(0)} p_2^{(0)} \dots p_i^{(0)} \dots p_n^{(0)}]^T \text{ and } \mathbf{v}_m^{(0)} = [v_1^{(0)} v_2^{(0)} \dots v_i^{(0)} \dots v_n^{(0)}]^T \quad (4.2)$$

onde p_i é a coordenada da partícula, v_i representa a componente de velocidade, n corresponde ao número de parâmetros materiais que necessitam

ser determinados no problema e n_p é o número de partículas (população total do problema) definido inicialmente. Para cada iteração, a nova velocidade da partícula é calculada por

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = \mathbf{v}_w^{(k)} + \mathbf{v}_{ib}^{(k)} + \mathbf{v}_{gb}^{(k)} \quad (4.3)$$

onde $\mathbf{v}_w^{(k)}$ é a componente de velocidade correspondente à inércia, $\mathbf{v}_{ib}^{(k)}$ representa a tendência da partícula em retornar para sua melhor posição global, $\mathbf{v}_{gb}^{(k)}$ representa a tendência da partícula em se mover para a posição do melhor indivíduo da população e o subscrito (k) indica o passo de tempo. A equação acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = w\mathbf{v}^{(k)} + \mathbf{U}(0, \varphi_1) \otimes (\mathbf{p}_{ib}^{(k)} - \mathbf{p}^{(k)}) + \mathbf{U}(0, \varphi_2) \otimes (\mathbf{p}_{gb}^{(k)} - \mathbf{p}^{(k)}) \quad (4.4)$$

em que $\mathbf{p}_{ib}^{(k)}$ e $\mathbf{p}_{gb}^{(k)}$ são as melhores localizações individuais e globais, respectivamente, $\mathbf{U}(0, \varphi_1)$ e $\mathbf{U}(0, \varphi_2)$ representam vetores de números aleatórios no intervalo $[0, \varphi_1]$ e $[0, \varphi_2]$, onde φ_1 corresponde ao parâmetro cognitivo e φ_2 é o parâmetro social. A operação $(.) \otimes (.)$ indica multiplicação das componentes, termo a termo. Na equação (4.4), a parcela $\mathbf{v}_w^{(k)} = w\mathbf{v}^{(k)}$ é a inércia da partícula, representando a tendência desta continuar a se mover numa direção prévia e w é um parâmetro de restrição de velocidade. A componente cognitiva, $\mathbf{v}_{ib}^{(k)} = \mathbf{U}(0, \varphi_1) \otimes (\mathbf{p}_{ib}^{(k)} - \mathbf{p}^{(k)})$ representa a tendência da partícula em retornar para sua melhor posição individual. A componente social $\mathbf{v}_{gb}^{(k)} = \mathbf{U}(0, \varphi_2) \otimes (\mathbf{p}_{gb}^{(k)} - \mathbf{p}^{(k)})$ representa a tendência da partícula em se mover para a melhor posição global da população.

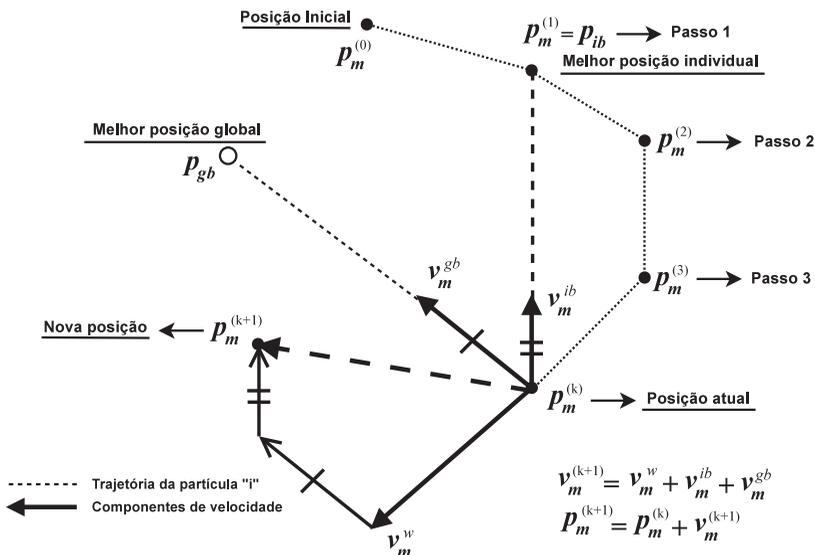
A nova posição da partícula $\mathbf{p}^{(k+1)}$ na próxima iteração é obtida pela adição da nova velocidade na posição corrente,

$$\mathbf{p}^{(k+1)} = \mathbf{p}^{(k)} + \mathbf{v}^{(k+1)} \quad (4.5)$$

A Figura 31 mostra a trajetória de uma partícula e suas composição de velocidades, baseado na teoria apresentada anteriormente, em um espaço bidimensional para dois parâmetros materiais.

Para complementar a descrição do PSO apresentada anteriormente, algumas questões devem ser definidas e adicionadas ao algoritmo para garantir um melhor funcionamento do mesmo. Essas definições são:

Figura 31 – Conceito do método de otimização por enxame de partículas



Fonte: produção do próprio autor. Adaptado de Vaz Jr. et al., (2013).

- Controle de velocidade:** É necessário o controle da velocidade das partículas para evitar dispersões altas e irreais dentro do espaço das variáveis de projeto. Existem diversas formas de aplicar esse controle, entretanto, a melhor abordagem é fortemente dependente dos problemas (VAZ JR.; CARDOSO; STAHLSCHEMIDT, 2013). Nesse trabalho, para um certo parâmetro, as componentes de velocidade são restringidas de acordo com uma parcela do alcance da partícula, da seguinte forma:

$$\text{Se } |v_i^{(k+1)}| > v_i^{max} \Rightarrow |v_i^{(k+1)}| \leftarrow v_i^{max} \quad (4.6)$$

onde v_i^{max} é definida por $v_i^{max} = w_i(\rho_i^{sup} - \rho_i^{inf})$ e representa a máxima componente de velocidade, $|v_i^{(k+1)}|$ corresponde ao valor absoluto da componente de velocidade e w_i é o parâmetro de restrição da velocidade.

- Condições de contorno:** Condições de contorno, no algoritmo do PSO,

consistem em restringir e redefinir a localização de uma partícula. Assim, caso esta se move para fora dos limites estabelecidos $p_i^{inf} < p_i < p_i^{sup}$, atribui-se os valores do contorno para essa componente, portanto:

$$\text{Se } p_i^{(k+1)} > p_i^{sup} \Rightarrow p_i^{(k+1)} \leftarrow p_i^{sup} \quad (4.7)$$

$$\text{Se } p_i^{(k+1)} < p_i^{inf} \Rightarrow p_i^{(k+1)} \leftarrow p_i^{inf} \quad (4.8)$$

- Critério de convergência:** Diversos critérios de convergência podem ser encontrados na literatura. Em geral, um dos critérios mais adotado por algoritmos que não utilizam gradientes é baseado na diferença entre o melhor e o pior ajuste individual da partícula. Além deste, critérios de convergência baseados na dispersão das partículas e no número máximo de passos e gerações podem ser encontrados. O critério de convergência baseado em (VAZ JR.; CARDOSO; STAHLSCHEMIDT, 2013) consiste em um índice de convergência normalizado, ϕ_g , que está relacionado com a diferença da função objetivo da melhor e da pior partícula na iteração e a correspondente diferença da população inicial, como:

$$\phi_g^{(k)} = \frac{g_0(\mathbf{p}^{(k)})^{pior} - g_0(\mathbf{p}^{(k)})^{melhor}}{g_0(\mathbf{p}^{(0)})^{pior} - g_0(\mathbf{p}^{(0)})^{melhor}} \quad (4.9)$$

Então, após um número adequado de iterações, as partículas do hiperespaço das variáveis de projeto reduzem suas dispersões e se agrupam próximas da solução do problema. No presente trabalho adotou-se o critério do número máximo de gerações como critério de convergência.

Algoritmo 3: Otimização por enxame de partículas

Passo 1: Estabelecer $k = 0$ e para essa iteração gerar a população inicial aleatória $\mathbf{p}^{(0)}$ e as velocidades correspondentes, $\mathbf{v}^{(0)}$:

$$\mathbf{p}^{(0)} = \{\mathbf{p}_1^{(0)} \mathbf{p}_2^{(0)} \dots \mathbf{p}_m^{(0)} \dots \mathbf{p}_{n_p}^{(0)}\} \text{ e } \mathbf{v}^{(0)} = \{\mathbf{v}_1^{(0)} \mathbf{v}_2^{(0)} \dots \mathbf{v}_m^{(0)} \dots \mathbf{v}_{n_p}^{(0)}\}$$

Para uma certa partícula, a equação acima torna-se:

$$\mathbf{p}_m^{(0)} = [p_1^{(0)} p_2^{(0)} \dots p_i^{(0)} \dots p_n^{(0)}]^T \text{ and } \mathbf{v}_m^{(0)} = [v_1^{(0)} v_2^{(0)} \dots v_i^{(0)} \dots v_{n_p}^{(0)}]^T$$

onde n_p representa o número de partículas e n corresponde ao número de variáveis de projeto (parâmetros materiais à serem determinados).

Passo 2: Avaliar a melhor partícula individual e global, $\mathbf{p}_{ib}^{(k)}$ e $\mathbf{p}_{gb}^{(k)}$:

$$\text{Se } g_0(\mathbf{p}_m^{(k)}) < g_0(\mathbf{p}_{ib}^{(k)}) \Rightarrow \mathbf{p}_{ib}^{(k)} \leftarrow \mathbf{p}_m^{(k)}$$

$$\text{Se } g_0(\mathbf{p}_m^{(k)}) < g_0(\mathbf{p}_{gb}^{(k)}) \Rightarrow \mathbf{p}_{gb}^{(k)} \leftarrow \mathbf{p}_m^{(k)}$$

Passo 3: Calcular as novas velocidades $\mathbf{v}^{(k+1)}$:

$$\mathbf{v}^{(k+1)} = w\mathbf{v}^{(k)} + \mathbf{U}(0, \varphi_1) \otimes (\mathbf{p}_{ib}^{(k)} - \mathbf{p}^{(k)}) + \mathbf{U}(0, \varphi_2) \otimes (\mathbf{p}_{gb}^{(k)} - \mathbf{p}^{(k)})$$

e verificar os limites máximos de cada parâmetro material:

$$v_i^{max} = w_i(p_i^{sup} - p_i^{inf}) \text{ em que } w_i \in [0; 0,5]$$

$$\text{Se } |v_i^{(k+1)}| > v_i^{max} \Rightarrow |v_i^{(k+1)}| \leftarrow v_i^{max}$$

Passo 4: Calcular a nova localização de todas as partículas $\mathbf{p}^{(k+1)}$:

$$\mathbf{p}^{(k+1)} = \mathbf{p}^{(k)} + \mathbf{v}^{(k+1)}$$

e verificar as condições de contorno $[p_i^{sup}, p_i^{inf}]$:

$$\text{Se } p_i^{(k+1)} > p_i^{sup} \Rightarrow p_i^{(k+1)} \leftarrow p_i^{sup}$$

$$\text{Se } p_i^{(k+1)} < p_i^{inf} \Rightarrow p_i^{(k+1)} \leftarrow p_i^{inf}$$

Passo 5: Avaliar o critério de parada: SE $\phi(\mathbf{p}) < TOL_\phi$ ENTÃO

$$\mathbf{p}^{min} \leftarrow \mathbf{p}_{gb}^{(k+1)}$$

SAIR

SENÃO

$$k \leftarrow k + 1$$

IR PARA PASSO 2

FIM SE

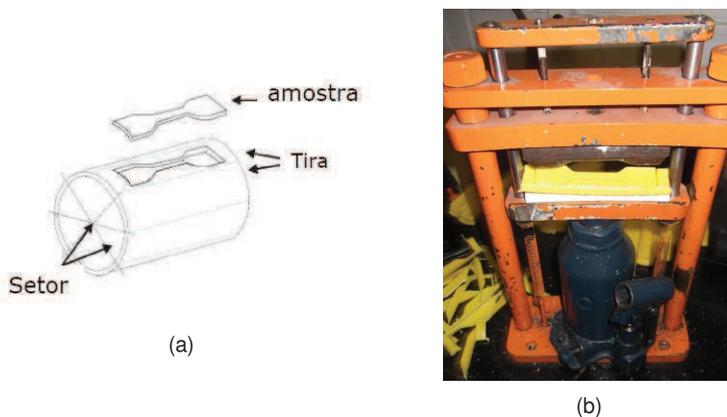
5 MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo apresenta-se detalhadamente o material utilizado no procedimento experimental, uma descrição do equipamento onde os ensaios foram processados, além de outras informações pertinentes à execução dessa etapa.

5.1 MATERIAL

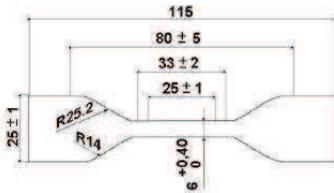
O material utilizado nos ensaios de fluência-recuperação foi o Polietileno de Alta Densidade (PEAD) PE-80. Em geral, esse polímero é bastante utilizado na confecção de tubos para aplicações diversas (transporte de água, gás, esgoto, etc) devido a sua alta flexibilidade, fácil processamento e boa resistência. Para realizar os ensaios experimentais, amostras de PEAD-PE80 foram extraídas de tubos para transporte de água de acordo com a norma brasileira NBR 96-22 (conforme Figura 32a) com o auxílio de uma prensa hidráulica (Figura 32b). Essa etapa foi realizada na empresa TIGRE S/A, que forneceu os dutos para remoção dos corpos-de-prova e disponibilizou o dispositivo de corte dos mesmos. As dimensões dos espécimes, cuja espessura é de seis milímetros estão detalhadas na Figura 33a e a Figura 33b apresenta uma foto do corpo-de-prova utilizado no procedimento experimental.

Figura 32 – (a) Direção de corte das amostras provenientes dos tubos conforme norma NBR 96-22 (b) Prensa hidráulica da empresa TIGRE S/A para remoção das amostras.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 33 – (a) Dimensões do corpo-de-prova [mm] (b) Amostra de PEAD.



(a)



(b)

Fonte: produção do próprio autor.

5.2 EQUIPAMENTO EXPERIMENTAL

Os testes de fluência-recuperação usados para caracterizar o comportamento do material foram conduzidos em um equipamento desenvolvido pelo próprio autor com suporte da Universidade do Estado de Santa Catarina. O funcionamento do aparato experimental consiste na aplicação de peso morto para gerar a força que traciona o corpo-de-prova. Essa força produz um deslocamento no material que é captado pelo sistema de aquisição de sinal. Posteriormente, calcula-se a deformação no corpo-de-prova através da variação da resistência medida no ensaio. A Figura 34 apresenta o desenho de montagem do dispositivo de ensaio com indicação de todos os componentes e a Figura 35 mostra o equipamento em operação. A Tabela 3 detalha cada item com sua respectiva numeração.

Tabela 3 – Descrição de cada item do equipamento experimental.

Numeração	Item	Numeração	Item
1	Base	2	Braço de alavanca
3	Suporte	4	Eixo
5	Eixo da rótula	6	Tampa de fixação
7	Fixação rebaixo	8	Suporte peso
9	Célula de carga	10	Absorvedor de vibração
11	Massa padrão	12	Corpo-de-prova
13	Terminal rotular	14	Porca M10
15	Arruela M10	16	Parafuso M5
17	Arruela M5	18	Porca M5
19	Arruela M5	20	Porca M6
21	Arruela M6	22	Parafuso M6
23	Porca M6	24	Rolamento de esfera 10mm
25	Barra roscada M6		

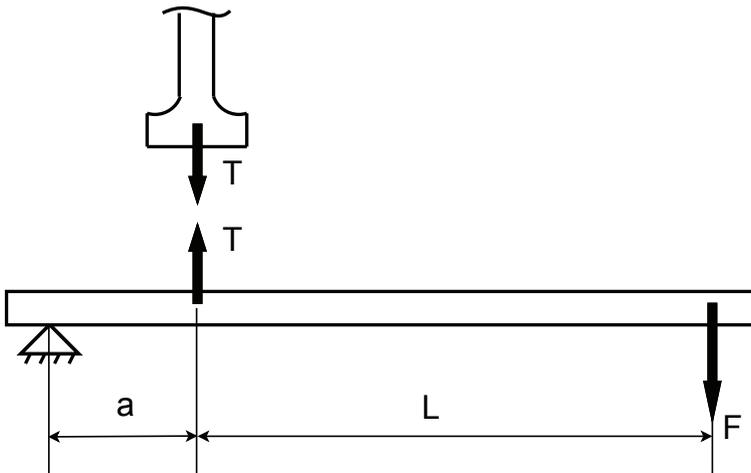
Figura 35 – Equipamento experimental em operação.



Fonte: produção do próprio autor.

Para amplificar a força gerada pelos pesos mortos e atingir valores de tensão desejados, optou-se por um braço de alavanca que permite aumentar a força em dez vezes. Esse princípio consiste na aplicação de uma força F a uma distância L da amostra, aumentando a tração T gerada no corpo-de-prova. R_c é a reação do material à tração. O princípio do braço de alavanca está ilustrado na Figura 36.

Figura 36 – Princípio de ampliação da força aplicada.



Fonte: produção do próprio autor.

Para determinar a tensão de tração atuante no corpo-de-prova em cada ensaio, três medidas da espessura e da largura de cada amostra foram tiradas com a utilização de um paquímetro. A média dos valores da área da seção transversal foi calculada. Os valores das forças foram determinados pela medida da célula de carga e também pesando as massas geradoras do peso morto, garantindo assim, consistência na medição. Por último, a tensão do ensaio é calculada pela simples relação:

$$\sigma = \frac{T}{A} \quad (5.1)$$

Nesse tipo de dispositivo é importante garantir que apenas esforços trativos estejam atuando sobre o material. Então, para eliminar esforços de flexão, utilizou-se um terminal rotular correspondente à peça de número 13 na Figura 34 e mostrado em detalhe na Figura 37. O rolamento localizado no centro desse terminal extingue qualquer momento fletor que possa surgir

durante o ensaio, garantindo que a força aplicada é de fato a mesma recebida pela amostra.

Figura 37 – Terminal rotular.



Fonte: produção do próprio autor.

5.2.1 Extensômetros

Extensômetros do tipo KFG-5-120-C1-11 de $120,2 \pm 0,2 \Omega$ foram fixados em todas amostras testadas nos ensaios de fluência-recuperação para gravação dos dados das deformações. Para aplicar os extensômetros nas amostras, as superfícies destas foram lixadas utilizando lixas com granulação 280 e 400. Após essa etapa, as superfícies dos corpos-de-prova foram limpas com álcool isopropílico, secadas e armazenadas. Na sequência, os extensômetros foram aplicados utilizando um adesivo epoxy. O tempo de cura completa foi de 24h para cada espécime antes da realização dos testes. Por fim, fios de cobre foram soldados nos terminais do extensômetro e conectados ao sistema de aquisição de sinal. A Figura 38 apresenta um extensômetro afixado em uma amostra.

5.2.2 Aquisição de dados

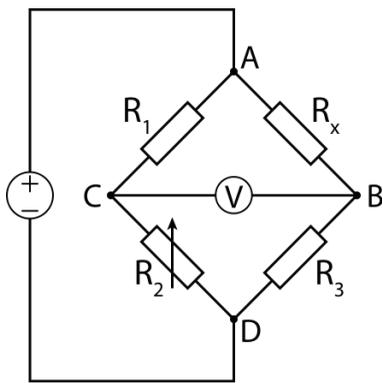
A variação de resistência gerada nos extensômetros pela força aplicada no equipamento é medida, amplificada e armazenada pelo sistema de aquisição de sinal. Este sistema é composto por uma placa de circuito tipo ponte de Wheatstone (Figura 39a e Figura 39b) que mede a variação da resistência no corpo-de-prova, dois amplificadores (Figura 40) que aumentam o sinal advindo do circuito e por uma placa DATAQ DI-158U (Figura 41) de aquisição.

Figura 38 – Espécime com extensômetro afixado.

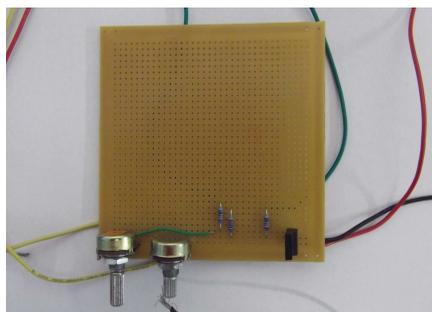


Fonte: produção do próprio autor.

Figura 39 – (a) Esquema do circuito da ponte de Wheatstone (b) Circuito montado.



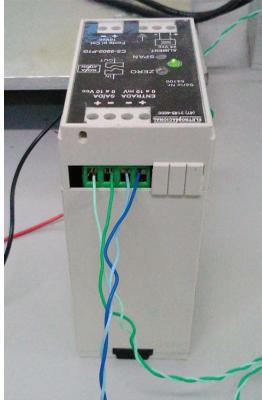
(a)



(b)

Fonte: produção do próprio autor.

Figura 40 – Amplificador de sinal.



Fonte: produção do próprio autor.

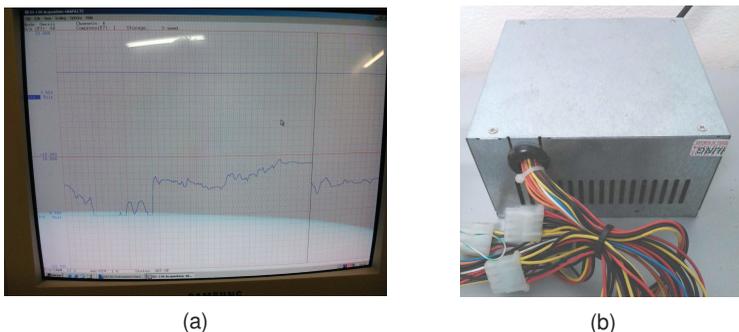
Figura 41 – Placa de aquisição DATAQ DI-158U.



Fonte: produção do próprio autor.

Essa placa possui o *software DI-158 Acquisition 4AAFA175* (Figura 42a) responsável pela gravação do sinal da deformação no extensômetro e da força na célula de carga no computador. Esse sistema é alimentado por uma fonte de 12 V (Figura 42b). O esquema completo da aquisição de sinal é apresentado na Figura 43.

Figura 42 – (a) Sistema de aquisição de sinal em funcionamento (b) Fonte de alimentação.

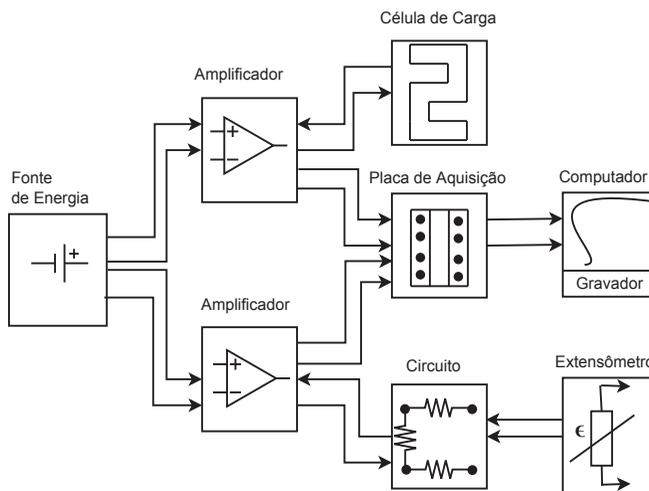


(a)

(b)

Fonte: produção do próprio autor.

Figura 43 – Esquema completo do sistema de aquisição de sinal.



Fonte: produção do próprio autor.

5.3 PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Inicialmente, as amostras são alocadas e fixadas no aparato experimental (destacado na Figura 44). Na sequência, a temperatura do ambiente é resfriada com o auxílio de um condicionador de ar e mantida constante em 20°C.

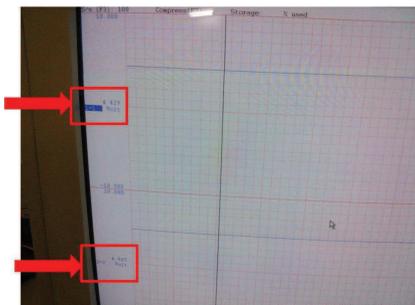
Figura 44 – Sistema de fixação das amostras.



Fonte: produção do próprio autor.

Então, as informações do ensaio são ajustadas no *software* (taxa de amostragem, tempo de gravação e espaço para armazenamento). Em seguida, os valores dos sinais da célula de carga e do extensômetro indicados no *software* são anotados (Figura 45). Na próxima etapa, a gravação é iniciada e as cargas são posicionadas no suporte (Figura 46) para gerar a força de ensaio necessária. Novamente os valores dos sinais são registrados. Nas primeiras vinte e quatro horas o comportamento em fluência é gravado, então a carga é removida manualmente e o ensaio é operado por mais vinte e quatro horas (período de recuperação). Finalmente, o ensaio é encerrado e o corpo-de-prova removido.

Figura 45 – Indicação dos sinais medidos da célula de carga e do extensômetro.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 46 – Suporte dos pesos padrão para fornecimento da carga.



Fonte: produção do próprio autor.

5.3.1 Pós Processamento

Essa etapa consiste em processar os resultados obtidos nos ensaios experimentais. Primeiramente, é necessário transformar os dados de diferença de potencial medidos em deformação. Para isso, Khang e Whang,

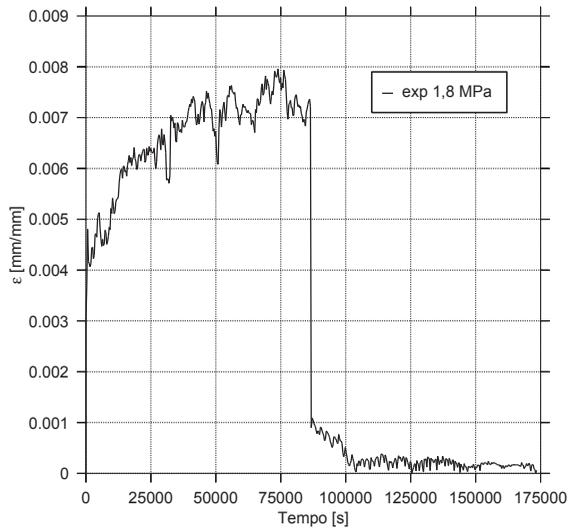
(2001) apresentaram a seguinte expressão:

$$\varepsilon_i = \frac{(1 + m_r)^2 (U_i - U_0)}{Vm_r G} \quad (5.2)$$

onde m_r é a razão entre as resistências da ponte (nesse caso igual a 1), V representa a tensão de alimentação da fonte (5V), G corresponde ao fator do extensômetro fornecido pelo fabricante (2), U_0 é a diferença de potencial inicial e U_i é a diferença de potencial medida em cada instante de tempo i . Esse cálculo é realizado após cada ensaio para se obter a deformação ε desejada.

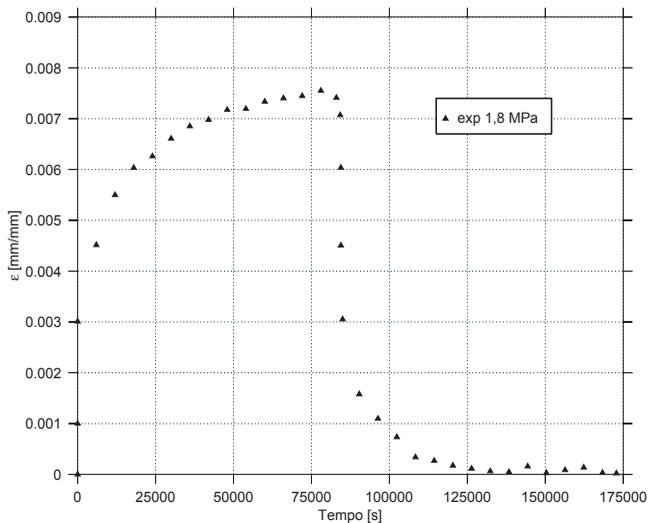
Ensaio experimentais de fluência-recuperação foram realizados entre 1,8 e 13,0 [MPa], para uma temperatura de $20 \pm 1^\circ\text{C}$. Para cada nível de tensão os ensaios foram reproduzidos quatro vezes. Esse procedimento foi aplicado para garantir a reprodutibilidade do experimento. Um filtro digital tipo média móvel foi aplicado para eliminar o ruído. A Figura 47 apresenta um ensaio de fluência-recuperação sem filtro e a Figura 48 mostra essa mesma curva filtrada. Finalmente, as médias das curvas filtradas dos ensaios podem ser visualizadas na Figura 49. A Figura 50 apresenta as amostras ensaiadas em 3,6 e 13 [MPa], após a recuperação que envolvem deformações permanentes máximas da ordem de 1% (para 13 [MPa]).

Figura 47 – Típico ensaio de fluência-recuperação realizado no aparato experimental sem filtro



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 48 – Ensaios experimentais de fluência-recuperação filtrados.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 49 – Ensaio de fluência-recuperação após a aplicação do filtro tipo média móvel.

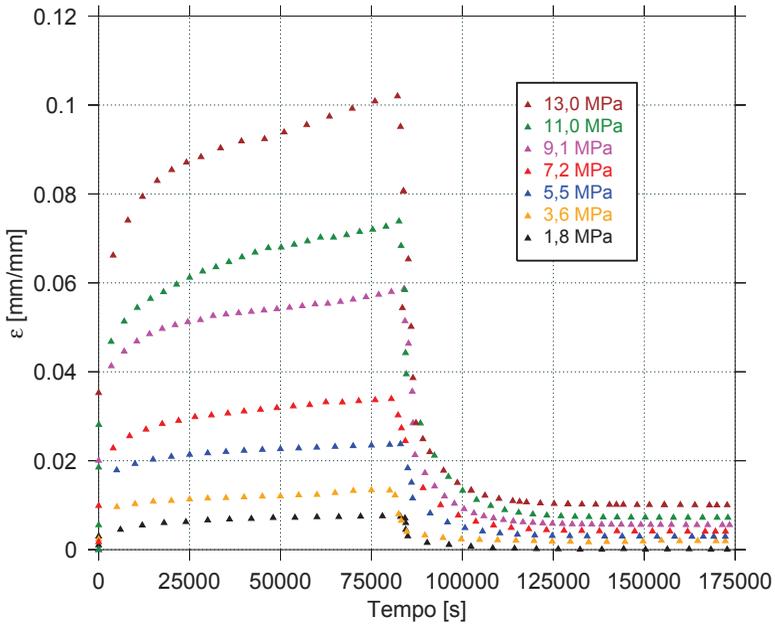


Figura 50 – Amostras ensaiadas em 3,6 e 13,0 [MPa].



Fonte: produção do próprio autor.

6 RESULTADOS

Este capítulo tem como objetivo apresentar e discutir os resultados obtidos com a formulação desenvolvida neste trabalho. Inicialmente, os ajustes viscoelastoplásticos dos ensaios experimentais são mostrados juntamente com os parâmetros materiais identificados. Adiante, um estudo do PSO é mostrado variando o número de partículas e analisando os valores dos coeficientes. Na seqüência, as interpolações são apresentadas. Por fim, os gráficos obtidos pelo algoritmo material são expostos discutindo os resultados encontrados.

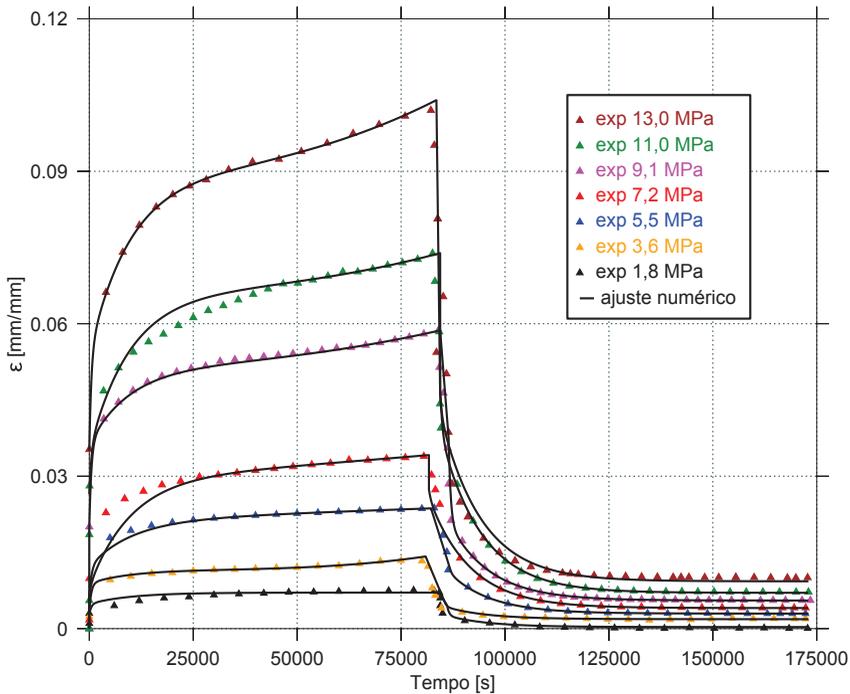
6.1 IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS VISCOELASTOPLÁSTICOS

Inicialmente, os parâmetros E_0 correspondente às molas isoladas no modelo são determinados para cada nível de tensão através dos ensaios experimentais, conforme o procedimento descrito no Capítulo 3. Na seqüência, os parâmetros viscoelásticos (E_i) são determinados através dos ensaios de fluência-recuperação com a utilização do algoritmo PSO, implementado em um programa em linguagem Fortran. Para que essa etapa seja realizada, inicialmente é necessário determinar o número de blocos reológicos do modelo e os valores dos tempos de relaxação. Um tempo de relaxação alto está associado com o comportamento da mola e um tempo de relaxação baixo está relacionado com o comportamento do amortecedor. Baseado nos trabalhos de Liu et al., (2008), Mui (2008) e Kühn et al., (2013) adotou-se três blocos para ajuste das curvas experimentais e dessa forma, os valores dos τ utilizados foram $\tau_1 = 500$, $\tau_2 = 10000$ e $\tau_3 = 200000$. Esses valores foram adotados para o PEAD no trabalho Liu et al. (2008) e mantidos para simplificar o problema. Os parâmetros de amortecimento (μ_i) são determinados pela relação entre os valores pré definidos dos τ e dos parâmetros otimizados das molas (E_i). Então, após a seleção de três blocos reológicos, os ajustes viscoelásticos foram realizados. Porém, assim como apresentado no artigo de Kühn et al., (2013), o parâmetro associado com a mola E_3 atingiu o limite superior imposto no programa do PSO e conseqüentemente uma rigidez extremamente elevada quando comparado aos demais parâmetros. Em vista disso, apenas dois blocos reológicos foram selecionados para descrever o comportamento dos ensaios experimentais com os tempos de relaxação $\tau_1 = 500$ e $\tau_2 = 10000$. Esse terceiro bloco reológico foi removido sem afetar os ajustes na faixa de tempo analisado.

Os ajustes das curvas de fluência-recuperação obtidos para os níveis de tensão de 1,8 a 13,0 [MPa] estão apresentados na Figura 51. Pode ser ob-

servado que nenhuma deformação viscoplástica foi encontrada em 1,8 [MPa], enquanto que nos casos de 3,6 a 13,0 [MPa], deformações viscoelásticas e viscoplásticas foram desenvolvidas nos experimentos.

Figura 51 – Ajuste viscoelastoplástico das curvas experimentais. Na legenda, exp corresponde a tensão do ensaio experimental de fluência-recuperação.



Fonte: produção do próprio autor.

A ideia principal da metodologia de otimização é obter um conjunto de parâmetros viscoelásticos que melhor modela a resposta experimental de recuperação, mantendo a curva numérica viscoelástica de fluência abaixo da curva de fluência experimental total, como uma restrição. Então, a diferença entre a deformação experimental total em fluência e a curva numérica viscoelástica em fluência é compensada pelo modelo viscoplástico. O algoritmo do PSO foi empregado somente para identificar os parâmetros viscoelásticos. Para todos os problemas de otimização, as variáveis do PSO adotadas foram extraídas da literatura (veja Vaz Jr. et al., 2013, para mais informações dos efeitos das variáveis do PSO na identificação dos parâmetros materiais)

e junto com a constante de penalização r utilizada estão apresentadas na Tabela 4. Essa constante r foi adotada empiricamente, baseado nos resultados obtidos. Os parâmetros viscoplásticos foram identificados através de um ajuste linear utilizando o método dos mínimos quadrados. O ajuste entre as curvas experimentais e numéricas pode ser observado na Figura 51. As Figuras 52 e 53 mostram os ajustes lineares das deformações viscoplásticas para cada nível de tensão, onde os coeficientes identificados são $\ln(k)$ e n .

A Tabela 5 mostra os parâmetros materiais identificados para o PEAD.

Tabela 4 – Parâmetros utilizados no algoritmo do PSO

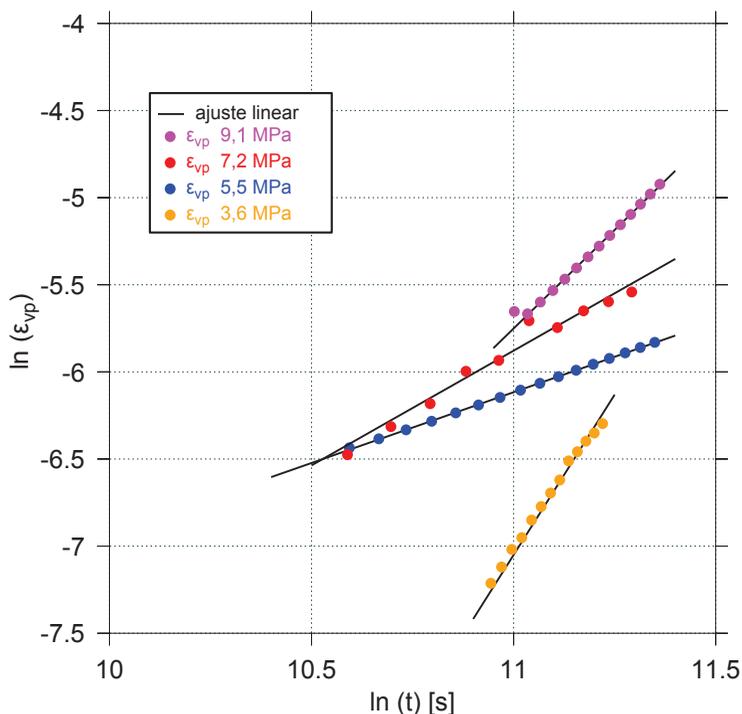
Tensão [MPa]	n_p	n_{gen}	w	Φ_1	Φ_2	r
1,8	100	200	0,5	1,0	1,0	0,0
3,6	100	200	0,5	1,0	1,0	500
5,5	100	200	0,5	1,0	1,0	500
7,2	100	200	0,5	1,0	1,0	500
9,1	100	200	0,5	1,0	1,0	500
11,0	100	200	0,5	1,0	1,0	500
13,0	100	200	0,5	1,0	1,0	500

Um estudo sobre o número de partículas e de gerações relacionado com o PSO está apresentado na próxima seção.

Tabela 5 – Parâmetros materiais determinados para o PEAD

Tensão [MPa]	E_0 [MPa]	τ_1	τ_2	k	n
		500	10000		
		E_1 [MPa]	E_2 [MPa]		
1,8	638,66	882,70	806,24	-	-
3,6	1038,55	664,60	1335,50	2,33e-21	3,68
5,5	986,98	840,13	632,55	2,90e-7	0,81
7,2	1086,73	4120,26	333,63	1,34e-9	1,32
9,1	459,19	550,15	589,98	4,97e-14	2,26
11,0	420,09	1275,85	353,47	3,23e-15	2,51
13,0	370,96	1582,65	275,45	2,03e-14	2,41

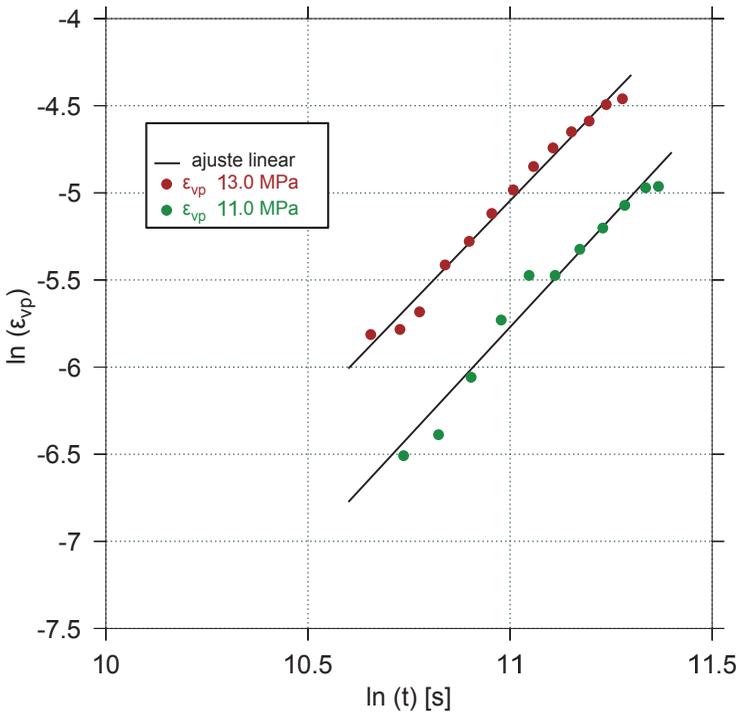
Figura 52 – Ajuste linear das deformações viscoplásticas até 9,1 [MPa]. Na legenda, $\epsilon_{vp}(\cdot)$ MPa corresponde a valores da deformação viscoplástica para uma tensão constante de (\cdot) MPa.



Fonte: produção do próprio autor.

Uma referência da ordem de grandeza dos parâmetros viscoelásticos para o PEAD pode ser encontrada em Liu et al., (2008). Os parâmetros obtidos via otimização por PSO estão em acordo com os valores dessa referência. Nordin e Varna (2006) também ajustaram linearmente a deformação viscoplástica para materiais compostos e os valores dos parâmetros obtidos podem ser localizados na referência citada. Na Figura 52, a inclinação da reta referente ao nível de tensão de 3,6 [MPa], deveria ser menor que a inclinação dos demais níveis de tensão. Essa inclinação não física obtida pode ser ocasionada pelo nível de tensão próximo do escoamento, causando maior instabilidade nos ajustes.

Figura 53 – Ajuste linear das deformações viscoplásticas de 11,0 e 13,0 [MPa]. Na legenda, $\epsilon_{vp}(\cdot)$ MPa corresponde a valores da deformação viscoplástica para uma tensão constante de (\cdot) MPa.



Para garantir uma reprodução satisfatória dos ensaios experimentais em relação aos parâmetros identificados faz-se uma análise de regressão, que consiste em calcular a diferença quadrática média μ^E da seguinte forma (JENOVENCIO, 2014):

$$\mu^E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\epsilon_i^S - \epsilon_i^{Alvo})^2 \quad (6.1)$$

na equação (6.1) N é o número de pontos da curva experimental de fluência-recuperação, ϵ^{Alvo} é o valor experimental da deformação e ϵ^S é a deformação simulada dependente dos parâmetros do modelo. Teoricamente, o mínimo valor de μ^E é zero, o valor numérico mínimo depende da escala dos argumentos

ε^{Alvo} e ε^S (JENOVENCIO, 2014). Também, é usual em análise de regressão determinar o coeficiente de determinação r^2 , dado por

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (\varepsilon_i^S - \varepsilon_i^{Alvo})^2}{\sum_{i=1}^N (\varepsilon_i^{Alvo} - \mu^{Alvo})^2} \quad (6.2)$$

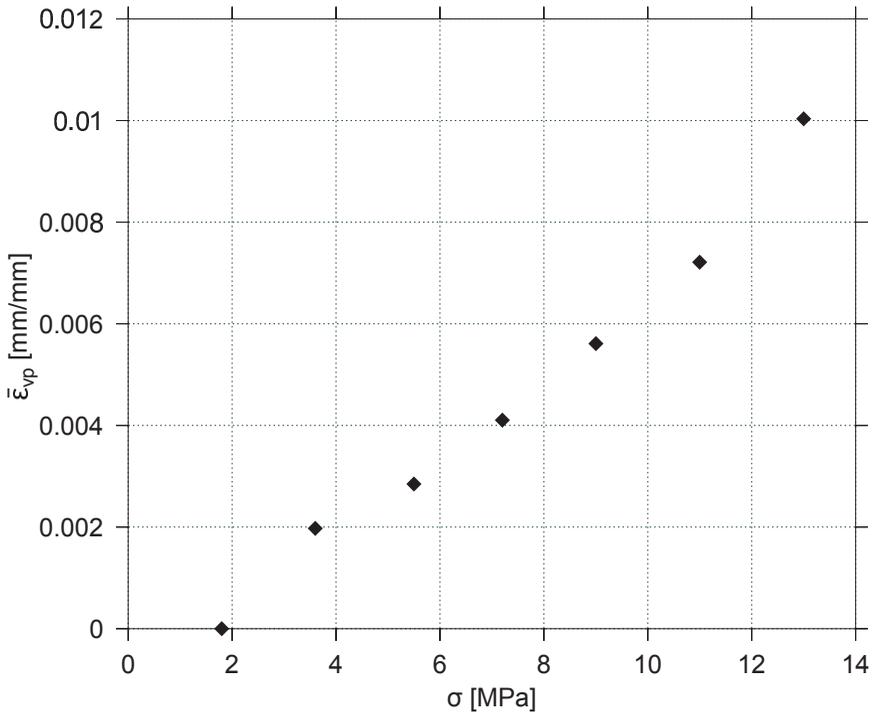
o coeficiente de determinação passa a ser uma variável adimensional, onde os valores devem chegar próximos ao da unidade. Assim, os valores calculados da diferença quadrática média e do coeficiente de determinação estão apresentados na Tabela 6, para cada nível de tensão analisado.

Tabela 6 – Coeficientes de determinação para os ajustes viscoelásticos e viscoplásticos, obtidos para cada nível de tensão.

Tensão [MPa]	$r_{viscoel}^2$	$r_{viscopl}^2$
1,8	0,94	–
3,6	0,92	0,99
5,5	0,98	0,98
7,2	0,97	0,96
9,1	0,99	0,98
11,0	0,94	0,98
13,0	0,93	0,97

A deformação viscoplástica acumulada, $\bar{\varepsilon}_{vp}$, em função do nível de tensão pode ser visualizada na Figura 54, para um tempo de 84000[s]. A quantidade dessa deformação é significativa quando comparada com as deformações em fluência, indicando que um modelo viscoelastoplástico é necessário para predizer adequadamente o comportamento material.

Figura 54 – Deformação viscoplástica acumulada em função da tensão para $t_r = 84000[s]$.



Fonte: produção do próprio autor.

6.1.1 Análise Estatística dos Parâmetros

Primeiramente, os parâmetros viscoelásticos foram identificados para cada ensaio em cada nível de tensão, sendo que cada experimento foi reproduzido quatro vezes para a mesma carga. Assim, esse procedimento identificou os coeficientes (E_0 , E_1 e E_2) quatro vezes para cada tensão avaliada. Os parâmetros viscoelásticos apresentados na seção anterior representam a média dos valores de todos os ensaios. A Tabela 7 ilustra os parâmetros viscoelásticos com os respectivos desvios-padrões.

A Tabela 7 mostra que os ensaios experimentais realizados e o procedimento de otimização adotado apresentaram boa reprodutibilidade, já que a variação dos parâmetros foi baixa em cada experimento realizado, à exceção do caso de 7,2 [MPa]. Portanto, é necessário executar mais experimentos

Tabela 7 – Coeficientes viscoelásticos médios com os respectivos desvios-padrões.

Tensão [MPa]	E_0 [MPa]	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]
1,8	638,66 ± 25,76	882,70 ± 38,40	806,24 ± 32,11
3,6	1038,55 ± 39,38	664,60 ± 24,27	1335,50 ± 137,28
5,5	986,98 ± 40,29	840,13 ± 64,87	632,55 ± 27,93
7,2	1086,73 ± 31,99	4120,26 ± 2302,10	333,63 ± 9,85
9,1	459,19 ± 13,52	550,15 ± 26,41	589,98 ± 20,37
11,0	420,09 ± 10,85	1275,85 ± 159,21	353,47 ± 9,91
13,0	370,96 ± 10,92	1582,65 ± 313,41	275,45 ± 12,24

para avaliar detalhadamente a razão da alta discrepância dos valores, neste nível de tensão. As médias dos parâmetros viscoelásticos foram utilizadas para determinar os parâmetros viscoplásticos, a partir da média dos ensaios experimentais realizados. Uma análise de variância (ANOVA) prévia foi desenvolvida com a quantidade de testes desenvolvidos e está apresentada na seção de Apêndice. Futuramente, um estudo mais completo deve ser realizado com um número maior de ensaios experimentais.

6.2 ESTUDO DOS PARÂMETROS DO PSO

Um estudo dos parâmetros do PSO foi realizado para garantir a confiabilidade dos resultados obtidos através da otimização. Esse estudo consistiu na variação do tamanho da população e conseqüentemente na avaliação dos parâmetros viscoelásticos obtidos e na função objetivo encontrada. O número de gerações foi mantido fixo para cada população avaliada, considerando os resultados da melhor partícula do enxame. Esse procedimento foi realizado para o nível de tensão viscoelastoplástico mais baixo (3,6 [MPa]) e para o mais alto (13,0 [MPa]) e os resultados estão apresentados nas Tabelas 8 e 9, respectivamente. Percebe-se que, para ambos os casos, não há diferença significativa nos resultados para a população de 50 e 100 partículas, entretanto, selecionou-se o valor mais alto do enxame na otimização de todos os casos.

Tabela 8 – Variação da população do PSO em relação aos parâmetros viscoelásticos identificados para tensão de 3,6 [MPa], avaliando a melhor partícula.

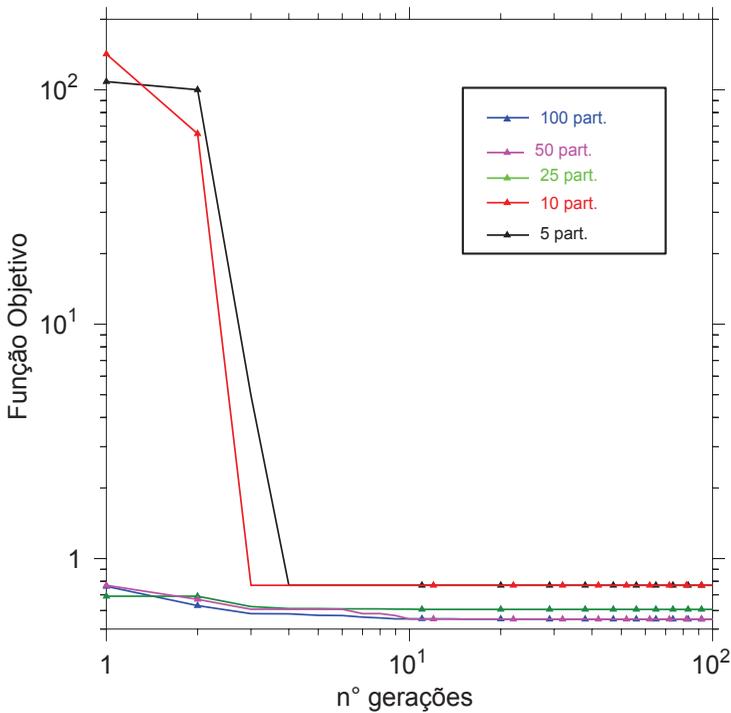
Tensão: 3,6 [MPa]				
n° partículas	n° gerações	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	Função Objetivo
5	200	20000	20000	0,7685961934
10	200	20000	434,1461594047	0,6066371306
25	200	664,5994404959	1335,4986470106	0,5818487925
50	200	664,5994399577	1335,4986667558	0,5512529071
100	200	664,5994406379	1335,4986417982	0,5512529071

Tabela 9 – Variação da população do PSO em relação aos parâmetros viscoelásticos identificados para tensão de 13,0 [MPa], avaliando a melhor partícula.

Tensão: 13,0 [MPa]				
n° partículas	n° gerações	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	Função Objetivo
5	200	20000	20000	0,2352434377
10	200	20000	234,9523975634	0,062275235939
25	200	1582,6453320521	275,4478959567	0,06084758431
50	200	1582,6452189126	275,4478994376	0,06075235939
100	200	1582,6459184613	275,4478729583	0,06075235939

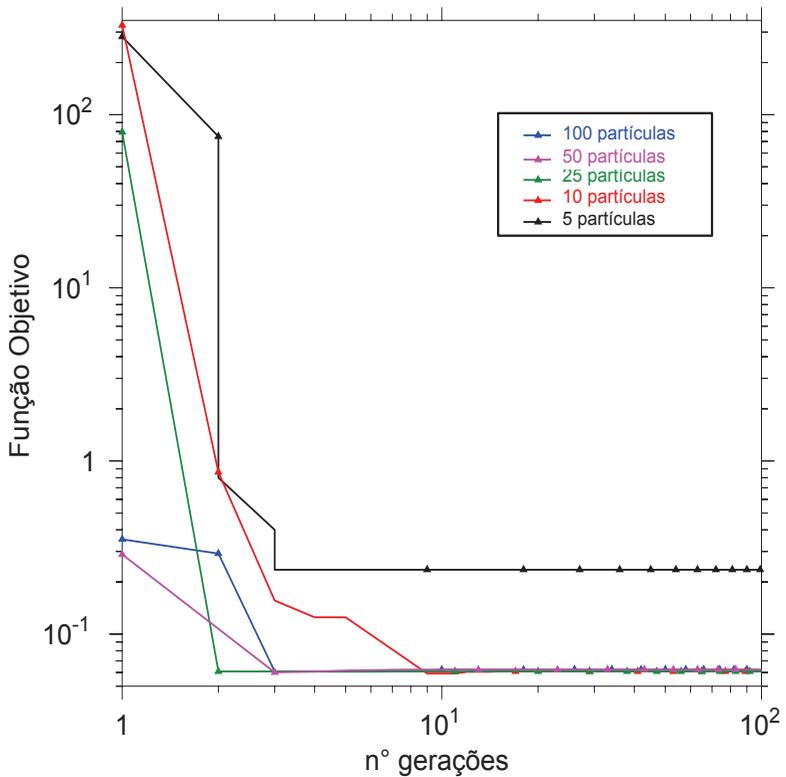
Além dessa análise, as Figuras 55 e 56 mostram o comportamento da função objetivo em relação ao número de gerações da melhor partícula para 3,6 [MPa] e 13,0 [MPa], respectivamente (somente cem gerações foram consideradas para melhor apresentação dos resultados).

Figura 55 – Comportamento da função objetivo de acordo com o número de partículas e gerações para 3,6 [MPa], avaliação da melhor partícula.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 56 – Comportamento da função objetivo de acordo com o número de partículas e gerações para 13,0 [MPa], avaliação da melhor partícula.



Fonte: produção do próprio autor.

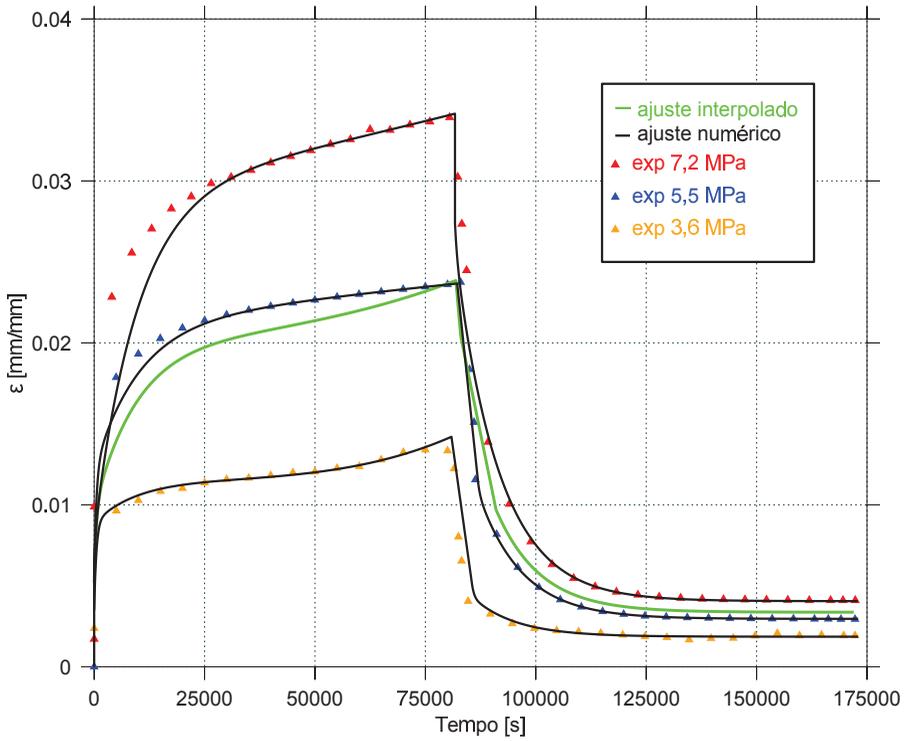
6.3 INTERPOLAÇÃO DOS PARÂMETROS MATERIAIS

Para levar em conta o comportamento não linear do PEAD com a tensão, um simples procedimento de interpolação dos parâmetros materiais é adotado. As Figuras 57, 58, 59 e 60 apresentam as interpolações para os diversos níveis de tensão. Em geral, o procedimento de interpolação conseguiu ajustar de forma satisfatória as tensões intermediárias, mostrando melhor aproximação na curva de recuperação do ensaio experimental. Um dos motivos para a não obtenção de melhores resultados foi a não variação monotônica dos parâmetros, já que esses não se apresentaram de forma crescente com a tensão (ver Tabela 5). Esse procedimento deve ser melhor investigado e uma proposta está mostrada na seção de trabalhos futuros. Os valores dos parâmetros interpolados estão mostrados na Tabela 10. Nota-se que o desvio-padrão nos ensaios é elevado para alguns parâmetros, especialmente para o nível de tensão de 7,2 [MPa]. Assim, as interpolações que se baseiam nos ajustes realizados a 7,2 [MPa] podem ter seus resultados considerados preliminares. Uma discrepância grande entre ajuste interpolado e ajuste numérico pode ser observada na Figura 59. É possível que a razão dominante desta discrepância esteja associada com o alto desvio padrão verificado na parte experimental. Este aspecto deve ser pesquisado com mais profundidade no futuro.

Tabela 10 – Parâmetros materiais interpolados para o PEAD

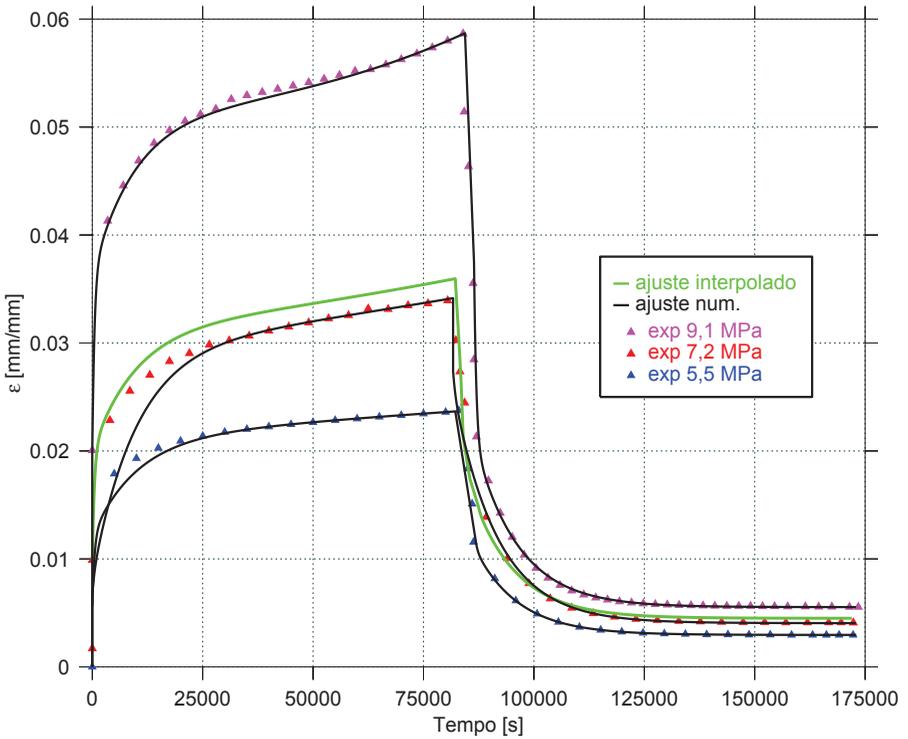
Tensão [MPa]	E_0 [MPa]	τ_1		τ_2		k	n
		500		10000			
		E_1 [MPa]	E_2 [MPa]	E_1 [MPa]	E_2 [MPa]		
5,5	1063,50	2488,30	814,96	3,89e-15	2,44		
7,2	737,75	702,01	614,21	1,64e-10	1,51		
9,1	753,41	3003,03	342,89	2,15e-12	1,92		
11,0	415,08	1066,40	432,72	3,23e-15	2,51		

Figura 57 – Interpolação dos parâmetros materiais para 5,5 [MPa].



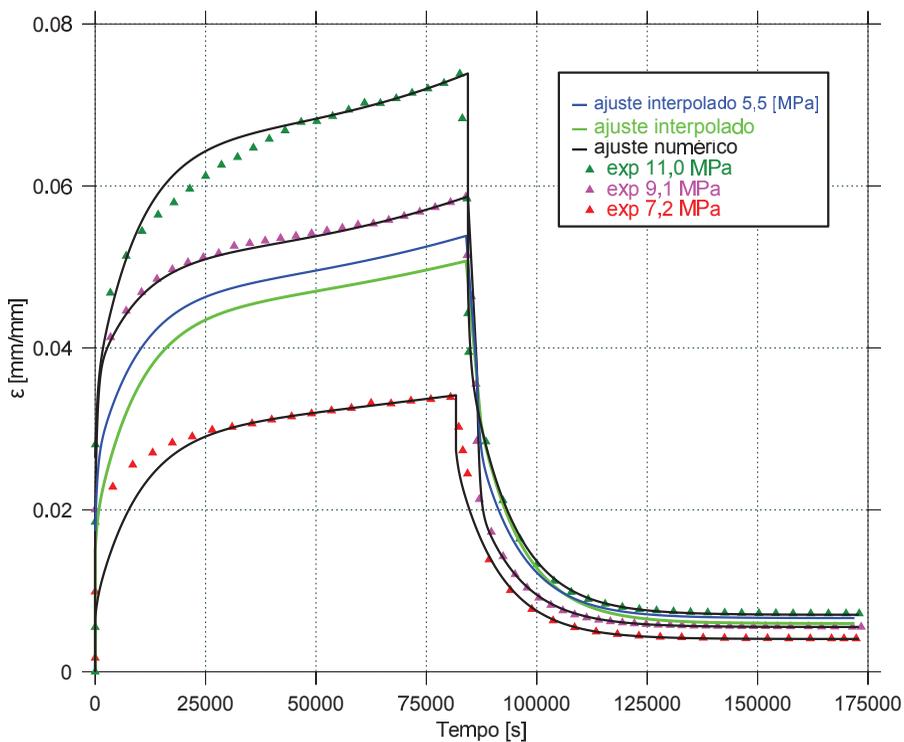
Fonte: produção do próprio autor.

Figura 58 – Interpolação dos parâmetros materiais para 7,2 [MPa].



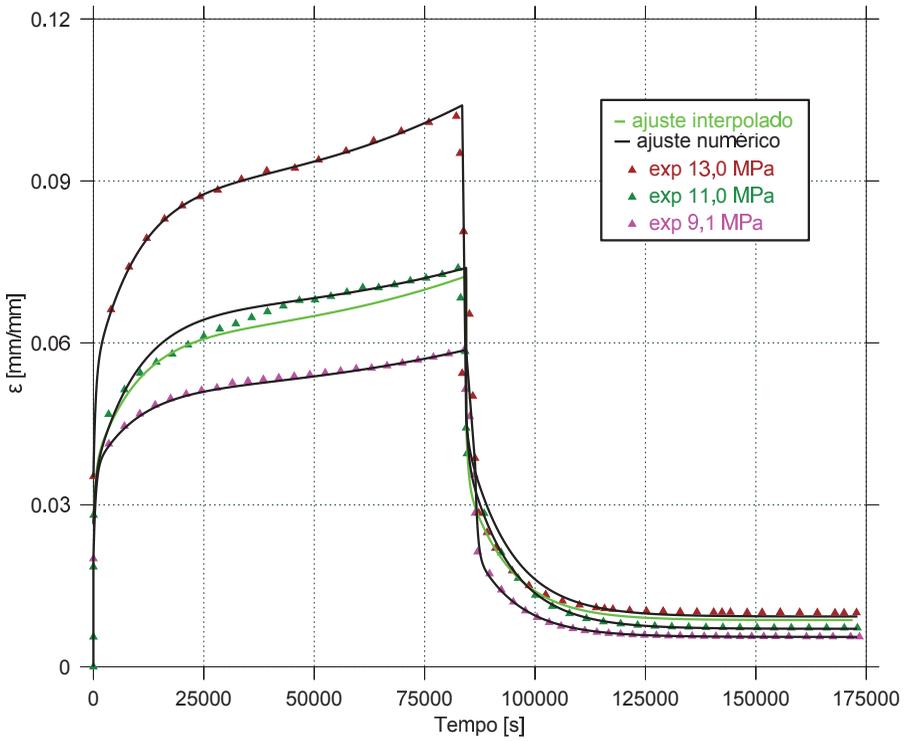
Fonte: produção do próprio autor.

Figura 59 – Interpolação dos parâmetros materiais para 9,1 [MPa].



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 60 – Interpolação dos parâmetros materiais para 11,0 [MPa].

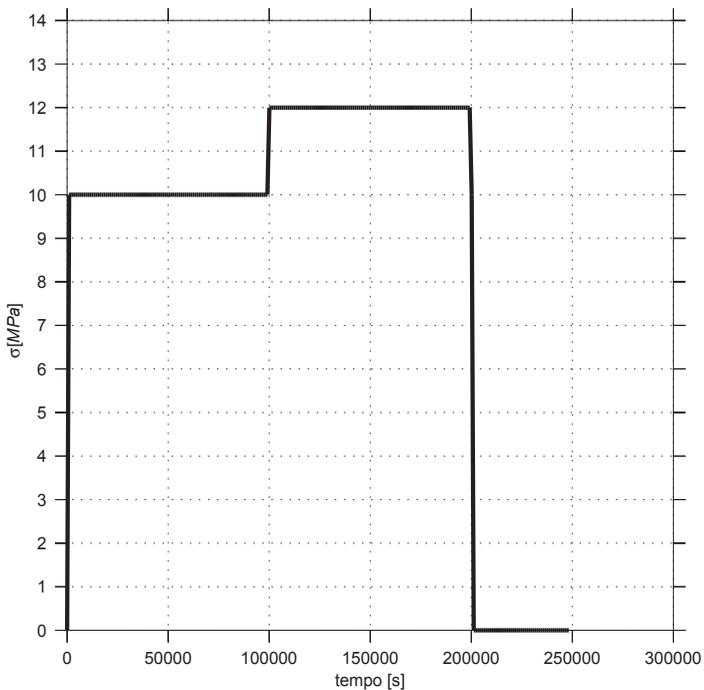


Fonte: produção do próprio autor.

6.4 RESULTADOS SIMULADOS PELO ALGORITMO MATERIAL

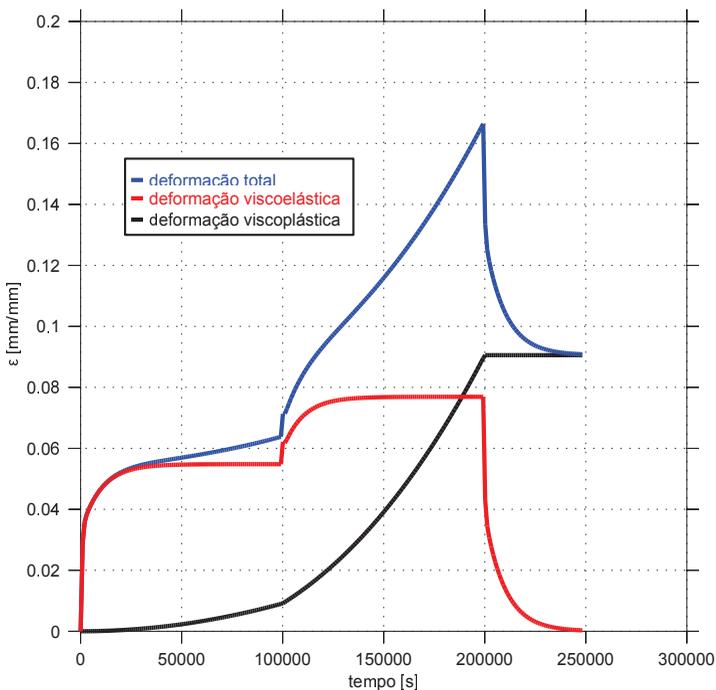
Os gráficos obtidos pelo algoritmo material são apresentados nesta seção. O caso simulado consiste na aplicação de um carregamento em função do tempo, de acordo com a Figura 61. Como pode ser visualizado nessa figura, a tensão cresce até o valor de 10 [MPa], onde é mantida constante durante um certo tempo e depois aumenta até uma tensão de 12 [MPa]. Por último, a carga é reduzida a zero. A Figura 62 apresenta o comportamento da deformação em função do tempo para o caso descrito acima.

Figura 61 – Gráfico da tensão por tempo para o caso simulado pelo algoritmo material.



Fonte: produção do próprio autor.

Figura 62 – Gráfico da deformação por tempo para o caso simulado pelo algoritmo material.



Fonte: produção do próprio autor.

Como pode ser visualizado na Figura 62, a deformação viscoelástica cresce até um certo patamar e se estabiliza até chegar no tempo de cem mil segundos. A tensão é mantida em 10 [MPa] até atingir este tempo. Neste trecho, a deformação viscoplástica começa a evoluir, aumentando assim a deformação total. Na seqüência, a tensão é subitamente aumentada para 12 [MPa] e observa-se um novo crescimento da deformação viscoelástica. Uma expansão abrupta da deformação plástica com o tempo (esta deformação é acumulada nos dois carregamentos) ocorre nesta região do gráfico. Assim, a soma das parcelas das deformações viscoelásticas e viscoplásticas resulta na amplificação dos resultados associados com a deformação total, como pode ser visualizado na figura.

7 CONCLUSÃO

Após a obtenção, análise e interpretação dos resultados pôde-se perceber que a formulação não linear viscoelastoplástica proposta foi adequada para descrever o comportamento em fluência-recuperação do Polietileno de Alta Densidade. Também, o procedimento de identificação de parâmetros adotado se mostrou eficiente na solução do problema viscoelástico, através da otimização por enxame de partículas, tanto quanto no ajuste linear do problema viscoplástico. Essa proposta forneceu bons ajustes dos ensaios experimentais, tanto na fase de fluência quanto na fase de recuperação do material.

O algoritmo de otimização do PSO mostrou-se uma boa solução para resolver o problema de identificação de parâmetros viscoelásticos. Uma restrição foi acrescentada ao problema para garantir que a curva viscoelástica permanecesse abaixo da curva experimental, característica que deve ser respeitada fisicamente. Esse tipo de restrição não pertence à família C_1 que são as funções contínuas e com primeira derivada contínua, e em vista disso, o PSO foi adotado para identificar o problema, mostrando-se eficiente e garantindo a condição imposta pela restrição.

Conclui-se também que o PEAD PE80 apresentou comportamento viscoelastoplástico não linear, mesmo para níveis de tensões baixos. Essa característica foi verificada através dos ensaios experimentais e na identificação de parâmetros, haja vista que um conjunto diferente de parâmetros viscoelásticos e viscoplásticos foi obtido para cada nível de tensão avaliado.

Além disso, pôde-se verificar que os ensaios experimentais realizados apresentaram boa reprodutibilidade e que através da confecção de um dispositivo simples e de fácil confecção conseguiu-se caracterizar e reproduzir o comportamento viscoelastoplástico não linear do PEAD. As amostras de PEAD PE80 submetidas aos ensaios de fluência-recuperação, mesmo para as cargas mais elevadas, não apresentaram grandes deformações visíveis. Portanto, um modelo de pequenas deformações pôde ser empregado para simular o comportamento desses experimentos. Para ensaios mais longos, ou com níveis de tensões maiores, seria necessário um modelo mais complexo que contemplasse grandes deformações.

A proposta de interpolação dos parâmetros materiais se mostrou satisfatória para alguns casos, entretanto uma grande variação nos resultados foi encontrada no caso da tensão de 7,2 [MPa]. Na maioria dos casos, a interpolação conseguiu reproduzir aproximadamente os ensaios experimentais, porém, os resultados foram fortemente influenciados pelos valores dos parâmetros obtidos na otimização. Consequentemente, se esses valores não apresentarem um padrão de crescimento linear, a interpolação via polinômio

do primeiro grau pode não ser a melhor alternativa de interpolação. É provável que resultados melhores sejam obtidos apresentando uma função monotônica desses parâmetros com a tensão.

7.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesta seção, algumas sugestões de trabalhos futuros são apresentadas:

- Determinar, para o conjunto de parâmetros obtidos, a região de confiança (*joint confidence region*) para cada nível de tensão, com o objetivo de avaliar a região onde esses parâmetros apresentam valores estatisticamente adequados;
- Ao invés de interpolar linearmente os parâmetros viscoelastoplásticos, ajustar uma superfície que aproxime globalmente os ensaios experimentais das curvas de fluência-recuperação, resultando numa transição suave dos parâmetros para os diversos valores de tensão;
- Estudar e avaliar a influência do parâmetro de penalização nos resultados obtidos pela otimização por PSO;
- Aplicar toda a metodologia proposta nesse trabalho adaptada para ensaios de relaxação-recuperação, de maneira a poder solucionar o problema material, a partir de incrementos de deformação, sem que ocorra o problema de instabilidade numérica discutido na apresentação do Algoritmo 2;
- Implementar, em um código de elementos finitos 1D, a formulação proposta junto com os parâmetros materiais viscoelastoplásticos obtidos e a interpolação dos mesmos, e reproduzir ensaios experimentais de tração baseados em taxas de deformação;
- Inserir na formulação material a influência da temperatura nos parâmetros viscoelastoplásticos e identificar esses coeficientes através de ensaios experimentais a diferentes níveis de temperatura controlada;

- Estender o trabalho para uma implementação 3D em um código próprio ou em um programa comercial que tenha possibilidade de introdução de rotina material fornecida pelo usuário;
- Utilizar a metodologia de derivada fracionária para determinar os parâmetros materiais da formulação proposta;

REFERÊNCIAS

ALVARADO-CONTRERAS, J. A.; POLAK, M. A.; PENLIDIS, A. A numerical implementation of damage-coupled material law for semicrystalline polyethylene. *International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, n. 29, p. 295–320, 2012. Citado na página 52.

BARBETTA, P. A.; REIS, M. M.; BORNIA, A. C. *Estatística para cursos de engenharia e informática*. São Paulo: Atlas, 2004. Citado na página 133.

BARTCZAK, Z.; ARGON, A. S.; COHEN, R. E. Deformation mechanisms and plastic resistance in single-crystal-textured high density polyethylene. *Macromolecules*, n. 25, p. 5036–5053, 1992. Citado na página 52.

BERNSTEIN, B.; KEARSLEY, E. A.; ZAPAS, L. J. A study of stress relaxation with finite strain. *Transactions of the Society of Rheology*, v. 7, p. 391–410, 1963. Citado na página 62.

BRINSON, H. F.; BRINSON, L. C. *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity. An Introduction*. New York: Springer, 2008. Citado 5 vezes nas páginas 42, 44, 45, 48 e 62.

CANEVAROLO JR., S. V. *Ciência dos Polímeros: um texto básico para tecnólogos e engenheiros*. São Paulo: Artliber, 2002. Citado 5 vezes nas páginas 35, 37, 40, 44 e 48.

CAVALCANTE, A. *Meu pai meu herói*. São Paulo: Gente, 2008. Citado na página 7.

CHENG, J. J.; POLAK, M. A.; PENLIDIS, A. An alternative approach to estimating parameters in creep models of high-density polyethylene. *Polymer Engineering and Science*, p. 1227–1235, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 49, 70 e 135.

CORTES, O.; URQUIZA, G.; HERNANDEZ, J. A. Inverse heat transfer using levenberg-marquardt and particle swarm optimization methods for heat source estimation. *Applied Mechanics and Materials*, v. 15, p. 35–40, 2009. Citado na página 82.

CREMA, F. L. *Análise Viscoelástica Não-Linear de Componentes Poliméricos com Elementos Finitos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007. Citado na página 38.

- DASAPPA, P. *Constitutive Modelling of Creep in a Long Fiber Random Glass Mat Thermoplastic Composite*. Tese (PhD) — University of Waterloo, Canada, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 45, 48, 57 e 58.
- DASAPPA, P.; LEE-SULLIVAN, P.; XIAO, X. Development of viscoplastic strains during creep in continuous fibre gmt composites. *Composites: Part B*, v. 41, p. 48–57, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 52.
- DEVITT, T. Stirring the ocean: Calculating the role of the oceans' swimmers. 2010. Acesso em: 27 abril 2014. Disponível em: <<http://www.news.wisc.edu/18191>>. Citado na página 80.
- DUSUNCELI, N. Modeling finite deformation behavior of semicrystalline polymers under uniaxial loading-unloading. *Journal of Elastomers and Plastics*, v. 42, 2010. Citado na página 55.
- DUSUNCELI, N.; COLAK, O. U. The effects of manufacturing techniques on viscoelastic and viscoplastic behavior of high density polyethylene (hdpe). *Materials and Design*, n. 29, p. 1117–1124, 2008. Citado na página 36.
- EBERHART, R.; KENNEDY, J. A new optimizer using particle swarm theory. In: *Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*. [S.l.]: IEEE Press, 1995. p. 39–43. Citado 3 vezes nas páginas 79, 80 e 83.
- EBEWELLE, R. O. *Polymer Science and Technology*. Florida: CRC Press LLC, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.
- ELLEUCH, R.; TAKTAK, W. Viscoelastic behavior of hdpe polymer using tensile and compressive loading. *Journal of Materials Engineering and Performance*, v. 15, n. 1, p. 111–116, 2006. Citado na página 31.
- FENG, X.-T. et al. Identification of visco-elastic models for rocks using genetic programming coupled with the modified particle swarm optimization algorithm. *International Journal of Rocks Mechanics and Mining Sciences*, v. 43, p. 789–801, 2006. Citado na página 82.
- FERRY, J. D. *Viscoelastic Properties of Polymers*. New York: John Wiley, 1980. Citado na página 45.
- FLÜGGE, W. *Viscoelasticity*. Blaisdell: Waltham, Mass, 1967. Citado na página 59.
- FONTES, R. A. M. *Fabrico e Caracterização de Scaffolds à Base de Fosfatos de Cálcio*. Tese (PhD) — Universidade Técnica de Lisboa, Portugal, 2010. Citado na página 36.

FRANK, G. J.; BROCKMAN, A. A viscoelastic-viscoplastic constitutive model for glassy polymers. *International Journal of Solids and Structures*, v. 38, p. 5149–5164, July 2001. Citado na página 36.

GABRIEL, L. When plastic pipe responds - relax and enjoy. In: *Third Conference on Structural Performance of Pipes*. Ohio University: [s.n.], 1998. Citado na página 54.

GAMST, G.; MEYERS, L. S.; GUARINO, A. J. *Analysis of Variance Designs: A Conceptual and Computational Approach with SPSS and SAS*. United Kingdom: Cambridge University Press, 2008. Citado na página 133.

HERRMAN, K.; GERNGROSS, O.; ABITZ, W. Zur röntgenographischen strukturforschung des gelatinemicells. *Z Phys Chem B*, n. 10, p. 371–394, 1930. Citado na página 39.

HORNIG, K. H.; FLOWERS, G. T. Performance of heuristic optimisation methods in the characterisation of the dynamic properties of sandwich composite materials. *International Journal of Acoustic and Vibrations*, v. 12, p. 60–68, 2007. Citado na página 82.

JENOVENCIO, G. *Análise e Implementação de Modelo Constitutivo de Viscoplasticidade em Regime de Deformação Finita: Aplicação em Polímeros Termoplásticos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 107 e 108.

KAMPBELL, N. E.; KOZMAN, D. P.; GODDARD, J. B. Changes in hydraulic capacity of corrugated hdpe pipe with time. In: *Third Conference on Structural Performance of Pipes*. Ohio University: [s.n.], 1998. Citado na página 54.

KAVEH, A.; TALATAHARI, S. A general model for meta-heuristic algorithms using concept of fields of forces. *Acta Mechanica*, v. 221, p. 99–118, 2011. Citado na página 82.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *International Conference on Neural Networks*. [S.l.]: IEEE Press, 1995. p. 1942–1948. Citado 3 vezes nas páginas 79, 80 e 83.

KHAN, A. S.; WANG, X. *Strain Measurements and Stress Analysis*. [S.l.]: Prentice Hall, 2001. Citado na página 100.

KLOMPEN, E. T. J. *Mechanical properties of solid polymers. Constitutive modelling of long and short term behaviour*. Tese (PhD) — Technische Universiteit Eindhoven, Eindhoven, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 63.

- KREVELEN, D. W. V. *Properties of Polymers*. 1. ed. Netherlands: Elsevier, 1997. Citado 3 vezes nas páginas 40, 41 e 45.
- KÜHL, A. et al. Modeling nonlinear viscoelastoplastic behavior of high density polyethylene (hdpe) using particle swarm optimization (pso). In: *XXXIV Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering*. [S.l.: s.n.], 2013. Citado 5 vezes nas páginas 54, 67, 73, 83 e 103.
- LAI, J. *Non-linear Time-dependent Deformation Behaviour of High Density Polyethylene*. Tese (PhD) — Delft University of Technology, The Netherlands, 1995. Citado 7 vezes nas páginas 31, 36, 37, 39, 42, 53 e 54.
- LAI, J.; BAKKER, A. Analysis of the nonlinear creep of high-density polyethylene. *Polymer*, v. 36, n. 1, p. 93–99, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 31, 52, 62 e 66.
- LIU, H. *Material modelling for structural analysis of Polyethylene*. Dissertação (Mestrado) — University of Waterloo, Canada, 2007. Citado 3 vezes nas páginas 31, 48 e 72.
- LIU, H.; POLAK, M. A.; PENLIDIS, A. A practical approach to modeling time-dependent nonlinear creep behavior of polyethylene for structural applications. *Polymer Engineering and Science*, p. 159–167, 2008. Citado 5 vezes nas páginas 36, 61, 77, 103 e 106.
- LOCKETT, F. J. *Nonlinear Viscoelastic Solids*. New York: Academic Press, 1972. Citado na página 59.
- LUERSEN, M. A.; RICHE, R. L.; GUYON, F. A constrained, globalized, and bounded nelder-meard method for engineering optimization. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, v. 27, n. 1, p. 43–54, 2004. Citado na página 71.
- MARK, H. F. *Encyclopedia of Polymer Science and Technology*. 3 rd. ed. New York: John Wiley, 2003. Citado na página 55.
- MARKLUND, E.; VARNA, J.; WALLSTRÖM, L. Nonlinear viscoelasticity and viscoplasticity of flax/polypropylene composites. *Journal of Engineering Materials and Technology*, v. 128, p. 527–536, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 62 e 66.
- MCCRUM, N. G.; BUCKLEY, C. P.; BUCKNALL, C. B. *Principles of Polymer Engineering*. New York: Oxford University Press, 1988. Citado 3 vezes nas páginas 41, 48 e 49.

- MUI, J. *Viscoelastic-Viscoplastic Model to Predict Creep in Random Chopped Mat Thermoplastic Composite*. Dissertação (Mestrado) — University of Waterloo, Canada, 2008. Citado 4 vezes nas páginas 50, 51, 66 e 103.
- MUÑOZ-ROJAS, P. A. et al. Modeling nonlinear viscoelastic behavior of high density polyethylene (hdpe): Application of stress-time equivalence versus interpolation of rheological properties. In: *International Symposium on Solid Mechanics*. [S.l.: s.n.], 2011. Citado 4 vezes nas páginas 31, 64, 65 e 73.
- NORDIN, L. O.; VARNA, J. Nonlinear viscoplastic and nonlinear viscoelastic material model for paper fiber composites in compression. *Composites: Part A*, v. 37, p. 344–355, 2006. Citado na página 106.
- PAPANICOLAU, G. C. et al. Time and temperature effect on the linear-nonlinear viscoelastic transition threshold of a polymeric system. *Journal of Applied Polymer Science*, v. 108, p. 640–649, 2008. Citado na página 31.
- PEREZ, R. E.; BEHDINAN, K. Particle swarm approach for structural design optimisation. *Computers & Structures*, v. 85, p. 1579–1588, 2007. Citado na página 82.
- PHYSICS; ASTRONOMY. McMaster university. 2013. Acesso em: 24 out. 2013. Disponível em: <http://www.physics.mcmaster.ca/polymer/755/PHYS_755/Home.html>. Citado na página 41.
- PIPKIN, A. C.; ROGERS, T. G. A non-linear integral representation for viscoelastic behaviour. *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, v. 16, p. 59–72, 1968. Citado na página 62.
- POLI, R. *An analysis of publications on particle swarm optimisation applications*. United Kingdom, 2007. 59-72 p. Citado na página 80.
- RIANDE, E. et al. *Polymer Viscoelasticity: stress and strain in practice*. New York: Marcel Dekker, Inc., 2000. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 45.
- ROSEN, S. L. *Fundamental Principles of Polymeric Materials*. 2 nd. ed. New York: John Wiley, 1993. Citado na página 39.
- SARUHAN, H. An engineering theory of nonlinear viscoelasticity with applications. *Journal of Engineering and Science*, v. 16, n. 2, p. 207–212, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 82 e 83.
- SCHAPERLY, R. A. An engineering theory of nonlinear viscoelasticity with applications. *International Journal of Solids and Structures*, v. 2, p. 407–425, 1966. Citado na página 62.

SCHAPERLY, R. A. On the characterization of nonlinear viscoelastic materials. *Polymer Engineering and Science*, v. 9, p. 295–310, 1969. Citado na página 62.

SCHAPERLY, R. A. Nonlinear viscoelastic and viscoplastic constitutive equations based on thermodynamics. *Mechanics of time-dependent materials*, v. 1, p. 209–240, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 66.

SCHWARZL, F.; STAVERMAN, A. J. Time temperature dependence of linear viscoelastic behavior. *Journal of Applied Physics*, v. 23, p. 838–843, 1952. Citado na página 62.

SÉGARD, E. et al. Influence of the fibre-matrix interface on the behaviour of polypropylene reinforced by short glass fibres above the glass transition temperature. *Composites Science and Technology*, v. 62, p. 2029–2036, 2002. Citado na página 62.

SHAW, M.; MACKNIGHT, W. J. *Introduction to Polymer Viscoelasticity*. New Jersey: John Wiley, 2005. Citado na página 45.

SIMO, J. C.; HUGHES, T. *Computational Inelasticity*. New York: Springer-Verlag, 1998. Citado na página 68.

SMITH, G. Now that's a big bird! flock of thousands of starlings creates intimidating shapes to scare off prowling falcon. 2014. Acesso em: 27 abril 2014. Disponível em: <<http://www.dailymail.co.uk/news/article-2144081/html>>. Citado na página 79.

TIAN, N. et al. Quantum-behaved particle swarm optimization with ring topology and its applications in estimating temperature-dependent thermal conductivity. *Numerical Heat Transfer*, v. 60, p. 73–95, 2011. Citado na página 82.

VAZ JR., M.; CARDOSO, E. L.; STAHLSCHEMIDT, J. Particle swarm optimization and identification of inelastic material parameters. *Engineering Computations*, Emerald Group Publishing Limited, v. 30, n. 7, p. 936–960, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 82, 85, 86 e 104.

ZAOUTSOS, S.; PAPANICOLAOU, G. C.; CARDON, A. H. On the non-linear viscoelastic behaviour of polymer-matrix composites. *Composites Science and Technology*, v. 58, p. 883–889, 1998. Citado na página 62.

ZAPAS, L.; CRISSMAN, J. M. Creep and recovery behaviour of ultra-high molecular weight polyethylene in the region of small uniaxial deformations. *Polymer*, v. 25, p. 57–62, 1984. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 66.

ZIENKIEWICZ, M.; WATSON, M.; KING, I. P. A numerical method of visco-elastic stress analysis. *International Journal of Mechanical Science*, v. 10, p. 807–827, 1968. Citado na página 74.

APÊNDICE A – ANÁLISE DE VARIÂNCIA

A análise de variância (ANOVA) é uma técnica estatística usada para avaliar o tamanho da diferença entre valores de certos conjuntos (GAMST; MEYERS; GUARINO, 2008). Aqui, a análise de variância foi utilizada com o intuito de avaliar a influência de cada parâmetro viscoelástico nos resultados da otimização. Para isso, adotou-se o método ANOVA com três fatores (mais detalhes desse método em Gamst et al., 2008). Esse procedimento consiste em calcular a soma dos quadrados totais (SQT), dada por

$$SQT = \sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j y_{ij}^2 - \frac{(\sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j y_{ij})^2}{ij} \quad (\text{A.1})$$

onde y_{ij} representa o valor do parâmetro na coordenada ij , i é o número de ensaios experimentais em cada nível de tensão ($i = 4$), j é o número de coeficientes adotados ($j = 3$) e ij é o total de ensaios realizados ($ij = 12$). Também, é necessário calcular a soma dos quadrados dos tratamentos (SQTrat), expressa por

$$SQTrat = \frac{\sum_{i=1}^i y_i^2}{j} - \frac{(\sum_{i=1}^i \sum_{j=1}^j y_{ij})^2}{ij} \quad (\text{A.2})$$

e a soma dos quadrados dos resíduos é obtida por

$$SQRes = SQT - SQTrat \quad (\text{A.3})$$

O teste F determina a influência de cada variável e se essa grandeza for maior do que um valor crítico, existem evidências de diferenças significativas nas médias calculadas (BARBETTA; REIS; BORNIA, 2004). O teste F é determinado por

$$f = \frac{QMTrat}{QMRes} \quad (\text{A.4})$$

onde o quadrado médio é dado por $QMTrat = SQTrat/gl$ e o quadrado médio do resíduo é dado por $QMRes = SQRes/gl$ e gl é o grau de liberdade do problema ($i - 1$). A seguir, as Tabelas 11, 12, 13, 14, 15, 16 e 17 apresentam os resultados da análise de variância para cada nível de tensão.

Tabela 11 – ANOVA para 1,8 [MPa].

Tensão = 1,8 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	3,45e06	3	1,15e06	80,70
E_1	8,35e06	3	2,78e06	195,32
E_2	7,23e06	3	2,41e06	169,12
Erro	1,14e5	8	1,43e04	
Total	1,91e7	11		

Tabela 12 – ANOVA para 3,6 [MPa].

Tensão = 3,6 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	1,79e07	3	5,97e06	51,08
E_1	7,02e06	3	2,34e06	20,04
E_2	2,89e07	3	9,64e06	82,56
Erro	9,34e05	8	1,17e05	
Total	5,48e07	11		

Tabela 13 – ANOVA para 5,5 [MPa].

Tensão = 5,5 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	1,56e07	3	5,19e06	164,11
E_1	1,14e07	3	3,79e06	119,92
E_2	6,40e06	3	2,13e06	67,48
Erro	2,53e05	8	3,16e04	
Total	3,36e07	11		

Tabela 14 – ANOVA para 7,2 [MPa].

Tensão = 7,2 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	7,88e07	3	2,63e07	45,73
E_1	2,72e08	3	9,08e07	158,11
E_2	9,59e07	3	3,20e07	55,67
Erro	4,60e06	8	5,74e05	
Total	4,52e08	11		

Tabela 15 – ANOVA para 9,1 [MPa].

Tensão = 9,1 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	3,37e06	3	1,12e06	266,10
E_1	5,19e06	3	1,73e06	409,39
E_2	5,27e06	3	1,76e06	415,70
Erro	3,38e04	8	4,22e03	
Total	1,39e07	11		

Tabela 16 – ANOVA para 11,0 [MPa].

Tensão = 11,0 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	5,04e06	3	1,68e06	61,52
E_1	2,66e07	3	8,85e06	324,14
E_2	5,86e06	3	1,95e06	71,56
Erro	2,19e05	8	2,73e04	
Total	3,77e07	11		

Tabela 17 – ANOVA para 13,0 [MPa].

Tensão = 13,0 [MPa]				
Parâmetro	SQ	gl	QM	f
E_0	1,92e06	3	6,40e05	110,36
E_1	4,28e07	3	1,43e07	2461,67
E_2	9,62e05	3	3,21e05	55,28
Erro	4,64e04	8	5,80e03	
Total	4,58e07	11		

A análise de variância, e conseqüentemente o teste f , demonstraram que todos os parâmetros viscoelásticos (E_0 , E_1 e E_2) adotados são estatisticamente significantes, já que os valores de F calculados foram maiores que o $f_{critico}$ (para o grau de liberdade do problema e uma significância de 5% $f_{critico}$ é 2,78). Também, o parâmetro com valor de f mais elevado apresenta maior significância no modelamento da fluência e com todos os parâmetros sendo influentes, nenhum elemento pode ser removido para simplificar o modelo atual (CHENG; POLAK; PENLIDIS, 2011).