O giro máximo da plataforma de um robô é influenciado pela sua orientação inicial, e portanto, há uma orientação inicial que pode convenientemente maximizar o giro da plataforma. Apresenta-se neste trabalho um método de otimização gráfica que encontra esta orientação conveniente. O espaço de trabalho de um robô paralelo, com relação à orientação, é composto por diferentes sub-espaços isolados. A separação entre sub-espaços se deve à presença de restrições como singularidades e colisões. Em cada sub-espaço a plataforma apresenta diferentes amplitudes de giro em torno de determinado eixo. Em configurações singulares os robôs ganham ou perdem graus de liberdade o que os torna inoperantes, do ponto de vista do controle. A operação de um robô pode ser situada em um determinado sub-espaço através da orientação inicial conveniente da sua plataforma. Caso esta orientação inicial conveniente altere a orientação original da ferramenta, esta deve ser compensada, já que a ferramenta está fixa na plataforma. O cálculo do espaço de trabalho, utilizado para determinar a orientação conveniente, considera a análise cinemática e de colisão do robô. A análise cinemática é realizada com base na teoria dos helicoides, que é utilizada para determinar quantitativamente o índice de proximidade do robô às configurações singulares. Portanto, este trabalho apresenta um método para determinar a orientação inicial conveniente de uma plataforma que permita maiores amplitudes de giro em torno de um eixo para um dado robô.

Orientador: Aníbal Alexandre Campos Bonilla

Joinville, 2017

ANO
2017

YURI DANIEL MORATELLI | OTIMIZAÇÃO GRÁFICA DO GIRO DE UM ROBÔ PARALELO ATRAVÉS DA ORIENTAÇÃO INICIAL

UDESC

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

OTIMIZAÇÃO GRÁFICA DO GIRO DE UM ROBÔ PARALELO ATRAVÉS DA ORIENTAÇÃO INICIAL

YURI DANIEL MORATELLI

JOINVILLE, 2017

YURI DANIEL MORATELLI

OTIMIZAÇÃO GRÁFICA DO GIRO DE UM ROBÔ PARALELO ATRAVÉS DA ORIENTAÇÃO INICIAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

ORIENTADOR: Dr. Aníbal Alexandre Campos Bonilla

JOINVILLE, SC

2017

Ficha catalográfica elaborada pelo(a) autor(a), com
auxílio do programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC

DANIEL MORATELLI, YURI
OTIMIZAÇÃO GRÁFICA DO GIRO DE UM ROBÔ PARALELO ATRAVÉS DA ORIENTAÇÃO INICIAL / YURI DANIEL MORATELLI. - Joinville , 2017.
135 p.

Orientador: Aníbal Alexandre Campos Bonilla
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2017.

1. Robô paralelo. 2. Maximização de giro. 3. Orientação inicial. 4. Representação gráfica. I. Alexandre Campos Bonilla, Aníbal . II. Universidade do Estado de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação. III. Título.

YURI DANIEL MORATELLI

OTIMIZAÇÃO GRÁFICA DO GIRO DE UM ROBÔ PARALELO ATRAVÉS DA ORIENTAÇÃO INICIAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Banca Examinadora

Orientador:

____
Prof. Dr. Aníbal Alexandre Campos Bonilla
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membro:

____
Prof. Dr. Eduardo Lenz Cardoso
Universidade do Estado de Santa Catarina

____
Prof. Dr. Lucas Weihmann
Universidade Federal de Santa Catarina

Joinville, 28/07/2017.

Em memória a Terezinha Pirovano Moratelli, pelo exemplo de perseverança e caráter mesmo nos momentos de dificuldade.

Para minha esposa Priscila e a meus pais Ilário e Ivanir, por todo o amor e apoio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por todas as coisas.

Gostaria de agradecer as minhas irmãs Aline e Michelle pela paciência e carinho. Aos meus sogros Nilva e Luiz por sempre me apoiar e incentivar a seguir em frente.

Agradeço aos colegas de curso de pós graduação Ademar Bender, Priscila Warch, Bruno Christoff e Luis Eduardo pelos momentos de estudo, descontração e por suas ajudas durante este período. Aos professores Lenz e Pablo pelas conversas no laboratório LAMEC, onde pude conhecê-los melhor.

Não poderia esquecer de agradecer ao Professor Alexandre Campos pela dedicação e paciência na orientação. Sem a ajuda do mesmo este trabalho não aconteceria.

Agradeço a CAPES pelo apoio financeiro.

RESUMO

O giro máximo da plataforma de um robô é influenciado pela sua orientação inicial, e portanto, há uma orientação inicial que pode convenientemente maximizar o giro da plataforma. Apresenta-se neste trabalho um método de otimização gráfica que encontra esta orientação conveniente. O espaço de trabalho de um robô paralelo, com relação à orientação, é composto por diferentes sub-espaços isolados. A separação entre sub-espaços se deve à presença de restrições como singularidades e colisões. Em cada sub-espaço a plataforma apresenta diferentes amplitudes de giro em torno de determinado eixo. Em configurações singulares os robôs ganham ou perdem graus de liberdade o que os torna inoperantes, do ponto de vista do controle. A operação de um robô pode ser situada em um determinado sub-espaço através da orientação inicial conveniente da sua plataforma. Caso esta orientação inicial conveniente altere a orientação original da ferramenta, esta deve ser compensada, já que a ferramenta está fixa na plataforma. O cálculo do espaço de trabalho,utilizado para determinar a orientação conveniente,considera a análise cinemática e de colisão do robô. A análise cinemática é realizada com base na teoria dos helicoides, que é utilizada para determinar quantitativamente o índice de proximidade do robô às configurações singulares. Portanto, este trabalho apresenta um método para determinar a orientação inicial conveniente de uma plataforma que permita maiores amplitudes de giro em torno de um eixo para um dado robô.

Palavras-chave: Robô paralelo. Maximização do giro. Orientação inicial. Representação gráfica.

RESUMO

The maximum twist for a robot platform is function of its initial orientation. Thus, there is an initial orientation that can conveniently maximize the rotation of the platform. This work presents a graphical optimization method that finds this convenient orientation. The parallel robot workspace, relative to it's orientation, is composed of different isolated sub-spaces. The separation between sub-spaces is due constraints such as singularities and collisions. In each sub-space, the platform presents different amplitudes of rotation around a certain axis. In singular configurations the robots gain or lose degrees of freedom which makes them inoperative, or incontrollable. A given robot may operate in a sub-space starting in a convenient initial orientation of its platform. If this convenient suitable initial orientation changes the original orientation of the tool, it must be compensated, since the tool is fixed to the platform, using robot kinematic and collision analysis. The kinematic analysis is performed based on the Screw theory, that allows determine robot proximity index of the quantum singularity configurations. Therefore, this work presents a method to determine the convenient initial orientation of a platform that allows larger amplitudes of rotation around an axis for a given robot.

Keywords: Parallel robot, Maximum platform rotation. Initial orientation. Graphical representation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IFR	International Federation of Robotics
GdL	Graus de Liberdade
SPS	Spheric-Prismatic-Spheric
UPS	Universal-Prismatic-Spheric
SSM	Simplified Symmetric Manipulator
MSSM	Minimal Simplified Symmetric Manipulator
ETP	Espaço de trabalho de posição
ETO	Espaço de trabalho de orientação
ETM	Espaço de trabalho misto
OI	Orientação inicial
POI	Ponto que representa a orientação inicial
REGM	Reta do eixo de giro máximo
CEMGM	Círculo dos eixos de máximos giros mínimos

LISTA DE SÍMBOLOS

A_i	Ponto onde a junta esférica é fixo na base
B_i	Ponto onde a junta esférica é fixo na plataforma
P	Origem da plataforma
χ_i	Ângulo em que a junta esférica é fixo na base
ζ_i	Ângulo em que a junta esférica é fixo na plataforma
r_b	Raio da base
r_p	Raio da plataforma
d	Comprimento da junta prismática
L_{min}	Valor mínimo de comprimento da junta prismática
L_{max}	Valor máximo de comprimento da junta prismática
r_a	Raio da perna do robô
TC_{ang}	Tolerância de colisão angular
TC_{lin}	Tolerância de colisão linear
ϕ	*Roll*
θ	*Pitch*
ψ	*Yaw*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Um Robô é um sistema mecânico sob controle automático que executa tarefas como manipulação e locomoção (IFTOMM, 1991). As características dos robôs podem ser melhoradas em função da seleção adequada dos parâmetros de projeto, próprios da arquitetura do robô ou da sua localização no laboratório ou chão de fábrica. Há diversas classes de robôs utilizados segundo as suas arquiteturas para diferentes tarefas particulares.

Podem-se classificar os robôs de acordo com suas topologias, em seriais e paralelos (MERLET, 2000). Os robôs seriais contêm uma cadeia cinemática composta por juntas atuadas consecutivas que unem a base ao efetuador. Estes são caracterizados por grandes espaços de trabalho e alta destreza, mas com pouca rigidez e baixa aceleração. Por outro lado, os robôs paralelos contêm um conjunto de cadeias cinemáticas (com juntas atuadas e passivas) paralelas entre a base e a plataforma, também denominada como plataforma móvel ou efetuador. Os robôs paralelos apresentam alta rigidez e altas acelerações, porém seu espaço de trabalho (função da posição e da orientação) é limitado (TSAI, 1999).

A orientação inicial da plataforma de um robô paralelo influencia no seu giro máximo, em um ou mais eixos. Portanto, existe uma orientação inicial conveniente que maximiza o giro da plataforma em torno de um determinado eixo. Neste trabalho é apresentado um método de otimização gráfica para determinar esta orientação inicial conveniente, partindo das representações do espaço de trabalho.

A medição do espaço de trabalho com a posição fixa da plataforma (3 graus de liberdade - GdL) considerando a sua variação de orientação (3GdL) tem sido tema de algumas pesquisas (JIANG et al., 2015; ARROUK; BOUZGARROU; GOGU, 2017; TSAI; LIN, 2006; BONEV; RYU, 2001). Outras pesquisas têm analisado a medição do espaço de trabalho com a orientação fixa da plataforma (3GdL) e variando a sua posição (3GdL) (PEIDRÓ et al., 2016; BOANTA; BRISAN, 2016; POTT; KRAUS, 2016). Há ainda pesquisas que consideram a medição do espaço de trabalho (3GdL) com variação na posição e orientação da plataforma (com variação em três eixos, e cada eixo representa posição ou orientação), sendo um espaço de trabalho misto (HUANG; THEBERT, 2010; BOHIGAS; MANUBENS; ROS, 2013). Portanto, a variação de 3GdL possibilita a obtenção de representações gráficas que permitem a interpretação do espaço de trabalho.

O espaço de trabalho sob uma região de posições para a plataforma Stewart-Gough é maximizado para um espaço de orientação livre de singularidades (JIANG et al., 2015). Neste caso a posição ideal está na linha perpendicular à base, passando em seu centroide. Considerando a simetria, um paralelepípedo com centro na posição ideal, poderia ser uma região de posições de trabalho interessante para a plataforma de Stewart-Gough.

O espaço de trabalho de orientação (ETO) de um robô paralelo esférico, pode ser representado utilizando coordenadas esféricas e radiais (ARROUK; BOUZGARROU; GOGU, 2017). Utilizando ângulos de Euler para rotacionar o robô, o ETO é determinado e representado independentemente para cada membro. A representação final é um sólido (3GdL), obtido através de intersecção Booleana dos volumes independentes.

O ETO de um robô paralelo pode ser representado por múltiplas seções (TSAI; LIN, 2006). Essas representações do espaço de trabalho (3GdL), são obtidas seccionando o espaço de trabalho em seções planas (2GdL). Assim o ETO pode ser visualizado ao sobrepor estas seções. Bonev e Ryu (2001) consideram as coordenadas radiais em várias camadas para representar o ETO. A plataforma é rotacionada considerando os ângulos de Euler partindo de um ponto fixo no espaço, parando o mapeamento em uma direção ao chegar em uma limitação. A representação considera pontos dispostos radialmente no plano com uma variação linear das camadas na vertical.

Considerando um robô bípede, o cálculo do espaço de trabalho da posição (ETP) pode ser efetuado por algoritmos de busca (PEIDRÓ et al., 2016). Este método computacional considera as orientações constantes, mapeando as posições alcançáveis pela plataforma. Assim determina-se como o robô, cuja a tarefa é transpor obstáculos 3D, pode sobrepor os obstáculos.

As juntas de um robô podem influenciar diretamente no ETP do robô , pelas suas limitações e topologias (BOANTA; BRISAN, 2016). O volume do ETP para diversos robôs com diferentes tipos de juntas, é analisado para uma orientação constante na plataforma. Assim determinando como cada junta limita o espaço de trabalho.

Uma das etapas mais importantes na análise e síntese cinemática de robôs guiados por cabos, é a medição do espaço de trabalho (POTT; KRAUS, 2016). Com um robô guiado por cabos é necessário fazer a medição do espaço de trabalho juntamente com a ação nos cabos. Esta medição dupla é efetuada para que os cabos não balancem por influências externas. Além da medição do ETP considerando a ação dos cabos, é explorada a redução do tempo no mapeamento.

Em robôs de 3GdL o espaço de trabalho de posição e orientação é representado graficamente por Huang e Thebert (2010). Considerando dois robôs paralelos é efetuado o cálculo do espaço de trabalho misto (ETM), demonstrando que as singularidades afetam o espaço de trabalho. A análise de como a mudança de uma junta rotacional para prismática pode afetar o espaço de trabalho do robô, também é considerada.

O volume de trabalho de uma plataforma de Stewart-Gough (6GdL) não pode ser visualizado como um todo (BOHIGAS; MANUBENS; ROS, 2013). Contudo, é possível representar o ETO em 3GdL com clareza. Uma possibilidade é a divisão do ETO em seções de 2GdL de orientação para uma posição fixa. Ao variar um eixo de posição uma nova seção representativa é calculada, assim tendo então uma representação com dois eixos de rotação e um eixo de translação.

Ao mudar os parâmetros do robô, como o raio da base ou plataforma, o espaço de trabalho é modificado. Assim sendo, o espaço de trabalho pode ser utilizado como instrumento de avaliação para sua maximização.

Em geral, a maximização do giro da plataforma depende das modificações estruturais dos robôs, como a posição das juntas, curso (máximo e mínimo) dos atuadores e a distância entre a base e a plataforma. Estas modificações estruturais são calculadas otimizando uma determinada função objetivo (HWANG et al., 2007; LEE; SEO; KIM, 2011; YOON; RYU; HWANG, 2010). A otimização se mostra eficiente para as etapas de desenvolvimento de novos robôs e reestruturação dos robôs existentes, permitindo que estes obtenham a maior orientação possível. Entretanto, são necessárias opções que permitam a obtenção de maiores giros para os robôs já existentes, sem alterar a sua arquitetura.

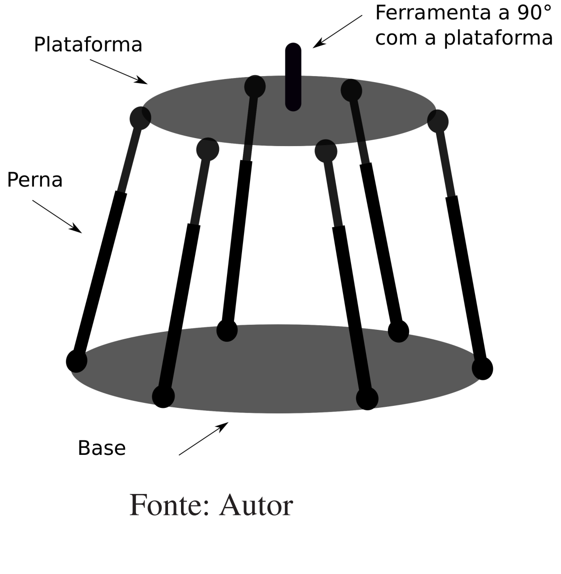
Segundo Arora (2004), problemas de otimização com até duas variáveis podem ser solucionados graficamente. Este método de otimização considera a análise visual da influência das variáveis de projeto, em relação ao valor da função objetivo. A otimização gráfica é utilizada, em geral, para introduzir os conceitos básicos, como função objetivo, variáveis de projeto e restrições (ARORA, 2004). Este método de otimização tem a desvantagem de considerar faixas finitas para os valores das variáveis de projeto, portanto tais variáveis só podem ser analisadas dentro de faixas pré-determinadas. Nas representações do ETO (2GdL), as variáveis de projeto são ângulos e como tais variam de forma cíclica, ou seja, se repetem após voltas completas. Por exemplo, se a faixa analisada é definida por -2π até 2π, não existe nenhum valor para o ângulo que não esteja incluso nesta faixa. Sendo assim, para as otimizações que usam ângulos como variáveis de projeto, o método de otimização gráfica não apresenta limitações.

O presente trabalho propõe uma sequência aos métodos de otimização do espaço de trabalho em robôs paralelos. Este método considera a mudança de orientação inicial como fator de maximização, possibilitando que robôs em operação possam ter seus giros maximizados em determinado eixo sem modificações em suas topologias.

A partir dos trabalhos de Campos et al. (2011) e Neto e Campos (2014) desenvolvidos no grupo de robótica da UDESC/PPGEM, relativos à otimização e maximização do espaço de trabalho de robôs paralelos, observa-se que o espaço de trabalho de orientação, *considerando a plataforma móvel em uma posição fixa*, pode estar divido em vários sub-espaços isolados. Estes sub-espaços estariam separados por regiões operantes e inoperantes, isto é, regiões onde o robô apresenta colisão entre seus membros, ganha ou perde graus de liberdade. Através da análise da cinemática e das colisões é possível determinar o espaço de trabalho do robô paralelo e suas representações gráficas. A partir da análise destas representações, é possível determinar a orientação conveniente da plataforma (variáveis de projeto) que maximiza o seu giro em torno de um dado eixo (função objetivo).

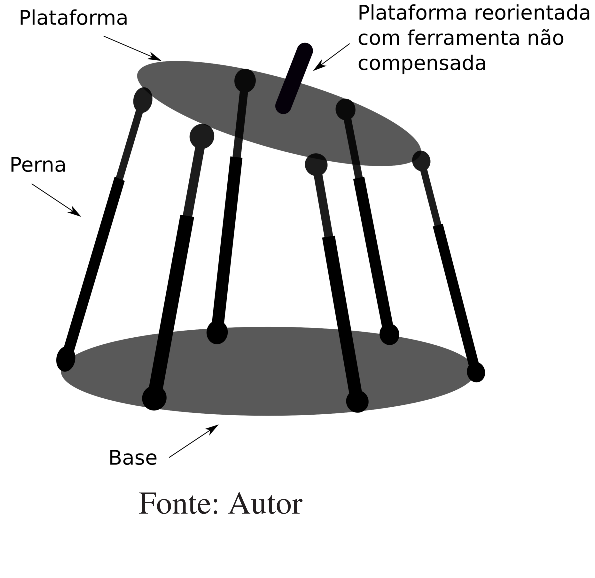
Por exemplo, seja a figura 1 a representação da orientação original de um dado robô paralelo, caso a otimização indique que a orientação inicial conveniente, para maximizar o giro, seja a representada na figura 2 , é necessário compensar a orientação da ferramenta como demostra a figura 3 . Esta nova orientação situa a plataforma em um ponto no ETO o mais afastado possível das regiões restritas ao longo do eixo de giro desejado.

Figura 1 – Robô na orientação original



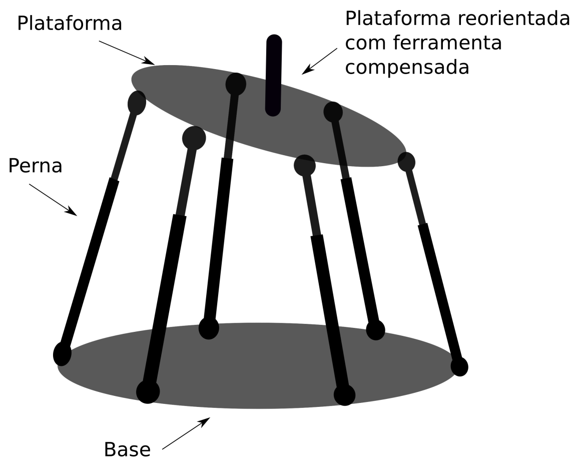
Fonte: Autor

Figura 2 – Robô com orientação da plataforma modificada



Fonte: Autor

Figura 3 – Robô com orientação da plataforma modificada e ferramenta reorientada



Fonte: Autor

Neste trabalho é utilizado um robô 6-S$\underline{P}$S. No entanto, o método desenvolvido pode ser adaptado para outros robôs paralelos. Para sua adaptação deve-se desenvolver a medição das singularidades cinemáticas e das restrições de colisão entre membros.

Para tanto, elaborou-se a seguinte pergunta de estudo: **É possível otimizar graficamente o giro de um robô paralelo (função objetivo) através da orientação inicial (variáveis de projeto)?**

1.1 Objetivos da Dissertação

O principal objetivo deste trabalho é determinar para um robô paralelo a compensação da orientação, visando maximizar o giro da plataforma. E para atingir esse objetivo, foram determinados os seguintes objetivos específicos:

- Obter uma representação tridimensional do espaço de trabalho de orientação (ETO);
- Representar graficamente a influência das singularidades e restrições no ETO;
- Demonstrar se a compensação orientação inicial pode maximizar os parâmetros pretendidos para uma determinada tarefa;
- Verificação da existência de múltiplas sub-espaços do ETO, operacionais dentro do espaço de trabalho.

1.2 Estrutura da dissertação

Esta dissertação é estruturada em cinco capítulos. No capítulo 2 são apresentados conceitos básicos relativos à robótica e às ferramentas utilizadas na definição de índices e restrições úteis na definição do problema de otimização. No capítulo 3, apresenta-se o mapeamento do espaço de trabalho a partir das orientações da plataforma. Este espaço é limitado pelas restrições impostas pelas singularidades e colisões do robô que são representados por índices de proximidade. No capítulo 4, a aplicação do método é descrita para o robô MSSM, utilizado no estudo. Neste capítulo são exploradas duas tarefas que levam a visualizar a influência da orientação inicial da plataforma. No Capítulo 5, as conclusões são apresentadas com base nos resultados obtidos na aplicação do método, assim como as contribuições deste trabalho, e sugestões para trabalhos futuros.

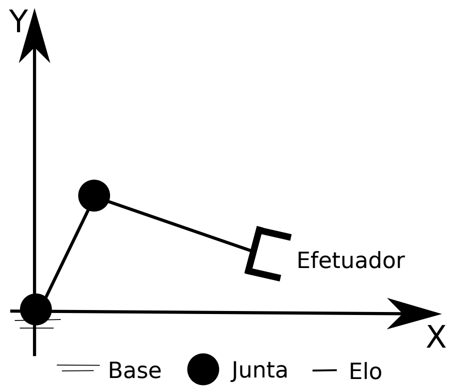
2 CONCEITOS E FERRAMENTAS

Este capítulo introduz os conceitos e ferramentas necessárias para este trabalho, iniciando por uma breve revisão histórica sobre robôs seriais e paralelos (pontos favoráveis e contrários) e uma breve introdução às cadeias cinemáticas. O robô estudado é apresentado em duas topologias. No âmbito do espaço de trabalho são enunciados alguns estudos, considerando o robô 6-S$\underline{P}$S, e explicada a medição do espaço de trabalho da posição e orientação. Na sequência, é abordada a teoria dos helicoides, muito utilizada para os cálculos da cinemática, onde o estudo da velocidade ou força é representado através de um elemento geométrico (helicoide) carregado com um significado físico. A cinemática dos robôs é estudada considerando a análise da matriz Jacobiana. Também são apresentados os conceitos de singularidades da cinemática inversa e direta. Para a quantificação da proximidade do robô de uma singularidade da cinemática direta é utilizado um método de otimização. Nesta otimização a função objetivo é o trabalho mínimo, e a restrição depende de uma norma para helicoides, neste caso a norma invariante. Tal método é simplificado por um problema correspondente de minimização por auto valores. Por fim são abordados os métodos que descrevem as medições de colisão angular e linear, entre membros do robô, e que são unificadas em um índice de colisão.

2.1 Robôs

Um Robô é um sistema mecânico sob controle automático que executa tarefas como manipulação e locomoção, (IFTOMM, 1991). Como ilustrado na figura 4, manipulador é um sistema de corpos chamados de elos, conectados por meio de juntas que formam uma cadeia cinemática que contém ao menos um elo fixo, chamado base e um elo de saída, chamado efetuador (CAMPOS, 2004).

Figura 4 – Manipulador



Fonte: adaptado de (CAMPOS, 2004)

O primeiro robô industrial foi o Unimates, desenvolvido por George Devol e Joseph Engleberger, no final da década de 50, pesando duas toneladas e foi programado via tambores magnéticos. A tecnologia robótica passou a ser desenvolvida significativamente desde então, e desperta cada vez mais interesse, visto que os robôs podem realizar uma série de tarefas com maior velocidade, precisão e qualidade que o homem, além de aumentar de maneira significativa a produção.

Alguns exemplos de aplicabilidade dos robôs são: o levantamento de cargas, (ver figura 5) execução de tarefas repetitivas (ver figuras 6), além de atividades de alta precisão, como soldagem, pintura (ver figura 7), ou máquinas operatrizes. Outra importante aplicação dos robôs é em simuladores espaciais, como os utilizados na indústria naval, automobilística e aérea, (ver figura 8) onde possibilita-se vivenciar uma situação de risco durante o treinamento ou capacitação dos condutores, sem que os mesmos exponham-se ao perigo da situação real.

Figura 5 – PAL ROBO-KOMBI & PAL VITE 4000 - GEBO CERMEX

Fonte: <http://www.gebocermex.com/Equipment/Palletizing-Depalletizing/Palletization/Robotic-palletizer>

Figura 6 – IRB 360 FlexPicker - ABB

Fonte: <http://new.abb.com/products/robotics/industrial-robots/irb-360>

Figura 7 – Robô de Pintura P-250iB/15 - Fanuc

Fonte: <http://www.fanuc.eu/dk/en/robots/robot-filter-page/paint-series/p-250ib-15>

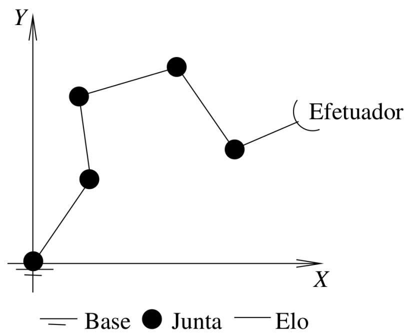
Figura 8 – Simulador de voo Legacy 650 - Embraer

Fonte: <http://www.embraer.com/pt-br/imprensaeventos/press-releases/noticias/paginas/simulador-de-voo-do-legacy.aspx>

A robótica é um ramo da ciência que trata da síntese, análise, construção e utilização de robôs (TSAI, 1999). A robótica classifica os robôs por diferentes critérios, como cadeia cinemática, graus de liberdade, geometria do espaço de trabalho, entre outros.

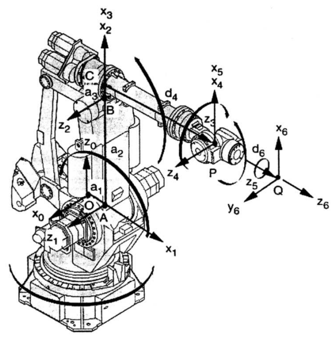
As cadeias cinemáticas podem ser classificadas em cadeias cinemática aberta, fechada e híbrida. Os robôs seriais possuem cadeia cinemática aberta, como ilustram as figuras 9 e 10. Por sua vez, os robôs paralelos, possuem cadeia cinemática fechada, como os representados nas figuras 11 e 12. Ao se realizar um comparativo do desempenho de ambos os robôs é possível observar que: em relação ao volume de trabalho, os robôs seriais apresentam um desempenho superior aos robôs paralelos. Observando-se a capacidade de carga em relação ao próprio peso, os robôs paralelos se destacam em relação aos robôs seriais. Em relação à velocidade na movimentação, os robôs paralelos possuem vantagens significativas se comparados aos robôs seriais. A cadeia cinemática híbrida é constituída de, ao menos uma cadeia cinemática fechada, unida a uma cadeia cinemática aberta e suas características variam de acordo com sua configuração.

Figura 9 – Cadeia cinemática aberta



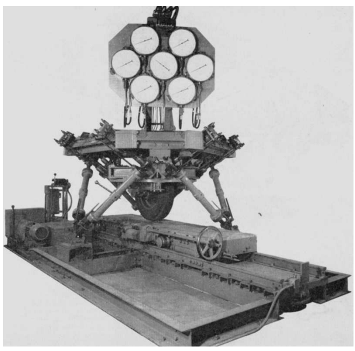
Fonte: (CAMPOS, 2004)

Figura 10 – Robô serial (Fanuc S-900W)



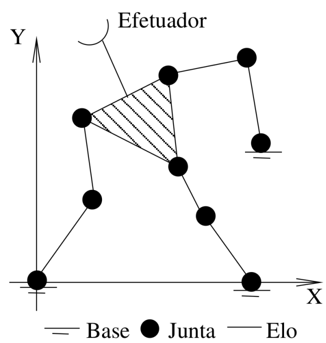
Fonte: (TSAI, 1999)

Figura 11 – Robô Paralelo (Plataforma de Stewart-Gough)



Fonte: (GOUGH; WHITEHALL, 1962)

Figura 12 – Cadeia cinemática fechada



Fonte: (CAMPOS, 2004)

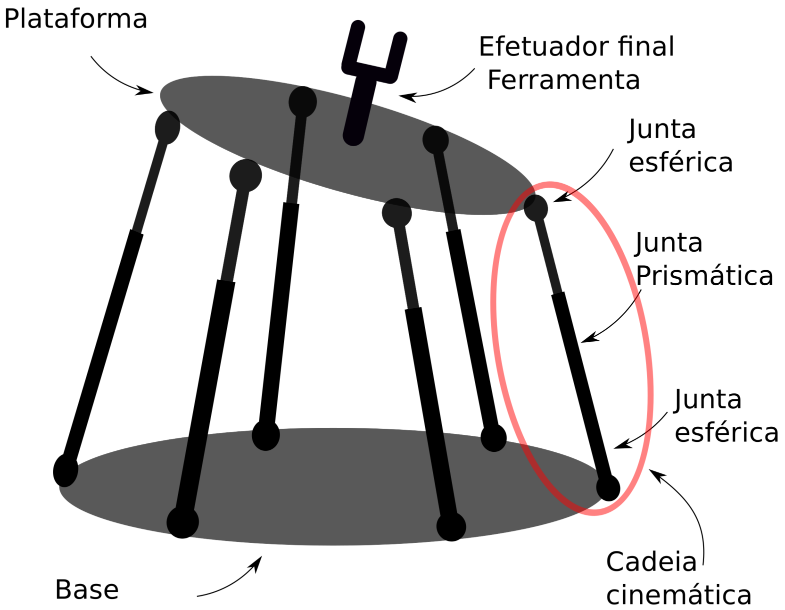
Outro parâmetro para a classificação dos robôs são os graus de liberdade (GdL). Em um robô, o número de graus de liberdade indica o número de parâmetros independentes necessários para especificar completamente a sua configuração. Este número, pode ser estabelecido pelo critério de Grübler-Kutzbach, que leva em consideração os graus de liberdade do espaço da tarefa, o número de elos do mecanismo, o número de juntas do mecanismo, e o número de graus de liberdade permitidos por junta (TSAI, 1999).

Ainda que, em algumas posições e orientações, o robô encontre-se completamente restrito, há a possibilidade de ganho ou perda de graus de liberdade. Essas regiões são denominadas singularidades, e estão diretamente ligadas às cadeias cinemáticas. Dentre as singularidades na cinemática do robô, podem ocorrer: singularidade na cinemática inversa, que resulta em perda de graus de liberdade, ou singularidade na cinemática direta, que resulta em ganho de graus de liberdade.

2.1.1 Robô 6-S<u>P</u>S

O robô 6-S<u>P</u>S (do inglês *spheric-prismatic-spheric*) é constituído por uma base unida a uma plataforma. A união se dá por meio de 6 cadeias cinemáticas que possuem uma junta esférica unida à base, uma junta prismática (atuada) e uma junta esférica ligada à plataforma, onde deve estar localizado o efetuador final (ferramenta ou garra), conforme representado na figura 13.

Figura 13 – Robô 6-SPS



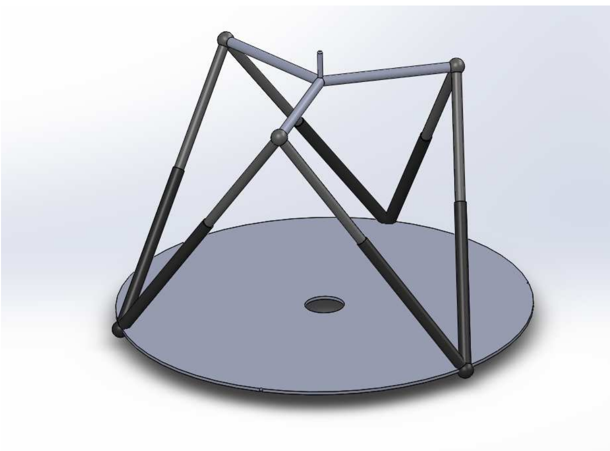
Fonte: Autor

As ferramentas utilizadas nos robôs, exercem um papel fundamental para a execução das atividades propostas, pois são o ponto de interface entre a máquina e a operação. Alguns exemplos de aplicabilidade das ferramentas são: pintura, usinagem, medições, ou manipulação de objetos. Porém, deve-se observar que nem todo efetuador final possui necessariamente uma ferramenta, como no caso dos simuladores espaciais, onde a plataforma possui a cabine do simulador.

O primeiro robô paralelo 6-SPS estudado é a plataforma de Stewart-Gough. Este robô foi criado por Gough, que descreve as características estruturais, construtivas e funcionais desta plataforma, que inicialmente seria utilizada apenas como uma plataforma universal para teste de pneus (GOUGH; WHITEHALL, 1962). Stewart, contribuiu no estudo das características cinemáticas deste robô, adaptando-o para outras finalidades como a plataforma de simulação de vôo, (STEWART, 1966). Este robô é aplicado em operações que necessitam de grande orientação como em simuladores espaciais, equipamentos de inspeção na metrologia, telescópios, equipamentos cirúrgicos, máquinas de corte para peças não planas, equipamentos de usinagem entre outros.

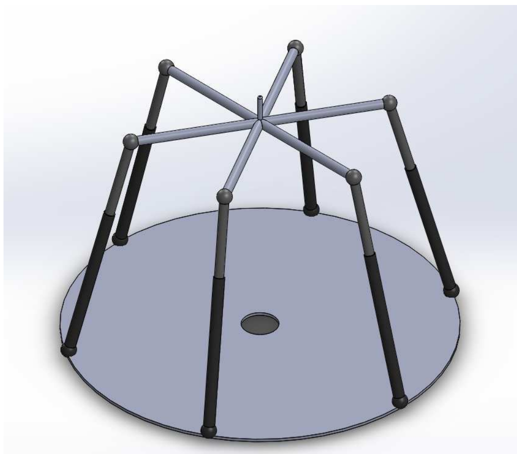
A classificação dos robôs 6-SPS baseia-se na quantidade de suas cadeias cinemáticas, neste caso 6, como exemplificado nas figuras 14 e 15. Sendo necessário, contudo, observar que os robôs de uma classe não têm as mesmas características da cinemática direta, nem a mesma estrutura de singularidade que as demais, (KONG; GOSSELIN, 2000). Esse robô, com 6GdL é referenciado em (MERLET, 2006) e (TSAI, 1999), como sendo um robô 6-SPS, porém pode-se considerar a mudança de uma junta esférica por uma universal, visto que um 1GdL de rotação é redundante, logo o 6-SPS pode ser corretamente descrito por um robô 6-UPS (do inglês *universal-prismatic-spheric*).

Figura 14 – Robô MSSM



Fonte: Autor

Figura 15 – Robô SSM



Fonte: Autor

Dois exemplos das topologias estudadas por Merlet (2000) são a SSM (do inglês *Simplified Symmetric Manipulator*) e MSSM (do inglês *Minimal Simplified Symmetric Manipulator*). O robô MSSM tem base triangular e plataforma triangular conforme demonstrado na figura 14, por sua vez o SSM tem base hexagonal e plataforma hexagonal conforme demonstrado na figura 15.

2.2 Espaço de trabalho

A determinação do espaço de trabalho é importante para as fases de projeto, reprojeto, análise, controle e utilização de um robô. Para medir o espaço de trabalho, é necessário definir quais fatores serão avaliados. Pela dificuldade em representar graficamente posição e orientação, é possível determinar o espaço de trabalho considerando que alguns fatores são fixos, por exemplo a posição ou orientação do efetuador final sendo fixa (MERLET, 2000).

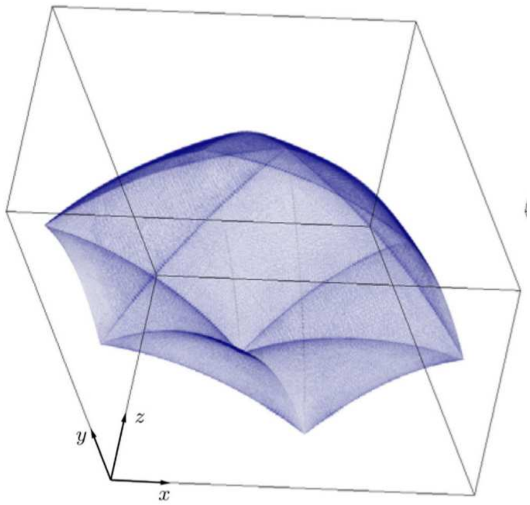
Para o mapeamento do espaço de trabalho, deve-se saber quais são os parâmetros que o limitam, ou seja, que impedem que o robô avance em uma localização. As singularidades na cinemática direta e cinemática inversa, são fatores que limitam o espaço de trabalho, porém não são as únicas restrições a serem levadas em consideração. As colisões entre as pernas, pernas e a plataforma, e o curso máximo permitido pelas juntas atuadas, são fatores que afetam diretamente o espaço de trabalho.

Alguns trabalhos demonstram formas de utilizar as limitações do robô no mapeamento do espaço de trabalho (BONEV; RYU, 2001; KIM; JEONG; PARK, 2015; LI et al., 2013; MERLET, 1995). No robô 6-U$\underline{\text{P}}$S, observa-se que a junta prismática (atuada) possui um curso predeterminado, ou seja, valores mínimos e máximos para a sua movimentação, e se por algum motivo, esses limites forem excedidos, o robô entrará em uma posição singular, onde perde graus de liberdade (ZHOU et al., 2014; CAO et al., 2010; MERLET, 2006). A singularidade direta, por sua vez, pode ser abordada pela análise da matriz Jacobiana (TSAI, 1999). Em geral esta análise é feita pelo cálculo do determinante da matriz Jacobiana.

2.2.1 Espaço de trabalho de posição

Uma abordagem eficaz para a determinação do espaço de trabalho para uma orientação fixa do robô paralelo, ou seja, espaço de trabalho de posição, através de meios geométricos é apresentada em Narasimhan et al. (2015). Outra abordagem possível, é descrita por Ciprian, Vistrian e Olimpiu (2009) que demonstrou como determinar o curso do efetuador baseando-se na análise do ETP. Para os robôs 6-U<u>P</u>S, a representação do ETP é semelhante à representação da figura 16.

Figura 16 – Representação do espaço de trabalho para orientação fixa



Fonte: (BOHIGAS; MANUBENS; ROS, 2013)

Em trabalhos recentes, onde se estuda o desenvolvimento de sistemas robóticos, utiliza-se a medida do ETP, onde se destaca a importância da posição. O ETP é utilizado para demonstrar em diferentes topologias de robôs reconfiguráveis a influência das juntas (BOANTA; BRISAN, 2016). Outros autores utilizam para concepção de novos robôs como um *pick-place* sem utilizar juntas rotativas, robô guiado por cabos e robô bípede (MAGDY et al., 2016; POTT; KRAUS, 2016; PEIDRÓ et al., 2016)

Em seu artigo Bohigas, Manubens e Ros (2013) especifica as dificuldades de demonstração do espaço de trabalho com 6 dimensões (3 dimensões de posição e 3 dimensões de orientação), devido à sua complexidade, e para tanto, dividiu-o em fatias tridimensionais e apresentou um método unificado para a medida das fatias definidas pela fixação de três parâmetros, (BOHIGAS; MANUBENS; ROS, 2013). Para o presente trabalho, é utilizado o conceito desse método, visando suas vantagens sobre os métodos existentes, pois, incluem a capacidade de determinar os parâmetros dos espaços de trabalhos simultaneamente, assim como as barreiras presentes em seu interior.

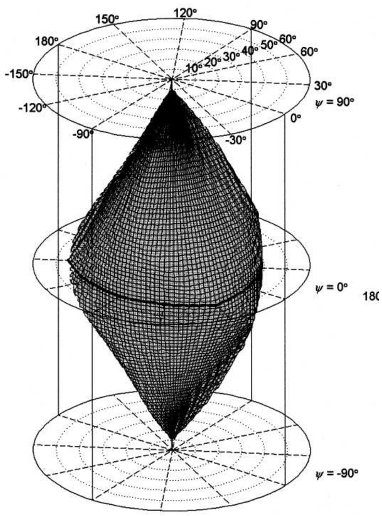
2.2.2 Espaço de trabalho de orientação

É possível realizar o mapeamento do espaço de trabalho, considerando uma posição fixa para o efetuador final, onde mede-se a orientação que o robô é capaz de alcançar no ponto definido, ou seja, o espaço de trabalho da orientação. O cálculo do espaço de trabalho depende do método utilizado, porém, sua representação também pode se tornar um problema.

O método geométrico é utilizado para a computação do ETO, definido como o conjunto de todas as orientações possíveis da plataforma sobre um ponto fixo, que pode ser alcançado por meio de um movimento contínuo a partir da configuração inicial (TSAI; LIN, 2006). Também pode-se demonstrar como obter o ETO para um robô 6-U$\underline{\text{P}}$S baseando-se no método da máxima orientação total, livre de singularidades (JIANG et al., 2015). O índice global de condicionamento é outro método aplicado para calcular os limites do espaço de trabalho para um robô de 6GdL pantográfico que tem sua orientação maximizada (HWANG et al., 2007).

O ETO pode ser representando por meio de uma nuvem de pontos, o volume correspondente ao espaço de trabalho do robô, como foi demostrado por Arrouk, Bouzgarrou e Gogu (2017), para um robô manipulador esférico. Em seu trabalho Bonev e Ryu (2001), apresenta um método de discretização computacional onde, com um robô paralelo de 6GdL, são calculadas as restrições mecânicas e unidas com as restrições impostas pelas singularidades, gerando assim, uma representação que permite a visualização de como as restrições afetam as rotações para cada conjunto dentro do domínio, como pode ser observado na figura 17.

Figura 17 – Representação do espaço de trabalho para posição fixa



Fonte: (BONEV; RYU, 2001)

De acordo com Bohigas et al. (2013), pode-se unir parcialmente a ETP com o ETO, e dispor graficamente em uma representação mista (ETM). Ainda modificar a orientação e verificar como esta afeta a posição, (SAPUTRA; ONG; NEE, 2015). Estas representações mistas, facilitam a compreensão do espaço de trabalho quando o robô está submetido a variações lineares e angulares simultaneamente.

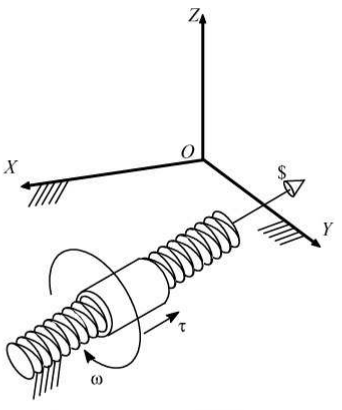
2.3 Teoria dos helicoides

A Teoria dos Helicoides, segundo Hunt (1978), é uma ferramenta para a análise cinemática e estática de mecanismos. Helicoides podem ser utilizados como uma forma de representação da movimentação de um corpo rígido (heligiro), ou da representação de formas ou movimentos aplicados sobre esse corpo rígido (heliforça). Os trabalhos desenvolvidos por Kenneth H. Hunt, como Hunt (1978) contribuíram para o desenvolvimento da Teoria dos helicoides, através de sua utilização em seus estudos de mecânica espacial.

2.3.1 Heligiro

Segundo o teorema de Mozzi, as velocidades dos pontos de um corpo rígido em relação a um sistema de referência $O(X, Y, Z)$, podem ser representadas por uma rotação diferencial $\vec{\omega}$ sobre um eixo e uma translação diferencial $\vec{\tau}$ no mesmo eixo , conforme representado na figura 18. O movimento completo do corpo rígido, que combina rotação e translação, é chamado de heligiro **\$**. A taxa de velocidade translacional e a velocidade angular é chamada de passo do helicoide $h = \|\vec{\tau}\|/\|\vec{\omega}\|$.

Figura 18 – Movimento do Heligiro

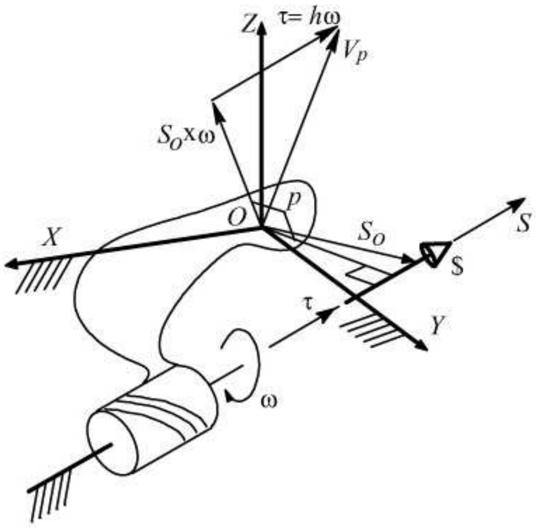


Fonte: (CAMPOS et al., 2011)

O heligiro representa o movimento diferencial do corpo em relação à referência inercial, e pode ser descrito através de dois vetores, **\$** $= [\vec{\omega} \;\; \vec{V_p}]^T$. O vetor $\vec{\omega} = [\mathcal{L} \;\; \mathcal{M} \;\; \mathcal{N} \;\;]^T$ representa a velocidade angular do corpo. O vetor $\vec{V_p} = [\mathcal{P}^* \;\; \mathcal{Q}^* \;\; \mathcal{R}^*]^T$ representa a velocidade linear de um ponto P ligado ao corpo que coincide instantaneamente com a origem O do referencial.

No caso de não haver pontos do corpo coincidindo com a origem O, como na figura 18, pode-se criar uma extensão fictícia, denominada P, que coincide na origem O (ver figura 19). O vetor $\vec{V_p}$ é a união de um componente de velocidade paralela ao eixo do helicoide representado por $\vec{\tau} = h\,\vec{\omega}$. Um componente de velocidade normal ao eixo de helicoide pode ser representado por $\vec{S_o} \times \vec{\omega}$, onde $\vec{S_o}$ é o vetor que representa um ponto qualquer no eixo do helicoide.

Figura 19 – Componentes do Heligiro



Fonte: (CAMPOS et al., 2011)

Pode-se decompor o movimento do heligiro a partir da sua amplitude e helicoide correspondente normalizado. A amplitude do heligiro Ψ, é a magnitude da velocidade angular, $\|\vec{\omega}\|$, se for uma junta rotativa ou helicoidal. Já para junta prismática a amplitude do giro é a magnitude da velocidade linear, $\|\vec{V_p}\|$. Se considerar o heligiro dado por $\$ = [\vec{\omega} \;\; \vec{V_p}]^T = [\mathcal{L} \;\; \mathcal{M} \;\; \mathcal{N} \;\; \mathcal{P}^* \;\; \mathcal{Q}^* \;\; \mathcal{R}^*]^T$, o helicoide normalizado correspondente é $\hat{\$} = [L \;\; M \;\; N \;\; P^* \;\; Q^* \;\; R^*]^T$. A magnitude deste helicoide normalizado Ψ (heligiro) é obtido através de

$$\$ = \;\Psi\hat{\$}. \tag{2.1}$$

A normalização das coordenadas do helicoide, pode ser definida por dois vetores, sendo $[L \;\; M \;\; N]^T$ que tem unidade adimensional, e $[P^* \;\; Q^* \;\; R^*]$ que tem unidade de comprimento

$$\hat{\$} = \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \\ P^* \\ Q^* \\ R^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{S} \\ \vec{S_o} \times \vec{S} + h\vec{S} \end{bmatrix}, \tag{2.2}$$

onde $\vec{S}$ é o vetor normalizado paralelo ao eixo do helicoide. O vetor $(\vec{S_o} \times \vec{S})$ determina o momento do eixo do helicoide em torno da origem do referencial. Pode-se determinar a cinemática diferencial entre dois corpos por suas juntas sendo prismática ou rotativa. Para junta rotativa o passo do heligiro é nulo, $(h = 0)$, e o helicoide pode ser expresso por

$$\$ = \begin{bmatrix} \vec{S} \\ \vec{S_o} \times \vec{S} \end{bmatrix}. \tag{2.3}$$

Para uma junta prismática, o passo do heligiro é infinito, $(h = \infty)$, e o helicoide pode ser expresso por

$$\$ = \begin{bmatrix} \vec{0} \\ \vec{S} \end{bmatrix}. \tag{2.4}$$

2.3.2 Heliforça

O helicoide é um elemento geométrico que pode ser representado por um parâmetro escalar chamado de passo h e uma direção . O helicoide é chamado normalizado $\hat{\$}$ se a direção deste for representada de forma normalizada. A heliforça $\$_r$ pode ser definida, segundo Hunt (2003), como uma ação de uma força e um momento sobre um corpo rígido em relação a um sistema de coordenadas.

Forças e momentos que agem sobre um corpo rígido podem ser reduzidos a uma força resultante $\vec{f}$ e momento resultante $\vec{C_o}$. O sistema de forças e momentos sempre pode ser reduzido a uma força resultante $\vec{f}$, que atua na direção do eixo e um momento $\vec{C_{\|}}$, agindo em torno do mesmo eixo.

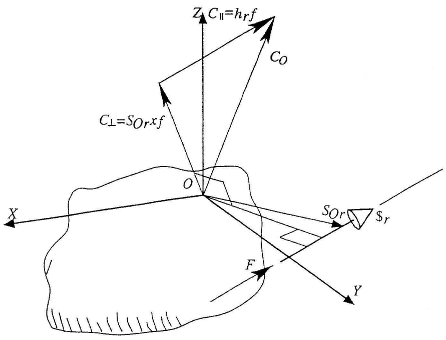
Pode-se representar uma heliforça por meio de um escalar que representa a magnitude da ação Ψ_r, e por um helicoide normalizado $\hat{\$}_r$, que é definido por seu vetor normalizado na direção do eixo e o passo h_r,

$$h_r = \frac{\|\vec{C}_{\|}\|}{\|\vec{f}\|}. \tag{2.5}$$

Uma heliforça, $\$_r = [\vec{f} \quad \vec{C}_o]^T$, é composta por dois vetores que representam a ação sobre um corpo rígido ou um eixo de helicoide, sendo $\$_r = [\mathcal{L}_r \quad \mathcal{M}_r \quad \mathcal{N}_r \quad \mathcal{P}_r^* \quad \mathcal{Q}_r^* \quad \mathcal{R}_r^*]^T$. O vetor $\vec{f} = [f_x \quad f_y \quad f_z]^T = [\mathcal{L}_r \quad \mathcal{M}_r \quad \mathcal{N}_r]^T$, representa a força resultante sobre o corpo. O vetor $\vec{C}_o = [C_{ox} \quad C_{oy} \quad C_{oz}]^T = [\mathcal{P}_r^* \quad \mathcal{Q}_r^* \quad \mathcal{R}_r^*]^T$, representa a resultante de um momento sobre o corpo com relação ao referencial na origem O. O vetor $\vec{C}_o$, é formado por dois componentes de momento. O momento do componente paralelo ao eixo do helicoide $\vec{C}_{\|} = h_r \ \vec{f}$ e o momento do componente normal do eixo $\vec{C}_h = \vec{S}_o \times \vec{f}$, onde o vetor de posição de algum ponto no helicoide é $\vec{S}_o$, ver figura 20. Desta forma, uma heliforça pode ser representada por sua magnitude Ψ_r, e por um helicoide normalizado $\hat{\$}_r$,

$$\$_r = \Psi_r \hat{\$}_r. \tag{2.6}$$

Figura 20 – Componentes da Heliforça



Fonte: (CAMPOS et al., 2011)

Se a ação de força for pura, a magnitude da heliforça Ψ_r, é a magnitude da força $\|\vec{f}\|$, agindo sobre o corpo. Se a ação do momento for pura Ψ_r será a magnitude do momento $\|\vec{C}_o\|$.

No caso da ação combinada, força e momento, a magnitude da heliforça é $\|\vec{f}\|$. Considerando uma heliforça $\$_r = [\vec{f} \ \vec{C}_o]^T = [\mathcal{L}_r \ \mathcal{M}_r \ \mathcal{N}_r \ \mathcal{P}_r^* \ \mathcal{Q}_r^* \ \mathcal{R}_r^*]^T$, seu helicoide normalizado correspondente

$\hat{\$}_r$, é definido por dois vetores, onde $[L_r \ \ M_r \ \ N_r]^T$ tem unidade adimensional e $[P_r^* \ \ Q_r^* \ \ R_r^*]^T$, tem unidade de comprimento. Assim:

$$\hat{\$}_r = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_r/\Psi_r \\ \mathcal{M}_r/\Psi_r \\ \mathcal{N}_r/\Psi_r \\ \mathcal{P}_r^*/\Psi_r \\ \mathcal{Q}_r^*/\Psi_r \\ \mathcal{R}_r^*/\Psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r \\ M_r \\ N_r \\ P_r^* \\ Q_r^* \\ R_r^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{S}_r \\ \vec{S}_{Or} \times \vec{S}_r + h_r \vec{S}_r \end{bmatrix}, \tag{2.7}$$

onde $\vec{S}_r$, é o vetor normalizado paralelo ao eixo do helicoide. E o vetor $\vec{S}_{Or} \times \vec{S}_r$ é o momento do eixo do helicoide em torno da origem do sistema de referência.

2.3.3 Trabalho recíproco

Se um corpo move-se em torno de um helicoide instantâneo enquanto uma heliforça (não nula $\Psi_r \neq 0$) age sobre o corpo, e não produz trabalho, ambos os helicoides (heliforça e heligiro) são denominados recíprocos (TSAI, 1999).

Submetendo um certo corpo rígido a uma heliforça $\$_r = [\vec{f} \ \ \vec{C}_o] = \Psi_r \ \hat{\$}_r$, durante o movimento em torno do heligiro instantâneo, $\$ = [\vec{\omega} \ \ \vec{V}_p] = \Psi \ \hat{\$}$, a taxa de trabalho instantânea é

$$\delta W = \vec{C} \cdot \vec{\omega_n} + \vec{f} \cdot \vec{V}_p. \tag{2.8}$$

Segundo Tsai (1999), a transposição de um helicoide normalizado é definida nas coordenadas do eixo de Plucker, sendo $\hat{\$}^T = [P^* \ \ Q^* \ \ R^* \ \ L \ \ M \ \ N]$ e $\hat{\$}_r^T = [P_r^* \ \ Q_r^* \ \ R_r^* \ \ L_r \ \ M_r \ \ N_r]$.

Em decorrência disto, a taxa de trabalho pode ser definida por $\delta W = \$_r^T \$ = \$^T \$_r$, e também pode ser obtida a equação:

$$\begin{aligned} \delta W &= (\hat{\$}_r^T \Psi)\$_r, \\ \delta W &= (\hat{\$}_r^T \$_r)\Psi \Rightarrow \frac{\delta W}{\Psi} = \hat{\$}_r^T \$_r, \end{aligned} \tag{2.9}$$

onde a condição recíproca pode ser expressa por $\dfrac{\delta W}{\Psi} = 0$. Devido a um caso não trivial de $\Psi \neq 0$, a condição recíproca resulta em $\hat{\$}_r^T \$_r = 0$.

2.4 Cinemática

A cinemática é o ramo da mecânica que estuda o movimento, desconsiderando as forças que o causam. O estudo da cinemática possibilita que obtenha-se dados como posição, velocidade e aceleração, instantaneamente em pontos de interesse, por meio de relações geométricas do modelo estudado. A cinemática possui dois ramos primordiais para os projetistas: a análise e síntese (TSAI, 1999). Adicionalmente tem-se a cinemática diferencial que relaciona as velocidade dos corpos e juntas do robô.

A análise cinemática é o ramo que obtêm os dados de modelos existentes, no que se refere aos movimentos relativos dos elos, normalmente utilizando suas relações geométricas e equações diferenciais. Na análise cinemática, duas subdivisões tem relevante estudo: cinemática inversa e cinemática direta.

A cinemática inversa é fundamental para o controle dos robôs, pois faz-se necessária na localização (posição e orientação) desejada para obter o valor das variáveis das juntas (ângulos ou deslocamentos) que situam o efetuador final até o ponto pretendido. Por sua vez, a cinemática direta calcula, a partir do conjunto de variáveis das juntas e das relações cinemáticas, a posição e orientação do efetuador final.

Na síntese cinemática, é necessário projetar um robô que execute tarefas que possuem especificações prévias como velocidade, posição e orientação. Algumas vezes, são necessárias modificações nas características físicas nos robôs já existentes ou ainda pequenas adaptações da tarefa, a fim de adequar o modelo, resultando no máximo desempenho. Para tanto, torna-se necessária a utilização de uma análise para a obtenção dos ajustes necessários no modelo proposto inicialmente. Conforme descrito nos trabalhos de Hosseini (2015) e Hou et al. (2015), observa-se que análise e síntese cinemática se complementam no processo de desenvolvimento e utilização dos robôs.

Por outro lado, o estudo da cinemática diferencial possibilita que sejam descritos os comportamentos das velocidades e acelerações em diferentes sistemas de referência, e pode ser utilizado para descrever posição e orientação dos robôs (TSAI, 1999).

A cinemática diferencial firma a relação entre o vetor de velocidades do efetuador ($\dot{\mathrm{x}}$), e o vetor de velocidades das juntas do manipulador ($\dot{\mathrm{q}}$), que podem ser representadas pela matriz Jacobiana ($\mathbf{J}$), $\dot{\mathrm{q}} = \mathbf{J}\dot{\mathrm{x}}$, que é responsável por ser o operador desta transformação.

2.4.1 Cinemática Inversa

Para a realização de uma tarefa de um robô, é necessária a indicação dos pontos no espaço pelos quais o efetuador deve passar com sua respectiva orientação. Nesse caso, é conhecida a localização do efetuador, ou seja, sua posição e orientação em relação a um referencial. A cinemática inversa calcula a posição de cada um dos atuadores que atende a essa condição (MERLET, 2006; LIU; FITZGERALD; LEWIS, 1993).

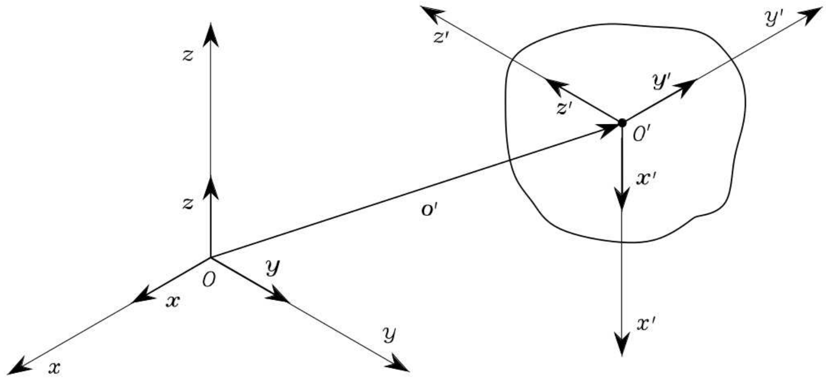
A análise da cinemática inversa pode ser realizada, com bastante eficiência, por observação geométrica. Assim as equações vetoriais da geometria do robô podem ser utilizadas, para solucionar eficientemente alguns problemas, como por exemplo os da plataforma de Stewart (TSAI, 1999). As equações para essa plataforma são obtidas diretamente, visto que o atuador relaciona, através de uma expressão geométrica de distância entre dois pontos, a base fixa e a plataforma.

A cinemática inversa consiste em determinar o valor de coordenada de cada junta atuada correspondente à uma configuração do efetuador final (MERLET, 2000). O problema da cinemática inversa consiste na determinação das variáveis de articulação correspondentes a uma determinada posição e orientação do efetuador final. A solução para este problema transforma as especificações de movimento, em relação ao efetuador final no espaço operacional, nos correspondentes movimentos de espaço articular que permitem a execução do movimento desejado. Estabelecer a cinemática inversa é essencial para o controle de posição de robôs paralelos (SICILIANO et al., 2009).

A maneira mais comum de representar a posição e orientação de um corpo rígido no espaço é através do conhecimento das coordenadas de um determinado ponto e de três ângulos de rotação (MERLET, 2000). Porém, existem outras diversas maneiras de representar a posição de um corpo rígido através de um conjunto de parâmetros (SICILIANO et al., 2009).

Um corpo rígido completamente descrito no espaço, possui posição e orientação (em um determinado momento) (SICILIANO et al., 2009). Na figura 21, pode-se observar que o corpo que tem sua origem no sistema O' está transladado em relação à origem O do sistema de referência. Esta posição pode ser descrita pelo vetor $\mathbf{o}'$ que tem os componentes o'_x,o'_y,o'_z. O sistema de referência do corpo está rotacionado em relação ao sistema de referência, ou seja, tem uma orientação diferente em relação ao sistema de referência neste dado instante.

Figura 21 – Representação de Posição e Orientação de um corpo rígido



Fonte: (SICILIANO et al., 2009)

Tendo em vista que se estabelece um sistema de coordenadas pode-se descrever qualquer ponto com um vetor 3x1 (CRAIG, 2006), como

$$\vec{p} \;=\; \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \tag{2.10}$$

A matriz de rotação segundo Siciliano et al. (2009), é utilizada para informar como um corpo rígido está orientado em relação a um sistema de coordenadas de referência. A matriz que descreve a rotação do eixo X é descrita na equação 2.11, a rotação do eixo Y é descrita na equação 2.12 e a rotação do eixo Z é descrita na equação 2.13,

$$\mathbf{R_x}(\phi) \;=\; \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi & \cos\phi \end{bmatrix}, \tag{2.11}$$

$$\mathbf{R_y}(\theta) \;=\; \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix}, \tag{2.12}$$

$$\mathbf{R_z}(\psi) \;=\; \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{2.13}$$

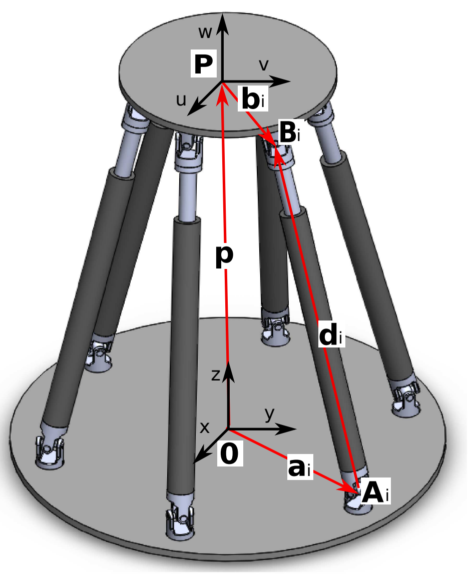
A rotação de um corpo no espaço pode ser descrita pelos ângulos náuticos que descrevem rolagem (*Roll*), arfagem (*Pitch*) e guinada (*Yaw*), ou seja, rotações sucessivas em torno dos eixos X, Y e Z (SICILIANO et al., 2009). De modo que a rotação será o produto das rotações em cada eixo

$$\mathbf{R}(\phi, \theta, \psi) \quad = \quad \mathbf{R_x}(\phi)\mathbf{R_y}(\theta)\mathbf{R_z}(\psi). \tag{2.14}$$

A posição de um corpo rígido no espaço é expressa em termos do vetor de posição de um ponto no corpo, enquanto que a sua orientação é expressa em termos dos componentes de um vetor (SICILIANO et al., 2009). A transformada homogênea é uma forma compacta de descrever a posição e orientação entre sistemas de referências.

Como observa-se na figura 22, a ligação entre a base e a plataforma móvel trata-se de juntas atuadas prismáticas, que se unem no ponto A_i até o ponto B_i por intermédio de juntas esféricas.

Figura 22 – Robô SSM - Cinemática inversa



Fonte: Autor

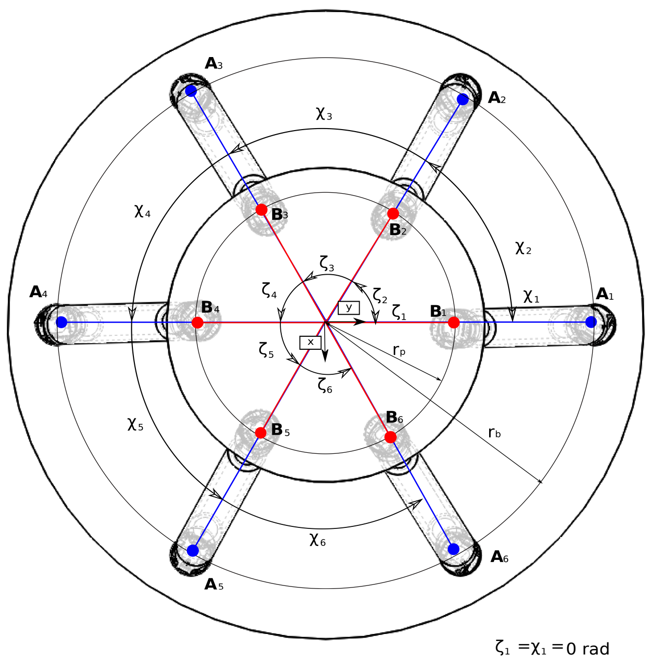
É possível ainda observar através da figura 22, que a origem do sistema da base está no ponto O, e as juntas esféricas estão situadas neste mesmo sistema nos pontos $A(x, y, z)_i$, $i = 1...6$. Na plataforma móvel a origem do sistema está no ponto P, e as juntas esféricas estão neste mesmo sistema situadas nos pontos $B(x, y, z)_i$, $i = 1...6$.

Ao longo da base existem seis pontos A_i que se ligam a origem do sistema global O. As juntas esféricas são conectadas aos elos por meio dos vetores $\overrightarrow{OA_i} = \vec{a_i}$,

$$\vec{a_i} = \begin{bmatrix} \cos(\chi_i)\ r_b \\ \sin(\chi_i)\ r_b \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.15}$$

estes vetores estão posicionados de acordo com os respectivos ângulos χ_i (representados na figura 23) e o raio da base r_b, para $i = 1...6$, e estão no sistema de coordenadas global, que fixa-se no mesmo sistema local da plataforma fixa.

Figura 23 – Robô SSM - Ângulo de posicionamento das juntas



Fonte: Autor

Para a plataforma, os pontos que localizam as juntas esféricas são B_i , que estão no sistema de coordenadas local (u, v, w). Unido a origem do sistema local da plataforma P a cada ponto B_i é determinado o vetor $\overrightarrow{OB_i}$ que é igual a $\vec{b}_{i_{local}}$ no sistema local. Sendo assim

$$\vec{b}_{i_{local}} = \begin{bmatrix} \cos(\zeta_i)\ r_p \\ \sin(\zeta_i)\ r_p \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{2.16}$$

$\vec{b}_{i_{local}}$ é obtido sabendo-se os ângulos ζ_i e o raio da plataforma móvel r_p, para $i = 1...6$.

Para representar o vetor local $\vec{b}_{i_{local}}$ no sistema global $\vec{b_i}$ é utilizada a matriz de rotação

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}. \tag{2.17}$$

A origem do sistema local da plataforma P, é representada no sistema global por um vetor $\vec{p}$ que possui seus componentes p_x, p_y e p_z no sistema de coordenadas global. Como se tem a matriz de rotação $\mathbf{Rot}(\phi, \theta, \psi)$, pode-se calcular o vetor b_i no sistema de coordenadas global,

$$\vec{b_i} = \mathbf{Rot}(\phi, \theta, \psi)\vec{b}_{i_{local}} + \vec{p}, \tag{2.18}$$

é o resultado do produto da matriz de rotação com o $\vec{b}_{i_{local}}$ somado a origem do sistema móvel $\vec{p}$. Esta mudança de base é muito comum e oportuna, pois permite que se trabalhe no mesmo sistema de coordenadas onde é possível chamá-las de $\vec{b_i}$ (SICILIANO et al., 2009; CRAIG, 2006; TSAI, 1999). Pode-se demonstrar através da seguinte equação

$$\vec{b_i} = \begin{bmatrix} p_x + (\cos(\phi)\,\sin(\psi)\,\sin(\theta) - \sin(\phi)\,\cos(\psi))\,\sin(\zeta_i)\,r_p + \cos(\phi)\,\cos(\theta)\,\cos(\zeta_i)\,r_p \\ p_y + (\sin(\phi)\,\sin(\psi)\,\sin(\theta) + \cos(\phi)\,\cos(\psi))\,\sin(\zeta_i)\,r_p + \sin(\phi)\,\cos(\theta)\,\cos(\zeta_i)\,r_p \\ p_z + \sin(\psi)\,\cos(\theta)\,\sin(\zeta_i)\,r_p - \sin(\theta)\,\cos(\zeta_i)\,r_p \end{bmatrix}. \tag{2.19}$$

Para medir o quanto as juntas prismáticas estão sendo atuadas, considera-se um vetor $\vec{d_i}$ que une $\vec{a_i}$ a $\vec{b_i}$, para $i = 1...6$,

$$\vec{d_i} = \vec{b_i} - \vec{a_i} = \mathbf{Rot}(\phi, \theta, \psi)\vec{b}_{i_{local}} + \vec{p} - \vec{a_i}, \tag{2.20}$$

expandindo é possível obter

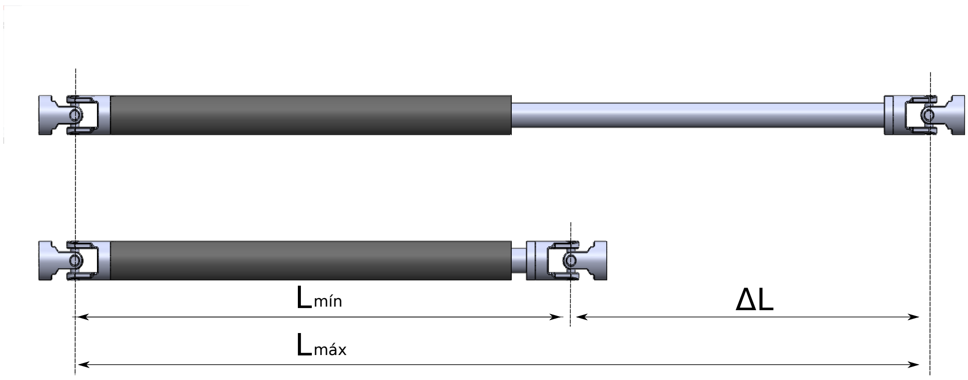
$$\vec{d_i} = \begin{bmatrix} p_x + (\cos(\phi)\,\sin(\psi)\,\sin(\theta) - \sin(\phi)\,\cos(\psi))\,\sin(\zeta_i)\,r_p + \cos(\phi)\,\cos(\theta)\,\cos(\zeta_i)\,r_p - r_b\cos(\chi_i) \\ p_y + (\sin(\phi)\,\sin(\psi)\,\sin(\theta) + \cos(\phi)\,\cos(\psi))\,\sin(\zeta_i)\,r_p + \sin(\phi)\,\cos(\theta)\,\cos(\zeta_i)\,r_p - r_b\sin(\chi_i) \\ p_z + \sin(\psi)\,\cos(\theta)\,\sin(\zeta_i)\,r_p - \sin(\theta)\,\cos(\zeta_i)\,r_p \end{bmatrix}. \tag{2.21}$$

Desta maneira é possível descobrir a atuação da junta prismática com a norma do vetor $\left\|\vec{d_i}\right\|$, onde

$$d_i = \frac{\vec{d_i}}{\left\|\vec{d_i}\right\|}, \tag{2.22}$$

é o vetor unitário na direção da junta atuada.

Figura 24 – Curso do atuador



Fonte: Autor

Pode-se então determinar o valor da atuação da junta considerando que, na figura 24, o valor mínimo de atuação da junta prismática L_{min}, valor máximo de atuação da junta prismática L_{max}, teremos então $L_{min} \geq d_i \geq L_{max}$, limitando a junta atuada a faixa de valor, onde, para uma determinada orientação, se a junta estiver fora desta faixa de valores será considerado um ponto de singularidade inversa.

2.4.2 Cinemática direta

O cálculo da cinemática direta para robôs paralelos é particularmente complicado, principalmente para aqueles com muitos graus de liberdade. Para os robôs paralelos, as equações são não lineares e possuem variáveis acopladas resultando em múltiplas soluções. Para solucionar este problema, devido a complexidade da cinemática direta em robôs paralelos, muitos autores se aplicam a sua solução, buscando maneiras de simplificar o seu cálculo (MERLET, 2000; VOGLEWEDE, 2004b; LIU; WU; WANG, 2012; MAO et al., 2013).

As soluções para a cinemática direta podem ser obtidas pela solução de muitas equações com diversas incógnitas, como descrito por Tsai (1999), que considera 12 equações e 12 incógnitas, além de possuir diversas soluções. Este método acaba tornando-se ainda mais complexo pela não linearidade das equações (TSAI, 1999). De acordo com Merlet (2000), são poucos os mecanismo que possuem uma formulação explícita. Outra abordagem, é a utilização de redes neurais para a solução da cinemática direta treinando o algoritmo para obtenção das informações da pose do robô (YEE; LIM, 1997).

A solução da cinemática direta e obtenção do índice de singularidade, é obtida por Voglewede (2004b) que desenvolve uma estrutura, unindo muitas das medidas existentes, fornecendo compreensão adicional para outras e criando novas medidas. Desta forma, pode-se compreender fisicamente as singularidades, progredindo para um problema de otimização restrito, que se relaciona a uma solução de um problema de otimização geral por autovalores (VOGLEWEDE, 2004b). Esta metodologia, é utilizada por Mao et al. (2013) na análise cinemática e na definição matemática, e apresenta uma abordagem baseada na distância linear para medir a proximidade com a singularidade para manipuladores paralelos, e os compara com vários índices de singularidade, mostrando suas vantagens e desvantagens para diferentes índices. De forma semelhante, descreve-se o método de medida da proximidade de singularidades, que permite explicar seus significados físicos, levando em consideração a transmissibilidade de movimento e força. Esta métrica pode ser encontrada para representar a proximidade de singularidades para diferentes tipos de manipuladores paralelos não redundantes (LIU; WU; WANG, 2012).

2.4.3 Jacobiano

O estudo da cinemática diferencial possibilita descrever o comportamento das velocidades e acelerações em diferentes sistemas de referência. Este conceito ainda pode ser utilizado para descrever posição e orientação de corpos rígidos (TSAI, 1999). A matriz Jacobiana pode ser empregada para descrever a contribuição da velocidade de cada junta (no espaço das juntas) à velocidade do efetuador final (OLIVEIRA et al., 2011).

A análise do Jacobiano permite o estudo das singularidades e a detecção das proximidades das singularidades. Gosselin e Angeles (1990), dividiram o Jacobiano em duas partes, o Jacobiano direto $\mathbf{J_x}$ e e o Jacobiano inverso $\mathbf{J_q}$, visando simplificar o sistema.

De acordo com (TSAI, 1999), as restrições dos elos podem ser descritas por uma equação generalizada que envolve as variáveis das juntas $\mathbf{x}$ e as variáveis do efetuador $\mathbf{q}$,

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = 0. \tag{2.23}$$

Diferenciando a equação 2.23 no tempo, obtemos as duas partes do Jacobiano,

$$\mathbf{J_x}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{J_q}\dot{\mathbf{q}}, \tag{2.24}$$

onde $\mathbf{J_x}$ é o Jacobiano direto,

$$\mathbf{J_x} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{f}}{\mathrm{d}\mathbf{x}}, \tag{2.25}$$

e o $\mathbf{J_q}$ é o Jacobiano inverso,

$$\mathbf{J_q} = -\frac{\mathrm{d}\mathbf{f}}{\mathrm{d}\mathbf{q}}. \tag{2.26}$$

Temos ainda que o Jacobiano total $\mathbf{J}$ pode ser obtido por

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{x}}, \tag{2.27}$$

onde o Jacobiano relaciona a velocidade das juntas com as velocidades do efetuador, e para tal $\mathbf{J} = \mathbf{J_q}^{-1}\,\mathbf{J_x}$.

2.4.3.1 Singularidades do Jacobiano

O estudo da cinemática leva ao problema de configurações singulares. Nestas configurações de sistema ocorre a perda ou ganho instantâneo de graus de liberdade. Estas configurações, são definidas como aquelas em que a matriz Jacobiana, ou seja, a matriz que relaciona as velocidades das juntas e a velocidade do efetuador, possui deficiência no *rank* (GOSSELIN, 1988).

Uma configuração é singular se $\mathbf{J_x}$ ou $\mathbf{J_q}$ é singular. Caso $\mathbf{J_q}$ seja singular, a posição do efetuador final é sobredefinida (TSAI, 1999), ou seja, o efetuador final perde pelo menos um grau de liberdade. Partindo da equação 2.28, a singularidade da cinemática inversa ocorre se há uma velocidade de entrada diferente de zero, $\Psi_a = \dot{\theta}$, que resulta em uma velocidade de saída igual a zero, $\$ = \vec{0}$,

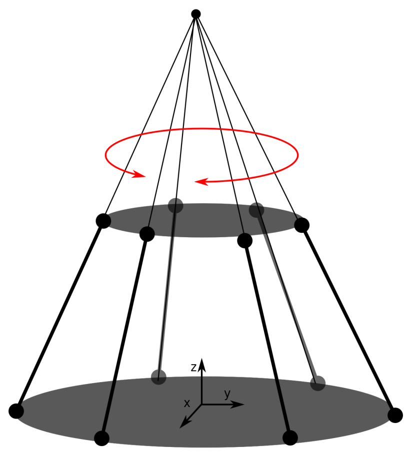
$$\mathbf{J_q}\dot{\theta} = \vec{0}. \tag{2.28}$$

Caso $\mathbf{J_x}$ seja singular, a plataforma pode se mover mesmo se todos os atuadores estejam travados. Assim o robô ganha um ou mais graus de liberdade. Neste caso, há uma velocidade de saída diferente de zero, **$**, correspondente a uma velocidade de entrada igual a zero, $\dot{\theta}$, ou seja,

$$\vec{0} = \mathbf{J_x}\$. \tag{2.29}$$

Por exemplo, um robô 6-S<u>P</u>S completamente simétrico, tem as retas que representam os elos unidos concorrentemente em um ponto acima da plataforma, ganhando três graus de liberdade irrestritos, conforme ilustrado na figura 25.

Figura 25 – Singularidade do Jacobiano



Fonte: Autor

Há três razões básicas para as singularidades diretas se tornarem um problema. Elas seguem diretamente da interpretação das singularidades e são: acurácia reduzida, grandes forças internas e perdas de informações nas soluções (VOGLEWEDE, 2004a).

Considerando as diferenças de entradas e saídas, a relação do Jacobiano torna-se

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \mathbf{J}\$, \\ \frac{\Delta\theta}{\Delta t} &\approx \mathbf{J}\frac{\Delta\mathbf{X}}{\Delta t}, \\ \Delta\theta &\approx \mathbf{J}\Delta\mathbf{X}. \end{aligned} \tag{2.30}$$

Teoricamente quando o manipulador está em uma posição singular direta, o efetuador tem um movimento instantâneo pequeno, que não deveria movimentar o robô. Porém, devido as folgas que todos os manipuladores possuem em suas juntas, ocorrem movimentos no robô. A quantificação destes movimentos irrestritos do efetuador são um problema a parte.

2.5 Índice de proximidade da singularidade direta

Nesta seção é determinado o índice da proximidade da singularidade direta. Este índice é calculado através de um problema de otimização restrito. O problema de otimização restrito resulta em um problema generalizado de autovalores. O autovalor resultante tem significado físico e é utilizado como medida do desempenho na proximidade de singularidades, e portanto, é uma medida de proximidade das singularidades.

Esta abordagem de otimização é utilizada para análise de singularidade. Pottmann et al. (1998), utiliza o problema de otimização restrito para determinar a proximidade das singularidades. Wolf e Shoham (2003) usam a metodologia para descrever o comportamento instantâneo próximo a singularidade. Voglewede (2004a) incorpora vários outros problemas aparentemente não relacionados com medidas no âmbito da otimização restrita.

2.5.1 Problema de Otimização

A otimização é uma série de procedimentos que que buscam a melhoria da solução de um problema matemático. Estes métodos buscam de forma geral, minimizar (ou maximizar) uma ou mais funções definidas por parâmetros, dado uma série de relações matemáticas chamadas restrições.

Variáveis de projeto são parâmetros de um determinado problema, ao serem alteradas permitem a maximização da função objetivo. A relação matemática que deve ser maximizada é definida como função objetivo. A busca dos valores para as variáveis de projeto, que resultam no menor valor de uma função objetivo, gera uma minimização das mesmas. Muitas vezes a busca pelos menores valores das variáveis de projeto pode ser interrompida, isto se da através das limitações, chamadas restrições, onde estas impossibilitam que certos valores sejam assumidos como solução.

Segundo Arora (2004) e Haftka et al. (2012), para um problema padrão de otimização com n variáveis

$$x = (x_1, x_2, ..., x_n), \tag{2.31}$$

deve-se ter uma função objetivo

$$f(x) = f(x_1, x_2, ..., x_n), \tag{2.32}$$

normalmente restrita a uma condição de igualdade

$$h_j = h_j(x_1, x_2, ..., x_p) = 0; j = 1...p, \tag{2.33}$$

de desigualdade

$$g_i = h_i(x_1, x_2, ..., x_m) \leq 0; i = 1...m, \tag{2.34}$$

ou ambas. Assim tem-se o problema padrão de otimização

$$\begin{cases} min & f(x) \\ & \\ sujeito\ a & h_j = 0 \\ & g_i \leq 0 \end{cases}. \tag{2.35}$$

De acordo com Voglewede (2004a), uma medida de proximidade com à singularidade $M(\mathbf{X})$, tem configuração particular **X** (posição e orientação),

$$\begin{gathered} M : \{\text{espaço de configurações}\} \rightarrow \mathbb{R} \\ M : \{\mathbf{X}\} \rightarrow \mathbb{R} \end{gathered} \tag{2.36}$$

e deve ter as seguintes propriedades :

- $M(\mathbf{X}) = 0$ se e somente se **X** é uma configuração singular,

- Se **X** é não singular,$M(\mathbf{X}) > 0$,

- $M(\mathbf{X})$ ter significado físico claro.

O problema da criação de uma medida no ponto de vista físico, é a necessidade da definição da quantidade física, $M(\mathbf{X})$. A configuração singular tem muitos efeitos diferentes, como perda de restrição, aumento do erro no efetuador final e perda de rigidez. O efeito levado em consideração é a perda de restrição, pois este forma a base para medição da singularidade.

Considerando a quantidade física de interesse e a configuração **X** para a direção do heligiro **\$**, é indicado o valor da quantidade física $F(\mathbf{X}, \mathbf{\$})$. Uma medida significativa pode ser calculada através da minimização de F em relação aos movimentos unitários, **\$**,

$$M(\mathbf{X}) = \begin{cases} \quad min \qquad F(\mathbf{X}) \\ \\ sujeito\ a \quad \parallel \mathbf{\$} \parallel^2 = c \end{cases} \tag{2.37}$$

onde $\parallel ... \parallel$ representa um tipo de norma para heligiros e c é uma constante (VOGLEWEDE, 2004a). A heliforça é obrigada a ter uma determinada norma, pois caso contrário a solução trivial, $\mathbf{\$} = 0$, será sempre o mínimo. Desta forma, é necessário uma função objetivo F e uma norma apropriada de **\$** para solucionar o problema.

2.5.2 Norma invariante

O problema geral de minimização apresentado na equação 2.37, requer normalização do heligiro devido aos termos de dimensão diferente do vetor dos componentes do heligiro (VOGLEWEDE, 2004a). A norma invariante do heligiro é utilizada considerando o trabalho de Hesselbach et al. (2005).

A norma invariante leva em consideração a magnitude do quadro invariável do heligiro, ou seja, o componente da velocidade angular do heligiro. Para um determinado heligiro

$$\mathbf{\$} = \begin{bmatrix} \vec{\omega} \\ \vec{V}_p \end{bmatrix}, \tag{2.38}$$

a norma invariante é definida por

$$\parallel \mathbf{\$} \parallel = \sqrt{\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}} = \sqrt{\mathbf{\$}^T \mathbf{D} \mathbf{\$}}, \tag{2.39}$$

onde

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} \\ \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{0}3x3 \end{bmatrix}. \tag{2.40}$$

Contudo, deve-se ter cuidado pois se $\omega = 0$, a norma invariante é nula. Isto ocorre para o caso de translação pura, e a norma invariante deve ser completada. Segundo Voglewede (2004a) a solução que se tem é :

$$Se\ \vec{\omega} = \vec{0},\ tem - se \parallel \mathbf{\$} \parallel = \sqrt{\vec{V_p} \cdot \vec{V_p}}, \tag{2.41}$$

e neste caso

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{0}_{3x3} \\ \mathbf{0}_{3x3} & \mathbf{I}_{3x3} \end{bmatrix}. \tag{2.42}$$

A norma invariante corresponde bem com um passo finito no heligiro $(h \neq \infty)$, tal como $\vec{\omega} \neq \vec{0}$. Assim é possível obter a restrição para um problema de otimização semelhante ao da equação 2.37.

2.5.3 Medida da singularidade baseada no trabalho

A medida da singularidade baseada no trabalho é usada para análise de singularidade. Wolf et al. (2003) utilizam esta metodologia para descrever o comportamento instantâneo próximo a singularidade. Voglewede (2004a) incorpora vários outros problemas aparentemente não relacionados com medidas no âmbito da otimização restrita. Hesselbach et al. (2005), demonstra como definir a proximidade da singularidade direta em um robô Hexa, unindo esta medida a uma análise física da estrutura do robô.

A medida da singularidade baseada no trabalho é utilizada para minimização do problema. Com a função objetivo sendo

$$F(\mathbf{\$}) = \sum_{i=1}^{k} (\hat{\mathbf{\$}}_{ri}^{T} \mathbf{\$})^2, \tag{2.43}$$

tal que $\hat{\mathbf{\$}}_{ri}$ são as colunas, na ordem axial do $\mathbf{J_x^T}$, que particularmente pode ser interpretada como a magnitude unitária da heliforça $\hat{\mathbf{\$}}_{ri} \cong \mathbf{\$}_{ri}$. Esta medição é motivada pela dualidade da matriz Jacobiana.

As colunas do $\mathbf{J_x^T}$ são interpretadas como a heliforça normalizada, aplicada nos elos das juntas passivas, para torques unitários atuando em cada $(\hat{\$}_{ri}^T \$_i)^2$ de F, que pode ser interpretado como o espaço de forças do i-ésimo heligiro do efetuador final $\$_i$. Dado que $\hat{\$}_{ri}$, é a heliforça normalizada,

$$\begin{aligned}
\hat{\$}_{ri}^T \cdot \$ &= [P_{ri}^* Q_{ri}^* R_{ri}^* L_{ri} M_{ri} N_{ri}] \cdot [\mathcal{L}_r, \mathcal{M}_r, \mathcal{N}_r, (\mathcal{P}^*, \mathcal{Q}^*, \mathcal{R}^*)]^T \\
&= F \\
&= (\mathbf{J_x}\$)^T (\mathbf{J_x}\$) \\
&= \vec{v}^T \vec{v} \\
&= \parallel \vec{v} \parallel^2 .
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Em uma configuração singular existe um heligiro $\$$ para os quais nenhuma das ações dos membros pode fazer algum trabalho, assim, o mínimo de F vai para zero. Distante da configuração singular, a minimização identifica o heligiro menos restrito e usa as forças feitas pelas restrições no membro em que mede-se o heligiro.

Assim a equação 2.43 pode representar a função objetivo da equação 2.37,

$$M(\mathbf{X}) = \begin{cases} min \qquad F(\$) = \$^T \mathbf{J_x}^T \mathbf{J_x} \$ = \$^T \mathbf{M} \$ \\ \\ sujeito\ a \qquad h(\$) = \$^T \mathbf{D} \$ - c = 0 \end{cases} \tag{2.45}$$

onde a matriz Graminiana $\mathbf{M}$ e $\mathbf{D}$ são $n \times n$ matrizes positivo semidefinidas simétricas, h é uma dada restrição, e c é uma constante positiva, portanto F apenas assume valores não negativos, $F(\$) \geq 0$ (VOGLEWEDE, 2004a).

2.5.4 Minimização por auto valores

O problema de otimização restrita da equação 2.37 deve ser solucionado, isto é possível utilizando um problema de otimização sem restrições. Esta transformação é obtida pela formulação de Lagrange $L(\$, \lambda) = F(\$) - \lambda h(\$)$ e solucionando o problema de otimização irrestrito resultante (HESSELBACH et al., 2005),

$$min\ L(\$, \lambda). \tag{2.46}$$

Neste caso particular, o Lagrangiano é

$$L(\$, \lambda) = \$^T \mathbf{M}\$ - \lambda(\$^T \mathbf{D}\$ - c). \tag{2.47}$$

A minimização do Lagrangiano é realizada pela obtenção de derivadas parciais do Lagrangiano em respeito a λ e $, sendo ambas equações igualadas a zero. Com isso, todo o problema é especificado, desde F sendo restrita a 0, devendo incluir o mínimo de F. Derivando o Lagrangiano em respeito a λ se tem

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = (\$^T \mathbf{D}\$ - c) = 0. \tag{2.48}$$

Derivando o Lagrangiano com respeito a $ e considerando que $\mathbf{M}$ e $\mathbf{D}$ são simétricos

$$\frac{\partial L}{\partial \$} = 2\mathbf{M}\$ - 2\lambda\mathbf{D}\$ = (\mathbf{M} - \lambda\mathbf{D})\$ = \vec{0}. \tag{2.49}$$

Com a solução não trivial, a expressão da matriz $(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{D})$ deve ser singular

$$det(\mathbf{M} - \lambda\mathbf{D}) = 0, \tag{2.50}$$

chamado de problema generalizado de autovalores. Visto isto, o autovalor, λ, e o autovetor associado, $\$_{\prime}$, são computados. Os autovetores são a escala da restrição $\$_{\prime}^T \mathbf{D}\$_{\prime} - c = 0$, e os escalares resultantes são substituídos na função original , F, da equação 2.45 para ser o valor mínimo.

Além disso, o mínimo da função objetivo é o menor autovalor, λ_{min}, da equação 2.50 multiplicada pela constante c. Isto é provado retornando para equação 2.49 onde reescreve-se

$$M\$ = \lambda\mathbf{D}. \tag{2.51}$$

Substituindo esta relação na função objetivo *F* e utilizando a restrição h,

$$F(\$) = \lambda\$^T \mathbf{D}\$ = c\lambda. \tag{2.52}$$

Se é c uma constante positiva, F é minimizado pelo menor autovalor, λ_{min},

$$min\ F(\$) = c\lambda_{min}. \tag{2.53}$$

Outro resultado que pode interferir nesta analise é todo autovalor ser não negativo , $\lambda_i \geq 0$, se a função objetivo for não negativa.

Então $\sqrt{\lambda_{min}}$ é associado a trabalho mínimo W_{min} do sistema, que indica a proximidade da singularidade do robô. O menor autovalor λ_{min} irá ser o mínimo da função objetivo F($), para ser utilizado como um valor de medida. A singularidade ocorre quando $\sqrt{\lambda_{min}} = 0$, onde a extremidade do efetuador final é irrestrita. Teoricamente o valor do índice deve ser zero, mas devido a folga nas articulações, o valor do índice para singularidade é ligeiramente superior (LAST et al., 2005).

2.6 Índice de proximidade da colisão

Os limites do espaço de trabalho de um robô devem ser calculados considerando a ocorrência de colisões entre membros. As colisões entre pernas, pernas e a plataforma, alongamentos máximo permitidos pelas juntas atuadas dos robôs, são fatores que afetam diretamente o espaço de trabalho. Alguns autores abordam estas limitações no mapeamento do espaço de trabalho (BONEV; RYU, 2001; KIM; JEONG; PARK, 2015; LI et al., 2013; MERLET, 1995).

Neste trabalho é abordada a distância linear e a distância angular entre membros. A primeira, considera dois segmentos de reta e mede-se a distância mínima entre eles, dada uma tolerância. Na segunda, mede-se o ângulo entre dois segmentos de reta. Esta segunda medição é necessária pois não pode-se medir distância em membros que estão unidos no mesmo ponto, já que a distância seria 0. Membros unidos no mesmo ponto, não são considerados para as medições de distância.

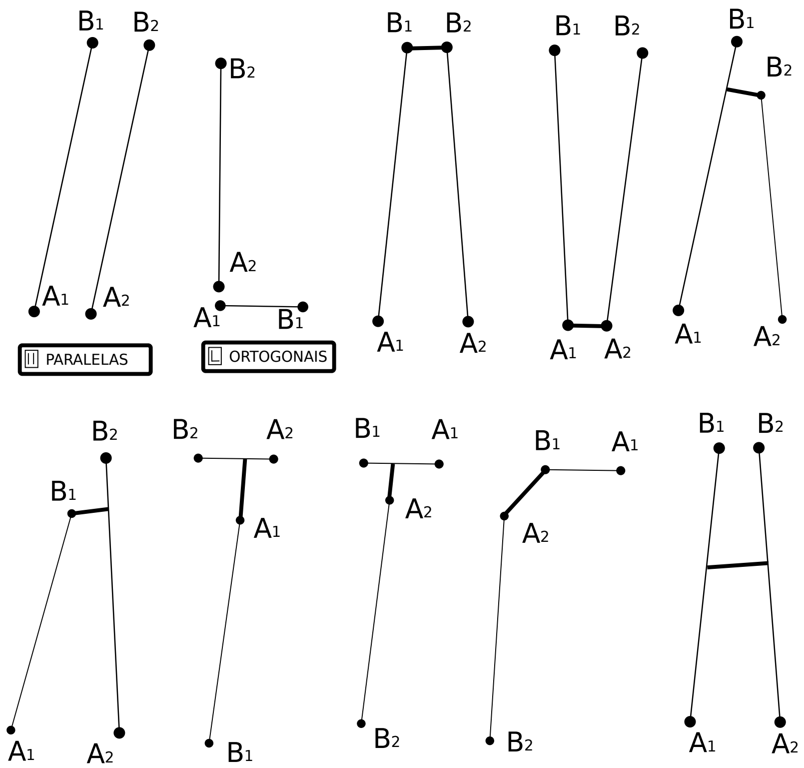
As avaliações de distâncias e ângulos entre membros são unificadas em um índice, e utilizadas para o cálculo e mapeamento do espaço de trabalho. Sem a consideração de proximidade da colisão, o cálculo do espaço de trabalho acaba sendo errôneo e não tem seus limites corretamente descritos. Além da distância entre pernas, é calculada a distância entre pernas e seções da plataforma. Também se calcula ângulo entre pernas do robô, nos casos onde se unem em um mesmo ponto, o ângulo entre pernas e plataforma.

2.6.1 Distância entre membros

Para o cálculo de colisão entre os membros, neste caso, considera-se que, as pernas do robô tem um raio r_a, unido a uma tolerância de colisão entre as pernas, chegando a uma distância de tolerância de colisão linear TC_{lin}. Assim a distância entre as pernas não deve ser menor ou igual a TC_{lin}.

A figura 26, representa algumas configurações possíveis que devem ser consideradas para medir a distância entre duas pernas. Essas configurações são consideradas partindo do trabalho de Merlet (2000).

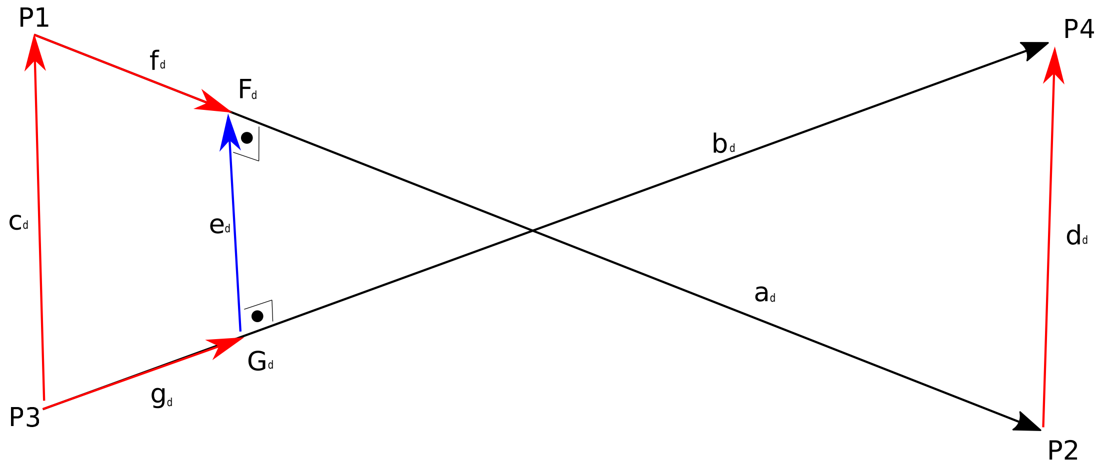
Figura 26 – Distância entre dois segmentos de reta



Fonte: Autor

A representação da distância entre as pernas considera que existe uma distância mínima calculada pela norma do vetor $\vec{E_d}$. Porém, $\vec{E_d}$ se apresenta de diversas maneiras. O caso trivial da medição de distância é representado da figura 27.

Figura 27 – Distância entre dois segmentos de reta



Fonte: Autor

Para o caso da figura 27, sabendo que $\vec{a_d} = \overrightarrow{P_1P_2}$ e $\vec{b_d} = \overrightarrow{P_3P_4}$, assim define-se os vetores unitários $\hat{a_d}$ e $\hat{b_d}$, sendo

$$\hat{a_d} = \frac{\vec{a_d}}{\|\vec{a_d}\|}, \tag{2.54}$$

e

$$\hat{b_d} = \frac{\vec{b_d}}{\left\|\vec{b_d}\right\|}. \tag{2.55}$$

Pela geometria pode-se calcular os vetores $\vec{f_d} = \left\|\vec{f_d}\right\|(\hat{a_d})$ e $\vec{g_d} = \|\vec{g_d}\|\left(\hat{b_d}\right)$ obtendo o valor do vetor $\vec{e_d}$ e assim sua norma $\|\vec{e_d}\|$ que é o valor da menor distância entre as duas retas.

Existem outros casos onde a menor distância entre as retas está fora do segmento. Considerando estes outros casos, a localização dos pontos $\vec{f_d}$ e $\vec{g_d}$ para o cálculo de $\vec{e_d}$, são consideradas seis avaliações, três para determinar como é calculado $\vec{f_d}$ e três para $\vec{g_d}$. Estas avaliações se seguem na tabela 1.

Com as determinações dos vetores $\vec{F_d}$ e $\vec{G_d}$, é calculado o vetor $\vec{E_d}$. São considerados nove casos que seguem na tabela 2.

A distância mínima será a norma do vetor para um dos nove casos, que são definidos a partir das avaliações (ver tabela 2). Ainda é necessário considerar a existência de retas paralelas e ortogonais.

Tabela 1 – Determinação de G e F

Teste	Avaliação	Resultado
1	$\left\Vert \vec{f_d} \right\Vert < 0$	$F_d = P_1$
2	$\left\Vert \vec{f_d} \right\Vert > \Vert \vec{a_d} \Vert$	$F_d = P_2$
3	$0 < \left\Vert \vec{f_d} \right\Vert < \Vert \vec{a_d} \Vert$	$F_d = F_d$
4	$\Vert \vec{g_d} \Vert < 0$	$G_d = P_3$
5	$\Vert \vec{g_d} \Vert > \left\Vert \vec{b_d} \right\Vert$	$G_d = P_4$
6	$0 < \Vert \vec{g_d} \Vert < \left\Vert \vec{b_d} \right\Vert$	$G_d = G_d$

Fonte – Autor

Tabela 2 – Relação para calcular a distância entre pernas

	1	2	3
4	$\overrightarrow{P_1P_3}$	$\overrightarrow{P_2P_3}$	$\overrightarrow{P_3F_d}$
5	$\overrightarrow{P_1P_4}$	$\overrightarrow{P_4P_2}$	$\overrightarrow{P_4F_d}$
6	$\overrightarrow{G_dP_1}$	$\overrightarrow{G_dP_2}$	$\overrightarrow{G_dF_d}$

Fonte – Autor

No caso onde as retas são ortogonais, o produto escalar entre as duas retas será zero, sendo necessário medir a distância dos extremos das retas. Neste caso, partindo da figura 27, mede-se a norma da distância entre os pontos P_1 e P_3, P_1 e P_4, P_2 e P_3, P_2 e P_4, esta distância deve ser menor que a TC_{lin}. A verificação de que duas retas são paralelas é calculada com o produto vetorial entre elas. Se o produto é nulo representa que as retas são paralelas e a distância entre os membros é considerada segura. No robô MSSM, retas paralelas só se tocariam se estivessem colineares.

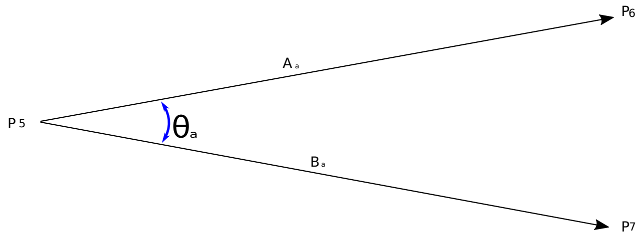
Este método foi implementado visando evitar os travamentos que ocorrem em outros métodos testados. As outras avaliações de distância seguem no método desenvolvido no Apêndice A, que descreve mais detalhadamente como são efetuadas as medições.

2.6.2 Ângulo entre membros

A menor distância entre dois segmento de reta unido em um mesmo ponto é zero, sendo necessário representar esta colisão de outra maneira. O cálculo do ângulo entre membros serve para esta representação. No cálculo dos ângulos, considera-se que a plataforma tem uma estrutura formada por seções circulares que partem da origem da plataforma até as juntas esféricas.

Para o robô MSSM, pode-se considerar que as configurações tem duas pernas unidas em um mesmo ponto, como representado pelos vetores $\vec{A}_a$ e $\vec{B}_a$ na figura 28. Assim deve-se calcular o ângulo entre estas pernas.

Figura 28 – Ângulo entre dois segmentos de reta



Fonte: Autor

Para calcular o ângulo entre duas pernas considera-se que,

$$\theta_a = \cos^{-1}\left(\frac{\vec{A}_a \cdot \vec{B}_a}{\left\|\vec{A}_a\right\| \left\|\vec{B}_a\right\|}\right). \tag{2.56}$$

Considerando três pontos P_5, P_6 e P_7 tem-se que o vetor $\vec{A}_a$ é obtido ao unir P_5 e P_6, e o vetor $\vec{B}_a$ unindo P_5 e P_7, e o ângulo θ_a que representa a distância angular entre as retas. É considerando um limite de proximidade angular TC_{ang} para o cálculo da colisão.

A proximidade da colisão entre membros finaliza este capítulo. No capítulo seguinte é apresentado como efetuar o mapeamento e otimização do espaço de trabalho com o método gráfico proposto.

3 MAPEAMENTO DO ESPAÇO DE TRABALHO

Neste capítulo apresenta-se o mapeamento do espaço de trabalho a partir das orientações da plataforma. O mapeamento é obtido considerando as limitações impostas pelas restrições das singularidades cinemáticas (direta e inversa) e restrições das proximidades das colisões entre membros. As restrições de proximidade das colisões abordadas são: distâncias e ângulos entre membros.

As restrições devidas às colisões e às singularidades cinemáticas são quantificadas em índices. A contribuição destes índices representa como cada restrição afeta o ETO. Estes índices são unificados na realização do mapeamento simplificando a representação gráfica.

3.1 Índices analisados

O espaço de trabalho é descrito representando a sua fronteira. Esta fronteira é definida utilizando índices de proximidade às regiões inoperantes, isto é, regiões fora do espaço de trabalho. Para tanto, são analisados os índices da cinemática direta, inversa e de colisões. Apesar de analisar a influência de cada índice de forma independente, na representação gráfica será necessário unificá-los. Este novo índice unificado é binário, 0 ou 1 para orientações onde a plataforma é operante ou inoperante, respectivamente.

Os índices medem quantitativamente a proximidade da orientação do robô a uma restrição de singularidade ou colisão. Estes índices tornam-se operantes ou inoperantes a partir de um certo valor. Neste caso, a plataforma torna-se inoperante se um dos seus índices torna-se inoperante. Assim sendo, para uma dada orientação da plataforma, o índice unificado, que considera os três índices simultaneamente, indica se nesta orientação o robô é operante ou inoperante.

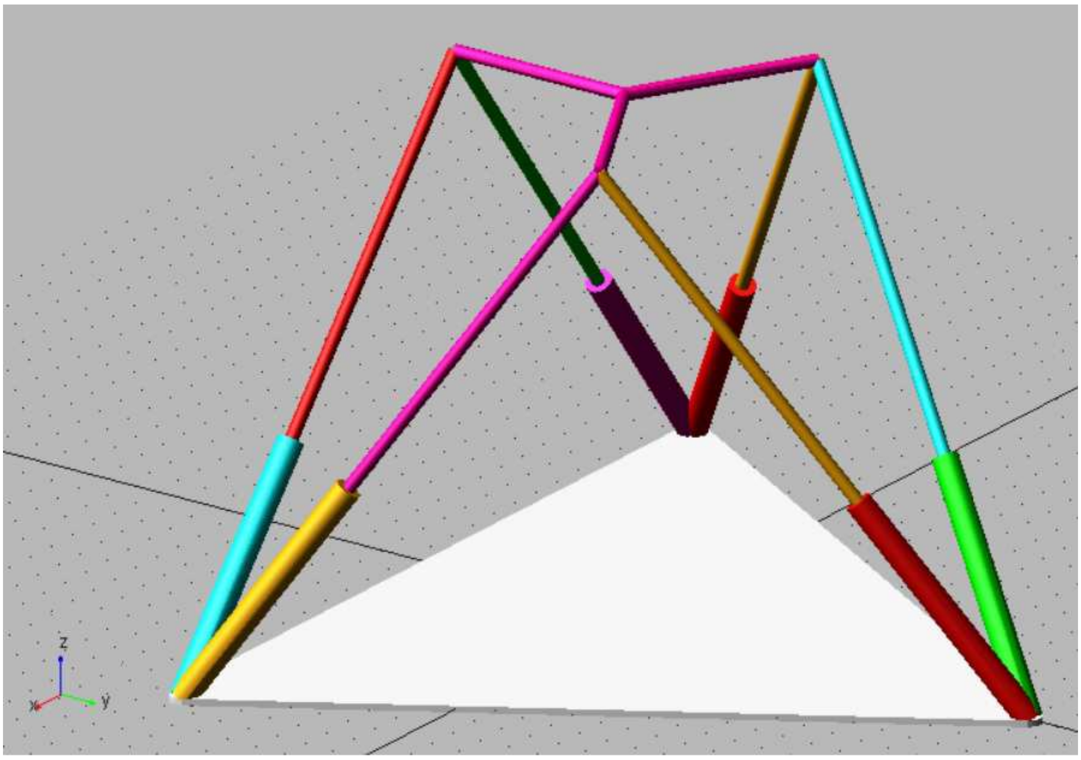
Ao representar o ETO, consideram-se todos os giros, na faixa de $-180°$ a $180°$, e o mapeamento é realizado a cada $2°$. A medição dos índices é efetuada em ordem sequencial, primeiro o índice de cinemática inversa, após o índice de restrição de colisões, e o índice de cinemática direta, para cada intervalo. Esta sequência se deve à alta ocorrência de singularidades da cinemática inversa seguida pelas de restrições de colisão. Esta é conveniente dado o alto custo computacional da cinemática direta. Por tanto, esta ordem no cálculo dos índices reduz o custo computacional do algorítimo geral. Com relação à sequência, é observado que o custo computacional aumenta até 3 vezes caso a ordem não seja a conveniente.

3.1.1 Índice de cinemática direta

O índice da cinemática direta do robô, é a princípio, analisado individualmente. Este índice permite representar as regiões do ETO que são afetadas pela sua influência. De acordo com Hesselbach et al. (2005), o índice da cinemática direta é calculado e é definido o seu valor limite. A partir deste valor, o robô é considerado em uma configuração singular. Neste caso, o valor limite é estabelecido experimentalmente em $\sqrt{\lambda_{min}} \leq 0.028$ (HESSELBACH et al., 2005). No presente trabalho não são efetuadas análises experimentais, então utiliza-se o valor de $\sqrt{\lambda_{min}} \leq 0.03$.

Adicionalmente, a verificação das orientações singulares do robô são realizadas no Software MSC ADAMS (ver figura 29). Esta verificação se realiza com o robô em duas situações: uma singular e outra não singular.

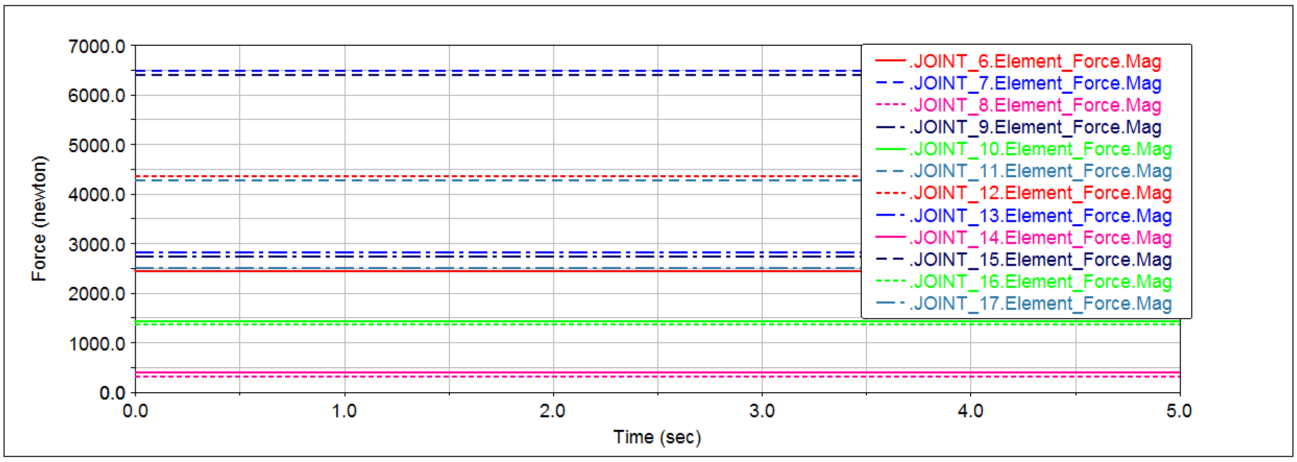
Figura 29 – Simulação (CAE) - Robô MSSM



Fonte: Autor

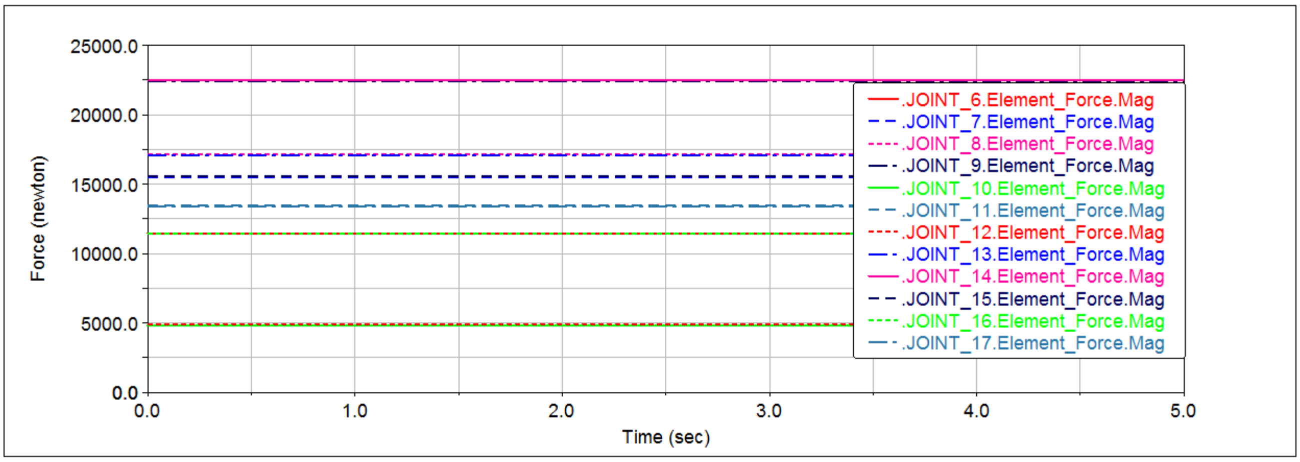
Com o robô completamente restrito (juntas travadas) são medidas as reações na direção do curso dos atuadores para um torque de $1000\ Nm$ e força de $1000\ N$, aplicados diretamente nos eixos de giro (X, Y e Z) da plataforma. Em uma posição não singular, as forças de reação permanecem quase constantes para pequenas variações no giro da plataforma, confirmando a estabilidade da plataforma e sua rigidez (ver figura 30). Quando o robô entra entra na singularidade da cinemática direta, as forças de reação nas juntas atuadas tem uma variação alta para pequenas variações no giro da plataforma e se mantém altas dentro da singularidade (ver figura 31). Os valores das reações dependem de quantos graus de liberdade são ganhos na configuração singular.

Figura 30 – Resultador simulação (CAE) - Robô MSSM em localização não singular



Fonte: Autor

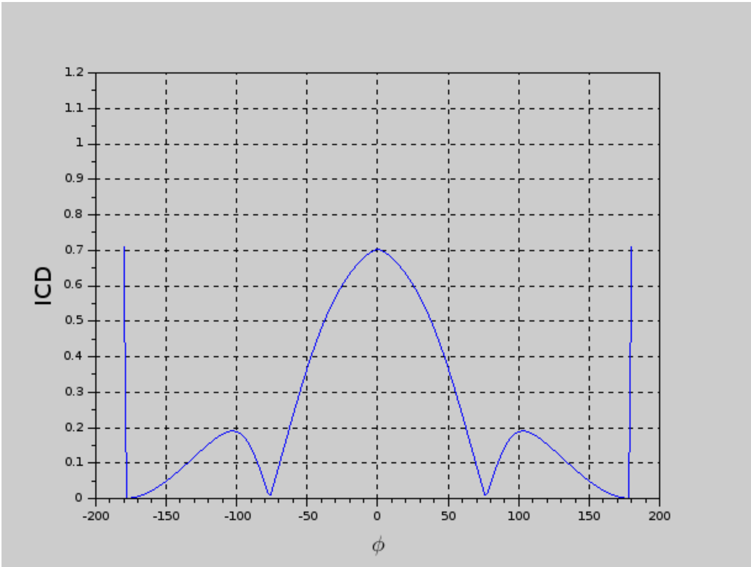
Figura 31 – Resultador simulação (CAE) - Robô MSSM em localização singular



Fonte: Autor

A figura 32 representa o índice da cinemática direta com relação ao *Roll*, rotação (ϕ) em torno do eixo X. Os índices na proximidade de zero correspondem às regiões onde o robô é singular.

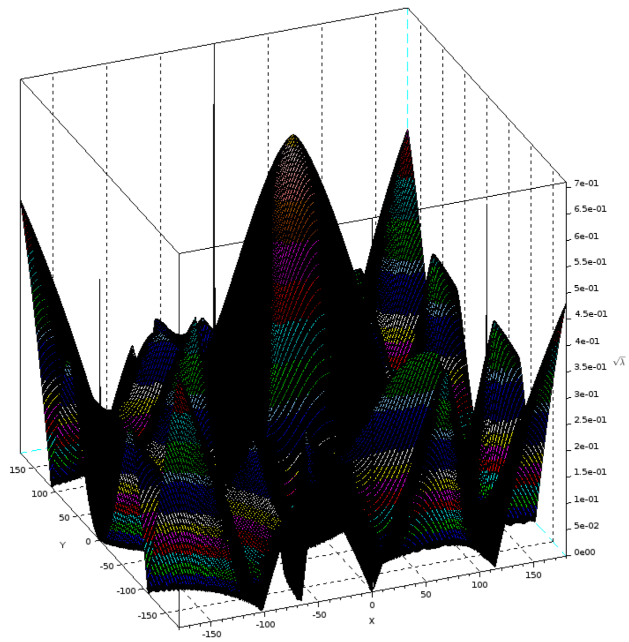
Figura 32 – Índice de cinemática direta robô SSM (Giro em ϕ, θ=ψ=0)



Fonte: Autor

A figura 33 representa o índice da cinemática direta com relação ao *Roll* e ao *Pitch*, rotação (θ) em torno do eixo Y. Neste caso, o índice para a combinação de giros (ϕ e θ) é representado na coordenada vertical da figura. Também neste caso, os índices na proximidade de zero correspondem às regiões onde o robô é singular.

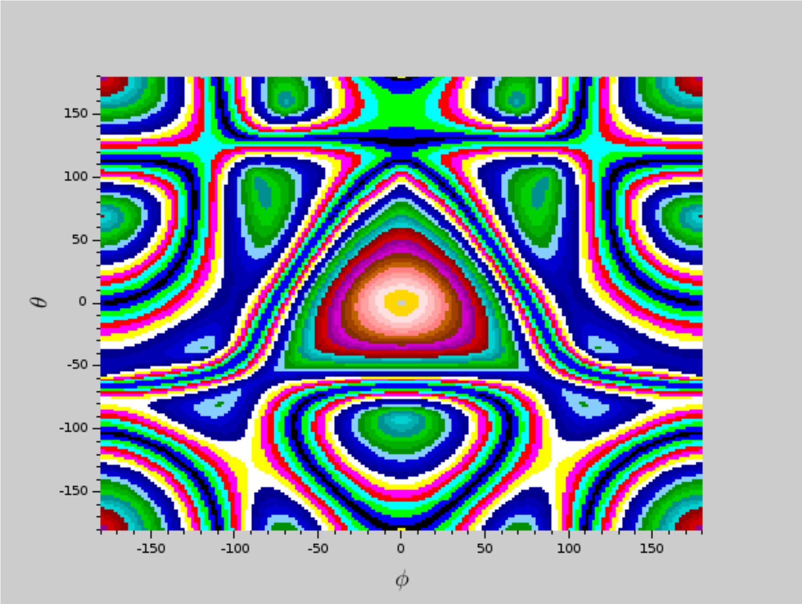
Figura 33 – Índice de cinemática direta robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

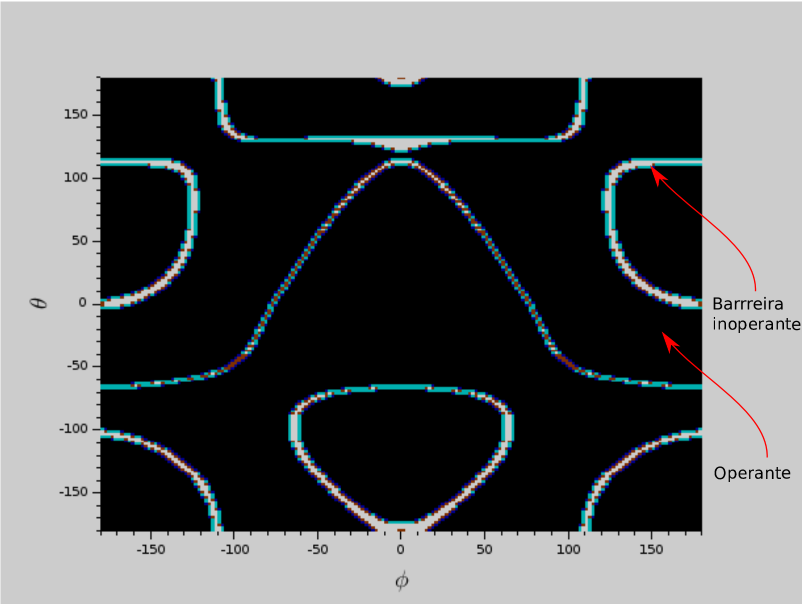
Cabe destacar que, ao representar o mesmo gráfico utilizando curvas de nível (ver figura 34), observa-se como a singularidade da cinemática direta se aproxima de zero nas regiões azuis .

Figura 34 – Índice de cinemática direta robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

Figura 35 – Índice de cinemática direta restrita do robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

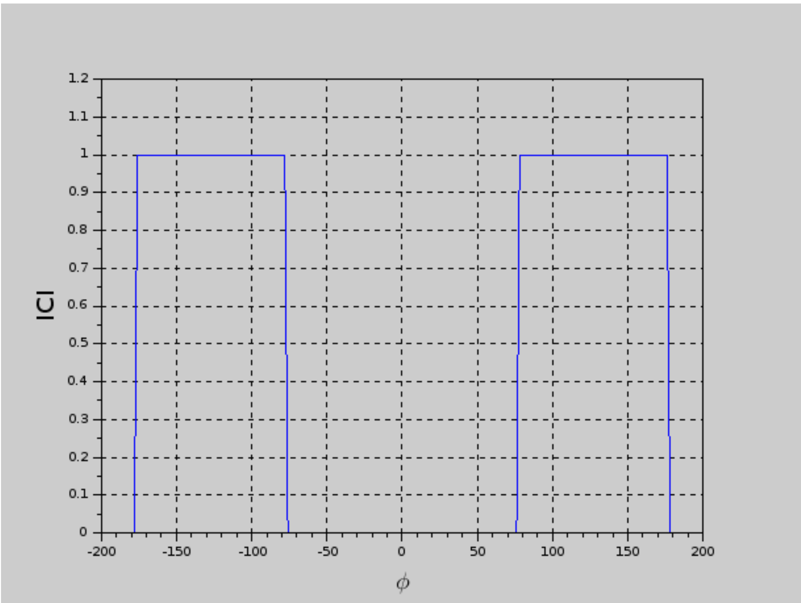
Na proximidade de zero, é aplicado um ponto de corte para obter uma representação, conforme figura 35. Utilizando este ponto de corte é possível visualizar as regiões onde o robô está operante (com relação a cinemática direta), separadas por uma “barreira” na qual o robô está inoperante. Esta barreira está contida entre duas linhas de fronteira. Assim sendo, um ponto no gráfico que representa uma orientação da plataforma, será descrito pela cor preta se operante, e cinza (na "barreira") se inoperante.

3.1.2 Índice de cinemática inversa

As singularidades da cinemática inversa restringem regiões grandes do ETO do robô, se comparadas com as regiões restritas pelas singularidades da cinemática direta. Ao mudar a orientação da plataforma do robô, existem orientações onde a plataforma perde algum grau de liberdade, devido aos limites de curso dos atuadores (máximo e mínimo).

A figura 36 representa o índice da cinemática inversa com relação ao *Roll*. Esta representação demonstra que as singularidades da cinemática inversa impõem grande restrição nas rotações da plataforma.

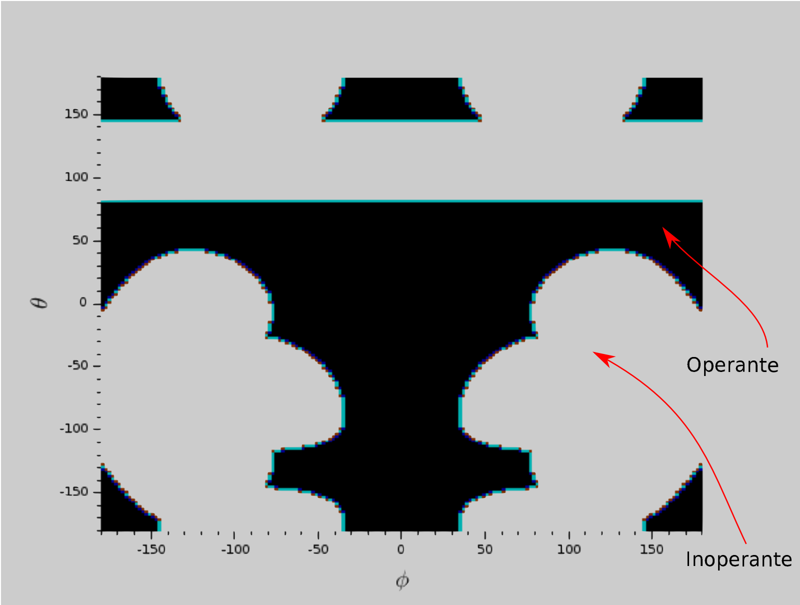
Figura 36 – Índice de cinemática inversa robô MSSM (Giro em ϕ, θ=ψ=0)



Fonte: Autor

A figura 37 representa o índice da cinemática inversa com relação ao *Roll* e ao *Pitch*. Neste caso, o robô é considerado singular caso um atuador esteja próximo de um de seus limites de atuação. A simetria desta figura no eixo X, é devida a divisão do robô em duas partes iguais conforme figura 29.

Figura 37 – Índice de cinemática inversa robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

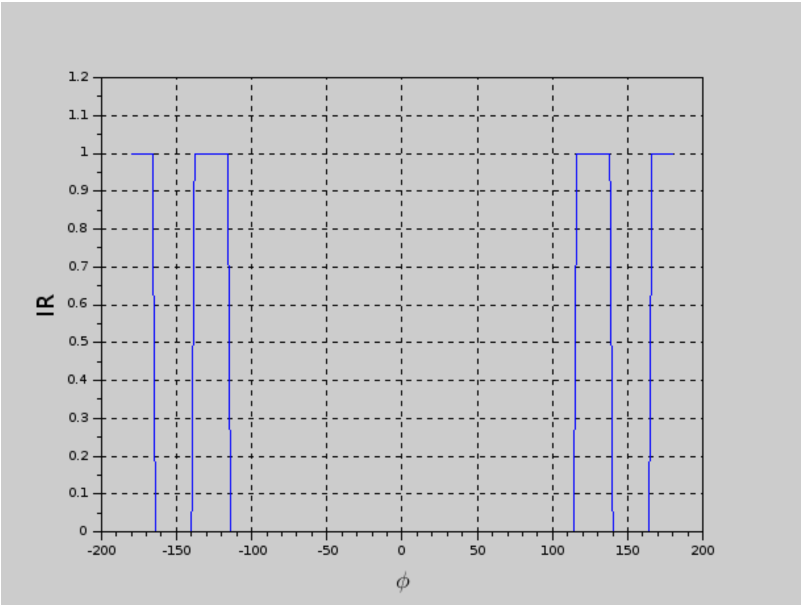
Visualizando as regiões onde o robô está operante (com relação a cinemática inversa), separado por uma "barreira" na qual o robô está inoperante. Assim sendo, um ponto no gráfico que representa uma dada orientação da plataforma, será descrito pela cor preta se operante e cinza (na "barreira") se inoperante.

3.1.3 Índice de restrição por colisão

O índice de restrição por colisão calcula a proximidade entre dois membros do robô. A utilização deste índice é necessária para restringir a região operante e inoperante. São consideradas duas medidas de proximidade de colisão: distância entre membros e ângulo entre membros. Estas medidas são unificadas no índice de restrição por colisão, assim, representando como todas as restrições por colisão afetam o giro da plataforma.

A figura 38 representa o índice de restrição por colisão com relação ao *Roll*. Esta representação demonstra que as restrições por colisão impõem grande restrição na rotação da plataforma como as singularidades da cinemática inversa.

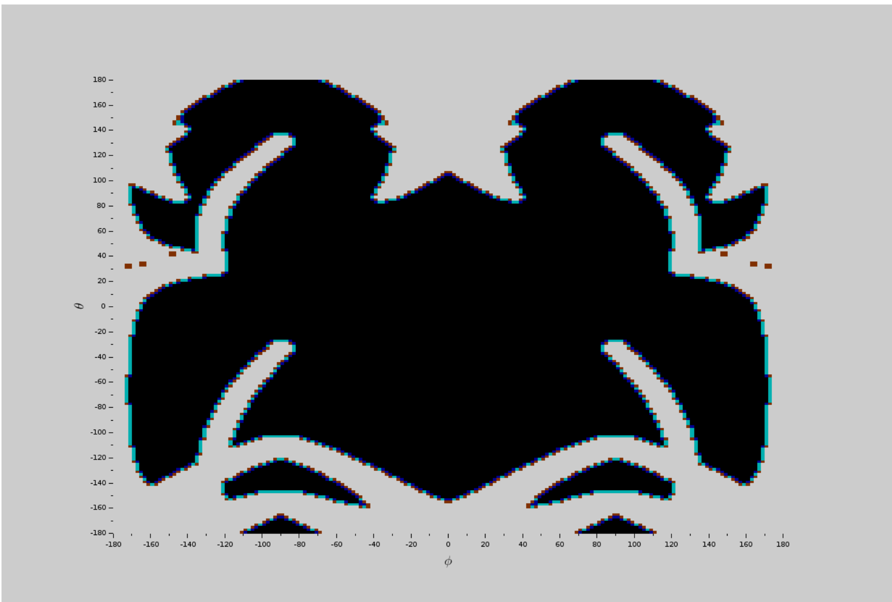
Figura 38 – Índice de restrições por colisão robô MSSM (Giro em ϕ, θ=ψ=0)



Fonte: Autor

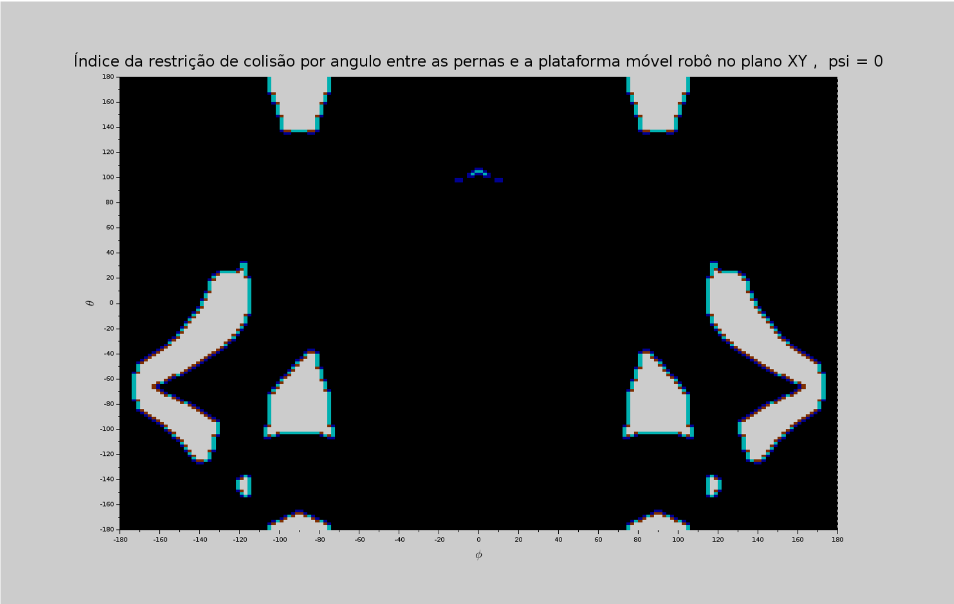
Nas figuras 39 e 40 são representadas, respectivamente, as restrições de distância entre membros e ângulo entre membros, com relação ao *Roll* e ao *Pitch*. Cada restrição, de distância e ângulo, limita o giro do robô de uma maneira diferente.

Figura 39 – Índice da restrição de colisão por distância do robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

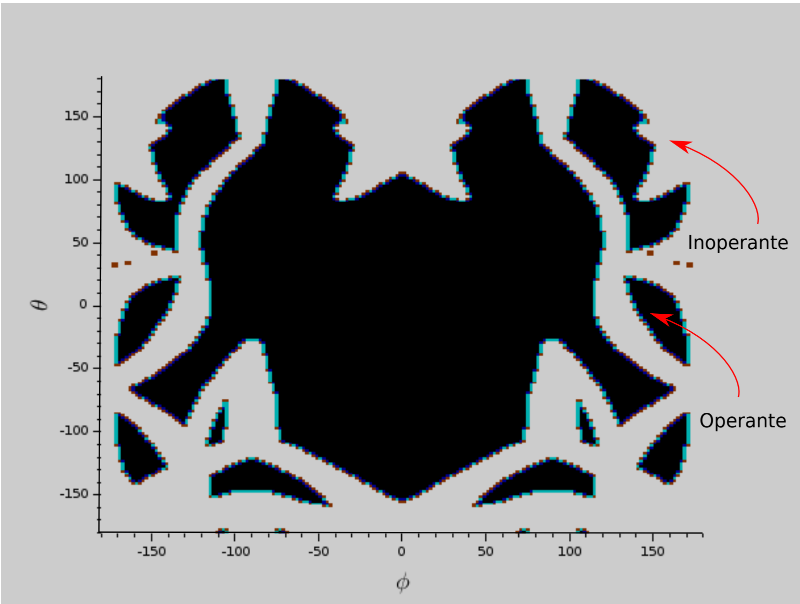
Figura 40 – Índice da restrição de colisão por ângulo do robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

A figura 41 representa o índice de restrição por colisão com relação ao *Roll* e ao *Pitch*. O robô é considerado em colisão, dada uma tolerância, descrevendo as regiões operantes e inoperantes.

Figura 41 – Índice de restrições robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

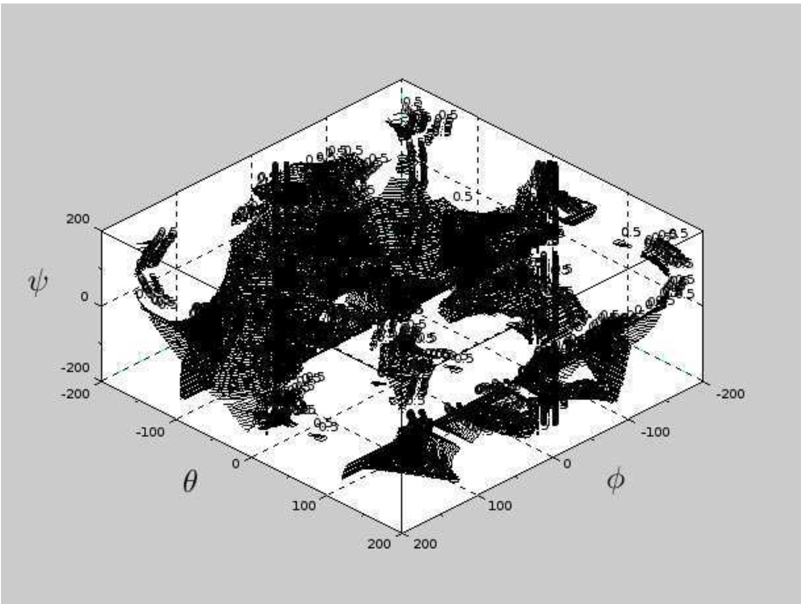
As cores para regiões operantes e inoperantes seguem a mesma regra do índice de cinemática inversa e direta. Assim, todas as informações necessárias para representar o ETO estão definidas. Entretanto, a forma de representação tridimensional do ETO é um problema à parte.

3.2 Representações tridimensionais do espaço de trabalho de orientação

O ETO pode ser representado de diversas maneiras. A tarefa da sua representação inicia com a determinação do índice unificado de restrição, possibilitando que o ETO tenha os sub-espaços operantes e inoperantes descritos. A seguir define-se qual representação é utilizada. As opções testadas são: pontos, curvas de níveis e seccionamento do ETO. Algumas representações dificultam a compreensão do espaço de trabalho e de suas regiões, confundindo o observador. Em diversos locais da representação, não é possível distinguir a região operante da inoperante.

As curvas de nível são uma representação conveniente. Contudo, analisando todos os níveis do ETO, figura 42, ocorre a sobreposição de contornos dificultando sua interpretação. A representação das curvas de nível no plano é de fácil visualização, e se assemelha à representação da figura 41.

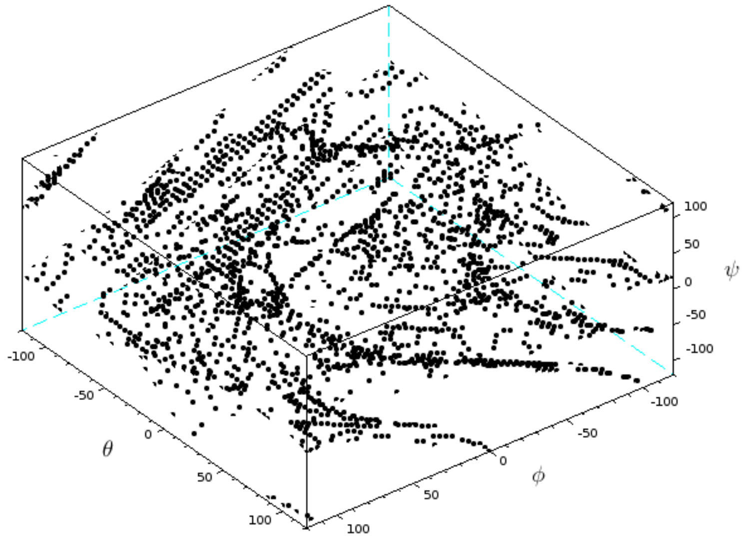
Figura 42 – Representação por curvas de nível robô MSSM (Giro em ϕ, θ e ψ)



Fonte: Autor

É possível usar a representação por meio de nuvem de pontos, porém este tipo de representação pode ser confusa (ver figura 43). Apesar da possibilidade dos pontos translúcidos, a representação carrega muita informação e torna complexa a compreensão do ETO.

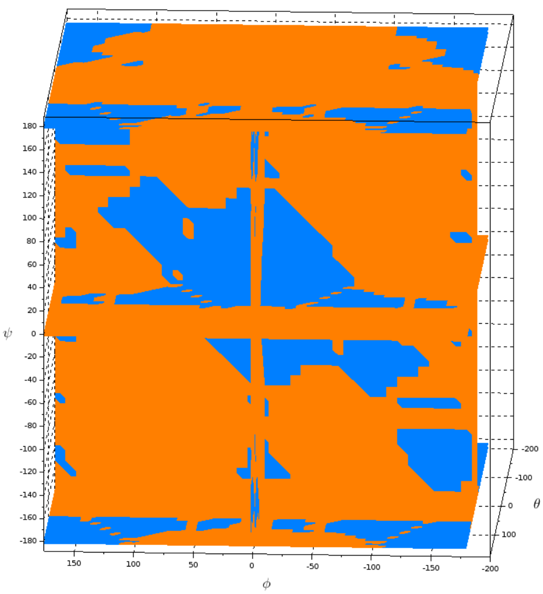
Figura 43 – Representação por pontos robô MSSM (Giro em ϕ, θ e ψ)



Fonte: Autor

Das representações tridimensionais abordadas, a que apresenta o resultado mais satisfatório é a representação por seções (camadas ou fatias). Conforme figura 44, a região central da representação fica em evidência, porém as demais regiões do ETO não são descritas, omitindo-se informações de rotação.

Figura 44 – Índice unificado robô MSSM (Giro em ϕ, θ e ψ)



Fonte: Autor

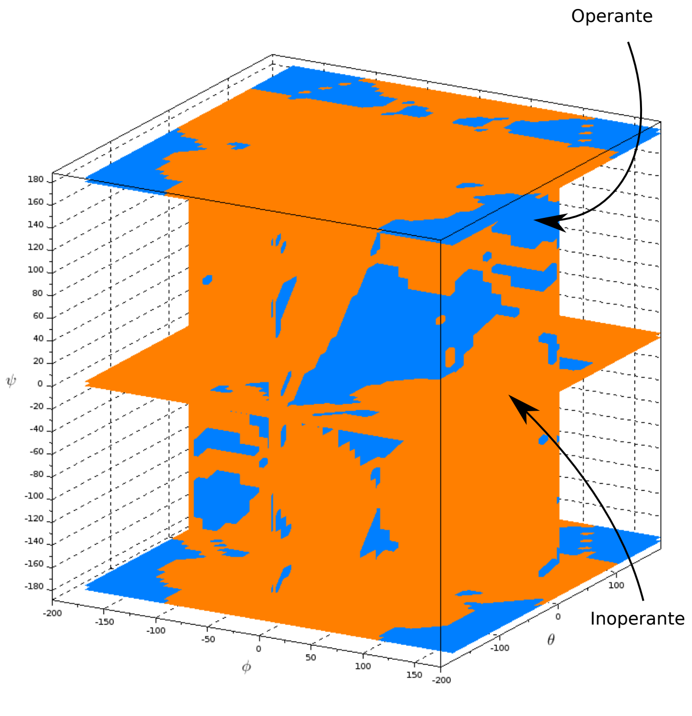
Outra opção é representar as seções do ETO bidimensionalmente. Desta forma, os sub-espaços operantes são representados separados pelas regiões inoperantes. Assim, para transitar entre os sub-espaços é necessário desmontar o robô e remontá-lo em outro sub-espaço operante.

3.2.1 Espaço de trabalho com três eixos de rotação

O espaço de trabalho de orientação representa o quanto a plataforma do robô pode girar em torno de *Roll*, *Pitch* e *Yaw* (rotação ψ em torno do eixo Z). As informações utilizadas para representar o ETO são: eixos de rotação, tipo de apresentação (2D ou 3D) e o índice unificado de restrição, determinando qual representação será utilizada e em quais eixos. Este mapeamento deve ter limites finitos e um passo determinado. O mapeamento é limitado de $-180°$ a $180°$, com um passo de $2°$. Este passo é convencionado considerando o elevado custo computacional para passos menores, por exemplo $1°$, e o erro na representação para passos maiores. Em passos acima de $5°$ o ETO não é representado adequadamente, apesar da redução do tempo de processamento, os sub-espaços são representados unidos, desconsiderando regiões inoperantes.

A figura 45 é um exemplo de representação tridimensional do ETO utilizando o índice unificado. As regiões operantes são azuis e as inoperantes são laranjadas.

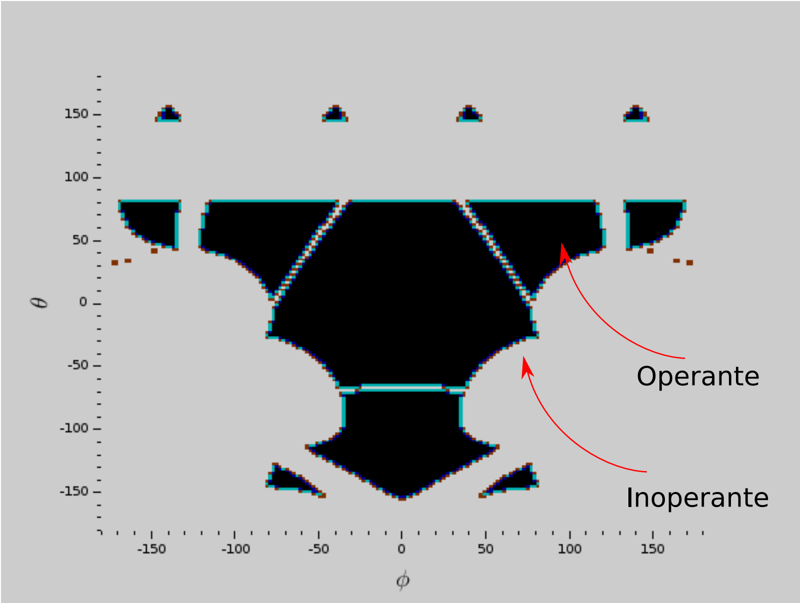
Figura 45 – Índice de restrições geral robô MSSM (Giro em ϕ, θ e ψ)



Fonte: Autor

A representação do ETO, em dois eixos de rotação da figura 46, considera giros em torno de *Roll*, *Pitch* e *Yaw* fixo. Esta é uma representação do ETO 2D para um robô SSM.

Figura 46 – Índice de restrições geral robô MSSM (Giro em ϕ e θ, ψ=0)



Fonte: Autor

As representações tridimensionais abordadas, negligenciam algumas sub-regiões do ETO. Portanto, as análises das representações são efetuadas em dois eixos de rotação. Avaliando as diversas seções planas do ETO, considerando todos os sub-espaços do ETO.

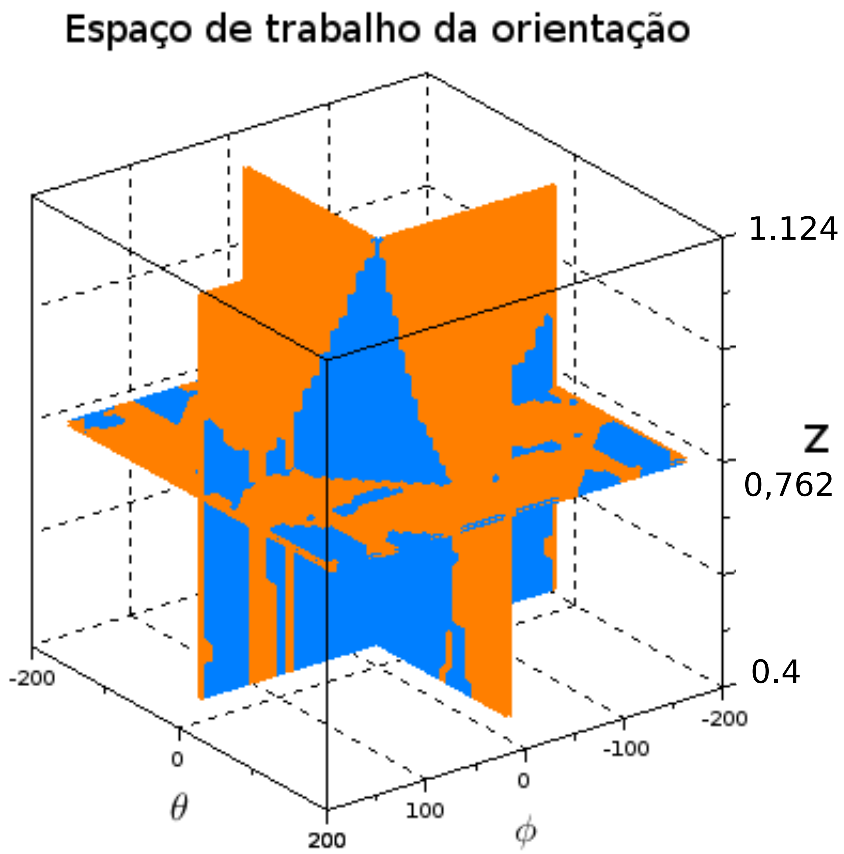
Cabe destacar, que o método apresentado se aplica a representação do espaço de trabalho de orientação, ou seja, os índices que são calculados em função da orientação da plataforma, representada pelos ângulos de *Roll*, *Pitch* e *Yaw*, para uma posição fixa da plataforma. Porém, também é possível representar o espaço de trabalho em função de três variáveis quaisquer, dentre as três de posição e as três de orientação, por exemplo, dois ângulos de rotação e uma coordenada de posição da plataforma.

3.2.2 Espaço de trabalho com dois eixos de rotação e uma translação

Os espaços de trabalho de posição e orientação coexistem paralelamente. Alterando posição e orientação, simultaneamente, na plataforma do robô, o ETO e ETP são alterados. Isto ocorre em razão da fixação da posição ou orientação no momento da representação. O espaço de trabalho misto (ETM) é uma opção que considera três coordenadas representativas, podendo ser de posição ou orientação. Desta forma, é possível analisar em dois eixos de rotação a influência da variação de posição (uniaxial) na plataforma.

Para efetuar esta medição, são escolhidas três coordenadas fixas e três variáveis. Por exemplo, as coordenadas de posição X e Y e a orientação em torno de Z, permanecem constantes, enquanto que as coordenadas de orientação de X e Y e posição Z variam. Neste caso o intervalo da coordenada de posição Z varia de 0.4m a 1.124m, com passo de 0.004m.

Figura 47 – Índice de restrições geral robô MSSM (Giro em ϕ, θ e posição em Z)



Fonte: Autor

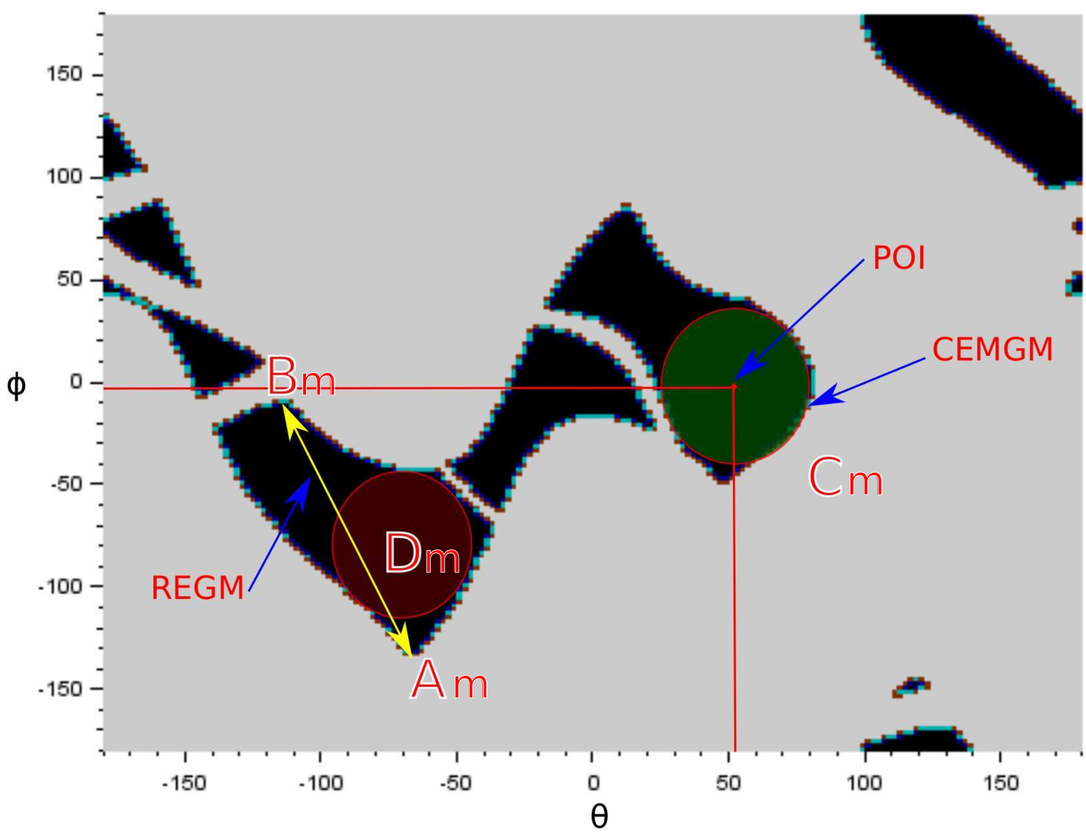
A figura 47, representa o ETM para um robô SSM, considerando giros em *Roll*, *Pitch* e posições na coordenada Z. É possível dividir o ETM em seções planas, paralelas ao plano XY, da mesma forma que foi dividido o ETO. Analisando a figura, é observado que a variação da posição em Z, influencia a capacidade de orientação da plataforma, como esperado.

3.3 Maximização pela orientação inicial da plataforma

O método de otimização gráfica proposto maximiza o giro da plataforma. Partindo das seções representativas do ETO, a maximização do giro é obtida através do cálculo da orientação inicial conveniente (OI), representada pelo ponto de orientação inicial (POI) na representação gráfica. Caso seja necessário após determinar o POI, a ferramenta é compensada.

Considerando o ETO é possível otimizar graficamente o giro da plataforma com diferentes critérios. Neste trabalho são apresentados dois critérios relativos ao giro máximo da plataforma de um robô paralelo. No primeiro critério deseja-se maximizar o giro da plataforma em torno de um eixo situado num plano, representado pela reta do eixo de giro máximo (REGM), na representação gráfica da figura 48. No segundo critério, deseja-se maximizar o mínimo giro da plataforma de um robô paralelo em torno de todos os eixos contidos num plano, representados pelos raios do círculo dos eixos de máximos giros mínimos (CEMGM).

Figura 48 – Representação de ETO (Giro em ϕ e θ, ψ = 68)



Fonte: Autor

A figura 48, representa a seção do espaço de trabalho considerando variações no *Pitch* e *Yaw* com *Roll* fixo em $\phi = 68$. A REGM é representada pela reta $\overline{A_m B_m}$ (amarela), que representa a maior magnitude angular. O círculo de C_m (verde) descreve o CEMGM, que é a região onde se obtém os máximos giros mínimos. A região do círculo D_m (vermelho) é um exemplo de que existe mais de um sub-espaço operante no plano.

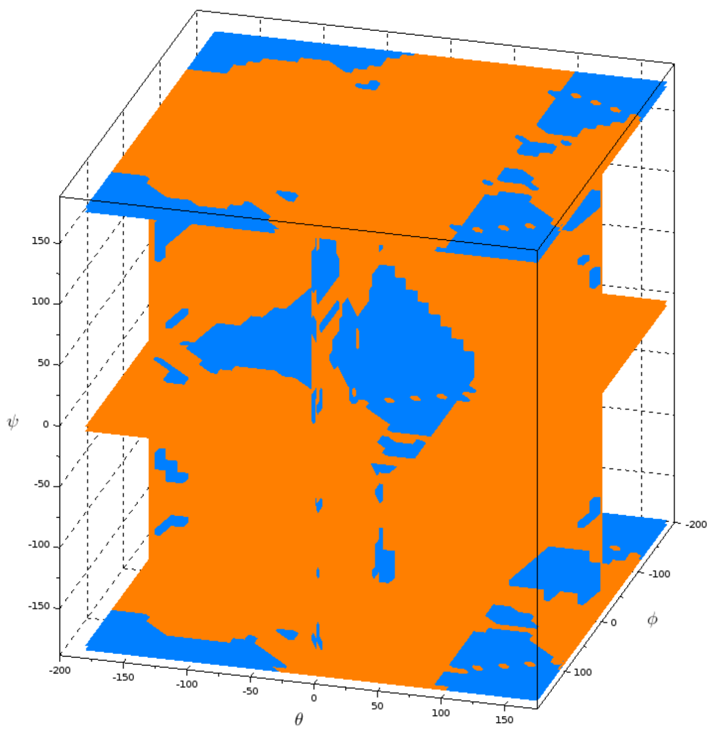
3.3.1 Maximização do giro em torno de um eixo contido no plano XY

A maximização do giro em torno de um eixo contido no plano XY deve respeitar alguns passos. Antes de iniciar o procedimento, deve-se definir se este giro é em um sentido ou em ambos (o giro é simétrico).

Para esta maximização são definidos os seguintes passos:

Passo 1 : Mapear o espaço de trabalho (ver figura 49).

Figura 49 – Índice de restrições geral robô MSSM (Giro em ϕ, θ e ψ)



Fonte: Autor

Passo 2 : Representar o espaço de trabalho em seções planas conforme as representações das figuras 50, 51, 52, 53, 54, 55.

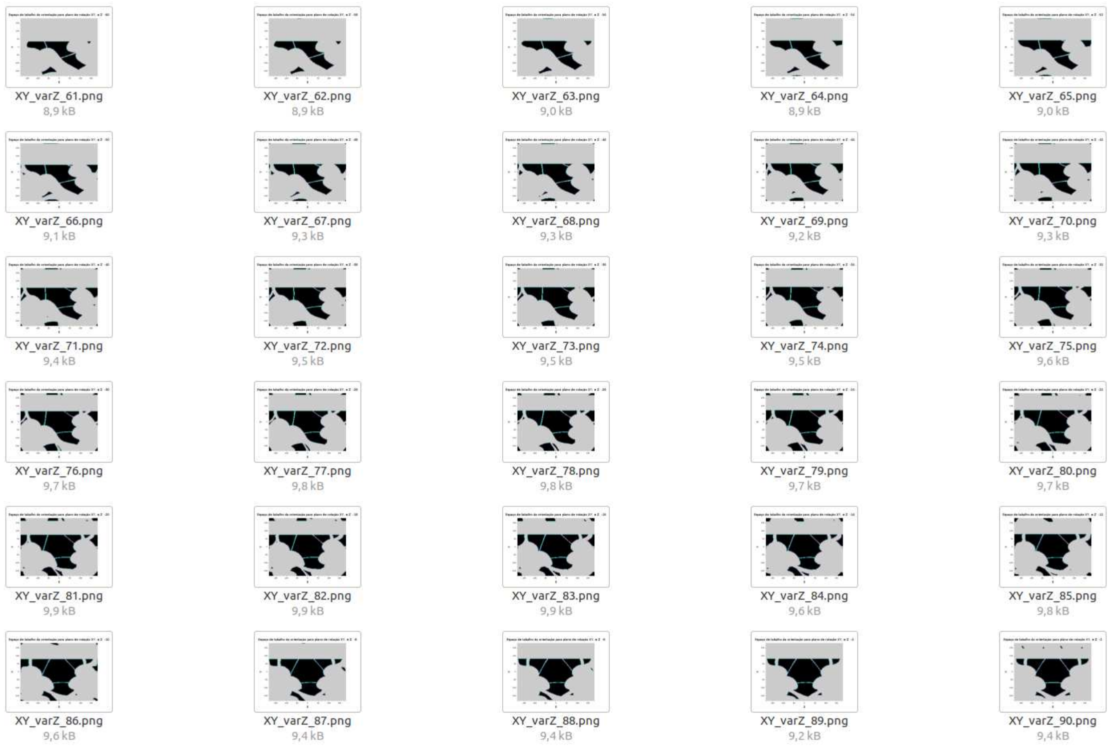
Figura 50 – Seções do ETO de psi = -180 até -122

Fonte: Autor

Figura 51 – Seções do ETO de psi = -120 até -62

Fonte: Autor

Figura 52 – Seções do ETO de psi = -60 até -2



Fonte: Autor

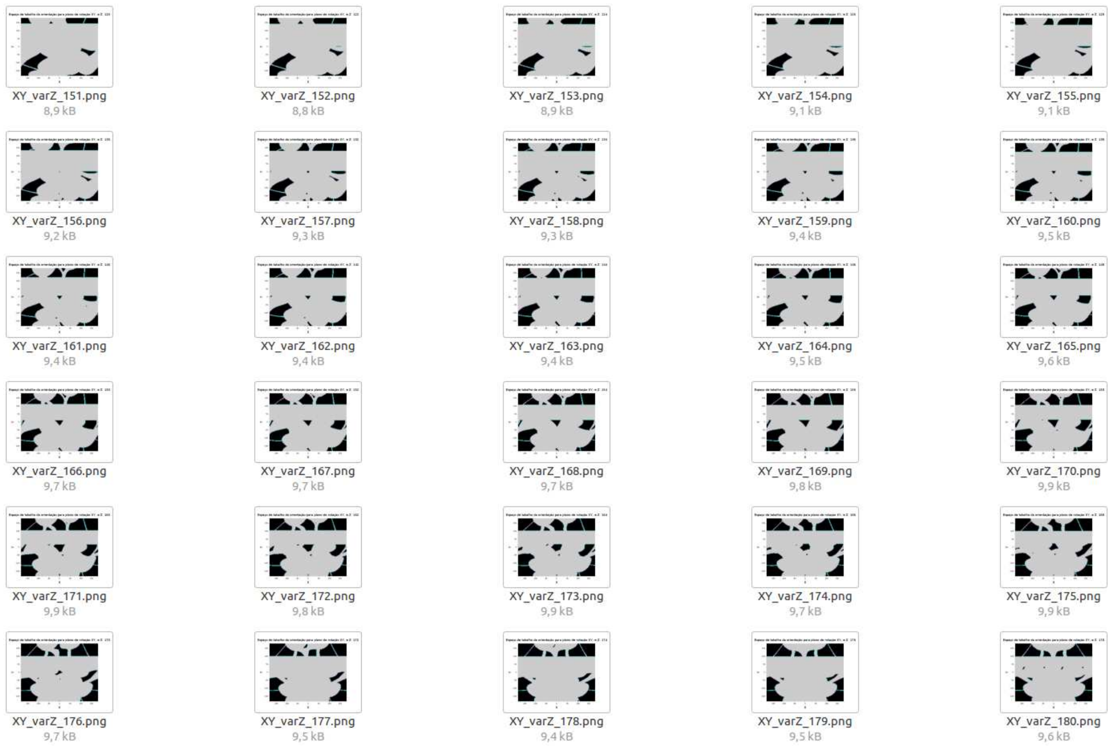
Figura 53 – Seções do ETO de psi = 0 até 58

Fonte: Autor

Figura 54 – Seções do ETO de psi = 60 até 118

Fonte: Autor

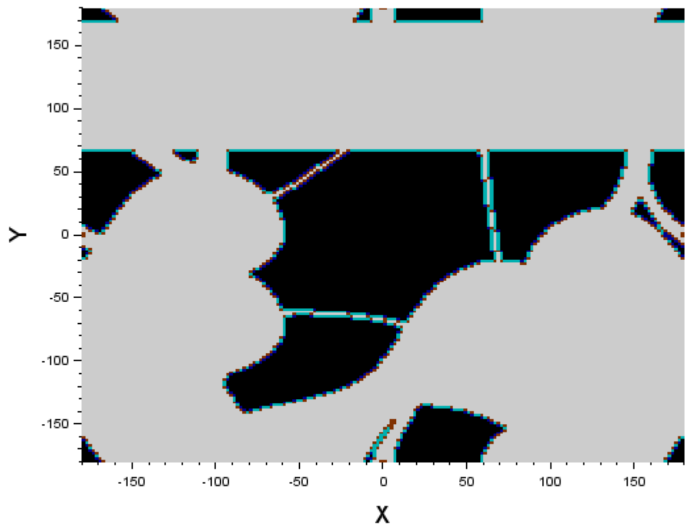
Figura 55 – Seções do ETO de psi = 120 até 178



Fonte: Autor

Passo 3 : Escolher a seção que possui a maior REGM inclusa dentro de uma região operante (livre de singularidade), representado na figura 56.

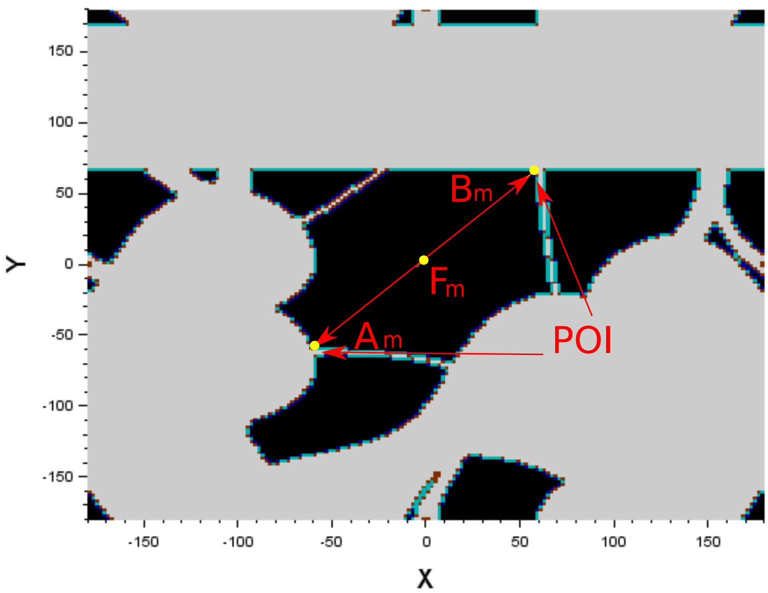
Figura 56 – Seção que contem a maior reta do ETO



Fonte: Autor

Passo 4: Determinar o ponto POI, que indica a orientação inicial da plataforma, sobre REGM. Se o giro é simétrico POI está situado no ponto F_m no centro da RGEM, e se o o giro é assimétrico POI está situado em uma extremidade da reta, ou seja, nos pontos A_m ou B_m (ver figura figura 57).

Figura 57 – Determinação de POI



Fonte: Autor

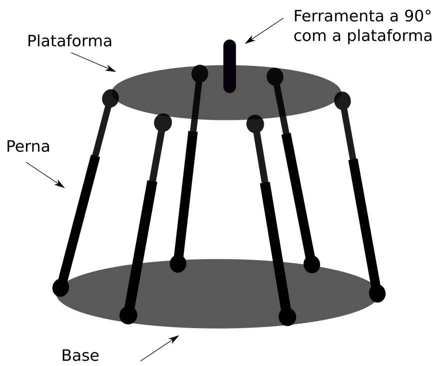
Passo 5: Determinar o giro máximo, medindo o comprimento de:

A - REGM ($\overline{A_m B_m}$), se o giro é realizado em apenas um sentido do eixo que é representado pela REGM;

B - REGM/2 ($\overline{A_m F_m}$ ou $\overline{B_m F_m}$), se o giro for realizado simetricamente no eixo que é representado pela REGM.

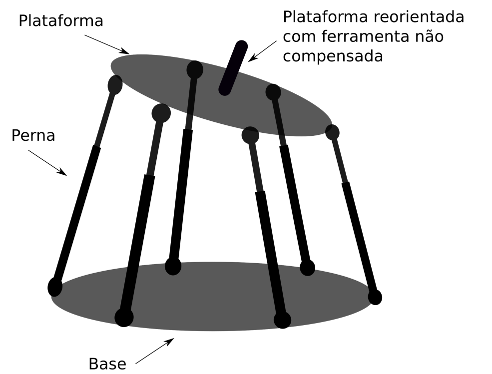
Passo 6: Orientar a plataforma de acordo com a orientação inicial, indicada pelo POI, ou seja a orientação inicial conveniente, figuras 58 e 59.

Figura 58 – Robô na orientação original



Fonte: Autor

Figura 59 – Robô com orientação da plataforma modificada



Fonte: Autor

Passo 7: Compensar a orientação da ferramenta para que permaneça na orientação requerida pela tarefa.

Após estes passos, o robô pode realizar a tarefa com o giro maximizado, obtendo o maior giro possível em um eixo de rotação contido no plano.

3.3.2 Maximização do giro mínimo em torno de todos os eixos contidos no plano XY

O método de maximização do giro mínimo em torno de todos os eixos contidos no plano XY, é semelhante ao apresentado na seção anterior. A maior rotação possível contida no plano em todas as direções, ou seja, o círculo inscrito que possui o maior raio na região operante será chamado de círculo dos eixos de máximos giros mínimos (CEMGM).

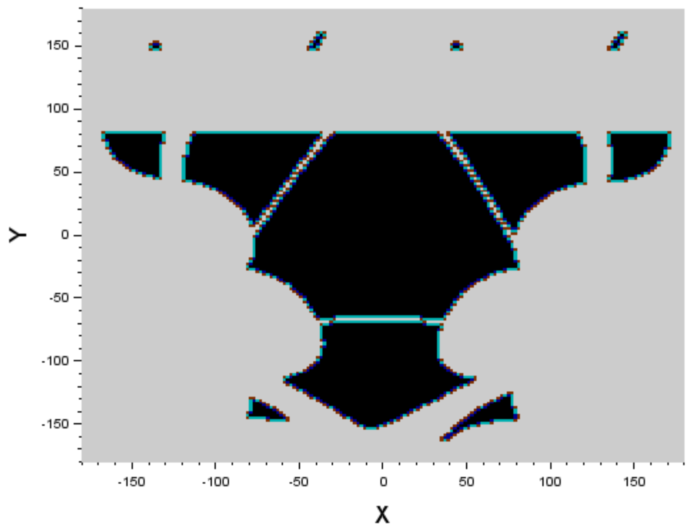
Para esta maximização devem ser seguidos os seguintes passos:

Passo 1 : Mapear o espaço de trabalho (ver figura 49).

Passo 2 : Representar o espaço de trabalho em seções planas (ver figura **??**).

Passo 3 : Escolher a seção que possui o maior círculo inscrito, dentro de uma região operante (livre de singularidade) denominado CEMGM, figura 60.

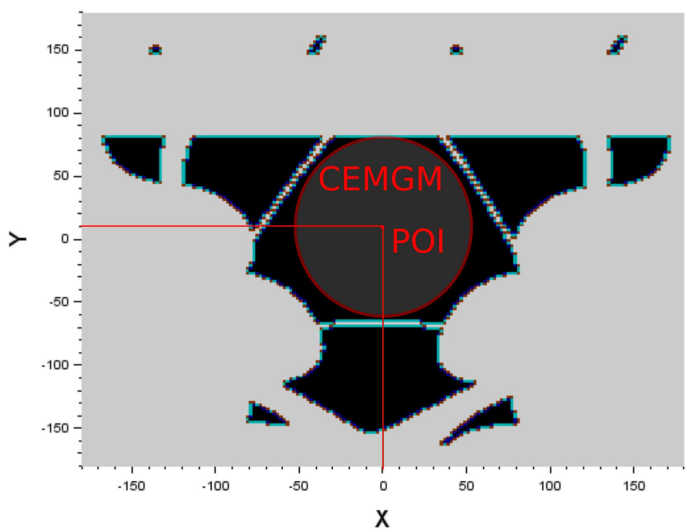
Figura 60 – Determinação de CEMGM



Fonte: Autor

Passo 4: Determinar o ponto POI, que indica a orientação inicial da plataforma, na origem do CEMGM, figura 61.

Figura 61 – Determinação de POI



Fonte: Autor

Passo 5: Calcular raio de CEMGM em torno dos eixos que passam por POI, que representa todos os raios de CEMGM.

Passo 6: Orientar a plataforma de acordo com a orientação inicial, indicada pelo POI, ou seja a orientação inicial conveniente.

Passo 7: Compensar a orientação da ferramenta para que permaneça na orientação requerida pela tarefa.

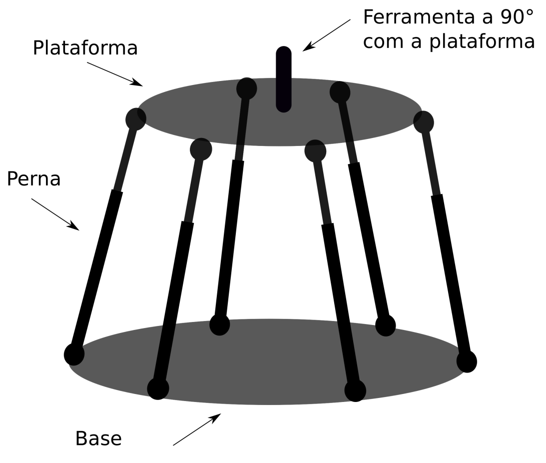
Após estes passos, o robô pode realizar a tarefa com o giro maximizado, obtendo o maior giro possível em todos os eixos de rotação contidos no plano.

3.3.3 Reorientação da ferramenta

A compensação da orientação da ferramenta é necessária após a mudança da orientação inicial da plataforma (ver figura 62). Ao determinar o POI e orientar a plataforma na orientação conveniente, deve-se compensar a orientação da ferramenta, pois está fixa a plataforma.

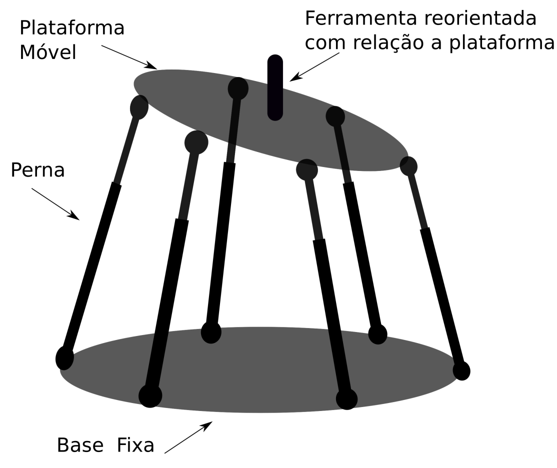
Assim, após a reorientação da plataforma e a compensação da ferramenta, tanto a posição quanto a orientação da ferramenta devem permanecer as mesmas, conforme figura 63.

Figura 62 – Robô na orientação original



Fonte: Autor

Figura 63 – Robô com a orientação da ferramenta compensada



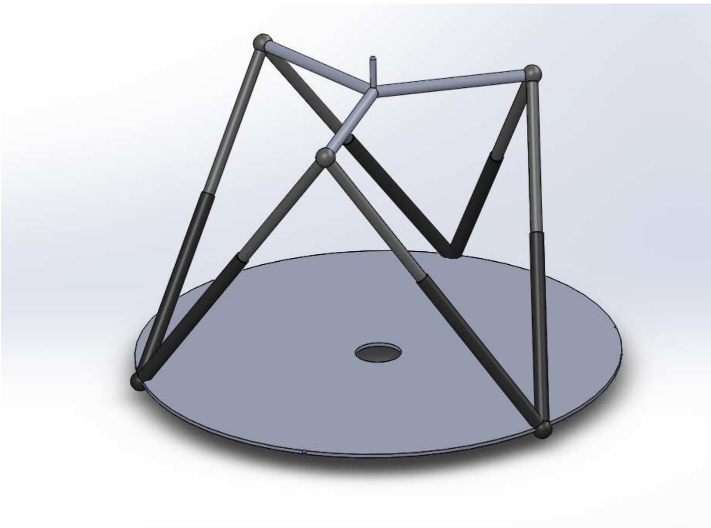
Fonte: Autor

Compensada a orientação da ferramenta, o robô está pronto para efetuar a tarefa, porém com a possibilidade de realizar um giro maior. Caso o POI seja a própria orientação original da plataforma, não será necessário compensar a orientação da ferramenta.

4 APLICAÇÃO DO MÉTODO

Neste capítulo o método apresentado é aplicado ao robô paralelo MSSM, representado na figura 64, encontrado no trabalho de Merlet (2000). No robô, é maximizado o giro em torno de um eixo no plano XY e o mínimo giro em torno de todos os eixos no plano XY. Inicialmente, a posição da plataforma é fixa em X,Y e Z, na sequência, para uma orientação fixa no *Yaw* e uma posição fixa em X e Y deve-se encontrar a orientação inicial conveniente *Roll*, *Pitch* e posição em Z, sendo duas coordenadas de orientação conveniente (*Roll*, *Pitch*) e uma posição conveniente (Z).

Figura 64 – Robô MSSM



Fonte: Autor

A tabela 3 possui as informações das dimensões do robô, tolerâncias de colisão e limite dos atuadores. Estas informações são : raio da base r_b, raio da plataforma r_p, tolerância de colisão linear TC_{lin}, tolerância de colisão angular TC_{ang}, limite inferior (mínimo) do atuador L_{min} e limite superior (máximo) L_{max}. Destaca-se que a plataforma é modelada em uma estrutura rígida de raios cilíndricos, que unem a sua origem com os pontos de conexão às juntas esféricas.

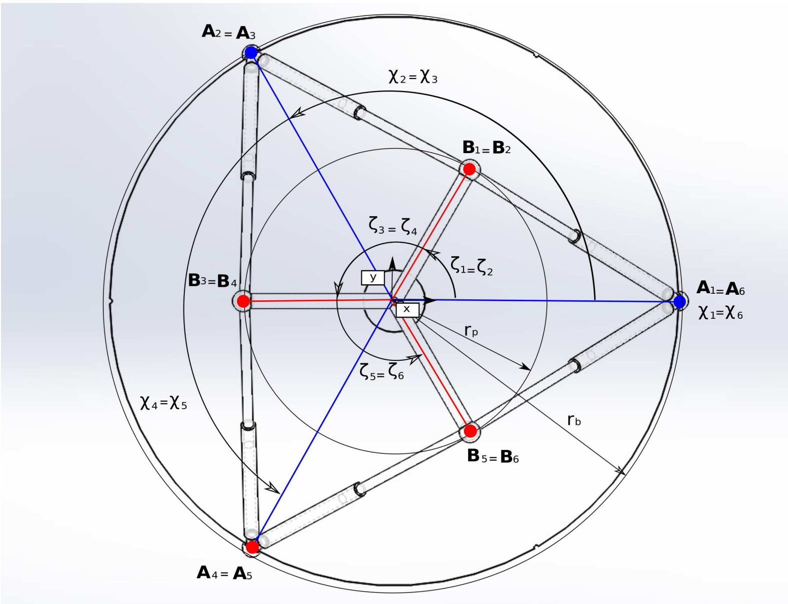
Na tabela 4 estão os ângulos que descrevem as posições das juntas na base χ_i e na plataforma ζ_i, $i = 1...6$, conforme figura 65. Estas informações são necessárias para descrever a topologia do robô. Com isto, é aplicado o método de mapeamento do ETO visto no capítulo anterior, possibilitando a otimização gráfica, resultando na obtenção da maximização desejada.

Tabela 3 – Dimensão dos robô MSSM

Simbolo	Valor
r_b	0.7 m
r_p	0.3 m
TC_{lin}	0.05 m
TC_{ang}	8°
L_{min}	0.4 m
L_{max}	1.3 m

Fonte – Autor

Figura 65 – Robô MSSM - Ângulo de posicionamento das juntas



Fonte: Autor

Tabela 4 – Robô MSSM

Simbolo	1	2	3	4	5	6
χ_i	0	120	120	240	240	0
ζ_i	60	60	180	180	300	300

Fonte – Autor

As otimizações propostas neste trabalho são exemplificadas em duas tarefas. A primeira tarefa, tem por objetivo maximizar o giro em torno de um eixo no plano, e a segunda, maximizar o giro mínimo em todos os eixos de giro contidos no plano.

4.1 Tarefa 1

Em um telescópio deseja-se observar a passagem de um cometa. Para registar ao máximo este evento, é necessário determinar para o robô MSSM, a máxima rotação em um eixo de giro no plano XY. A posição da plataforma está fixa em (0;0;0.8) metros.

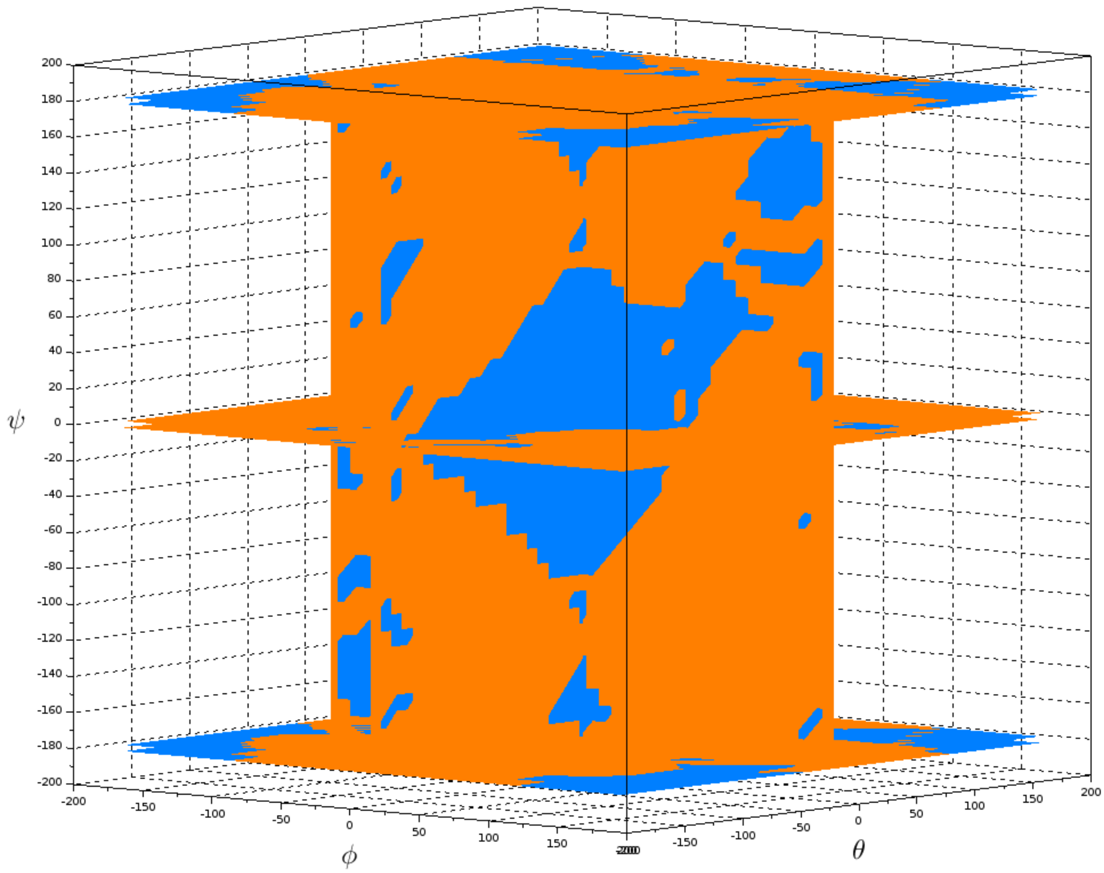
4.1.1 Resultados

No robô MSSM, aplica-se o método de mapeamento do ETO e realiza-se a otimização gráfica. Para esta tarefa serão seguidos os passos da seção referente à maximização do giro em torno de um eixo contido no plano XY.

Passo 1 - Mapear o espaço de trabalho.

Para este passo, considera-se que a plataforma tem a orientação inicial $\phi = \theta = \psi = 0$. Então o mapeamento do ETO é efetuado. O resultado do cálculo é a representação da figura 66.

Figura 66 – Resultado Superfície ETO - Robô MSSM

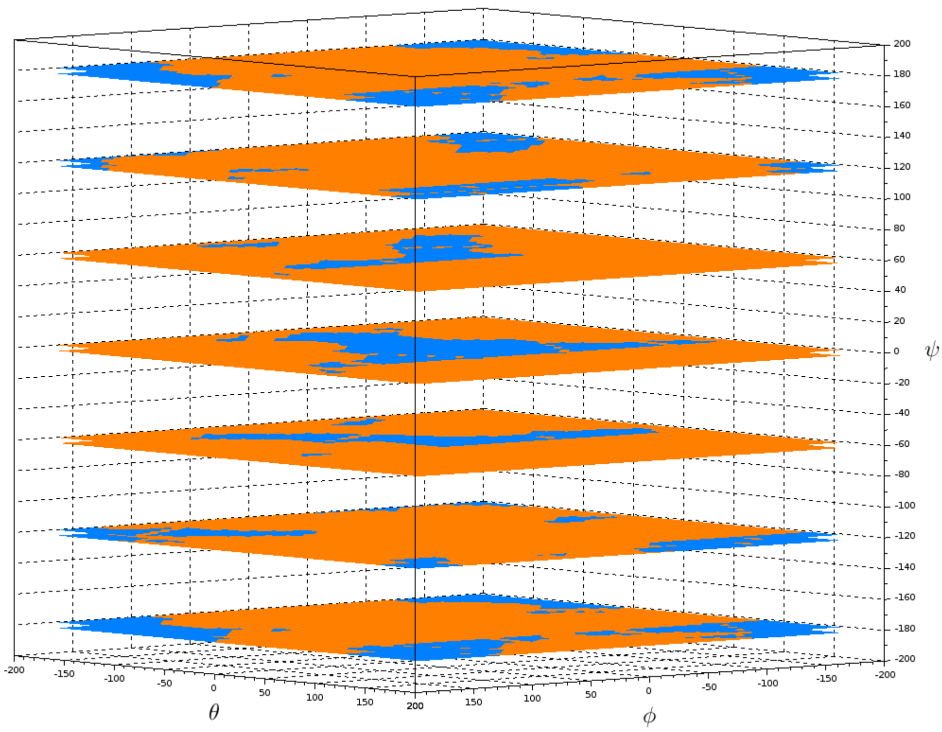


Fonte: Autor

Passo 2 : Representar o espaço de trabalho em seções planas.

Com o ETO calculado é necessário separá-lo em seções planas XY. Estas seções representam as regiões de giro *Roll* e *Pitch* para cada passo de *Yaw*.

Figura 67 – Resultado Seções da Superfície ETO - Robô MSSM



Fonte: Autor

Passo 3 : Escolher a seção que possui a maior REGM inclusa dentro de uma região operante.

Considerando o intervalo de $-180°$ a $180°$ e passo de $2°$, tem-se 181 seções do ETO. Uma destas seções contém a maior REGM, que representa o máximo giro. A determinação desta reta é efetuada visualmente em cada seção.

Passo 4: Determinar um ponto POI, que indica a orientação inicial da plataforma, sobre REGM.

Com a seção do ETO que possui maior REGM determinada, deve ser calculada a orientação inicial conveniente da plataforma representada pelo POI.

Passo 5: Determinar o giro máximo, medindo o comprimento de: A - REGM ou B - REGM/2.

Considerando o caso A, se POI está no limite da região operante, o giro é realizado em somente um sentido do eixo, que é representado pela REGM. Por outro lado, considerando o caso B, se POI está no meio da REGM, o giro é realizado em ambos os sentidos do eixo que é representado pela

REGM/2. De qualquer maneira, deve-se medir a magnitude de REGM, pois a reta é resultado das variações de orientação em dois eixos.

Passo 6: Orientar a plataforma de acordo com a orientação inicial, indicada pelo POI, ou seja, a orientação inicial conveniente.

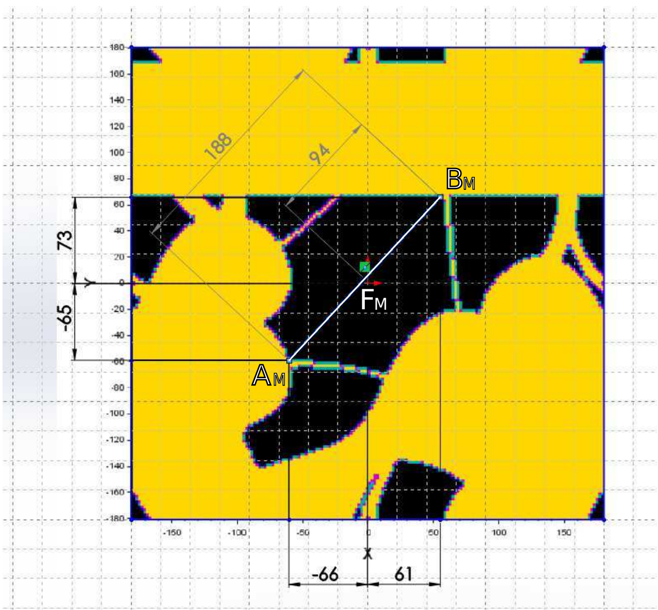
A orientação conveniente deve ser respectiva ao POI. Convenientemente ao partir de POI, o giro máximo da plataforma é maximizado. Assim sendo, a mudança para a orientação inicial conveniente, permite um giro maior que os obtidos na orientação inicial convencional.

Passo 7: Compensar a orientação da ferramenta.

Por fim, será compensada a orientação da ferramenta. Os ângulos de compensação da ferramenta são a diferença entre a orientação inicial e a orientação inicial conveniente.

Ao realizar este processo, obtêm-se os valores do giro máximo e a orientação inicial conveniente da plataforma. A determinação do POI depende de onde pretende-se iniciar o giro, e se o giro é simétrico ou assimétrico. Os pontos onde POI pode estar situado (A_m, B_m e F_m), estão representados na figura 68 .

Figura 68 – Seção do ETO que maximiza o giro em um eixo de giro



Fonte: Autor

O maior giro assimétrico obtido é $188°$ para o *Yaw* de $30°$. Esse giro foi confirmado utilizando MSC ADAMS como demonstrado no Apêndice B. A reorientação depende de onde pretende-se iniciar o giro: a) caso POI = A_m, a orientação inicial é $-66°X - 65°Y$; b) caso POI = B_m, a orientação inicial é $61°X$ $73°Y$. Por sua vez, o maior giro simétrico é $94°$ para o *Yaw* de $30°$. A reorientação, é determinada por POI = F_m = $2°X3°Y$. Antes da maximização o giro máximo era de $120°$, sendo assim, tem-se um ganho de $68°$ no giro assimétrico e $34°$ no giro simétrico, ao utilizar o método de otimização proposto.

A confirmação do giro máximo é realizada no MSC ADAMS, conforme Apêndice B. Nota-se, que nas regiões próximas à singularidade da cinemática direta, ocorre um aumento significativo nas reações de apoio com as juntas atuadas completamente travadas. Já para as regiões de singularidade da cinemática inversa, o valor máximo de atuação é excedido.

4.2 Tarefa 2

Para uma peça de grande complexidade fabricada em série por meio de injeção de polímeros, é necessário efetuar testes superficiais para aferição das medidas da peça. Para esta medição uma ferramenta é fixada na plataforma do robô, e deve-se otimizar a rotação em todas as direções no plano de rotações XY, tal como a coordenada Z que maximiza o giro.

4.2.1 Resultados

Para esta tarefa, segue a ordem de execução dos passos:

Passo 1 - Mapear o espaço de trabalho.

Para este passo, considera-se que a plataforma tem a orientação inicial $\phi = \theta = \psi = 0$ e coordenada Z em $0,4$m . Então, o mapeamento do ETO é efetuado.

Passo 2 : Representar o espaço de trabalho em seções planas.

Com o ETO calculado é necessário separá-lo em seções planas XY. Estas seções representam as regiões de giro *Roll* e *Pitch* para cada passo de Z.

Passo 3 : Escolher a seção que possui o maior círculo inscrito dentro de uma região operante denominado CEMGM.

Considerando intervalo e passo, tem-se 181 seções do ETO. Uma destas seções contém o maior CEMGM, que representa o círculo dos eixos de máximos giros mínimos. A determinação deste círculo é efetuada visualmente em cada seção.

Passo 4: Determinar o ponto POI, que indica a orientação inicial da plataforma, na origem do CEMGM.

Com a seção do ETO que possui o maior CEMGM determinada, deve ser calculada a orientação inicial conveniente da plataforma representada pelo POI.

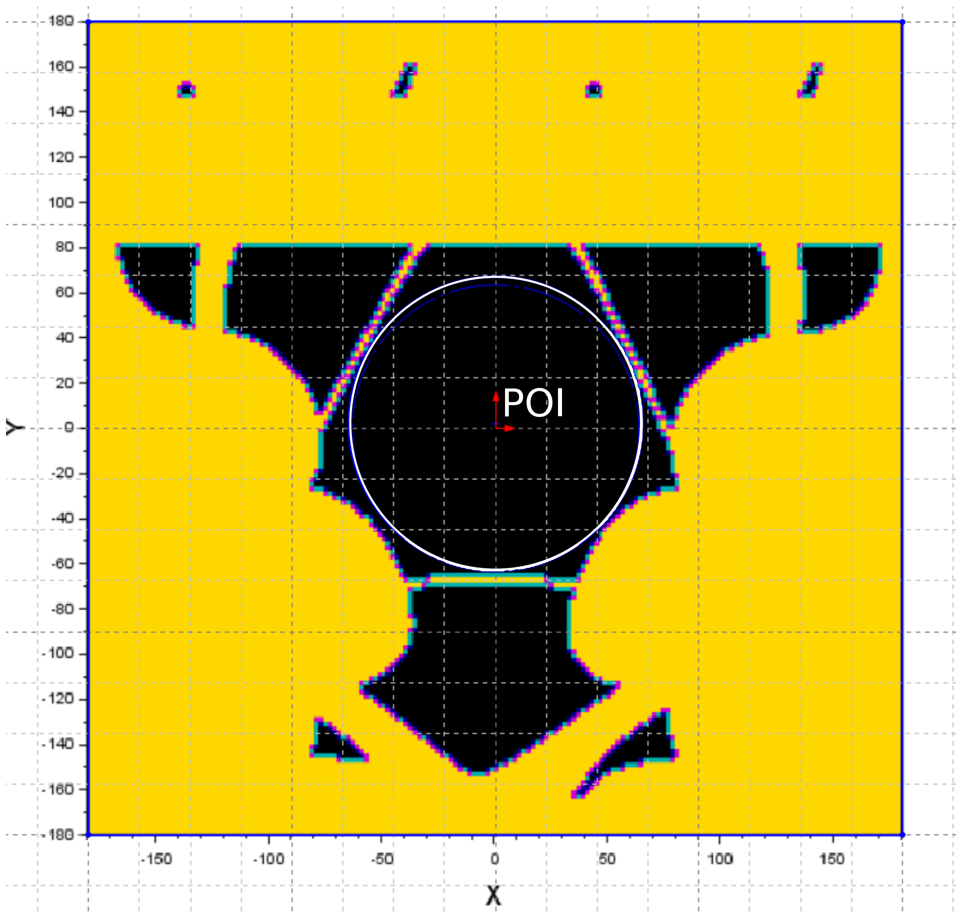
Passo 5: Calcular raio de CEMGM em torno dos eixos que passam pelo POI, que representa todos os raios de CEMGM.

Ao determinar o CEMGM pode-se determinar o seu raio, que representa o máximo giro mínimo em todas as direções de giro.

Passo 6: Orientar a plataforma de acordo com a orientação inicial, indicada pelo POI, ou seja a orientação inicial conveniente.

Passo 7: Compensar a orientação da ferramenta para que permaneça na orientação requerida pela tarefa.

Figura 69 – Seção do ETO que maximiza o giro os eixo de giro



Fonte: Autor

Ao realizar este processo, obtêm-se os valores do giro máximo e a orientação inicial conveniente da plataforma. O ponto onde POI é determinado pelo centro de CEMGM, representado na figura 69. O maior círculo circunscrito, tem raio de $68°$, representando o maior giro simétrico no plano para um Z=$0,644$ metros, onde a reorientação é $0°X$ e $4°Y$. Inicialmente, o giro máximo era de $66°$, sendo assim, com a maximização tem-se um ganho de $2°$ em todas as direções.

5 CONCLUSÃO

Este estudo apresenta, um método que maximiza o giro da plataforma de um robô paralelo através de sua orientação inicial. Através do mapeamento do espaço de trabalho e de seus diversos módulos, é possível responder a pergunta de estudo demonstrando que é possível otimizar graficamente o giro de um robô paralelo através da orientação inicial.

Os métodos de mapeamento, o ETO e ETM são representados graficamente em duas e três dimensões. Estas representações são decorrentes do cálculo das singularidades cinemáticas diretas e inversas, tal como as limitações por colisão que restringem os giros da plataforma do robô. Das representações obtidas, destaca-se a representação do ETO em três dimensões por meio de seções unidas do espaço de trabalho e as representações por múltiplas seções de duas dimensões em duas coordenadas de orientação com uma terceira de orientação ou posição fixa. Estas representações são resultados de um índice unificado binário de "viabilidade". O índice unificado é calculado a partir de outros índices (singularidade e colisão) do robô e é observado que a ordem na qual estes índices são calculados influenciam no custo computacional do método, diminuindo o tempo de computação em até dois terços do tempo.

Para atender ao segundo objetivo específico, através da representação do ETO, representa-se graficamente como as restrições o limitam. Nota-se, que as singularidades diretas afetam pontualmente caracterizando-se como regiões de barreira onde, ao menos para o robô estudado, é possível alcançar regiões viáveis muito distantes da origem no âmbito da orientação. Outros fatores, como singularidade da cinemática inversa, restrições de colisão linear e angular, possuem regiões maiores dentro do espaço de trabalho, caracterizando-se em grandes regiões inoperantes e operantes, desta forma restringindo mais a orientação do robô do que as singularidades da cinemática direta. A verificação do método que calcula as singularidades da cinemática direta é realizada via simulações utilizando CAE (*Computed Aided Engineering*) no software MSC ADAMS.

No terceiro objetivo específico, para demonstrar se a orientação inicial pode maximizar os parâmetros pretendidos para uma determinada tarefa, são realizadas duas tarefas com o robô MSSM, demonstrando o desempenho para cada tarefa. A tarefa 1, determina o maior giro possível em um eixo no plano XY. Já para a tarefa 2, determina-se o maior giro possível em todos os eixos plano XY. A aplicação deste método permite maximizar o giro da plataforma de um robô paralelo sem modificações estruturais, somente com a reorientação inicial da plataforma.

Para o último objetivo específico, verifica-se a existência de múltiplos sub-espaços viáveis. Ao mapear o espaço de trabalho, considerando singularidades de cinemática direta e inversa, e as restrições de colisão, é possível verificar que, além do módulo que parte da orientação convencional (0°,0°,0°) existem outros sub-espaços viáveis, que em algumas ocasiões podem ser uma solução para se obter um maior giro em uma direção. Sendo assim, os robôs paralelos podem apresentar diversos sub-espaços de trabalho de orientação que devem ser avaliados ainda que afastados da orientação inicial convencional. Para transitar de um sub-espaço a outro é necessário desmontar e remontar o robô, transpondo barreiras como colisão entre membros.

Através disso, é possível constatar que a compensação da orientação inicial de um robô paralelo, permite a maximização do giro da plataforma realizando a tarefa de forma mais eficiente, sem a necessidade de alterações estruturais no robô, conforme proposto no decorrer do trabalho. Dessa forma, constata-se que ainda existe muito a ser estudado acerca do mapeamento do espaço de trabalho dos robôs e sua maximização, e que este trabalho permite a compreensão de que pode haver mais de um módulo de operação dentro do espaço de trabalho, e que devem ser explorados.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Devido ao tempo e ao foco do trabalho, não foi possível abordar todos os desafios que se apresentaram no decorrer da pesquisa. Por isso, sugere-se para trabalhos futuros os seguintes tópicos:

- Desenvolver método computacional, para obter raio mínimo REGM, CEMGM e POI (sem o erro do observador);
- Otimizar o máximo giro mínimo em todos os eixos de giro no espaço 3D (esfera máxima);
- Restringir mais as juntas esféricas para que descrevam melhor suas limitações;
- Obter analiticamente a equação que descreve o índice da singularidade cinemática direta;
- Realizar simulação unindo MSC ADAMS e MathLab, para demonstrar computacionalmente que é possível andar pelo caminho encontrado;
- Testar para mais variações de robôs e tarefas.

REFERÊNCIAS

ARORA, J. *Introduction to optimum design*. [S.l.]: Academic Press, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 55.

ARROUK, K.; BOUZGARROU, B.-C.; GOGU, G. On the workspace representation and determination of spherical parallel robotic manipulators. In: *New Trends in Mechanism and Machine Science*. [S.l.]: Springer, 2017. p. 131–139. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 38.

BOANTA, C.; BRISAN, C. Topology based enhancement of the workspace of a reconfigurable parallel haptic interface. In: IEEE. *Automation, Quality and Testing, Robotics (AQTR), 2016 IEEE International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 1–6. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 37.

BOHIGAS, O.; MANUBENS, M.; ROS, L. A linear relaxation method for computing workspace slices of the stewart platform. *Journal of mechanisms and robotics*, American Society of Mechanical Engineers, v. 5, n. 1, p. 011005, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 25, 27 e 37.

BONEV, I. A.; RYU, J. A new approach to orientation workspace analysis of 6-dof parallel manipulators. *Mechanism and machine theory*, Elsevier, v. 36, n. 1, p. 15–28, 2001. Citado 5 vezes nas páginas 25, 26, 36, 38 e 60.

CAMPOS, A. Cinemática diferencial de manipuladores empregando cadeias virtuais. *Pós-Grad em Eng. Mec*, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.

CAMPOS, A. et al. Base angular layout optimization of the hexa parallel robot based on a singularity index. 2011. Citado 4 vezes nas páginas 27, 39, 40 e 42.

CAO, Y. et al. Orientation workspace analysis of a special class of the stewart–gough parallel manipulators. *Robotica*, Cambridge Univ Press, v. 28, n. 07, p. 989–1000, 2010. Citado na página 36.

CIPRIAN, L.; VISTRIAN, M.; OLIMPIU, H. Workspace analysis and design of a 6-dof parallel robot. In: WORLD SCIENTIFIC AND ENGINEERING ACADEMY AND SOCIETY (WSEAS). *Proceedings of the 8th WSEAS international conference on Signal processing, robotics and automation*. [S.l.], 2009. p. 337–340. Citado na página 36.

CRAIG, J. *Robótica, Ed*. [S.l.]: Pearson, Prentice Hall, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 49.

GOSSELIN, C. *Kinematic analysis, optimization and programming of parallel robotic manipulators*. [S.l.: s.n.], 1988. Citado na página 52.

GOSSELIN, C. M.; ANGELES, J. Singularity analysis of closed-loop kinematic chains. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, v. 6, n. 3, p. 281–290, 1990. Citado na página 51.

GOUGH, V. E.; WHITEHALL, S. G. Universal tyre testing machine. In: F.I.S.I.T.A, INSTITUTION OF MECHANICAL ENGINEERS. *Proceedings of the* $9^t h$ *International Technical Congress*. London, 1962. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 35.

HESSELBACH, J. et al. Direct kinematic singularity detection of a hexa parallel robot. In: IEEE. *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.], 2005. p. 3238–3243. Citado 4 vezes nas páginas 56, 57, 58 e 66.

HOSSEINI, M. A. Kinematic synthesis of a novel rapid spherical crs/pu parallel manipulator. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 93, p. 26–38, 2015. Citado na página 44.

HOU, Z. et al. Kinematic analysis and experimental verification of a controllable five-bar parallel kinematic manipulator. In: IEEE. *Control, Automation and Information Sciences (ICCAIS), 2015 International Conference on*. [S.l.], 2015. p. 486–490. Citado na página 44.

HUANG, M. Z.; THEBERT, J.-L. A study of workspace and singularity characteristics for design of 3-dof planar parallel robots. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, Springer, v. 51, n. 5-8, p. 789–797, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

HUNT, K. H. *Kinematic Geometry of Mechanisms*. Oxford: Clarendon Press, 1978. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 39.

HUNT, K. H. Review: Don't cross-thread the screw!*. *Journal of Robotic Systems*, Wiley Online Library, v. 20, n. 7, p. 317–339, 2003. Citado na página 41.

HWANG, Y.-K. et al. The optimum design of a 6-dof parallel manipulator with large orientation workspace. In: IEEE. *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. [S.l.], 2007. p. 163–168. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 38.

IFTOMM, C. f. S. o. T. Terminology for the theory of machines and mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, v. 26, n. 1, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 31.

JIANG, Q. et al. Maximal singularity-free orientation workspace over a position region of gough–stewart platform. *Advanced Robotics*, Taylor & Francis, v. 29, n. 22, p. 1427–1436, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 38.

KIM, J. S.; JEONG, J. H.; PARK, J. H. Inverse kinematics and geometric singularity analysis of a 3-sps/s redundant motion mechanism using conformal geometric algebra. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 90, p. 23–36, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 60.

KONG, X.; GOSSELIN, C. Classification of 6-sps parallel manipulators according to their components. In: *Proc. ASME Des. Eng. Tech. Conf.* [S.l.: s.n.], 2000. Citado na página 35.

LAST, P. et al. Hexa-parallel-structure calibration by means of angular passive joint sensors. In: IEEE. *Mechatronics and Automation, 2005 IEEE International Conference*. [S.l.], 2005. v. 3, p. 1300–1305. Citado na página 60.

LEE, D.; SEO, T.; KIM, J. Optimal design and workspace analysis of a mobile welding robot with a 3p3r serial manipulator. *Robotics and Autonomous systems*, Elsevier, v. 59, n. 10, p. 813–826, 2011. Citado na página 27.

LI, B. et al. Singularity representation and workspace determination of a special class of the gough-stewart platforms. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, InTech, v. 10, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 60.

LIU, K.; FITZGERALD, J. M.; LEWIS, F. L. Kinematic analysis of a stewart platform manipulator. *IEEE Transactions on industrial electronics*, IEEE, v. 40, n. 2, p. 282–293, 1993. Citado na página 45.

LIU, X.-J.; WU, C.; WANG, J. A new approach for singularity analysis and closeness measurement to singularities of parallel manipulators. *Journal of Mechanisms and Robotics*, American Society of Mechanical Engineers, v. 4, n. 4, p. 041001, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

MAGDY, M. et al. New fully decoupled manipulator with three translational motion for pick and place applications. In: IEEE. *Control, Automation and Robotics (ICCAR), 2016 2nd International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 258–262. Citado na página 37.

MAO, J. et al. A new euclidian distance based approach to measure closeness to singularity for parallel manipulators. In: SPRINGER. *International Conference on Intelligent Robotics and Applications*. [S.l.], 2013. p. 41–53. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

MERLET, J. *Parallel Robots*. [S.l.]: Kluwer Academic Publisher, 2000. Citado 6 vezes nas páginas 25, 36, 45, 50, 61 e 89.

MERLET, J.-P. Determination of the orientation workspace of parallel manipulators. *Journal of intelligent and robotic systems*, Springer, v. 13, n. 2, p. 143–160, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 60.

MERLET, J.-P. *Parallel robots*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2006. v. 128. Citado 3 vezes nas páginas 35, 36 e 45.

NARASIMHAN, S. G. et al. Determination of constant orientation workspace of a stewart platform by geometrical method. In: TRANS TECH PUBL. *Applied Mechanics and Materials*. [S.l.], 2015. v. 813, p. 997–1001. Citado na página 36.

NETO, C. S. F.; CAMPOS, A. Orientation workspace optimization for a 6-rus parallel robot. 2014. Citado na página 27.

OLIVEIRA, A. S. d. et al. Análise cinemática via quatérnios duais aplicada a um sistema veículo-manipulador subaquático. Florianópolis, SC, 2011. Citado na página 51.

PEIDRÓ, A. et al. Monte-carlo workspace calculation of a serial-parallel biped robot. In: SPRINGER. *Robot 2015: Second Iberian Robotics Conference*. [S.l.], 2016. p. 157–169. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 37.

POTT, A.; KRAUS, W. Determination of the wrench-closure translational workspace in closed-form for cable-driven parallel robots. In: IEEE. *Robotics and Automation (ICRA), 2016 IEEE International Conference on*. [S.l.], 2016. p. 882–887. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 37.

SAPUTRA, V. B.; ONG, S.-K.; NEE, A. Y. A swarm optimization approach for solving workspace determination of parallel manipulators. *Robotica*, Cambridge University Press, v. 33, n. 3, p. 649–668, 2015. Citado na página 38.

SICILIANO, B. et al. Robotics: modelling, planning and control, ser. advanced textbooks in control and signal processing. *Springer*, v. 26, p. 29, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 45, 46, 47 e 49.

STEWART, D. A platform with six degrees of freedom. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, v. 180, n. 15, p. 371–386, 1966. Citado na página 35.

TSAI, K.; LIN, J. Determining the compatible orientation workspace of stewart–gough parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*, Elsevier, v. 41, n. 10, p. 1168–1184, 2006. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 38.

TSAI, L.-W. *Robot Analysis: the Mechanics of serial and parallel manipulators*. New York: John Wiley & Sons, 1999. ISBN 0-471-32593-7. Citado 12 vezes nas páginas 25, 33, 34, 35, 36, 43, 44, 45, 49, 50, 51 e 52.

VOGLEWEDE, P. *Measuring Closeness to Singularities of Parallel Manipulators with Application to the Design of Redundant Actuation*. Tese (Doutorado) — George W. Woodruff School of Mechanical Engineering, Georgia Institute of Technology, 2004. Citado 6 vezes nas páginas 53, 54, 55, 56, 57 e 58.

VOGLEWEDE, P. A. Measuring closeness to singularities of parallel manipulators with application to the design of redundant actuation. Georgia Institute of Technology, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

WOLF, A.; SHOHAM, M. Investigation of parallel manipulators using linear complex approximation. *ASME, Journal of Mechanical Design*, v. 125, n. 3, p. 564–572, 2003. Citado na página 54.

YEE, C. seng; LIM, K.-b. Forward kinematics solution of stewart platform using neural networks. *Neurocomputing*, Elsevier, v. 16, n. 4, p. 333–349, 1997. Citado na página 51.

YOON, J. W.; RYU, J.; HWANG, Y.-K. Optimum design of 6-dof parallel manipulator with translational/rotational workspaces for haptic device application. *Journal of mechanical science and technology*, Springer, v. 24, n. 5, p. 1151–1162, 2010. Citado na página 27.

ZHOU, Y. J. et al. Method and simulation for kinematics of 6-sps parallel mechanism. In: TRANS TECH PUBL. *Advanced Materials Research*. [S.l.], 2014. v. 1033, p. 1334–1337. Citado na página 36.

APÊNDICE A – CÓDIGO DO MAPEAMENTO

A.1 Programa principal

```
clear
clc

stacksize('max')



exec('normScrew.sci', -1)  // saida = normScrew(S,p)
exec('6_SPS_SI.sci', -1)  // SPS_6(X,P,rB,rP,Psi,Theta,Phi,dMax,dMin)
exec('IndiceCinematicaInversa.sci', -1)
// [ICI]= IndiceCinematicaInversa(dMax,dMin,dTol,d,n)
exec('DistanciaEntre2Segmentos.sci', -1)
// [distance] = DistBetween2Segment(p1, p2, p3, p4)
exec('AngleBetween2Segment.sci', -1)
 // [angle]= AngleBetween2Segment (P1,P2,P3)

//exec('', -1)




// Plataforma de Stewart-Gought
//        /\  /\  /\
//       /  \/  \/  \
X = [ 0   120 120 240 240 0   60  60  180 180 300 300 ];

rP  = 0.3; //// radius of the moving plattform [m] // (rP)
rB  = 0.7; //// radius of the Base [m]  // (rB)
```

```
P     = [0;0;0.8]; // distance pz

dMax=1.05;
dMin=0.45;


ang_min = -180;
ang_max =  180;
step = 2;

teste = zeros(0,0,0,0,0)


tolAng = 8*(%pi/180)   // Tolerancia angular em radianos
tolLin = 0.05      // Tolerancia linear em metros duas vezes o raio

// Gera superficie para plano X Y
Psi   = 0;
Theta = 0;
Phi   = 0;

// CRIA O GRID DOS ANGULOS
i=1;
for axe = ang_min:step:ang_max
    x(i,1) = axe
    y(i,1) = axe
    z(i,1) = axe
    i=i+1;
end
```

```
ii=1

tic();


k=1;

for Phi = ang_min:step:ang_max

    i=1;

     printf("\n Phi %f",Phi);

    for Psi = ang_min:step:ang_max

        j=1;

//                printf("\n Phi %f  \n Psi %f",Phi,Psi);


        for Theta = ang_min:step:ang_max


 [GERAL] = SPS_6_plot(X,P,rB,rP,Psi,Theta,Phi,dMax,dMin,tolAng,tolLin);


             //Índice de cinematica inversa

             GERAL_XYZ(i,j,k) = GERAL;


             if (Phi==0 & Psi==45 & Theta==45)

                robo_XYZ = plot_robo;

             end


            j=j+1;

        end


    i=i+1;




    end


    k=k+1;
```

```
end

// MEDE O TEMPO DE PROCESSAMENTO
Tempoxy = toc();

//SALVA AS VARIAVEIS EM UM ARQUIVO EXTERNO
save("MAT_SG_completa.sod", "GERAL_XYZ","Tempoxy",

"x","y","z","ang_min","ang_max","step");
```

A.1.1 Calculo do 6-SPS

```
function [GERAL,P_ROBO] = SPS_6_plot(X,P,rB,rP,Psi,

Theta,Phi,dMax,dMin,tolAng,tolLin)

    //Utilizado para converter de degradiano 0-360
    // para dariano 0 - 2pi
    rad = %pi/180;

    // Origem do sistema de referencia
    O = [0 0 0]'

    // Turn center point  ou seja o centro da ferramenta
    // é chamado de TCP é contituido pela posição P
    // e os componentes angulares para ROLL PITH YAW
    // que são Phi Theta Psi
    TCP = [P' Phi Theta Psi]';

    // Aqui convertemos os angulos para radianos
```

```
TCP(4) = TCP(4) *rad;
TCP(5) = TCP(5) *rad;
TCP(6) = TCP(6) *rad;

// Os angulos xsi são relativos aos pontos onde
// a junta esferica esta na base
xsi(1:6)  = [X(1) X(2) X(3) X(4)  X(5)  X(6) ]*rad;
// Os angulos zeta são relativos aos pontos onde
// a junta esferica esta na plataforma movel
zeta(1:6) = [X(7) X(8) X(9) X(10) X(11) X(12)]*rad;


// Como serão utilizados varias vezes sin e cos são pre-computados
// para aliviar o processamento
cosPsi   = cos(TCP(4));
sinPsi   = sin(TCP(4));
cosTheta = cos(TCP(5));
sinTheta = sin(TCP(5));
cosPhi   = cos(TCP(6));
sinPhi   = sin(TCP(6));


// Aqui é computada a matriz de rotação da pataforma em relação a bas
Rot=[cosPsi*cosTheta cosPsi*sinTheta*sinPhi-sinPsi*cosPhi cosPsi*sinT
 sinPsi*cosTheta sinPsi*sinTheta*sinPhi+cosPsi*cosPhi sinPsi*sinTheta
 -sinTheta cosTheta*sinPhi cosTheta*cosPhi];

// Para simplificar o calculo os pontos A b B
// e o vetor AB são inseridos em um loop
// assim efetuando o calculos e os armazenando de forma simplificada
for i=1:1:6
```

```
    // Ponto Ai são os pontos onde as juntas esfericas se unem a base
    // do manipulador no sistema de referencia global
    A(:,i) = [rB*cos(xsi(i)); rB*sin(xsi(i)); 0];
    // Ponto bi são os pontos onde as juntas esfericas
    // se unem a plataformamovel do manipulador
    // no sistema de referencia local
    b(:,i) = [rP*cos(zeta(i)); rP*sin(zeta(i)); 0];
    // Ponto Bi é o ponto bi no sistema global
    B(:,i) = Rot*b(:,i) + P;
    // Com os pontos Ai e Bi no sistema global é possivel
    // calcular o vetor que une os dois pontos ABi
    AB(:,i) = B(:,i) - A(:,i);
    d(i) =  norm(AB(:,i))
end

P_ROBO = [O,A(:,1),A(:,2),A(:,4),A(:,1),B(:,1)
,P,B(:,1),A(:,2),O,A(:,2),B(:,3),P,B(:,3),A(:,4),O,A(:,4),B(:,5),
P,B(:,5),B(:,1),B(:,3),B(:,5),A(:,1)]

// Indice Cinematica Inversa
ICI = IndiceCinematicaInversa(dMax,dMin,0.01,d,6);

GERAL = 0



if ICI > 0  then
    GERAL = 1
    return [GERAL]
end

//Distancia entre as pernas
```

```
IR = 0; IRPD = 0;  IRPA = 0;  IRPBD = 0;
 IRPBA = 0;  IRPPD = 0;  IRPPA = 0;


///////////////////////////////////////////////////////
// MEDIDA DE DISTANCIA ENTRE AS PERNAS
///////////////////////////////////////////////////////

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), A(:,3), B(:,3)) < tolLin
   GERAL = 1;  IRPD= 1;
   return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), A(:,4), B(:,4)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), A(:,5), B(:,5)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), A(:,4), B(:,4)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), A(:,5), B(:,5)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPD= 1;
```

```
        return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
    end

    if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), A(:,6), B(:,6)) < tolLin
        GERAL = 1;  IRPD= 1;
        return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
    end

    if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,3), B(:,3), A(:,5), B(:,5)) < tolLin
        GERAL = 1;  IRPD= 1;
        return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
    end

    if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,3), B(:,3), A(:,6), B(:,6)) < tolLin
        GERAL = 1;  IRPD= 1;
        return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
    end

    if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,4), B(:,4), A(:,6), B(:,6)) < tolLin
        GERAL = 1;  IRPD= 1;
        return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
    end

    ////////////////////////////////////////////////////////
    // MEDIDA DE ANGULO ENTRE AS PERNAS
       ////////////////////////////////////////////////////////

    if AngleBetween2Segment(B(:,1),A(:,1),A(:,2)) < tolAng
        GERAL = 1;  IRPA= 1;
        return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
    end
```

```
if AngleBetween2Segment(A(:,1),B(:,1),B(:,6)) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,2),B(:,2),B(:,3)) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,3),A(:,3),A(:,4)) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,4),B(:,4),B(:,5)) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,5),A(:,5),A(:,6)) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

   //////////////////////////////////////////////////////////
// MEDIDA DE DISTANCIA ENTRE PENAS E BASE
   //////////////////////////////////////////////////////////

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), O, A(:,3)) < tolLin
```

```
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), O, A(:,5)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), O, A(:,4)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), O, A(:,6)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,3), B(:,3), O, A(:,1)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end
if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,3), B(:,3), O, A(:,5)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,4), B(:,4), O, A(:,2)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
```

```
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,4), B(:,4), O, A(:,6)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,5), B(:,5), O, A(:,1)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,5), B(:,5), O, A(:,3)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,6), B(:,6), O, A(:,2)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,6), B(:,6), O, A(:,4)) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPBD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

   ///////////////////////////////////////////////////////////
// MEDIDA DEANGULO ENTRE PENAS E BASE
   ///////////////////////////////////////////////////////////
```

```
if AngleBetween2Segment(A(:,1),B(:,1),O) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPBA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,2),B(:,2),O) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPBA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,3),B(:,3),O) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPBA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,4),B(:,4),O) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPBA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,5),B(:,5),O) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPBA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(A(:,6),B(:,6),O) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPBA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

   //////////////////////////////////////////////////////////
```

```
// MEDIDA DE DISTANCIA ENTRE PENAS E A PLATAFORMA
   ///////////////////////////////////////////////////////////

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), B(:,3),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,1), B(:,1), B(:,5),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), B(:,4),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,2), B(:,2), B(:,6),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,3), B(:,3), B(:,1),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,3), B(:,3), B(:,5),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
```

```
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,4), B(:,4), B(:,2),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,4), B(:,4), B(:,6),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,5), B(:,5), B(:,1),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,5), B(:,5), B(:,3),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,6), B(:,6), B(:,2),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if DistanciaEntre2Segmentos(A(:,6), B(:,6), B(:,4),P) < tolLin
    GERAL = 1;  IRPPD= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end
```

```
    ///////////////////////////////////////////////////////////
// MEDIDA DE ANGULO ENTRE PENAS E PLATAFORMA
    ///////////////////////////////////////////////////////////

if AngleBetween2Segment(B(:,1),A(:,1),P) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,2),A(:,2),P) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,3),A(:,3),P) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,4),A(:,4),P) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,5),A(:,5),P) < tolAng
    GERAL = 1;  IRPPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end

if AngleBetween2Segment(B(:,6),A(:,6),P) < tolAng
```

```
    GERAL = 1;  IRPPA= 1;
    return [GERAL] // Indice de restrição se 0 ok se 1 ruim
end



// O Wrench ou heliforça é montado com as informações
// de Ai e ABi
W1 = [cross(A(:,1),AB(:,1));AB(:,1)];
W2 = [cross(A(:,2),AB(:,2));AB(:,2)];
W3 = [cross(A(:,3),AB(:,3));AB(:,3)];
W4 = [cross(A(:,4),AB(:,4));AB(:,4)];
W5 = [cross(A(:,5),AB(:,5));AB(:,5)];
W6 = [cross(A(:,6),AB(:,6));AB(:,6)];

// A seguir é normalizada heliforça das seis pernas obtendo
// a heliforça normalizada
L_1 = normScrew(W1,1)
L_2 = normScrew(W2,1)
L_3 = normScrew(W3,1)
L_4 = normScrew(W4,1)
L_5 = normScrew(W5,1)
L_6 = normScrew(W6,1)

//
M = L_1*L_1'+L_2*L_2'+L_3*L_3'+L_4*L_4'+L_5*L_5'+L_6*L_6';
//-------------------------------------------
//matriz com os elementos diagonais:
 1,1,1,0AXIS([XMIN XMAX YMIN YMAX]),0,0
//D AXIS([XMIN XMAX YMIN YMAX]) usando a norma invariante
//-------------------------------------------
D = eye(3,3);
```

```
D(6,6)  = 0;

//-------------------------------------------

//determinante de M

//-------------------------------------------

de=det(M);

//-------------------------------------------

//MMM deneição do problema de auto valores

//-------------------------------------------

MMM=M\D;

//-------------------------------------------

////////////////////////////////////////////////

//Solucionando o problema

///////////////////////////////////////////////

[evect,egval]=spec(MMM);

desvi_std=sqrt(egval(4,4)+egval(5,5)+egval(6,6));

//-------------------------------------------

//Separando o maior autovalor e autovetor

//-------------------------------------------

[max_auto, pos_max_auto]=max(real(egval));

//-------------------------------------------

//Trabalho

//-------------------------------------------
```

```
    lambda=1/max_auto;



    // Indice Cinematica Direta
    ICD = sqrt(lambda);



    if ICD < 0.03
        GERAL = 1
    end



endfunction
```

A.1.2 Distância entre membros

A.1.3 Ângulo entre membros

```
function [angle]= AngleBetween2Segment (P1,P2,P3)
    //Recebe três pontos P1 P2 e P3
    // Mede o angulo entre duas retas que se unem em P1
    // Sendo reta 1 P1P2 e reta 2 P1P3
    //Obtendo o angulo entre os segmentos
    a = P2-P1;
    b = P3-P1;
    c = a'*b;
    angle = acos((c)/(norm(a)*norm(b))) ;
endfunction
```

A.1.4 Distância entre membros

```
function [distance] = DistanciaEntre2Segmentos(p1,p2,p3,p4)
```

```
 // para evitar problemas de rank por
 //consequencia de as retas estarem paralelas
 tolparalelo =0.001



 A = p2 - p1;
 B = p4 - p3;

 // p1 p2 p3 p4
 C = p1 - p3;
 D = p4 - p2;




A_uni=A/norm(A)
B_uni=B/norm(B)
N=cross(A,B)
N_uni=N/norm(N)



if (norm(N)<tolparalelo)
    distance=min(norm(C),norm(D))
    return(distance)
end

//Se for ortogonais, não se tocam para os robôs
// e caso se toquem e sejam ortogonais, será medido angulo
// para produto escalar de A . B = 0, ang = 90
if (norm(A'*B)<tolparalelo)
     distance = 999;
```

```
     return(distance)
end

Mat_A=[-A_uni B_uni N_uni]
Resp=inv(Mat_A)*C
F=Resp(1)
G=Resp(2)
E=Resp(3)



distance = 999;

if(F > 0 & F< norm(A))
    if (G > 0 & G< norm(B))
     distance = abs(E)
     caso= 63
     return(distance)
    end

    if (G < 0)
        distance = norm(C + F*A_uni)
        caso = 43
        return(distance)

    end

    if (G > norm(B))
        distance = norm(B-(C+F*A_uni))
        caso = 53
        return(distance)
    end
```

```
end


if(F < 0)
    if (G > 0 & G< norm(B))
     distance = norm(-C+G*B_uni)
     caso = 61
     return(distance)
    end

    if (G < 0)
        distance = norm(C)
        caso = 41
        return(distance)
    end

    if (G > norm(B))
        distance = norm(B-C)
        caso = 51
        return(distance)
    end
end



if(F >  norm(A))
    if (G > 0 & G< norm(B))
     distance = norm(G*B_uni-C-A)
     caso = 62
     return(distance)
    end

    if (G < 0)
```

```
            distance = norm(-C-A)
            caso = 42
            return(distance)
        end

        if (G > norm(B))
            distance = norm(D)
            caso = 52
            return(distance)
        end
    end


endfunction
```

A.2 Normalização de helicoide

```
function saida = normScrew(S,p)

    // Recebe uma heliforça S
    // em caso de força pura ou força e momento
    // p=1 senão terá apenas momento puro e  p=2

    if p == 1 then //Força pura ou força e momento
        n = norm(S(1:3))
        A = S(1:3)/n
        B = S(4:6)/n
        saida = [A;B]
    end

    if p == 2 then // Momento puro
```

```
        n = norm(S(4:6))
        A = S(1:3)/n
        B = S(4:6)/n
        saida = [A;B]
    end

endfunction
```

A.3 Plotagem do espaço de tralho

```
clear
clc

exec("SCI/modules/interpolation/demos/interp_demo.sci");
//exec('plot_3d.sci', -1);  //  a=plot_3d(M)

stacksize('max')

load("Dados_Robo_1.sod", "GERAL_XYZ","Tempoxy"
,"x","y","z","ang_min","ang_max","step");



pause
n = size(GERAL_XYZ)
n = n(3)



for i=1:1:n
    GERAL_YZ(:,:,i)=GERAL_XYZ(i,:,:);
end
```

```
for i=1:1:n
    GERAL_XZ(:,:,i)=GERAL_XYZ(i,:,:);
end




////////////////////////////////////////////////////////////
// Plot "Figura com todos os níveis"
// Contornos em níveis
////////////////////////////////////////////////////////////

figure(0);

clf();

title("Espaço de trabalho da orientação","fontsize",5);
i=1;
for ii = ang_min:4:ang_max
    contour(x,y,GERAL_XYZ(:,:,(i)),1,flag=[1,1,4],
    ebox=[-180,180,-180,180,-180,180],zlev=[ii])
    xgrid();
    i=i+1
end
xlabel('$ {\phi} $',"fontsize",5);
ylabel('$ {\theta} $',"fontsize",5);
zlabel('$ {\psi} $',"fontsize",5);
xgrid();

xs2png(gcf(),sprintf("FIGURE_CONTOUR_XYZ.png"));
```

```
////////////////////////////////////////////////////////////
// Plot "Video com planos XY"
//Contornos preenchidos
////////////////////////////////////////////////////////////

figure(1);

i=1;
for ii = ang_min:step:ang_max

    clf();

    drawlater();

    grayplot(x,y,GERAL_XYZ(:,:,(i)),rect=[-180,-180,180,180])
    xgrid();
    title(" Espaço de tabalho da orientação para
    plano de rotação XY, e Z  "+string(ii),"fontsize",4);
    xlabel("X","fontsize",4);
    ylabel("Y","fontsize",4);
    set(gca(),"data_bounds",matrix([-180,180,-180,180],2,-1));
    drawnow();

    a=gca(); // obtendo o manipulador dos eixos correntes
    a.parent.background=8;

    // Save figure in png format
    xs2png(gcf(),sprintf("XY_varZ_%d.png",i));
    sleep(100);
    i=i+1
end
```

```
///////////////////////////////////////////////////////////
// Plot "Video com planos YZ"
//Contornos preenchidos
///////////////////////////////////////////////////////////

figure(2);

i=1;
for ii = ang_min:step:ang_max



    clf();


    drawlater();


    grayplot(x,y,GERAL_YZ(:,:,(i)),rect=[-180,-180,180,180])
    xgrid();
    title(" Espaço de tabalho da orientação para plano
    de rotação YZ, e X  "+string(ii),"fontsize",4);
    xlabel("Y","fontsize",4);
    ylabel("Z","fontsize",4);
    set(gca(),"data_bounds",matrix([-180,180,-180,180],2,-1));
    drawnow();

    a=gca(); // obtendo o manipulador dos eixos correntes
    a.parent.background=8;
```

```
    // Save figure in png format
    xs2png(gcf(),sprintf("YZ_varX_%d.png",i));
    sleep(100);
    i=i+1
end


//////////////////////////////////////////////////////////
// Plot "Video com planos XZ"
//Contornos preenchidos
//////////////////////////////////////////////////////////

figure(3);

i=1;
for ii = ang_min:step:ang_max

figure(3);

clf();

    drawlater();

    grayplot(x,y,GERAL_XZ(:,:,(i)),rect=[-180,-180,180,180])
    xgrid();
    title(" Espaço de tabalho da orientação para plano
    de rotação XZ, e Y  "+string(ii),"fontsize",4);
    xlabel("X","fontsize",4);
    ylabel("Z","fontsize",4);
    set(gca(),"data_bounds",matrix([-180,180,-180,180],2,-1));
    drawnow();
```

```
    a=gca(); // obtendo o manipulador dos eixos correntes
    a.parent.background=8;

    // Save figure in png format
    xs2png(gcf(),sprintf("XZ_varY_%d.png",i));
    sleep(100);
    i=i+1
end



////////////////////////////////////////////////////////////
// Plot "CORTES EM X Y Z" -180 até 180
////////////////////////////////////////////////////////////




//
clf();



n = 2; // Numero de cortes
[X,Y,Z] = ndgrid(x,y,z);
V = GERAL_XYZ;

tl = splin3d(x,y,z,V);
// compute (and display) the 3d spline interpolant on some slices
m = 41;
dir = [    "z="     "z="     "z="      "x="   "y="];
val = [    (-180)     0      (180)      0      0 ];
ebox = [ang_min ang_max ang_min ang_max ang_min ang_max];
```

```
XF=[]; YF=[]; ZF=[]; VF=[];
for i = 1:length(val)
  [Xm,Xp,Ym,Yp,Zm,Zp] = slice_parallelepiped(dir(i),
  val(i), ebox, m, m, m);
  Vm = interp3d(Xm,Ym,Zm, tl);
  [xf,yf,zf,vf] = nf3dq(Xm,Ym,Zm,Vm,1);
  XF = [XF xf]; YF = [YF yf]; ZF = [ZF zf]; VF = [VF vf];
  Vp = interp3d(Xp,Yp,Zp, tl);
  [xf,yf,zf,vf] = nf3dq(Xp,Yp,Zp,Vp,1);
  XF = [XF xf]; YF = [YF yf]; ZF = [ZF zf]; VF = [VF vf];
end

nb_col = 2;
vmin = min(VF); vmax = max(VF);
color = dsearch(VF,linspace(vmin,vmax,nb_col+1));
xset("colormap",jetcolormap(nb_col));
clf(); xset("hidden3d",xget("background"));
//vvmin = min(V); vvmax = max(V);
//colorbar(vvmin,vvmax)
plot3d(XF, YF, list(ZF,color), flag=[-1 6 4])
xtitle("Espaço de trabalho da orientação")
show_window()

//a=gca(); // obtendo o manipulador dos eixos correntes
//a.parent.background=8;

xsave("FIGURE_SLICES_XYZ.scg", gcf())

xs2png(gcf(),sprintf("FIGURE_SLICES_XYZ.png"));
```

APÊNDICE B – TESTES DO GIRO MAXIMIZADO

Após a representação gráfica do ETO e a maximização do giro do robô, é necessário confirmar a capacidade da plataforma de efetuar estes giros. O processo mais eficiente é submeter um modelo físico ao giro maximizado, por não possuir este modelo, é necessário confirmar a capacidade de giro via simulação. O software utilizado é o MSC ADAMS, um recurso de simulação da dinâmica multicorpos.

Partindo da REGM são escolhidos dez pontos na reta para verificar a capacidade de giro após a maximização. Os pontos escolhidos, podem ser verificados na figura 68 (apresentada no capítulo 4, seção 4.1.1) e na tabela 5.

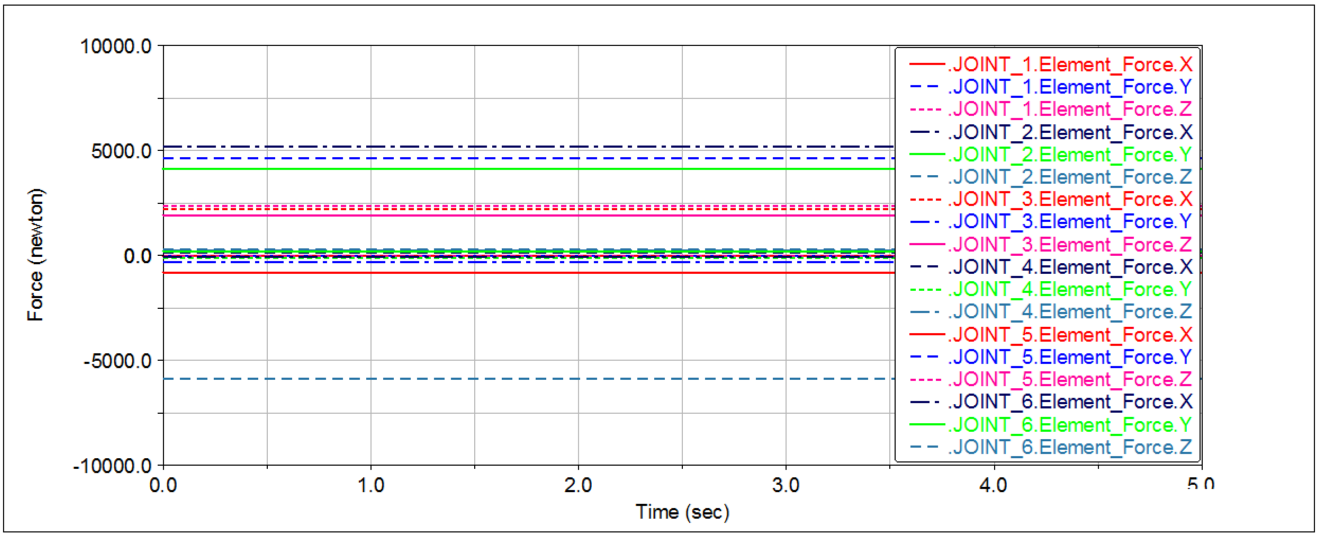
Tabela 5 – Pontos testados

Ponto	ϕ	θ	ψ
1	-66	64	30
2	-47	-44	30
3	-33	-30	30
4	-20	-14	30
5	-6	0	30
6	7	15	30
7	21	30	30
8	35	44	30
9	48	59	30
10	58	73	30

Fonte – Autor

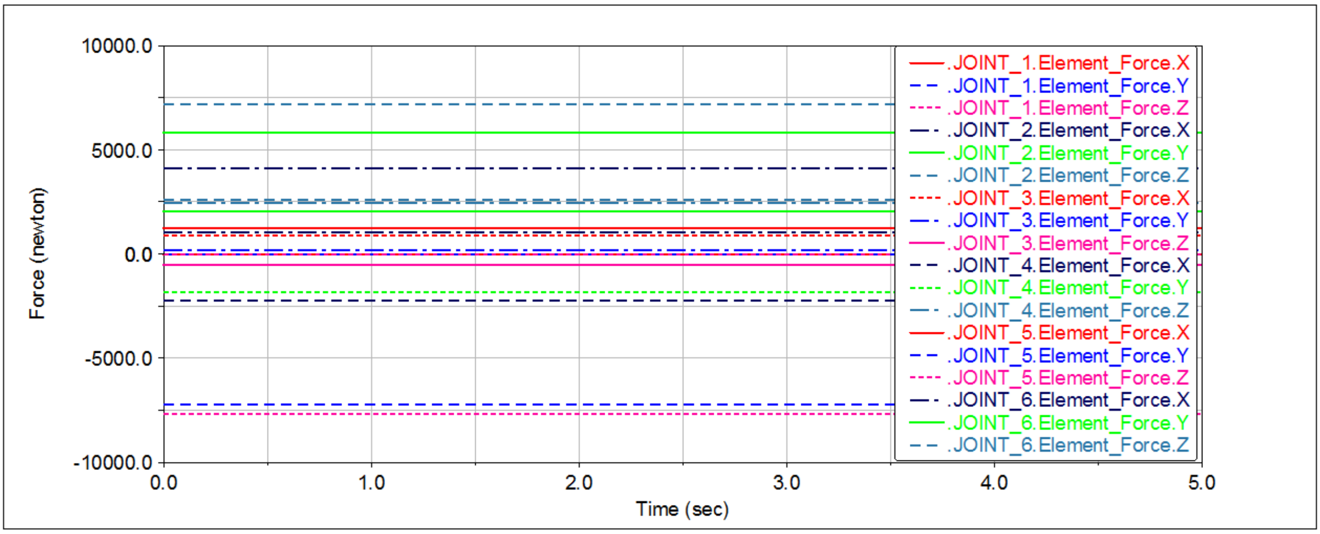
Com o robô completamente travado são medidas as reações dos atuadores, para um torque de $1000\ Nm$ e uma força de $1000\ N$, aplicados diretamente nos eixos de giro (X, Y e Z) da plataforma. Os pontos sobre a REGM próximos da orientação inicial (ϕ=0, θ=0, ψ=30), tem as forças de reações nas juntas atuadas (travadas) próximo a $6000\ N$, conforme representação da figura 70. Ao girar a plataforma do robô afastando-se da orientação inicial, ocorre um aumento das reações nas juntas para aproximadamente $8000\ N$, como é representado na figura 71.

Figura 70 – Reação nas juntas - Robô MSSM - Caso 1



Fonte: Autor

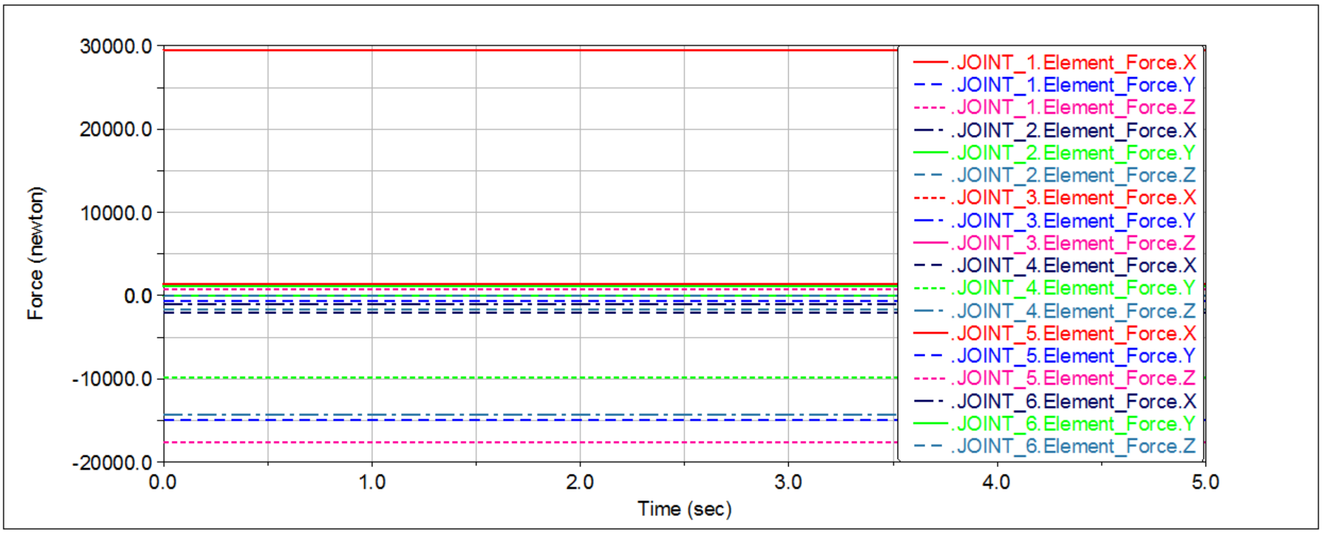
Figura 71 – Reação nas juntas - Robô MSSM - Caso 2



Fonte: Autor

Nos pontos próximos das singularidades, a reação nas juntas eleva-se abruptamente, se aproximando dos $30000\ N$, conforme figura 72. A elevação das forças de reação, acrescentam-se conforme o robô ganha graus de liberdade.

Figura 72 – Reação nas juntas - Robô MSSM - Caso 3



Fonte: Autor

Além da verificação das reações de apoio nos atuadores, é verificado seu curso por meio da medição de distância entre as juntas esféricas, na plataforma e base. Também é realizada a inspeção de colisão entre os membros. Os pontos testados, indicam que é possível realizar o giro maximizado pelo método de otimização gráfico proposto.