

ANO
2017

ADEMAR BENDER | ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM
TROCADORES DE CALOR COM FLUXO CRUZADO: ESTUDO DE UM NOVO ARRANJO
GEOMÉTRICO TRAPEZOIDAL

O presente trabalho tem o objetivo de analisar numericamente a transferência de calor e queda de pressão para um novo arranjo de tubos em uma matriz de nove cilindros, na presença de um novo fator denominado trapezoidal. Neste estudo são analisados quatro fatores trapezoidais, dois passos transversais e três passos longitudinais para quatro diferentes velocidades de escoamento de ar. Foi realizada a validação numérica do software ANSYS CFX comparando os resultados à correlação empírica para as clássicas matrizes alinhada e alternada. Realizou-se a verificação do modelo numérico comparando os resultados aos dados experimentais de túnel de vento. Os resultados da análise física revelaram as topologias para esses escoamentos, identificando aspectos importantes no comportamento térmico e hidráulico das matrizes. Outro objetivo do estudo foi a proposta de uma nova equação para o número de Nusselt médio que leva em consideração o efeito do fator trapezoidal na matriz de tubos. Além disso, determinou-se uma relação direta da transferência de calor com a perda de carga por meio do número de Nusselt requerido e a variação de pressão no conjunto de tubos. Os resultados são comparados às clássicas matrizes alinhada e alternada e mostram-se favoráveis à matriz trapezoidal com fatores trapezoidais reduzidos. Em última análise, outro estudo foi realizado com base na segunda lei da termodinâmica. A geração de entropia foi estudada para todos os casos simulados e as parcelas contribuintes para os comportamentos encontrados foram determinadas.

Orientador: Paulo Sergio Berving Zdanski

Joinville, 2017



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM TROCADORES DE CALOR COM FLUXO CRUZADO: ESTUDO DE UM NOVO ARRANJO GEOMÉTRICO TRAPEZOIDAL

ADEMAR BENDER

JOINVILLE, 2017

ADEMAR BENDER

**ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO TURBULENTO EM
TROCADORES DE CALOR COM FLUXO CRUZADO: ESTUDO DE UM
NOVO ARRANJO GEOMÉTRICO TRAPEZOIDAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Paulo Sergio Berving Zdanski, D.Sc.

Joinville

Março de 2017

B458a Bender, Ademar

Análise numérica do escoamento turbulento em trocadores de calor com fluxo cruzado: estudo de um novo arranjo geométrico trapezoidal/Ademar Bender. - 2017.

119 p. : il. ; 30 cm

Orientador: Paulo Sergio Berving Zdanski

Bibliografia: 109-111p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2017.

1. Dinâmica dos fluídos. 2. Mecânica dos fluídos. 3. Calor (Transmissão) . 4. Aerodinâmica . I. Zdanski, Paulo Sergio Berving. II. Universidade do Estado de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CDD: 620.106 - 23. ed.

**Análise Numérica do Escoamento Turbulento em Trocadores de Calor com
Fluxo Cruzado: Estudo de um Novo Arranjo Geométrico Trapezoidal**

por

Ademar Bender

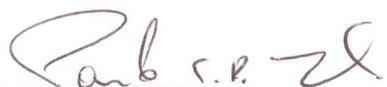
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

MESTRE ACADÊMICO EM ENGENHARIA MECÂNICA

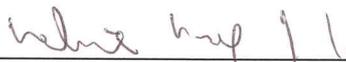
Área de concentração em "Modelagem e Simulação Numérica"
e aprovada em sua forma final pelo

CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA MECÂNICA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA.

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Paulo Sergio Berving Zdanski
CCT/UDESC (Orientador/Presidente)



Prof. Dr. Roberto Wolf Francisco Junior
CCT/UDESC



Prof. Dr. Vinicius Malatesta
UFSC

Joinville, SC, 23 de março de 2017.

Agradecimentos

Agradeço a minha família pelo apoio e incentivo. Agradeço aos colegas de laboratório pelos momentos de amizade: Felipe B., Leandro, Douglas, Felipe K., José e Doglas. Agradeço ao professor orientador Paulo Sergio Berving Zdanski pela confiança depositada e agradeço a CAPES pelos recursos oferecidos durante o período do presente trabalho.

*Jamais considere seus estudos como uma obrigação,
mas como uma oportunidade invejável para aprender a
conhecer a influência libertadora da beleza do reino do
espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito
da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.*

Albert Einstein

Resumo

O presente trabalho tem o objetivo de analisar numericamente a transferência de calor e queda de pressão para um novo arranjo de tubos em uma matriz de nove cilindros, na presença de um novo fator denominado trapezoidal. Neste estudo são analisados quatro fatores trapezoidais, dois passos transversais e três passos longitudinais para quatro diferentes velocidades de escoamento de ar. Foi realizada a validação numérica do software *ANSYS CFX* comparando os resultados à correlação empírica para as clássicas matrizes alinhada e alternada. Realizou-se a verificação do modelo numérico comparando os resultados aos dados experimentais de túnel de vento. Os resultados da análise física revelaram as topologias para esses escoamentos, identificando aspectos importantes no comportamento térmico e hidráulico das matrizes. Outro objetivo do estudo foi a proposta de uma nova equação para o número de Nusselt médio que leva em consideração o efeito do fator trapezoidal na matriz de tubos. Além disso, determinou-se uma relação direta da transferência de calor com a perda de carga por meio do número de Nusselt requerido e a variação de pressão no conjunto de tubos. Os resultados são comparados às clássicas matrizes alinhada e alternada e mostram-se favoráveis à matriz trapezoidal com fatores trapezoidais reduzidos. Em última análise, outro estudo foi realizado com base na segunda lei da termodinâmica. A geração de entropia foi estudada para todos os casos simulados e as parcelas contribuintes para os comportamentos encontrados foram determinadas.

Palavras-chaves: Escoamento turbulento, Convecção forçada, Matriz trapezoidal, Equação para Nusselt médio, Análise energética, Geração de entropia.

Abstract

The present work has the objective of analyzing numerically the heat transfer and pressure drop to a new arrangement of pipes in a matrix of nine cylinders in the presence of a new factor denominated trapezoidal. In this study four trapezoidal factors, two transverse pitches and three longitudinal pitches were analyzed for four different air flow velocities. The numerical validation of the *ANSYS CFX* software was performed comparing the results to the empirical correlation for the classic aligned and alternating matrices. The numerical model was verified comparing the results to the experimental wind tunnel data. The results of the physical analysis revealed the topologies for these flows, identifying important aspects in the thermal and hydraulic behavior of the matrices. Another objective of the study was the proposal of a new equation for the average Nusselt number that takes into account the effect of the trapezoidal factor on the pipe matrix. In addition, a direct relationship of the heat transfer with the charge loss was determined by means of the required Nusselt number and the pressure variation in the pipe array. The results are compared to the classic aligned and alternating matrices and are favorable to the trapezoidal matrix with reduced trapezoidal factors. Ultimately, another study was carried out based on the second law of thermodynamics. The entropy generation was studied for all the simulated cases and the contributing plots for the behaviors found were determined.

Keywords: Turbulent flow, Forced convection, Trapezoidal matrix, Equation for average Nusselt number, Energy analysis, Entropy generation.

Lista de Figuras

1.1	Proposta de matriz com arranjo de 9 tubos.	26
2.1	Matriz de tubos com arranjos alinhado e alternado.	29
2.2	Velocidade do escoamento na matriz alinhada.	30
2.3	Velocidade do escoamento na matriz alternada.	31
2.4	Promotores de turbulência asa delta.	33
2.5	Geradores de vórtices tipo asa delta.	33
2.6	Matriz de cilindros semi-circulares.	34
2.7	Matriz de cilindros elípticos.	34
2.8	Campo de temperatura para o arranjo triangular de cilindros.	35
2.9	Arranjo de cilindros.	36
3.1	Perfil da camada limite turbulenta.	43
4.1	Volume de controle.	45
4.2	Elemento de malha.	47
5.1	Matriz de 9 tubos com arranjo alinhado.	54
5.2	Matriz de 9 tubos com arranjo alternado.	54
5.3	Refino de malha.	56
5.4	Malha para o arranjo alinhado.	57
5.5	Número de Nusselt na matriz de tubos.	58
5.6	Perda de carga na matriz de tubos.	58

5.7	Matriz de tubos Trapezoidal.	59
5.8	Comportamento de Nusselt para fator trapezoidal.	61
5.9	Comportamento da perda de carga para fator trapezoidal.	61
5.10	Comportamento de Nusselt por colunas na matriz trapezoidal $t/D=12/16$	62
5.11	Número de Nusselt por colunas na matriz alternada.	62
5.12	Comportamento de Nusselt por colunas na matriz alinhada.	63
5.13	Perfis de viscosidade turbulenta nas três seções.	64
5.14	Perfis de energia cinética turbulenta nas três seções.	66
5.15	Linhas de corrente para o escoamento médio.	67
5.16	Detalhe dos vetores de velocidade.	68
5.17	Distribuição da componente da velocidade em u	68
5.18	Distribuição da componente de velocidade em v	69
5.19	Distribuição da pressão estática relativa.	70
5.20	Distribuição de temperatura.	71
5.21	Distribuição de viscosidade turbulenta.	71
5.22	Campo de energia cinética turbulenta.	72
5.23	Efeito do fator trapezoidal no número de Nusselt.	73
5.24	Efeito do fator trapezoidal na perda de carga.	73
5.25	Linhas de corrente para diferentes fatores trapezoidais.	75
5.26	Efeito paramétrico do fator trapezoidal no perfil de viscosidade turbulenta.	76
5.27	Efeito paramétrico do fator trapezoidal no perfil de energia cinética turbulenta.	78
5.28	Efeito dos passos transversal e longitudinal no número de Nusselt.	79
5.29	Efeito dos passos transversal e longitudinal na queda de pressão.	80
5.30	Linhas de corrente para o escoamento médio dos passos longitudinais.	81
5.31	Linhas de corrente para módulo da velocidade dos passos transversais.	82
5.32	Perfis de viscosidade turbulenta para $PT=3$ e $PT=2$	83

5.33	Perfis de energia cinética turbulenta para $PT=3$ e $PT=2$	85
5.34	Nusselt previsto e Nusselt simulado.	87
5.35	Nusselt requerido para $PT=3$ e $Pl=3$	89
5.36	Nusselt requerido para todos os casos.	91
5.37	Incremento de perda de carga e Nusselt requerido como função do fator trapezoidal.	92
5.38	Incremento de perda de carga e Nusselt requerido como função dos passos.	93
5.39	Volume de controle.	95
5.40	Contribuição das parcelas na geração de entropia do caso $t/D=12/16$	97
5.41	Influência do fator trapezoidal na de geração de entropia.	98
5.42	Contribuição das parcelas de geração de entropia em função do fator trapezoidal.	98
5.43	Influência dos passos na geração de entropia para $t/D=3/16$	99
5.44	Contribuição das parcelas de geração de entropia nos passos.	100
5.45	Geração de entropia para o caso $PT=3$	101
5.46	Contribuição das parcelas de Geração de entropia para matriz trapezoidal e alinhada.	102
5.47	Geração de entropia para o caso $PT=2$	103
A.1	Linhas de corrente na matriz alinhada.	113
A.2	Linhas de corrente na matriz alternada.	113
A.3	Fluxograma de simulações.	114

Lista de Tabelas

5.1	Tabela de constantes para o fator trapezoidal.	86
5.2	Perda de carga para Nusselt requerido.	94
B.1	Perda de carga em função de Nusselt requerido.	115
B.2	Perda de carga em função de Nusselt requerido.	115
B.3	Perda de carga em função de Nusselt requerido.	115
B.4	Perda de carga em função de Nusselt requerido.	116
B.5	Perda de carga em função de Nusselt requerido.	116

Lista de Símbolos

H	Altura do domínio computacional	$[m]$
A_3	Área diagonal face a face de dois cilindros	$[m^2]$
A_1	Área transversal centro a centro de dois cilindros	$[m^2]$
A_2	Área transversal face a face de dois cilindros	$[m^2]$
C_p	Calor específico a pressão constante	$[Jkg^{-1}K^{-1}]$
C_v	Calor específico a volume constante	$[Jkg^{-1}K^{-1}]$
p^0	Campo de pressão arbitrário	$[-]$
p'	Campo de pressão corrigido	$[-]$
u_i^0	Campo de velocidade intermediário	$[-]$
\bar{h}	Coefficiente convectivo médio	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
u_i	Componente de velocidade instantânea	$[-]$
\bar{u}_i	Componente de velocidade média	$[-]$
$x_{i,j,k}$	Componentes dos eixos cartesianos	$[-]$
u, v, w_{esp}	Componentes da velocidade com valor especificado	$[-]$
x, y, z	Componentes globais do sistema	$[-]$
L	Comprimento do domínio computacional	$[m]$
K_e	Condutividade térmica efetiva	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
K	Condutividade térmica molecular	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
K_T	Condutividade térmica turbulenta	$[Wm^{-1}K^{-1}]$
R	Constante de gás ideal	$[Jmol^{-1}K^{-1}]$

a_1	Constante do modelo SST	$[-]$
C_1, C_2, m	Constantes da equação de Grimison	$[-]$
D	Diâmetro do cilindro	$[m]$
y^+	Distância adimensional da parede	$[-]$
S_D	Distância diagonal dos cilindros na matriz	$[mm]$
S_L	Distância longitudinal dos cilindros na matriz	$[mm]$
S_T	Distância transversal dos cilindros na matriz	$[mm]$
s_e	Entropia específica de entrada	$[ms^{-1}K^{-1}]$
s_s	Entropia específica de saída	$[ms^{-1}K^{-1}]$
l_c	Escala de comprimento característico da turbulência	$[-]$
u_c	Escala de velocidade característica da turbulência	$[-]$
f	Fator de atrito	$[-]$
X	Fator de correção	$[-]$
t/D	Fator trapezoidal	$[-]$
T'	Flutuações de temperatura	$[-]$
u'_i	Flutuações de velocidade	$[-]$
\dot{Q}	Fluxo de calor	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
q''_n	Fluxo de calor normal à parede	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
\dot{m}	Fluxo de massa	$[kgm^3s^{-1}]$
F_1, F_2	Funções de mistura do modelo SST	$[-]$
I	Intensidade turbulenta	$[\%]$
S_1	Módulo da taxa de cisalhamento média	$[-]$
Ma	Número de Mach	$[-]$
\overline{Nu}_D	Número de Nusselt médio	$[-]$
$\overline{Nu}_{D,req}$	Número de Nusselt requerido	$[-]$
Pr	Número de Prandtl	$[-]$
Pr_T	Número de Prandtl turbulento	$[-]$

$Re_{D,aprox}$	Número de Reynolds de aproximação	[–]
$Re_{D,máx}$	Número de Reynolds máximo	[–]
NL	Número longitudinal de cilindros na matriz	[–]
NT	Número transversal de cilindros na matriz	[–]
Δt	Passo de tempo	[s]
P_L	Passo longitudinal dos cilindros na matriz	[–]
P_T	Passo transversal dos cilindros na matriz	[–]
pi	Ponto de integração	[–]
p	Pressão estática	[Pa]
p_{ef}	Pressão efetiva	[Pa]
Sc	Superfície de integração	[–]
\dot{S}_{ger}	Taxa de geração de entropia	[WK ⁻¹]
$\tilde{P}_\kappa, P_\kappa$	Taxa de produção de κ ou ϵ	[–]
p_d	Taxa de produção de turbulência	[–]
T_e	Temperatura de entrada	[K]
T_f	Temperatura de filme do fluido	[K]
T_w	Temperatura de parede	[K]
T_s	Temperatura de saída	[K]
T_∞	Temperatura do escoamento livre	[K]
\bar{T}	Temperatura média	[K]
T_m	Temperatura média do fluido	[K]
t	Tempo	[s]
\bar{S}_{ij}	Tensor taxa de deformação médio	[–]
S	Termo fonte	[–]
u^*	Velocidade de atrito	[ms ⁻¹]
$u_{máx}$	Velocidade máxima do escoamento dentro da matriz	[ms ⁻¹]
u_∞, U_∞	Velocidade média do escoamento livre	[ms ⁻¹]

\vec{r}	Vetor direção	[–]
n	Vetor unitário a superfície apontando para fora	[–]
$V, \forall c$	Volume de controle	[–]
Vc	Volume de integração	[–]

Letras Gregas

$\Gamma_\kappa, \Gamma_\varepsilon$	Coeficientes de difusão nas equações do modelo de turbulência	[–]
κ_a	Constante de Kármán	[–]
β_2, β^*	Constantes de fechamento do modelo $\kappa - \varepsilon$	[–]
$\sigma_{\kappa 2}, \sigma_{\omega 2}, \alpha_2$	Constantes de fechamento do modelo $\kappa - \varepsilon$	[–]
β, c_1	Constantes de fechamento do modelo $\kappa - \omega$	[–]
$\sigma_{\kappa 1}, \sigma_\omega, \alpha_1$	Constantes de fechamento do modelo $\kappa - \omega$	[–]
δ_{ij}	Delta de kronecker	[–]
δ	Espessura da camada limite hidrodinâmica	[m]
κ	Energia cinética turbulenta	[$m^2 s^{-2}$]
ρ	Massa específica	[$kg m^{-3}$]
$\kappa - \omega$	Modelo de turbulência baseado em ω	[–]
$\kappa - \varepsilon$	Modelo de turbulência baseado em ε	[–]
∇	Operador gradiente	[–]
φ	Propriedade qualquer	[–]
γ	Razão de calores específicos	[–]
ε	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta	[$m^2 s^{-3}$]
ω	Taxa de dissipação específica	[s^{-1}]
τ_w	Tensão cisalhante na parede	[–]
$\overline{\tau_{ij}}$	Tensões de Reynolds	[–]
ΔP	Variação da pressão estática	[Pa]

Δn_j	Vetor normal	$[-]$
ν	Viscosidade cinemática molecular	$[m^2s^{-1}]$
ν_T	Viscosidade cinemática turbulenta	$[m^2s^{-1}]$
μ_e	Viscosidade dinâmica efetiva	$[Nsm^{-2}]$
μ	Viscosidade dinâmica molecular	$[Nsm^{-2}]$
μ_T	Viscosidade dinâmica turbulenta	$[Nsm^{-2}]$

Subscritos

as	Área de superfície
e	Entrada
i, j, k	Notação indicial
s	Saída
w	Parede
up	Ponto anterior
ref	Valor de referência

Siglas

<i>LES</i>	<i>Large Edge Simulation</i>
<i>RNG $\kappa - \varepsilon$</i>	<i>Re-Normalization Group $\kappa - \varepsilon$ model</i>
<i>RANS</i>	<i>Reynolds Average Navier Stokes</i>
<i>RMS</i>	<i>Root Mean Square</i>
<i>SST</i>	<i>Shear Stress Transport model</i>
<i>CFX</i>	<i>Software comercial</i>
<i>FLUENT</i>	<i>Software comercial</i>
<i>LU</i>	<i>Técnica de decomposição de matriz</i>
<i>URANS</i>	<i>Unsteady RANS</i>

Sumário

Lista de Figuras	9
Lista de Tabelas	13
Introdução	25
1.1 Objetivo do trabalho	26
1.2 Estrutura da dissertação	26
2 Revisão de literatura	29
2.1 Transferência de calor em matriz de tubos	29
3 Formulação Teórica	37
3.1 Equações de Governo	37
3.2 Equações de Navier-Stokes com média de Reynolds	38
3.3 Modelagem da Turbulência	39
3.3.1 Modelo de duas equações SST	41
3.3.2 Lei de parede	42
4 Metodologia numérica	45
4.1 Discretização das equações de governo	46
4.2 Solução do sistema linear	48
4.3 Condições de contorno	48

5	Resultados e discussões	51
5.1	Definição dos parâmetros globais	51
5.1.1	Número de Nusselt	51
5.1.2	Perda de carga	52
5.1.3	Reynolds de aproximação	52
5.1.4	Erro relativo percentual	52
5.1.5	Erro relativo médio percentual	53
5.1.6	Erro relativo máximo percentual	53
5.2	Validação do modelo computacional	54
5.2.1	Estudo de independência de malha	55
5.2.2	Escoamento turbulento em matriz de tubos alinhado e alternado . .	56
5.3	Escoamento cruzado em Matriz de tubos Trapezoidal	59
5.3.1	Estudo do fator trapezoidal $t/D = 12/16$	60
5.3.2	Estudo paramétrico do efeito do fator trapezoidal	72
5.3.3	Estudo paramétrico do efeito do passo transversal (PT) e longitudinal (PL)	78
5.4	Equação para Nusselt	86
5.5	Análise energética da matriz trapezoidal	88
5.6	Análise com base na segunda lei da termodinâmica	95
5.6.1	Segunda lei para volume de controle	95
5.6.2	Taxa de geração de entropia	96
5.6.3	Influência do fator trapezoidal na geração de entropia	97
5.6.4	Influência dos passos da matriz na geração de entropia	98
5.6.5	Geração de entropia para todos os casos	100
	Conclusões e perspectivas futuras	105
	Bibliografia	109

Apêndices	111
A	113
B	115
C	117

Introdução

A necessidade do desenvolvimento de equipamentos mais eficientes, com redução no consumo de energia é o sentido motivador que impulsiona novas propostas e ideias trazendo inovação em todas as áreas da engenharia. Além disto, a utilização de ferramentas numéricas para auxiliar o processo de desenvolvimento e principalmente a pesquisa, é uma realidade na área de mecânica de fluidos e transferência de calor. Diante deste cenário grandes esforços têm sido despendidos tanto em pesquisa quanto em desenvolvimento de softwares de simulação em basicamente todas as áreas de engenharia.

No contexto de pesquisa atual, o desenvolvimento de novas técnicas para incrementar a troca de calor convectiva em sistemas térmicos tem sido bastante trabalhado. Em aspectos gerais, o incremento no coeficiente convectivo é atingido de duas formas (ZDANSKI et al., 2015) (ZDANSKI et al., 2016), a saber: promoção de turbulência no escoamento devido ao posicionamento de perturbadores/direcionadores de fluxo e através da proposta de novos arranjos de escoamentos em trocadores de calor. O objetivo da intensificação da transferência de calor é melhorar a eficiência dos equipamentos através do aumento do coeficiente convectivo, o que no geral tem impacto na redução do consumo de energia. Por outro lado, para uma análise completa deste tipo de problema, os aspectos referentes à perda de carga também devem ser considerados. Dentro deste contexto, no que se refere à otimização de parâmetros em sistemas térmicos, estudos recentes (SALVIANO et al., 2015), (KOTCIOGLU et al., 2013) tem sido desenvolvidos buscando uma relação de compromisso entre a maximização do coeficiente convectivo (número de Nusselt) e a minimização da perda de carga (fator de atrito).

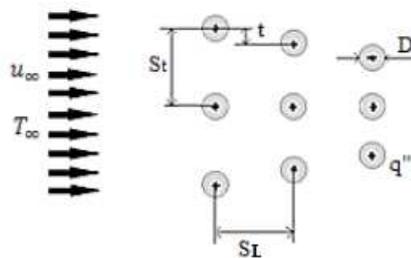
No presente estudo é utilizada uma metodologia numérica para determinar o coeficiente de transferência de calor convectivo e a perda de carga em trocadores de calor compostos por diferentes arranjos de matrizes tubulares. Também é foco do estudo a análise da geração de entropia para todos os casos simulados.

1.1 Objetivo do trabalho

O objetivo principal do presente trabalho é analisar o desempenho térmico e hidrodinâmico de uma matriz tubular composta de 9 cilindros com arranjos alinhados, alternados e trapezoidal, imerso em escoamento cruzado em regime turbulento. É necessário salientar que a escolha pela matriz de 9 cilindros (ver Figura 1.1), deve-se a mesma ser foco da linha de pesquisa do grupo do laboratório da instituição. Para atingir o objetivo proposto, os seguintes objetivos específicos estão associados:

- Validar o método numérico para solução das equações de governo, bem como o modelo de turbulência SST implementado no software Ansys CFX 15.0 através da simulação numérica das geometrias clássicas de matrizes alinhada e alternada;
- Analisar os aspectos físicos relevantes como: perfis de propriedades turbulentas, aspectos topológicos do escoamento, bem como a distribuição de Nusselt e perda de carga para um novo arranjo de tubos na matriz, chamado trapezoidal, através da introdução de um parâmetro t (ver Figura 1.1);
- Correlacionar o incremento de transferência de calor com a perda de carga e comparar às geometrias simuladas;
- Determinar uma nova equação para Nusselt que leva em consideração o fator t/D ;
- Fazer uma análise da geração de entropia para todos os casos simulados.

Figura 1.1: Proposta de matriz com arranjo de 9 tubos.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

1.2 Estrutura da dissertação

Esta dissertação está estruturada em seis seções: Introdução (Capítulo 1), Revisão de literatura (Capítulo 2), Formulação teórica (Capítulo 3), Metodologia numérica

(Capítulo 4), Resultados e discussões (Capítulo 5) e Conclusões e perspectivas futuras (Capítulo 6).

No Capítulo 2 é apresentada a revisão da literatura, iniciando pela transferência de calor em matrizes de tubos propriamente dita. Na sequência é feito um levantamento dos trabalhos que abordam estudos quanto a modos de intensificação de transferência de calor, situando o leitor à perspectiva do tópico principal do presente trabalho.

Já no Capítulo 3 é apresentada a formulação teórica para escoamento turbulento de ar, bem como o modelo de turbulência adotado neste trabalho.

No Capítulo 4 é abordada a metodologia numérica utilizada no *software* ANSYS CFX 15.0.

O Capítulo 5 é constituído da validação do modelo computacional para as matrizes alinhada e alternada, bem como aborda todos os resultados e discussões dos estudos relacionados a matriz trapezoidal.

Para finalizar, o Capítulo 6 enfatiza os principais resultados e conclusões obtidos nesta Dissertação e aborda sugestões para trabalhos futuros nesta linha de pesquisa.

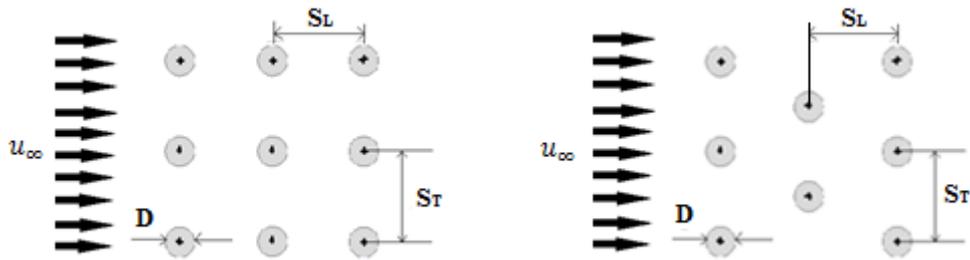
Capítulo 2

Revisão de literatura

2.1 Transferência de calor em matriz de tubos

O estudo da transferência de calor em uma matriz de tubos em escoamento cruzado é ainda um tema muito discutido e pesquisado na literatura atual. Destacam-se a sua grande aplicação industrial em condensadores, evaporadores, caldeiras para geração de vapor, dentre outras. As geometrias clássicas de matrizes tubulares contemplam arranjos alinhados e alternados, conforme a Figura 2.1.

Figura 2.1: Matriz de tubos com arranjos alinhado e alternado.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Para essas geometrias existem estudos experimentais encontrados em literatura técnica que propõem correlações empíricas para determinar o coeficiente de transferência de calor de arranjos de tubos alinhados e alternados. Uma equação muito utilizada é o modelo de Grimison, que formulou empiricamente uma correlação para o número de Nusselt conforme (INCROPERA et al., 2007) (KHAN et al., 2006a) (KHAN et al., 2006b):

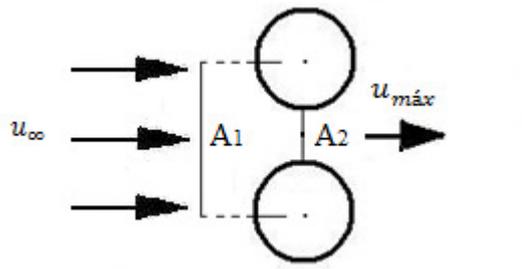
$$\overline{Nu}_D = 1,13C_1C_2Re_{D,máx}^m Pr^{1/3}. \quad (2.1)$$

As variáveis C_1 e m são dependentes dos espaçamentos longitudinal S_L e transversal S_T (ver Figura 2.1). Além disto, o valor de C_2 é dependente do número de fileiras presentes na matriz. A Equação 2.1 é válida para uma faixa de número de Reynolds máximo entre 2000 e 40000, sendo o mesmo definido como:

$$Re_{D,máx} = \frac{\rho u_{máx} D}{\mu}. \quad (2.2)$$

A velocidade máxima do fluido no interior da matriz é definida por $u_{máx}$. Para arranjos alinhados a velocidade máxima é avaliada na menor seção entre dois cilindros no plano transversal conforme Figura 2.2 (INCROPERA et al., 2007) (KHAN et al., 2006a) (KHAN et al., 2006b).

Figura 2.2: Velocidade do escoamento na matriz alinhada.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

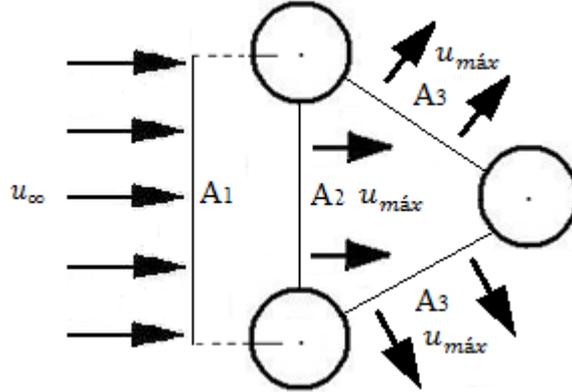
Neste trabalho o fluido de operação utilizado é o ar e os efeitos de compressibilidade são desprezíveis devido a faixa do número de Mach considerada $Ma < 0,3$ (FOX et al., 2010). Dessa forma, considerando o escoamento incompressível obtém-se através de um balanço de massa a Equação 2.3

$$u_{máx} = \frac{S_T}{S_T - D} u_{\infty}. \quad (2.3)$$

Por outro lado para arranjos alternados a velocidade máxima deve ser avaliada, além da seção transversal A_2 , também na seção diagonal entre dois tubos A_3 . Este procedimento é necessário, pois a velocidade máxima do escoamento pode ocorrer tanto no plano transversal como no plano diagonal resultante da bifurcação experimentada nesse arranjo de matriz conforme Figura 2.3 (INCROPERA et al., 2007) (KHAN et al., 2006a) (KHAN et al., 2006b).

Do mesmo modo, a partir da exigência da conservação da massa e considerando o escoamento incompressível, a velocidade máxima irá ocorrer em A_3 se o espaçamento

Figura 2.3: Velocidade do escoamento na matriz alternada.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

entre as colunas obedecer a Equação 2.4 :

$$2(S_D - D) < (S_T - D). \quad (2.4)$$

Assim, obtendo-se a velocidade máxima pela Equação 2.5 :

$$u_{m\acute{a}x} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} u_\infty. \quad (2.5)$$

Um aspecto importante com relação à utilização da Equação 2.1 é que todas as propriedades do fluido são obtidas na temperatura de filme do escoamento conforme:

$$T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}. \quad (2.6)$$

A variável T_f é a temperatura de filme, T_w é a temperatura de superfície, e T_∞ é a temperatura do escoamento incidente.

Outros autores como Zukauskas, também propuseram correlações para determinar o número de Nusselt para arranjos de matrizes alinhados e alternados, inclusive para determinação da perda de carga da matriz de tubos. Conforme (INCROPERA et al., 2007) (ŽUKAUSKAS; ULINSKAS, 1985) a perda de carga em matrizes de tubos alinhadas e alternadas pode ser obtida pela Equação 2.7 :

$$\Delta P = N_L X \left(\frac{\rho u_{m\acute{a}x}^2}{2} \right) f. \quad (2.7)$$

O número de colunas da matriz é representado por N_L , f é o fator de atrito e X é um fator de correção. É importante destacar que estes parâmetros dependem do valor de Reynolds máximo e, também, dos passos longitudinal e transversal de cada arranjo, $PL = S_L/D$ e

$PT = S_T/D$, respectivamente.

Além dos estudos experimentais, a simulação numérica também é uma ferramenta de investigação no problema de troca de calor convectiva em matrizes de tubos. Através da mesma é possível estudar uma faixa maior de arranjos e formas geométricas de tubos, regimes de escoamento, dentre outras possibilidades, sem a necessidade de construção de inúmeros protótipos para execução de ensaios. Dentro deste contexto, alguns trabalhos da literatura são apresentados e discutidos na sequência.

Wejkowski (2016) realizou um estudo recente abordando uma análise numérica e experimental da transferência de calor e perda de carga em um arranjo clássico alternado de tubos aletados. Este autor comparou resultados numéricos e experimentais para uma faixa de Reynolds entre 4500 e 8500, obtendo tendências similares. É importante destacar que os resultados numéricos foram obtidos com o *software* ANSYS FLUENT utilizando os modelos de turbulência κ - ε e κ - ω .

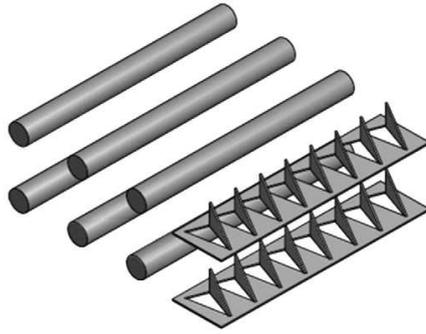
Em outro trabalho recente, Wu et al. (2016) estudaram numericamente o escoamento de ar para uma matriz de tubos em arranjo alternado com um novo tipo de aleta que incorpora um perfil tipo asa delta. Empregando o modelo de turbulência *RNG* κ - ε , os resultados mostram que o perfil tipo asa delta produz vórtices longitudinais no escoamento, reduzindo a zona de esteira a jusante do tubo, aumentando dessa forma a transferência de calor com baixa perda de carga. Os principais resultados obtidos indicam que os vórtices longitudinais que surgem do perfil asa delta incrementam a troca de calor em até 60%, incrementando também a perda de carga.

Zdanski et al. (2015) realizaram um estudo experimental investigando os efeitos de geradores de vórtices tipo asa delta na taxa de transferência de calor convectiva num escoamento externo em banco de tubos alinhados. Os promotores de turbulência estudados influenciaram positivamente no aumento do número de Nusselt, com um máximo incremento em torno de 30%, e em contraponto, a máxima perda de carga do conjunto foi de 40% conforme Figura 2.4.

Na mesma linha de pesquisa, Salviano et al. (2015) estudaram numericamente o escoamento em uma matriz com arranjo alternado de dois tubos com o objetivo de otimizar a posição e o ângulo de geradores de vórtices tipo asa delta. O modelo de turbulência empregado foi o SST em conjunto com um algoritmo genético para a otimização. Os resultados apontam a influência do posicionamento relativo dos geradores de vórtices com contribuições individuais para transferência de calor e perda de carga conforme Figura 2.5.

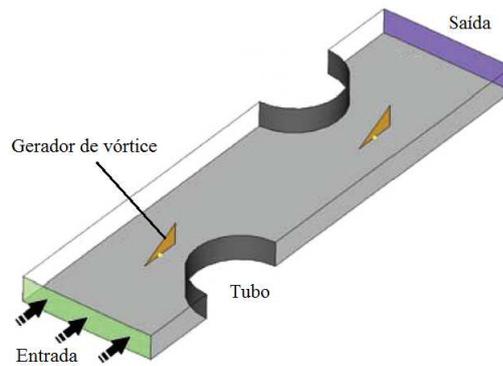
Sinha et al. (2016) estudou numericamente a aplicação de geradores retangulares de vórtices em matrizes alinhadas e alternadas de tubos. Os resultados apontam significante

Figura 2.4: Promotores de turbulência asa delta.



Fonte: Adaptado de Zdanski et al. (2015).

Figura 2.5: Geradores de vórtices tipo asa delta.



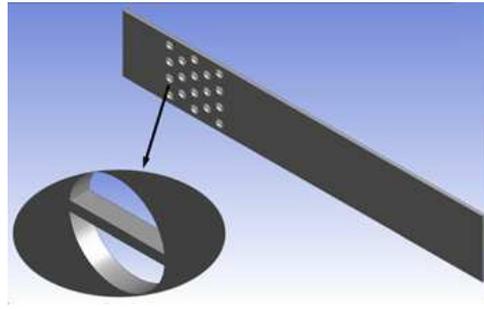
Fonte: Adaptado de Salviano et al. (2015).

aumento na performance térmica pela presença dos geradores. Entretanto as perdas geradas pelo atrito chegam a 3 vezes superiores aos casos sem geradores.

Diferentes geometrias de tubos foram estudados por Ma et al. (2015) utilizando simulação numérica conforme Figura 2.6. Estes autores propuseram uma nova geometria para um trocador de calor baseada em um tubo de forma semicircular, apresentando uma ranhura orientada segundo a direção do escoamento. O estudo considerou um escoamento turbulento tridimensional utilizando o modelo de turbulência κ - ε . O escoamento é analisado em suas características hidrodinâmicas e térmicas, sendo que os resultados indicaram um incremento superior a 40% na transferência de calor quando comparados com tubos de seção circular.

Em outro trabalho Zhang et al. (2015) estudaram a transferência de calor em uma nova geometria de tubos em forma oval. Os resultados numéricos e experimentais mostram que a nova geometria possui um gradiente favorável de pressão a montante e um baixo gradiente adverso de pressão a jusante, que ajuda a atrasar a separação do escoamento

Figura 2.6: Matriz de cilindros semi-circulares.



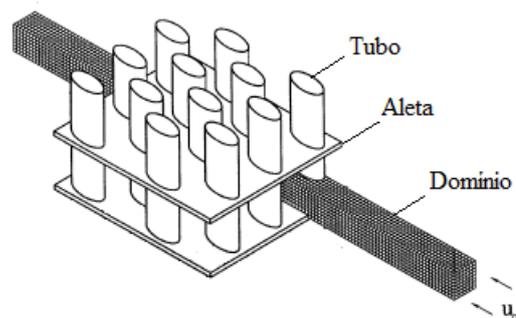
Fonte: Adaptado de Ma et al. (2015).

na superfície do tubo.

Matos et al. (2001) realizaram um estudo numérico bidimensional da transferência de calor em trocadores de calor com tubos circulares e elípticos. Uma otimização geométrica foi conduzida para maximizar a taxa de transferência de calor para os tubos circulares e elípticos que ocupam uma mesma área de seção transversal no fluxo cruzado. São observados ganhos acima de 13% na transferência de calor das geometrias elípticas em relação às tradicionais circulares, contando também com uma redução de 25% na perda de carga.

Na mesma linha de trabalho Matos et al. (2004) realizaram um estudo numérico tridimensional e experimental de otimização geométrica para maximizar a taxa de transferência de calor para arranjos de tubos circulares e elípticos em configurações alternadas conforme Figura 2.7. Os estudos foram realizados para condição de escoamento de ar em regime laminar para número de Reynolds 100 e 125. Os resultados numéricos apontam para incremento de transferência de calor acima de 19% para cilindros elípticos em comparação com os circulares. Também é observada a redução de massa do material de construção dos tubos acima de 32%.

Figura 2.7: Matriz de cilindros elípticos.

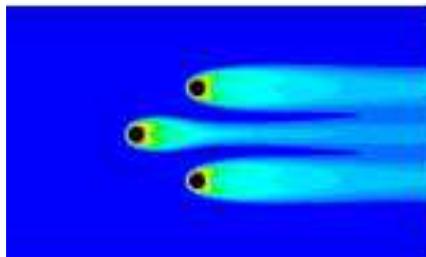


Fonte: Adaptado de Matos et al. (2004).

Diferentes arranjos de matrizes de tubos também foram alvo de estudos conforme Bender et al. (2016). Os autores realizaram um estudo híbrido, experimental e numérico de um arranjo trapezoidal de nove tubos cilíndricos imerso em escoamento turbulento. Os dados obtidos em análise experimental realizada em túnel de vento serviram de condições de contorno para simulação numérica em *software* ANSYS CFX empregando uma análise RANS com o modelo de turbulência SST. O novo arranjo de tubos estudado revela reduções na perda de carga de até 20% em comparação com a clássica geometria alinhada e 8.45% em relação à geometria alternada para um mesmo número de Nusselt requerido. Os dados obtidos para a nova geometria foram colapsados em uma nova equação para determinação do número de Nusselt e que leva em consideração o novo fator trapezoidal apresentado.

Galarça et al. (2015) realizaram um estudo numérico bidimensional de um arranjo triangular de cilindros em regime de escoamento laminar conforme Figura 2.8. A otimização geométrica foi conduzida alterando o espaçamento transversal dos cilindros para determinar o arranjo ótimo que minimiza o arrasto e maximiza a taxa de transferência de calor.

Figura 2.8: Campo de temperatura para o arranjo triangular de cilindros.



Fonte: Adaptado de Galarça et al. (2015).

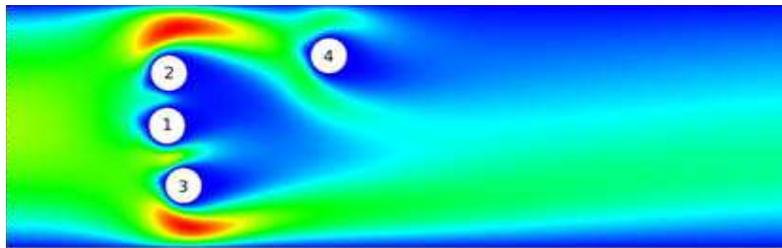
Outro estudo conduzido por Santos et al. (2012) investigaram numericamente o coeficiente convectivo de transferência de calor em regime transiente para um arranjo de dois cilindros. Os resultados de simulação utilizando LES (Large eddy simulation) indicam que as configurações geométricas afetam fortemente a dinâmica transiente do fluido e os padrões térmicos, obtendo-se diferenças de 20% para o número de Nusselt para os diferentes tipos de arranjos estudados.

Em outro trabalho, Zdanski et al. (2014) estudaram numericamente os fatores que influenciam na transferência de calor em uma matriz tubular com seis cilindros. Os autores empregaram o modelo de turbulência κ - ϵ para simulação do escoamento turbulento de ar no *software* ANSYS CFX. Os resultados apontam para uma considerável influência da disposição afunilada dos tubos na intensificação dos mecanismos de produção de turbulência. Os incrementos de transferência de calor por convecção forçada alcançam

10%.

Um estudo conduzido por Pedrotti et al. (2015) consistiu em encontrar uma disposição construtiva otimizada de uma matriz de tubos em escoamento laminar cruzado conforme Figura 2.9. A performance térmica do arranjo de quatro tubos foi avaliada através de uma função objetivo baseada em resultados numéricos obtidos através do software ANSYS FLUENT. Os resultados apontam incrementos de transferência de calor de 37% em comparação a geometria padrão alinhada e incrementos superiores a 1,5% em comparação a geometria padrão alternada.

Figura 2.9: Arranjo de cilindros.



Fonte: Adaptado de Pedrotti et al. (2015).

Como conclusão desta seção, destaca-se que o estudo de novas configurações de trocadores de calor é um assunto abordado na literatura atual. Desta forma, o objetivo desta dissertação em analisar novas propostas de trocadores de calor vem de encontro às necessidades tecnológicas atuais na busca de equipamentos mais eficientes.

Capítulo 3

Formulação Teórica

3.1 Equações de Governo

Numa abordagem da mecânica de fluidos clássica, o meio é considerado como sendo contínuo. Para o presente caso do escoamento de fluido Newtoniano são assumidas as seguintes condições, a saber, escoamento incompressível para as velocidades analisadas com $Ma < 0,3$ (FOX et al., 2010), a viscosidade constante e as forças de corpo desprezíveis. Desse modo, as equações que fazem parte do modelo matemático do problema físico, na forma conservativa e em notação indicial são definidas como a Equação 3.1 da conservação da massa e a Equação 3.2 da conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(u_i) = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right]. \quad (3.2)$$

Nas Equações 3.1, 3.2 e 3.3 tem-se os índices $i, j, k = 1, 2, 3$. A componente da velocidade é dado por u , t é o tempo e ρ é a massa específica do fluido, p é a pressão estática e μ é a viscosidade dinâmica do fluido.

Também faz parte do modelo matemático a Equação 3.3 que representa o princípio da conservação da energia:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p T) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho c_p u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + S. \quad (3.3)$$

O calor específico a pressão constante é dado por C_p , K é a condutividade térmica

molecular e S é o termo fonte. O termo fonte no presente trabalho é desprezado, pois em escoamentos de gases com baixa velocidade o termo de dissipação viscosa é desprezível (KAYS et al., 2012).

3.2 Equações de Navier-Stokes com média de Reynolds

Uma aproximação estatística para tratar a turbulência foi proposta por Reynolds em 1895, em que uma propriedade instantânea φ , é expressa pela soma de uma parte média $\bar{\varphi}$ e sua flutuação φ' (WILCOX et al., 1998):

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi'. \quad (3.4)$$

A equação da continuidade submetida ao procedimento de média de Reynolds resulta em:

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i) = 0. \quad (3.5)$$

Já para a equação de Navier-Stokes tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{u}_j\bar{u}_i) = -\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(2\mu\bar{S}_{ji} - \bar{\tau}_{ij}). \quad (3.6)$$

O tensor taxa de deformação do escoamento médio é definido como:

$$\bar{S}_{ji} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.7)$$

O termo $\bar{\tau}_{ij}$ da Equação 3.6 é conhecido como o *Tensor de Reynolds* (WILCOX et al., 1998) e denotado por:

$$\bar{\tau}_{ij} = -\rho\overline{u'_i u'_j}. \quad (3.8)$$

As componentes da Equação 3.8 representam matematicamente os efeitos das flutuações turbulentas sobre o escoamento médio do fluido. Fisicamente, estes termos correspondem a uma taxa de transferência de quantidade de movimento advindos da flutuação da velocidade do fluido.

A equação da energia após aplicação do procedimento de média de Reynolds resulta

em:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p \bar{T}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho c_p \bar{u}_j \bar{T}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} - \rho c_p \overline{u'_i T'} \right). \quad (3.9)$$

O termo $(\rho c_p \overline{u'_i T'})$ na Equação 3.9 representa o fluxo de calor advindo das flutuações turbulentas.

3.3 Modelagem da Turbulência

O problema fundamental do cálculo de escoamentos turbulentos está na determinação dos termos do tensor de Reynolds. As expressões envolvendo as flutuações de velocidade, que surgem como consequência do processo de média de Reynolds e representam novas incógnitas. A função da modelagem da turbulência é, portanto, desenvolver aproximações para estas correlações desconhecidas (WILCOX et al., 1998).

O fato de não haver um único modelo de turbulência, que possa contemplar todos os tipos de escoamentos turbulentos com confiabilidade, implica a cada modelo vantagens, desvantagens e limitações. Neste trabalho é utilizado um modelo do tipo viscosidade turbulenta e se apoia na hipótese de Boussinesq. Assim, no caso do escoamento incompressível, o tensor de Reynolds se relaciona com o tensor taxa de deformação média através da seguinte expressão (WILCOX et al., 1998):

$$\overline{\tau_{ij}} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho \kappa. \quad (3.10)$$

A viscosidade turbulenta μ_t não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento, e portanto depende das condições locais do mesmo (WILCOX et al., 1998). O termo κ é a energia cinética turbulenta por unidade de massa e é definida por:

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}). \quad (3.11)$$

Por outro lado, os termos que representam o fluxo de calor turbulento na equação da energia são modelados da seguinte forma:

$$-\rho c_p \overline{u'_i T'} = K_T \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i}. \quad (3.12)$$

A condutividade térmica turbulenta na Equação 3.12 é definida como K_T . Subs-

tituindo as Equações 3.7 , 3.10 em 3.6 , e substituindo a Equação 3.12 em 3.9 , obtêm-se as seguintes expressões, respectivamente:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\bar{u}_j\bar{u}_i) = -\frac{\partial}{\partial x_i}(p_e) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_e \left(\frac{\partial\bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial\bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (3.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho c_p \bar{T}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho c_p \bar{u}_j \bar{T}) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[K_e \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right]. \quad (3.14)$$

A pressão efetiva é dada por:

$$p_{ef} = \bar{p} + \frac{2}{3}\kappa. \quad (3.15)$$

Os coeficientes de difusão efetivos μ_e e K_T são:

$$\mu_e = \mu + \mu_T, \quad (3.16)$$

$$K_e = K + K_T. \quad (3.17)$$

Fazendo uma analogia com a teoria cinética dos gases, estabelece-se que a viscosidade turbulenta é dada por (WILCOX et al., 1998):

$$\mu_T = \rho u_c l_c. \quad (3.18)$$

Na Equação 3.18 u_c é a escala característica de velocidade e l_c é a escala característica de comprimento do escoamento turbulento. Quando estas variáveis são calculadas por equações diferenciais parciais, o modelo é dito como de duas equações e existem diversas variações deste tipo de modelo dependendo da forma com que são escolhidos u_c e l_c (WILCOX et al., 1998). Neste trabalho foi empregado um modelo de duas equações (SST) para a determinação da viscosidade turbulenta. Na próxima seção é apresentado o equacionamento correspondente a este modelo. Já para a determinação da condutividade térmica turbulenta, K_T , utiliza-se a definição do número de Prandtl turbulento $Pr_T = 0,9$ (KAYS et al., 2012):

$$K_T = \frac{c_p \mu_T}{Pr_T}. \quad (3.19)$$

3.3.1 Modelo de duas equações SST

O modelo de turbulência SST apresenta duas equações de transporte, que combinam dois modelos de turbulência κ - ε e κ - ω , agregando as vantagens que os dois modelos trazem em suas formulações (MENTER, 1994).

O modelo κ - ε alto Reynolds para previsão da turbulência é baseado na equação de transporte da energia cinética turbulenta κ e para taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ε . Esse modelo possui vantagem na previsão de escoamentos afastados da parede, na região de corrente livre, com uma malha mais grosseira (LAUNDER; SPALDING, 1974).

O modelo κ - ω desenvolvido por Wilcox (1993) possui vantagens na previsão de escoamentos com gradientes de pressão adversos, conduzindo a melhores resultados na tensão de cisalhamento na parede e transferência de calor. Porém devido sua formulação baixo Reynolds, o modelo possui uma intensa sensibilidade para resolver escoamentos em corrente livre fora da camada limite (MENTER, 1994).

Para combinar essas vantagens no modelo SST, funções de mistura envolvem a distância da parede e ativam em sua formulação o modelo κ - ω próximo à parede e o modelo κ - ε para o restante do domínio do escoamento.

As equações de transporte para o modelo SST que modelam a energia cinética turbulenta κ e a taxa de dissipação específica ω segundo Menter et al. (2003):

$$\frac{\partial(\rho\kappa)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_j\kappa)}{\partial x_j} = \tilde{P}_\kappa - \beta^*\rho\omega\kappa + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\kappa\mu_t) \frac{\partial\kappa}{\partial x_j} \right], \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho\bar{u}_j\omega)}{\partial x_j} = \frac{\alpha}{\nu_t} P_\kappa - \beta\rho\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega\mu_t) \frac{\partial\omega}{\partial x_j} \right] + (1 - F_1) 2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial\kappa}{\partial x_j} \frac{\partial\omega}{\partial x_j}. \quad (3.21)$$

As Equações 3.20 e 3.21 apresentam termos do lado esquerdo da igualdade, que representam respectivamente a taxa de variação de κ ou ω , e o transporte por convecção de κ ou ω . Do lado direito da igualdade, temos respectivamente um termo de produção de κ e destruição de ω . O último termo da Equação 3.21 representa a difusão cruzada e tem a função de aumentar a produção de ω e aumento da dissipação de κ , diminuindo a dependência da solução em relação ao valor de ω na corrente livre. O modelo possui a Equação 3.20 para transporte de κ , e a Equação 3.21 apresenta um termo adicional que modela ω e ε através de uma relação para a função de mistura F_1 definida como:

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4), \quad (3.22)$$

$$\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{\beta^* \omega y}; \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}\kappa}{CD_{\kappa\omega} y^2} \right], \quad (3.23)$$

onde y é a distância à parede e $CD_{\kappa\omega}$ é a parcela positiva do termo de difusão cruzada:

$$CD_{\kappa\omega} = \max \left[2\rho\sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}; 1.0e^{-10} \right]. \quad (3.24)$$

Quando a função de mistura F_1 atinge o valor de 1 para uma região do escoamento próximo à parede a Equação 3.21 modela o transporte de ω eliminando o termo adicional. Já quando F_1 atinge o valor de 0 para uma região do escoamento distante da parede, o termo adicional é mantido e a Equação 3.21 modela o transporte de ε . A viscosidade turbulenta é calculada por:

$$\mu_t = \min \left[\frac{\rho\kappa}{\omega}; \frac{a_1\rho\kappa}{S_1 F_2} \right], \quad (3.25)$$

com a constante $a_1 = 0.31$ e S_1 o módulo da taxa de cisalhamento média. A função de mistura F_2 é obtida por:

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2), \quad (3.26)$$

$$\arg_2 = \max \left[2 \frac{\sqrt{\kappa}}{\beta^* \omega y}; \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right]. \quad (3.27)$$

Todas as constantes são calculadas a partir das funções de mistura por:

$$\phi = F_1\phi_1 + (1 - F_1)\phi_2. \quad (3.28)$$

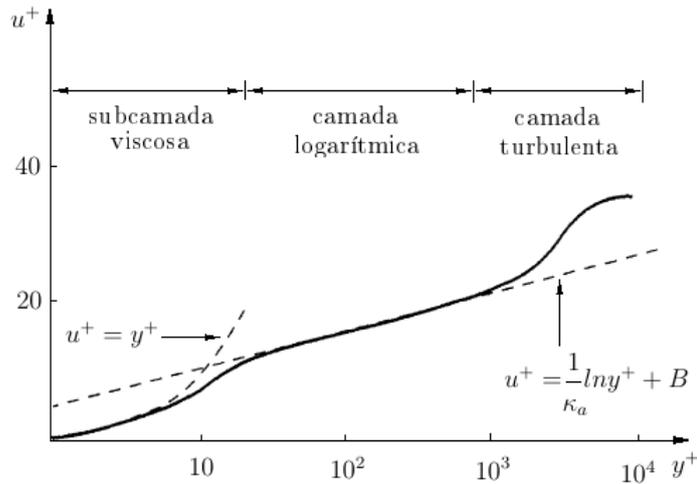
As constantes correspondentes dos modelos κ - ω e κ - ε utilizadas nesse modelo são encontradas em (MENTER, 1994).

3.3.2 Lei de parede

Nas regiões próximas as paredes o escoamento estabelece um perfil de velocidade. Experimentalmente são verificadas três regiões em uma camada limite turbulenta conforme Figura 3.1. A primeira camada localizada próxima a parede é conhecida como sub-

camada viscosa. Nesta região do escoamento o transporte de quantidade de movimento é devido aos efeitos difusivos moleculares, assemelhando-se a um escoamento laminar. A camada logarítmica tem a característica de prevalecer a equivalência entre o transporte molecular e turbulento no escoamento. A camada turbulenta é predominada plenamente pelos efeitos turbulentos do escoamento (WILCOX, 1993).

Figura 3.1: Perfil da camada limite turbulenta.



Fonte: Adaptado de Wilcox et al. (1998).

Do ponto de vista de simulação numérica, a abordagem mais comum para tratamento da velocidade perto da parede é através de funções de parede. Por meio de formulações empíricas é modelado o escoamento nas regiões próximas a parede (LAUNDER; SPALDING, 1974). A relação logarítmica para velocidade próxima a parede é dada por:

$$u^+ = \frac{u_t}{u^*} = \frac{1}{\kappa_a} \ln y^+ + B, \quad (3.29)$$

com a distância adimensional à parede:

$$y^+ = \frac{u^* y}{\nu}, \quad (3.30)$$

e a velocidade de fricção:

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (3.31)$$

Na Equação 3.29 u_t é a velocidade tangencial à parede a uma distância Δy , κ_a é a constante de Kármán e B é uma constante adimensional.

O tratamento da região próxima à parede no modelo de turbulência SST é feita de forma automática, exigindo uma menor resolução de malha $y^+ < 1$. A ideia principal do modelo é alternar gradualmente entre uma formulação de baixo Reynolds e a formulação

de função de parede (ANSYS, 2015).

A equação da energia próximo à parede é tratada através de uma formulação algébrica proposta por Kader (1981), que liga a temperatura ao fluxo de calor (ANSYS, 2015).

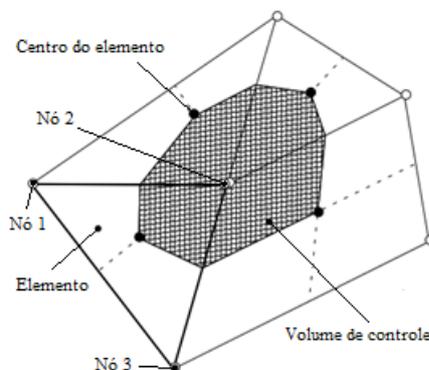
Capítulo 4

Metodologia numérica

Para a solução de problemas de mecânica de fluidos e transferência de calor, o método numérico empregado pelo *software* ANSYS CFX denomina-se Método de Volumes Finitos Baseado em Elementos (MALISKA, 2004). Nesse método são utilizadas funções de forma para descrever como uma propriedade varia dentro de cada elemento.

Um domínio espacial é discretizado em volumes finitos através de uma malha. Cada volume finito é construído em torno de um nó da malha, utilizando pontos que ligam os centros dos elementos e centros de suas arestas, conforme Figura 4.1. Essa montagem do volume de controle é chamada de *cell vertex*, e nesse método todas as variáveis de solução e propriedades do fluido são armazenadas nos nós.

Figura 4.1: Volume de controle.



Fonte: Adaptado de ANSYS (2015).

4.1 Discretização das equações de governo

Considerando a Equação 4.1 de conservação da massa, Equação 4.2 de quantidade de movimento e Equação 4.3 para variável genérica φ , expressa na forma conservativa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \bar{u}_i) = -\frac{\partial p_e}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu_e \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varphi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j \varphi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_e \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) \right] + S_\varphi. \quad (4.3)$$

As equações de governo são integradas sobre cada volume de controle e aplicando o teorema da divergência de Gauss tem-se respectivamente:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho dV + \int_{S_c} \rho \bar{u}_j dn_j = 0, \quad (4.4)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \bar{u}_i dV + \int_{S_c} \rho \bar{u}_j \bar{u}_i dn_j = - \int_{S_c} p_{ef} dn_j + \int_{S_c} \mu_e \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) dn_j, \quad (4.5)$$

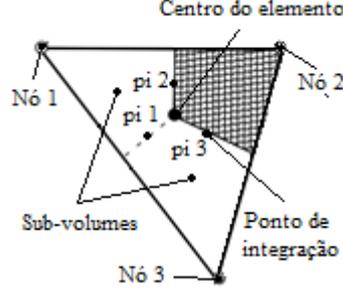
$$\frac{d}{dt} \int_{V_c} \rho \varphi dV + \int_{S_c} \rho \bar{u}_j \varphi dn_j = \int_{S_c} \Gamma_e \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) dn_j + \int_{V_c} S_\varphi dV. \quad (4.6)$$

O volume de integração é representado por V_c , S_c é a superfície de integração, dn_j representa o elemento de área diferencial cujo vetor é normal à superfície e Γ_e representa a propriedade efetiva da variável genérica. As integrais de volume representam os termos de fonte ou acúmulo e as integrais de superfície representam a soma dos fluxos (ANSYS, 2015).

No exemplo do elemento de malha apresentado na Figura 4.2, as integrais de volume são discretizadas dentro de cada sub-volume do elemento e acumuladas para o volume de controle que o sub-volume pertence. As integrais de superfície são discretizadas nos pontos de integração, pi , localizadas no centro de cada segmento de superfície dentro de um elemento e então distribuído para os volumes de controle adjacentes.

Após a discretização as Equações 4.4 , 4.5 e 4.6 resultam respectivamente em:

Figura 4.2: Elemento de malha.



Fonte: Adaptado de ANSYS (2015).

$$V \left(\frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_{pi} \dot{m}_{pi} = 0, \quad (4.7)$$

$$V \left(\frac{\rho \bar{u}_i - \rho^0 \bar{u}_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_{pi} \dot{m}_{pi} (\bar{u}_i)_{pi} = \sum_{pi} (p_{ef} \Delta n_i)_{pi} + \sum_{pi} \left(\mu_e \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \Delta n_j \right), \quad (4.8)$$

$$V \left(\frac{\rho \varphi - \rho^0 \varphi^0}{\Delta t} \right) + \sum_{pi} \dot{m}_{pi} \varphi_{pi} = \sum_{pi} \left(\Gamma_e \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{pi} + \bar{S}_\varphi V, \quad (4.9)$$

onde $\dot{m}_{pi} = (\rho \bar{u}_j \Delta n_j)_{pi}$ representa o fluxo de massa através do elemento de superfície discreto, V é o volume de controle, Δt é o passo no tempo, Δn_j é o vetor normal, pi denota o ponto de integração avaliado, e o sobrescrito 0 é referido ao tempo anterior. Nas Equações 4.7, 4.8 e 4.9, uma aproximação de Euler de primeira ordem a montante no tempo é assumida.

Os termos advectivos são avaliados por uma formulação *upwind*. Essa formulação possui um esquema de segunda ordem em que um fator de mistura assume a formulação de segunda ordem ou de primeira ordem de acurácia dependendo das condições locais do escoamento (ANSYS, 2015):

$$\varphi_{pi} = \varphi_{up} + \beta \nabla_\varphi \cdot \vec{r}, \quad (4.10)$$

onde φ_{up} é o valor da variável no nó anterior, \vec{r} é o vetor do nó anterior ao ponto de integração pi , β representa o fator de mistura do gradiente ∇_φ . Em regiões onde a solução possui variações rápidas nas propriedades do escoamento um esquema de segunda ordem causa oscilações, entretanto para um esquema de primeira ordem, erros de difusão numérica são introduzidos na solução (MALISKA, 2004).

Já os termos difusivos são avaliados através das derivadas das funções de forma,

realizando um somatório sobre todas as funções de forma para o elemento. O termo de pressão no ponto de integração é calculado com base nos valores nodais (ANSYS, 2015).

4.2 Solução do sistema linear

O software utiliza de uma técnica de decomposição LU incompleta com aceleração *Multigrid* algébrico para resolução do sistema linear de equações discretas. É um *solver* iterativo pelo qual a solução exata das equações é aproximada durante o andamento de várias iterações. A ideia central do método é alternar entre malhas com diferentes refinamentos para eliminar os erros nas suas frequências. O resíduo das iterações é calculado com base na média quadrática do resíduo. Desse modo a solução dos sistemas lineares é considerada convergida quando $RMS < 10^{-6}$ (ANSYS, 2015).

4.3 Condições de contorno

As condições de contorno assumidas para o presente trabalho são aplicadas na entrada, saída, plano de simetria e paredes sólidas.

Para fronteira de entrada uma temperatura constante é especificada. A distribuição de velocidades no plano da entrada possui um perfil uniforme. No plano da entrada também é especificado a intensidade turbulenta, que é definida como:

$$I = \frac{u'}{U_\infty}, \quad (4.11)$$

onde u' é a razão da flutuação da velocidade e U_∞ a velocidade média do escoamento livre. Os valores de κ e ϵ são computados em função dessa intensidade (ANSYS, 2015).

A fronteira de saída especificada tem a condição parabólica para todas as variáveis, com exceção da pressão relativa que é especificada como zero neste plano.

O plano de simetria é utilizado em casos onde o domínio a ser estudado é bidimensional, devido o *software* somente realizar simulações tridimensionais. A sua aplicabilidade estende-se para casos que apresentam características simétricas, possibilitando simular metade da geometria, o que reduz o esforço computacional para a simulação. A condição de simetria espelha o fluxo em ambos os lados da geometria, impondo um valor nulo na componente da velocidade normal ao plano de simetria, bem como os gradientes das variáveis escalares.

Para as paredes sólidas é especificada a condição adiabática e/ou fluxo de calor,

bem como a condição de não escorregamento para as velocidades, definindo a velocidade como zero.

Capítulo 5

Resultados e discussões

5.1 Definição dos parâmetros globais

Nesta seção é apresentada a definição dos parâmetros globais analisados no presente trabalho, a saber: número de Nusselt, perda de carga e número de Reynolds de aproximação. Da mesma forma, nesta seção são definidos os erros avaliados na simulação.

5.1.1 Número de Nusselt

O número de Nusselt representa fisicamente a razão entre a transferência de calor por convecção e condução, dessa forma, é uma grandeza adimensional muito utilizada na determinação da transferência de calor por convecção.

O número de Nusselt médio da matriz de tubos é calculado pela Equação 5.1 :

$$\overline{Nu} = \frac{\overline{h}D}{K}, \quad (5.1)$$

onde D é o diâmetro do tubo e K o coeficiente de condutividade térmica. O coeficiente convectivo médio \overline{h} é calculado como:

$$\overline{h} = \frac{\overline{q''}}{(\overline{T_w} - T_\infty)}, \quad (5.2)$$

sendo $\overline{q''}$ o valor médio do fluxo de calor que entra nas paredes dos tubos, T_∞ representa a temperatura do escoamento livre da entrada do domínio. A temperatura média na parede

dos cilindros $\overline{T_w}$ é calculada pela integração da temperatura na área da superfície do tubo:

$$\overline{T_p} = \frac{\int T d_{as}}{\int d_{as}}. \quad (5.3)$$

5.1.2 Perda de carga

A perda de carga global das matrizes é definida por:

$$\Delta\overline{p} = \overline{p_e} - \overline{p_s}, \quad (5.4)$$

onde os subscritos e e s representam um plano na entrada e saída do domínio computacional, respectivamente. A pressão estática média \overline{p} em um plano é definida como:

$$\overline{p} = \frac{\int p d_{as}}{\int d_{as}}. \quad (5.5)$$

5.1.3 Reynolds de aproximação

O número de Reynolds avaliado em função da velocidade de aproximação do escoamento livre é definido por:

$$Re_{D,approx.} = \frac{u_\infty D}{\nu}, \quad (5.6)$$

onde u_∞ é a velocidade média do escoamento livre de entrada e ν é a viscosidade cinemática do fluido.

5.1.4 Erro relativo percentual

O erro relativo percentual é definido como:

$$Erro\% = \left| \frac{x^{ref} - x^i}{x^{ref}} \right| * 100, \quad (5.7)$$

onde o sobrescrito " ref " designa o valor de referência e o sobrescrito " i " refere-se aos valores que estão sendo comparados.

5.1.5 Erro relativo médio percentual

O erro relativo médio percentual é definido como:

$$\overline{Erro}\% = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left| \frac{x_j^{ref} - x_j^i}{x_j^{ref}} \right| * 100, \quad (5.8)$$

onde o subscrito "j" corresponde aos pontos dos valores que estão sendo analisados compreendidos entre 1 e N.

5.1.6 Erro relativo máximo percentual

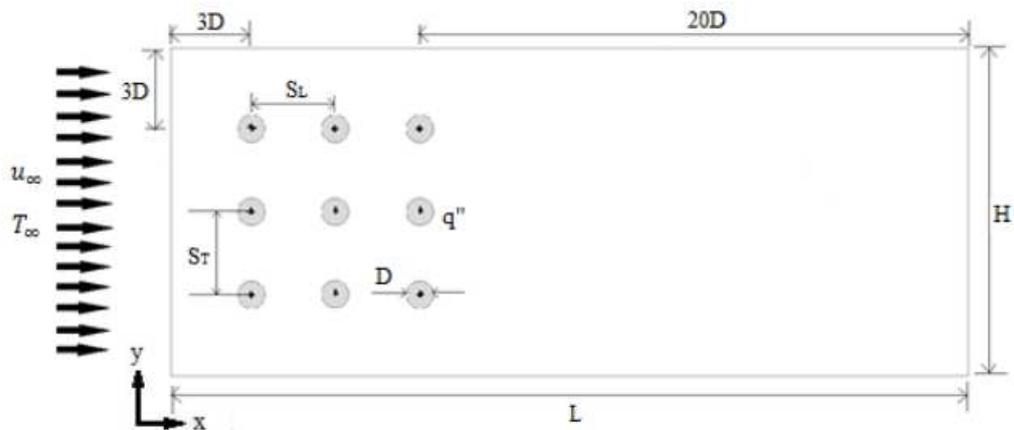
O erro relativo máximo, em percentual, retorna o valor da máxima diferença que ocorre entre todos os pontos analisados.

$$Erro_{max}\% = \max_{j=1}^N \left| \frac{x_j^{ref} - x_j^i}{x_j^{ref}} \right| * 100. \quad (5.9)$$

5.2 Validação do modelo computacional

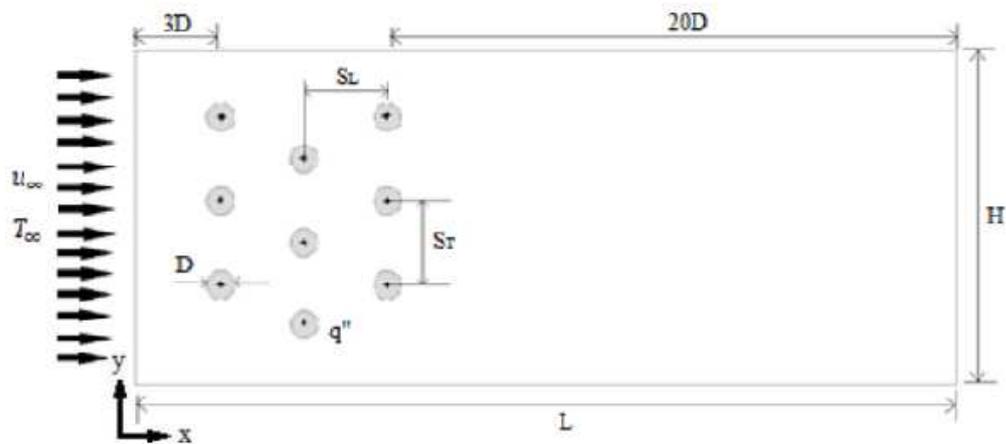
Com o objetivo de validar os resultados obtidos pelo *software* ANSYS CFX, com a utilização do modelo de turbulência SST, o problema proposto requer a simulação do escoamento turbulento médio em matrizes tubulares alinhadas e alternadas em regime estacionário. O domínio computacional é constituído de um canal confinando um banco de tubos imerso em escoamento de ar cruzado conforme Figura 5.1 e Figura 5.2.

Figura 5.1: Matriz de 9 tubos com arranjo alinhado.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Figura 5.2: Matriz de 9 tubos com arranjo alternado.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

O domínio computacional possui comprimento $L = 0,464m$ e altura de $H = 0,192m$. Os tubos possuem diâmetro $D = 0,016m$ com um passo transversal $S_T = 0,048m$ e longitudinal $S_L = 0,048m$. O banco de tubos para ambas as configurações está localizado a $3D$ de distância da entrada do domínio e a $3D$ de distância das paredes

superior e inferior. É importante destacar que a distância $3D$ foi selecionada visando reproduzir as condições experimentais impostas em Bender et al. (2016).

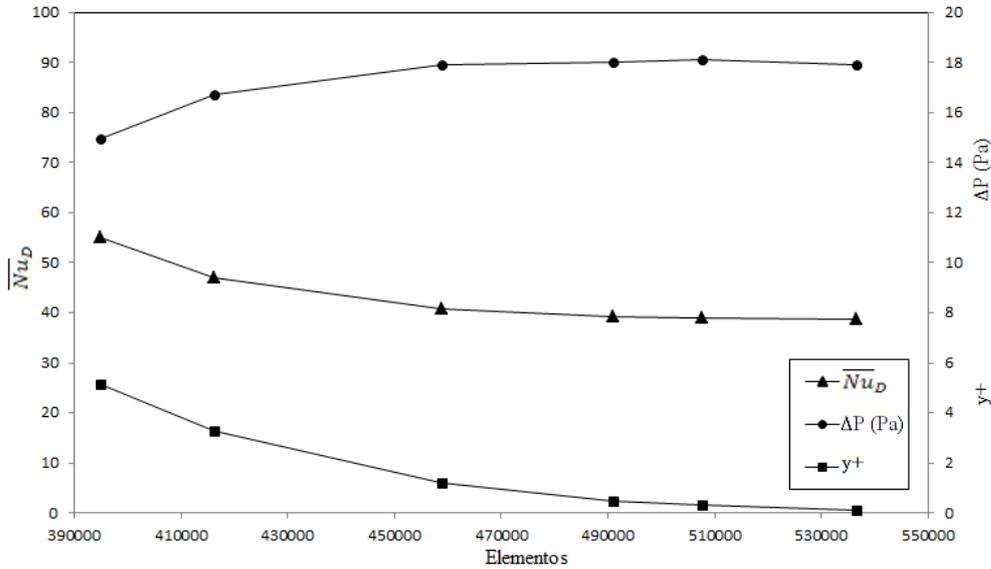
Para simulação computacional é necessário definir as condições de contorno para o domínio computacional, de modo que seja discriminada a entrada e a saída do domínio, a parede dos cilindros, as paredes superior e inferior e as paredes laterais.

O escoamento de ar está entrando no domínio da esquerda para a direita (Ver Figura 5.1 e 5.2) a uma velocidade constante u_∞ e uma temperatura ambiente constante T_∞ . Os tubos apresentam fluxo de calor q'' especificado em suas paredes. As paredes superior e inferior do domínio são consideradas adiabáticas, não havendo troca térmica. Na saída do domínio é especificada a pressão estática relativa como sendo nula. Todas as paredes sólidas possuem a condição de não-escorregamento para as velocidades.

5.2.1 Estudo de independência de malha

Um estudo de independência de malha foi realizado para o número de Nusselt médio e perda de carga da matriz alinhada e alternada. Para o caso da matriz alternada, é possível verificar na Figura 5.3 que conforme ocorre o refino de malha observa-se a estabilização das propriedades avaliadas para valores abaixo de 1% na quarta malha testada. Para Nusselt médio o erro relativo ficou em 0,78% e para perda de carga em 0,50%. É importante destacar que a grandeza $y^+ = u^*y/\nu$ representa a coordenada adimensional da parede (ver Seção 3.3.2), encontra-se abaixo de $y^+ < 1$, sendo requisito necessário para utilização do modelo de turbulência SST adequadamente (MENTER, 1994), (MENTER et al., 2003), (ANSYS, 2015). Dessa forma optou-se pela escolha da quarta malha com 490945 elementos para a condução dos casos estudados com $u_\infty = 4m/s$. É importante salientar que o estudo de independência foi realizado para todas as velocidades de entrada e os resultados foram coerentes.

Figura 5.3: Refino de malha.



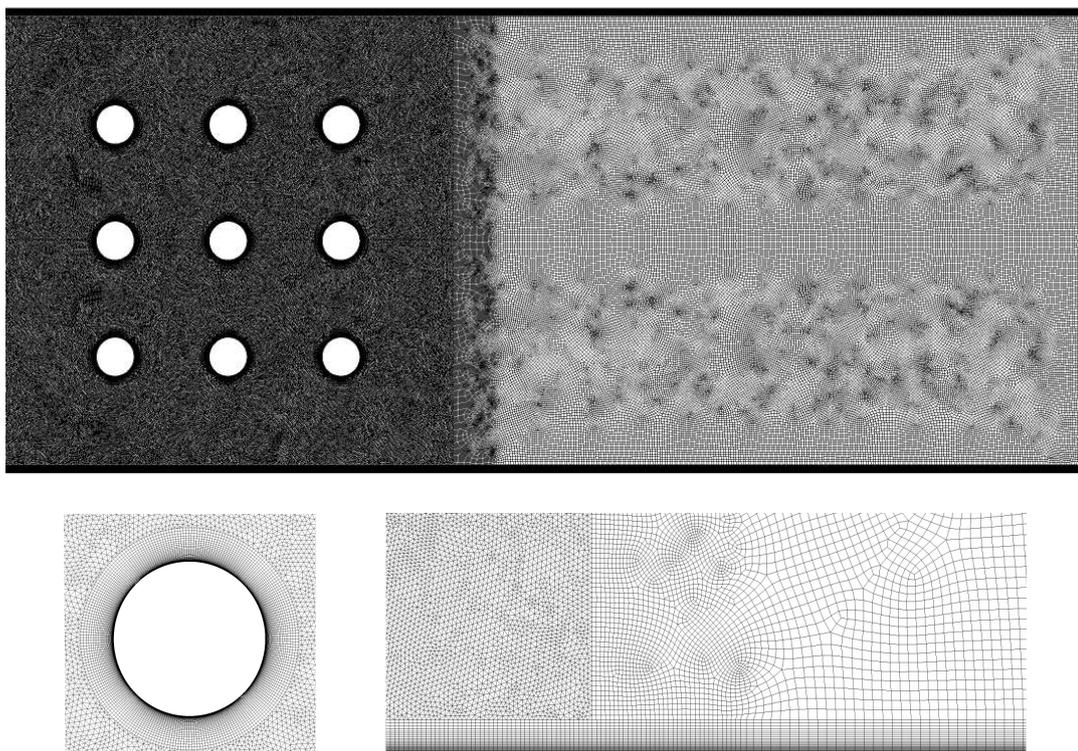
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

A malha utilizada para discretização do domínio fluido é composta de prismas triangulares na região de entorno da matriz. Já na região mais distante são utilizados hexaedros conforme a Figura 5.4. No detalhe tem-se a malha refinada em torno do cilindro com uma camada de 40 prismas retangulares, bem como a transição da malha de prismas para hexaedros próximo a parede. É necessário salientar que o refinamento da malha próximo das paredes é necessário para que o modelo resolva adequadamente a camada limite do escoamento. Desta forma, tem-se a malha adequada para atender o critério que a aplicação do modelo de turbulência SST exige para resolver a camada limite (MENTER, 1994),(MENTER et al., 2003), (ANSYS, 2015).

5.2.2 Escoamento turbulento em matriz de tubos alinhado e alternado

Após o estudo de independência de malha, são estabelecidas as condições de simulação para validação das geometrias das matrizes alinhada e alternada. As configurações das matrizes obedecem ao passo $PT=3$ e $PL=3$, com nove cilindros com diâmetro $D = 0,016m$, imersos em escoamento cruzado (ver Figuras 5.1 e 5.2). As condições de contorno adotadas seguem o artigo de (BENDER et al., 2016), na entrada do domínio a temperatura é constante com um perfil uniforme de velocidade prescrita variando de $u = 4, u = 6, u = 8, u = 10$ e $u = 11m/s$. Também na fronteira de entrada a intensidade turbulenta é definida em 1%, de acordo com o valor utilizado em Bender et al. (2016). As

Figura 5.4: Malha para o arranjo alinhado.



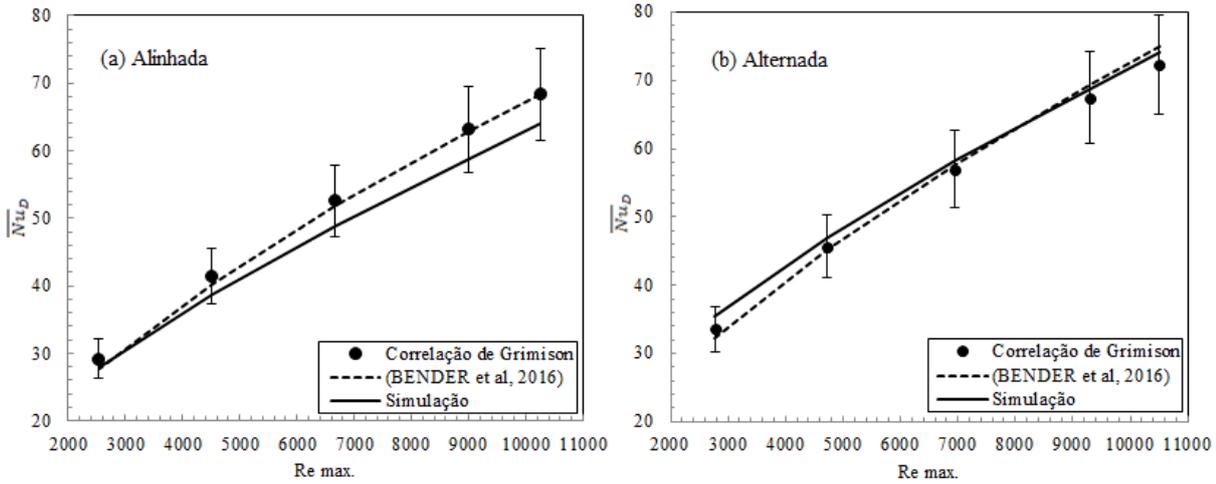
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

paredes superior e inferior do domínio são adiabáticas com condição de não-deslizamento, já os cilindros possuem fluxo constante de calor com a condição de não-deslizamento segundo (BENDER et al., 2016). A saída do domínio possui a condição de pressão relativa zero e o fluido de operação é ar seco. O esquema advectivo utilizado é de alta resolução e para o critério de convergência adotou-se a raiz média quadrática do resíduo $RMS = 10^{-6}$.

Na Figura 5.5 (a) e (b) visualiza-se os resultados para o número de Nusselt médio em função de Reynolds máximo (ver Equação 2.2), para a matriz alinhada e alternada. Observa-se que os resultados obtidos na simulação tem boa concordância para correlação de Grimison (ver Equação 2.1), com um erro relativo médio de 6,29% na matriz alinhada e 3,01% para a matriz alternada. Com relação aos dados experimentais apresentados em (BENDER et al., 2016) tem-se um erro relativo médio da simulação de 4,46% para a matriz alinhada e 3,28% para a alternada. É importante destacar que tanto os resultados de simulação, bem como os experimentais, estão abaixo da faixa de erro percentual máximo de 10% em relação a correlação e são aceitáveis segundo a literatura (INCROPERA et al., 2007).

A energia despendida para o bombeamento do escoamento através da matriz também necessita ser avaliada. Dessa forma, a perda de carga do conjunto de cilindros presente no escoamento foi avaliada pelo diferencial de pressão estática de um plano a jusante

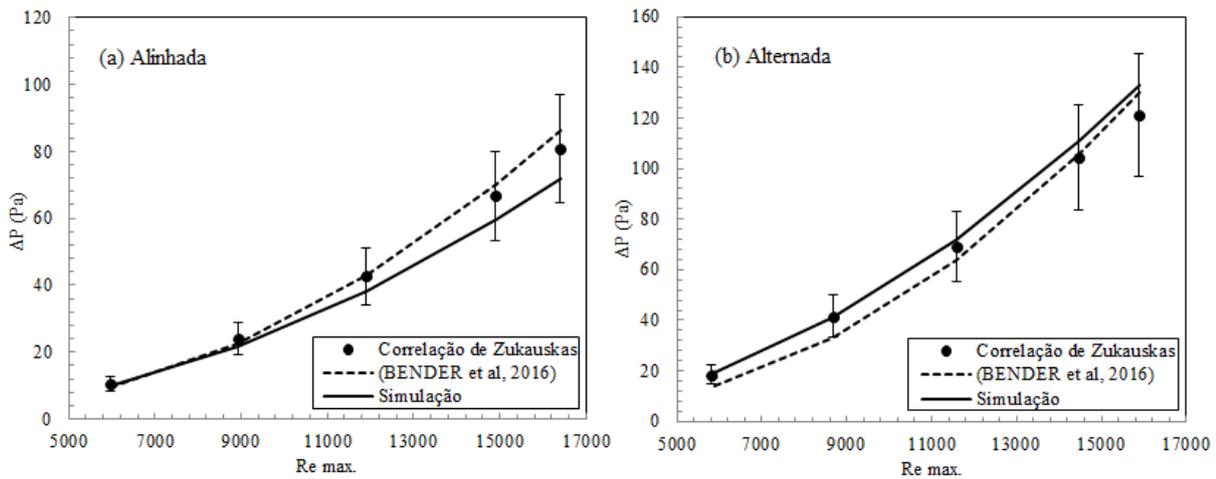
Figura 5.5: Número de Nusselt na matriz de tubos.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

e a montante. Os resultados de simulação apresentados na Figura 5.6 (a) e (b) para a correlação de Zukauskas (ver Equação 2.7), possuem um erro relativo médio de 9,93% para a matriz alinhada e 4,51% par a alternada. Já para os dados experimentais apresentados em (BENDER et al., 2016) tem-se um erro relativo médio de 10,19% para a matriz alinhada e 15,85% para a alternada. É necessário salientar que segundo a literatura (INCROPERA et al., 2007), são aceitáveis os erros associados a correlação apresentada e portanto os valores apresentados estão dentro do esperado. Ademais, é necessário mencionar que a incerteza experimental é da ordem de 4% segundo (BENDER et al., 2016).

Figura 5.6: Perda de carga na matriz de tubos.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

pezooidal $t/D = 12/16$, variando-se o número de Reynolds para 4 velocidades $u = 4$; $u = 6$; $u = 8$; e $u = 10$ m/s . O diâmetro dos cilindros se mantém em $D = 0,016$ m , bem como os demais parâmetros $H = 0,192$ m e $L = 0,464$ m já utilizados na validação computacional da Seção 5.2.2. Entretanto a temperatura do escoamento livre para esse estudo foi de $T_\infty = 293,15$ K e o fluxo de calor constante em cada cilindro de $q'' = 20000$ W/m^2 . A intensidade turbulenta utilizada para esse estudo foi de 10%, afim de exercer um forte efeito na transferência de calor para escoamentos de ar segundo (ŽUKAUSKAS, 1994).

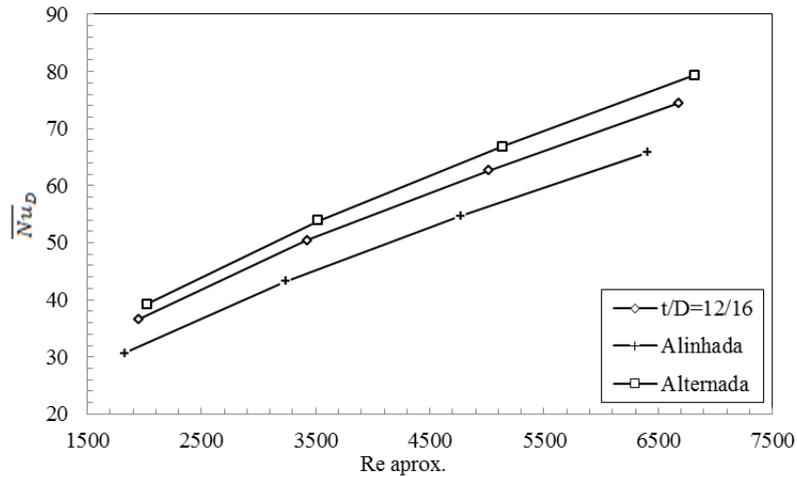
É importante salientar que inicialmente foi adotado um fator trapezoidal $t/D = 12/16$ para um estudo de referência, onde os aspectos importantes sobre troca de calor são abordados. Também é importante ressaltar que a partir deste ponto, todos os estudos foram conduzidos para o Reynolds de aproximação (ver Equação 5.6). Devido não haver uma definição para velocidade máxima dentro da matriz trapezoidal, todas as matrizes analisadas estarão sujeitas ao Reynolds de aproximação, que leva em consideração a velocidade de incidência do escoamento sobre a matriz e não mais a velocidade máxima desenvolvida dentro da matriz. Este tipo de abordagem também foi empregada nos trabalhos de Matos et al. (2001), Matos et al. (2004) e Santos et al. (2012).

5.3.1 Estudo do fator trapezoidal $t/D = 12/16$

Numa análise global é de interesse verificar o comportamento do número de Nusselt para a presença do fator trapezoidal, bem como o comportamento da perda de carga. Na Figura 5.8 o número de Nusselt na faixa de Reynolds analisada é comparado entre as diferentes matrizes. Destaca-se com os melhores resultados a matriz alternada, seguido da matriz trapezoidal, e na sequência a matriz alinhada. Embora a performance térmica da matriz trapezoidal seja inferior a matriz alternada, em média 4,85%, a mesma é superior a alinhada em torno de 11,94% na média.

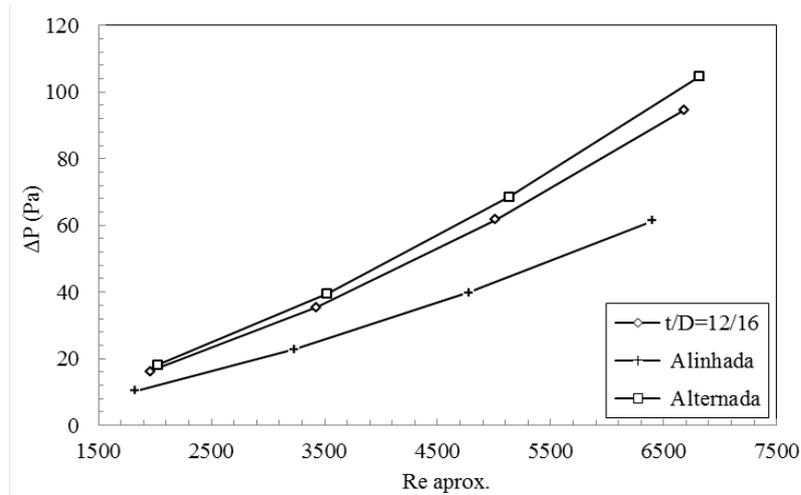
O comportamento da perda de carga na presença do fator trapezoidal é apresentado na Figura 5.9. Para os menores valores destaca-se a matriz alinhada, na sequência aumentando para a matriz trapezoidal, seguido da alternada. A matriz trapezoidal possui uma perda de carga média de 6,80% inferior a alternada e 76,62% superior a alinhada.

Figura 5.8: Comportamento de Nusselt para fator trapezoidal.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

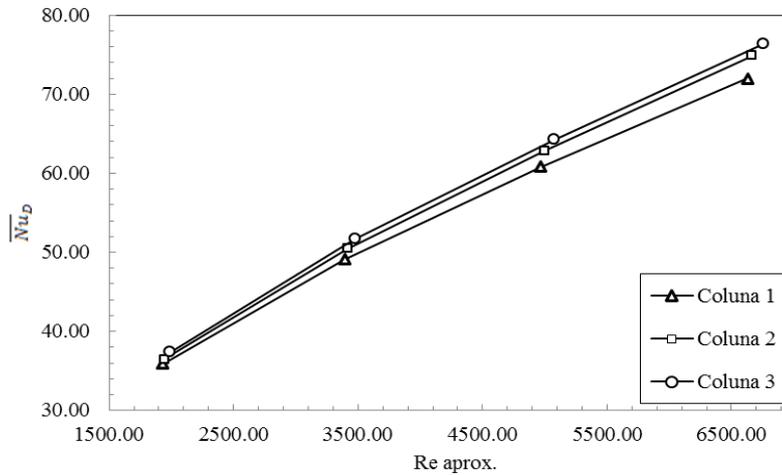
Figura 5.9: Comportamento da perda de carga para fator trapezoidal.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Com o objetivo de compreender melhor o comportamento térmico dentro da matriz trapezoidal, realizou-se um estudo do número de Nusselt por colunas. A partir do domínio computacional (ver Figura 5.7), a primeira coluna é composta pelos cilindros a jusante da entrada do domínio, a segunda e terceira colunas estão na sequência seguindo o sentido do escoamento. Os resultados do número de Nusselt por colunas estão dispostos na Figura 5.10. Verifica-se que o número de Nusselt aumenta da primeira coluna para a segunda na média em 2,57%, e da primeira para a terceira em 3,90% na média. Este comportamento sugere que há uma influência das fileiras antecessoras no incremento de transferência de calor para as demais colunas e o possível causador desse efeito na matriz seja o fator trapezoidal.

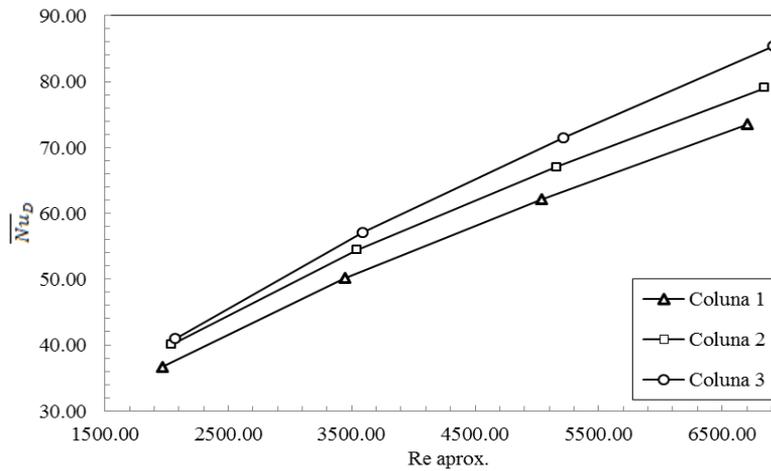
Figura 5.10: Comportamento de Nusselt por colunas na matriz trapezoidal $t/D=12/16$.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Esse comportamento do número de Nusselt para a matriz trapezoidal aproxima-se do comportamento da matriz alternada para as mesmas condições, conforme a Figura 5.11. Um aumento médio no número de Nusselt é verificado da primeira para a segunda coluna em 6,60%. Já da primeira coluna de tubos para a terceira ocorre um aumento médio de 11,46%.

Figura 5.11: Número de Nusselt por colunas na matriz alternada.

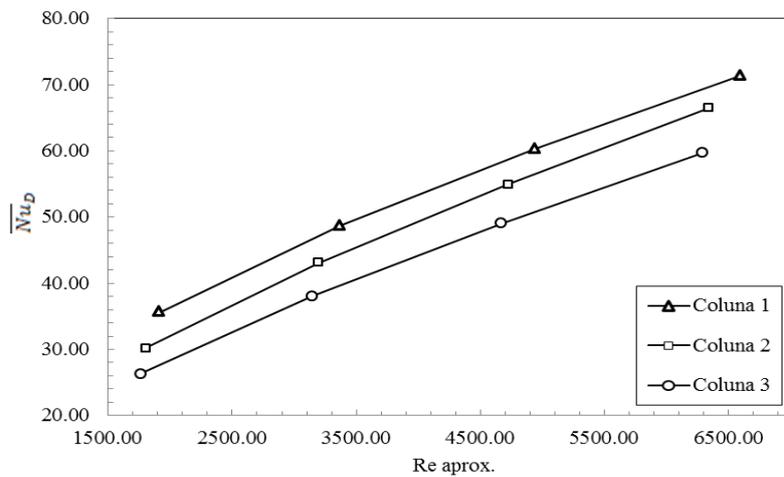


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Já a matriz alinhada configura um comportamento inverso ao da matriz alternada e trapezoidal conforme Figura 5.12. O maior número de Nusselt encontra-se na primeira coluna da matriz e diminui para as demais. Uma redução média de 7,56% é apresentada da primeira para a segunda coluna, e uma redução média de 17,14% da primeira para a terceira coluna. Este comportamento sugere que a queda da transferência de calor ao longo

da matriz seja devido a disposição dos cilindros que bloqueiam o escoamento de ar para as fileiras sucessoras. É necessário salientar que em escoamentos de intensidade turbulenta baixa $< 1\%$, o comportamento da matriz alinhada e alternada com relação ao número de Nusselt nas colunas é diferente. Nelas ocorre um aumento na transferência de calor nas colunas de cilindros subsequentes, devido a produção de turbulência dos cilindros antecessores. Esse comportamento já é relatado na literatura (ŽUKAUSKAS, 1972). De acordo com o mesmo autor, o desenvolvimento do escoamento turbulento numa matriz muda de acordo com o número de Reynolds e a intensidade turbulenta (ŽUKAUSKAS, 1994).

Figura 5.12: Comportamento de Nusselt por colunas na matriz alinhada.



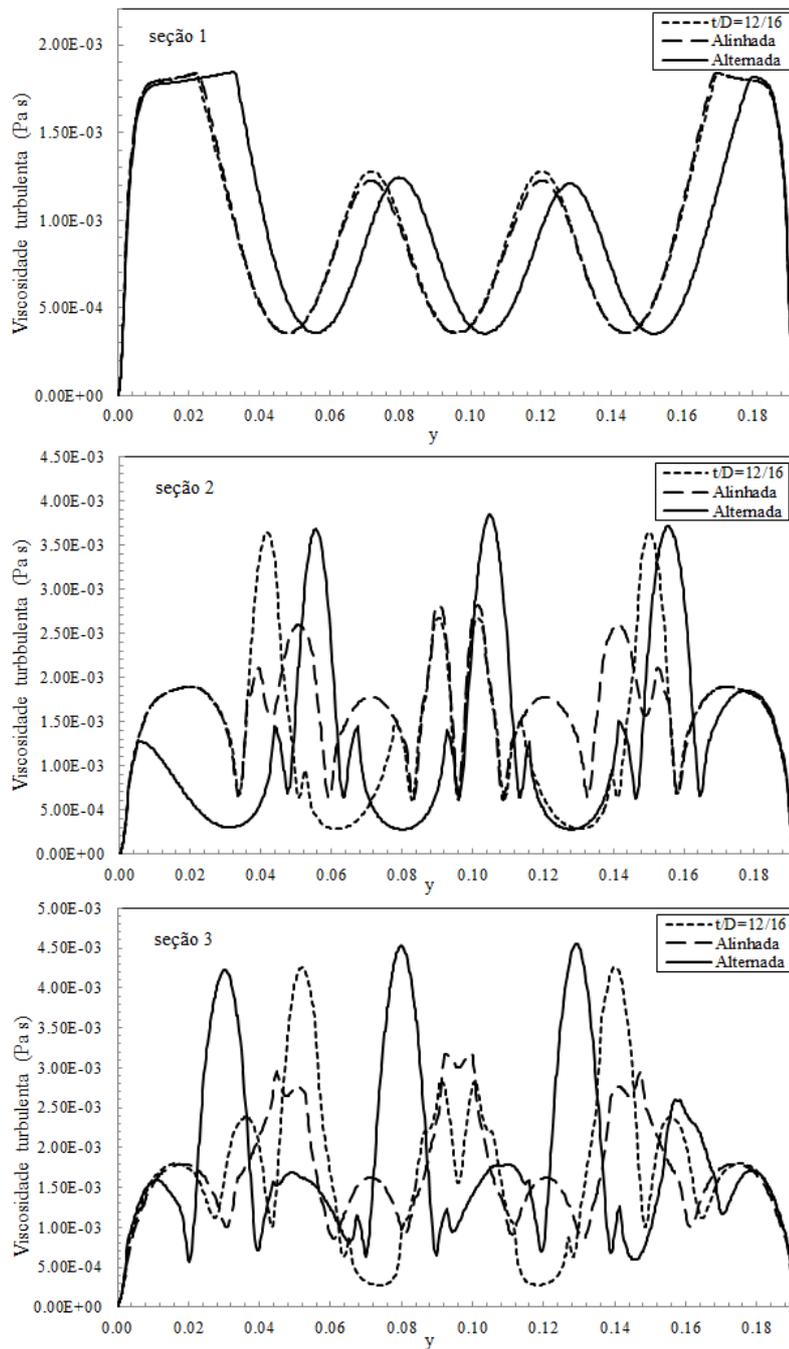
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Como o presente trabalho trata da simulação de casos de natureza turbulenta, é de grande importância apresentar o estudo das características relacionadas as grandezas turbulentas do escoamento. Para tal, a investigação do comportamento das matrizes se dará através de perfis das grandezas turbulentas. Os perfis apresentados nas Figuras 5.13 e 5.14 são respectivamente da viscosidade turbulenta e da energia cinética turbulenta (ver definição em Seção 3.3), e dessa forma pretende-se compreender os diferentes comportamentos apresentados para transferência de calor nas matrizes apresentadas.

Os perfis de viscosidade turbulenta apresentados na Figura 5.13 foram extraídos de uma linha 5 mm a montante de cada coluna de tubos da matriz, totalizando três seções. O perfil de cada seção é comparado entre as matrizes alinhada, alternada e trapezoidal $t/D = 12/16$. Verifica-se que o comportamento da viscosidade turbulenta na seção 1 é semelhante nos seus picos, entretanto não apresenta um posicionamento simétrico para a matriz alternada devido sua característica geométrica assimétrica (ver Figura 5.2). Já na seção 2 é possível notar que os picos dominantes acompanham a matriz alternada e trapezoidal, seguido pela matriz alinhada. Na seção 3 o mesmo comportamento observado

na seção 2 se mantém. É importante salientar que a viscosidade turbulenta reduz para zero próximo as paredes do domínio, onde a viscosidade molecular é dominante.

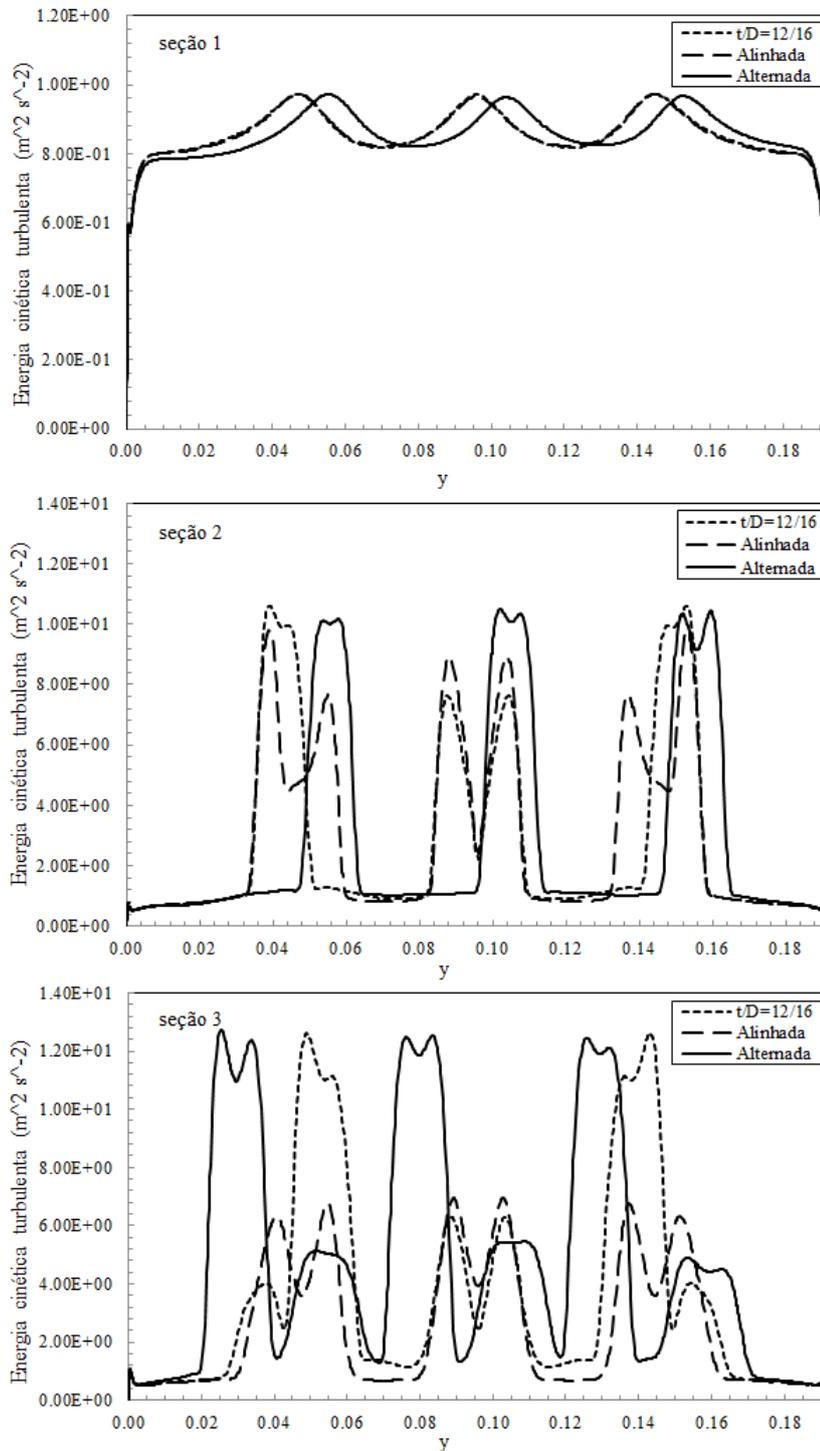
Figura 5.13: Perfis de viscosidade turbulenta nas três seções.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Os perfis de energia cinética turbulenta para as mesmas três seções são destacados na Figura 5.14. Conforme a seção 1, o perfil de energia cinética turbulenta para as três geometrias é semelhante. Devido a assimetria da matriz alternada os picos possuem uma defasagem com os das outras duas matrizes. Na seção 2 os picos de energia cinética turbulenta dominam três regiões principais na seção, a saber: as duas laterais e a central, que correspondem a posição a montante dos dois cilindros externos e do cilindro interno da coluna 2. Verifica-se que nas regiões laterais os picos de energia cinética turbulenta são maiores para a matriz alternada e trapezoidal. Na região interna continua sendo a matriz alternada que produz maiores picos de κ , mas seguida agora pela matriz alinhada e com menor intensidade pela matriz trapezoidal. Na seção 3 ocorre de forma semelhante o comportamento da seção 2, entretanto a participação da matriz alinhada é mais tímida em todas as regiões. Esse comportamento dos perfis nas seções explica a redução do número de Nusselt para a matriz alinhada nas colunas a jusante (ver Figura 5.12) e também o aumento para Nusselt nas matrizes trapezoidal e alternada (ver Figuras 5.10 e 5.11). Os resultados também relacionam-se com a dominância da matriz alternada na transferência de calor devido ao maior nível de energia cinética turbulenta nas três seções. Dessa forma, a energia cinética turbulenta indica as regiões com maiores flutuações de velocidade onde a transferência de calor é intensificada pela presença e disposição dos cilindros no escoamento. O fator trapezoial traz sua influência positiva com relação ao incremento da transferência de calor, competindo muito próximo a matriz alternada e superando a matriz alinhada.

Figura 5.14: Perfis de energia cinética turbulenta nas três seções.

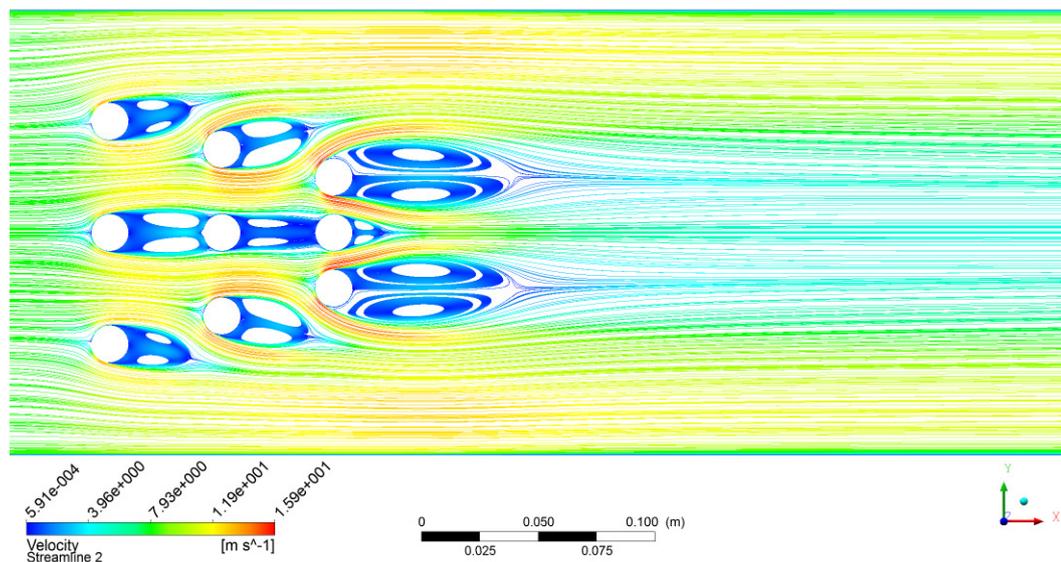


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Para auxiliar na investigação dos efeitos do fator trapezoidal fez-se uso da visualização da topologia do escoamento sob a influência do fator $t/D = 12/16$, para Reynolds de aproximação de 5000. Na Figura 5.15 visualizam-se as linhas de corrente para o escoamento médio e o módulo da velocidade no perfil bidimensional da seção da matriz. O

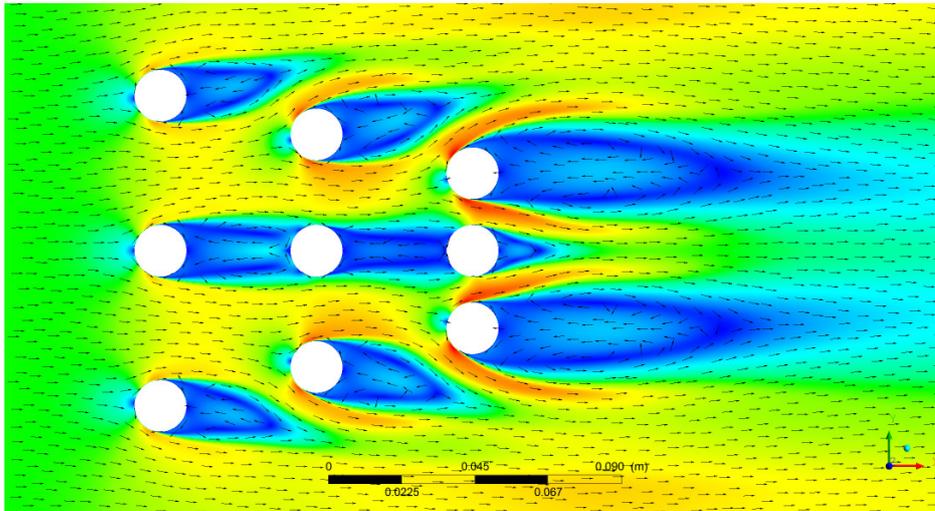
escoamento ao cruzar as fileiras de tubos forma zonas de recirculação a jusante de todos os tubos devido descolamento da camada limite. O escoamento que cruza os cilindros externos das três colunas desvia os vórtices para fora da linha horizontal, expondo os cilindros ao escoamento livre. Essa característica de desviar o escoamento e expor o cilindro a jusante ao escoamento livre é notada nas matrizes alternadas (ver Figura em Apêndice A.2). Já a característica apresentada nos cilindros internos de cada coluna assemelha-se a topologia do escoamento de uma matriz alinhada. Neste arranjo o primeiro cilindro gera uma zona de recirculação que afeta diretamente o próximo cilindro (ver Figura em Apêndice A.1). Na terceira coluna da Figura 5.15 o cilindro interno possui uma pequena recirculação a jusante, que é afetada pelos cilindros externos com uma grande zona de recirculação cada. No detalhe da Figura 5.16 os vetores de velocidade permitem visualizar melhor as zonas de recirculação e o sentido do escoamento nas mesmas.

Figura 5.15: Linhas de corrente para o escoamento médio.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

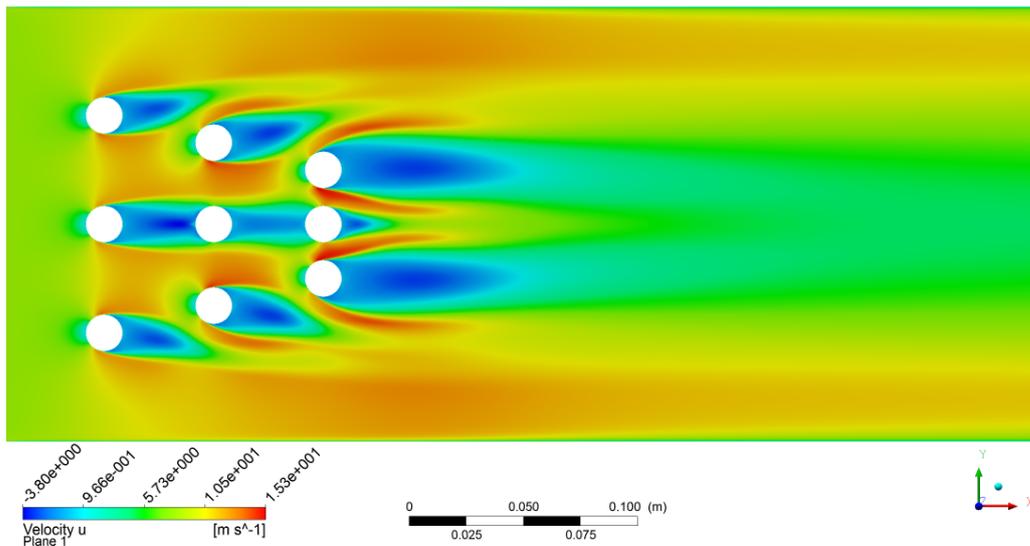
Figura 5.16: Detalhe dos vetores de velocidade.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Para auxiliar na interpretação dos resultados apresentados nas Figuras 5.15 e 5.16, apresenta-se na Figura 5.17 o campo de velocidade na componente u . Nota-se o aumento na sua intensidade no interior da matriz, devido a aceleração do fluido ao cruzar os cilindros. As componentes negativas estão presentes nas zonas de recirculação de cada cilindro, e os pontos de estagnação a montante de cada cilindro apresentam valores próximos a zero. Intensidades maiores na componente da velocidade são identificadas a medida que os cilindros se aproximam no sentido transversal, acelerando o escoamento pela posição afunilada dos cilindros dentro da matriz decorrente do fator trapezoidal.

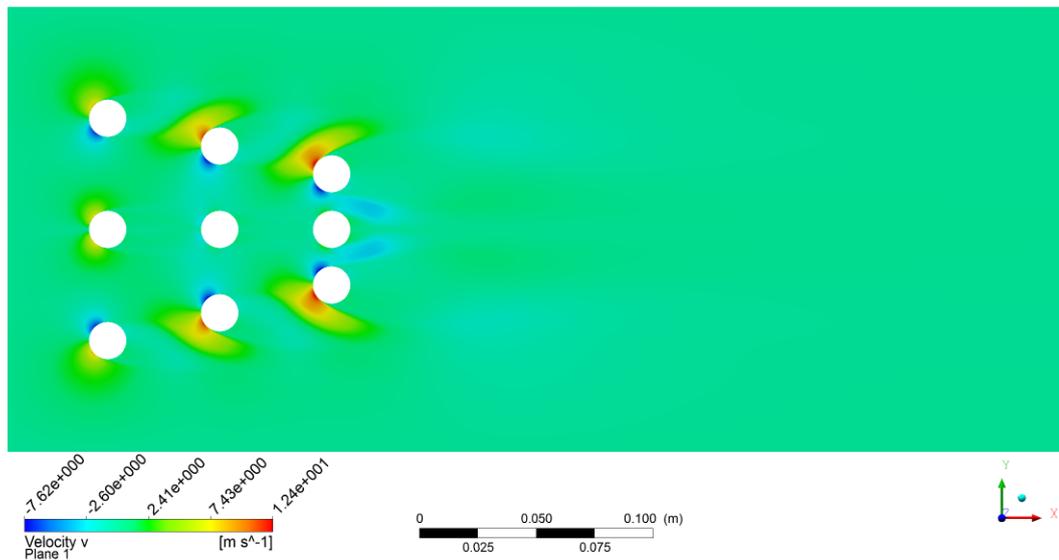
Figura 5.17: Distribuição da componente da velocidade em u .



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

O fator trapezooidal também apresenta sua influência na componente da velocidade em v , conforme Figura 5.18. Nota-se que os cilindros externos de cada coluna apresentam valores tanto positivos quanto negativos, indicando que ocorre um desvio do escoamento nessas regiões. Maiores intensidades são visualizadas nos mesmos conforme ocorre o afunilamento da matriz. O mesmo não se observa para os dois cilindros internos da segunda e terceira coluna que estão dispostos de forma alinhada ao escoamento, indicando a forte influência das zonas de recirculação nesses cilindros.

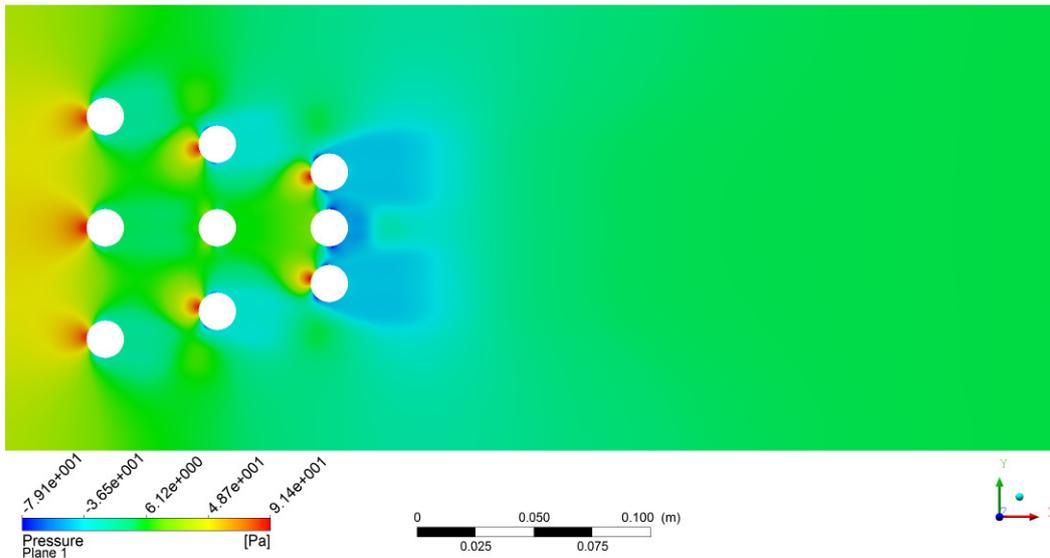
Figura 5.18: Distribuição da componente de velocidade em v .



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

O campo de pressão estática apresentado na Figura 5.19 revela regiões de maior intensidade que correspondem as regiões de estagnação do escoamento a montante dos cilindros. Já os dois cilindros internos da segunda e terceira coluna não são afetados da mesma forma por estarem sob a influência direta das recirculações. As regiões com menores valores de pressão estão a jusante dos cilindros e correspondem as regiões de recirculação. Também nota-se que na última coluna da matriz, a zona de baixa pressão afeta os três cilindros de forma mais intensa. É importante salientar que os valores apresentados para pressão estática média no plano representam a diferença entre a pressão estática num dado local em relação a saída.

Figura 5.19: Distribuição da pressão estática relativa.



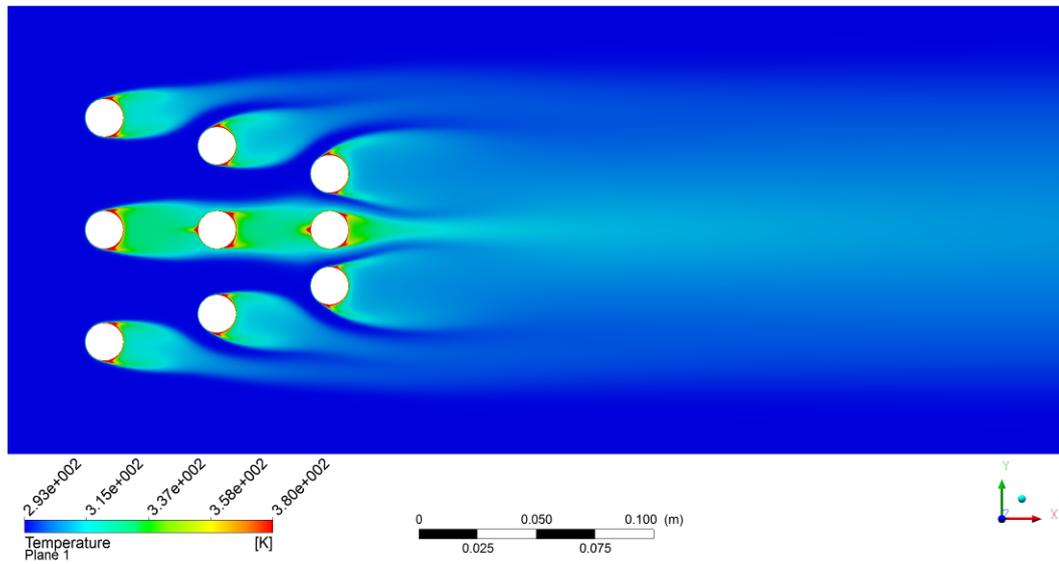
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Os resultados da distribuição de temperatura apresentada na Figura 5.20, indicam como cada cilindro afeta a mudança da temperatura no escoamento. Os cilindros internos da segunda e terceira coluna são afetados pelo escoamento à jusante de seus antecessores, desta forma, reduzindo sua transferência de calor pelo menor gradiente de temperatura entre os cilindros e o escoamento. Esse fato sugere a motivação do comportamento apresentado para matriz alinhada na Figura 5.12, no qual as colunas sucessoras da primeira coluna de cilindros estão expostas ao escoamento de suas antecessoras. Já os cilindros externos das duas últimas colunas, bem como todos da primeira coluna, estão em constante contato com a temperatura do escoamento de entrada do domínio, forçando um alto gradiente de temperatura e conseqüente maior transferência de calor dos cilindros.

Dentro do contexto do escoamento turbulento existe a necessidade de se apresentar as características turbulentas do mesmo. A distribuição da viscosidade turbulenta e a distribuição da energia cinética turbulenta são apresentadas nas Figuras 5.21 e 5.22.

Na Figura 5.21 as regiões próximas as paredes (cilindros e paredes) são de baixa intensidade devido a ação da viscosidade molecular e condição de não deslizamento aplicado a essas fronteiras. Regiões próximas aos pontos de estagnação do escoamento como, a montante dos cilindros tem-se atividade turbulenta com menor intensidade. Já as regiões centrais do escoamento e principalmente as regiões que coincidem com as zonas de recirculações são de atividade cizalhante mais intensa e apresentam os maiores valores para essa propriedade, afetando tanto a troca térmica quanto a perda de carga. Dessa forma, as regiões com cores mais intensas localizadas a jusante da terceira coluna de ci-

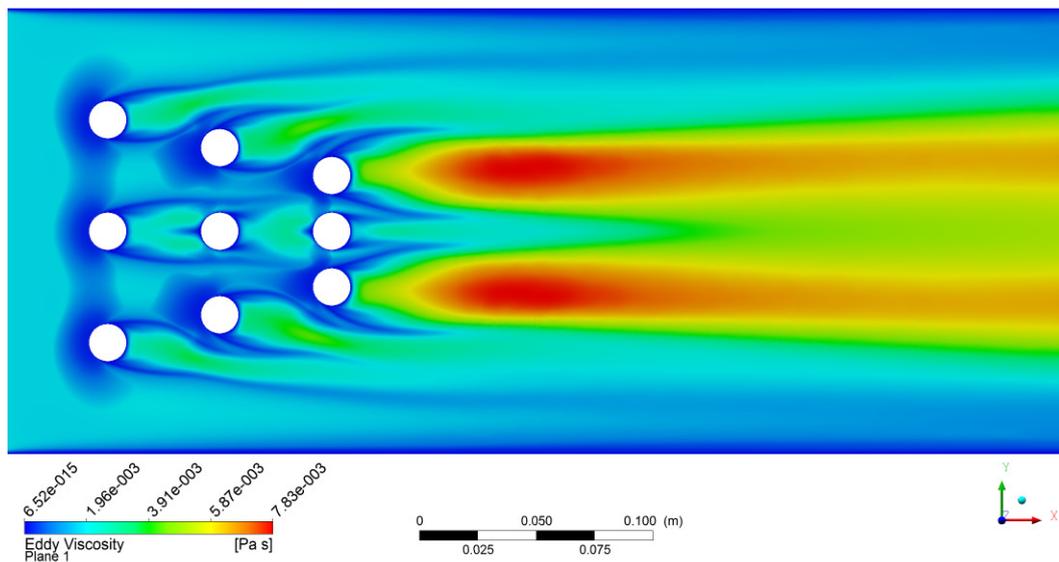
Figura 5.20: Distribuição de temperatura.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

lindros, não afetam mais na troca térmica da matriz, entretanto afetam a perda de carga devido a grande dissipação de energia do escoamento pela presença dos vórtices, conforme analisado na Figura 5.15.

Figura 5.21: Distribuição de viscosidade turbulenta.

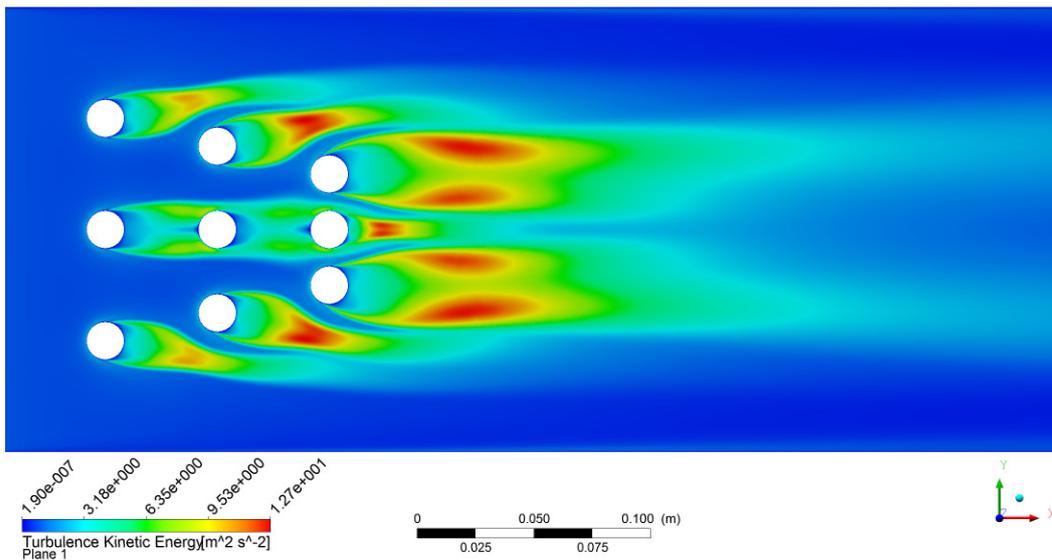


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Outra grandeza turbulenta que se faz necessária investigar é a energia cinética turbulenta. O principal aspecto relacionado a essa propriedade é observar as regiões no domínio onde ocorre a sua máxima produção conforme apresentado na Figura 5.22. As

regiões a jusante de cada cilindro (em regiões com presença de vórtices) possuem atividade turbulenta. Essa atividade turbulenta é mais intensa nos cilindros externos da segunda e terceira colunas, e desenvolve-se com menos intensidade nos cilindros internos da primeira e segunda colunas. Estes resultados concordam com os perfis apresentados na Figura 5.14 e deixam claro que em regiões de desenvolvimento e descolamento de camada limite com presença de vórtices são de elevada atividade turbulenta.

Figura 5.22: Campo de energia cinética turbulenta.



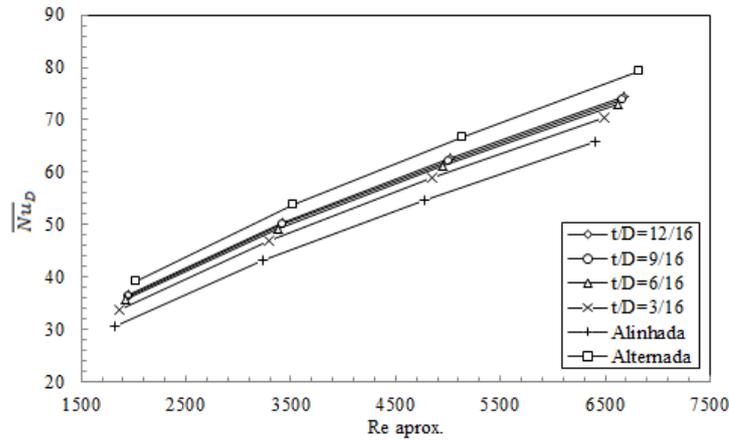
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

5.3.2 Estudo paramétrico do efeito do fator trapezoidal

Até o momento o estudo do fator trapezoidal revelou a sua influência positiva na matriz, com relação a transferência de calor e perda de carga. O objetivo desta seção é estudar o efeito paramétrico do fator trapezoidal no número de Nusselt e na perda de carga. Para tal, foram fixados os passos $PT=3$ e $PL=3$ e foi variado o parâmetro $t/D = 3/16$, $t/D = 6/16$, $t/D = 9/16$ e $t/D = 12/16$.

Todos os fatores trapezoidais são comparados quanto ao número de Nusselt conforme a Figura 5.23. Nota-se a dominância da matriz alternada no número de Nusselt em toda faixa de Reynolds analisada, seguido pelas geometrias da matriz trapezoidal e por último pela matriz alinhada. O fator trapezoidal $t/D = 12/16$ é o que mais intensifica Nusselt, seguido de forma próxima pelo $t/D = 9/16$ e $t/D = 6/16$, e por fim pelo $t/D = 3/16$. Dessa forma a matriz trapezoidal se estabelece como uma alternativa intermediária frente os arranjos clássicos quanto a transferência de calor. Outro ponto a destacar é o aumento da troca térmica da matriz com o aumento do fator trapezoidal.

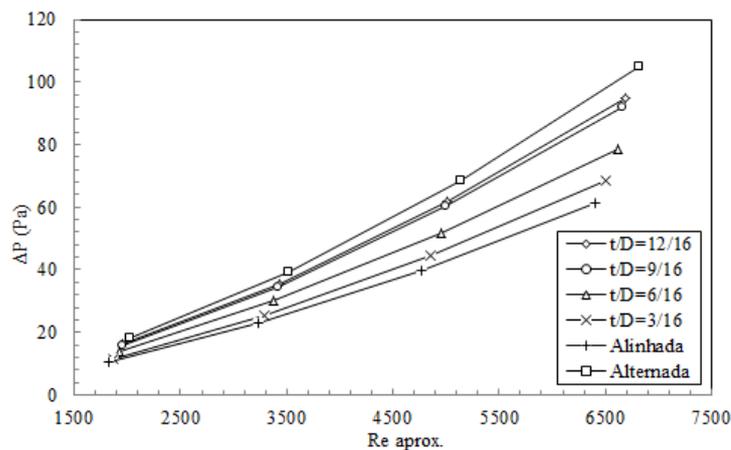
Figura 5.23: Efeito do fator trapezoidal no número de Nusselt.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Além da transferência de calor, a perda de carga também é analisada quanto seu comportamento na presença dos fatores trapezoidais na Figura 5.24. É possível notar que a perda de carga é afetada em maior peso pela matriz alternada, seguido das trapezoidais e por fim pela alinhada. O fator trapezoidal $t/D = 3/16$ é o que menos afeta a perda de carga, seguido pelo $t/D = 6/16$ e por fim com $t/D = 9/16$ e $t/D = 12/16$ com valores bem próximos. Novamente a matriz trapezoidal se comporta de forma intermediária à alternada e alinhada. Também é verificado o decaimento da perda de carga conforme diminui o fator trapezoidal da matriz.

Figura 5.24: Efeito do fator trapezoidal na perda de carga.

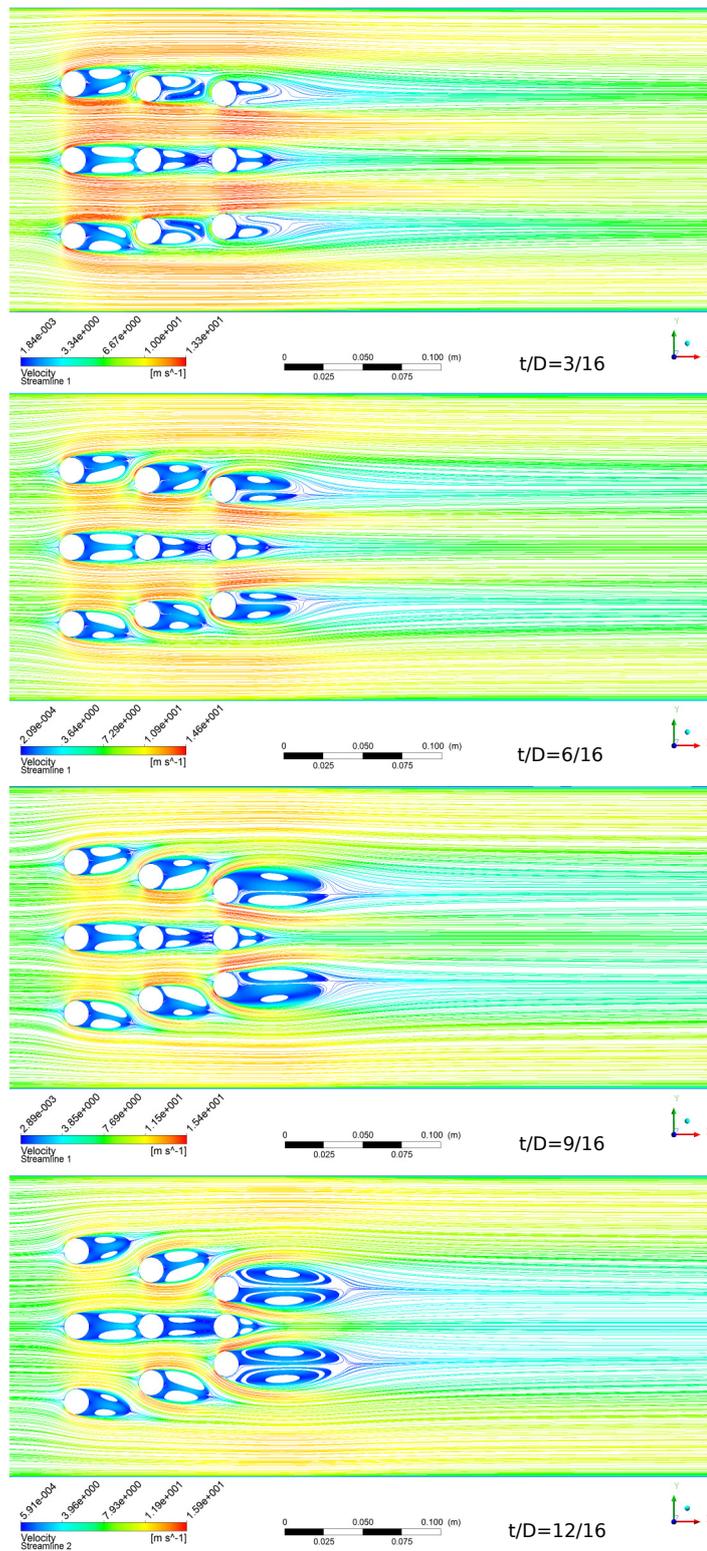


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Com o intuito de visualizar a topologia do escoamento sob a influência da variação do fator trapezoidal, são comparadas as linhas de corrente para o escoamento médio na Figura 5.25. Para o fator $t/D = 3/16$ é possível visualizar que o escoamento começa a se

sujeitar a um pequeno desvio nos cilindros externos das três colunas, devido ao desalinhamento imposto pelo fator trapezoidal. Conforme aumenta o fator trapezoidal, os cilindros externos da coluna 2 e 3 se aproximam e desviam o escoamento de forma mais intensa. Os vórtices são deslocados para fora da posição horizontal e não mais recirculando de forma alinhada com os cilindros. Dessa forma, os cilindros externos estão em contato constante com o escoamento livre de recirculações, que aparentemente determina o aumento da troca térmica em função do aumento do fator trapezoidal. Outra característica observada da matriz é o fato de aumentar o tamanho do vórtice dos cilindros externos da terceira coluna de tal forma que diminui o vórtice do cilindro interno. Dessa forma, supõe-se que o aumento da queda de pressão é devido a presença de vórtices cada vez maiores na terceira coluna de cilindros consumindo energia do escoamento.

Figura 5.25: Linhas de corrente para diferentes fatores trapezoidais.

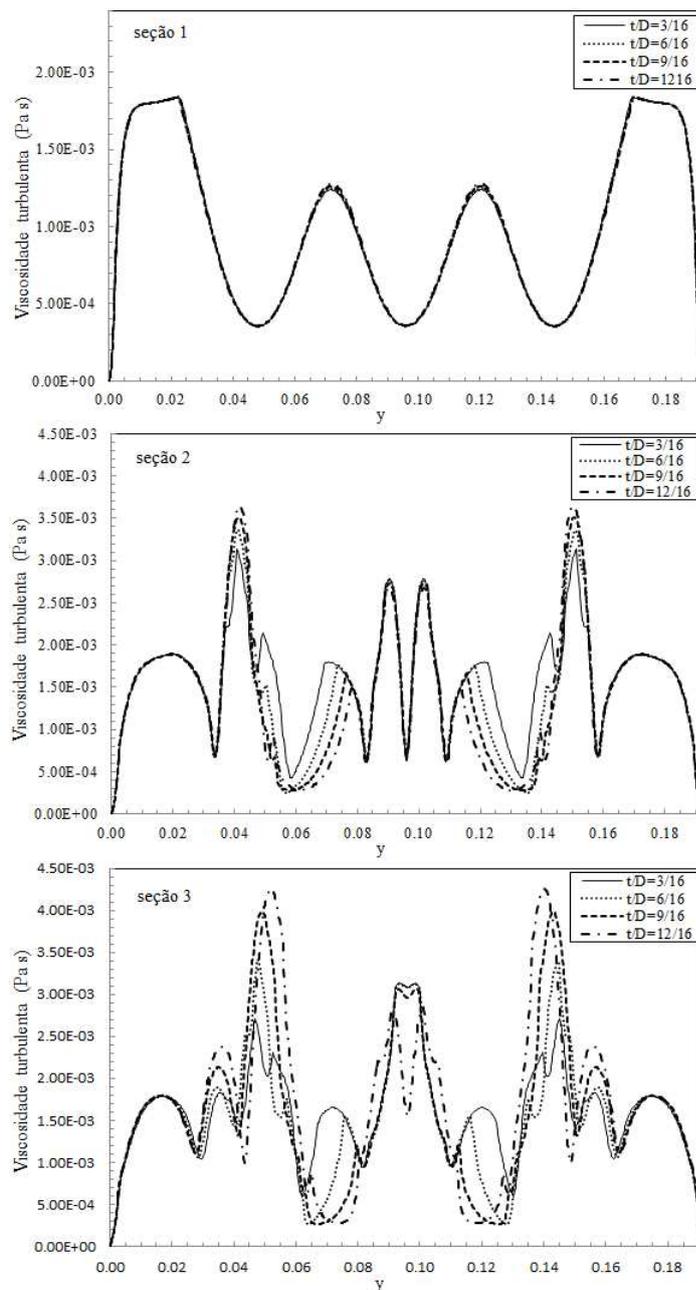


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Aprofundando os estudos paramétricos do fator trapezoidal, neste ponto são analisados os perfis das grandezas turbulentas de acordo com as mesmas posições e definições

apresentadas na seção 5.3.1. Os perfis de viscosidade turbulenta apresentados na Figura 5.26 são praticamente iguais na seção 1. Na seção 2 destacam-se os maiores picos na sequência para $t/D = 12/16$, $t/D = 9/16$, $t/D = 6/16$ e $t/D = 3/16$. Na seção 3, além do aumento da intensidade já apresentado na seção 2, a característica dos maiores picos da propriedade se mantém na mesma sequência. Dessa forma comprova-se como a presença do fator trapezoidal afeta o escoamento e influencia o mesmo para as colunas a jusante, incrementando a viscosidade turbulenta.

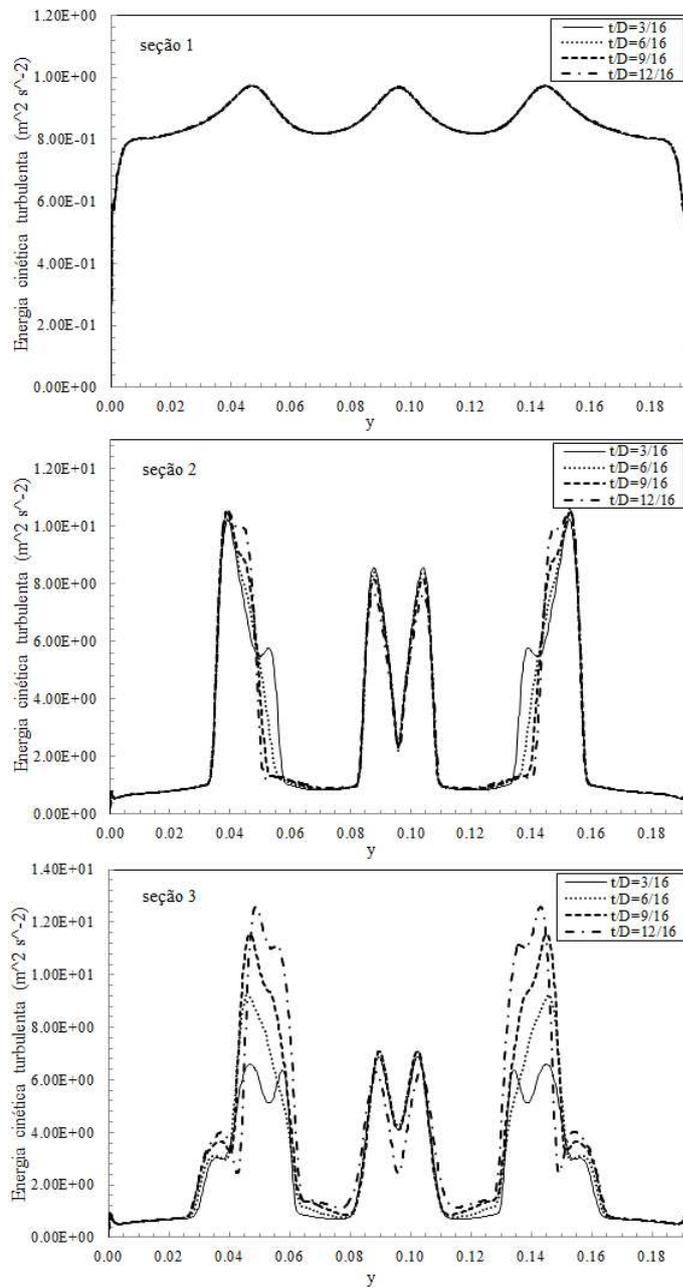
Figura 5.26: Efeito paramétrico do fator trapezoidal no perfil de viscosidade turbulenta.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Considerando os perfis de energia cinética turbulenta apresentados na Figura 5.27, observa-se que os mesmos se comportam de forma semelhante na seção 1. Na seção 2 os perfis aumentam de intensidade, entretanto, diferenças significativas são observadas na seção 3. Nela, começa a se destacar o parâmetro $t/D = 12/16$ nos picos externos do perfil. Logo na sequência destaca-se o fator $t/D = 9/16$ seguido pelo fator $t/D = 6/16$ e por fim $t/D = 3/16$. Portanto, a medida que aumenta o fator trapezoidal, os picos para essa propriedade aumentam nessas regiões. Esses resultados concordam com o comportamento dos valores de Nusselt apresentados na Figura 5.23, e mostra a influência significativa dessa grandeza turbulenta no aumento da transferência de calor e como ela é afetada pelo parâmetro trapezoidal.

Figura 5.27: Efeito paramétrico do fator trapezoidal no perfil de energia cinética turbulenta.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

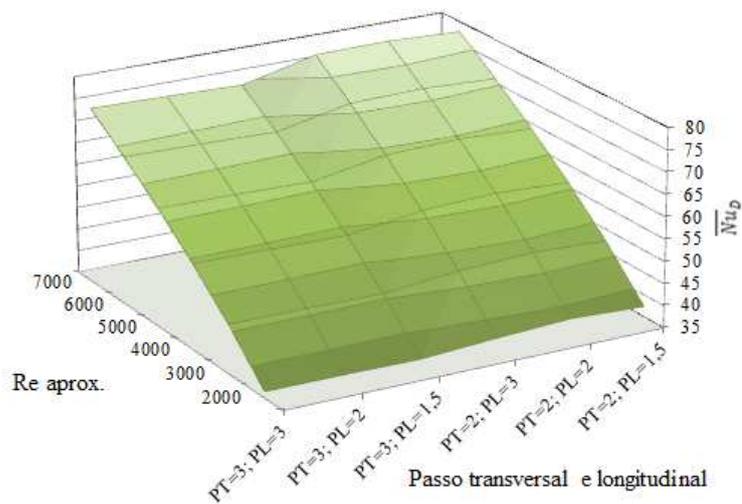
5.3.3 Estudo paramétrico do efeito do passo transversal (PT) e longitudinal (PL)

Nesta seção foi estudado o efeito do passo transversal e longitudinal na matriz trapezoidal com fator $t/D=6/16$ fixo (ver Figura 5.7). É necessário salientar que a escolha deste fator trapezoidal está relacionado com a presença do mesmo em todos os casos

simulados e a maior sensibilidade da matriz para análise. Primeiramente é realizado um estudo dos efeitos globais na transferência de calor e perda de carga, e na sequência um estudo da topologia do escoamento.

Para análise dos efeitos globais na transferência de calor são apresentados, na Figura 5.28, os resultados do comportamento do número de Nusselt no passo transversal e longitudinal, para uma faixa de $2000 \leq Re_{aprox.} \leq 7000$. Num primeiro momento, verifica-se que ocorre aumento do número de Nusselt conforme o aumento de Reynolds para todos os passos. É possível notar a maior sensibilidade do número de Nusselt para a variação do passo transversal PT=3 para o passo PT=2, em toda faixa de Reynolds. Já para a variação do passo longitudinal a influência no número de Nusselt é mais tímida e não se destaca frente ao passo transversal. Comparando-se o caso PT=3 PL=3 com o caso PT=2 PL=3, o aumento médio de Nusselt é de 3,37%. Já para o caso de passo PT=3 PL=1,5 comparado ao PT=2 PL=1,5, o aumento médio é de 3,94%. Desta forma, fica claro que uma maior aproximação dos cilindros no seu passo transversal é benéfica para um aumento na transferência de calor e sua iteração com o escoamento se torna mais intensa.

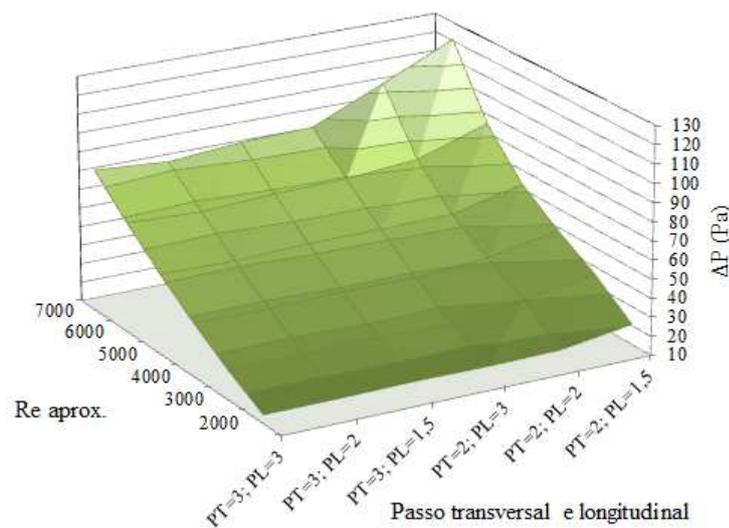
Figura 5.28: Efeito dos passos transversal e longitudinal no número de Nusselt.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Visando uma análise global dos efeitos dos passos na presença do fator trapezoidal, também é necessário o estudo da perda de carga. Conforme a Figura 5.29, observa-se um aumento da perda de carga para todos os passos analisados a medida que Reynolds cresce. Para o passo $PT=3$ os passos longitudinais apresentam pouca variação para baixos valores de Reynolds. Um pequeno aumento médio de 1,05% é verificado quando se compara o caso do passo $PT=3$ $PL=3$ ao passo $PT=2$ $PL=3$. Entretanto, tem-se uma alta perda de carga dentro do conjunto de $PT=2$, destacando-se o passo $PL=1,5$ com a maior perda de carga, seguido por $PL=2$ e $PL=3$. Quando se compara os casos $PT=3$ $PL=1,5$ com $PT=2$ $PL=1,5$, fica evidente o aumento médio de 29,78% na perda de carga. Dessa forma, a aproximação longitudinal para o passo $PT=3$ não reflete de forma significativa na perda de carga, mas para o passo $PT=2$ ocorre um bloqueio significativo do escoamento conforme a aproximação longitudinal ocorre.

Figura 5.29: Efeito dos passos transversal e longitudinal na queda de pressão.

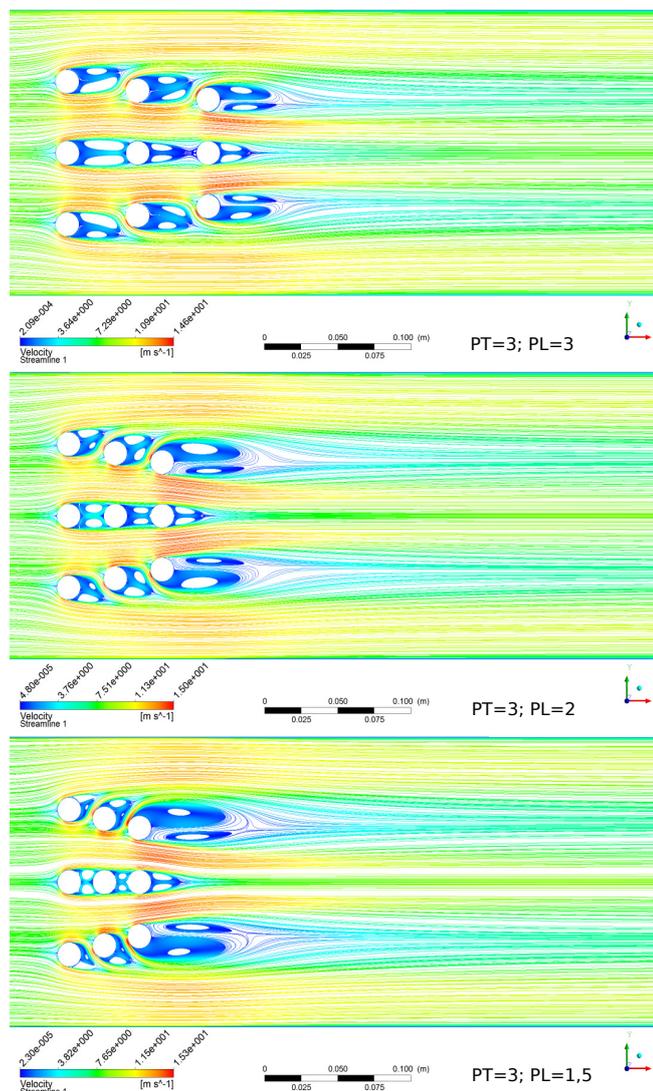


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Para analisar a topologia do escoamento sob a influência da variação dos passos longitudinal e transversal, num primeiro momento fixa-se o passo $PT=3$ e $t/D = 6/16$ para variar o passo longitudinal conforme Figura 5.30. Nota-se como o tamanho dos vórtices nos cilindros externos da terceira coluna aumentam conforme o passo longitudinal diminui. Ao mesmo tempo os cilindros externos da primeira e segunda colunas tem seus vórtices diminuídos pela proximidade dos cilindros e desviam-se para fora da linha horizontal. Os vórtices dos cilindros internos de todas as colunas continuam a manter-se na posição mesmo sob a aproximação dos cilindros. Desta forma, o efeito do tamanho dos vórtices é influenciado pelo passo longitudinal e influencia diretamente na perda de carga apresentada na Figura 5.29. Também conclui-se que a proximidade longitudinal dos cilindros reflete diretamente nos níveis de Nusselt apresentados na Figura 5.28 devido

a aceleração do fluido dentro da matriz.

Figura 5.30: Linhas de corrente para o escoamento médio dos passos longitudinais.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

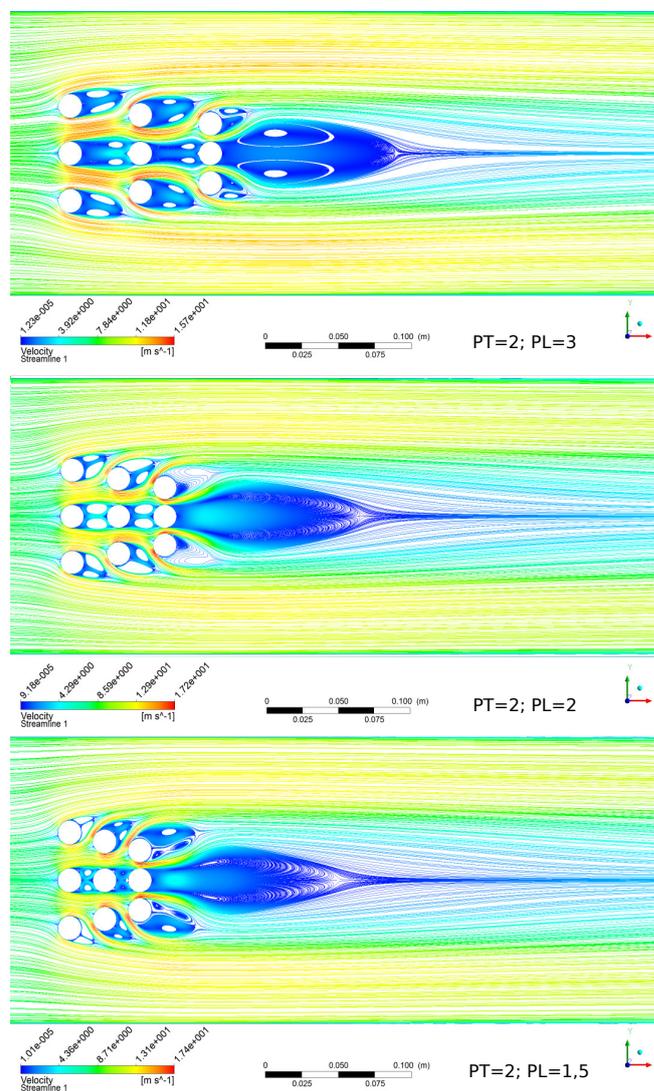
Utilizando-se da mesma metodologia apresentada anteriormente, segue-se com a análise da variação do passo longitudinal para o passo $PT=2$ e $t/D = 6/16$. De acordo com os resultados da Figura 5.31, há a formação de dois grandes vórtices a jusante do cilindro interno da terceira coluna. Os cilindros externos da terceira coluna influenciam no tamanho dos vórtices, de modo que eles se alongem com o escoamento que cruza a última coluna de cilindros. Com a diminuição do passo para $PL=2$, os vórtices mantêm seu padrão, no entanto, aumentam de tamanho para o passo $PL=1,5$. Os demais cilindros mantêm o comportamento de seus vórtices conforme o passo longitudinal diminui.

Analisando a Figura 5.30 verifica-se a formação dos maiores vórtices a jusante dos cilindros externos da terceira coluna. Com a diminuição do passo transversal conforme

Figura 5.31, os grandes vórtices formam-se a jusante do cilindro interno da terceira coluna, mudando o padrão de escoamento na matriz.

Desta forma é possível concluir que o grande aumento na perda de carga registrado na Figura 5.29, para os passos $PL=2$ e $PL=1,5$, seja devido ao grande consumo de energia do escoamento na presença dos grandes vórtices e o intenso bloqueio do escoamento para esses passos. O aumento da troca térmica para o passo $PT=2$ em relação a $PT=3$, registrado na Figura 5.29, deve-se em função das velocidades dentro da matriz atingirem valores maiores e aumentando a interação entre os cilindros e o escoamento.

Figura 5.31: Linhas de corrente para módulo da velocidade dos passos transversais.

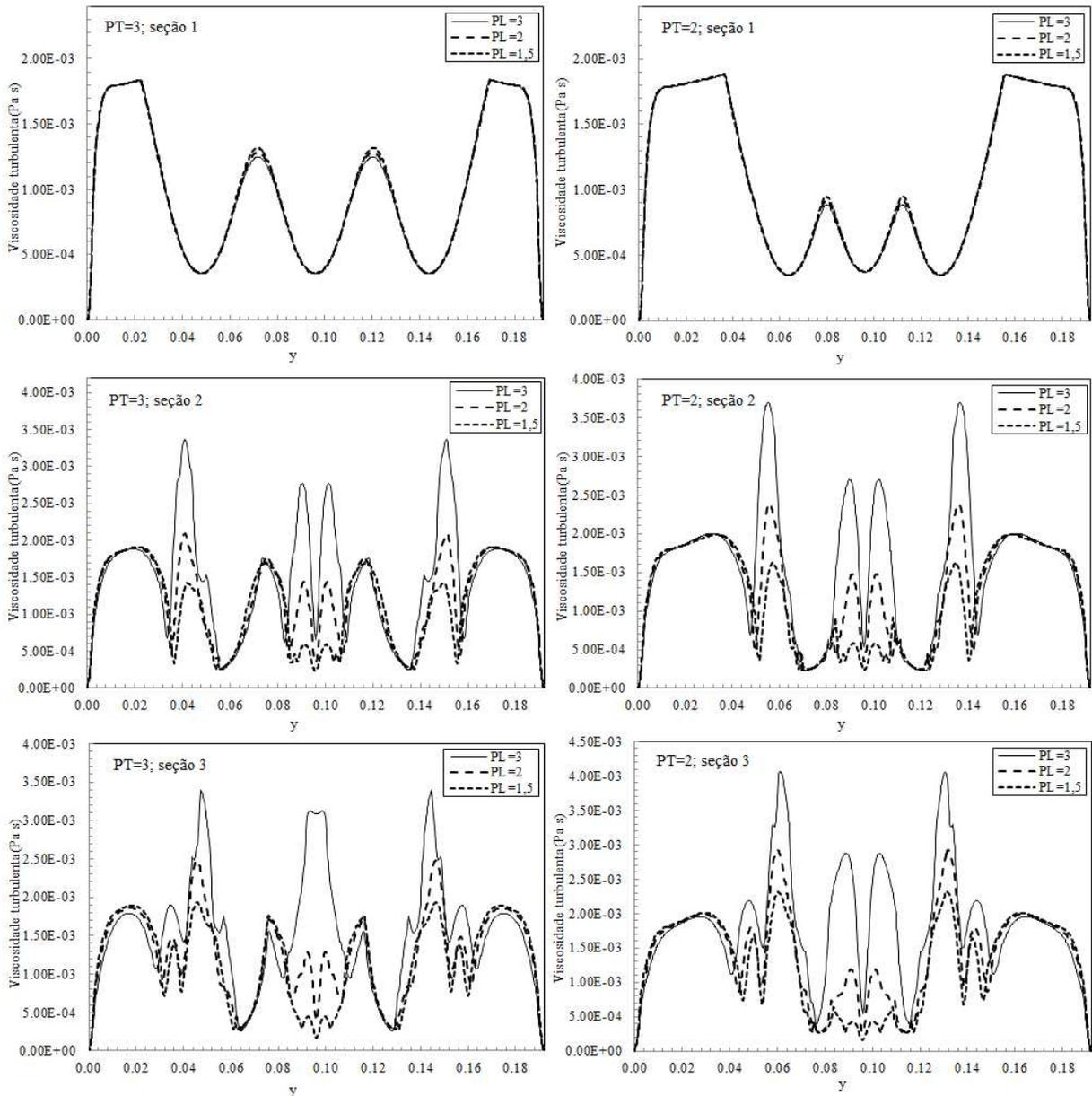


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

As propriedades turbulentas são apresentadas na forma de perfis aos moldes da Seção 5.3.1. Os perfis de viscosidade turbulenta apresentados na Figura 5.32 são resultados dos dois passos $PT=3$ e $PT=2$. Na seção 1 não há significativas diferenças nos perfis

dentro de cada passo transversal. Já na seção 2 observa-se um aumento nos picos da propriedade para ambos passos transversais, com maior intensidade para o passo PL=3, seguido por PL=2 e PL=1,5. A tendência semelhante das curvas da seção 2 é observado na seção 3, mas com maior intensidade da propriedade. Estes resultados indicam maior atividade turbulenta conforme ocorre a proximidade dos cilindros para variação do passo transversal.

Figura 5.32: Perfis de viscosidade turbulenta para PT=3 e PT=2.

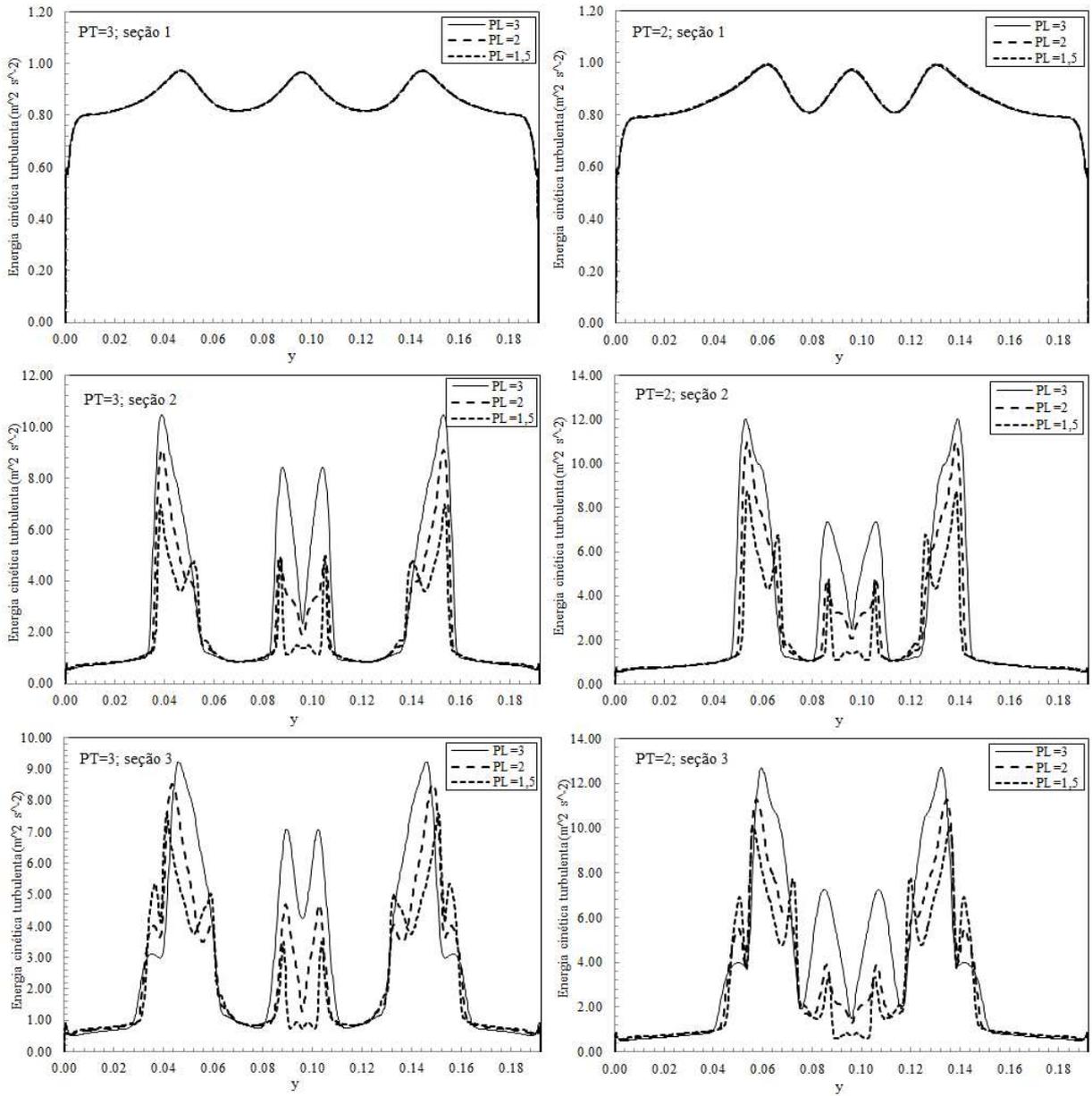


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Os perfis de energia cinética turbulenta estão organizados de forma análoga aos da viscosidade turbulenta para as mesmas seções e passos analisados. Conforme Figura 5.33, observa-se na seção 1 um comportamento similar dos passos longitudinais dentro de

cada passo $PT=3$ e $PT=2$. Já para a seção 2 do passo $PT=3$ e $PT=2$, há um aumento elevado nas intensidades da propriedade para o passo $PL=3$ e $PL=2$. A mesma tendência é observada na seção 3. A energia cinética turbulenta é mais intensa no passo $PT=2$ em relação ao passo $PT=3$. Os resultados da propriedade apontam para a relação direta na maior transferência de calor para o passo $PT=2$ em relação ao passo $PT=3$, concordando com os resultados apresentado na Figura 5.28.

Figura 5.33: Perfis de energia cinética turbulenta para PT=3 e PT=2.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

5.4 Equação para Nusselt

Nesta seção é discutida a criação de uma equação geral que descreva o comportamento do número de Nusselt em relação ao número de Reynolds. Baseado na análise dimensional e nos trabalhos de (INCROPERA et al., 2007) foi elaborada uma proposta para equação geral, a qual é expressa na forma:

$$\overline{Nu}_D = C_1 Re_{D,aprox.}^m \quad (5.10)$$

onde C_1 e m são as constantes relacionadas aos passos dos arranjos da matriz. Essa equação é válida para escoamentos de ar seco com $Pr = 0,7$, sendo avaliadas suas propriedades na temperatura de filme $T_f = (T_w + T_\infty)/2$. Também tem sua validade delimitada para o número de colunas $NL = 3$ e $NT = 3$, na faixa de Reynolds de $2 \cdot 10^3 \leq Re_{D,aprox} \leq 7 \cdot 10^3$.

Para validar a nova equação com a matriz trapezoidal, suas constantes C_1 e m são específicas para cada fator trapezoidal t/D avaliado no seu respectivo passo, de acordo com a Tabela 5.1. É importante destacar que as constantes foram determinadas usando técnicas de ajuste de curvas no *software Excel*.

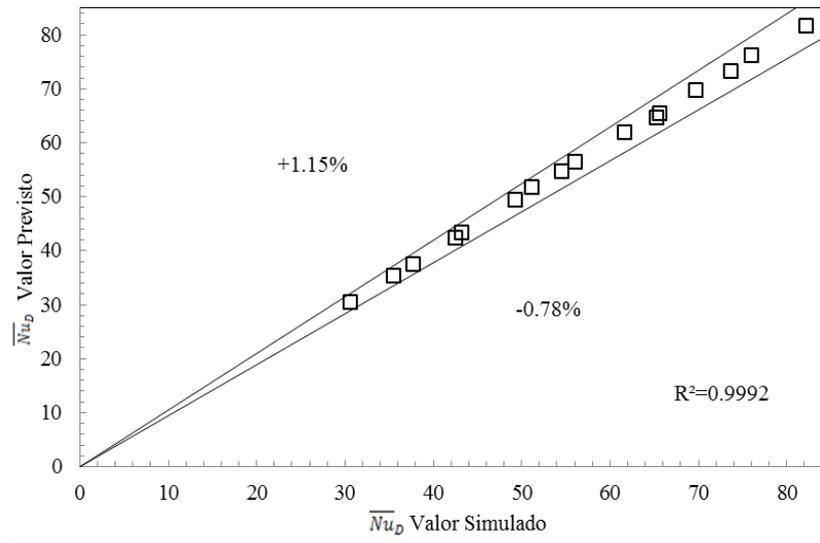
Tabela 5.1: Tabela de constantes para o fator trapezoidal.

Trapezoidal		ST/D			
		2,0		3,0	
SL/D	t/D	C_1	m	C_1	m
1,5	3/16	0,4710	0,5733	0,3962	0,5890
	6/16	0,4406	0,5841	0,4693	0,5730
	9/16	-	-	0,4690	0,5730
	12/16	-	-	0,4761	0,5722
2,0	3/16	0,4402	0,5821	0,4294	0,5796
	6/16	0,4825	0,5749	0,4677	0,5730
	9/16	-	-	0,4695	0,5736
	12/16	-	-	0,4695	0,5742
3,0	3/16	0,4423	0,5824	0,3996	0,5886
	6/16	0,4186	0,5907	0,4554	0,5766
	9/16	-	-	0,4662	0,5750
	12/16	-	-	0,4662	0,5756

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Para verificar a validade da equação para Nusselt, foram confrontados os valores previstos pela equação com os valores de simulação. Conforme a Figura 5.34, o caso PT=2 PL=2 apresentou o maior desvio para a Equação 5.10 , com erro relativo máximo situado entre +1,15% e -0,78% para um $R^2 = 0,9992$. Dessa forma é confirmada a fidelidade da nova equação para com a previsão da transferência de calor nas matrizes com arranjo trapezoidal.

Figura 5.34: Nusselt previsto e Nusselt simulado.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

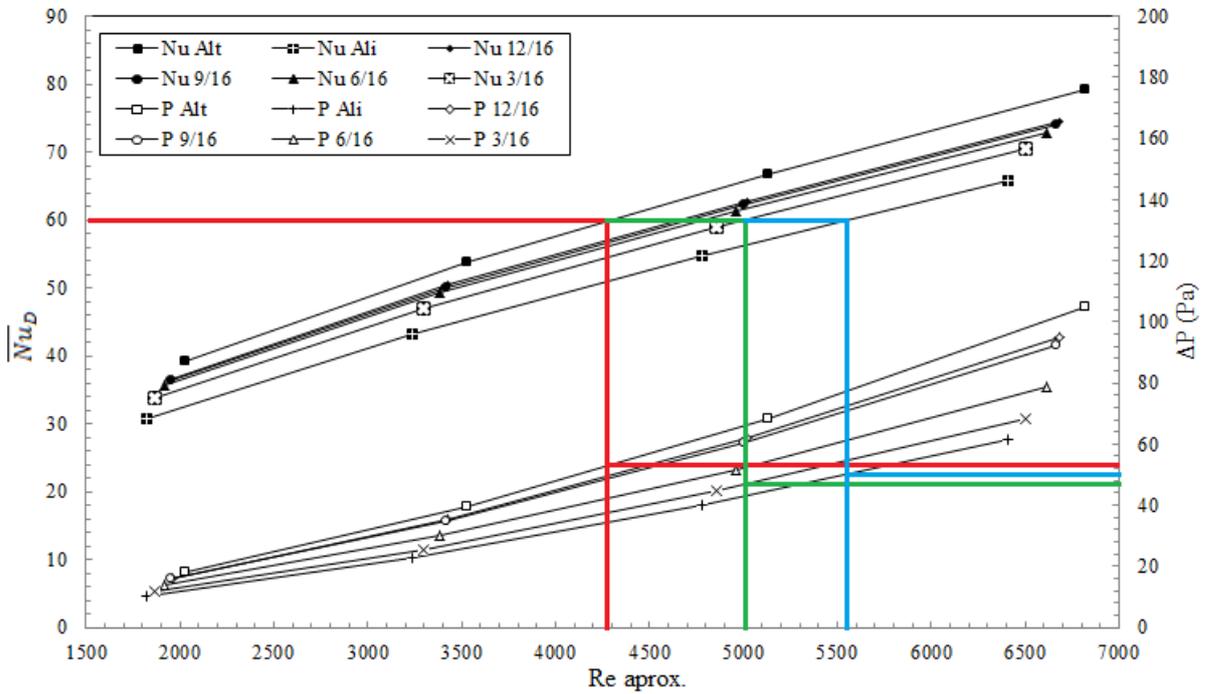
5.5 Análise energética da matriz trapezoidal

Conforme analisado anteriormente, o estudo da matriz trapezoidal expôs as características topológicas, perfis de propriedades, curvas de nível de propriedades, para que fosse possível realizar toda a análise do seu comportamento térmico e hidrodinâmico. Foi verificado que, determinados arranjos de tubos propiciam maior transferência de calor, porém uma maior perda de carga penaliza seu desempenho global. A energia gasta devido ao bombeamento do escoamento através da matriz acaba competindo com a sua capacidade de transferir calor. Dessa forma, nessa seção é proposta uma análise energética, ou seja, uma análise do desempenho térmico e hidrodinâmico das matrizes estudadas, relacionando a transferência de calor com a perda de carga. É importante destacar que análise semelhante foi apresentada no trabalho de Bender et al. (2016).

A análise consiste em determinar no momento do dimensionamento do trocador de calor o valor de Nusselt requerido para a aplicação. Uma vez determinado essa capacidade de transferência de calor, agora chamado de Nusselt requerido, é necessário determinar qual a perda de carga correspondente para os diferentes arranjos de matrizes de tubos. Dessa forma, estabelece-se uma relação entre um número de Nusselt requerido e a perda de carga correspondente para os diferentes arranjos de matrizes estudados. Conforme o exemplo da Figura 5.35, observa-se curvas do comportamento de Nusselt e da perda de carga para uma matriz de passos $PT=3$ e $PL=3$ para os arranjos de cilindros alternado, alinhado e os fatores trapezoidais $t/D = 3/16$, $t/D = 6/16$, $t/D = 9/16$ e $t/D = 12/16$.

Como exemplo dessa relação, supondo que o Nusselt requerido para uma determinada aplicação seja 60, por meio das curvas da Figura 5.35 é possível identificar qual a correspondente perda de carga relacionada a cada arranjo de matriz (linha vermelha: matriz alternada, linha azul: matriz alinhada, linha verde: matriz trapezoidal). É possível verificar que a menor perda de carga relacionada é para o caso da matriz trapezoidal $t/D = 3/16$ com $46Pa$, seguido pela alinhada com $50Pa$ e posteriormente a alternada com $54Pa$ (todos em valores aproximados). Com base neste aspecto, é desenvolvido um estudo onde o parâmetro de dimensionamento que restringe o projeto de uma matriz seja o número de Nusselt requerido, e a relação que o mesmo têm com a perda de carga nas diferentes matrizes e arranjos estudados até o momento.

Figura 5.35: Nusselt requerido para PT=3 e Pl=3.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

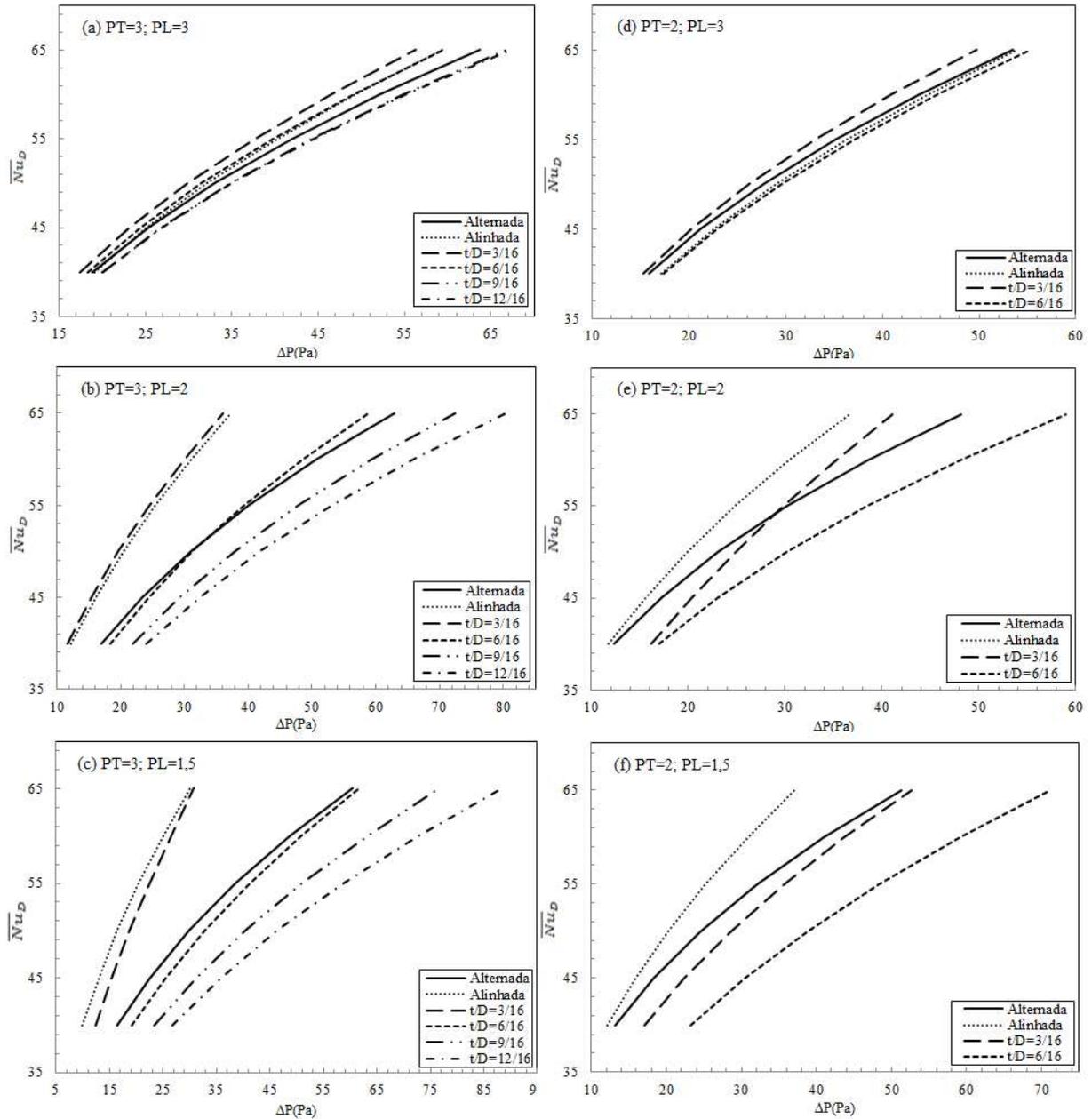
Uma relação entre o número de Nusselt e a perda de carga é expressa na Figura 5.36, onde todos os casos estudados neste trabalho estão relacionados. Na Figura 5.36 (a) têm-se o caso com os passos PT=3, PL=3 para as matrizes alternada, alinhada e trapezoidal nos seus quatro parâmetros $t/D = 3/16$, $t/D = 6/16$, $t/D = 9/16$ e $t/D = 12/16$. Nela é possível observar que a menor perda de carga associada a um mesmo Nusselt requerido é para a matriz trapezoidal com fator $t/D = 3/16$. Desse modo é obtida a confirmação do que foi constatado na Figura 5.35, onde o melhor desempenho hidrodinâmico está associado a transferência de calor para essa matriz. Ao mesmo tempo pode-se verificar que as demais matrizes possuem um desempenho hidrodinâmico mais reduzido em relação a trapezoidal $t/D = 3/16$.

Estendendo esta análise para as geometrias nos demais passos, verifica-se que os comportamentos para essa relação variam. A relação pode ser interpretada de forma que a curva com melhor desempenho no eixo de Nusselt seja a de consequente melhor desempenho na perda de carga. Dessa forma é analisada a sequência dos passos, a saber:

- Figura 5.36 (a): Nessa análise destaca-se a matriz com parâmetro $t/D = 3/16$ para toda faixa de perda de carga, seguida pelas demais matrizes;
- Figura 5.36 (b): O destaque deste caso mantém se para a matriz $t/D = 3/16$ para toda faixa de perda de carga, seguida bem próxima pela matriz alinhada;

- Figura 5.36 (c): A matriz alinhada domina este caso seguida pelas demais matrizes.
- Figura 5.36 (d): Novamente a matriz $t/D = 3/16$ supera todas demais para esta análise;
- Figura 5.36 (e): Nesta análise a matriz alinhada destaca-se novamente sobre todas as demais matrizes, seguida pela matriz $t/D = 3/16$ e alternada;
- Figura 5.36 (f): Neste caso o comportamento para as melhores matrizes com relação a Nusselt se mantém com a dominância da matriz alinhada. As matrizes trapezoidais possuem os desempenhos termo-hidráulicos menos favoráveis em relação as demais.

Figura 5.36: Nusselt requerido para todos os casos.

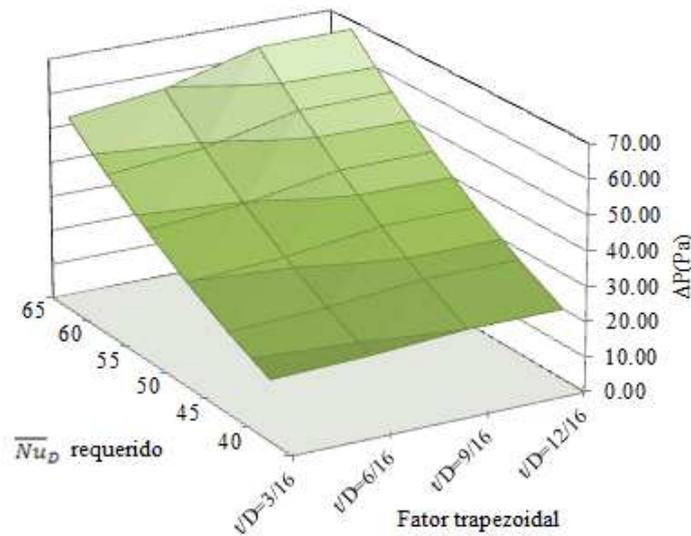


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Uma análise do comportamento do fator trapezoidal é realizada para determinar a influência do mesmo na análise do Nusselt requerido. Conforme Figura 5.37, a perda de carga aumenta conforme aumenta o Nusselt requerido para todos os casos. Os menores valores estão associados ao fator $t/D = 3/16$ e maiores valores para perda de carga são registrados para o fator $t/D = 12/16$. Dessa forma, torna-se evidente que os fatores trapezoidais que apresentavam uma alta transferência de calor na análise de Nusselt (ver Figura 5.23), o fazem com uma penalização elevada na perda de carga, tornando-os menos atrativos na sua aplicação quando correlacionados através dessa nova análise. Da mesma

forma os fatores menores para a geometria trapezoidal, para essa análise acabam se tornando as melhores opções de escolha de matriz, apresentando redução média de 14,73% no incremento de perda de carga.

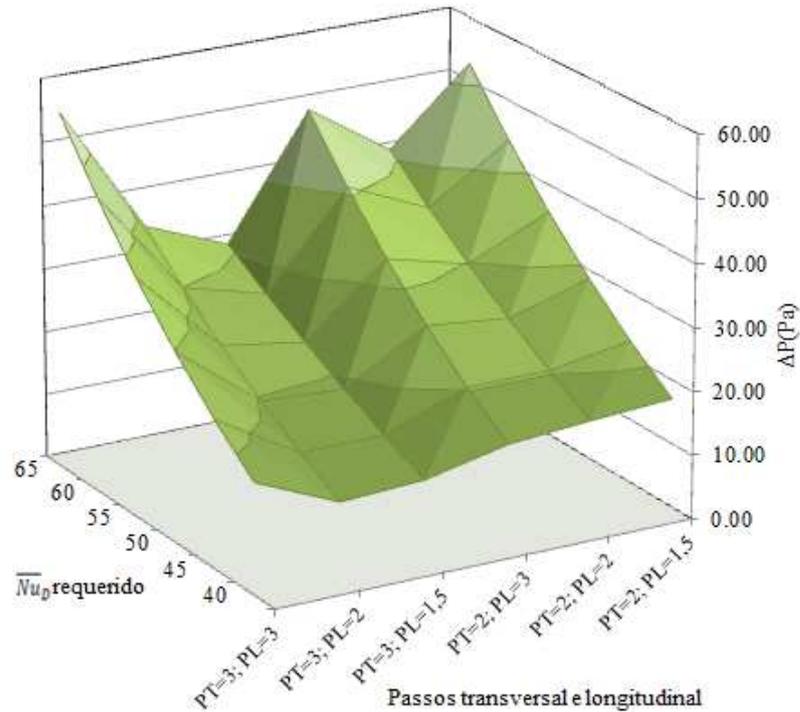
Figura 5.37: Incremento de perda de carga e Nusselt requerido como função do fator trapezoidal.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Uma outra análise foi realizada necessária para verificar a influência dos passos transversal e longitudinal na análise do Nusselt requerido na presença do fator trapezoidal, conforme Figura 5.38. Para tal, a matriz com fator trapezoidal $t/D = 3/16$ foi escolhida para análise devido seus resultados apresentarem o menor incremento de perda de carga dentre os fatores trapezoidais. Verifica-se que uma região de baixo Nusselt requerido possui as menores perdas de carga que contempla todos os passos. Entretanto, para maiores valores de Nusselt requerido destaca-se o passo $PT=3 PL=1,5$ com a menor perda de carga associada. Matrizes afetadas mais severamente pela perda de carga compõem os passos $PT=3 PL=3$, $PT=2 PL=3$ e $PT=2 PL=1,5$. Dessa forma estabelece-se uma tendência para escolha de matrizes que apresentam características de fatores trapezoidais reduzidos, juntamente com maiores passos transversais e menores passos longitudinais.

Figura 5.38: Incremento de perda de carga e Nusselt requerido como função dos passos.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Até o momento as relações estabelecidas para o número de Nusselt requerido abrangem uma comparação direta das matrizes na Figura 5.36 e o modo como a matriz trapezoidal se comporta em relação ao fator trapezoidal e os passos transversal e longitudinal (ver Figuras 5.37 e 5.38). A partir deste momento, pretende-se analisar as matrizes novamente pelo Nusselt requerido, relacionando o incremento de perda de carga numa comparação entre as matrizes de cada passo.

Os resultados apresentados na Tabela 5.2 correspondem ao percentual de incremento de perda de carga na comparação das matrizes trapezoidais com as matrizes alinhada e alternada. Nota-se que toda a faixa de Nusselt requerido concentra reduções na perda de carga para o fator trapezoidal $t/D = 3/16$. Reduções significativas são alcançadas para Nusselt requerido 40 na comparação à matriz alinhada com 8,54%. Por outro lado, em comparação a matriz alternada são alcançadas reduções de 11,52% para Nusselt requerido 65. O fator trapezoidal $t/D = 6/16$ também concentra reduções na perda de carga, já para as demais matrizes são registrados aumentos na perda de carga.

Tabela 5.2: Perda de carga para Nusselt requerido.

PT=3; PL=3	t/D=12/16		t/D=9/16		t/D=6/16		t/D=3/16	
Nu Requerido	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt
40	4,89	5,97	4,89	5,97	-3,95	-2,96	-8,54	-7,59
45	6,89	5,95	6,69	5,75	-2,97	-3,82	-7,75	-8,56
50	8,70	5,92	8,33	5,55	-2,07	-4,58	-7,04	-9,42
55	10,38	5,90	9,83	5,37	-1,26	-5,26	-6,39	-10,18
60	11,92	5,88	11,22	5,21	-0,51	-5,88	-5,79	-10,88
65	13,37	5,86	12,51	5,06	0,18	-6,45	-5,24	-11,52

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

É importante destacar que os demais passos transversal e longitudinal simulados, também estão relacionados de forma análoga e são apresentados nos Apêndices B.1, B.2, B.3, B.4 e B.5.

5.6 Análise com base na segunda lei da termodinâmica

Como complemento do trabalho de análise do fator trapezoidal discutido em toda Seção 5.3, nesta seção a análise das simulações é baseada na segunda lei da termodinâmica. Como o objetivo do novo modelo de matriz com o fator trapezoidal é o incremento de transferência de calor, tem-se em contrapartida um aumento das irreversibilidades. Baseado neste aspecto é aplicado o método de cálculo da geração de entropia (BEJAN, 1995), com o objetivo de avaliar os casos estudados e determinar o comportamento das geometrias na presença do fator trapezoidal, a influência dos passos na presença do fator trapezoidal e determinar as geometrias que mais se destacam em cada passo.

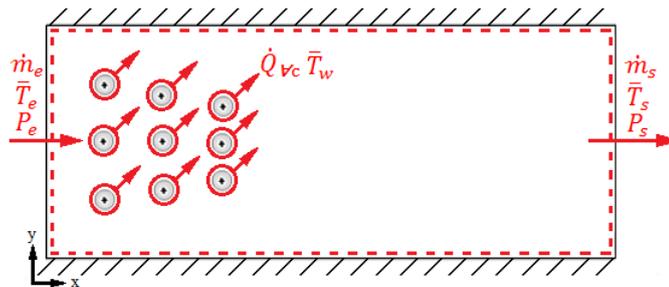
5.6.1 Segunda lei para volume de controle

A segunda lei para volume de controle, em estado estacionário, para um gás ideal pode ser escrita na forma (WYLEN et al., 1998):

$$\underbrace{\dot{S}_{ger}}_{\text{Taxa de geração de entropia}} = \underbrace{\dot{m}C_p \left(\ln \frac{T_s}{T_e} - \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \ln \frac{P_s}{P_e} \right)}_{\text{Taxa de variação de entropia devido ao escoamento}} - \underbrace{\sum \frac{\dot{Q}_{vc}}{\bar{T}_w}}_{\text{Taxa de variação de entropia devido a troca de calor}}, \quad (5.11)$$

onde \dot{m} é a vazão mássica do fluido, C_p é o calor específico a pressão constante, T_s é a temperatura média de saída, T_e a temperatura média de entrada, $\gamma = C_p/C_v$ com C_v o calor específico a volume constante, P_s pressão termodinâmica absoluta na saída, P_e pressão termodinâmica absoluta na entrada, R é a constante de gás ideal, \dot{Q} é o fluxo de calor em cada cilindro, \bar{T}_w é a temperatura média na superfície de cada cilindro. O volume de controle apresentado na Figura 5.39 representa o fluido que escoar, ilustrando as fronteiras do domínio. A demonstração da Equação 5.11 pode ser consultada no Apêndice C.

Figura 5.39: Volume de controle.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

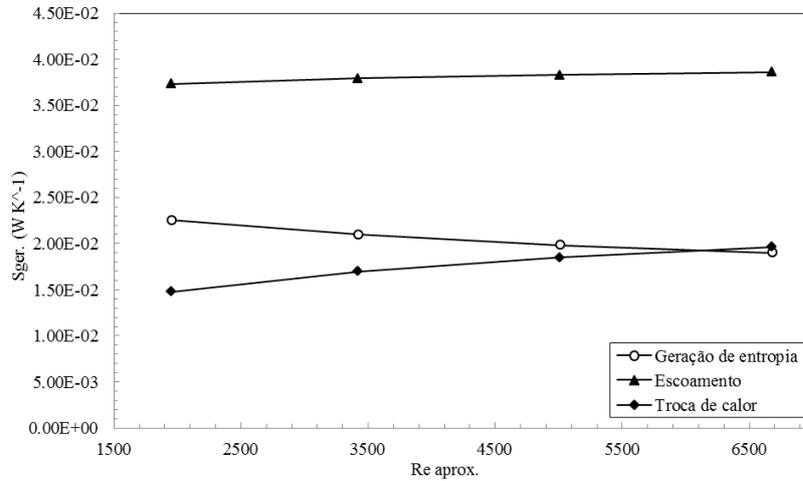
5.6.2 Taxa de geração de entropia

O presente trabalho trata do escoamento turbulento, o mesmo possui efeitos concorrentes sobre as irreversibilidades associadas à transferência de calor e do escoamento. A turbulência provoca uma homogeneização maior do fluido, diminuindo gradientes de temperatura e conseqüentemente a irreversibilidade proveniente da transferência de calor. Entretanto, a turbulência provoca um aumento na irreversibilidade associadas ao escoamento do fluido. Portanto estes efeitos concorrentes estão presentes no escoamento e são também o objeto de estudo (BEJAN, 1995).

Considere inicialmente a Figura 5.40, na qual a matriz trapezoidal de passos $PT=3$ e $PL=3$ com fator $t/D = 12/16$ é analisada. Destaca-se inicialmente que a geração de entropia diminui com o aumento do número de Reynolds, demonstrando um comportamento que exemplifica a presença de efeitos concorrentes no escoamento (BEJAN, 1995). Para comprovar esse resultado, observa-se que as parcelas que contribuem para o aumento da geração de entropia estão associadas ao escoamento, aumentando de forma tímida com o aumento do número de Reynolds. Já a parcela que contribui com a redução da geração de entropia está associada com o efeito da troca de calor, e aumenta de forma mais intensa que sua parcela concorrente. Conforme a Equação 5.11 a parcela responsável pela troca de calor entra subtraindo a parcela responsável pela geração de entropia devido o escoamento, fazendo dessa forma com que a geração de entropia do sistema diminua com o aumento do número de Reynolds. É importante salientar que uma análise similar é encontrada em (SABOYA, 2002), cuja função foi estudar o escoamento em dutos anulares pinados.

Esses comportamentos concorrentes indicam a possibilidade de um determinado número de Reynolds que indique um mínimo de geração de entropia. Como o objetivo desta seção do trabalho é a análise do comportamento das matrizes quanto a aplicação da segunda lei da termodinâmica, não será abordada a busca por essa situação ótima de operação da matriz, mas a sua comparação no sentido de determinar as matrizes mais eficientes do ponto de vista da segunda lei. Além do mais, a faixa de Reynolds em que todo o trabalho é abordado deve-se a valores comumente aplicados de forma real na maioria dos trocadores de calor segundo a literatura técnica (INCROPERA et al., 2007).

Figura 5.40: Contribuição das parcelas na geração de entropia do caso $t/D=12/16$.



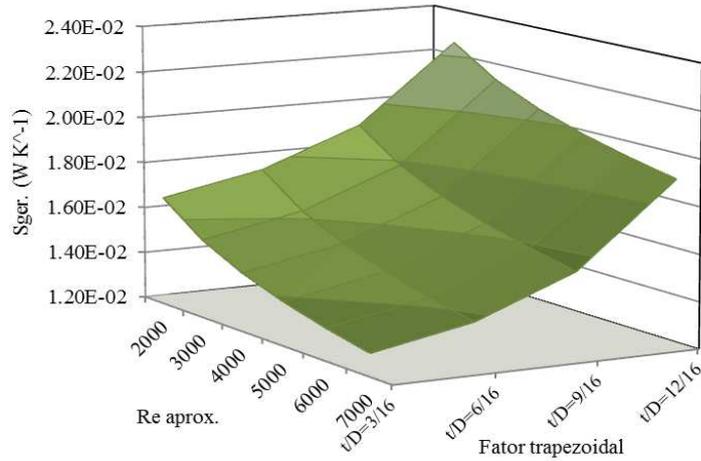
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

5.6.3 Influência do fator trapezoidal na geração de entropia

Como o foco do trabalho é a matriz trapezoidal, a Figura 5.41 apresenta a influência do fator trapezoidal na geração de entropia para uma matriz de passos $PT=3$ $PL=3$. Verifica-se que a geração de entropia diminui para todos os fatores trapezoidais conforme aumenta o número de Reynolds. As maiores irreversibilidades estão associadas ao fator trapezoidal $t/D = 12/16$, seguido pelo $t/D = 9/16$, $t/D = 6/16$ e por fim pelo $t/D = 3/16$. A situação mais desejável é a da menor geração de entropia e o fator que se destaca é o $t/D = 3/16$. Para identificar a característica do escoamento que influencia em maior intensidade nesse comportamento, faz-se necessário expressar as parcelas contribuintes na geração da entropia do sistema.

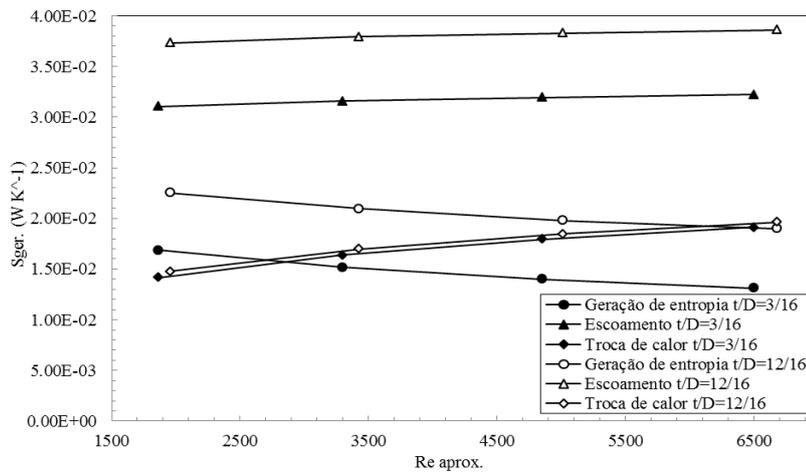
Para determinar as parcelas contribuintes na geração de entropia são avaliados os fatores trapezoidais extremos $t/D = 3/16$ e $t/D = 12/16$, conforme a Figura 5.42. A parcela que influencia de forma mais significativa para o aumento das irreversibilidades está associada ao escoamento. Uma redução média de 16,51% referente ao escoamento está associada ao fator trapezoidal $t/D = 3/16$ em relação ao $t/D = 12/16$. Já para a troca de calor a redução média atribuída ao fator $t/D = 3/16$ em relação ao $t/D = 12/16$, é da ordem de 5,34%. A redução na geração de entropia para o fator $t/D = 3/16$ é da ordem de 28,89%. Dessa forma, como demonstrado na Figura 5.25, a formação de recirculações menores associadas a redução do fator trapezoidal podem explicar tal comportamento. Já os maiores vórtices consomem mais energia do escoamento para sua formação, acarretando na maior irreversibilidade associada ao escoamento no sistema.

Figura 5.41: Influência do fator trapezoidal na de geração de entropia.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Figura 5.42: Contribuição das parcelas de geração de entropia em função do fator trapezoidal.

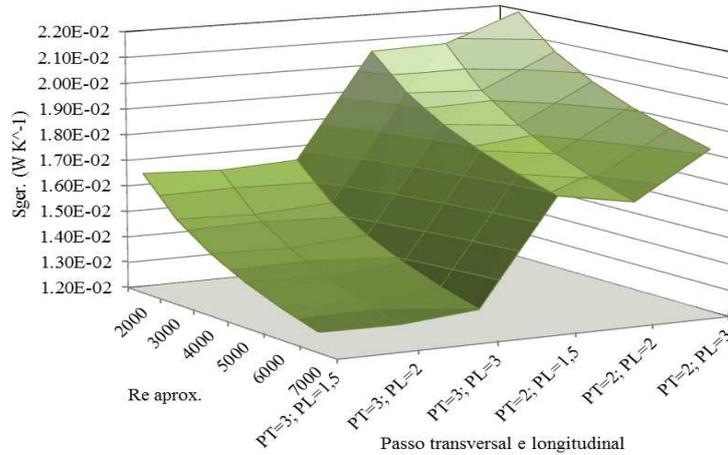


Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

5.6.4 Influência dos passos da matriz na geração de entropia

Na Figura 5.43 todos os passos apresentam o comportamento de diminuição da geração de entropia com o aumento do número de Reynolds. Também verifica-se que as menores irreversibilidades estão associadas ao passo $PT=3$ com pouca variação de seu passo longitudinal. Já as maiores irreversibilidades apresentam-se para os casos do passo $PT=2$, destacando-se o passo $PL=3$ com maior intensidade, seguido pelos passos $PL=1,5$ e $PL=2$. Para explicar o comportamento da geração da entropia sob influência do passo transversal, é necessário estudar como as parcelas contribuíram para tal fato.

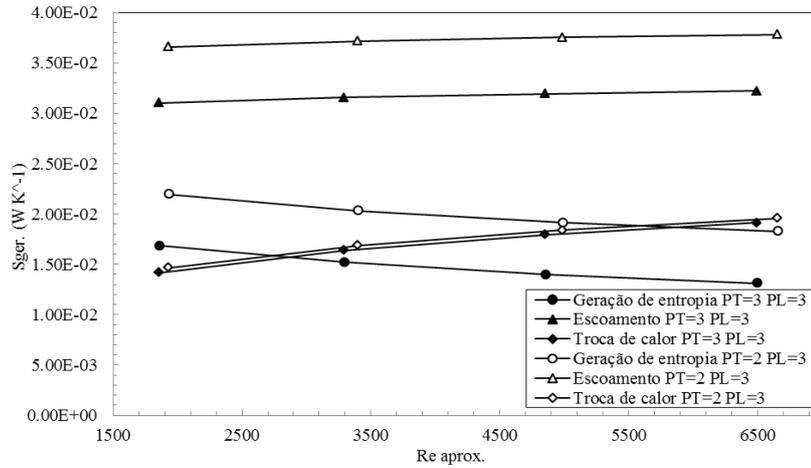
Figura 5.43: Influência dos passos na geração de entropia para $t/D=3/16$.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

De acordo com a Figura 5.44, observa-se a contribuição das parcelas responsáveis pela maior geração de entropia associada a aproximação transversal dos tubos sob efeito do fator trapezoidal $t/D = 3/16$. Nesta figura é possível identificar que a intensidade da geração de entropia é menor em toda faixa de Reynolds para o passo $PT=3$ em relação a $PT=2$, fato este já abordado na Figura 5.43. A parcela que possui a maior influência para esse comportamento é atribuída ao escoamento, com redução média de 14,98% para o passo $PT=3$ em relação ao $PT=2$, já para a troca de calor a redução média é de 4,20% respectivamente. Desse modo, a formação das grandes zonas de recirculação apresentadas na Figura 5.31, referentes ao passo $PT=2$, são as responsáveis por essa maior irreversibilidade do sistema, consumindo a energia do escoamento para formação dos vórtices. A redução média da geração de entropia associada ao passo $PT=3$ em relação ao passo $PT=2$ é da ordem de 26,39%.

Figura 5.44: Contribuição das parcelas de geração de entropia nos passos.



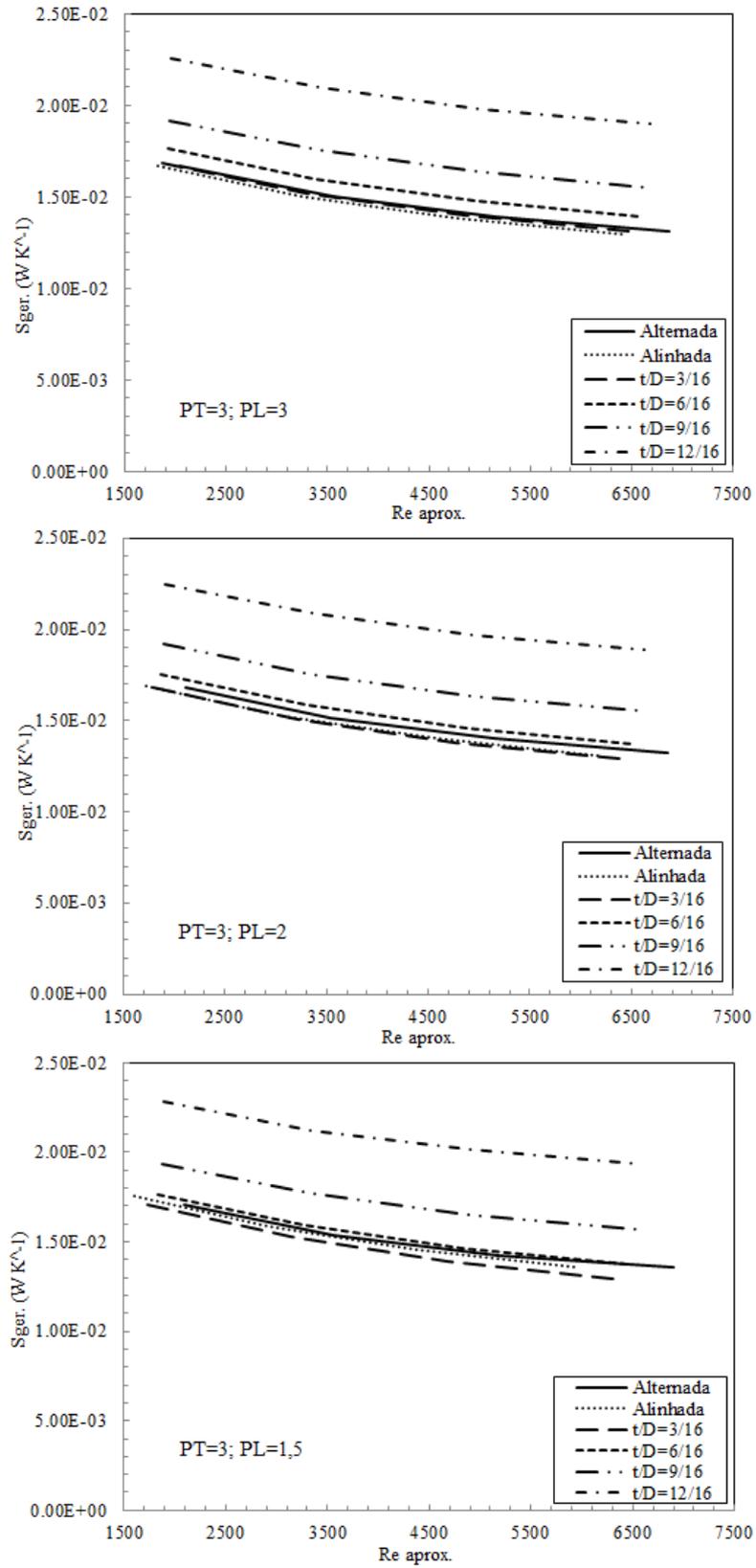
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

5.6.5 Geração de entropia para todos os casos

Até este momento foi analisada a influência do fator trapezoidal na geração de entropia, de forma que fatores trapezoidais menores respondem com menores irreversibilidades. Do mesmo modo a análise apontou para uma diminuição na geração de entropia para passos transversais maiores. A partir deste momento, será avaliado o comportamento de cada matriz na geração de entropia, determinando-se os melhores resultados dentro de cada passo. A análise está dividida em dois grupos principais que comportam os passos PT=3 e PT=2, respectivamente.

Analisando os casos de passo PT=3 através da Figura 5.45, nota-se que para o passo PL=3 a matriz alinhada possui os menores níveis de geração de entropia, seguido muito próximo pela trapezoidal $t/D = 3/16$ e pela alternada. As demais matrizes não se destacam e apresentam valores superiores. A medida que o passo longitudinal diminui para PL=2, é possível notar que as matrizes alinhada e trapezoidal $t/D = 3/16$ estão em níveis similares de geração de entropia, e destacam-se frente as demais com os menores valores. Em situação similar, mas com níveis maiores seguem as matrizes alternada e trapezoidal $t/D = 6/16$. No menor passo longitudinal PL=1,5, nota-se que a matriz trapezoidal $t/D = 3/16$ destaca-se com os menores níveis de geração de entropia. Na sequência seguem as matrizes alinhada, alternada e trapezoidal $t/D = 6/16$. Dessa forma é possível concluir que os menores passos longitudinais favorecem as matrizes de fatores trapezoidais reduzidos na menor geração de entropia, destacando-se a de fator $t/D = 3/16$ para o passo PL=2 e PL=1,5. Entretanto, os maiores fatores trapezoidais apresentam níveis muito superiores de geração de entropia, como já identificado na Figura 5.42.

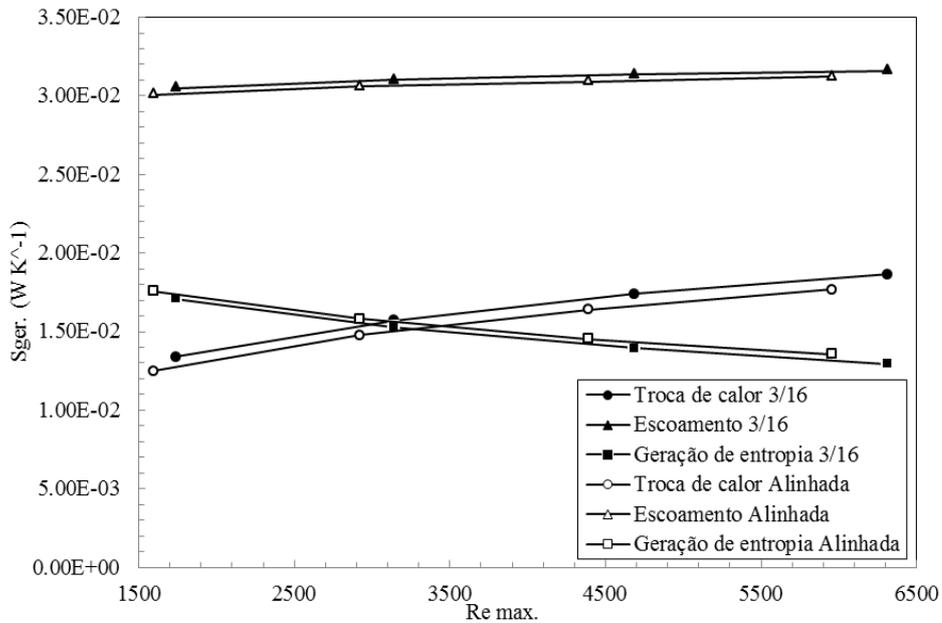
Figura 5.45: Geração de entropia para o caso PT=3.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Um caso específico que se destacou no grupo de passo $PT=3$ $PL=1,5$, foi a matriz trapezoidal $t/D = 3/16$ com a menor geração de entropia entre os analisados. Afim de identificar as parcelas responsáveis por esse comportamento, são relacionandos os resultados do fator $t/D = 3/16$ com a matriz alinhada. Nota-se um aumento médio de 5,60% na geração de entropia associado a troca de calor da matriz trapezoidal $t/D = 3/16$ em relação a alinhada. A parcela do escoamento contribuiu com um aumento médio de 1,15%. Esse aumento na contribuição da parcela da troca de calor em relação a parcela do escoamento, resulta na redução da geração de entropia em 2,32% para o fator $t/D = 3/16$ em relação a matriz alinhada. Dessa forma, o menor fator trapezoidal contribuiu com uma menor irreversibilidade associada ao escoamento, ao mesmo tempo com um aumento da contribuição pela troca de calor.

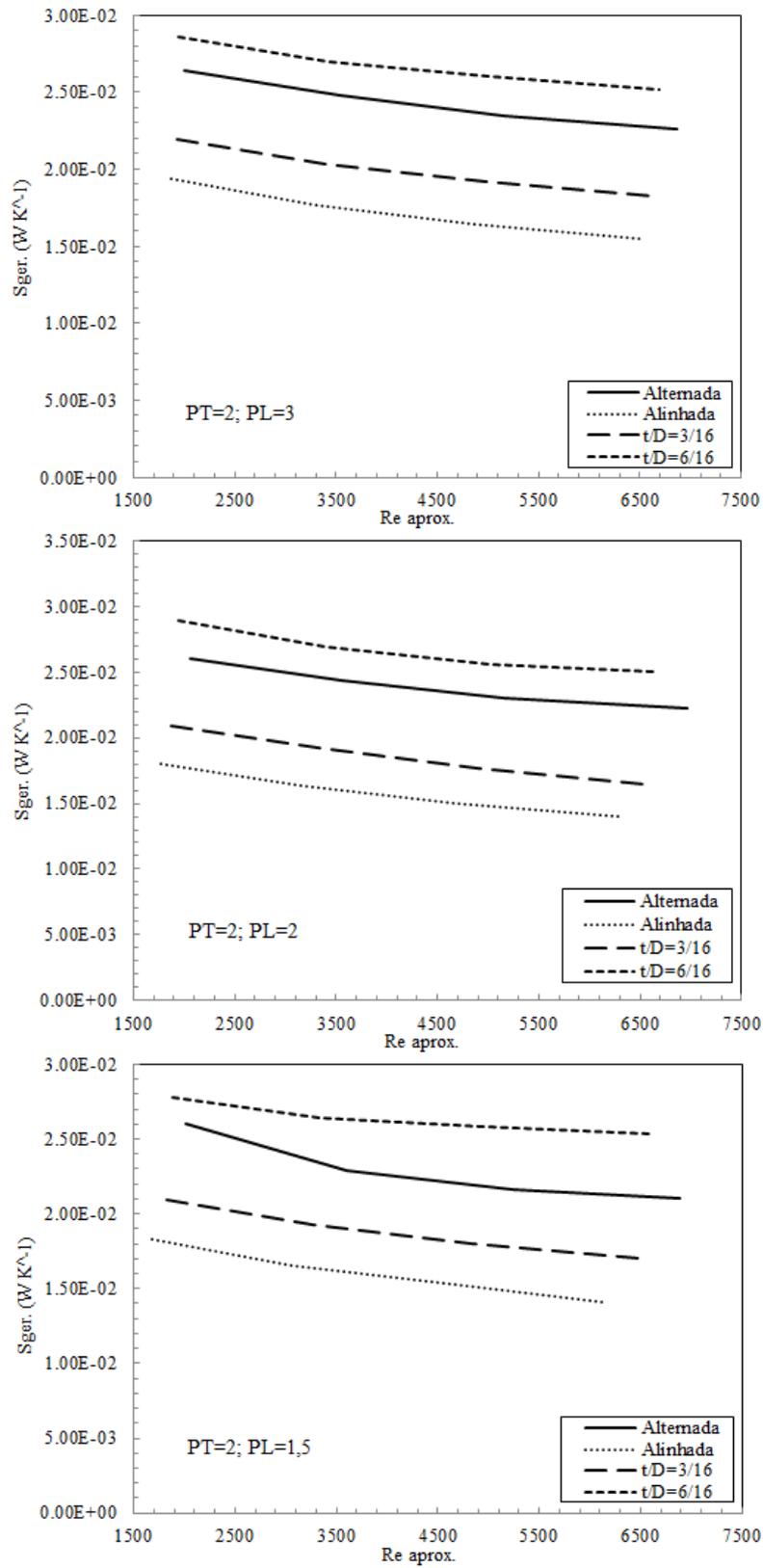
Figura 5.46: Contribuição das parcelas de Geração de entropia para matriz trapezoidal e alinhada.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Com relação a análise para os casos de passo $PT=2$, através da Figura 5.47, nota-se que a matriz alinhada se destaca com os menores níveis de geração de entropia para o passo $PL=3$, seguida pela matriz trapezoidal $t/D = 3/16$, alternada e $t/D = 6/16$ na sequência. Esse comportamento se repete para os demais passos $PL=2$ e $PL=1,5$. Dessa forma comprova-se que reduções no passo transversal não são benéficas para a matriz trapezoidal, devido as grandes irreversibilidades provocadas pelo escoamento conforme identificado na Figura 5.44. Entretanto, a matriz trapezoidal $t/D = 3/16$ destaca-se da matriz alternada com menores níveis de geração de entropia, e estabelece sua superioridade em relação a mesma para os três passos longitudinais desse grupo.

Figura 5.47: Geração de entropia para o caso PT=2.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Conclusões e perspectivas futuras

A metodologia numérica utilizada para determinar o coeficiente de transferência de calor convectivo e perda de carga em matrizes de diferentes arranjos foi validada. Os resultados obtidos com o modelo de turbulência SST para as clássicas geometrias alinhada e alternada de matriz de tubos tem boa concordância com a literatura, inclusive com a verificação experimental tanto para o número de Nusselt bem como para a perda de carga.

A nova geometria trapezoidal de nove tubos, proposta para o presente trabalho, incorpora um novo fator chamado trapezoidal t/D . Seu desempenho térmico foi analisado e os principais resultados apontam para um comportamento intermediário entre as clássicas matrizes alinhada e alternada. O aumento médio no número de Nusselt é de 11,94% em relação à matriz alinhada e uma redução de 4,85% em relação à matriz alternada. Entretanto, há uma relação direta do aumento da transferência de calor com o aumento do fator trapezoidal e do número de Reynolds. O fator trapezoidal é o principal responsável por esse comportamento, aumentando a energia cinética do fluido ao cruzar a matriz de tubos. O desempenho hidráulico também foi analisado, detectando que a perda de carga também possui tendência intermediária às clássicas geometrias de arranjos, relacionando-se de forma direta com o aumento do fator trapezoidal e aumento do número de Reynolds. Os principais resultados apontam para uma redução média na perda de carga de 6,80% para a matriz alternada e um aumento médio de 76,62% para a matriz alinhada. A principal causa desse comportamento deve-se ao aumento do afinilamento da matriz trapezoidal para maiores fatores t/D , gerando recirculações maiores a jusante da última coluna de tubos.

A influência dos passos (transversal e longitudinal) na presença do fator trapezoidal t/D também foi estudada. Os resultados apontam para a influência mais significativa da redução do passo transversal com o aumento da transferência de calor. Um aumento médio de 3,94% no número de Nusselt é apontado para redução do passo $PT=3$ para $PT=2$ no caso de passo $PL=1,5$. A principal causa desse comportamento é atribuída a energia cinética turbulenta produzida pelo escoamento ao cruzar as fileiras de tubos. O passo longitudinal não obteve destaque significativo. O aumento da perda de carga teve relação direta com a redução do passo transversal. Ao mesmo tempo, o passo $PT=2$

apresentou a maior perda de carga para o passo $PL=1,5$ com 29,79% na média. Verificou-se que o principal responsável por esse comportamento são os vórtices formados a jusante da matriz.

Uma nova equação para Nusselt médio foi proposta incluindo os efeitos do fator trapezoidal t/D . Os resultados numéricos foram colapsados para Nusselt médio com a correlação e o erro máximo situa-se na ordem de +1,15% a -0,78% com $R^2 = 0,9992$. Dessa forma a correlação clássica de Grimison é atualizada para levar em conta a ação da geometria trapezoidal.

A análise energética da matriz trapezoidal, dentro de cada arranjo, quanto ao passo transversal e longitudinal também foi estudada. Uma forma direta de relação da perda de carga com o número de Nusselt foi estabelecida. Essa relação direta define os incrementos de perda de carga com base em um número de Nusselt requerido. Na análise de todos os casos, o estudo indicou relação favorável para a matriz trapezoidal de fatores t/D reduzidos, e com grandes passos longitudinais e transversais. Todos os casos respondem com redução no incremento de perda de carga para menores números de Nusselt requerido. Para análise específica da matriz trapezoidal, os menores incrementos de perda de carga estão relacionados diretamente com menores fatores trapezoidais, com uma redução média percentual de 14,73%. Continuando na análise específica da matriz trapezoidal, os menores passos longitudinais dentro do grupo do passo $PT=3$ apresentam os menores incrementos de perda de carga. Já para o menor passo transversal, a redução nos incrementos de perda de carga ocorrem no passo $PL=2$.

A análise com base na segunda lei da termodinâmica foi realizada para todos os casos simulados. Os resultados apontam para relação direta na redução da geração de entropia com o aumento do número de Reynolds. Outra constatação é a relação de comportamentos concorrentes, da irreversibilidade gerada pela troca de calor com a gerada pelo escoamento, dessa forma, apontando para a menor geração de entropia em altos números de Reynolds. Outro fato é a relação direta da redução da geração de entropia em 28,89% para os menores fatores trapezoidais. Do mesmo modo, os maiores passos transversais influenciaram de forma mais significativa na redução da geração de entropia com 26,39%. A parcela mais significativa nesses resultados deve-se a irreversibilidade devido ao escoamento. O caso de maior destaque para a matriz trapezoidal com os passos $PT=3$ $PL=1,5$, com redução de 2,32% na geração de entropia em relação a matriz alinhada. Para esse caso, a parcela responsável por essa redução na geração de entropia foi a transferência de calor.

A análise energética da matriz trapezoidal e a análise com base na segunda lei apresentaram semelhanças com relação ao melhor desempenho dos fatores trapezoidais reduzidos, da mesma forma com alguns dos maiores passos transversais e longitudinais.

De forma geral, frente aos resultados apresentados no presente trabalho, a matriz trapezoidal apresenta grande potencial de aplicação em trocadores de calor de tubos. A introdução do fator trapezoidal na matriz alinhada representa uma alternativa no dimensionamento de trocadores de calor, em comparação as clássicas geometrias alinhada e alternada. Entretanto, algumas sugestões são pertinentes ao trabalho para que seja possível o prosseguimento do mesmo nessa linha de pesquisa, para geometrias alternativas de matrizes tubulares.

Como perspectivas futuras, alguns aspectos visualizados estimulam a sequência do presente trabalho, a saber:

- Mudar o sentido do escoamento para realizar o estudo das características da matriz na sua forma divergente com fator trapezoidal;
- Estudar uma maior quantidade de tubos para gerar uma equação para Nusselt médio mais abrangente, com uma curva de correção para menor quantidade de fileiras de tubos;
- Estender a análise bidimensional para o domínio tridimensional e estudar seu comportamento.
- Fazer uma análise em regime transiente da matriz trapezoidal empregando a metodologia numérica com abordagem URANS, LES;
- Utilizar de uma metodologia de otimização e encontrar o parâmetro t/D ótimo com a função objetivo baseada na taxa de geração de entropia;

Bibliografia

ANSYS, C. *15.0 Theory manual*, ANSYS. [S.l.]: Inc, 2015.

BEJAN, A. *Entropy generation minimization: the method of thermodynamic optimization of finite-size systems and finite-time processes*. [S.l.]: CRC press, 1995.

BENDER, A.; MEIER, A. M.; ZDANSKI, P. S. B. Investigação híbrida numérico-experimental de um arranjo trapezoidal de tubos imerso em escoamento turbulento. *10th ABCM Spring School on Transition and Turbulence*, ABCM, 2016.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à mecânica de fluidos*. [S.l.]: LTC, 2010.

GALARÇA, M. M.; CARDOSO, F. R.; RAZERA, A. L.; JR, I. C. A.; ISOLDI, L. A.; PORTE, A. F.; ROCHA, L. A. de O.; SANTOS, E. D. dos. Otimização geométrica de um arranjo triangular de cilindros submetido a escoamento laminar com convecção forçada. *Scientia Plena*, v. 11, n. 2, 2015.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P.; BERGMAN, T. L. *Fundamentals of heat and mass transfer*. [S.l.]: J. Wiley & sons, 2007.

KADER, B. Temperature and concentration profiles in fully turbulent boundary layers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 24, n. 9, p. 1541–1544, 1981.

KAYS, W. M.; CRAWFORD, M. E.; WEIGAND, B. *Convective heat and mass transfer*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2012.

KHAN, W.; CULHAM, J.; YOVANOVICH, M. Convection heat transfer from tube banks in crossflow: Analytical approach. *International journal of heat and mass transfer*, Elsevier, v. 49, n. 25, p. 4831–4838, 2006.

KHAN, W. A.; CULHAM, R. J.; YOVANOVICH, M. M. Analytical model for convection heat transfer from tube banks. *Journal of thermophysics and heat transfer*, v. 20, n. 4, p. 720–727, 2006.

KOTCIOGLU, I.; CANSIZ, A.; KHALAJI, M. N. Experimental investigation for optimization of design parameters in a rectangular duct with plate-fins heat exchanger by taguchi method. *Applied Thermal Engineering*, Elsevier, v. 50, n. 1, p. 604–613, 2013.

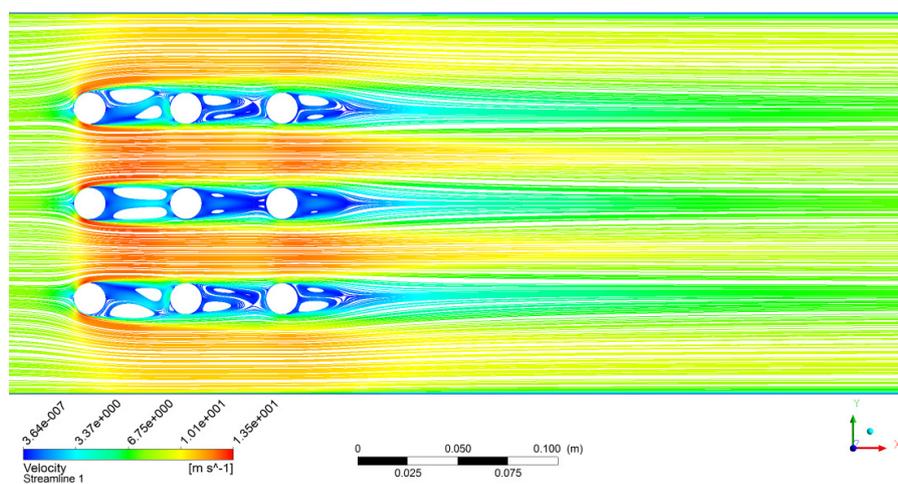
LAUNDER, B. E.; SPALDING, D. B. The numerical computation of turbulent flows. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, Elsevier, v. 3, n. 2, p. 269–289, 1974.

- MA, H.; OZTEKIN, D. E.; BAYRAKTAR, S.; YAYLA, S.; OZTEKIN, A. Computational fluid dynamics and heat transfer analysis for a novel heat exchanger. *Journal of Heat Transfer*, American Society of Mechanical Engineers, v. 137, n. 5, p. 051801, 2015.
- MALISKA, C. Computational heat transfer and fluid mechanics. *LTC, Rio de Janeiro*, 2004.
- MATOS, R.; VARGAS, J.; LAURSEN, T.; SABOYA, F. Optimization study and heat transfer comparison of staggered circular and elliptic tubes in forced convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 44, n. 20, p. 3953–3961, 2001.
- MATOS, R.; VARGAS, J.; LAURSEN, T.; BEJAN, A. Optimally staggered finned circular and elliptic tubes in forced convection. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 47, n. 6, p. 1347–1359, 2004.
- MENTER, F.; C., F. J.; ESCH, T.; KONNO, B. The sst turbulence model with improved wall treatment for heat transfer prediction in gas turbines. *International gas turbine congress*, GTSJ, 2003.
- MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994.
- PEDROTTI, V. A.; SOUZA, J. A.; SANTOS, E. D. d.; ISOLDI, L. A. Constructal design of a tubular array subjected to forced convection. *RETERM*, v. 14, n. 1, 2015.
- SABOYA, S. M. Análise baseada na segunda lei da termodinâmica da transferência de calor e do escoamento turbulento em dutos anulares pinados. *9th Brazilian congress of thermal engineering and sciences*, ABCM, 2002.
- SALVIANO, L. O.; DEZAN, D. J.; YANAGIHARA, J. I. Optimization of winglet-type vortex generator positions and angles in plate-fin compact heat exchanger: Response surface methodology and direct optimization. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 82, p. 373–387, 2015.
- SANTOS, E. D. d.; SILVA, F. d. M. V. d.; JUNIOR, I. C. A.; GALARÇA, M. M.; ISOLDI, L. A.; ROCHA, L. A. O. Numerical investigation of turbulent forced convective flows over a pair of circular cylinders. *RETERM*, v. 11, n. 1-2, 2012.
- SINHA, A.; CHATTOPADHYAY, H.; IYENGAR, A. K.; BISWAS, G. Enhancement of heat transfer in a fin-tube heat exchanger using rectangular winglet type vortex generators. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 101, p. 667–681, 2016.
- WEJKOWSKI, R. Heat transfer and pressure loss in combined tube banks with triple-finned tubes. *Heat Transfer Engineering*, Taylor & Francis, v. 37, n. 1, p. 45–52, 2016.
- WILCOX, D. C. Comparison of two-equation turbulence models for boundary layers with pressure gradient. *AIAA journal*, v. 31, n. 8, p. 1414–1421, 1993.
- WILCOX, D. C. et al. *Turbulence modeling for CFD*. [S.l.]: DCW industries La Canada, CA, 1998. v. 2.
- WU, X.-H.; YUAN, P.; LUO, Z.-M.; WANG, L.-X.; LU, Y.-L. Heat transfer and thermal resistance characteristics of fin with built-in interrupted delta winglet type. *Heat Transfer Engineering*, Taylor & Francis, v. 37, n. 2, p. 172–182, 2016.

- WYLEN, G. J. V.; SONNTAG, R. E.; CLAUS, B. *Fundamentos de termodinâmica*. [S.l.]: Blücher, 1998.
- ZDANSKI, P.; PAULI, D.; DAUNER, F. Effects of delta winglet vortex generators on flow of air over in-line tube bank: A new empirical correlation for heat transfer prediction. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, Elsevier, v. 67, p. 89–96, 2015.
- ZDANSKI, P. S.; JR, M. V.; GARGIONI, G. T. Convection heat transfer enhancement on recirculating flows in a backward facing step: The effects of a small square turbulence promoter. *Heat Transfer Engineering*, Taylor & Francis, v. 37, n. 2, p. 162–171, 2016.
- ZDANSKI, P. S. B.; DAUNER, F. A. L.; SILVA, M. J. da. Análise numérica do escoamento turbulento em matrizes tubulares com afunilamento. *IX Escola de primavera de transição de turbulência*, ABCM, 2014.
- ZHANG, G.-m.; LENG, X.-l.; ZHOU, N.-x.; SHI, Y.-p.; LI, L.-m. Flow and heat transfer characteristics around egg-shaped tube. *Journal of Hydrodynamics, Ser. B*, Elsevier, v. 27, n. 1, p. 76–84, 2015.
- ŽUKAUSKAS, A. Heat transfer from tubes in crossflow. *Advances in heat transfer*, Elsevier, v. 8, p. 93–160, 1972.
- ŽUKAUSKAS, A. Enhancement of forced convection heat transfer in viscous fluid flows. *International journal of heat and mass transfer*, Elsevier, v. 37, p. 207–212, 1994.
- ŽUKAUSKAS, A.; ULINSKAS, R. Efficiency parameters for heat transfer in tube banks. *Heat Transfer Engineering*, Taylor & Francis, v. 6, n. 1, p. 19–25, 1985.

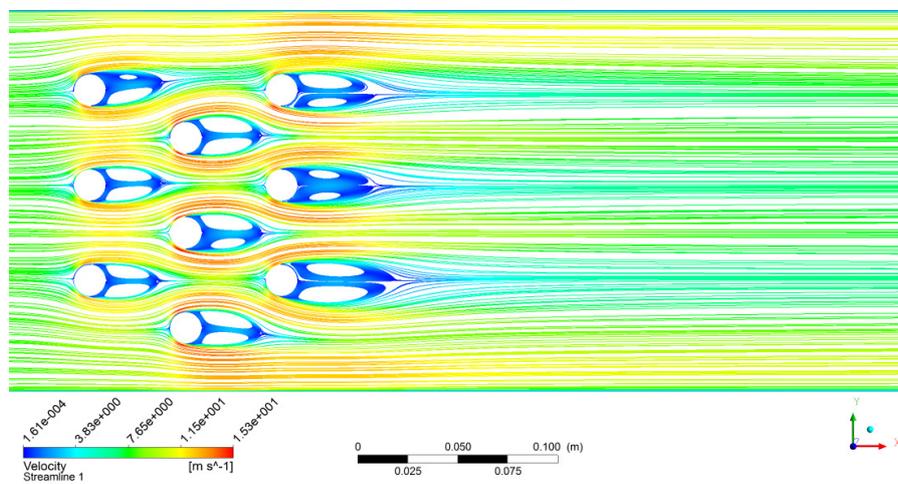
Apêndice A

Figura A.1: Linhas de corrente na matriz alinhada.



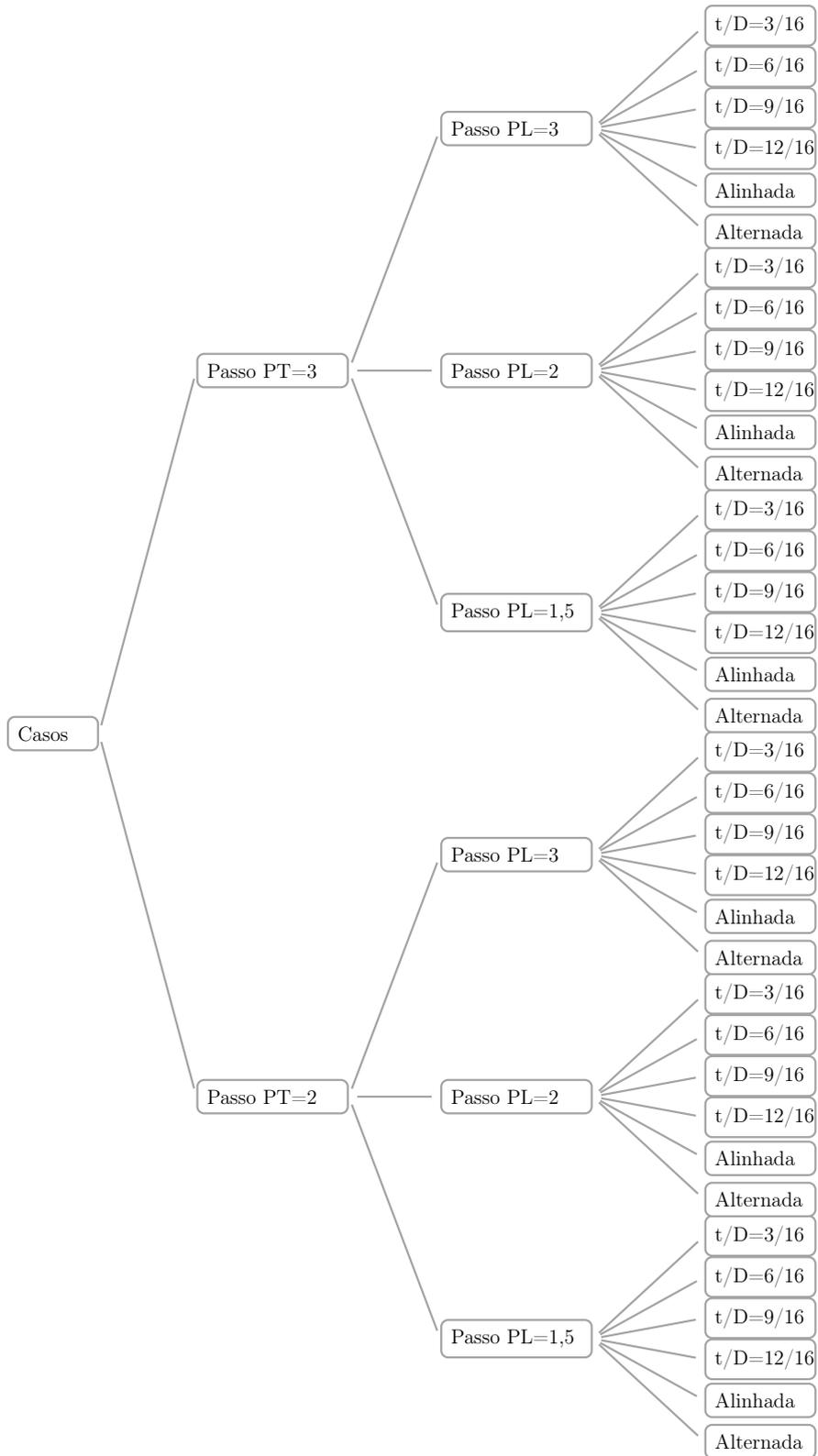
Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Figura A.2: Linhas de corrente na matriz alternada.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Figura A.3: Fluxograma de simulações.



Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Apêndice B

Tabelas

Tabela B.1: Perda de carga em função de Nusselt requerido.

PT=3; PL=2	t/D=12/16		t/D=9/16		t/D=6/16		t/D=3/16	
Nu Requerido	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt
40	96,69	41,26	78,67	28,32	49,91	7,66	-4,25	-31,23
45	100,99	37,86	82,20	24,97	51,68	4,04	-4,06	-34,20
50	104,91	34,88	85,41	22,04	53,28	0,89	-3,89	-36,74
55	108,53	32,24	88,37	19,46	54,75	-1,86	-3,74	-38,96
60	111,89	29,88	91,11	17,15	56,09	-4,32	-3,60	-40,91
65	115,02	27,75	93,67	15,06	57,35	-6,52	-3,48	-42,65

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Tabela B.2: Perda de carga em função de Nusselt requerido.

PT=3; PL=1,5	t/D=12/16		t/D=9/16		t/D=6/16		t/D=3/16	
Nu Requerido	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt
40	169,43	63,24	135,71	42,81	93,07	16,97	24,70	-24,45
45	175,35	59,05	140,33	38,82	95,92	13,17	18,89	-31,33
50	180,75	55,39	144,53	35,35	98,50	9,87	13,92	-36,95
55	185,73	52,16	148,40	32,28	100,87	6,97	9,60	-41,63
60	190,35	49,27	151,98	29,54	103,05	4,39	5,80	-45,61
65	194,67	46,66	155,33	27,08	105,08	2,07	2,43	-49,02

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Tabela B.3: Perda de carga em função de Nusselt requerido.

PT=2; PL=3	t/D=6/16		t/D=3/16	
Nu Requerido	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt
40	1,17	9,68	-11,24	-3,78
45	1,48	8,12	-10,42	-4,56
50	1,76	6,74	-9,68	-5,26
55	2,01	5,50	-9,01	-5,89
60	2,24	4,39	-8,39	-6,46
65	2,45	3,37	-7,81	-6,98

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Tabela B.4: Perda de carga em função de Nusselt requerido.

PT=2; PL=2 Nu Requerido	t/D=6/16		t/D=3/16	
	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt
40	44,04	37,75	37,36	31,37
45	47,92	33,83	30,72	18,27
50	51,48	30,41	25,06	7,66
55	54,78	27,39	20,14	-1,11
60	57,85	24,70	15,83	-8,50
65	60,73	22,27	11,99	-14,80

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Tabela B.5: Perda de carga em função de Nusselt requerido.

PT=2; PL=1,5 Nu Requerido	t/D=6/16		t/D=3/16	
	% Ali	% Alt	% Ali	% Alt
40	91,73	76,70	40,96	29,91
45	91,71	66,64	41,15	22,69
50	91,69	58,12	41,32	16,58
55	91,67	50,79	41,48	11,31
60	91,65	44,40	41,62	6,70
65	91,64	38,75	41,75	2,64

Fonte: produção do próprio autor, 2016 .

Apêndice C

Segunda lei para volume de controle

A segunda lei para volume de controle da Figura 5.39 pode ser escrita na forma:

$$\frac{dS_{\forall c}}{dt} = \sum \dot{m}_e s_e - \sum \dot{m}_s s_s + \sum \frac{\dot{Q}_{\forall c}}{\bar{T}_w} + \dot{S}_{ger}, \quad (\text{C. 1})$$

onde: $\frac{dS_{\forall c}}{dt}$ é o termo transiente, \dot{m} é a vazão mássica do fluido, s é a entropia específica, \dot{Q} é o fluxo de calor, \bar{T}_w é a temperatura média da superfície dos cilindros e \dot{S}_{ger} é a taxa de geração de entropia. Para o caso estacionário temos:

$$\frac{dS_{\forall c}}{dt} = 0, \quad (\text{C. 2})$$

portanto a Equação C. 1 resulta em:

$$\dot{S}_{ger} = \underbrace{\sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e}_{\dot{m}(s_s - s_e)} - \sum \frac{\dot{Q}_{\forall c}}{\bar{T}_w}. \quad (\text{C. 3})$$

Para a utilização da Equação C. 3, o termo da variação de entropia devido escoamento $\dot{m}(s_s - s_e)$ deve ser definido.

Da definição da Entropia (WYLEN et al., 1998) têm-se:

$$dS = \left(\frac{\partial Q}{T} \right)_{rev}, \quad (\text{C. 4})$$

e rearranjando obtém-se:

$$\partial Q_{rev} = T dS. \quad (\text{C. 5})$$

Considerando o balanço de energia no sistema fechado para a forma diferencial, que

contêm uma substância simples e sofre um processo reversível interno:

$$dU = \partial Q_{rev} - \partial W_{rev}. \quad (C. 6)$$

O trabalho na fronteira em um sistema fechado é:

$$\partial W_{rev} = PdV. \quad (C. 7)$$

Substituindo a Equação C. 5 e C. 7 em C. 6, obtém-se:

$$dU = TdS - PdV, \quad (C. 8)$$

e rearranjando tem-se:

$$TdS = dU + PdV, \quad (C. 9)$$

ou por unidade de massa:

$$Tds = du + Pdv. \quad (C. 10)$$

Da definição da entalpia tem-se:

$$h = u + Pv, \quad (C. 11)$$

tomando a sua forma diferencial:

$$dh = du + Pdv + vdP. \quad (C. 12)$$

Substituindo a Equação C. 10 em C. 12 obtém-se:

$$dh = Tds + vdP, \quad (C. 13)$$

rearranjando:

$$Tds = dh - vdP. \quad (C. 14)$$

É necessário salientar que a Equação C. 14 foi obtida através de um processo internamente reversível, entretanto os resultados podem ser utilizados para processo reversível e irreversível enquanto a entropia é uma propriedade. A Equação C. 14 pode assumir a forma:

$$ds = \frac{dh}{T} - \frac{vdP}{T}. \quad (C. 15)$$

A variação da entropia durante um processo pode ser determinada pela integração da Equação C. 15 entre o estado inicial e final do processo em estado estacionário do volume de controle da Figura 5.39. Considerando o fluido de trabalho um gás ideal, algumas relações tornam-se necessárias como: $Pv = RT$, $dh = C_p dT$. As mesmas quando

substituídas na Equação C. 15 gera:

$$ds = C_p \frac{dT}{T} - \frac{RdP}{P}. \quad (\text{C. 16})$$

Integrando entre a entrada e saída do volume de controle tem-se:

$$\int_e^s ds = \int_e^s C_p \frac{dT}{T} - \int_e^s \frac{RdP}{P}, \quad (\text{C. 17})$$

chegamos finalmente na definição da variação da entropia por unidade de massa:

$$(s_s - s_e) = C_p \ln \frac{T_s}{T_e} - R \ln \frac{P_s}{P_e}, \quad (\text{C. 18})$$

rearranjando obtém-se:

$$\dot{m}(s_s - s_e) = \dot{m} \left(C_p \ln \frac{T_s}{T_e} - R \ln \frac{P_s}{P_e} \right), \quad (\text{C. 19})$$

onde T_s é a temperatura média de saída, T_e a temperatura média de entrada, P_s pressão termodinâmica absoluta na saída, P_e pressão termodinâmica absoluta na entrada, C_p é o calor específico a pressão constante e R é a constante de gás ideal.

Considerando as relações $R = C_p - C_v$ e $\gamma = C_p/C_v = 1,4$ para o ar, com C_v o calor específico a volume constante, substituídos na Equação C. 19 e em seguida substituindo na Equação C. 3 obtém-se:

$$\underbrace{\dot{S}_{ger}}_{\text{Taxa de geração de entropia}} = \underbrace{\dot{m} C_p \left(\ln \frac{T_s}{T_e} - \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right) \ln \frac{P_s}{P_e} \right)}_{\text{Taxa de variação de entropia devido ao escoamento}} - \underbrace{\sum \frac{\dot{Q}_{vc}}{\bar{T}_w}}_{\text{Taxa de variação de entropia devido a troca de calor}}. \quad (\text{C. 20})$$

A Equação C. 20 representa a taxa de geração de entropia para o volume de controle da Figura 5.39.