UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL – PROFMAT

JUCEMIR DA SILVA SOUZA

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA

JOINVILLE
2021

JUCEMIR DA SILVA SOUZA

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rogério de Aguiar
Coorientadora: Profª. Dra. Eliane Bihuna de Azevedo

JOINVILLE

2021

Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,

com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Souza, Jucemir da Silva
Metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas: proposta de uma sequência didática para o ensino do conceito de área / Jucemir da Silva Souza. -- 2021.
132 p.

Orientador: Rogério de Aguiar
Coorientadora: Eliane Bihuna de Azevedo
Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Joinville, 2021.

1. Sequência Didática. 2. Ensino Fundamental. 3. Metodologia de Resolução de Problemas. 4. Conceito de Área. I. Aguiar, Rogério de. II. Azevedo, Eliane Bihuna de . III. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional. IV. Titulo.

JUCEMIR DA SILVA SOUZA

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) no Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientador:

Prof. Dr. Rogério de Aguiar
CCT/UDESC

Membros:

Profª. Dra. Regina Helena Munhoz
CCT/UDESC

Profª. Dra. Janaína Poffo Possamai
FURB

Joinville, 24 de agosto de 2021.

Dedico este trabalho à minha família, por todo o apoio e ajuda.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela força, sabedoria e perseverança.

A minha família, em especial a minha esposa Angelita, pelo apoio e paciência durante toda essa longa jornada. Gratidão.

Aos meus orientadores, professores Rogério e Eliane, por toda ajuda, incentivo, paciência e compreensão nos momentos difíceis. Gratidão.

Aos professores do PROFMAT – UDESC, pelos ensinamentos e incentivos ao longo dessa trajetória. Gratidão.

Aos colegas do mestrado, que compartilharam momentos de alegria e tristeza durante essa caminhada, em especial ao Luiz e à Marciane, pelo companheirismo e pelas várias tardes de estudos. Gratidão.

A todos que de alguma maneira, direta ou indiretamente, ajudaram nesse trabalho. Gratidão.

“Não tenho vergonha de mudar de ideia, porque não tenho vergonha de pensar.”

Blaise Pascal

RESUMO

Este trabalho aborda o percurso metodológico e a pesquisa que teve por finalidade propor uma sequência didática para ensino do conceito e do cálculo de área por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas no sexto ano do Ensino Fundamental. Para tal, apresentam-se os fundamentos teóricos sobre a metodologia de resolução de problemas e sobre o conteúdo de áreas. Para a busca de trabalhos correlatos, foi realizado um mapeamento, no âmbito do PROFMAT e no catálogo da CAPES, de trabalhos relacionados à metodologia em questão aplicados aos anos finais do Ensino Fundamental. Por meio da pesquisa, elaborou-se um caderno pedagógico como produto educacional que contém uma sequência didática para o ensino do conceito de áreas para o sexto ano do ensino fundamental. No caderno pedagógico, também são fornecidas algumas informações ao professor na maneira de realizar os procedimentos práticos; é sugerida uma solução da atividade; é apresentado o modo de formalizar o conteúdo alvo; e, apresentam-se alguns problemas para a formalização de outros conteúdos do sexto ano do Ensino Fundamental de acordo com a metodologia pesquisada. Por fim, esse trabalho pode contribuir para que outros professores possam fazer uso da sequência didática e da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em suas aulas de Matemática.

Palavras-chaves: Sequência Didática. Ensino Fundamental. Metodologia de Resolução de Problemas. Conceito de Área.

ABSTRACT

This work approaches the methodologic procedure, and the research that had the purpose of suggesting a didactic sequency for teaching the concept and the calculus of area by means of the Mathematics Teaching-Learning-Evaluation Methodology through Problems Solving applied to the sixth year of Brazilian Elementary School. For that, the theoretical fundamentals about the methodology of Problems Solving, and the subject about areas are presented. To seek correlated works, a mapping was done under PROFMAT, and in the CAPES catalogue to look for related works that applied such a methodology applied to the last years of the Brazilian Elementary School. As result of that research, a pedagogical notebook was elaborated as educational product that has a didactic sequency to teach the concept of areas to the sixth year of the Brazilian Elementary School. Also, in the pedagogical notebook, more information is provided to the teacher about how to move on to the practical procedures, a possible way to solve the activity is suggested as well as a manner to formalize the target subject, and some problems used to formalize other subjects of Brazilian sixth year Elementary School are presented according to the researched methodology. At last, this current research may contribute to other Math teachers could apply the didactic sequency, and the Teaching-Learning-Evaluation Methodology of Mathematics through Problems Solving in their classes.

Keywords: Didactic Sequence. Elementary School. Problems Solving Methodology. Area Concept.

LISTAS DE QUADROS

LISTAS DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

No decorrer da história, sempre houve a necessidade de resolver problemas que envolviam desde cálculos matemáticos simples aos mais elaborados. No último século, no entanto, houve um acentuado desenvolvimento tecnológico em comparação com os períodos anteriores. Processo esse decorrente dos avanços na Química, na Física e nas Engenharias, as quais, por sua vez, puderam avançar em virtude dos progressos matemáticos. A fim de desenvolver a sociedade ainda mais, com novas tecnologias, demanda-se uma compreensão melhor da Matemática. Para Marcus Du Sautoy, um escritor, apresentador, colunista e professor de matemática da Universidade de Oxford, Inglaterra:

> A ferramenta mais poderosa que os homens criaram para navegar no selvagem e complexo mundo em que vivemos é a matemática. Desde predizer a trajetória de uma bola de futebol até o mapeamento da população de lemingues, de decifrar códigos até ganhar no jogo Banco Imobiliário, a matemática tem fornecido a linguagem secreta para decifrar os mistérios da natureza. (DU SAUTOY, 2003, p. 7)

Assim, percebe-se como é importante o conhecimento matemático para a compreensão e o desenvolvimento de nossa sociedade. Apesar de todo esse desenvolvimento tecnológico, percebe-se que as escolas não se desenvolveram nessa mesma velocidade, bem como a prática de ensino adotada. Nesse sentido, Brito (2017), em sua pesquisa, enfatiza que:

> Com o progresso humano e tecnológico que presenciamos em todas as camadas da sociedade, surge, entretanto, a necessidade de o ensino e a aprendizagem da Matemática serem realizados de modo que não cabe mais apenas ensinar regras e algoritmos e fixá-los por meio de extensas listas de exercícios; para adequar-se às mudanças, o ensino da Matemática precisa formar alunos pensantes e criativos. (BRITO, 2017, p. 25)

Essa maneira de ensinar em que o educador passa no quadro as regras e algoritmos de um determinado conteúdo era, e ainda é, usual por muitos professores de matemática, visto que seguem uma filosofia que afirma serem eles os agentes principais na aprendizagem, enquanto resta aos alunos serem meros coadjuvantes. Sobre esse processo de ensino e aprendizagem, Onuchic (2013, p. 89) discorre que é a mais presente nas salas de aula de Matemática, no qual “identifica ensino com transmissão de conhecimento, e aprendizagem com mera recepção de conteúdos.”

Essa constatação aparece também nos documentos oficiais, conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN):

> A prática mais frequente consiste em ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado. Para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas. (BRASIL, 1998, p. 40)

Sabe-se que as medidas quantificam grandezas do mundo físico de maneira a serem fundamentais para a compreensão da realidade; logo, se faz necessário ter uma boa compreensão dos conceitos de área e de cálculo de área. Durante minha trajetória profissional, atuando como professor de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental por mais de treze anos, percebo que, devido ao excesso de horas de trabalho e sem o tempo adequado para o planejamento das aulas, o tema que envolve as grandezas e medidas, mais especificamente sobre o conceito e o cálculo de áreas de polígonos, geralmente ficam restritos à aplicação de fórmulas, sem um desenvolvimento mais adequado.

Nesse sentido, Rodrigues (2014, p. 1), em sua pesquisa, também possuía essa percepção sobre o cálculo de área de polígonos nos anos finais do Ensino Fundamental ao afirmar que “[...] tal tema é abordado nos 6º e 9º Anos do Ensino Fundamental como um conjunto de fórmulas prontas que devem ser memorizadas e aplicadas exaustivamente na resolução de exercícios [...]”.

Dessa forma, percebe-se que, muitas vezes, o enfoque está apenas em mostrar mais um conteúdo para os alunos sem a devida preocupação em fazê-los aprender. Na pesquisa de Fernandes (2016, p. 64) relata-se que:

> O professor, ao se preocupar apenas com o conteúdo a ser ensinado para o aluno, desconsiderando sua capacidade de construir seu próprio conhecimento, normalmente, utiliza estratégias prontas e definidas, sem significado para ele. Assim, o aluno acaba por não aprender tais conteúdos, reproduzindo mecanicamente de acordo com a necessidade surgida.

A fim de buscar uma forma de mudar a abordagem tradicional do ensino de matemática na sala de aula, busquei conhecer a Metodologia de Ensino-

Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas[1], pois há autores, como Bastos (2013), que recomendam essa metodologia

> [...] como uma alternativa para os desafios enfrentados pelos educadores, como forma de melhorar o desempenho dos alunos e aumentar a sua motivação para aprender. Acredita-se que as atividades desenvolvidas através da Resolução de Problemas irão preparar melhor os nossos alunos para o mundo e para o mercado de trabalho, melhorando sua capacidade de pensar estrategicamente e a habilidade de comunicar suas ideias. (BASTOS, 2013, p. 48).

Nessa metodologia de ensino o problema, chamado de problema gerador, é o ponto de partida para construção de um novo conhecimento matemático, “colocando o aluno no centro das atividades de sala de aula de Matemática, sem prescindir do fundamental papel desempenhado pelo professor como organizador e mediador no decurso dessas atividades.” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 48).

De acordo com Onuchic (2008), essa metodologia “baseia-se na crença de que a razão mais importante para esse tipo de ensino é a de ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias dentro do trabalho feito em cada unidade temática.” (ONUCHIC, 2009, p. 208). Ainda, Onuchic e Allevato (2012) salientam que, numa sala de aula em que é utilizada Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas, não se deve descartar completamente as reformas de ensino anteriores, visto que se pode aproveitar o que havia de bom nelas.

De acordo com os PCNs um dos objetivos do Ensino Fundamental é “[...] questionar a realidade formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação.” (BRASIL, 1998, p. 8). A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) traz como uma das competências específicas da matemática para o ensino fundamental:

> Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p. 267)

---

[1] Em nossa dissertação, a escrita “resolução de problemas” se referirá ao ato de resolver um problema e, a escrita “Resolução de Problemas” estará se referindo à teoria Resolução de Problemas.

Além disso, ao convergir com vários aspectos da metodologia de ensino pesquisada, a BNCC esclarece que o Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento de:

> [...] competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 266)

Na perspectiva de o aluno ser o protagonista do próprio conhecimento, ele deve trabalhar de forma cooperativa e construtiva com os colegas, e não apenas ser um receptor de informações, fórmulas ou algoritmos. Para tanto, ele precisa utilizar os conhecimentos de matemática adquiridos nos anos anteriores com a finalidade de construir novos conceitos através da resolução de problemas. E, o papel do professor, deixa de ser um transmissor de conhecimento para mediador do conhecimento.

Diante do exposto, pelo entendimento de que a concepção de ensinar através da resolução de problemas pode trazer tantas contribuições para o ensino quanto para o aprendizado além de convergirem com as orientações apresentados nos documentos oficiais PCN's e em partes com a BNCC, a temática escolhida para esse trabalho de pesquisa foi a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, tendo como referencial teórico os trabalhos das professoras Onuchic e Allevato[2] e seus colaboradores.

Neste trabalho apresenta-se a síntese da pesquisa que teve como objetivo geral propor uma sequência didática para ensino do conceito e do cálculo de área, no sexto ano do Ensino Fundamental, por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Já, os objetivos específicos foram:

- Realizar uma pesquisa sobre a fundamentação teórica da metodologia de Resolução de Problemas;
- Efetuar a busca de trabalhos correlatos;
- Elaborar a sequência didática;

[2] As professoras Lourdes de La Rosa Onuchic e Norma S. G. Allevato são as referências nacionais em pesquisas relacionadas com a metodologia de Resolução de Problemas.

- Pesquisar, criar ou adaptar problemas geradores para o ensino de conceito de área;
- Pesquisar outros problemas geradores de conteúdos diversos em matemática para o sexto ano do Ensino Fundamental;
- Formular o produto educacional.

Este trabalho foi estruturado em cinco capítulos. O primeiro é esta Introdução, em que foi destacada a motivação desta pesquisa de mestrado, foi apresentado o objetivo e foi justificada a metodologia de ensino escolhida. No segundo capítulo, é apresentada a fundamentação teórica matemática sobre o conceito de área e sobre o cálculo de área de polígonos convexos. No terceiro, o embasamento teórico do tema é apresentado, bem como um mapeamento das pesquisas desenvolvidas de acordo com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas por meio de várias pesquisas de mestrado e doutorado desenvolvidas, sobretudo nos anos finais do Ensino Fundamental. No quarto capítulo, é apresentada a metodologia de pesquisa e é descrita a sequência didática proposta, o produto educacional, bem como as concepções na elaboração das atividades. Por fim, no quinto capítulo, serão feitas as considerações finais a respeito desta pesquisa.

2 CONCEITOS E DEFINIÇÕES SOBRE ÁREA DE POLÍGONOS

Neste capítulo, apresenta-se a fundamentação matemática necessária para a elaboração da sequência didática proposta de modo a definir o conceito de área e do cálculo de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos e trapézios, que são as figuras planas mais usuais nos anos finais do Ensino Fundamental.

Como fundamentação teórica matemática, seguem-se as definições propostas por Lima (2006) e por Muniz Neto (2013).

2.1 POLÍGONOS

Inicialmente, apresenta-se duas definições fundamentais: quando uma região do plano é convexa; e quando uma região é um polígono. Em relação a notação, um segmento com início em A e término em B é denotado por AB e sua medida por $\overline{AB}$. Além disso, a reta que passa por A e B será denotada por $\overleftrightarrow{AB}$.

Sejam $n \geq 3$ um número natural e $A_1, A_2, \dots, A_n$ pontos distintos do plano, onde três pontos consecutivos não são colineares, isto é, não pertencem a uma mesma reta. Chama-se linha poligonal a reunião dos segmentos A_1A_2, A_2A_3, ..., $A_{n-1}A_n$, A_nA_1. Se A_1 coincide A_n, então a linha poligonal é dita fechada. A região do plano delimitada por uma linha poligonal fechada é chamada de polígono. Os segmentos $\overleftrightarrow{A_\iota A_{\iota+1}}$, para $1 \leq i \leq n$, são chamados lados do polígono e os pontos A_i são chamados de vértices do polígono e a soma dos comprimentos dos lados do polígono é o perímetro dele. Estamos interessados apenas nos polígonos em que os únicos pontos comuns entre os lados são os vértices, ou seja, nos polígonos que não possuem auto interseção.

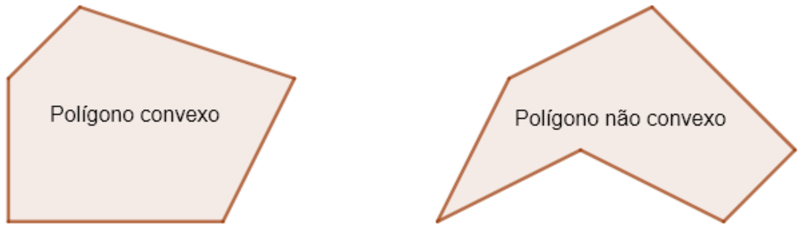
Uma região R do plano é convexa quando, para todos os pontos $A, B \in R$, tivermos $AB \subset R$. Caso contrário, diz-se que R é uma região não convexa. Um polígono convexo é um polígono que determina uma região convexa do plano. Na Figura 1, são retratados dois polígonos: um convexo, outro não convexo.

Em seguida, definem-se os polígonos convexos mais usados em sala de aula:

- Triângulo: polígono convexo com três lados.
- Quadrilátero: polígono convexo com quatro lados. Alguns quadriláteros podem ser classificados em paralelogramos e trapézios. Os paralelogramos possuem dois pares de lados opostos paralelos, e os retângulos, losangos

e quadrados são casos particulares de paralelogramos. Já os trapézios têm apenas um par de lados opostos paralelos.

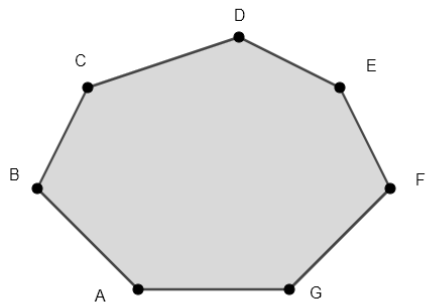
Figura 1: Polígono convexo e não convexo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Em geral, afirma-se que um polígono $A_1, A_2, \ldots, A_n$ é um n-ágono, em referência a seu número n $(n \geq 3)$ de lados (e de vértices). Assim, pentágono para n = 5, hexágono para n = 6, heptágono para n=7 (Figura 2). Ainda em relação a quantidade de lados, é costume nomear os vértices de um polígono por letras latinas maiúsculas distintas. Por exemplo, um quadrilátero será denotado por *ABCD* e, nesse caso, sempre é suposto que, salvo menção explícita e contrária, os lados são *AB*, *BC*, *CD*, *AD*.

Figura 2: Heptágono ABCDEFG.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

2.2 ÁREA DE POLÍGONOS

Segundo Lima (2006), a área de uma figura plana é a porção do plano ocupada por essa figura. Para determinar a medida da área de uma figura plana, compara-se ela com a unidade de área. Então, o resultado dessa comparação é um número que exprime quantas vezes essa figura contém essa unidade, ou seja, esse número é área dessa figura.

Assim, de acordo com Muniz Neto (2013), as seguintes propriedades são constatadas de modo geral:

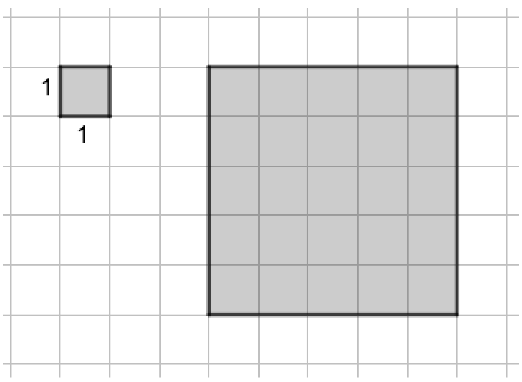
1. Polígonos congruentes possuem áreas iguais;
2. Um quadrado com lado unitário tem área igual a 1;
3. Se uma figura pode ser decomposta como a reunião de um número finito de polígonos, tais que dois quaisquer deles têm, em comum, no máximo alguns lados, então a área dessa figura é a soma das áreas dos polígonos;
4. Se um polígono circunscreve outro, então a área do polígono circunscrito é maior que a área do polígono inscrito nele.

2.2.1 ÁREA DO QUADRADO

O quadrado é o quadrilátero que tem os quatro lados com medidas iguais e os quatros ângulos retos. Convenientemente, define-se uma unidade de área como um quadrado de comprimento unitário, de maneira que esse polígono seja chamado de quadrado unitário.

Seja um quadrado Q, ao decompor esse quadrado, por meio de paralelas nos seus lados, em n quadrados justapostos, cada um deles com lado unitário, então a área do quadrado Q deve ser igual a n^2. Por exemplo, considere um quadrado de lado 5. Ele é decomposto em $5^2 = 25$ quadrados unitários, conforme ilustrado na Figura 3.

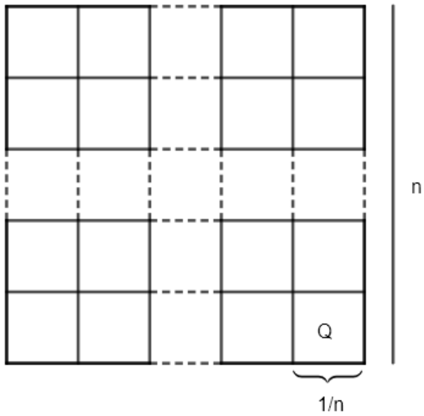
Figura 3: Quadrado de lado 5.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De modo análogo, se o quadrado Q com lados de medida $\frac{1}{n}$, tal que n é inteiro, então o quadrado unitário se decompõe, mediante paralelas aos seus lados, em n^2 quadrados justapostos, todos congruentes a Q. Estes n^2 quadrados congruentes a Q compõem um quadrado de área unitária, conforme mostrado na Figura 4.

Figura 4: Quadrado unitário divido em n quadrados de medida $\frac{1}{n}$.

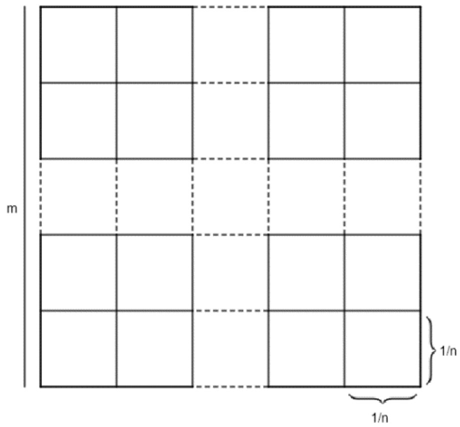


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Logo, a área de Q deve satisfazer à seguinte condição $\mathrm{n}^2 \times$ (área de Q) $=$ 1 e, portanto, a área de Q $= \frac{1}{n^2}$.

Tomamos agora, um quadrado Q que tem por medida o número racional $\frac{m}{n}$, então podemos decompor cada lado de Q em m segmentos, cada um dos segmentos tem comprimento $\frac{1}{n}$ (conforme Figura 5).

Figura 5: Quadrado Q decomposto em m segmento de comprimento $\frac{1}{n}$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Portanto, a área de cada um dos quadrados de lado $\frac{1}{n}$ é igual a $\frac{1}{n^2}$. Daí segue que a área de Q deve ser:

$$m^2 \times \left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{m^2}{n^2}$$

ou seja,

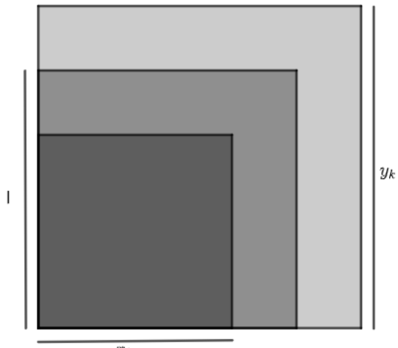
$$\text{área de Q} = \left(\frac{m}{n}\right)^2.$$

De acordo com os itens acima, sugere-se que a área de um quadrado de lado l deve ser igual a l^2, tal que l é um número real positivo. Todavia, para confirmar tal suposição, utiliza-se o seguinte argumento: para k natural, escolhem-se números racionais x_k e y_k tais que:

$$x_k < l < y_k \text{ e } y_k - x_k < \frac{1}{k}$$

Em seguida, constroem-se quadrados de lados x_k e y_k, o primeiro contido no quadrado dado e o segundo o contendo, conforme representado na Figura 6.

Figura 6: Quadrados de lados $x_k < l < y_k$.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como já se sabe calcular áreas de quadrados de lado racional, e como a terceira propriedade garante que a área A_l do quadrado de lado l deve satisfazer as desigualdades:

$$x_k^2 < A_l < y_k^2$$

Mas, como $x_k^2 < l^2 < y_k^2$, conclui-se que ambos os números A_l e l^2 devem pertencer ao intervalo (x_k^2, y_k^2), de maneira que:

$$
\begin{aligned}
|A_l - l^2| &< y_k^2 - x_k^2 = (y_k - x_k)(y_k + x_k) \\
&< \frac{1}{k}(y_k - x_k + 2x_k) \\
&< \frac{1}{k}\left(\frac{1}{k} + 2l\right)
\end{aligned}
$$

Logo:

$$|A_l - l^2| < \frac{1}{k}\left(\frac{1}{k} + 2l\right)$$

Ao aplicar o limite[3]:

$$\lim_{k \to \infty} \frac{1}{k}\left(\frac{1}{k} + 2l\right) = 0$$

E, assim,

$$|A_l - l^2| = 0$$

$$A_l = l^2$$

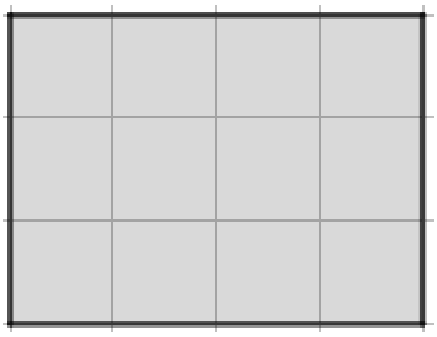
Portanto, um quadrado de lado l possui área igual a l^2.

2.2.2 ÁREA DO RETÂNGULO

Por meio de um argumento análogo ao do quadrado, será provado que a área de um retângulo de lados a e b possui área igual a ab.

Se os lados de um retângulo R têm lados medidas m e n, tal que sejam números naturais; então, mediante paralelas aos lados, pode-se decompor R em mn quadrados unitários de forma que deve possuir área de $R = mn$.

Figura 7: Um retângulo de lados 4 e 3 tem área 12.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

[3] Fonte: CUSTÓDIO, Alessandro Luis. **Cálculo de áreas de figuras planas e espaciais com aplicações ao ensino fundamental e médio**. 2015. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista – Rio Claro, 2015.

Agora, ao definir um retângulo com lados $a = \frac{m_1}{n_1}$ e $b = \frac{m_2}{n_2}$, com $n_1 n_2$ cópias dele e tal que m_1, m_2, n_1, n_2 são inteiros positivos. Monta-se um retângulo de lado m_1 e m_2, pode-se reescrever $a\ e\ b$, da seguinte maneira:

$$\frac{m_1 m_2}{n_1 n_2} = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_1}{n_1} = ab$$

Por fim, define-se um retângulo de lados a e b reais positivos, e, para *k* natural, racionais x_k, y_k, u_k, v_k tais que $x_k < a < y_k$, $u_k < b < v_k$ e $y_k - x_k, v_k - u_k \ < \frac{1}{k}$.

Sendo A a área do retângulo de lados a e b, um argumento análogo ao feito para quadrados garante que A e ab pertencem ambos ao intervalo $(u_k x_k, v_k y_k)$ e, então, para todo k natural, tem-se:

$$\begin{gathered} |A - ab| < v_k y_k - u_k x_k = (v_k - u_k) y_k + u_k (y_k - x_k) \\ < \frac{1}{k}(y_k + u_k) < \frac{1}{k}((y_k - x_k) + 2x_k + (v_k - u_k) + 2u_k) \\ < \frac{1}{k}\left(\frac{2}{k} + 2a + 2b\right) \end{gathered}$$

Logo:

$$|A - ab| < \frac{1}{k}\left(\frac{2}{k} + 2a + 2b\right)$$

Ao aplicar o limite:

$$\lim_{k \to \infty} \frac{1}{k}\left(\frac{2}{k} + 2a + 2b\right) = 0$$

E, assim,

$$|A - ab| = 0$$

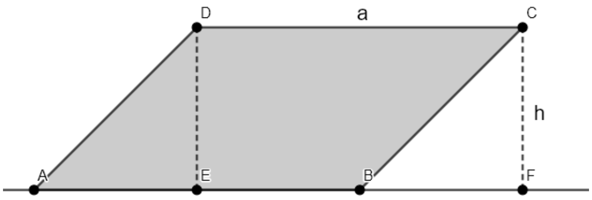
$$A = ab$$

Portanto, um retângulo de lados a e b tem área ab.

2.2.3 ÁREA DO PARALELOGRAMO

Sejam ABCD um paralelogramo e os pontos E e F respectivamente os pés das perpendiculares projetadas de D e C à reta $\overleftrightarrow{\mathrm{AB}}$. O segmento DE é chamado de altura (denotado por h) do paralelogramo (Figura 8).

Figura 8: Paralelogramo ABCD.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Pode-se verificar que os triângulos ADE e BCF são congruentes pelo caso (LAL) de modo que $\overline{AE} = \overline{BF}$ e, pela propriedade 1, tem-se que a área de ADE é igual a área de BCF (usa-se a notação A_{ADE}).

Assim,

$$A_{ABCD} = A_{ADE} + A_{BCDE}$$

Tal que:

$$A_{BCDE} = A_{CDEF} - A_{BCF}$$

Donde,

$$A_{ABCD} = A_{ADE} + A_{BCDE} = A_{ADE} + A_{CDEF} - A_{BCF}$$

Como,

$$A_{ADE} = A_{BCF}$$

Então,

$$A_{ABCD} = A_{CDEF}$$

Por outro lado, $CDEF$ é um retângulo de altura h e base a:

$$a = \overline{EF} = \overline{EB} + \overline{BF} = \overline{EB} + \overline{EA} = \overline{AB}$$

Logo, $A_{ABCD} = A_{CDEF} = ah$.

Portanto, área do paralelogramo cuja medida da base é a e a da altura é h é igual a ah.

2.2.4 ÁREA DO TRIÂNGULO

De modo análogo a área do paralelogramo, define-se a área de triângulos.

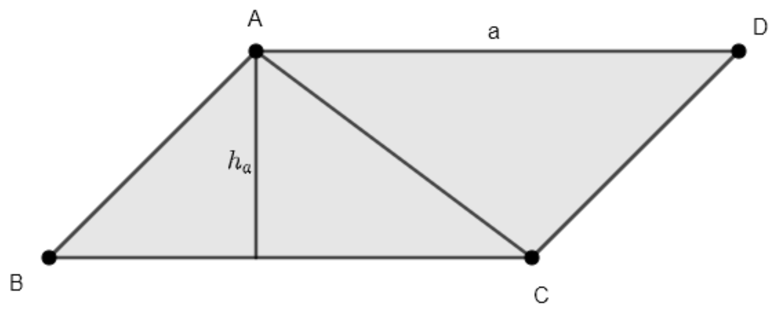
Assim, será provado que um triângulo *ABC* de lados $\overline{AB} = c$, $\overline{AC} = b$ e $\overline{BC} = a$, e alturas h_a, h_b e h_c respectivamente relativas aos lados a, b e c, possui área A_{ABC} igual a:

$$A_{ABC} = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}$$

Em particular, $ah_a = bh_b = ch_c$.

Seja $S = A_{ABCD}$ e D a interseção da paralela a $\overleftrightarrow{BC}$ por A com a paralela a $\overleftrightarrow{AB}$ por C, conforme Figura 9.

Figura 9: Triângulos ABC e ACD.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Então, ABC é congruente a CDA por (ALA), pois $B\hat{A}C = D\hat{A}C, AC$ é lado comum e $B\hat{C}A = D\hat{A}C$. Assim, $A_{ABC} = A_{CDA}$. Entretanto, como $ABCD$ é um paralelogramo de base a e altura h_a, segue que:

$$2S = A_{ABC} + A_{CDA} = A_{ABCD} = ah_a$$

Logo, $A_{ABC} = S = \frac{1}{2}ah_a$

De modo análogo, obtém-se $S = \frac{1}{2}bh_b\ e\ S = \frac{1}{2}ch_c$.

Portanto, a área de um triângulo é a metade do produto da base pela altura correspondente.

2.2.5 ÁREA DE UM POLÍGONO QUALQUER

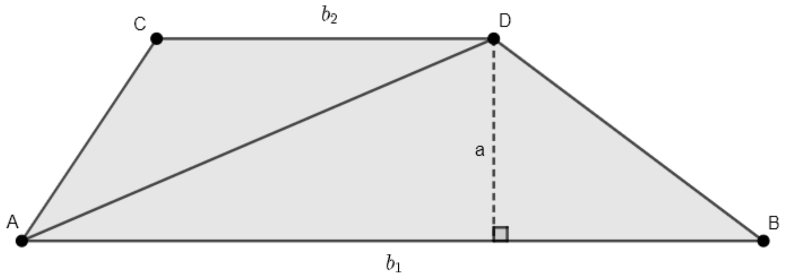
Para um polígono qualquer, o processo de calcular a área consiste em subdividi-lo em triângulos, paralelogramos ou quaisquer outras figuras cujo procedimento de cálculo das áreas é conhecido. Logo, a área do polígono será a soma das áreas dos polígonos decompostos.

2.2.5.1 ÁREA DO TRAPÉZIO

Seja $ABCD$ um trapézio. Isso significa que os segmentos AB e CD são paralelos.

Escreve-se $\overline{AB} = b_1$, $\overline{CD} = b_2$ e define-se a a distância entre as paralelas AB e CD, isto é, o comprimento de qualquer perpendicular ligando um ponto da reta AB a um ponto na reta CD, conforme esquematizado na Figura 10.

Figura 10: Trapézio ABCD.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A diagonal AD decompõe o trapézio nos triângulos ABD e ACD, com bases b_1 e b_2 respectivamente, e mesma altura a. A área do trapézio $ABCD$ é a soma das áreas desses dois triângulos, logo:

$$A_{ABCD} = \frac{ab_1}{2} + \frac{ab_2}{2} = \frac{b_1+b_2}{2} \times a.$$

Assim, a área do trapézio é igual ao produto da semissoma das bases pela altura.

3 METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Neste capítulo, será apresentada a fundamentação teórica sobre a Resolução de Problemas. Inicia-se com uma pequena parte histórica, seguida das concepções a respeito do que é um problema, sobre as abordagens para resolver problemas, o roteiro para aplicação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e um mapeamento das pesquisas relacionadas com essa metodologia.

3.1 ASPECTOS HISTÓRICOS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMA

Muitas reformas no ensino de matemática foram propostas no século XX. Dentre tantas, Onuchic (1999) destaca o ensino por repetição, o ensino por compreensão, o ensino influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna (MMM) e a Resolução de Problemas.

No início daquele século, o ensino da matemática foi caracterizado pela repetição, que consistia num processo de memorização dos conteúdos trabalhados pelo professor. Nesse método, o estudante repetia o que era ensinado sem compromisso em compreender o assunto; no entanto, caso repetisse igual ao educador, considerava-se que aprendia. Segundo Onuchic (1999, p. 201), "media-se o conhecimento do aluno, recebido através de repetição, com aplicação de testes em que, se ele repetisse bem o que o professor havia feito, concluía-se que sabia."

Sob outra orientação, o ensino de matemática com compreensão tinha seu foco no entendimento do que se fazia. Contudo, o professor não tinha sido preparado para tal reforma; então, o aluno não participava da construção do próprio conhecimento, visto que apenas treinava técnicas operatórias a fim de resolver problemas ou para aprender algum conteúdo novo. Para Onuchic (1999, p. 201), "nesta época começou-se a falar em resolução de problemas como um meio de se aprender matemática.". Nesse sentido, Vallilo (2018, p. 36) complementa que, por volta de 1948, nos Estados Unidos, "[...] começou a surgir um currículo de Matemática que contemplava o ensino com compreensão a partir de situações-problemas.". No Brasil, em 1964, segundo Onuchic (1999), existia um educador que defendia o ensino de matemática a partir de um problema gerador de novos conceitos e conteúdos; ele foi o professor Luís Alberto S. Brasil.

Nas décadas de 60 e 70 do século XX, o ensino da matemática foi influenciado pelo MMM no Brasil e em outros países do mundo. Nessa época, o ensino de Matemática baseava-se em estruturas lógicas, algébricas, topológicas e de ordem, que enfatizavam a teoria de conjuntos, com foco no ensino de símbolos em uma terminologia complexa. Por causa disso, os alunos não tinham muita compreensão do que faziam, uma vez que só repetiam os exercícios e as propriedades sem saberem o real significado (ONUCHIC, 1999).

Um marco fundamental no ensino da resolução de problemas, segundo Nunes (2010), foi a publicação, pelo matemático húngaro George Polya (1887 - 1985), do livro “A arte de resolver Problemas”, visto que trouxe um caminho didático para o ensino de resolução de problemas. Em seu livro, Polya apresenta uma técnica dividida em quatro etapas. A primeira delas é a *compreensão do problema*, em que se procura compreender o problema ao identificar suas principais partes, como a incógnita, os dados e os condicionantes A seguinte etapa é o *estabelecimento de um plano*, fase na qual é encontrada a relação entre os dados e a incógnita a partir da observação de algum problema já resolvido que tenha uma incógnita semelhante, quando não igual, bem como os cálculos e estratégias utilizados para determiná-la. Na terceira fase, ocorre a *execução do plano*, ou seja, aplica-se o roteiro para a solução do problema conforme planejado nas fases anteriores. Por fim, na etapa do *retrospecto*, verificam-se todos os procedimentos para a obtenção da solução, isto é, se satisfazem o problema, se existem outras maneiras de resolvê-lo, além de a validar essa solução (POLYA, 2006). Polya acreditava que o “ensinar a pensar” deveria ser o objetivo do ensino, conforme o enxerto destacado:

> Ensinar a pensar significa que o professor de matemática não deveria simplesmente comunicar informações, mas deveria também tentar desenvolver a habilidade dos estudantes em usarem informação transmitida: ele deveria enfatizar o saber-fazer, as atitudes e os hábitos da mente desejáveis. (POLYA, 1964, p. 100 apud NUNES, 2010, p. 79)

Contudo, somente nas últimas duas décadas do século passado que educadores matemáticos “[...] passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas merecia mais atenção.” (NUNES, 2010, p. 77).

Em 1980, nos Estados Unidos, *o National Council of Teachers of Matematics* (NCTM) publicou um documento chamado *An Agenda for Action: Recommendations for School Mathematics in the 1980’s*. Esse documento indicava que “[...] resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80 [...]" (ONUCHIC, 1999, p. 204). No entanto, não era consenso em como tornar realidade essa recomendação no cotidiano escolar. Schroeder e Lester (1989) apresentaram três concepções diferentes de abordar a Resolução de Problemas durante essa época: ensinar *sobre* resolução de problemas, ensinar matemática *para* resolver problemas e ensinar essa disciplina *através da* resolução de problemas.

Ao ensinar sobre resolução de problemas, o professor dá ênfase principalmente no processo de como resolver um problema por meio de regras e métodos bem definidos, independentemente do conteúdo matemático a ser desenvolvido. Ao partir desse raciocínio, para resolver um problema, o professor faz uso das quatro etapas de Polya (1945), as quais já foram apresentadas previamente.

Quando o ensino é orientado para a resolução dos problemas, o professor procura utilizar a matemática teórica como aplicação na resolução de situações rotineiras ou não. Portanto, primeiramente, um conteúdo é desenvolvido em sala de aula; em seguida, é explicado como o utilizar. Dessa forma, a resolução de problemas tem início após a introdução de um novo conceito, o que produz um significado prático à teoria, o que, de acordo, com Allevato (2014, p. 213):

> Essa é, ainda atualmente, a concepção mais presente nas salas de aula e nos livros texto de Matemática, mas pode levar a configurar a resolução de problemas como uma atividade que os alunos só podem realizar após a introdução de um novo conceito, ou após o treino de alguma habilidade de cálculo ou algoritmo. Além disso, nessa visão, a Matemática frequentemente é ensinada separada de suas aplicações.

Na abordagem do ensino de matemática através da resolução de problemas, considera-se que a matemática e a resolução de problemas são construídas mutuamente e continuamente. Nessa metodologia, considera-se o problema como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático, que é formalizado, após a resolução do problema proposto, com técnicas, simbolismo e definições (ONUCHIC, 1999). Nessa metodologia de ensino, professor e aluno possuem papéis bem definidos "os estudantes passam a ter participação efetiva na constituição de sua aprendizagem, ou seja, são coautores da mesma e os professores são os incentivadores e mediadores desse processo através das atividades de ensino". (LEAL JÚNIOR, ONUCHIC, 2015, p. 958-959).

O ensino de matemática através da resolução de problemas passou a ser considerada como uma metodologia de ensino e de aprendizagem a partir da década de 90 do século XX. A partir de então, tornou-se tema de pesquisas e estudos desenvolvidos pelo NCTM, os quais culminaram na publicação dos *Principles and Standards for School Mathematics* (2000). Nesse documento, além dos princípios para a matemática escolar, são apresentados os padrões de conteúdo e de procedimento, no qual a Resolução de Problemas é fortemente recomendado (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009).

Apoiados em ideias dos *Standards* do NCTM (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009), foram criados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no Brasil. A respeito da área da Matemática, os PCN contemplam, como objetivos gerais, várias linhas para trabalhar o ensino. Nesse sentido, Onuchic e Allevato (2012, p. 237-238) ressaltam que:

> Esses objetivos têm como propósito fazer com que os alunos possam pensar matematicamente, levantar ideias Matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e fora da Matemática e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles.

Nunes (2010) ressalta que os PCN indicam a Resolução de Problemas como uma nova maneira de ensino, em relação ao ensino tradicional, visto que o problema se torna o ponto de início para se aprender e se ensinar matemática, não mais iniciando com definições de conceitos. Nessa perspectiva, “[...] o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.” (BRASIL, 1998, p. 40). Uma vez que a resolução de problemas é um eixo organizador de ensino e aprendizagem, os PCN citam alguns princípios, dentre os quais são destacados os dois seguintes:

> - a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
> - a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que

> se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 40-41)

Além disso, os PCN trazem a resolução de problemas como um dos princípios norteadores para a área de Matemática no ensino fundamental: “[...] o ensino-aprendizagem de Matemática tem como ponto de partida a resolução de problemas.” (BRASIL, 1998, p. 56). Nesse sentido, Onuchic (1999, p. 215) defende que:

> [...] o ponto de partida das atividades matemáticas não é a definição mas o problema; que o problema não é um exercício no qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou uma determinada técnica operatória.

No documento oficial mais recente, na BNCC de 2018, tem-se que uma das competências gerais da Educação Básica está de acordo com essa abordagem:

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (BRASIL, 2018, p. 9)

Ainda nesse contexto, Possamai et al. (2021, p. 8) afirmam que tais concepções “[...] se alinham com as demandas atuais da formação dos estudantes na Educação Básica.”. Além disso, ressaltam que:

> [...] o entendimento da Resolução de Problemas como macro competência e como objetivo e estratégia de aprendizagem, indicado no BNCC, fortalecem a demanda emergente de discussão no âmbito acadêmico e, especialmente, na comunidade escolar, de práticas de ensino que tenham o estudante como protagonista da construção de seus conhecimentos e em que a Resolução de Problemas seja colocada como um processo, um meio de se fazer e dar sentido à Matemática. (POSSAMAI; TERES; AZEVEDO; TALARICO, 2021, p. 9)

No Brasil, a partir de 1989, a professora Lourdes de la Rosa Onuchic, inicia as suas pesquisas a respeito da resolução de problemas como uma metodologia de ensino e de aprendizagem, ou seja, a partir da concepção de ensinar através da resolução de problemas. Em 1992, ela criou o Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas (GTERP), que desenvolve atividades na Universidade Estadual Paulista em Rio Claro (UNESP – Rio Claro), com encontros semanais. Esse grupo visa desenvolver pesquisas que atinjam a sala de aula em todos os níveis de ensino. Com as pesquisas realizadas pelo GTERP, foi criado um roteiro de orientações ao professor que deseja ensinar por meio da metodologia de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. Com o passar do tempo, a avaliação também passou a ser considerada nesse processo. Assim, o GTERP passou a denominar essa forma de ensinar matemática como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Allevato e Onuchic (2014, p. 43) explicam que a tríade ensino-aprendizagem-avaliação intenciona “expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador”. Nessa concepção,

> [...] pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário. (ONUCHIC, ALLEVATO, 2011, p. 81).

A saber, a avaliação[4] passou a integrar essa tríade a partir da pesquisa de mestrado de Pironel (2002). Nela, foi constatado que os professores não compreendem o processo avaliativo nem o que se faz com a avaliação. Além disso, confundem as provas com a própria avaliação e associam o mal desempenho nelas ao fracasso, o que leva “muitas vezes, professores e alunos a abandonarem os objetivos centrais da educação para buscar meios de atingir as notas necessárias para a aprovação” (PIRONEL, 2002, p. 183). Melo e Huanca (2012) consideram que a avaliação deve ser utilizada com o apoio de múltiplos instrumentos de coleta de informações, de acordo com o plano de ensino e alinhado com os objetivos que visa atingir com os alunos. Assim, “[...] conforme o tipo de objetivo pode ser empregado atividades, trabalhos em grupos e individuais, provas orais e escritas, seminários, observações de cadernos, realização de problemas em sala ou em casa e observações dos alunos em classe.” (MELO; HUANCA, 2012, p. 11).

Nesse sentido, Pironel e Onuchic (2016) salientam que o foco da avaliação deve ser a aprendizagem dos alunos. Para isso, muda-se a concepção do que ocorre atualmente de maneira que a avaliação seja considerada apenas para análise de

---

[4] Informação dada pela professora Allevato, no grupo de trabalho em Resolução de Problemas no XX EBRAPEM, na cidade de Curitiba em novembro de 2016. (AZEVEDO, 2019, p. 91)

resultados finais, ou seja, possua um papel de classificação e de seleção dos alunos. Ao adotar o ensino através da Resolução de Problemas, deve-se haver a percepção de que o foco da Resolução de Problemas não está na resposta nem na solução do problema, mas sim na construção mental gerada pelos conceitos e procedimentos que se destacam no decorrer da resolução (LEAL JUNIOR; ONUCHIC, 2015).

Para Onuchic e Allevato (2011, p. 82), quando se pretende trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas, professor e alunos devem fazer mudanças em suas atitudes e posturas referente ao trabalho em sala, conforme descrito a seguir:

> O professor precisa preparar, ou escolher, problemas apropriados ao conteúdo ou ao conceito que pretende construir. Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre, é fácil conseguir.

Dessa forma, o papel do professor muda, visto que deixa de ser o centro das atenções na sala de aula e passa de apresentador de conhecimento para “observador, organizador, consultor, mediador, controlador, incentivador da aprendizagem” (MENINO, ONUCHIC, 2017, p. 226). Nesse sentido, Allevato e Onuchic (2011) enfatizam que tanto o professor quanto o aluno devem mudar suas posturas, na qual o professor:

> Precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade. Esse ato exige de ambos, portanto, mudanças de atitude e postura, o que, nem sempre,é fácil conseguir. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2011, p,.82)

Apesar disso, Onuchic e Allevato (2012) apontam razões para o professor se emprenhar nesse trabalho:

> ● Resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o *dar sentido*. Ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre as ideias que estão inerentes e/ou ligadas ao problema;
> ● Resolução de Problemas desenvolve o *poder matemático*. Os estudantes, ao resolver problemas em sala de aula, se engajam em todos os cincos padrões de procedimento descritos nos *Standards* 2000: Resolução de Problemas; raciocínio e prova; comunicação; conexões e representação, que são os processos de fazer Matemática, além de permitir ir bem além da compreensão do conteúdo que está sendo construído em sala de aula;
> ● Resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que

> o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela solução, ele diz aos estudantes: *Eu acredito que vocês podem fazer isso*! Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas;
> ● Resolução de Problemas provê dados de avaliação contínua que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os alunos a ter sucesso e informar os pais;
> ● É gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar de modo *ensinar dizendo*. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo o esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos;
> ● A formalização de toda a teoria Matemática pertinente a cada tópico construído, dentro de um programa assumido, feita pelo próprio professor no final da atividade, faz mais sentido para os alunos. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 243-244)

Diante de tantas razões para se trabalhar com a Resolução de Problemas, nota-se um grande potencial dessa metodologia de ensino em sala de aula, tanto na motivação da aprendizagem de novos conteúdos quanto na resolução de problemas, visto que tornam os estudantes os protagonistas da própria aprendizagem.

Antes de retratar o desenvolvimento de uma aula com base na metodologia de Resolução de Problemas, é preciso definir o que se entende por problemas.

3.2 O QUE É UM PROBLEMA

Quando se trabalha com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, os problemas guiam aos conceitos matemáticos. Além disso, são o ponto de partida na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. De acordo com Allevato e Onuchic (2009, p. 141-142):

> [...] os problemas são propostos aos alunos antes de lhes ter sido apresentado formalmente o conteúdo matemático necessário ou mais apropriado à sua resolução que, de acordo com o programa da disciplina para a série atendida, é pretendido pelo professor. Dessa forma, o ensino-aprendizagem de um tópico matemático começa com um problema que expressa aspectos-chave desse tópico e técnicas matemáticas devem ser desenvolvidas na busca de respostas razoáveis ao problema dado.

De acordo com o roteiro do GTERP, na etapa da preparação do problema, deve-se selecionar, adaptar ou criar um, o problema gerador, a fim de trabalhar na construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Por isso, é importante que se tenha o discernimento do que é um problema.

Segundo Van de Walle (2001), “um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para qual não se tem métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta” (VAN DE WALLE, 2001 apud ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81).

Os PCNs definem um problema matemático como “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.” (BRASIL, 1998, p. 41).

Um problema “é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em fazer (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 81)”. Nesse sentido, “[...] para que uma atividade se constitua, de fato, um problema, o professor não pode prescrever aos estudantes os métodos e/ou regras específicas para que obtenham a solução”. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 44).

De acordo com essas concepções, uma indagação que pode surgir é “Um problema com características essencialmente matemáticas é um problema?”. Conforme Azevedo (2019), essa pergunta foi feita para a professora e pesquisadora Norma Suely Gomes Allevato no VII Congresso Internacional de Ensino de Matemática, em 2017, durante uma mesa redonda. Para respondê-la, Allevato propôs ao público três equações polinomiais para serem resolvidas. As equações propostas eram semelhantes as apresentadas na Figura 1.

Figura 1 – Exemplos de equações polinomiais

1) $3x + 5 = 0$
2) $x^2 - 4 = 0$
3) $3x^3 + x^2 + 6x + 2 = 0$

Fonte: Azevedo (2019, p. 63)

Azevedo (2019) descreve o desfecho desse questionamento:

> [...] Allevato colocou as equações na lousa e, conjuntamente, foi feita a discussão se seriam ou não um problema. Para tanto, os participantes tiveram que se imaginar ocupando a posição de um aluno do Ensino Médio. Por unanimidade, chegou-se à conclusão de que as duas primeiras equações não seriam um problema, pois com manipulações algébricas, mecanicamente, obter-se-ia a resposta. Entretanto, a equação polinomial de terceiro grau não se obteria facilmente a resposta a menos que se conhecesse o teorema das raízes racionais e o dispositivo de Briot-Ruffini.

> Portanto, resolver essa equação cúbica seria um problema se considerada antes do estudante ter esses conhecimentos prévios. Entendemos também que ao interpretar um problema puramente matemático como um problema que pode vir a motivar um novo conteúdo depende da abordagem, em sala de aula, dada pelo docente. Nesse caso se o professor já tivesse ensinado o teorema das raízes racionais e/ou dispositivo prático de Briot-Ruffini, para encontrar as raízes da equação cúbica não passaria de um exercício de fixação. Por outro lado, se o professor propuser a terceira equação como um desafio à turma para que encontrem as suas respectivas raízes dando oportunidade de compartilharem/discutirem com os colegas as estratégias utilizadas, essa tarefa poderia ser um problema gerador de novo conhecimento. (AZEVEDO, 2019, p. 63-64)

Portanto, entende-se que, para um problema totalmente matemático ser considerado um problema gerador, é necessário que os estudantes se sintam desafiados a resolvê-lo e que o conteúdo não tenha sido abordado ainda, pois se fosse, não deixaria de ser um exercício.

3.3 ROTEIRO DO GTERP

Nesta sessão será abordada a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas de acordo com a proposta desenvolvida pelo GTERP.

Nessa metodologia, tem-se o problema, o qual é chamado problema gerador, como o ponto de início da construção do conhecimento matemático. Onuchic e Allevato (2011, p. 81) afirmam que o problema gerador deve propiciar que os estudantes façam “conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos”.

Para Allevato e Onuchic (2014) ensino, aprendizagem e avaliação em Matemática se constituem elementos diferentes que não ocorrem ao mesmo tempo ou um em decorrência do outro, embora se espere que o ensino e a aprendizagem sejam integrados na sala de aula. Recentemente, o conceito de avaliação passou a ser repensado nesse processo de ensino-aprendizagem com o objetivo de realizar uma avaliação contínua e formativa, a qual tem sido incorporada mais no desenvolvimento dos processos do que nos resultados obtidos por eles. Nesse sentido, Allevato e Onuchic (2009, p. 139) afirmam que a avaliação é “construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário”.

Nessa perspectiva, a pesquisadora Huanca (2006, p. 43) enfatiza:

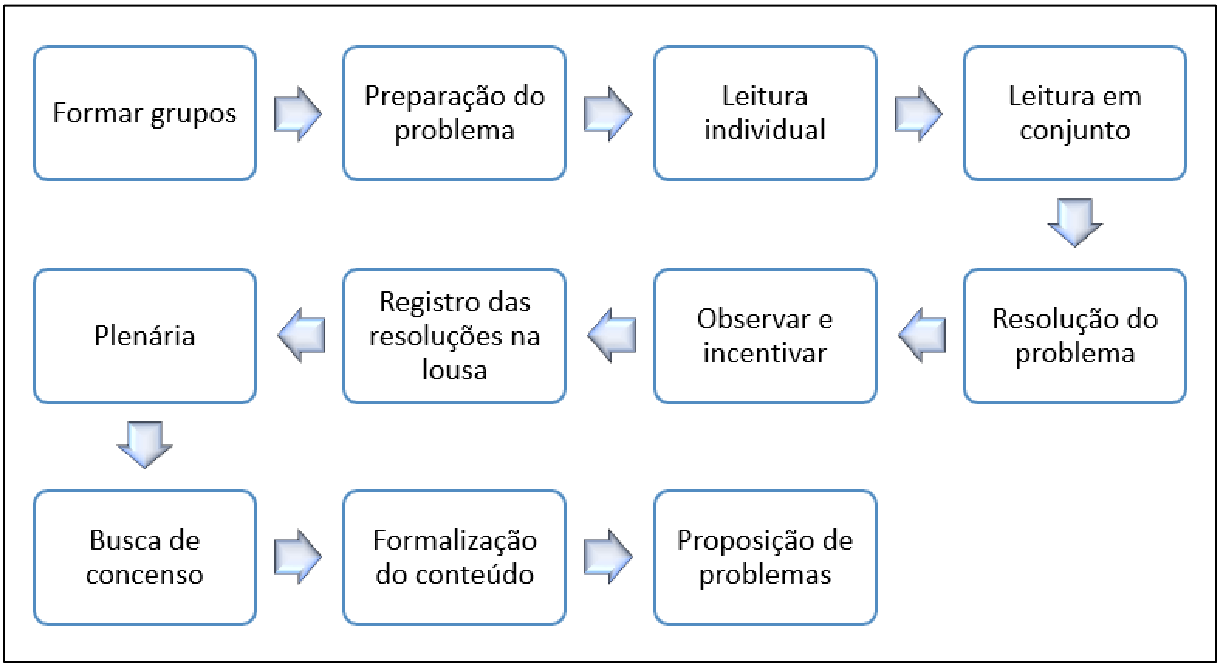
> Ao escrevermos Ensino-Aprendizagem-Avaliação, queremos dizer que essas três ações estão intimamente relacionadas por constituir um ser maior que ensino, aprendizagem e avaliação e que tem, por objetivo final, promover o crescimento do professor e a aprendizagem do aluno. O professor, responsável pelo ensino, trabalha para a aprendizagem do aluno que, como coconstrutor do novo conhecimento, se apoia no professor como um guia. A avaliação, integrada ao ensino, melhora as ações de ambos.

Dessa forma, entende-se que o processo de avaliação deve ocorrer de forma contínua numa aula mediada por essa metodologia, como também pelos agentes envolvidos nesse processo. Para Allevato e Onuchic (2011, p. 81):

> [...] ao ter em mente um trabalho em que estes três elementos [ensino-aprendizagem-avaliação] ocorrem simultaneamente, pretende-se que, enquanto o professor ensina, o aluno, como um participante ativo, aprenda, e que a avaliação se realize por ambos. O aluno analisa seus próprios métodos e soluções obtidas para os problemas, visando sempre à construção de conhecimento. Essa forma de trabalho do aluno é consequência de seu pensar matemático, levando-o a elaborar justificativas e a dar sentido ao que faz. De outro lado, o professor avalia o que está ocorrendo e os resultados do processo, com vistas a reorientar as práticas de sala de aula, quando necessário.

Para facilitar o trabalho dos professores em sala de aula, foi criado um roteiro para o desenvolvimento dessa metodologia, no qual Allevato e Onuchic (2014) apresentam uma sugestão para esse trabalho em sala ao indicarem dez etapas para a realização das atividades. De acordo com Andrade e Onuchic (2017), em 2015, esse roteiro passou por uma atualização de modo a passar a ter onze etapas conforme exemplificado pela Figura 11.

Figura 11: Roteiro do GTERP.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

A seguir, detalham-se cada uma dessas onze etapas.

- **Primeira etapa – formar grupos:** os grupos de alunos, para a leitura e resolução do problema, são formados.
- **Segunda etapa – preparação do problema:** um problema, definido como problema gerador, deve ser selecionado ou elaborado. Recebe tal definição uma vez que visa a construção de um novo conteúdo, conceito, princípio ou procedimento. Ressalta-se que é importante o conteúdo matemático, necessário para a resolução do problema, não ter sido trabalhado ainda em sala de aula.
- **Terceira etapa – leitura individual:** uma cópia do problema é entregue ao aluno e solicita-se que seja feita a sua leitura.
- **Quarta etapa – leitura em conjunto:** solicita-se que o problema seja lido novamente, porém, agora, nos grupos. Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos ao ler o problema. Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os estudantes, surge um problema secundário. Busca-se, então, uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário consultar um dicionário junto com os alunos.

- **Quinta etapa – resolução do problema:** a partir do entendimento do problema, após não restarem mais dúvidas quanto ao enunciado, os alunos buscam resolvê-lo em um trabalho cooperativo e colaborativo dentro dos grupos aos quais foram designados. Assim, ao longo da resolução do problema gerador, os alunos serão levados a construção do conteúdo, do conceito ou do procedimento planejado pelo professor para aquela aula.
- **Sexta etapa – observar e incentivar:** enquanto os alunos buscam, em grupo, resolver o problema, o professor analisa o comportamento dos alunos, estimula-os no trabalho colaborativo e a utilizarem conhecimentos prévios, técnicas operatórias já conhecidas, as quais são necessárias à resolução do problema proposto e a troca de ideias. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos quando surgirem dificuldades de tal maneira que seja interventor e questionador, porém sem fornecer respostas prontas. Acompanha suas explorações e ampara-os, quando necessário, a resolver problemas secundários, os quais podem surgir no decurso da resolução. Exemplos de dificuldades; notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias. Resolvidos esses problemas secundários, pode-se retomar à resolução do gerador.
- **Sétima etapa – registro das resoluções na lousa:** representantes dos grupos são convidados a registrar na lousa suas resoluções. Soluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas.
- **Oitava etapa – plenária:** Após o registro das resoluções na lousa, todos os alunos são convidados a discutirem as diferentes soluções registradas na lousa pelos colegas. Nessa discussão, devem, então, defender seus pontos de vista, estratégias de resolução e esclarecerem suas dúvidas. Nesse processo, o professor se coloca como guia e mediador, também incentiva a participação ativa e efetiva de todos os alunos a fim de proporcionar que este momento seja bastante rico para a aprendizagem.
- **Nona etapa – busca do consenso:** depois de sanadas as dúvidas e de analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta chegar a um consenso sobre o resultado correto com toda a classe.
- **Décima etapa – formalização do conteúdo:** neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal –

organizada e estruturada em linguagem matemática – para padronizar os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema. Destacam-se as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto.

- **Décima primeira etapa – proposição de problemas:** nesta última etapa, são propostos aos alunos novos problemas relacionados ao problema gerador. Desse jeito, pode-se analisar se foram compreendidos os elementos essenciais do conteúdo matemático introduzido, além de consolidar as aprendizagens construídas nas etapas anteriores, bem como aprofundar e ampliar as compreensões sobre esse conteúdo matemático. Além da proposição de problemas feita pelo professor, pode ser proposto que alunos criem os seus próprios problemas de tal maneira que os valores possam ou não ser preestabelecidos pelo professor.

Em outras palavras, uma aula que adota a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas inicia-se com a seleção ou elaboração do problema gerador. Recorda-se que ele possui o objetivo de introduzir um conteúdo ainda não abordado em sala de aula, porém de forma que os estudantes tenham condições de resolver com conhecimentos prévios. Em sala de aula, os estudantes são divididos em grupos, que podem ser de dois ou mais estudantes. Sugere-se que não sejam grupos muito grandes para que todos os integrantes possam participar do processo de resolução. Após se fazer a leitura individual e a em conjunto, as equipes trabalham na resolução do problema. O professor deve ser o mediador nesse processo e deverá circular pelos grupos a fim de acompanhar os estudantes e ajudá-los, porém, sem responder se a resolução está correta ou não quando for questionado. Ao invés disso, faz questionamentos que proporcionem uma reflexão dos estudantes, façam as equipes avaliarem além de poder proporcionar ideias para resolverem sem imposição, por parte do educador, de caminhos que os alunos devam seguir. Após resolvido o problema, os estudantes devem compartilhar a sua solução, indiferentemente de estar certa ou errada, com os demais colegas, a qual pode ser exposta na lousa ou objeto com finalidade similar. Por exemplo, os estudantes podem registrar em alguma folha ou cartolina a resolução da equipe para apresentar aos colegas. Essa dinâmica deve ser orientada pelo professor, quem deve promover o momento da plenária com a finalidade de a turma analisar as resoluções e busque um consenso sobre a solução certa. Nesse momento, os estudantes podem se autoavaliar, assim como avaliar se a sua equipe e as demais pensaram corretamente. Além dessa avaliação, o professor também consegue perceber o progresso dos estudantes na aquisição de conhecimento, visto que os pode acompanhar durante as discussões dentro das equipes. Após todas chegarem num consenso, o professor formaliza o conteúdo que deseja abordar além de introduzir a notação e a linguagem matemática correta. Por fim, o professor pode expandir a discussão com novos problemas além de propor que os estudantes elaborem os próprios exemplos sobre o assunto abordado.

Apesar de o GTERP apresentar o roteiro orientativo supracitado para trabalhar com a metodologia de Resolução de Problemas em sala de aula, Onuchic e Allevato (2011) ressaltam que não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula. Ademais, Pironel (2019), em sua tese, reforça que ao se fazer alterações nos passos e procedimentos da metodologia do GTERP, esta não fica descaracterizada. Azevedo, Figueiredo e Palhares (2020, p. 7) corroboram com esses autores ao entenderem que “adequações no roteiro podem ser feitas conforme as necessidades desde que não se deixe de fazer o essencial que é realizar a discussão coletiva (plenária) e a formalização do conteúdo”.

Trabalhar com essa metodologia demanda um preparo maior no seu planejamento e na sua execução. Entretanto, possui muitos benefícios conforme já citados nesta dissertação. Onuchic (2013, p. 103) ressalta:

> Tal metodologia demanda professores bem preparados para o seu uso, pois precisam selecionar cuidadosamente os problemas; observar os alunos na busca de soluções para esses problemas, incentivá-los e ouvi-los, mantendo-os confiantes na própria capacidade para resolvê-los. Nas salas de aula onde essa metodologia foi adotada, os alunos se sentiram aptos a dar sentido à matemática que constroem. Professor e alunos, depois dessa experiência, não querem voltar a trabalhar com o método de ensino tradicional.

Com base nos argumentos expostos, essa metodologia de ensino deve contribuir muito para o aprendizado dos estudantes, mas também ser um grande desafio ao professor que é acostumado a trabalhar de forma mais tradicional, uma vez que ele precisa aprender a ouvir mais o aluno do que falar. Outro fator que gera um desafio ao educador é que, ao trabalhar com essa metodologia, gasta-se mais tempo em relação à aula tradicional. Por isso, o docente terá que aprender a gerir o tempo a fim de cumprir um programa num cronograma delimitado e trabalhar com as grandes ideias dos conteúdos.

3.4 MAPEAMENTO DE PESQUISAS RELACIONADAS COM A METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esta sessão tem por objetivo apresentar um mapeamento das pesquisas já realizadas no campo da resolução de problema, a partir de um levantamento quantitativo das dissertações e das teses já efetivadas relacionadas com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Para tanto, foi definido que a busca seria feita nas dissertações do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e no catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) que possuem os termos “resolução de problemas”, “ensino-aprendizagem-avaliação” ou “através da resolução de problemas” em seus títulos. No Quadro 1, apresentam-se os resultados dessa busca. Excluiu-se da pesquisa os artigos científicos, uma vez que o desenvolvimento de atividades ligados à metodologia de resolução de problemas estariam melhor explanados em teses e dissertações.

Quadro 1: Números de pesquisas encontradas.

Termos	PROFMAT	CAPES	BDTD
Resolução de problemas	213	4089	607
Ensino-aprendizagem-avaliação	4	78	11
Através da resolução de problemas	16	145	48

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como a presente pesquisa adota a metodologia de ensino desenvolvida pelo GTERP, focou-se na busca por trabalhos relacionados a ela. Dessa forma, ao analisar os trabalhos encontrados, percebeu-se que boa parte dos da lista do PROFMAT não estava no catálogo da CAPES. Contudo, verificou-se que isso não era válido para os trabalhos do catálogo do BDTD, visto que a grande maioria aparecia em ambos os catálogos. Por isso, decidiu-se realizar a pesquisa com os trabalhos dos catálogos da CAPES e do PROFMAT. Não obstante, devido ao grande volume de trabalhos encontrados com o termo "resolução de problemas" sem relação com a metodologia pesquisada, considerou-se, então, exclusivamente, os termos "ensino-aprendizagem-avaliação" e "através da resolução de problemas", os quais utilizaram a metodologia desenvolvida pelo GTERP. Apesar disso, percebeu-se, ainda, que, no catálogo da CAPES, havia um extenso número de trabalhos. Por causa disso, foram analisados somente aqueles que foram aplicados ou desenvolvidos para os anos finais do Ensino Fundamental. Em relação à lista do PROFMAT, decidiu-se averiguar todos os trabalhos, visto que a quantidade era pequena.

Portanto, são apresentados, no Quadro 2, as dez dissertações do PROFMAT, que atenderam aos critérios estabelecidos. Nesse quadro, as informações estão organizadas por ordem cronológica, do mais recente para o mais antigo, da data da defesa, mas também apresentam o autor e o título da pesquisa.

Quadro 2: Dissertações PROFMAT.

Nº	Data de defesa	Autor	Título
1	16/06/2020	Jeozadaque Quintans	O ensino dos números primos inter-relacionados a conteúdos diversos através da resolução de problemas
2	21/11/2019	Ana Cristina Trento	Metodologia de resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no ensino fundamental
3	30/08/2019	Simone da Silva Martins	Uma abordagem para o princípio da casa dos pombos no ensino fundamental através da resolução de problemas
4	29/04/2019	Altemar Falcão da Cunha	Ensino de matemática através da resolução de problemas: uma proposta para escolas da rede do município do Rio de Janeiro
5	17/04/2019	Carla Valéria Dionízio de Souza	Geometria espacial sob a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas
6	31/08/2018	Sandra Íris Naveiro Galera	Ensino-aprendizagem-avaliação: o circuncentro nas tarefas via resolução de problemas
7	30/08/2016	Viviane Magioni	Análise combinatória: uma abordagem através da resolução de problemas

8	15/07/2016	Osvaldo Gebra Júnior	Uma proposta de sequência didática para o ensino de combinações simples no ensino médio através da resolução de problemas
9	28/08/2015	Regiane Braz da Silva	Ensino-aprendizagem-avaliação de estatística através da resolução de problemas: uma experiência com alunos do 3º ano do ensino médio.
10	26/06/2015	Daniela Alves Martinez	Função exponencial e seu ensino através da resolução de problemas

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Da mesma forma, no Quadro 3, apresentam-se as dezessete pesquisas do catálogo da CAPES que atenderam aos critérios estabelecidos. Assim, nesse quadro, mencionam-se a data da defesa, o autor e o título. Delimitou-se também o período de 2010 a 2020 por conter os trabalhos mais atuais.

Quadro 3: Dissertações e teses do catálogo da CAPES.

Nº	**Data de defesa**	**Autor**	**Título**
1	26/11/2019	Wagna Mendes Vieira Campos	O desenvolvimento do pensamento algébrico, através da Resolução de problemas, e suas contribuições para Aprendizagem de equações do primeiro grau
2	09/10/2019	Marcio Pironel	Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação
3	11/12/2018	Andia Ribeiro Alves	Contribuições da resolução de problemas em aulas de reforço de matemática para alunos do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola pública municipal de Teixeira de Freitas/BA
4	28/05/2018	Marcos Antonio Petrucci de Assis	Resolução de problemas e grupo de estudos: possíveis contribuições na formação continuada de professores de matemática do ensino básico
5	09/04/2018	Lilian Esquinelato da Silva	Ensino intradisciplinar de Matemática através da resolução de problemas: o caso do Algeblocks
6	26/04/2018	Sabrina Aparecida Martins Vallilo	A linguagem matemática no estudo de números racionais: uma abordagem através da resolução de problemas
7	12/12/2016	Adriano Santos Lago	Resolução de problemas e o ensino de sistema de equações do 1.º grau: o trabalho colaborativo como estratégia de formação continuada de professores

8	23/11/2016	Rebeca Pereira de Souza	A construção do conceito de função através de atividades baseadas em situações do dia a dia
9	09/06/2016	Jose Nilson Morais	Etnomatemática da feira livre: contribuições para uma proposta didático–pedagógica de ensino–aprendizagem em matemática na educação básica
10	17/03/2016	Jose Aparecido da Silva Fernandes	Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da resolução de problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental
11	26/08/2015	Alessandra Roberta Dias	O ensino e a aprendizagem do conceito de função através da resolução de problemas: um estudo para desenvolver noções básicas inerentes ao conceito em classes do Ensino Fundamental
12	19/03/2014	Rafael Nogueira Luz	Avaliação de Diferentes Tecnologias Aplicadas ao Ensino de Geometria
13	06/03/2013	Fernanda dos Santos Menino	Resolução de problemas no cenário da matemática discreta
14	01/11/2011	Tatiane da Cunha Puti	A produção de significados durante o processo de ensino-aprendizagem-avaliação de equações polinomiais
15	01/02/2011	Gilberto Vieira	O ensino de simetria no sétimo ano do Ensino Fundamental via resolução de problemas: uma análise fenomenológica
16	01/01/2011	Lívia Da Cás Pereira	Ensino e aprendizagem das operações com números decimais através da resolução de problemas no Ensino Fundamental
17	01/08/2010	Eliane Saliba	O ensino do conceito de função e conceitos relacionados a partir da resolução de problemas

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com base nos quadros 2 e 3, serão categorizadas tanto em quais unidades temáticas, de acordo com a BNCC, as pesquisas foram desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental, quanto em quais anos foram desenvolvidas. Assim, no Quadro 4, foram contados, por ano de ensino, os trabalhos desenvolvidos nesse ciclo da educação básica, a fim de esclarecer em quais anos já foram aplicadas atividades com a metodologia pesquisada nesta dissertação.

Quadro 4: Quantização das pesquisas por ano de ensino.

Ano de ensino	**Quantidades**
6º	6

7º	8
8º	8
9º	11

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Por meio dos dados apresentados no Quadro 6, percebe-se que poucos trabalhos foram desenvolvidos no sexto ano do Ensino Fundamental, enquanto a maioria foi desenvolvida no nono ano. Além disso, observou-se que algumas pesquisas trazem atividades para mais de um ano de ensino; portanto, a soma das quantidades não representa o total de trabalhos pesquisados.

Já no Quadro 5, elencam-se as unidades temáticas trabalhadas nas pesquisas analisadas. Como algumas delas formalizaram mais de um conteúdo, podem aparecer em mais de uma unidade temática.

Quadro 5: Quadro categorização de acordo com as unidades temática.

Unidade temáticas	**Quantidades**
Números	8
Álgebra	15
Geometria	7
Grandezas e medidas	3
Probabilidade e estatística	3

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Então, de acordo com o Quadro 5, nota-se que a maioria das pesquisas foram desenvolvidas com a temática álgebra, seguida por geometria e números. Além disso, poucos foram os trabalhos com a temática grandezas e medidas, e probabilidade e estatística.

Os dados dos quadros 4 e 5, evidenciam que poucos trabalhos foram desenvolvidos no sexto ano do Ensino Fundamental com a unidade temática grandezas e medidas. Portanto, esse foi um dos motivos para desenvolver uma sequência didática sobre esse assunto, bem como problemas geradores para conteúdos diversos, dessa série.

Por meio de uma breve descrição, são destacados, a seguir, cada um dos seis trabalhos desenvolvidos ou aplicados ao sexto ano do Ensino Fundamental. O primeiro deles, de Jeozadaque Quintans, intitulado “O ensino dos números primos inter-relacionados a conteúdos diversos através da resolução de problemas”, analisa a história dos números primos e os resultados obtidos por matemáticos ao longo dos tempos. Além disso, explora curiosidades e aplicações em diferentes contextos e propõe aplicações de várias atividades com conteúdos diversos do sexto ao nono do Ensino Fundamental, todos correlacionados com números primos. Além do que, aplica duas atividades para formalizar os conteúdos de razão, proporcionalidade direta e inversa, escalas e regra de três numa turma do sétimo ano. Por fim, o autor relata que mudaria algo em relação as atividades aplicadas:

> [...] o modo de como foi elaborado cada enunciado, apesar de ter sido explorado pelos alunos, percebi que, se a dificuldade proposta nos enunciados fosse menor, haveria um melhor desempenho e interação entre os grupos. (QUINTANS, 2020, p. 101)

A segunda pesquisa, desenvolvida por Sabrina Aparecida Martins Vallilo em 2018, intitulada “A linguagem matemática no estudo de números racionais: uma abordagem através da resolução de problemas” foi orientada pela professora Lourdes de la Rosa Onuchic. Esse trabalho investigou de que forma a linguagem vernácula e a linguagem matemática contribuem no trabalho com números racionais quando se faz uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para isso, foi elaborado e aplicado um projeto que contou com dez encontros de duas aulas cada, nos quais foram aplicados sete problemas geradores numa turma do sexto ano do Ensino Fundamental. Um desses problemas geradores foi adaptado no produto educacional da corrente dissertação com a finalidade de formalizar os conceitos de múltiplos, divisores, números primos e compostos. Vallilo (2018, p. 216), ressalta que:

> O principal ponto é que a metodologia visa ao trabalho em grupos e tem como princípio que o aluno é o construtor de seu conhecimento. Isso leva o aluno a refletir em grupo sobre o que está aprendendo e, se ele for convidado a desenhar e a escrever, poderá desenvolver suas linguagens. O trabalho em grupo contribui para que os alunos possam, ouvindo uns aos outros, expor suas dúvidas e descobrir o significado de palavras que desconhecem em um enunciado e perceber símbolos matemáticos usados. Esse trabalho que os alunos têm ao fazer uso da metodologia poderá conduzi-los ao domínio da linguagem matemática.

Contudo, Vallilo (2018, p. 197) afirma que o professor deve estar bem preparado para a aplicação das atividades de acordo com essa metodologia, principalmente em não dar respostas prontas, as quais devem ser substituídas por questionamentos e motivações orientados a resolução dos problemas, mesmo que possa acorrer algumas dificuldades em turmas muito lotadas, compostas por cerca de trinta alunos:

> [...] o professor deve estar preparado para não responder as perguntas dos alunos de forma pronta, deve levantar questionamentos e motivar os alunos a resolver os problemas. Para isso, deve se preparar e pensar quais as dúvidas que podem surgir durante a resolução do problema para evitar frustrações ou dar respostas prontas. Também fica evidente nesta pesquisa a dificuldade de o professor conseguir observar e incentivar todos os grupos de alunos, pois em uma sala com cerca de 30 alunos é difícil acompanhar as explicações de cada um. Porém, o trabalho em grupos facilita esse acompanhamento, visto que cada grupo busca por um consenso na resolução de um problema.

O terceiro trabalho, desenvolvido por Jose Aparecido Silva Fernandes, em 2016, intitulado "Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da resolução de problemas: experiência com uma turma de 6º ano do Ensino Fundamental", teve, por objetivo, investigar as contribuições da metodologia de resolução de problemas no processo de ensino e aprendizagem de divisibilidade com números naturais a alunos de sexto ano do Ensino Fundamental. Fernandes (2016, p. 198), em suas considerações, relata que:

> As discussões com os alunos, especialmente, na parte plenária, foram momentos bastante proveitosos das atividades, pois foi por meio dessas discussões que suas ideias clarificaram-se para a compreensão de conceitos matemáticos construídos na resolução dos problemas. Essa compreensão acontece a partir do enfrentamento de ideias contrárias, onde os alunos defendem suas posições e refletem o trabalho realizado. Naturalmente, a consolidação dessa compreensão foi realizada na Formalização, quando registramos, na lousa, as definições dos novos conceitos e conteúdos focalizados naquele problema.

A quarta pesquisa, realizada por Fernanda dos Santos Menino e orientada pela professora Lourdes de la Rosa Onuchic, em 2013, é intitulada "Resolução de problemas no cenário da matemática discreta". Nesse trabalho, foi abordado o trato matemático dado pelo problema gerador oriundo das peças do dominó com a finalidade de trabalhar vários conteúdos do Ensino Básico de acordo com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Para isso, foram criados dois projetos com concepções diferentes: um voltado à matemática, outro à educação matemática. Este último, desenvolvido de acordo com o roteiro do GTERP, apresenta duas atividades para serem desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental. Contudo, não fica explícito em qual ano de ensino deve ser aplicado. Tais atividades são usadas para a formalização de vários conteúdos, dentre os quais destacam-se: a inclusão de classe, quantidades iguais e diferentes de elementos, igualdade, correspondência biunívoca, contagem, adição, soma, propriedade comutativa da adição, padrão, simetria, sequências ou sucessões, perímetro, números pares, números ímpares, paridade e frações equivalentes. Assim, de acordo com esses conteúdos, é razoável inferir uma aplicação possível para o sexto ano. Segundo Menino (2013, p. 234), “os problemas não foram propostos como uma atividade puramente técnica, mas sim como uma ferramenta para pensar matematicamente, o que envolverá nossos estudantes.” Além disso, ressalta o papel fundamental do professor nessa metodologia:

> Em nosso entender o professor é o elemento chave no trabalho, em sala de aula, com a referida metodologia e concordamos com Hermínio[5] (2008) sobre o fato de que para que “essa metodologia de trabalho tenha bons resultados, é necessário que haja uma melhor formação do professor, já que esse bom resultado depende muito de um preparo prévio das aulas e de uma reflexão sobre os objetivos que se pretende alcançar durante a aula”. (MENINO, 2013, p. 235)

O quinto trabalho, desenvolvido por Livia da Cás Pereira, em 2011, intitulado “Ensino e aprendizagem das operações com números decimais através da resolução de problemas no Ensino Fundamental”, avaliou se o método da resolução de problemas contribui para um melhor entendimento das operações com decimais. Para isso, foram aplicadas dez situações-problema para a formalização do conteúdo numa turma do sexto ano. Segundo Pereira (2011), a aplicação da metodologia foi válida, porque possibilitou a autonomia dos alunos na própria aprendizagem, bem como estimulou o trabalho coletivo e colaborativo.

[5] HERMÍNIO, PAULO HENRIQUE. **Matemática financeira – um enfoque da resolução de problemas como metodologia de ensino e aprendizagem.** 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2008.

> Em relação à aplicação do método de resolução de problemas pode-se concluir que a mesma foi válida, pois permitiu aos alunos mais autonomia na construção do conceito de Números Decimais no momento que estes tiveram a oportunidade de desenvolver o raciocínio lógico sem a ajuda da professora, fazendo uso de conhecimentos prévios.
> O método também proporcionou a troca de ideias entre os colegas por meio do trabalho em dupla, fazendo com que os alunos desenvolvessem a noção de um trabalho coletivo e colaborativo. Analisou-se também que o método de Resolução de problemas faz com que os alunos se sintam desafiados e motivados na busca pela solução de um problema que pode ser vivenciado tanto em sala de aula como no seu cotidiano. (PEREIRA, p. 80)

A sexta pesquisa, realizada por Eliane Saliba Botta e orientada pela professora Lourdes de la Rosa Onuchic, em 2010, intitulada “O Ensino do Conceito de Função e Conceitos relacionados a partir da Resolução de Problemas. Nesse trabalho, faz-se uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e, das análises de erros e concepções errôneas para responder duas questões, a primeira, se era possível antecipar a introdução do conceito de função para os anos de ensino do Ensino Fundamental – Anos Finais, e a segunda, como o estudo dos erros cometidos pelos alunos pode ajudar no processo de ensino-aprendizagem. Para tal, foi realizado e analisado trabalhos de alunos em sala de aula no sexto, sétimo, oitavo e nono anos do Ensino Fundamental e nos três anos do Ensino Médio. Com tais análises, no resumo de sua pesquisa, concluiu que “nos leva a pensar que é possível antecipar o ensino do conceito de função para a 5ª série /6° ano do Ensino Fundamental, de forma intuitiva, ao invés de, como o usual, introduzi-lo formalmente na 1ª série do Ensino Médio.” (BOTTA, 2010, p. s/n). Botta (2010, p. 337-338) sobre seu trabalho ainda destaca que:

> Os princípios de aprendizagem [...] constituem um bom exemplo de indicações gerais sobre o processo de ensino-aprendizagem como um todo [...] e a Metodologia de Ensino- Aprendizagem-Avaliação através da Resolução de Problemas, discutida ao longo de todo este trabalho, constituem bons exemplos de indicações de como atingir melhores resultados em sala de aula.

Diante dessas pesquisas, percebe-se que essa metodologia pode ser trilhada sempre que o professor desejar iniciar um conteúdo, procedimento ou princípio que ainda não foi abordado em sala de aula. Então, o professor e o aluno realizam a construção do conhecimento de forma integrada e colaborativa a fim de enriquecer a aprendizagem, o que tornam as aulas mais dinâmicas e propõem que o estudante seja o protagonista da aula.

4 PERCURSOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, são apresentados a natureza da pesquisa, o conceito de sequência didática e os procedimentos metodológicos.

4.1 NATUREZA DA PESQUISA

A respeito da natureza da pesquisa, é classificada como qualitativa, visto que não aborda dados quantitativos, mas sim as relações entre os textos pesquisados e a subjetividade do pesquisador. Quanto ao objetivo, de acordo com Gil (2008), pode ser classificada como exploratória, uma vez que envolve o levantamento documental e bibliográfico.

Além disso, conforme Minayo (2002, p. 21-22), a pesquisa qualitativa "[...] trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos processos e dos fenômenos que não podem ser reduzidos à operacionalização de variáveis".

Então, como o objetivo desta dissertação não é quantificar as variáveis envolvidas, mas sim envolver a aquisição de informações na relação direta do pesquisador com o objeto de estudo, com uma maior ênfase ao processo do que ao resultado, a metodologia qualitativa é aquela que foi a adotada na dissertação.

Segundo Gil (2008, p. 147):

> Para fins de pesquisa científica são considerados documentos não apenas os escritos utilizados para esclarecer determinada coisa, mas qualquer objeto que possa contribuir para a investigação de determinado fato ou fenômeno. Assim, a pesquisa documental tradicionalmente vale-se dos registros cursivos, que são persistentes e continuados. Exemplos clássicos dessa modalidade de registro são os documentos elaborados por agências governamentais.

Assim, no desenvolvimento do trabalho, foram realizadas pesquisas bibliográficas e documentais sobre a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Por isso, efetuou-se uma pesquisa bibliográfica e documental, de caráter fundamentalmente teórico. Para tal, apresentam-se as fontes já revisadas, publicadas em livros, artigos científicos, dissertações, teses e documentos oficiais, todos relacionados ao tema pesquisado.

A pesquisa realizada no âmbito do Curso de Mestrado em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) consistiu em elaborar uma sequência didática para formalização do conceito de área e do cálculo de área de retângulos e triângulos, no sexto ano do Ensino Fundamental, por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avalição de Matemática através da Resolução de Problemas. Para a proposição da sequência didática foram elaborados problemas geradores, uma vez que esse é o núcleo dessa metodologia. Alguns desses problemas foram utilizados para a elaboração da sequência didática, enquanto outros foram deixados como material de apoio pedagógico a fim de serem utilizados pelo professor na formalização de alguns conteúdos do sexto ano do Ensino Fundamental.

O Produto Educacional, resultado desta pesquisa, é uma sequência didática para ser aplicada no sexto ano do Ensino Fundamental. Além disso, o produto conterá uma pequena parte teórica sobe a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas além de algumas sugestões e orientações de como o professor poderá conduzir a aplicação desta sequência em sala de aula.

4.2 SEQUÊNCIA DIDÁTICA

A sequência didática estabelece um norte ao professor em sala de aula embora não tenha um padrão definido, visto que pode ser alterada quando aplicada em turmas diferentes, ou seja, poderá ser adaptada de acordo com a metodologia que está sedo utilizada. Conforme Zabala (1998, p. 18), sequências didáticas são [...] um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos.

Todos os problemas propostos foram adaptados ou elaborados para serem aplicados segundo o roteiro citado por Andrade e Onuchic (2017), desenvolvido no Grupo de Trabalho e Estudo em Resolução de Problemas (GTERP). Esse roteiro orienta como um professor pode conduzir uma aula utilizando a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Segundo a unidade temática grandezas e medidas da BNCC, o objeto de conhecimento e das habilidades a serem trabalhadas na sequência didática proposta para o sexto ano do Ensino Fundamental são resumidas no Quadro 6 (BRASIL, 2018, p. 304-305).

Quadro 6: Unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades.

Unidade temática: Grandezas e medidas
Objetos de conhecimento: Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume
Habilidades: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Fonte: Adaptado de BRASIL (2018).

Dessa forma, para formalizar o conceito de área e do cálculo de área de retângulos e triângulos retângulos no sexto ano do Ensino Fundamental, elabora-se a sequência didática dividida em quatro etapas, conforme o Quadro 7.

Quadro 7: Sequência didática.

Parte 1
Atividade: Introdutória
Tempo sugerido: Uma aula (45 a 50 minutos). **Descrição da atividade:** Apresentar uma atividade para que determinem a quantidade de quadradinhos que compõem o interior de cada uma das figuras da atividade, a qual será aplicado de acordo com as nove primeiras etapas do roteiro do GTERP.
Parte 2
Atividade: Problema 1 – A reforma da sala de Pedro
Tempo sugerido: Duas aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** O primeiro problema, o qual será aplicado de acordo com o roteiro do GTERP, tem como objetivo formalizar o conceito de área de uma figura.
Parte 3
Atividade: Problema 2 – A compra do terreno de João

Tempo sugerido: Três aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** O segundo problema, o qual também será aplicado de acordo com o roteiro do GTERP, tem como objetivo formalizar o cálculo de área de retângulos e triângulos.
Parte 4
Atividade: Proposição de problemas
Tempo sugerido: Duas aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** Nesta etapa, após a formalização do conceito de área e do cálculo de área de retângulos e de triângulos retângulos, inicia-se a décima primeira etapa do roteiro do GTERP, que é a proposição problemas.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Cada uma dessas partes da sequência didática será detalhada melhor no produto educacional, disponível no Apêndice A.

4.3 PRODUTO EDUCACIONAL

Como produto desta pesquisa de mestrado, foi elaborado um caderno pedagógico, o qual está disponível no Apêndice A, para que o professor disponha de um material que possa ser aplicado em sala de aula e também aborde de maneira prática alguns tópicos discutidos ao longo desta dissertação. Além disso, nesse material, há um detalhamento mais bem elaborado da proposta didática sugerida, bem como um conjunto de problemas geradores para outros conteúdos do sexto ano do Ensino Fundamental. As atividades propostas nesse material vão ao encontro das concepções da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, na qual o problema é o ponto de partida e o meio de ensinar o conteúdo ou procedimento matemático, além de ser um gerador de processo de construção do conhecimento. Portanto, o produto educacional fornece uma alternativa para deixar as aulas mais efetivas e motivadoras para a aprendizagem matemática por meio desse método de ensino.

Além disso, esse caderno pedagógico está dividido em três capítulos mais a introdução. No primeiro, são explanadas as onze etapas da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas por meio de uma breve descrição de cada uma delas, além de alguns tópicos desse método. No segundo, são detalhados a proposta da sequência didática para a formalização do conceito e o cálculo de área de retângulos e de triângulos. Finalmente, no capítulo três, são sugeridos alguns problemas geradores para a formalização de conteúdos diversos aplicados ao sexto ano do Ensino Fundamental, de acordo com a metodologia discutida.

Contudo, sabe-se que, por experiência, nem sempre o professor possui o tempo adequado para o planejamento das aulas. Ademais, como, nessa metodologia, o problema é o ponto de partida para a formalização do conteúdo matemático; logo, o preparo e o planejamento de tais exercícios demandam um tempo maior que o necessário em comparação com as aulas tradicionais, conforme relatado na dissertação de Trento (2019). Nela, afirma-se que uma das partes que mais demandou tempo foi a seleção e a elaboração dos problemas geradores, e ressalta que “A disponibilidade de problemas geradores prontos, roteiros de ensino organizados para que os professores tenham acesso, facilitariam a preparação das aulas” (TRENTO, 2019, p. 152). Ao pensar nisso, o capítulo três do produto educacional foi elaborado com a sugestão de alguns problemas geradores para a formalização de alguns conteúdos matemáticos de acordo com a BNCC.

4.4 ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na metodologia utilizada, os problemas são o meio usado para o ensino-aprendizagem de matemática e para iniciar um determinado conteúdo ou procedimento matemático. Todavia, ressalta-se que o resultado obtido não é o principal fator, mas sim o processo de resolução, ou seja, as estratégias usadas para resolvê-lo. Então, a elaboração desses problemas demanda um tempo maior no planejamento em comparação com as aulas tradicionais, visto que a resolução deve orientar a aprendizagem do conteúdo pretendido. Portanto:

> O problema é olhado como um elemento que pode disparar um processo de construção do conhecimento. Sob esse enfoque, problemas são propostos ou formulados de modo a contribuir para a formação dos conceitos antes mesmo de sua apresentação em linguagem matemática formal. (ONUCHIC, 1999, p. 207).

Nessa perspectiva, todas as atividades elaboradas trabalham com essa metodologia por meio do roteiro do GTERP. Ademais, a elaboração delas demanda tempo e preparo, visto que um vasto número de materiais, dentre livros, artigos, dissertações e sites, é consultado. Portanto, fazer isso não é algo imediato, conforme corroborado por Bassanezi (2002, apud ALLEVATO, 2005, p. 65):

> Numa experiência realizada com 30 professores de Cálculo, para os quais foi solicitado que formulassem um problema próprio, relativo à disciplina que ensinavam, ficou evidente que a formulação de problemas novos e interessantes nem sempre é uma atividade muito simples para um professor de Matemática.

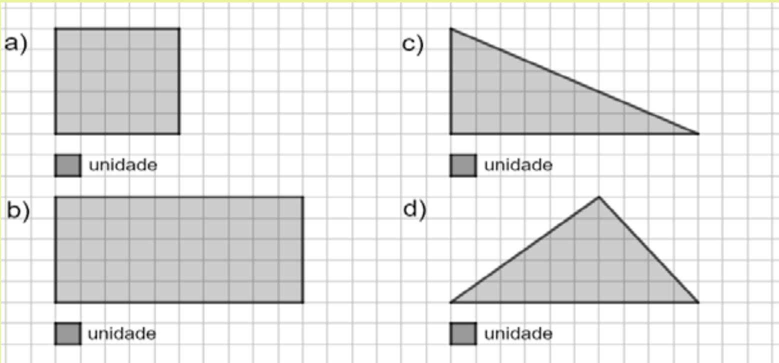
No início desta pesquisa mestrado, em 2020, a proposta era formalizar o conceito de área e o cálculo de área de retângulos e de triângulos no sexto ano do Ensino Fundamental por meio de atividades que trabalhassem como a referida metodologia pesquisada e aplicá-las em 2021. Todavia, devido às restrições causadas pela pandemia de COVID-19, não foi possível atingir esse objetivo em sala de aula, visto que as aulas presenciais foram suspensas até o dia 03 de novembro de 2020. Além disso, ressalta-se que esse pesquisador faz parte do grupo de risco e, portanto, permaneceu em trabalho remoto até o final do mês de junho de 2021, quando recebeu a primeira dose da vacina contra o vírus da COVID 19.

Como o ideal era vivenciar a aplicação da metodologia pesquisada em sala de aula, não foi possível concretizá-la. Repensou-se, então, o desenvolvimento do trabalho e optou-se em propor uma sequência didática para a formalização do conceito de área e do cálculo de área de retângulos e triângulos de acordo com o roteiro do GTERP. Portanto a contribuição desta dissertação para o ensino de geometria está na pesquisa e proposição de problemas além da elaboração de uma sequência didática para o ensino do conceito de área e do cálculo das áreas de triângulos e retângulos para o sexto ano do ensino fundamental. Nesse roteiro didático, um conjunto de cinco problemas geradores foram elaborados para o sexto ano do Ensino Fundamental, com todos os conteúdos de acordo com a BNCC. A seguir fez-se uma explanação da elaboração das atividades propostas bem como dos cinco problemas geradores. Uma descrição dos objetivos de cada uma delas pode ser encontrada no Produto Educacional, disponível no Apêndice A.

Na primeira etapa da sequência proposta, prepara-se uma atividade intitulada “atividade introdutória” (Quadro 8), cujo objetivo é fazer os alunos determinarem a quantidade de quadradinho que cabem dentro de uma figura. Nessa parte, discutem-se quais tipos de figuras são colocadas nessa primeira atividade. Depois de muito refletir sobre o seu propósito, decidiu-se que conteria um quadrado, um retângulo e dois triângulos, de forma que estas últimas três figuras geométricas possuíssem propositalmente bases e alturas iguais. Feito isso, perguntas foram elaboradas para despertar a curiosidade dos alunos.

Quadro 8: Atividade introdutória.

Observe as figuras e responda as questões.



I) Quantos quadradinhos tem o interior da figura:

a:____ b:____ c:____ d:____

II) Como são chamadas as figuras dos itens:

a:______________________________ b:______________________________

c:______________________________ d:______________________________

III) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **c**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

IV) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **d**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

V) Considerando o lado do quadradinho como unidade de comprimento, determine a medida da base e da altura das figuras:

a: base = _______________ altura = __________________

b: base = _______________ altura = __________________

c: base = _______________ altura = __________________

d: base = _______________ altura = __________________

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

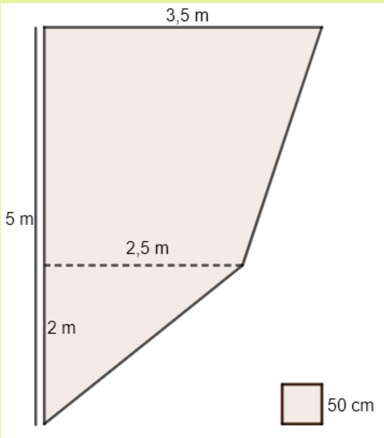
Para a segunda etapa da sequência, é proposta a resolução do problema 1 (Quadro 9), que é intitulada “Reforma da sala de Pedro”, com o objetivo de formalizar o conceito de área através da resolução dele. Além disso, nesse problema, é discutido a questão do formato da sala, uma vez que, se fosse uma figura simples, como um retângulo, a resolução seria imediata, o que não é desejável. Por isso, define-se o formato da sala por meio da composição de um retângulo e dois triângulos.

Quadro 9: Problema 1.

A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Pedro vai trocar o piso de sala de sua casa. Para isso, precisa saber quantos pisos cerâmicos serão necessários comprar para cobrir toda a sala. Abaixo, na Figura 12, apresenta-se a planta da sala e o tamanho do piso que vai ser usado.

Figura 12: Planta da sala.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões abaixo.

a) Quantos pisos cerâmicos serão necessários para cobrir a sala de Pedro?

b) Sabendo que cada caixa de piso cerâmicos contém 10 unidades, quantas caixas, no mínimo, serão necessárias para cobrir a da sala de Pedro?

c) Sabendo que a caixa de piso cerâmicos que Pedro deseja comprar custa R$ 24,56, quanto ele gastará com a compra desse piso para cobrir toda a sala?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

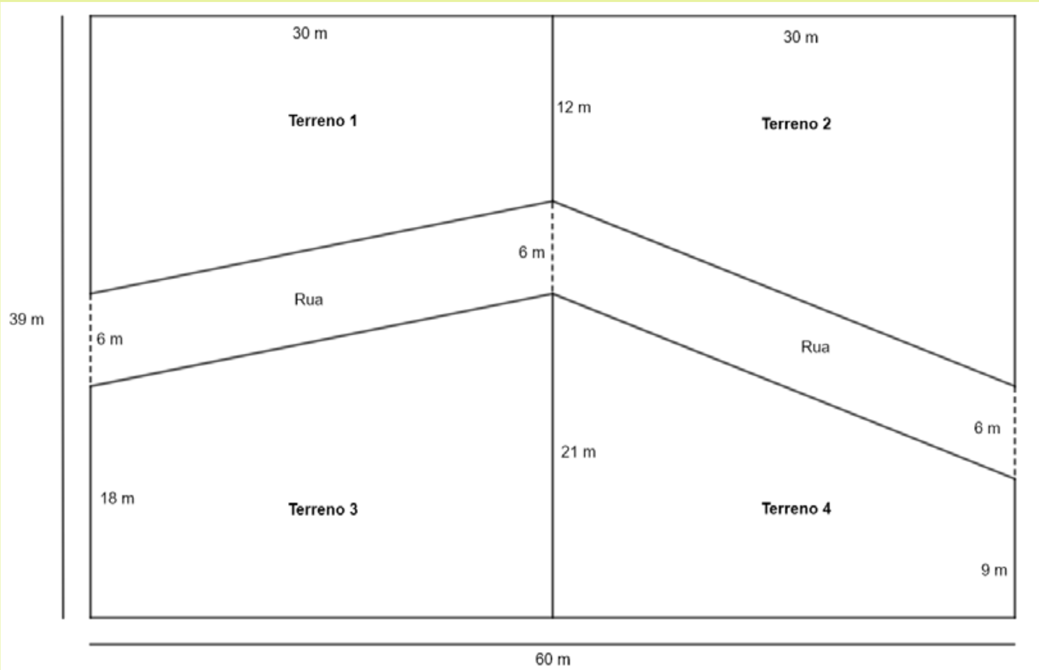
Na terceira etapa, o problema 2 (Quadro 10), intitulado “A compra do terreno de João”, é apresentado. Nele, é proposto a formalização do cálculo de área de retângulos e triângulos através de sua resolução. Para isso, mostra-se um mapa do loteamento fictício “Morada Boa”, no qual constam quatro terrenos com formatos compostos por retângulos e triângulos, que poderiam ser retratados como trapézios, o que não é feito devido ao foco do trabalho.

Quadro 10: Problema 2.

A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

Na Figura 13, é apresentado o mapa do loteamento Morada Boa. João pretende comprar o maior terreno desse loteamento. Sabendo que todos os terrenos estão à venda, ajude João a descobrir qual dos terrenos ele deve comprar. Justifique sua resposta.

Figura 13: Mapa loteamento Morada Boa.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

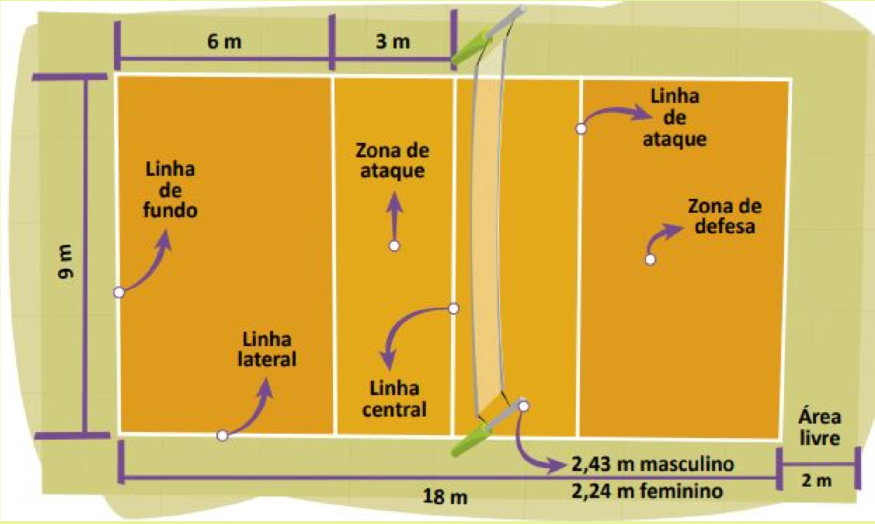
Enfim, na quarta etapa, é designada a proposição de problemas. Nela, são sugeridos três problemas (Quadros 11, 12 e 13), tal que dois são de aplicação e um com alguns dados indicados para que os alunos criem os próprios problemas a partir deles. Com isso, enriquece-se mais a aprendizagem, visto que esse processo amplia e aprofunda a compreensão dos conteúdos trabalhados em sala (ANDRADE; ONUCHIC, 2017).

Quadro 11: Problema Proposto 01.

PROBLEMA PROPOSTO 01

Na Figura 14, apresenta-se um desenho de uma quadra de voleibol de uma escola.

Figura 14: Quadra de voleibol.



Fonte: https://www.coladaweb.com/wp-content/uploads/2014/12/20190430-volei.jpg
(Acesso: 02 jun. 21)

O professor de educação física pretende destacar as zonas de ataque e defesa. Para isso, pintará de duas cores diferentes essas zonas da seguinte maneira: azul para a zona de defesa e amarela para a zona de ataque.

Sabendo que, para pintar a quadra, ele precisará de uma tinta acrílica emborrachada, cujo rendimento é de 18 m² por lata de 3,6 L, quantas latas de tinta de cada cor, no mínimo, serão necessárias? Se o preço de cada lata dessa tinta é de R$ 145,00, quanto custará para pintar essa quadra com essas cores?

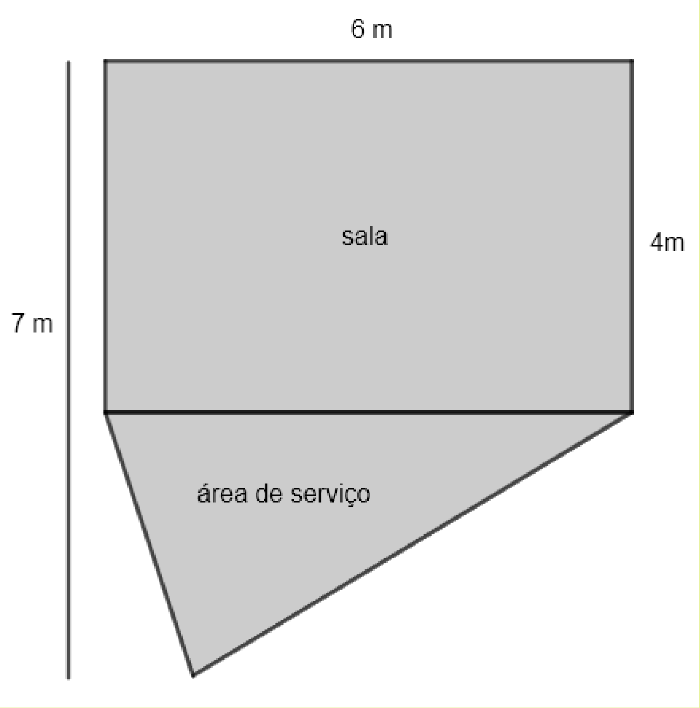
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Quadro 12: Problema Proposto 02.

PROBLEMA PROPOSTO 02

Jonas pretende mudar a decoração do piso da sala e da área de serviço de sua casa. Abaixo, conforme Figura 15, apresenta-se a planta dos cômodos.

Figura 15: Planta da sala e da área de serviço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões.

a) Qual é a área total, em metros quadrados, da sala e da área de serviço?

b) Jonas pretende colocar piso laminado em vinílico. Cada rolo de piso é vendido com dimensões de 1 metro de largura por 2 metros de comprimento, pelo preço de R$ 34,90 o rolo. Quantos rolos, no mínimo, ele terá que comprar? Quanto gastará para comprar esses rolos?

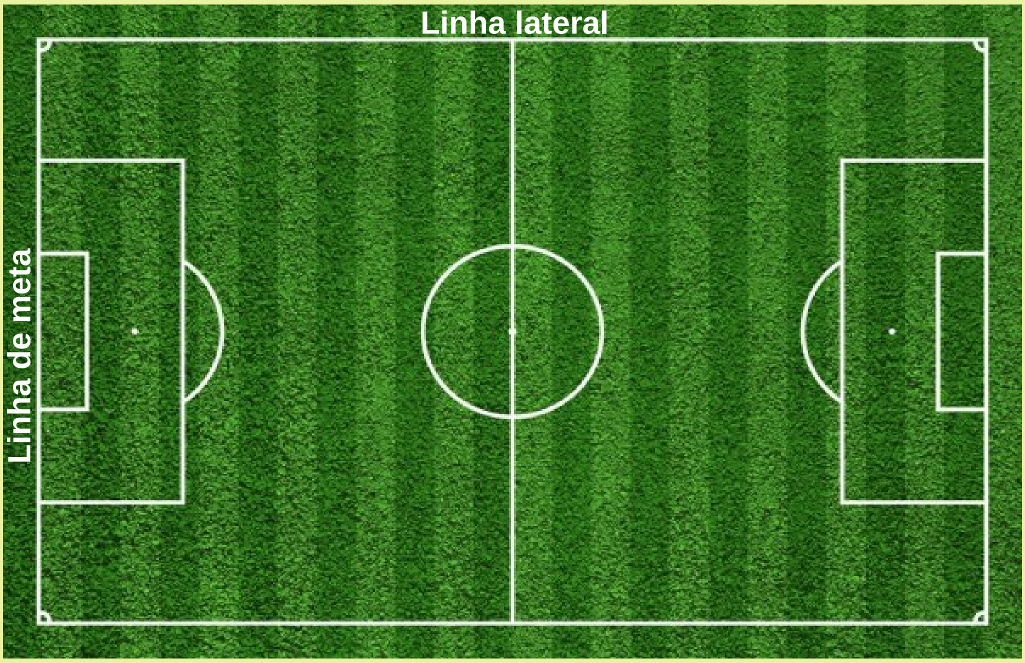
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Quadro 13: Problema Proposto 03.

PROBLEMA PROPOSTO 03

Um campo de futebol possui formato retangular, o qual é delimitado pelas linhas laterais e de meta, conforme a mostra a Figura 16.

Figura 16: Campo de futebol.



Fonte: https://st2.depositphotos.com/2210070/6966/i/600/depositphotos_69665391-stock-photo-top-view-of-soccer-field.jpg (Acesso em: 02 jun. 2021).

A Confederação Brasileira de Futebol (CBF) define as dimensões máximas e mínimas dos campos de futebol. Essas dimensões devem ser de 90m a 120m para as linhas laterais e de 45m a 90m para as linhas de meta.

De acordo com as informações acima, elabore e escreva um problema envolvendo a área de retângulos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

4.5 ELABORAÇÃO DOS PROBLEMAS GERADORES PARA CONTEÚDOS DIVERSOS

Com o intuito de ajudar o(a) professor(a) no planejamento de futuras aulas que usem a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, elaborou-se um capítulo, no caderno pedagógico, intitulado “problemas geradores para conteúdos diversos”. Conforme verificado na revisão da literatura, o sexto do ano do Ensino Fundamental é o ano de ensino com menos trabalhos realizados com essa metodologia. Assim, propõe-se, nesse capítulo, cinco problemas geradores para conteúdos pertinentes a essa série, todos de acordo com a BNCC. A seguir, é resumido o processo de elaboração dos problemas geradores.

No primeiro (Quadro 14), são abordados os conteúdos de múltiplos, divisores, números primos e compostos. A fim de formalizá-los, o problema apresentado por Vallilo (2018) foi adaptado, porque, além da resolução numérica, ele pode ser resolvido ao utilizar figuras, o que pode facilitar a compreensão dos conceitos que serão abordados na resolução do problema.

Quadro 14: Problema gerador 1 – Múltiplos, divisores, números primos e compostos.

Problema gerador 1 – Adaptado de Vallilo (2018, p. 121)

Retangularizar um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, e o resultado dessa multiplicação representa sua área.

Com base nisso, responda as questões.

a) Como se dá a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13?

b) Quais desses números apresentam uma única forma de retangularizar? Qual característica você observa na retangularização desses dois números?

c) Quais desses números têm mais de uma forma de retangularizar?

Fonte: Adaptado de Vallilo (2018, p. 121).

No segundo problema (Quadro 15), é retratado o conceito da operação potenciação. Com a finalidade de formalizar esse conceito, adaptou-se o problema de Iezzi (2008, p. 44), que traz uma lenda sobre a criação do jogo de xadrez. Com isso, pode-se despertar a curiosidade e o interesse dos alunos na sua resolução.

Quadro 15: Problema gerador 2 - Potenciação.

Problema gerador 2 – Adaptado de Iezzi, Machado e Dolce (2018, p. 44)

O tabuleiro do jogo de xadrez, representado pela Figura 17, tem 64 casas: 32 brancas e 32 pretas.

Diz a lenda que foi inventado por um jovem indiano que o apresentou a um poderoso rei, muito deprimido pela morte do filho numa batalha. Praticando o jogo, o rei se curou. Maravilhado, prometeu compensar o jovem com qualquer bem que desejasse.

Figura 17: Tabuleiro de xadrez.

O pedido foi o seguinte:

• Na primeira casa do tabuleiro 1 grão de trigo;

• Na segunda casa o dobro da primeira casa, ou seja, dois grãos de trigo;

• Na terceira casa o dobro da segunda casa

E assim por diante até a sexagésima quarta casa, sempre dobrando a quantidade de grãos da casa anterior.

Será que conseguimos ter uma ideia dessa quantidade de grãos de trigo? Para isso, vamos responder os seguintes itens:

a) Quantos grãos de trigo tinha na terceira casa do tabuleiro?

b) E na sexta casa, quantos grãos?

c) E na décima primeira casa, quantos grão?

d) E na vigésima primeira casa, quantos grãos? Aproxime esse resultado para a centena de milhar mais próxima.

e) Usando a aproximação do item **d**, quantos grãos teríamos na sexagésima quarta casa do tabuleiro?

Fonte: Adaptado de Iezzi, Machado e Dolce (2018, p. 44).

O terceiro problema (Quadro 16) é criado para introduzir o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI), porém aplicado especificamente na cobrança sobre o valor de videogames. A escolha desse tema se deu por ser um tema recorrente entre os alunos dessa idade. Por meio dele, aborda-se o conceito de porcentagem e suas representações na forma de razão centesimal, decimal além da representação decimal, bem como o cálculo da porcentagem de uma quantidade.

Quadro 16: Problema gerador 3 – Porcentagem.

Problema gerador 3: O Preço do Videogame
Você gosta de jogar videogame? Um dos videogames mais atuais é o console Playstation 4 da Sony, o modelo *Slim* de 1 TB de armazenamento tem um preço médio de R$ 2 500,00. Você sabia que uma parte desse valor são impostos cobrados pelo governo. Você sabe o que são impostos? Os Impostos são tributos obrigatórios cobrado pelo governo, ou seja, é um valor que você paga e contribui para custear as despesas administrativas do Estado. O não pagamento pode gerar multas e até punição legal. Um dos impostos que pagamos quando compramos um videogame é o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Para termos uma ideia desse valor, pagamos 3 reais de imposto para cada 10 reais do preço do videogame[6]. Agora, considerando o videogame, responda os itens abaixo. a) Quanto de IPI pagamos a cada 100 reais? b) Quanto de IPI pagamos a cada 1000 reais? c) Qual o valor cobrado de IPI nesse videogame? Qual seria o valor desse videogame sem esse imposto? d) Represente a quantia que pagamos de imposto a cada 100 reais usando uma fração. Que número decimal é equivalente a essa fração?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

No quarto problema (Quadro 17), aborda-se o conceito de probabilidade em um espaço amostral equiprovável. Para isso, tal tema é adaptado de Souza (2018, p. 222), que faz a abordagem desse conceito por meio de uma situação de jogo de tabuleiro entre duas pessoas. Por envolver um jogo, espera-se que os estudantes também se engajem na resolução dessa situação.

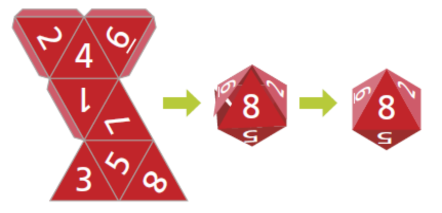
6 Fonte: https://www.gov.br/pt-br/noticias/financas-impostos-e-gestao-publica/2020/10/jogos-eletronicos-tem-a-aliquota-de-ipi-reduzida (Acesso em: 02 mar 2021)

Quadro 17: Problema gerador 4 – Probabilidade.

Problema gerador 4 – Adaptado de Souza (2018, p. 222)

Júlia e Manoel estão brincando com um jogo de tabuleiro, usando um dado que lembra um octaedro (Figura 18), com oito faces numeradas de 1 a 8, montado por eles mesmos, como na figura ao lado.

Figura 18: Dado de oito faces.



Nesse jogo, cada participante, na sua vez, lança o dado e move o peão no tabuleiro de acordo com a quantidade de casas indicadas na face voltada para cima. Ganha a partida aquele que primeiro levar o peão até a casa FIM.

Figura 19: Final do tabuleiro.

Agora é a vez de Júlia jogar na rodada. Observe o peão azul de Júlia no tabuleiro (Figura 19) e responda.

a) Quantas são as possibilidades de sorteio de Júlia? Quais são elas?

b) Caso a Júlia obtenha o número 6 no lançamento, ela ganha a partida nessa rodada? Explique sua resposta.

c) Quais são os resultados de Júlia no lançamento para que ela não ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia ganhar a partida.

d) Quais são os resultados no lançamento para que Júlia ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades Júlia não ganhar a partida.

e) Escreva as frações dos itens **c** e **d** na forma de número decimal e na forma de porcentagem.

Fonte: Adaptado de Souza (2018, p. 222).

Por fim, no quinto problema (Quadro 18), aborda-se o cálculo do volume de blocos retangulares, os paralelepípedos. Para tanto, foi elaborado um exercício que consiste em determinar a quantidade de caixas cúbicas que podem ser colocadas em um depósito de formato retangular.

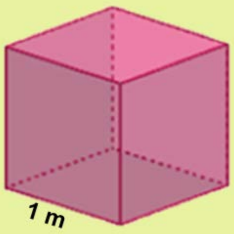
Quadro 18: Problema gerador 5 – Volume de blocos retangulares.

Problema gerador 5: O Depósito de Adriano

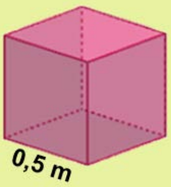
Adriano tem em seu terreno um depósito em que costuma guardar seus objetos em caixas. Esse depósito tem a forma de um paralelepípedo, cujas dimensões internas são 3m de largura, 6m de comprimento e 3m de altura. Ele está organizando suas coisas em caixas no formato de cubos.

Sabendo isso e supondo que o depósito está vazio e é composto apenas pelas paredes, teto, e chão, quantas caixas, no máximo, ele conseguirá colocar no seu depósito se essas caixas tiverem dimensões externas conforme os itens abaixo?

a)



b)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo geral desta dissertação foi a elaboração de uma sequência didática para o ensino do conceito e cálculo de área por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas para o sexto ano do Ensino Fundamental. No capítulo 4 foi apresentada a sequência elaborada. Portanto, a meta proposta foi atingida. A respeito dos objetivos específicos, são elucidados nos três seguintes parágrafos.

No capítulo 3, realizou-se a fundamentação teórica, em que foram apresentadas as concepções sobre a Resolução de Problemas, na qual se pode compreender suas diferentes abordagens e a caracterização de um problema. Também nesse capítulo, foi pesquisada a maneira de trabalhar em sala de aula com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas ao utilizar o roteiro do GTERP. Além disso, ainda no capítulo 3, realizou-se um mapeamento das pesquisas de acordo com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Nesse mapeamento, foi percebido um pequeno número de trabalhos realizados nos anos finais do Ensino Fundamental, principalmente no sexto ano.

No capítulo 4, de acordo com a concepção de sequência didática, elaborou-se o trabalho para o ensino do conceito e do cálculo de área por meio da metodologia de ensino citada anteriormente, visto que foi percebido que ficaria mais organizado e compreensível ao dividi-lo em quatro partes bem definidas.

Por fim, o produto educacional, no Apêndice A deste trabalho, é um caderno pedagógico proposto ao professor de matemática que queira mudar sua metodologia de ensino. Para tanto, é descrito um resumo da metodologia pesquisada nesta dissertação, é apresentada a sequência didática proposta e alguns problemas para outros conteúdos com a finalidade de serem trabalhados de acordo com a metodologia apresentada.

Logo, afirma-se que os objetivos específicos dessa pesquisa também foram atingidos, de modo a proporcionar um aprofundamento teórico em relação Resolução de Problemas quanto à Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Reconhece-se que, para uma melhor análise da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, deve-se tê-la vivenciado, por meio da aplicação das atividades sugeridas, na prática em sala de aula. Inicialmente, as atividades sugeridas nessa dissertação seriam aplicadas em sala de aula e, posteriormente, seria feita uma análise dos resultados, reflexão sobre como seria conduzida a aula e, provavelmente, dessa análise adaptações na sequência poderiam ser propostas. Não obstante, devido à pandemia de COVID-19, não puderam ser concretizadas, por ser o pesquisador do grupo de risco, e, durante o processo de escrita, estar em trabalho remoto. Mesmo assim, a pesquisa realizada por este autor contribuiu muito para a sua formação profissional, tanto na melhoria da prática de docência, de modo a ressignificar muitas concepções sobre o ensino, a aprendizagem e a avaliação de matemática, quanto na Resolução de Problemas. Também foi proporcionada uma reflexão crítica sobre a forma abordada de alguns conceitos matemáticos em sala de aula, ao transmutar a concepção de que é preciso, primeiramente, ter as definições e as regras para depois aplicá-las, de modo a deixar de ser apenas um transmissor de conhecimento.

Portanto, afirma-se que o desenvolvimento desta pesquisa forneceu um crescimento profissional ímpar, seja no aprendizado de como realizar pesquisas e leituras quanto no planejamento das atividades propostas. Ademais, espera-se que esse trabalho possa contribuir também para outros professores que buscam melhorar a própria prática de ensino e contribuir, assim, para haver uma educação de matemática de qualidade nas escolas públicas brasileiras.

REFERÊNCIAS

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM.** n 55, 2009. p. 133-154.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al (Orgs). **Resolução de problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ANDRADE, Cecília Pereira de; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p. 433-466.

AZEVEDO, Eliane Bihuna de. **Vivenciando a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da Resolução de Problemas nas aulas de Cálculo Diferencial e Integral.** 2019. Tese (Doutorado em Ciências da Educação Especialidade em Educação Matemática). Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2019. Disponível em: http://hdl.handle.net/1822/65615. Acesso em: 15 jan. de 2021.

AZEVEDO, Eliane Bihuna; PALHARES, Pedro Manuel Baptista; FIGUEIREDO, lisandra Bar de. Adaptação no roteiro da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática do GTERP para ensinar Cálculo Diferencial e Integral através da Resolução de Problemas. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. 1-22, 2020. Disponível em: https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat-SP/article/view/252/pdf. Acesso em: 30 jun. 2021.

BASTOS, Antônio Sergio Abrahão Monteiro. **Análise de erros matemáticos na resolução de problemas aplicados à física**. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo – SP, 2013. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=368197. Acesso em: 20 jan. de 2021.

BOTTA, Eliane Saliba. **O Ensino do Conceito de Função e Conceitos relacionados a partir da Resolução de Problemas**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2010. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91063. Acesso em: 20 nov. 2020.

BRASIL, Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC. 2018. Disponível em:

http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 nov. de 2020.

FERNANDES, José Aparecido da Silva. **Ensino e aprendizagem de divisibilidade através da resolução de problemas: experiência com uma turma de 6º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Ensino na Educação Básica) – Universidade federal do Espírito Santo, São Mateus, 2016. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=3590574 Acesso em: 09 dez. 2020.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Editora Atlas, 2008.

HUANCA, Roger Ruben Huaman. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula.** 2006. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro. 2006 Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91004. Acesso em: 10 abr. 2021.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em geometria.** 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MENINO, Fernanda dos Santos. **Resolução de problemas no cenário da matemática discreta**. 2013. Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2013. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=137359 Acesso em: 09 dez. 2020.

MENINO, Fernanda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Problena da Calha e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas nos Cursos de Engenharia. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (Organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p.221-246.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. O desafio da pesquisa social: Pesquisa Qualitativa. In: Deslandes, Suely Ferreira; Gomes, Romeu; Minayo, Maria Cecília de Souza (Orgs.). **Pesquisa social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis: Editora Vozes, 2009.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

NUNES, Célia Barros. **O Processo Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Geometria através da Resolução de Problemas: perspectivas didático-matemáticas na formação inicial de professores de matemática.** 2010. Tese (Doutora em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010. Disponível em: https://repositorio.unesp.br/handle/11449/102122. Acesso em: 17 ago. 2020.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos e para onde iremos? **Revista Espaço Pedagógico**, Passo Fundo (RS), v. 20, n. 1, p. 88-104, out. 2013. Disponível em: https://doi.org/10.5335/rep.2013.3509. Acesso em: 17 ago. 2020.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf. Acesso em: 17 ago. 2020.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa, ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Novas reflexões sobre ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In BICUDO, Maria Aparecida Viggiani; BORBA, Marcelo de Carvalho (Orgs.). **Educação Matemática**: pesquisa em movimento. 4 ed. São Paulo, Cortez, 2012. p.232-252.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes; NOGUTI, Fabiane Cristina Höpner; JUSTULIN, Andresa Maria (Orgs.). **Resolução de Problemas: Teoria e Prática**. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Márcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

PEREIRA, Lívia da Cás. **Ensino e aprendizagem das operações com números decimais através da resolução de problemas no ensino fundamental.** 2011. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2011. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/handle/UFN-BDTD/390 Acesso em: 09 dez. 2020.

PIRONEL, Marcio. **Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação.** 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8006091. Acesso em: 20 nov. 2020.

POLYA, George. **Sobre a resolução de problemas de matemática na *high school***. In KRULIK, Stephen; REYES, Robert E. (Orgs). A resolução de problemas na matemática escolar: tradução Hygino H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo, Atual, 1997.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas**. Tradução Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

POSSAMAI, Janaína Possamai; TERES, Silvana Leonora Lehmkuhl; AZEVEDO, Eliane Bihuna de; TALARICO, Lucas Ramiro. CONCEPÇÕES DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A BNCC. **Encontro Catarinense de Educação Matemática**, Brasil, jun. 2021. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/SC/ECEM/paper/view/2158/1482 . Acesso em: 13 jul. 2021.

QUINTANS, Jeozadaque. **O ensino dos números primos inter-relacionados a conteúdos diversos através da resolução de problemas**. 2020. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, 2020. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc4.php?cod=5587_9ccff832fce695250b0ac787695e74c3491b160c Acesso em: 09 dez. 2020.

SCHROEDER, Thomas L.; LESTER JUNIOR, Frank K. **Developing Understanging in Mathematics via Problem Solving**. In: P. R. Trafton (Ed.) New Directions for Elementar School Mathematics. National Council of Teachers os Mathematics, Reston, NCTM, 1989, p. 31-42.

TRENTO, Ana Cristina. **Metodologia de resolução de problemas: uma análise das contribuições e dificuldades no processo de ensino-aprendizagem-avaliação de polinômios no ensino fundamental**. 2019. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Pato Branco, 2019. Disponível em: https://sca.profmat-sbm.org.br/sca_v2/get_tcc3.php?cpf=07089493989&d=20210618195326&h=85d9b075c4477d3b79843380710b4a0fdc1d797a. Acesso em: 25 nov. 2020.

VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. **A linguagem matemática no estudo de números racionais: uma abordagem através da resolução de problemas**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2018. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6335120 Acesso em: 09 dez. 2020.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICE A – PRODUTO EDUCACIONAL

CADERNO PEDAGÓGICO

METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: PROPOSTA DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA O ENSINO DO CONCEITO DE ÁREA.

APRESENTAÇÃO

Caro(a) professor(a),

Este caderno pedagógico foi elaborado de acordo com a pesquisa intitulada "Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas: proposta de uma sequência didática para o ensino do conceito de área", realizada no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Santa Catarina (UDESC), sob orientação do Professor Doutor Rogério de Aguiar e coorientação da Professora Doutora Eliane Bihuna de Azevedo.

O presente caderno pedagógico se destina ao professor(a) e contém uma proposta de sequência didática para o ensino e formalização do conceito de área voltado ao sexto ano do ensino fundamental. A sequência didática foi concebida para ser desenvolvida utilizando-se a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. Além da sequência didática o produto educacional também contém alguns problemas geradores de conteúdos diversos para o sexto ano do ensino fundamental que podem ser propostos por meio de uma sequência didática. Como anexo deste trabalho disponibilizamos as folhas para impressão com as atividades que compõe a sequência didática.

Portanto, professor(a), desejamos que este material possa ser bem aproveitado no planejamento de suas aulas, de modo a torná-las mais dinâmicas e motivadoras, e que junto com seus alunos possam construir uma aprendizagem mais efetiva em matemática.

Jucemir da Silva Souza

.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Neste caderno pedagógico é proposta uma sequência didática composta por alguns problemas para o professor que deseja trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e, assim, possivelmente, inovar a sua prática de ensino.

Para isso, apresenta-se no Capítulo 1 um resumo da metodologia, que foi desenvolvida pelas pesquisadoras Onuchic e Allevato, bem como um roteiro de atividades para sua implementação em sala de aula. Destaca-se que, para um aprofundamento maior sobre essa metodologia, o professor leia a dissertação[1] de mestrado do autor ou as referências nela elencadas.

No Capítulo 2, apresenta-se uma proposta de aplicação por meio de uma sequência didática com a finalidade de formalizar o conceito de área e do cálculo de área de retângulos e triângulos retângulos. Essa proposta está em consonância com o roteiro da metodologia de ensino supracitada.

Por fim, no Capítulo 3, alguns problemas geradores são sugeridos para serem trabalhados por meio da metodologia de ensino apresentada no Capítulo 1 de modo a serem formalizados alguns conteúdos do sexto ano do Ensino Fundamental.

1 Disponível no endereço: https://www.udesc.br/cct/profmat/dissertações

CAPÍTULO 1: METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

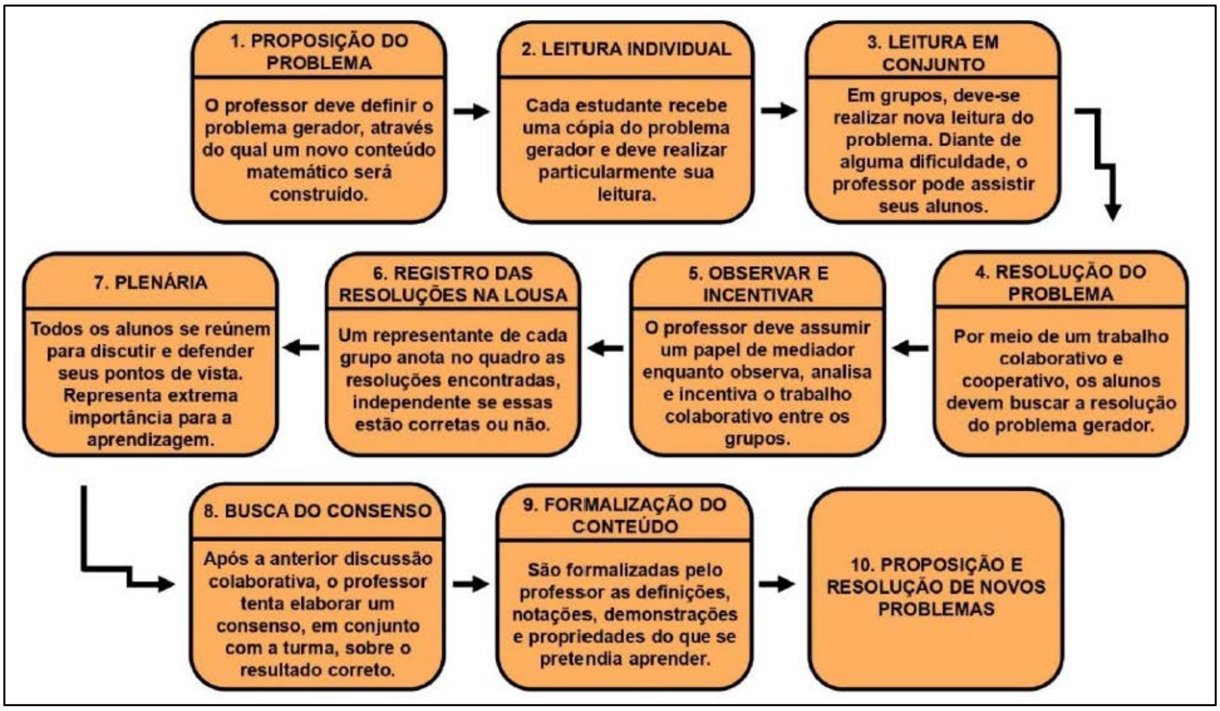
Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é o desafio a ser usado para a construção do conhecimento matemático. Para isso, é necessário que o conteúdo a ser ensinado ainda não tenha sido trabalhado em sala de aula, uma vez que a resolução do problema será o meio para construir esse novo conceito, princípio ou procedimento matemático. Onuchic e Allevato (2011, p. 81), ressaltam: “o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.” Neste trabalho corrobora-se com Onuchic e Allevato (2011, p.81), que definem um problema como “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas está interessado em fazer”.

Destaca-se que, nessa metodologia, professor e alunos devem fazer mudanças nas próprias atitudes e posturas referentes ao trabalho em sala. Em aulas tradicionais, nas aulas de matemática, o professor costuma explicar todo o conteúdo e propor exercícios de aplicação do conteúdo explicado. Nessa forma clássica de ministrar aulas, o professor é o detentor do conhecimento e o aluno um agente passivo que tem pouca ou nenhuma oportunidade de participar na construção do conhecimento. Onuchic e Allevato (2011) definem o que se espera do professor na metodologia de Resolução de Problemas; “precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

A proposta de desenvolvimento dessa metodologia se baseia no trabalho realizado em grupo, o qual favorece a aprendizagem, visto que ela “permite aos estudantes com maiores dificuldades discutir suas dúvidas e concepções com os colegas que apreenderam um determinado conceito com maior rapidez ou com mais precisão” (PIRONEL; VALLILO, 2017, p. 291).

Com a finalidade de orientar o trabalho dos professores em sala de aula que desejam inserir a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, o GTERP[2] desenvolveu um roteiro com dez etapas a serem seguidas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014), descritas na Figura 1.

Figura 1: Etapas do roteiro do GTERP.



Fonte: Santos et al. (2021, p. 5)

Entretanto, em 2017, foi proposto pelas autoras Onuchic e Allevato um roteiro composto de onze etapas em que é adicionada, como sendo a primeira etapa “formar grupos”. O roteiro atualizado é: (1) Formar grupos; (2) Preparação do problema; (3) Leitura individual; (4) Leitura em conjunto; (5) Resolução do problema; (6) Observar e incentivar; (7) Registro das resoluções na lousa; (8) Plenária; (9) Busca do consenso; (10) Formalização do conteúdo; (11) Proposição de problemas (ANDRADE; ONUCHIC, 2017).

De acordo com os roteiros supracitados, uma aula cuja metodologia adotada seja a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de resolução de problemas através da resolução de problemas inicia com a seleção/elaboração do problema

[2] Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas

gerador. Esse problema terá por objetivo introduzir um conteúdo ainda não abordado em sala de aula, mas de forma que os estudantes tenham condições de resolver com os seus conhecimentos prévios. Em sala de aula, os estudantes são divididos em grupos, que podem ser de dois ou mais estudantes. Sugere-se que não sejam grupos muito grandes para que todos os integrantes possam participar do processo de resolução. Após se fazer a leitura individual e a leitura em conjunto, as equipes trabalharam na resolução do problema. O professor deve ser o mediador nesse processo. Ele deverá circular pelos grupos para acompanhar os estudantes e ajudá-los, não respondendo se a resolução está (in)correta quando for questionado, mas fazendo questionamentos que proporcionaram uma reflexão dos estudantes e que fará com que as equipes avaliem além de poder proporcionar ideias para resolverem. Mas, o professor não deve impor caminhos que os estudantes devem seguir. Após resolvido o problema, os estudantes terão que compartilhar a sua solução (certo ou errada) com os demais colegas, que pode ser pelo registro na lousa ou alguma variação. Por exemplo, os estudantes poderiam registrar em alguma folha/cartolina a resolução da equipe e apresentar aos colegas. Essa dinâmica deverá ser orientada pelo professor. O professor deverá promover o momento da plenária em que a turma analisará as resoluções e buscarão um consenso sobre a solução correta. Nesse momento os estudantes podem se autoavaliar, assim como avaliar se a sua equipe pensou corretamente além de avaliarem as resoluções dos demais. Além dessa avaliação dos estudantes, o professor também consegue avaliar o quanto os estuantes avançaram em seu conhecimento, pois pode os acompanhar durantes as discussões nas equipes. Após o consenso, o professor formalizará o conteúdo que deseja abordar, além de introduzir notação e linguagem matemática correta. Por fim, o professor poderá expandir a discussão com novos problemas além de propor que os estudantes criem seus próprios problemas envolvendo o assunto abordado.

As autoras Onuchic e Allevato (2011) ressaltam que não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula. Ademais, Pironel (2019), em sua tese, reforça que ao se fazer alterações nos passos e procedimentos da metodologia do GTERP, esta não fica descaracterizada. Azevedo, Figueiredo e Palhares (2020, p. 7) corroboram com Pironel e complementam dizendo que as "adequações no roteiro podem ser feitas conforme as necessidades desde que não se deixe de fazer o essencial que é realizar a discussão coletiva (plenária) e a formalização do conteúdo”.

CAPÍTULO 2: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo será apresentada uma sequência didática que tem por objetivo formalizar o conceito e o cálculo de área de retângulos e triângulos no sexto ano do Ensino Fundamental e que está em consonância os objetos de conhecimento e habilidades definidos para esse conteúdo definidos na BNCC (BRASIL, 2018), como apresentado no Quadro 2.

Quadro 1: Unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades.

Unidade temática: Grandezas e medidas
Objetos de conhecimento: Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume
Habilidades: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018).

Escolhe-se a sequência didática, porque ela orienta, em etapas, todo o planejamento do professor em sala de aula. Além do que, segundo a concepção de Zabala (1998), as sequências didáticas são: “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. (ZABALA, 1998, p.18)

Para aplicação dessa sequência didática, os alunos já devem conseguir realizar as quatro operações com números racionais na forma decimal e reconhecer os triângulos e quadriláteros, bem como os seus elementos.

Como fundamentação teórica matemática para formalizar os conceitos propostos por esta sequência didática, utilizam-se as definições de Lima (2006) e Muniz Neto (2013), as quais são adaptadas ao sexto ano do Ensino Fundamental.

A sequência didática apresentada no Quadro 2 foi dividida em quatro partes. O tempo total previsto para o desenvolvimento é de seis aulas de 45 a 50 minutos.

Quadro 2: Sequência didática.

Parte 1
Atividade: Introdutória
Tempo sugerido: Uma aula (45 a 50 minutos). **Descrição da atividade:** Apresentar uma atividade para que determinem a quantidade de quadradinhos que compõem o interior de cada uma das figuras da atividade, o qual será aplicado de acordo com as nove primeiras etapas do roteiro do GTERP.
Parte 2
Atividade: Problema 1 – A reforma da sala de Pedro
Tempo sugerido: Duas aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** O primeiro problema, o qual será aplicado de acordo com o roteiro do GTERP, tem como objetivo formalizar o conceito de área de uma figura.
Parte 3
Atividade: Problema 2 – A compra do terreno de João
Tempo sugerido: Três aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** O segundo problema, o qual também será aplicado de acordo com o roteiro do GTERP, tem como objetivo formalizar o cálculo de área de retângulos e triângulos.
Parte 4
Atividade: Proposição de problemas
Tempo sugerido: Duas aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** Nesta etapa, após a formalização do conceito de área e do cálculo de área de retângulos e de triângulos retângulos, inicia-se a décima primeira etapa do roteiro do GTERP, que é a proposição problemas.

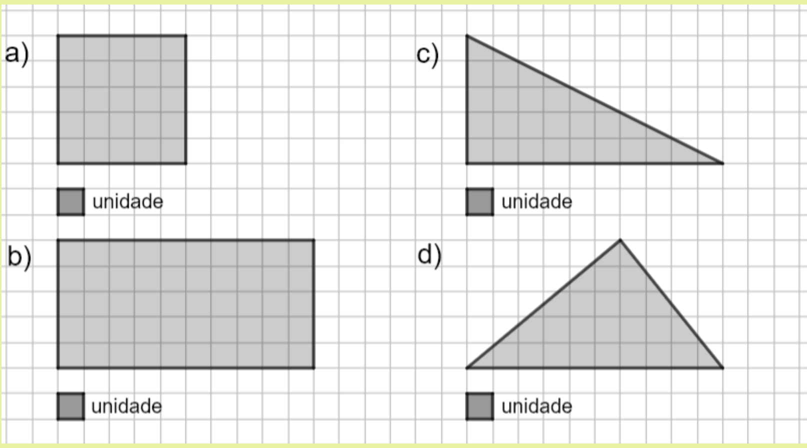
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

PARTE 1: ATIVIDADE INTRODUTÓRIA

Nesta atividade introdutória, apresentada no Quadro 3, almeja-se que os alunos reflitam sobre a quantidade de quadradinhos que cobrem o interior de cada figura. Nesse momento, trabalha-se apenas com a ideia de comparação sem abordar o conceito de área ainda, além de fazer uma revisão sobre retângulos e triângulos. Nessa atividade da sequência didática inicia-se o roteiro do GTERP, sendo que a atividade introdutória será aplicada de acordo com as nove etapas iniciais dessa metodologia, pois não será feito formalização e nem a proposição de problemas. Na Parte 3, sugere-se uma maneira de desenvolver todas as onze etapas em sala de aula.

Quadro 3: Atividade Introdutória.

Observe as figuras e responda as questões.



I) Quantos quadradinhos tem o interior da figura:
a:____ b:____ c:____ d:____

II) Como são chamadas as figuras dos itens:
a:______________________________ b:______________________________
c:______________________________ d:______________________________

III) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **c**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

____

IV)	O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **d**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada. ____ ____
V)	Considerando o lado do quadradinho como unidade de comprimento, determine a medida da base e da altura das figuras: a: base = ________________ altura = ___________________ b: base = ________________ altura = ___________________ c: base = ________________ altura = ___________________ d: base = ________________ altura = ___________________

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

No item I, deve-se colocar a quantidade de quadradinhos que cobrem o interior de cada figura. As figuras a, b, c, d, são figuras já conhecidas pelos alunos do 6º ano, e sugere-se que, nesse momento, eles lembrem-se desses polígonos. Por isso, foi proposta a pergunta do item II. Já nos itens III e IV, o objetivo é realizar uma prévia do cálculo de área do retângulo e do triângulo, porém sem mencionar explicitamente ainda sobre do cálculo de área. Por fim, no item V, objetiva-se que os alunos lembrem, reconheçam e determinem a medida da base e da altura de um retângulo e de um triângulo.

No Quadro 4, são descritas as etapas iniciais para aplicação da sequência didática.

Quadro 4: As nove etapas iniciais para aplicação da sequência didática.

Etapas	**Explicação**
Formar Grupos	O professor deve selecionar os grupos que contenham de três a cinco integrantes, dependendo da quantidade de alunos da turma.
Leitura Individual	Em seguida, com o problema em mãos, de preferência impresso para facilitar o desenvolvimento do trabalho em sala, entrega uma cópia dele para cada aluno. Em seguida, o professor solicita que cada um faça uma leitura individual.
Leitura em Grupos	Ao término dessa leitura, o educador solicita uma nova leitura, porém agora nos grupos. Se houver alguma dificuldade após a leitura do texto, o professor auxilia os alunos ao reler o

	problema, sana as dúvidas quanto ao entendimento do enunciado a fim de iniciar a resolução do problema
Resolução do Problema	Nessa etapa, os alunos buscam resolvê-lo num trabalho colaborativo e cooperativo com os demais integrantes do grupo. Durante a resolução do problema, o professor circula entre os grupos, analisa o comportamento dos estudantes, estimula-os a trocarem ideias, a trabalhar cooperativamente e a utilizarem seus conhecimentos prévios.
Observar e Incentivar	Se houver necessidade, o educador pode conduzir algumas perguntas a respeito da atividade introdutória a fim de os lembrar da forma como a resolveram, porém sem fornecer as respostas prontas, visto que precisa demonstrar confiança nas condições dos alunos.
Registro das Resoluções na Lousa	Após todos os grupos terem resolvido o problema, passa-se para a plenária e a busca do consenso. Nessa etapa, são escolhidos os representantes de cada grupo para que compartilhem, na lousa, suas resoluções, sejam essas certas, erradas ou feitas por diferentes estratégias. Se a lousa não suportar todas as resoluções ou o professor desejar agilizar o processo de registro das resoluções na lousa, uma sugestão é entregá-las algum tipo de papel para que seja registrada a estratégia da equipe, como por exemplo, folha A3 ou papel *kraft*.
Plenária	Em seguida, todos os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas pelos colegas, e o professor, como guia e mediador, estimula-os a justificarem seus raciocínios e a defenderem seus pontos de vistas, a fim de comparar e discutir as diferentes soluções.
Busca do Consenso	Em seguida, após serem analisadas todas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o educador incentiva os estudantes a chegarem num consenso sobre o resultado correto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

PARTE 2: PROBLEMA 1 – A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Essa atividade tem como objetivo levar o aluno a compreensão de que a área de uma figura plana é um número que expressa a comparação da região delimitada por essa figura com uma unidade de área.

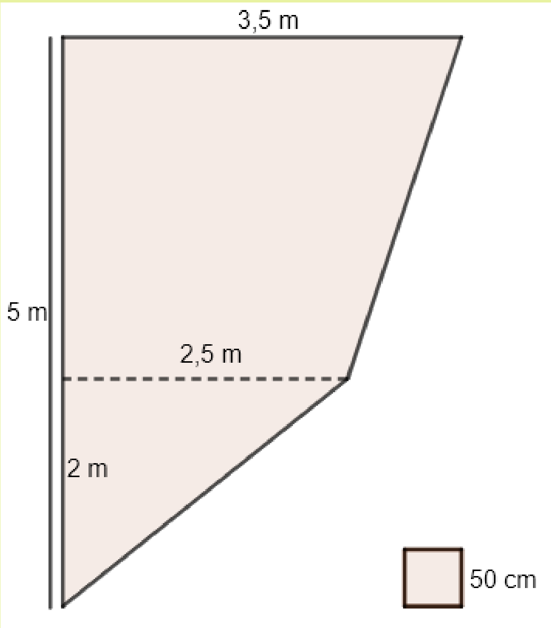
Nesse problema, apresentado no Quadro 5, propõe-se que os alunos determinem a quantidade de pisos necessários para cobrir toda a sala a fim de trazer a noção de área de um polígono. Esse problema será aplicado de acordo com as onze etapas do roteiro do GTERP. Portanto, pode-se aplicá-lo de forma similar ao que foi sugerido na atividade introdutória seguindo-se as nove etapas anteriormente descritas mais a formalização, mantendo-se os grupos já formados nessa parte.

Quadro 5: Problema 1.

A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Pedro vai trocar o piso de sala de sua casa. Para isso, precisa saber quantos pisos cerâmicos serão necessários comprar para cobrir toda a sala. Abaixo, na Figura 1, apresenta-se a planta da sala e o tamanho do piso que vai ser usado.

Figura 1: Planta da sala.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões abaixo.

a) Quantos pisos cerâmicos serão necessários para cobrir a sala de Pedro?

b) Sabendo que cada caixa de piso cerâmicos contém 10 unidades, quantas caixas, no mínimo, serão necessárias para cobrir a da sala de Pedro?

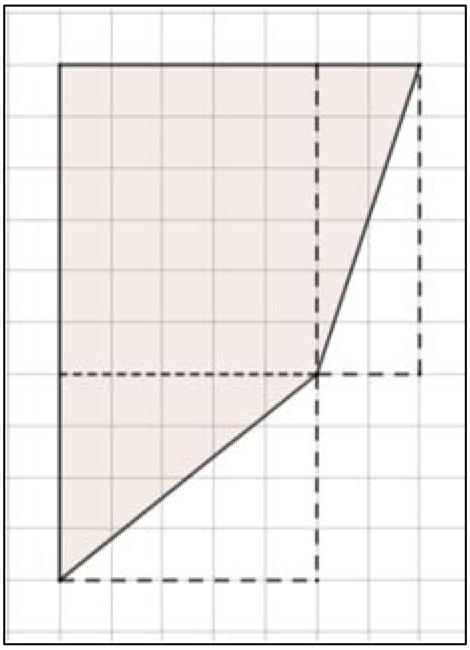
c) Sabendo que a caixa de piso cerâmicos que Pedro deseja comprar custa R$ 24,56, quanto ele gastará com a compra desse piso para cobrir toda a sala?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Item a) Uma possível solução do problema é dividir a figura em quadradinhos de 50cm x 50cm, conforme a Figura 2.

Figura 2: Planta dividida em três regiões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Ao observar a Figura 2, percebe-se a divisão da área original em três regiões, uma retangular, ocupada por trinta pisos cerâmicos, e duas triangulares, iguais a metade da área de cada retângulo pontilhado, de modo que caibam seis pisos cerâmicos para o triângulo superior e dez para o inferior. Logo, para o item **a**, tem-se como resposta 30 + 6 + 10 = 46 pisos cerâmicos.

Item b) Para o item **b**, serão necessárias 5 (cinco) caixas, porque faltariam quatro pisos cerâmicos.

Item c) Por fim, no item **c**, basta fazer 5 X 24,56 = 122,8, portanto, R$ 122,80.

Sugestão ao Professor
Para a formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal do conceito de área. Como sugestão, é apresentada, a partir do parágrafo seguinte, a definição do conceito de área para formalização desse problema.

Após passar pelas nove etapas anteriores da metodologia, segue-se à formalização.

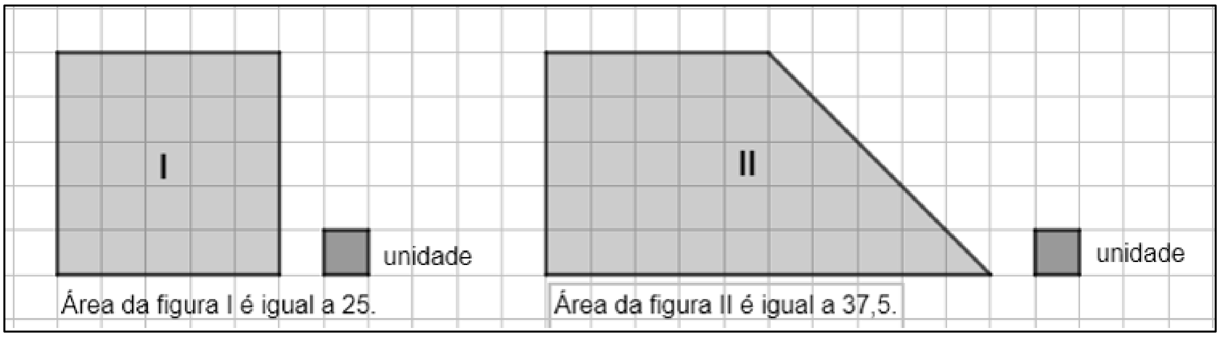
FORMALIZAÇÃO

A área de uma figura plana é a porção do plano ocupada por essa figura. Para determinar essa medida, compara-se essa figura com a unidade de área. Assim, o resultado dessa comparação será um número que exprimirá quantas vezes essa figura contém essa unidade, ou seja, este número será a área dessa figura. De um modo geral, tem-se:

- Um quadrado com lado unitário possui área igual a 1.
- Se uma figura pode ser decomposta como a reunião de um número finito de polígonos, tais que dois quaisquer deles tenham em comum no máximo alguns lados, então a área dessa figura é a soma das áreas dos polígonos.

Observe os exemplos, conforme a Figura 3.

Figura 3: Exemplos de área.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Enfatizar que, no exemplo II, a figura é a composição de um retângulo e um triângulo. Logo, sua área é a soma das áreas dessas duas figuras.

Sugestão ao Professor
Nessa parte, o professor também pode mostrar algumas unidades de medida de área utilizadas no dia a dia, como, por exemplo, o cm², m² e o km². Assim, se na figura I, o quadrado unitário for de 5cm por 5cm, a área dessa figura seria de 25cm²; se for de 5m por 5m, então essa área seria de 25m²; e se o quadrado unitário for de 5km por 5km a área seria de 25km²

Nessa etapa, não serão feitas proposições de problemas, porque serão abordados na Parte 4 da sequência didática proposta. Após formalizado o conceito de área, segue-se para a Parte 3 da sequência didática.

PARTE 3: PROBLEMA 2 – A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

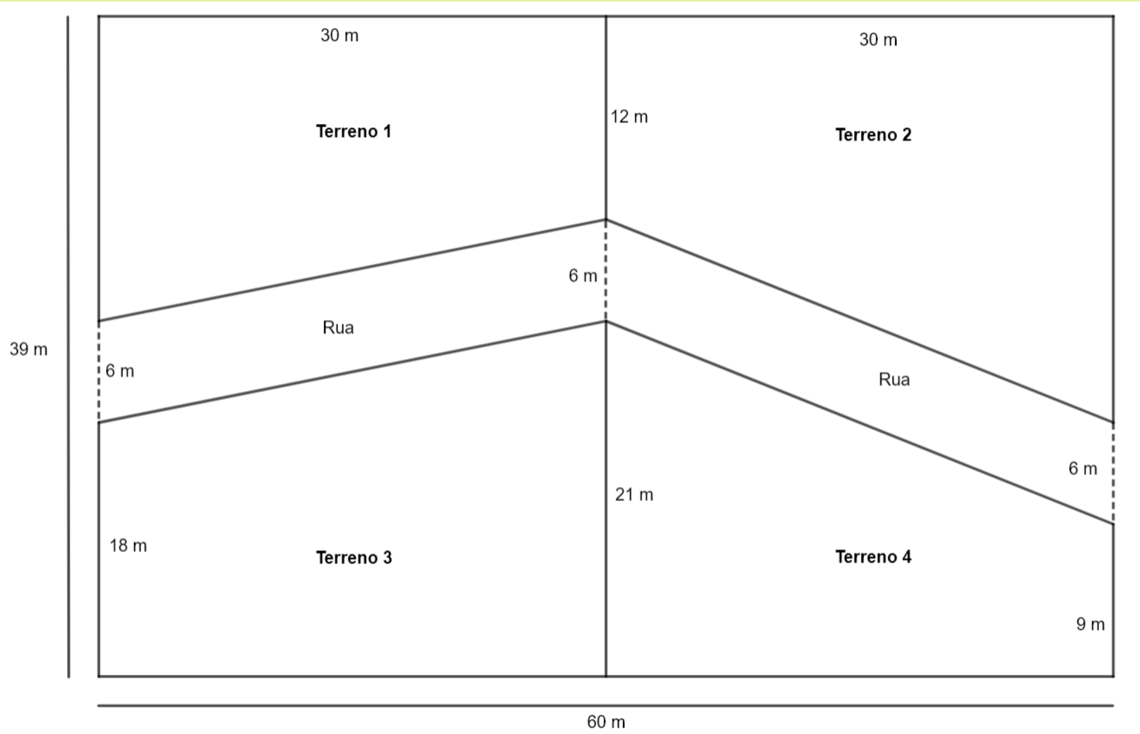
Esse problema, apresentado no Quadro 6, tem como objetivo levar o aluno a compreender que, para identificar o maior terreno para a escolha de João, deve-se descobrir qual é a área de cada terreno com base na compreensão do cálculo de área de retângulos e triângulos.

Quadro 6: Problema 2.

A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

Na Figura 1, é apresentado o mapa do loteamento Morada Boa. João pretende comprar o maior terreno desse loteamento. Sabendo que todos os terrenos estão à venda, ajude João a descobrir qual dos terrenos ele deve comprar. Justifique sua resposta.

Figura 1: Mapa loteamento Morada Boa.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

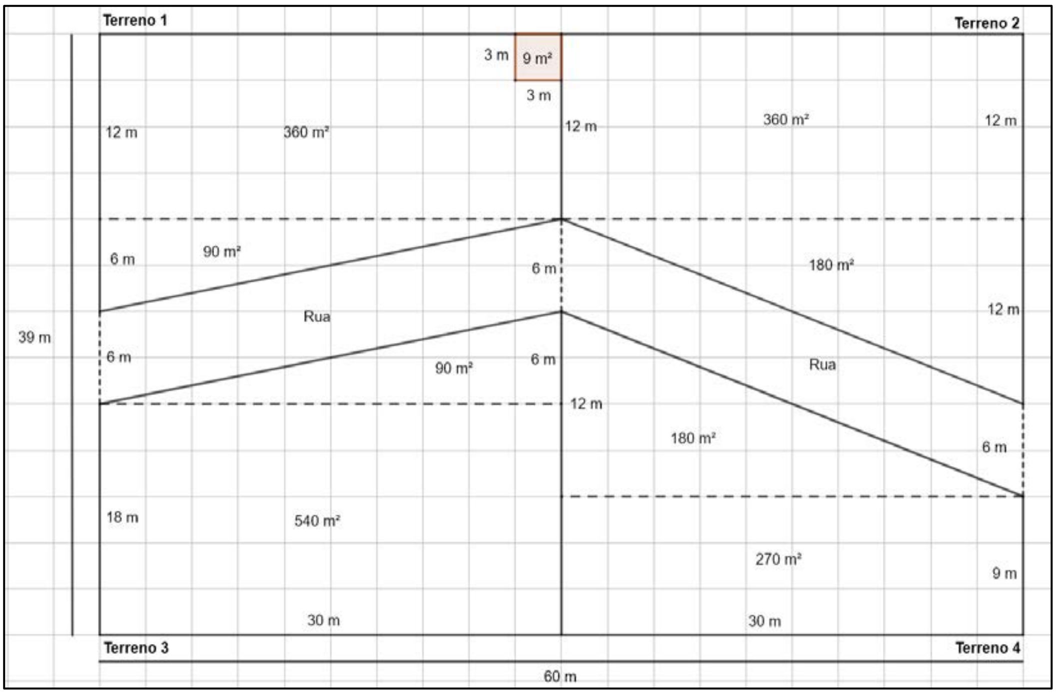
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

O problema será aplicado de acordo com as onze etapas do roteiro do GTERP. Portanto, pode-se aplicá-lo de forma similar ao que foi sugerido na atividade introdutória, mantendo-se os grupos já formados nessa parte.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Uma possível solução do problema é, primeiramente, dividir a figura em retângulos e triângulos, depois dividi-los em quadrados de 3m x 3m, visto que os terrenos possuem dimensões com valores múltiplos de 3. Logo, a área desse quadrado será de 9 m² cada. Portanto, basta determinar quantos quadradinhos existem em cada terreno e multiplicar essa quantia por 9 a fim de obter a área de cada terreno. Isso é ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Exemplificação do cálculo de área de cada terreno do Problema 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Logo, as áreas dos terrenos são:

Terreno 1 = 360 + 90 = 450 m^2;

Terreno 2 = 360 + 180 = 540 m^2;

Terreno 3 = 540 + 90 = 630 m^2;

Terreno 4 = 360 + 90 = 450 m^2.

Portanto, João deve comprar o Terreno 3.

Sugestão ao Professor

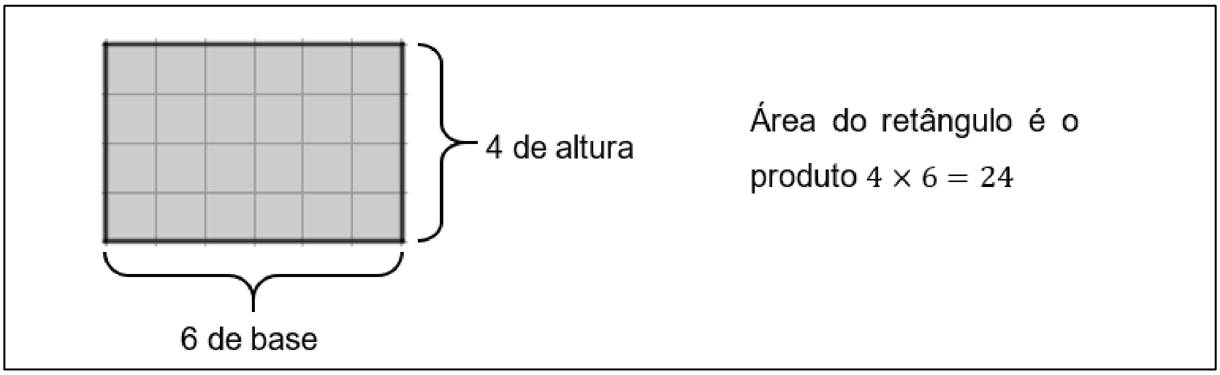
Para a formalização do conteúdo, o professor registra, na lousa, uma apresentação formal do cálculo de área de retângulos e triângulos por meio dos procedimentos construídos através da resolução do problema.

Como essa formalização é para o sexto ano do Ensino Fundamental, não será feita a demonstração da fórmula da área do retângulo e do triângulo neste apêndice, porque esse conceito pode ser compreendido de forma intuitiva de acordo com os problemas resolvidos.

FORMALIZAÇÃO

Nesse momento, para facilitar a compreensão e a aprendizagem, o professor pode relembrar das atividades resolvidas anteriormente, ao retomar o que foi respondido. Desse jeito, pode levar os alunos a compreenderem que a área de um retângulo é o produto da base pela altura, conforme ilustrado na Figura 5.

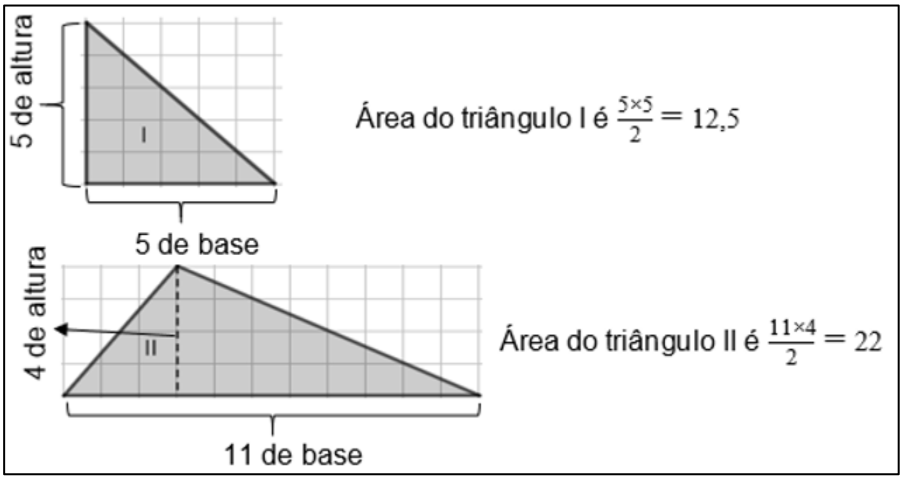
Figura 5: Exemplo de cálculo de área de um retângulo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De maneira semelhante com o que foi feito para formalizar o cálculo de área de retângulos, o professor pode aplicá-los para a área do triângulo a fim de os estudantes compreenderem o cálculo desta área como sendo a metade do produto de uma base pela altura correspondente, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6: Exemplos de cálculo de área de triângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os exemplos acima foram criados para que os alunos consigam verificar visualmente a quantidade de quadradinhos que compõem a área de cada figura. Nesse momento, o professor também pode abordar as unidades de medidas de áreas mais utilizadas no dia a dia.

PARTE 4: PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta etapa, após a formalização do conceito de área e cálculo de área de retângulos e triângulos, será realizada a décima primeira etapa do roteiro do GTERP. Entende-se como proposição de problemas, aqueles propostos pelo professor, mas também pelos alunos. Para consolidar a aprendizagem sobre o cálculo de área de retângulos e de triângulos propôs-se três problemas para serem aplicados com os alunos.

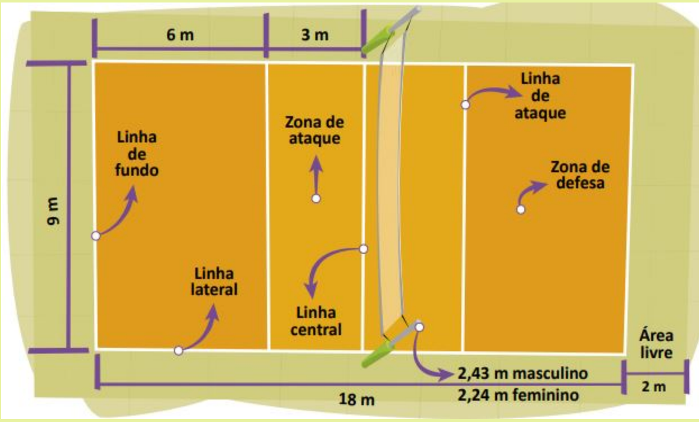
No Problema Proposto 01, conforme o Quadro 7, tem-se o contexto de uma quadra de voleibol, escolheu-se esse tema pois ele faz parte do meio em que o aluno se encontra, e assim pode contribuir como fator motivante para sua resolução.

Quadro 7: Problema Proposto 01.

PROBLEMA PROPOSTO 01

Na Figura 1, apresenta-se um desenho de uma quadra de voleibol de uma escola.

Figura 1: Quadra de voleibol.



Fonte: https://www.coladaweb.com/wp-content/uploads/2014/12/20190430-volei.jpg (Acesso: 02 jun. 21)

O professor de educação física pretende destacar as zonas de ataque e defesa. Para isso, pintará de duas cores diferentes essas zonas da seguinte maneira: azul para a zona de defesa e amarela para a zona de ataque.

Sabendo que, para pintar a quadra, ele precisará de uma tinta acrílica emborrachada, cujo rendimento é de 18 m² por lata de 3,6 L, quantas latas de tinta de cada cor, no mínimo, serão necessárias? Se o preço de cada lata dessa tinta é de R$ 145,00, quanto custará para pintar essa quadra com essas cores?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

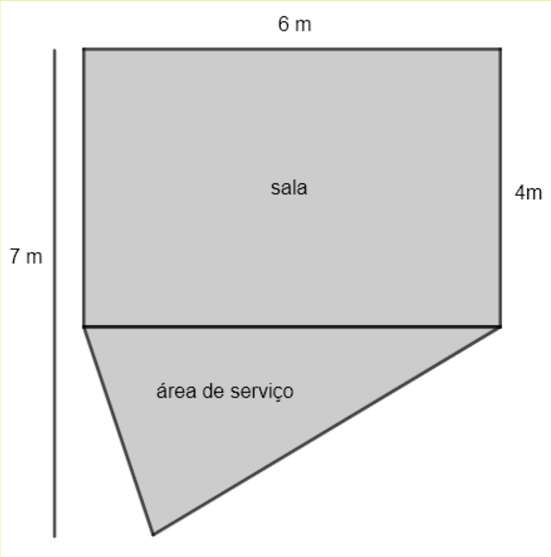
No problema proposto 02, conforme o Quadro 8, tem-se o contexto similar com o problema 01 da sequência didática, foi escolhido esse para verificar se durante a resolução dele os procedimentos referentes ao cálculo de área de retângulos e triângulos teve aprendizagem consolidada.

Quadro 8: Problema Proposto 02.

PROBLEMA PROPOSTO 02

Jonas pretende mudar a decoração do piso da sala e da área de serviço de sua casa. Abaixo, conforme Figura 1, apresenta-se a planta dos cômodos.

Figura 1: Planta da sala e da área de serviço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões.

a) Qual é a área total, em metros quadrados, da sala e da área de serviço?

b) Jonas pretende colocar piso laminado em vinílico. Cada rolo de piso é vendido com dimensões de 1 metro de largura por 2 metros de comprimento, pelo preço de R$ 34,90 o rolo. Quantos rolos, no mínimo, ele terá que comprar? Quanto gastará para comprar esses rolos?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

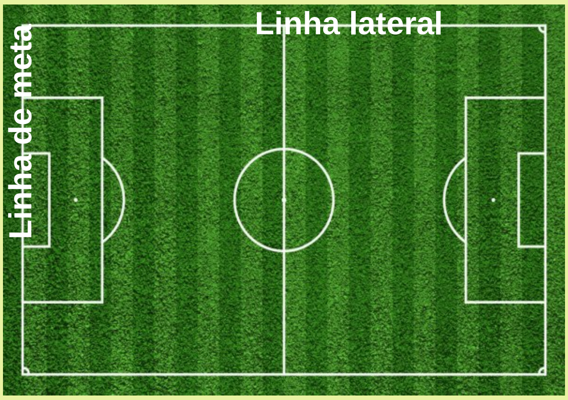
No Problema Proposto 03, conforme Quadro 9, traz-se o contexto do campo de futebol e suas dimensões, nesse os alunos que farão a proposição do problema de acordo com os dados enunciados. Essa é uma parte importante da proposição de problemas, pois para propor um problema os alunos devem compreender todos os conceitos envolvidos com o conteúdo.

Quadro 9: Problema Proposto 03.

PROBLEMA PROPOSTO 03

Um campo de futebol possui formato retangular, o qual é delimitado pelas linhas laterais e de meta, conforme a mostra a Figura 1.

Figura 1: Campo de futebol



Fonte: https://st2.depositphotos.com/2210070/6966/i/600/depositphotos_69665391-stock-photo-top-view-of-soccer-field.jpg (Acesso em: 02 jun. 2021).

A Confederação Brasileira de Futebol (CBF) define as dimensões máximas e mínimas dos campos de futebol. Essas dimensões devem ser de 90m a 120m para as linhas laterais e de 45m a 90m para as linhas de meta.

De acordo com as informações acima, elabore e escreva um problema envolvendo a área de retângulos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como sugestão, o professor pode selecionar e solicitar que alguns alunos apresentem os problemas elaborados para que a turma os resolva. Também pode ser trabalhado em conjunto com o professor de educação física de forma interdisciplinar.

CAPÍTULO 3: PROBLEMAS GERADORES PARA CONTEÚDOS DIVERSOS

Nesse capítulo, alguns problemas geradores são sugeridos para serem trabalhados por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Como o objetivo é facilitar o trabalho do professor em sala de aula, elencam-se o ano sugerido para cada aplicação, além da unidade temática, do objeto de conhecimento, das habilidades e dos objetivos de aprendizagem, todos de acordo com a BNCC.

Além disso, por meio dos comentários, após cada problema gerador, são feitas contribuições no que tange às possíveis estratégias de resolução, à formalização e à extensão de cada um dos problemas sugeridos.

CONTEÚDO 1: MÚLTIPLOS, DIVISORES E NÚMEROS PRIMOS

- Ano sugerido: 6º ano
- Unidade temática: Números
- Objeto de conhecimento: Múltiplos e divisores de um número natural; Números primos e compostos
- Habilidades: (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. (EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender o que são múltiplos e divisores de um número natural, números primos e números compostos.

Quadro 10: Problema gerador 1.

Problema gerador 1 – Adaptado de Vallilo (2018, p.121)
Retangularizar um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, e o resultado dessa multiplicação representa sua área. Com base nisso, responda as questões. a) Como se dá a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13? b) Quais desses números apresenta uma única forma de retangularizar? Qual característica você observa na retangularização desses dois números? c) Quais desses números têm mais de uma forma de retangularizar?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

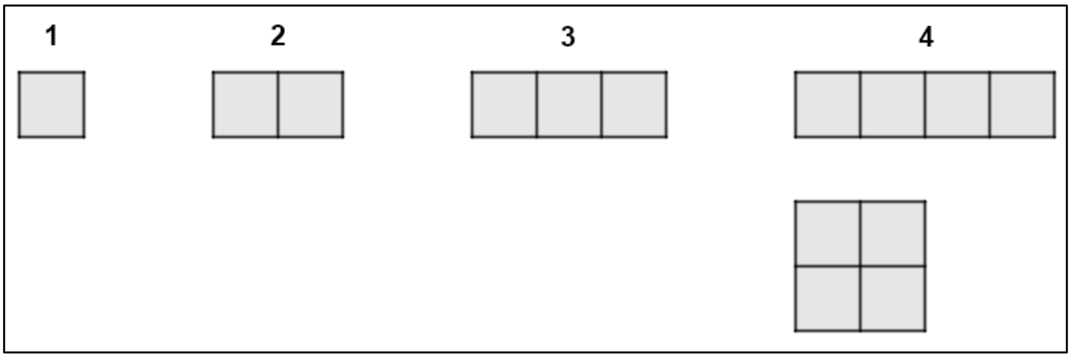
COMENTÁRIOS

Após a leitura em conjunto, caso tenham restados dúvidas quanto à retangularização de um número, o professor pode instigar os alunos a pensarem como se dá a retangularização de alguns números como, por exemplo, os números 1, 2, 3 e 4. O educador sempre pode fazer perguntas, porém sem dar as respostas. Desse modo, ele deixa os alunos pensarem nas possibilidades de resposta.

O retângulo, se considerado seus lados, pode representar qualquer número natural. Para isso, basta tomar um quadrado como unidade de medida, e, a partir dessa figura, desenhar a representação de cada número.

Observe a retangularização dos números 1, 2, 3 e 4 na Figura 7.

Figura 7: Retangularização dos números 1, 2, 3 e 4 em áreas quadradas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com isso, pode-se perceber que os números naturais podem ser associados a uma ou mais figuras retangulares e o número 1 é o primeiro retangular.

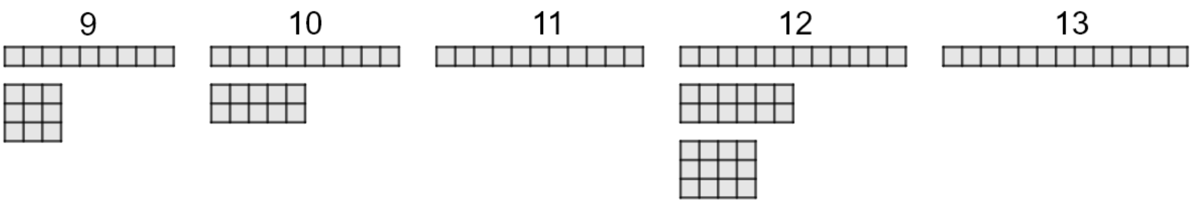
Além disso, percebe-se que a forma retangular de cada número pode ser expressa como o produto de dois números naturais, em que os fatores representam as medidas laterais do retângulo. Nos exemplos citados acima, tem-se: 1 = 1 X 1, 2 = 1 X 2, 3 = 1 X 3, 4 = 1 X 4 e 4 = 2 X 2.

Assim, facilita-se a compreensão das propriedades que envolvem a divisibilidade, visto que os alunos podem perceber visualmente algumas delas.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

No item **a**, a solução pode ser dada através de figuras ou de números:

- Solução com figuras



- Solução com números

9	10	11	12	13
1 × 9 3 × 3	1 × 10 2 × 5	1 × 11	1 × 12 2 × 6 3 × 4	1 × 13

No item **b**, tem-se como resposta da primeira pergunta os números 11 e 13. Já para a segunda pergunta, espera-se que os alunos percebam que um dos lados do retângulo sempre tenha medida 1. Já, no item **c**, as respostas esperadas são 9, 10 e 12.

FORMALIZAÇÃO

Para a formalização do conceito de múltiplo e divisor de um número natural, o professor deverá utilizar as respostas do item a.

Para exemplificar o que significa ser múltiplo de um número natural, o professor pode utilizar as figuras e perguntar para os alunos quais foram as medidas dos lados (ou fatores) utilizadas para construir a retangularização de cada número, e, assim, após essa discussão com os alunos, deve formalizar o conceito de múltiplo apresentando-o de maneira mais formal e em linguagem matemática. Lembra-se que não se pode construir um retângulo com lado medindo zero. Todavia, usando a multiplicação, o professor pode mostrar que todo número é múltiplo de zero.

Da mesma forma, pode ser formalizado o conceito de divisor de um número natural. Nessa parte, o professor deve escrever quais são os divisores desses números.

Já para a formalização de números compostos e primos, o professor utilizará as respostas dos itens b e c. Para isso, deve enfatizar que os números compostos são aqueles que tem mais de uma forma de retangularização, ou seja, possuem mais de dois divisores, assim os números 9, 10 e 12 são compostos. Já os números primos são aqueles que a retangularização é formada por uma única forma, cujas medidas dos lados são o número 1 e o próprio número, ou seja, eles possuem apenas dois divisores; logo, 11 e 13 são números primos. Após essa discussão, uma formalização em linguagem matemática de números compostos e números primos é apresentada.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser trabalhado sempre que se queira evidenciar e relembrar os conceitos de múltiplos e divisores de um número natural.

CONTEÚDO 2: POTENCIAÇÃO

- Ano escolar sugerido: 6º ano
- Unidade temática: Números
- Objeto de conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais
- Habilidades: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com a compreensão dos processos neles envolvidos, com e sem uso de calculadora.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender e associar a potenciação a situações que representam multiplicações de fatores iguais, bem como compreender a terminologia base, expoente e potência.

Quadro 11: Problema gerador 2.

Problema gerador 2 – Adaptado de Iezzi, Machado e Dolce (2018, p. 44)

O tabuleiro do jogo de xadrez, representado pela Figura 1, tem 64 casas: 32 brancas e 32 pretas.

Figura 1: Tabuleiro de xadrez.

Diz a lenda que foi inventado por um jovem indiano que o apresentou a um poderoso rei, muito deprimido pela morte do filho numa batalha. Praticando o jogo, o rei se curou. Maravilhado, prometeu compensar o jovem com qualquer bem que desejasse.

O pedido foi o seguinte:

• Na primeira casa do tabuleiro 1 grão de trigo;

• Na segunda casa o dobro da primeira casa, ou seja, dois grãos de trigo;

• Na terceira casa o dobro da segunda casa

E assim por diante até a sexagésima quarta casa, sempre dobrando a quantidade de grãos da casa anterior.

Será que conseguimos ter uma ideia dessa quantidade de grãos de trigo? Para isso, vamos responder os seguintes itens:

a) Quantos grãos de trigo tinha na terceira casa do tabuleiro?

b) E na sexta casa, quantos grãos?

c) E na décima primeira casa, quantos grão?

d) E na vigésima primeira casa, quantos grãos? Aproxime esse resultado para a centena de milhar mais próxima.

e) Usando a aproximação do item **d**, quantos grãos teríamos na sexagésima quarta casa do tabuleiro?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

COMENTÁRIOS

O problema traz uma lenda a respeito da história do xadrez e o integra com o conhecimento matemático de potenciação. Por isso, é interessante questionar a quantidade de grãos de trigo a cada casa do xadrez por se tratar de um problema matemático a fim de resolvê-lo na prática. Além do que, muitas vezes não se consegue ter a noção de quão grande pode ser o resultado de uma potência.

Para facilitar os cálculos, propõe-se, nos itens **d** e **e**, uma aproximação do resultado para a casa das centenas de milhar. No entanto, se o professar quiser modificar e trabalhar sem a aproximação, o problema não fica descaracterizado.

Após resolver o item **f**, o professor pode deixar como tarefa de casa para os alunos calcularem o valor exato de grãos da sexagésima quarta casa.

Além disso, pode-se realizar uma pesquisa, em conjunto com o professor de geografia, a respeito da produção agrícola no Brasil para se ter uma ideia do quanto seria a quantidade calculada no item **f**.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, basta fazer os cálculos: 1 X 2 X 2 = 4. Assim, na terceira casa, haverá quatro grãos de trigo.

No item **b,** usando a resposta do item anterior, e fazendo o agrupamento dos outros fatores de número 2, tem-se:

$$\underbrace{1 \times 2 \times 2}_{4} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{8} = 4 \times 8 = 32$$

Logo, na sexta casa, haverá 32 grãos de trigo.

De modo análogo, no item **c**, tem-se:

$$\underbrace{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{32} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{16} = 512$$

Logo, na décima casa, haverá 512 grãos de trigo.

Seguindo o mesmo raciocínio, no item e, tem-se:

$$\underbrace{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{512} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{512} \times 2 \times 2 =$$

$$512 \times 512 \times 4 = 1\,048\,576$$

Logo, na vigésima primeira casa, haverá 1 048 576 grãos de trigo. Ao aproximar esse resultado para as centenas de milhares, tem-se o valor de 1 000 000.

Por fim, para o item **f**, tem-se o produto do fator 1 e 63 fatores iguais a 2, de modo análogo, segue que:

$$1 \times \underbrace{1\,000\,000}_{\substack{\text{valor aproximado} \\ \text{para o produto} \\ \text{de 20 fatores iguais a 2}}} \times \underbrace{1\,000\,000}_{\substack{\text{valor aproximado} \\ \text{para o produto} \\ \text{de 20 fatores iguais a 2}}} \times \underbrace{1\,000\,000}_{\substack{\text{valor aproximado} \\ \text{para o produto} \\ \text{de 20 fatores iguais a 2}}} \times 8 =$$

$$= 8\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

Logo, na sexagésima quarta casa, haverá a quantia aproximada de 8 quintilhões de grãos de trigo.

FORMALIZAÇÃO

Por meio da resolução do problema acima, o professor conduzirá os alunos para a formalização do conceito de potência com números naturais, apresentando de maneira formal e organizada todos as definições e nomenclaturas acerca desse tema.

Por exemplo, na resolução do item **b**, como o número 1 não altera o produto, tem-se a multiplicação 2 X 2 X 2 X 2 X 2. Esse tipo de multiplicação caracteriza a operação de potenciação, que pode ser escrita de forma simplificada conforme abaixo.

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{5 fatores iguais a 2}} = 2^5 = 32$$

- O 2^5 é a indicação da operação chamada potenciação e o número 2^5 é chamado potência.
- O 2, que se repete como fator, é chamado base.
- O 5 indica a quantidade de vezes que o fator se repete; é chamado expoente.
- O 32, resultado da operação, é o valor da potência.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema também pode ser proposto para formalizar as propriedades das potências e a notação científica. Além do que, pode ser trabalhado de forma interdisciplinar com a matéria de geografia a fim de retratar a produção agrícola no Brasil como temática.

CONTEÚDO 3: PORCENTAGEM

- Ano escolar sugerido: 6º ano.
- Unidade temática: Números.
- Objeto de conhecimento: Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da regra de três.

- Habilidades: (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem o uso da regra de três, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender e associar a porcentagem a uma fração e ao número decimal correspondente para resolver problemas que envolvam cálculos da porcentagem de uma quantidade.

Quadro 12: Problema gerador 3.

Problema gerador 3: O Preço do Videogame

Você gosta de jogar videogame?

Um dos videogames mais atuais é o console Playstation 4 da Sony, o modelo *Slim* de 1 TB de armazenamento tem um preço médio de R$ 2 500,00. Você sabia que uma parte desse valor são impostos cobrados pelo governo.

Você sabe o que são impostos? Os Impostos são tributos obrigatórios cobrado pelo governo, ou seja, é um valor que você paga e contribui para custear as despesas administrativas do Estado. O não pagamento pode gerar multas e até punição legal.

Um dos impostos que pagamos quando compramos um videogame é o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Para termos uma ideia desse valor, pagamos 3 reais de imposto para cada 10 reais do preço do videogame[3].

Agora, considerando o videogame, responda os itens abaixo.

a) Quanto de IPI pagamos a cada 100 reais?

b) Quanto de IPI pagamos a cada 1000 reais?

c) Qual o valor cobrado de IPI nesse videogame? Qual seria o valor desse videogame sem esse imposto?

d) Represente a quantia que pagamos de imposto a cada 100 reais usando uma fração. Que número decimal é equivalente a essa fração?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

3 Fonte: https://www.gov.br/pt-br/noticias/financas-impostos-e-gestao-publica/2020/10/jogos-eletronicos-tem-a-aliquota-de-ipi-reduzida (Acesso em: 02 mar 2021)

COMENTÁRIOS

Na leitura do problema, o professor deve enfatizar a importância de a população pagar os impostos, uma vez que são convertidos para a manutenção dos serviços públicos, tais como saúde, educação, segurança, entre outros.

Para mais informações, fornece-se, como sugestão, o site da Receita Federal, http://receita.economia.gov.br/acesso-rapido/direitos-e-deveres/educacao-fiscal, no qual podem ser encontrados diversos materiais sobre esse órgão governamental além dos tributos recolhidos pelo governo federal.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, uma estratégia para resolução é usar, de forma intuitiva, a proporcionalidade, ou seja, ao multiplicar o valor 3 por 10, sabe-se que, a cada dez reais, paga-se três de imposto. Desse modo: 3 x 10. Logo, paga-se 30 reais de IPI a cada 100 reais.

No item **b**, de modo análogo e usando o resultado do item **a**, tem-se a seguinte solução: 30x10=300. Então, pagam-se 300 reais de imposto a cada 1000 reais.

Para o item **c**, calcula-se o valor do imposto pago sobre 2500 reais. Assim, analogamente à resolução dos dois itens anteriores, tem-se que: 30x25=750. Logo, paga-se 750 reais de IPI nesse videogame.

Para a segunda pergunta desse item, basta fazer o valor do videogame subtraído do valor do IPI, ou seja, 2 500 – 750 = 1 750 reais.

Por fim, no item **d**, basta escrever a fração $\frac{30}{100}$, que é equivalente a 0,3 na conversão decimal.

FORMALIZAÇÃO

Para a formalização do conceito de porcentagem, o professor utilizará a resolução do item a, enfatizando que, ao afirmar que 30 reais de IPI são pagos a cada 100 reais do videogame, significa que 30% do valor do videogame corresponde ao valor pago de IPI.

Assim, quando essa relação é representada dividida por cem, trabalha-se com a porcentagem. Então, de acordo com o item d, deve-se levar os alunos a perceberem que existem outras formas de representar essa taxa porcentual como uma fração ou um número decimal. Segue o exemplo:

$$\underbrace{30\%}_{\substack{\text{representação}\\\text{percentual}}} = \underbrace{\frac{30}{100}}_{\substack{\text{razão}\\\text{centesimal}}} = \underbrace{0{,}3}_{\substack{\text{representação}\\\text{decimal}}}$$

Logo, no desenvolvimento dessa atividade, o professor poderá mostrar outras estratégias de resolução desse problema. Por exemplo, utilizando a fração e o número decimal correspondente à porcentagem.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser trabalhado em outras séries a fim de reforçar o conceito de porcentagem. Além disso, pode ser trabalhado em conjunto com outras disciplinas com a finalidade de ensinar educação fiscal ou financeira.

CONTEÚDO 4: PROBABILIDADE

- Ano escolar sugerido: 6º ano
- Unidade temática: Probabilidade e estatística
- Objeto de conhecimento: Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável
- Habilidades: (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, ao expressá-la por um número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
- Objetivos de aprendizagem: Levar o aluno a descobrir que é possível associar cada evento a um número que expresse a probabilidade de sua

ocorrência, além de expressar esse número na forma fracionária, decimal e percentual.

Quadro 13: Problema gerador 4.

Problema gerador 4 – Adaptado de Souza (2018, p.222)

Júlia e Manoel estão brincando com um jogo de tabuleiro, usando um dado que lembra um octaedro (Figura 1), com oito faces numeradas de 1 a 8, montado por eles mesmos, como na figura ao lado.

Nesse jogo, cada participante, na sua vez, lança o dado e move o peão no tabuleiro de acordo com a quantidade de casas indicadas na face voltada para cima. Ganha a partida aquele que primeiro levar o peão até a casa FIM.

Figura 1: Dado de oito faces.

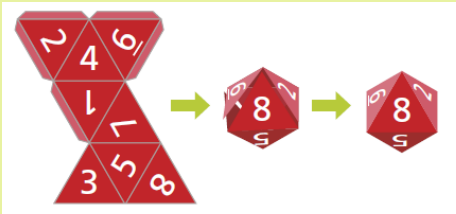


Figura 2: Final do tabuleiro.

Agora é a vez de Júlia jogar na rodada. Observe o peão azul de Júlia no tabuleiro (Figura 2) e responda.

a) Quantas são as possibilidades de sorteio de Júlia? Quais são elas?

b) Caso a Júlia obtenha o número 6 no lançamento, ela ganha a partida nessa rodada? Explique sua resposta.

c) Quais são os resultados de Júlia no lançamento para que ela não ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia ganhar a partida.

d) Quais são os resultados no lançamento para que Júlia ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia não ganhar a partida.

e) Escreva as frações dos itens **c** e **d** na forma de número decimal e na forma de porcentagem.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

COMENTÁRIOS

Para a aplicação dessa atividade, os alunos devem ter conhecimento de como transformar uma fração em número decimal e vice-versa, bem como representar porcentagem na forma percentual.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, deve-se contar a quantidade de números possíveis que podem sair na face virada para cima do dado, Como ele possui 8 faces, conclui-se que as possibilidades são oito: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

No item **b**, ao contar quantas casas ainda faltam para chegar até o fim, percebe-se que esse número deve ser maior do que 6. Então, ao obter o número 6, Júlia não ganhará a partida nesse lançamento.

Para responder o item **c**, o item **b** é utilizado como referência. Sabe-se que, para Júlia não ganhar a partida nessa rodada, ela deve obter, no lançamento, um número menor ou igual a 6, ou seja:1, 2, 3, 4, 5 ou 6. Portanto, existem seis possibilidades, de um total de oito, de ela não ganhar a partida nessa rodada. Logo, a fração que representa a possibilidade de Júlia não ganhar é $\frac{6}{8}$.

De modo análogo, no item **d**, há duas possibilidades de Júlia ganhar a partida nessa rodada: se ela tirar os números 7 ou 8. Então, a fração que representa as possibilidades de a menina ganhar a partida nessa rodada é $\frac{2}{8}$.

Por fim, no item **e**, tem-se que $\frac{6}{8} = 0{,}75 = 75\%$ e $\frac{2}{8} = 0{,}25 = 25\%$.

FORMALIZAÇÃO

Para a formalização do conceito de probabilidade, o professor conduzirá os alunos através das respostas do problema, de modo a enfatizar a definição de probabilidade como a razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número total de casos possíveis. Deve enfatizar também que isso é um evento aleatório, visto que, em cada lançamento do dado, podem ocorrer resultados diferentes.

Além disso, o professor deverá comentar sobre o modelo probabilístico usado, que, neste caso, é o equiprobabilístico, uma vez que todos os eventos unitários têm a mesma probabilidade de ocorrer.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser aplicado em outros anos de ensino, mas também pode ser reconfigurado como uma aplicação em sala de aula num jogo de tabuleiro entre os alunos por exemplo.

CONTEÚDO 5: VOLUME DE BLOCOS RETANGULARES

- Ano escolar sugerido: 6º ano.
- Unidade temática: Grandezas e medidas.
- Objeto de conhecimento: Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.
- Habilidades: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender o conceito de volume e que o volume de um bloco retangular é igual ao produto das suas três dimensões.

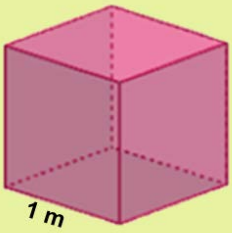
Quadro 14: Problema gerador 5.

Problema gerador 5: O Depósito do Adriano

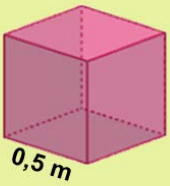
Adriano tem em seu terreno um depósito em que costuma guardar seus objetos em caixas. Esse depósito tem a forma de um paralelepípedo, cujas dimensões internas são 3m de largura, 6m de comprimento e 3m de altura. Ele está organizando suas coisas em caixas no formato de cubos.

Sabendo isso e supondo que o depósito está vazio e é composto apenas pelas paredes, teto, e chão, quantas caixas, no máximo, ele conseguirá colocar no seu depósito se essas caixas tiverem dimensões externas conforme os itens abaixo?

a)



b)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

COMENTÁRIOS

Com esse problema, desenvolve-se a ideia intuitiva do que é o volume de um paralelepípedo. Para isso, compara-se uma unidade de medida, no caso as caixas com formato cúbico.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, pode-se primeiramente pensar em formar uma camada dessas caixas no chão desse depósito. Desse jeito, pode-se colocar três dessas caixas na largura e seis no comprimento de modo a formar uma camada com dezoito cubos. A partir daqui, conta-se quantas camadas podem ser empilhadas no depósito. Desse raciocínio, conclui-se que até três camadas dessas caixas podem ser empilhadas. Então, pode-se pôr, no máximo, 3 X 18 = 54 caixas.

No item **b**, faz-se uso do mesmo raciocínio. Na primeira camada, 6 X 12 = 72 dessas caixas. Então, pode-se empilhar seis dessas camadas e pode-se colocar, no máximo,6 X 72 = 432 caixas.

FORMALIZAÇÃO

Com objetivo de formalizar como se calcula o volume do paralelepípedo de forma intuitiva, o professor deverá conduzir os alunos a perceberem que o volume desse poliedro pode ser obtido por meio do produto de suas três dimensões, comprimento, largura e altura.

Além disso, o educador deverá enfatizar que, a medição do volume ocorre de forma análoga com a medição da área. Se, na medição desta, ocorre por meio de comparação com uma unidade de medida de área, a medição do volume pode acontecer quando comparada com um cubo de aresta unitária.

De acordo com o item **b**, pode-se considerar que o metro cúbico (m^3) é a unidade de medida mais utilizada para medir o volume no cotidiano. Por fim, questiona-se se os alunos já se depararam com esta unidade de medida, e quais foram a situações envolvidas.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser proposto para outros anos de ensino assim como ser estendido para trabalhar a relação entre volume e capacidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que este Produto Educacional possa motivar e incentivar educadores em suas práticas. A proposta de utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas pode ser um diferencial nas aulas de matemática pois promove o trabalho em equipe, a discussão em grupo e a construção do conhecimento pelos próprios alunos. Maiores informações sobre a concepção e experimentação das atividades podem ser encontradas na dissertação do autor deste produto, disponível em https://www.udesc.br/cct/profmat/dissertações .

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Cecília Pereira de; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM.** n 55, 2009. p. 133-154.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al (Orgs). **Resolução de problemas: Teoria e Prática.** Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 nov. de 2020.

HUANCA, Roger Ruben Huaman. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula.** 2006. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro. 2006. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91004. Acesso: em 10 abr. 2021.

IEZZI, Gelson; MACHADO, Antonio; DOLCE, Osvaldo. **Matemática e realidade**: 8º ano. 9 ed. São Paulo: Atual Editora, 2018.

LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 995-978, dez. 2015. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09 . Acesso em: 12 jun. 2021.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em geometria.** 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MENINO, Fernanda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Problena da Calha e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas nos Cursos de Engenharia. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p.221-246.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf. Acesso em: 17 ago. 2020.

PIRONEL, Marcio. **Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação.** 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8006091. Acesso em: 20 nov. 2020.

PIRONEL, Márcio; VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p.279-304.

SANTOS, Larissa Gabriela dos; et al. Roteiros GTERP: resolução e formulação de problemas no cotidiano escolar. **Encontro Catarinense de Educação Matemática**, Brasil, jun. 2021. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/SC/ECEM/paper/view/2045/1458 Acesso: 20 jul. 2021.

SOUZA, Joamir Roberto. **Matemática realidade & tecnologia**: 6º ano: ensino fundamental: anos finais. 1 ed. São Paulo: FTD, 2018.

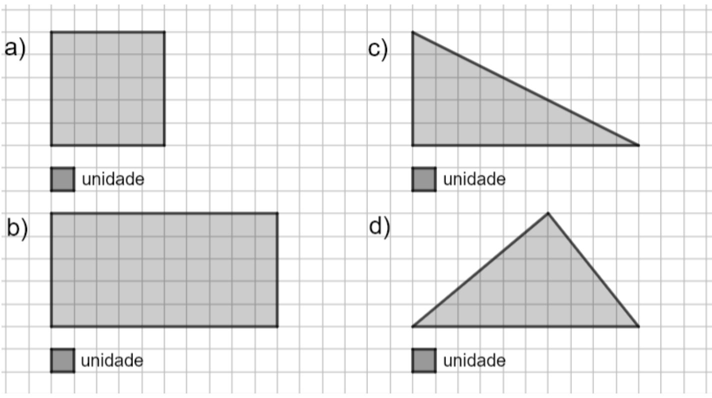
VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. **A linguagem matemática no estudo de números racionais: uma abordagem através da resolução de problemas**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6335120 Acesso em: 09 dez 2020.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ANEXOS – ATIVIDADES PARA IMPRESSÃO

ATIVIDADE INTRODUTÓRIA

Observe as figuras e responda as questões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

I) Quantos quadradinhos tem o interior da figura?

a:____ b:____ c:____ d:____

II) Como são chamadas as figuras dos itens?

a:______________________________ b:______________________________

c:______________________________ d:______________________________

III) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **c**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

____

IV) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **d**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

____

V) Considerando o lado do quadradinho como unidade de comprimento, determine a medida da base e da altura das figuras:

a: base = _______________ altura = __________________

b: base = _______________ altura = __________________

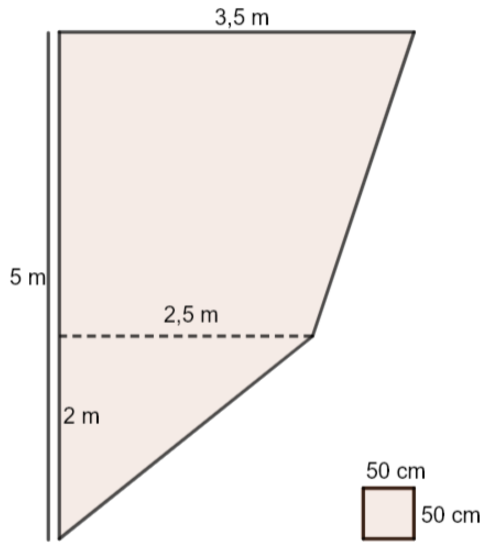
c: base = _______________ altura = __________________

d: base = _______________ altura = __________________

PROBLEMA 1: A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Pedro vai trocar o piso cerâmico da sala de sua casa. Para isso, precisa saber quantos pisos cerâmicos serão necessários comprar para cobrir toda a sala. Abaixo, na Figura 1, é apresentada a planta da sala e o tamanho do piso cerâmico que vai ser usado.

Figura 1 – Planta da sala.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões abaixo.

a) Quantos pisos cerâmicos serão necessários para cobrir a sala de Pedro?

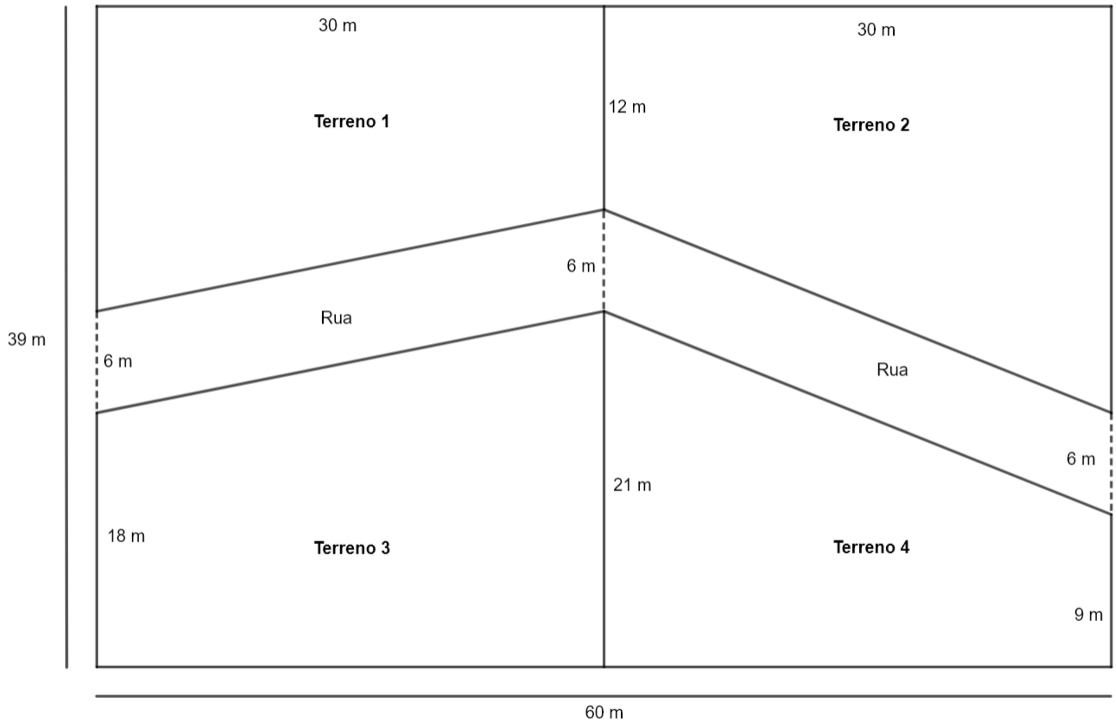
b) Sabendo que cada caixa de piso cerâmico contém 10 unidades, quantas caixas, no mínimo, serão necessárias para cobrir a da sala de Pedro?

c) Sabendo que a caixa de piso cerâmico que Pedro deseja comprar custa R$ 24,56, quanto ele gastará com a compra desse piso para cobrir toda a sala?

PROBLEMA 2: A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

Abaixo, na Figura 1, é apresentado o mapa do loteamento Morada Boa. João pretende comprar o maior terreno desse loteamento. Sabendo que todos os terrenos estão à venda, ajude João a descobrir qual dos terrenos ele deve comprar. Justifique sua resposta.

Figura 1: Mapa loteamento Morada Boa.

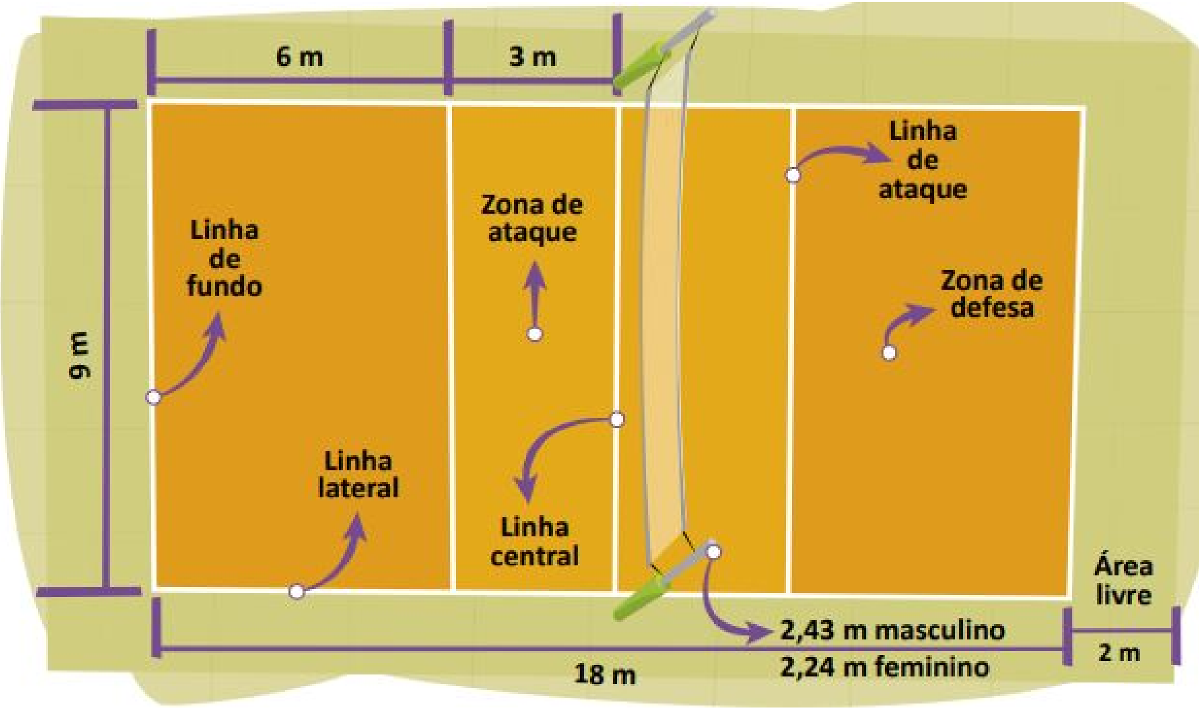


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

PROBLEMA PROPOSTO – 01

Na Figura 1, é apresentado um desenho de uma quadra de voleibol de uma escola.

Figura 1 – Quadra de voleibol.



Fonte: https://www.coladaweb.com/wp-content/uploads/2014/12/20190430-volei.jpg (Acesso: 02 jun. 21)

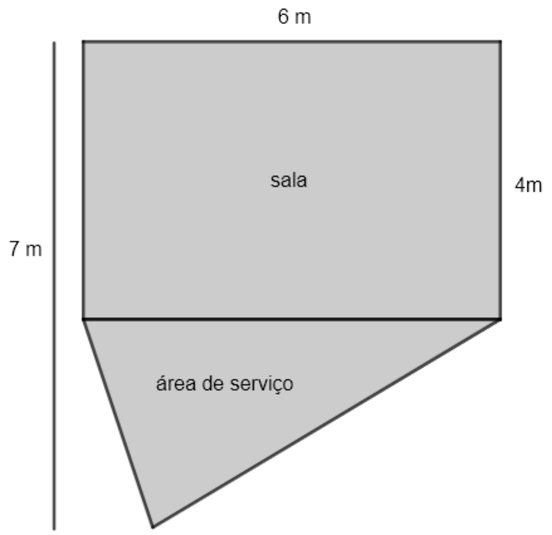
O professor de educação física pretende destacar as zonas de ataque e defesa. Para isso, pintará de duas cores diferentes essas zonas da seguinte maneira: azul para a zona de defesa e amarela para a zona de ataque.

Sabendo que, para pintar a quadra, ele precisará de uma tinta acrílica emborrachada, cujo rendimento é de 18 m² por lata de 3,6 L, quantas latas de tinta de cada cor, no mínimo, serão necessárias? Se o preço de cada lata dessa tinta é de R$ 145,00, quanto custará para pintar essa quadra com essas cores?

PROBLEMA PROPOSTO – 02

Jonas pretende mudar a decoração do piso da sala e da área de serviço de sua casa. Abaixo, conforme Figura 1, é apresentada a planta dos cômodos

Figura 1: Planta da sala e da área de serviço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões.

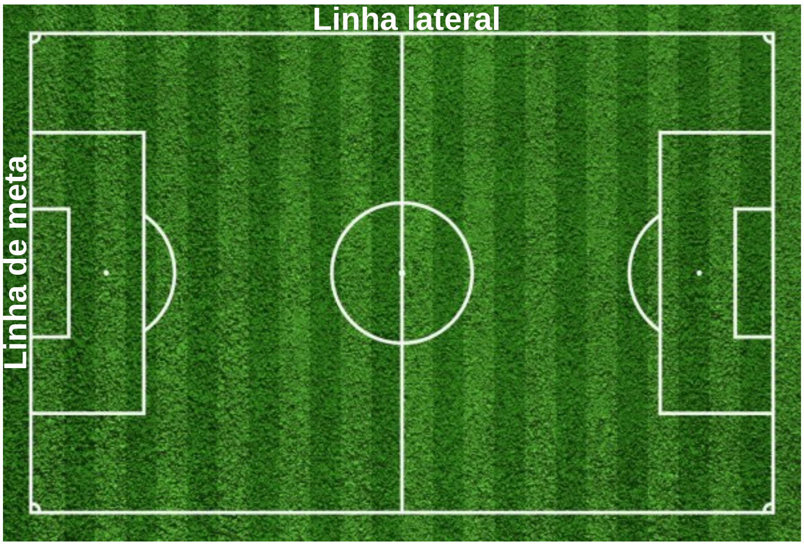
a) Qual é a área total, em metros quadrados, da sala e da área de serviço?

b) Jonas pretende colocar piso laminado em vinílico. Cada rolo de piso é vendido com dimensões de 1 metro de largura por 2 metros de comprimento, pelo preço de R$ 34,90 o rolo. Quantos rolos, no mínimo, ele terá que comprar? Quanto gastará para comprar esses rolos?

PROBLEMA PROPOSTO – 03

Um campo de futebol possui formato retangular, o qual é delimitado pelas linhas laterais e de meta, conforme a mostra a Figura 1. A Confederação Brasileira de Futebol (CBF) define as dimensões máximas e mínimas dos campos de futebol. Essas dimensões devem ser de 90m a 120m para as linhas laterais e de 45m a 90m para as linhas de meta.

Figura 1 – Campo de futebol



Fonte: https://st2.depositphotos.com/2210070/6966/i/600/depositphotos_69665391-stock-photo-top-view-of-soccer-field.jpg (Acesso em: 02 jun. 2021).

De acordo com as informações acima, elabore e escreva um problema envolvendo a área de retângulos.

MÚLTIPLOS, DIVISORES E NÚMEROS PRIMOS

Retangularizar um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, e o resultado dessa multiplicação representa sua área.

Com base nisso, responda as questões.

a) Como se dá a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13?

b) Quais desses números apresenta uma única forma de retangularizar? Qual característica você observa na retangularização desses dois números?

c) Quais desses números têm mais de uma forma de retangularizar?

POTENCIAÇÃO

O tabuleiro do jogo de xadrez, representado pela Figura 1, tem 64 casas: 32 brancas e 32 pretas.

Diz a lenda que foi inventado por um jovem indiano que o apresentou a um poderoso rei, muito deprimido pela morte do filho numa batalha. Praticando o jogo, o rei se curou. Maravilhado, prometeu compensar o jovem com qualquer bem que desejasse.

FIGURA 1: TABULEIRO DE XADREZ.

O pedido foi o seguinte:

• Na primeira casa do tabuleiro 1 grão de trigo;

• Na segunda casa o dobro da primeira casa, ou seja, dois grãos de trigo;

• Na terceira casa o dobro da segunda casa

E assim por diante até a sexagésima quarta casa, sempre dobrando a quantidade de grãos da casa anterior.

Será que conseguimos ter uma ideia dessa quantidade de grãos de trigo? Para isso, vamos responder os seguintes itens:

a) Quantos grãos de trigo tinha na terceira casa do tabuleiro?

b) E na sexta casa, quantos grãos?

c) E na décima primeira casa, quantos grão?

d) E na vigésima primeira casa, quantos grãos? Aproxime esse resultado para a centena de milhar mais próxima.

e) Usando a aproximação do item **d**, quantos grãos teríamos na sexagésima quarta casa do tabuleiro?

PORCENTAGEM

Você gosta de jogar videogame?

Um dos videogames mais atuais é o console Playstation 4 da Sony, o modelo Slim de 1 TB de armazenamento tem um preço médio de R$ 2 500,00. Você sabia que uma parte desse valor são impostos cobrados pelo governo.

Você sabe o que são impostos? Os Impostos são tributos obrigatórios cobrado pelo governo, ou seja, é um valor que você paga e contribui para custear as despesas administrativas do Estado. O não pagamento pode gerar multas e até punição legal.

Um dos impostos que pagamos quando compramos um videogame é o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Para termos uma ideia desse valor, pagamos 3 reais de imposto para cada 10 reais do preço do videogame.

Fonte: https://www.gov.br/pt-br/noticias/financas-impostos-e-gestao-publica/2020/10/jogos-eletronicos-tem-a-aliquota-de-ipi-reduzida (Acesso em: 02 mar 2021)

Agora, considerando o videogame, responda os itens abaixo.

a) Quanto de IPI pagamos a cada 100 reais?

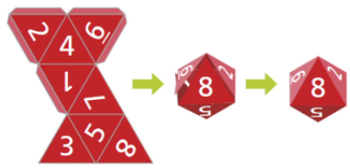
b) Quanto de IPI pagamos a cada 1000 reais?

c) Qual o valor cobrado de IPI nesse videogame? Qual seria o valor desse videogame sem esse imposto?

d) Represente a quantia que pagamos de imposto a cada 100 reais usando uma fração. Que número decimal é equivalente a essa fração?

PROBABILIDADE

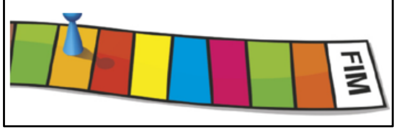
FIGURA 1: DADO DE OITO FACES.



Júlia e Manoel estão brincando com um jogo de tabuleiro, usando um dado que lembra um octaedro (Figura 1), com oito faces numeradas de 1 a 8, montado por eles mesmos, como na figura ao lado.

Nesse jogo, cada participante, na sua vez, lança o dado e move o peão no tabuleiro de acordo com a quantidade de casas indicadas na face voltada para cima. Ganha a partida aquele que primeiro levar o peão até a casa FIM.

FIGURA 2: FINAL DO TABULEIRO.



Agora é a vez de Júlia jogar na rodada. Observe o peão azul de Júlia no tabuleiro (Figura 2) e responda.

a) Quantas são as possibilidades de sorteio de Júlia? Quais são elas?

b) Caso a Júlia obtenha o número 6 no lançamento, ela ganha a partida nessa rodada? Explique sua resposta.

c) Quais são os resultados de Júlia no lançamento para que ela não ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia ganhar a partida.

d) Quais são os resultados no lançamento para que Júlia ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades Júlia não ganhar a partida.

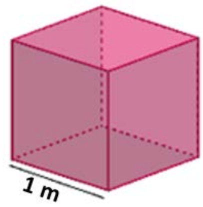
e) Escreva as frações dos itens **c** e **d** na forma de número decimal e na forma de porcentagem.

VOLUME DE BLOCOS RETANGULARES

Adriano tem em seu terreno um depósito em que costuma guardar seus objetos em caixas. Esse depósito tem a forma de um paralelepípedo, cujas dimensões internas são 3m de largura, 6m de comprimento e 3m de altura. Ele está organizando suas coisas em caixas no formato de cubos.

Sabendo isso e supondo que o depósito está vazio e é composto apenas pelas paredes, teto, e chão, quantas caixas, no máximo, ele conseguirá colocar no seu depósito se essas caixas tiverem dimensões externas conforme os itens abaixo?

a)



b)