

Este trabalho explana de forma sistematizada e didática uma abordagem recente sobre controle de sistemas chaveados, baseada em desigualdades lineares matriciais. A fim de tornar o entendimento da técnica mais didático ao leitor, são apresentados alguns exemplos numéricos e simulações computacionais usando o conversor *Buck*. Ao final do trabalho é apresentada uma metodologia de projeto do controle e alguns resultados experimentais usando um protótipo com um conversor em ponte completa.

Orientador: Prof. Dr. Joselito Anastácio Heerdt

Coorientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo

Joinville, 2020

ANO
2020

RENAN DE BRITO LEME | APLICAÇÃO DE LEI DE CHAVEAMENTO ROBUSTA EM
CONVERSORES EM PONTE COMPLETA



UDESC

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

APLICAÇÃO DE LEI DE CHAVEAMENTO ROBUSTA EM CONVERSORES EM PONTE COMPLETA

RENAN DE BRITO LEME

Joinville, 2020

RENAN DE BRITO LEME

**APLICAÇÃO DE LEI DE CHAVEAMENTO ROBUSTA EM CONVERSORES EM
PONTE COMPLETA**

Dissertação submetida ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, para a obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Joselito Anastácio Heerdt

Coorientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuó

JOINVILLE

2020

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Brito Leme, Renan de
Aplicação de lei de chaveamento robusta em conversores
em ponte completa / Renan de Brito Leme. -- 2020.
125 p.

Orientador: Joselito Anastácio Heerd
Coorientador: Tiago Jackson May Dezuo
Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de
Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Joinville, 2020.

1. Sistemas chaveados. 2. Controle robusto. 3.
Desigualdades lineares matriciais. 4. Conversor em ponte
completa. 5. Eletrônica de potência. I. Anastácio Heerd,
Joselito. II. Jackson May Dezuo, Tiago. III. Universidade do
Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV.
Título.

Aplicação de Lei de Chaveamento Robusta em Conversores em Ponte

Completa

por

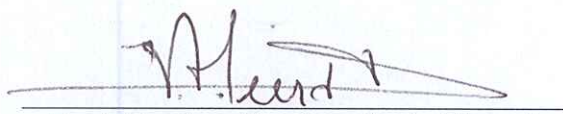
Renan de Brito Leme

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

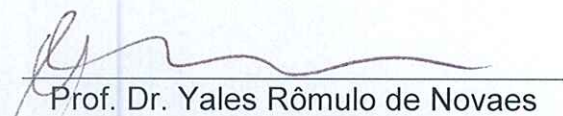
MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA

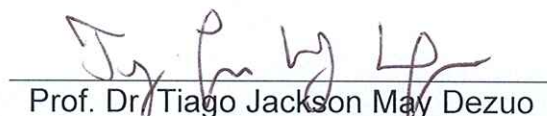
Área de concentração em “Sistemas Eletroeletrônicos”
e aprovada em sua forma final pelo

CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
DO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA.


Prof. Dr. Joselito Anastacio Heerdt
CCT/UDESC
(Orientador/Presidente)

(videoconferência)
Prof. Dr. César Cataldo Scharlau
UFSC
Membro da Banca Examinadora


Prof. Dr. Yales Rômulo de Novaes
CCT/UDESC
Membro da Banca Examinadora


Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo
CCT/UDESC (Coorientador)
Membro da Banca Examinadora

Joinville, SC, 03 de fevereiro de 2020.

Dedico este trabalho à minha família, meus orientadores e aos companheiros de estudo que me acompanharam nesta jornada.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer minha família que sempre me apoiou em todos os momentos durante meus estudos. Em especial, meus pais José e Rojane e minha namorada Alessandra Parisi.

Sou muito grato aos meus orientadores Joselito Anastácio Heerd e Tiago Jackson May Dezuol pela constante ajuda, disponibilidade de tempo e paciência.

Agradeço também aos meus professores da Universidade Federal de Itajubá Robson Luiz Moreno e Paulo César Rosa Ferreira que sempre me apoiaram a trilhar o caminho da pós-graduação.

Não poderia deixar de agradecer aos meus companheiros de estudo durante esta jornada: Angello Campagnolo, Kelly Joseani de Lima, Caio Alonso, Bruno Goulart Schwinden, Pedro Henrique França, Pedro Henrique Ko Freitag, Renê Adriano Weise, José Adriano Damacena Diesel, Vitor Telles Odaguri, Anna Karolina Baasch Raizer, Andrei Jorge Romano Vieczorek e em especial Caíque Torres Santos.

Gostaria também de agradecer ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico), à UDESC (Universidade do Estado de Santa Catarina) e à FITEJ (Fundação Instituto Tecnológico de Joinville) por financiar o programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e também gostaria de agradecer o NPEE (Núcleo de Processamento de Energia Elétrica) e ao GCS (Grupo de Controle de Sistemas), pois sem o apoio e estrutura dos mesmos não seria possível realizar este trabalho.

“Se a ciência é filha da observação e da experiência, estes são, em verdade, os processos pelos quais principalmente ela deve ser ensinada”
Teodomiro Carneiro Santiago

RESUMO

Este trabalho explana de forma sistematizada e didática uma abordagem recente sobre controle de sistemas chaveados baseada em desigualdades lineares matriciais. Primeiramente, o trabalho revisa as técnicas de controle mais difundidas na literatura de forma a mostrar suas dificuldades e complexidades no projeto do controle. Essa nova abordagem visa evitar essas dificuldades. Posteriormente, o trabalho apresenta os principais fundamentos necessários para compreender a nova abordagem e, em seguida, mostra todo o formalismo matemático para o projeto do controle, assim como as estratégias para possibilitar a formulação das soluções. Para tornar a leitura mais didática, é apresentado um exemplo utilizando um dos conversores mais básicos da literatura, o conversor *Buck*. Após o exemplo, é apresentada uma nova extensão da técnica para referências senoidais e ao final, visando mostrar a efetividade e o comportamento da técnica em um circuito real, são apresentados resultados práticos usando um conversor em ponte completa com $110V_{RMS}$ de tensão de saída e $205W$ de carga. A robustez da técnica é verificada submetendo o conversor a variações de referência, de carga e tensão de entrada. Vale ressaltar, que a aplicação experimental desta nova abordagem de controle em um conversor senoidal, é algo inédito até a presente data.

Palavras-chave: Controle assíncrono, sistemas chaveados, controle robusto, desigualdades lineares matriciais, inversor monofásico, conversor em ponte completa, eletrônica de potência.

ABSTRACT

This document explains in a systematic and didactic way a recent approach based on linear matrix inequalities applied to switched systems. First, this dissertation presents the most widespread control techniques in the literature in order to show its difficulties and complexities in the control project. This new approach aims to avoid those difficulties. Then, the main foundations adopted to understand the new approach and all the mathematical formalism for the control project are presented. To make this reading more instructional, a step-by-step example is presented using one of the simplest and most well known converter in the literature: the *Buck* converter. Following the example, an extension of the technique for sinusoidal references is presented and at the end, in order to show the effectiveness and behavior of the technique in a real circuit, practical results are shown synthesizing a 110V output voltage using a full bridge converter with a 205W power load. The robustness of the technique is verified by subjecting the converter to reference, load and input voltage variations. It is noteworthy that the experimental application of this new control approach in a sine converter is unprecedented to date.

Keywords: Asynchronous control, switched systems, robust control, linear matrix inequalities, single phase inverter, full bridge converter, power electronics.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Topologia do conversor em ponte completa com filtro LC e carga R	35
2.2	Etapa de operação 1 do conversor em ponte completa com filtro LC e carga R	36
2.3	Etapa de operação 2 do conversor em ponte completa com filtro LC e carga R	37
2.4	Ondulação de corrente no indutor de um inversor.	39
2.5	Circuito básico usado para o controle de corrente por histerese em um inversor ponte completa.	40
2.6	Limites de um controle de histerese em um inversor em ponte completa para uma referência senoidal.	40
2.7	Diagrama de blocos do controle clássico do inversor por funções de transferência no domínio da frequência.	41
2.8	Diagrama de blocos do controle clássico do inversor por funções de transferência no domínio da frequência utilizando o controle em cascata.	42
2.9	Exemplo da trajetória de decaimento da função de Lyapunov em um sistema com duas variáveis de estado.	44
2.10	Exemplo das trajetórias de um sistema chaveado com dois modos de operação: (a) cruzando a superfície de chaveamento; (b) em modo deslizante.	46
3.1	Superfície de Chaveamento Deslizante	51
3.2	Ponto de equilíbrio.	51
3.3	Exemplo hipotético do comportamento das funções v_1 e v_2 e do comportamento do chaveamento para um sistema com dois modos de operação.	53
3.4	Topologia do Conversor <i>Buck</i>	63
3.5	Funções de Lyapunov que descrevem a energia de cada modo de operação do conversor <i>Buck</i>	69
3.6	Comportamento das comutações do interruptor S	69
3.7	Dinâmica dos erros de referência de i_L e v_c e função de Lyapunov do sistema. . . .	70
3.8	Comportamento dos erros de referência de i_L e v_c	70
3.9	Superfícies das funções do sistema chaveado Buck.	71
3.10	Saída do sistema em malha fechada.	72
3.11	Aplicação de um degrau de 25% na carga do conversor.	73
3.12	Aplicação de um degrau de 30% na referência de V_o	73
3.13	Aplicação de um degrau de 30% tensão de entrada do conversor.	74
3.14	Diagrama de blocos do filtro <i>washout</i> aplicado a um conversor chaveado: (a) controle sem filtro <i>washout</i> ; (b) controle com filtro <i>washout</i>	78

3.15	Aplicação de um degrau de 25% de carga no conversor com filtro <i>washout</i>	86
3.16	Aplicação de um degrau de 30% na referência de V_o usando com filtro <i>washout</i> . . .	86
3.17	Aplicação de um degrau de 30% tensão de entrada do conversor.	87
3.18	Referência senoidal vista pelo controle durante o período de chaveamento.	88
4.1	Resultados de simulação das saídas do sistema em malha fechada.	99
4.2	Resultados de simulação após a aplicação de um degrau de 100% na carga do conversor com filtro <i>washout</i>	99
4.3	Resultados de simulação após a aplicação de um degrau de 100% na carga do conversor com filtro <i>washout</i> e tensão comutada aplicada ao filtro <i>LC</i>	100
4.4	Resultados de simulação após aplicação de um degrau de 20% na referência de V_o do conversor com filtro <i>washout</i>	100
4.5	Resultados de simulação após aplicação de um degrau de 20% na tensão de entrada do conversor com filtro <i>washout</i>	101
5.1	Protótipo usado como conversor em ponte completa.	104
5.2	Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais do conversor: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div) e tensão entre dreno e fonte sobre o interruptor S_{u2} (canal 3). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.	105
5.3	Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais: cursor de tensão na carga apresentando os valores aproximados de máximo e mínimo desejados na condição de operação.	105
5.4	Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais: cursor de corrente na carga apresentando os valores aproximados de máximo e mínimo desejados na condição de operação.	106
5.5	Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais do conversor: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.	106
5.6	Formas de onda com conversor sob efeitos do degrau de referência de 20%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.	107
5.7	Formas de onda com conversor em regime permanente após a aplicação e a retirada do degrau de referência de 20%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.	108

5.8	Formas de onda com conversor sob efeitos do degrau de carga de 100%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.	109
5.9	Formas de onda com conversor em regime permanente após a aplicação e a retirada do degrau de carga de 100%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão. . . .	109
5.10	Formas de ondas com conversor sob efeitos da variação de 20% na tensão de barramento durante 40 ms: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div) e tensão de barramento (V_{in} , canal 3: 50V/div). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.	110
5.11	Formas de ondas com conversor em regime permanente após a aplicação e a retirada do degrau de barramento de 20%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div) e tensão de barramento (V_{in} , canal 3: 50V/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.	111
5.12	Forma de onda que representa a tensão comutada na saída do conversor e aplicada sobre o filtro LC (V_{com} , canal 1: 50V/div) com cursores apresentando seus valores de máximo e mínimo. A escala horizontal é de 400 μ s por divisão.	112
5.13	Espectro harmônico da tensão comutada aplicada ao filtro LC em seis ciclos de 60 Hz: (a) Tensão comutada em verde e tensão sobre a carga R em azul; (b) Espectro harmônico da tensão comutada até 200 Hz; (c) Espectro harmônico da tensão comutada até 3 kHz; (d) Espectro harmônico da tensão comutada até 60 kHz. . . .	113
A.1	Detalhe da placa de potência e dos <i>gate drivers</i>	123
A.2	Circuito de condicionamento de sinal usado na filtragem da corrente no indutor e tensão no capacitor do filtro LC.	124
A.3	Circuito de comando para acionamento dos <i>gate drivers</i>	124
A.4	Sensores de corrente, sensores de tensão, indutores e capacitores do filtro LC. . . .	125

LISTA DE TABELAS

3.1 Parâmetros do conversor <i>Buck</i>	64
4.1 Parâmetros de projeto do conversor em ponte completa.	91
5.1 Principais componentes do conversor e principais instrumentos eletrônicos usados para a obtenção dos resultados.	103

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CC/CC	Corrente Contínua para Corrente Contínua
CC/CA	Corrente Contínua para Corrente Alternada
DSC	<i>Digital Signal Controller</i>
EMI	<i>Electromagnetic Interference</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
LQG	<i>Linear Quadratic Gaussian</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i>
MOSFET	<i>Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor</i>
PID	<i>Proportional–Integral controller</i>
PID	<i>Proportional–Integral–Derivative controller</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
SCR	<i>Silicon Controlled Rectifier</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>
UPS	<i>Uninterruptable Power Supply</i>

LISTA DE SÍMBOLOS E NOTAÇÕES

A_1	Matriz A da equação de estado do modo de operação 1 do conversor
A_2	Matriz A da equação de estado do modo de operação 2 do conversor
b_1	Matriz b da equação de estado do modo de operação 1 do conversor
b_2	Matriz b da equação de estado do modo de operação 2 do conversor
β	Escalar usado para calcular a constante de tempo do filtro <i>washout</i>
C	Capacitor do filtro LC
D	Razão cíclica
f_a	Frequência de amostragem
f_c	Frequência de comutação
$f_{c,max}$	Frequência máxima de comutação
f_o	Frequência de saída
$\bar{i}_L$	Valor médio de referência da corrente no indutor do filtro LC
i_L^*	Valor de referência da corrente no indutor do filtro LC
i_L	Corrente instantânea no indutor do filtro LC
$\hat{i}_L$	Valor da corrente medida, através do sensor de corrente, no indutor do filtro LC
i_L^{max}	Valor máximo da corrente no indutor do filtro LC
$\bar{i}_L^*$	Valor médio da corrente no indutor do filtro LC
i_L^{min}	Valor mínimo da corrente no indutor do filtro LC
i_o^*	Valor de referência de corrente na carga
i_o	Valor da corrente instantânea na carga.
$\hat{i}_o$	Valor da corrente medida, através do sensor de corrente, na carga
i_o^{max}	Valor máximo da corrente na carga
i_o^{min}	Valor mínimo da corrente na carga

L	Indutor do filtro LC
λ_{-A}	Autovalor da matriz $-A$
m	Número de modos de operação
$\mathcal{M}$	Conjunto dos m modos de operação
P_i	Matrizes P da função ‘max’.
Q_i	Matrizes Q da função ‘max’ com filtro <i>washout</i>
R	Resistor de carga
R_i	Matrizes P da função ‘max’ com <i>washout</i>
$\mathcal{R}$	Parte real de um autovalor
S_c	Superfície de chaveamento
S_i	Matrizes S da função ‘max’
S_{v1}	Interruptor superior da fase v do conversor em ponte completa
S_{v2}	Interruptor inferior da fase v do conversor em ponte completa
S_{u1}	Interruptor superior da fase u do conversor em ponte completa
S_{u2}	Interruptor inferior da fase u do conversor em ponte completa
τ	Contante de tempo do filtro <i>washout</i>
v_c	Tensão no capacitor do filtro LC
$V_{ds,u2}$	Tensão entre dreno e fonte da chave S_{u2}
V_{com}	Tensão comutada na saída do conversor e aplicada ao filtro LC
V_{in}	Tensão de entrada do conversor em ponte completa
V_o^*	Valor de referência da tensão na carga
V_o	Tensão instantânea na carga
$\widehat{V}_o$	Valor da tensão medida, através do sensor de tensão, na carga
V_o^{max}	Valor máximo da tensão na carga
V_o^{min}	Valor mínimo da tensão na carga

x	Variáveis de estado
$\dot{x}$	Derivada temporal de x
$\bar{x}$	Valor médio dos estados
x_f	Valor da variável de estados filtrada pelo filtro <i>washout</i>
x_{ref}	Valores de referência das variáveis de estado
x_{fref}	Valores de referência das variável de estado filtradas
t	Tempo
Δi_L	Variação de corrente no indutor do filtro LC
Φ	Modos de operação possíveis
σ	Lei de chaveamento
$\otimes$	Produto de Kronecker
I	Matriz identidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	29
1.1	Motivação e objetivos deste trabalho	31
1.2	Contribuições deste trabalho	32
1.3	Organização dos capítulos	32
2	TÉCNICAS DE CONTROLE DE CONVERSORES CHAVEADOS MONOFÁSICOS	35
2.1	Modelagem do conversor monofásico em ponte completa	35
2.2	Técnicas clássicas de controle monofásico	38
2.2.1	Controle do inversor por histerese	39
2.2.2	Controle clássico do inversor por valores médios quase instantâneos no domínio da frequência	40
2.2.2.1	Controle em cascata	41
2.3	Técnicas modernas de controle	42
2.3.1	Desigualdades lineares matriciais	42
2.3.2	Critérios de Lyapunov para a estabilidade assintótica global	43
2.3.3	Sistemas chaveados	44
2.3.4	Modos deslizantes	45
2.3.5	Estabilidade de sistemas chaveados	47
2.3.6	Estabilização de sistemas chaveados	48
3	CONDIÇÕES DE PROJETO DAS LMIs E DA LEI DE CHAVEAMENTO	49
3.1	LMIs baseadas em sistemas lineares chaveados afins	49
3.2	Lei de Chaveamento Segundo a Função ‘max’	52
3.3	LMIs baseadas na estabilidade de Lyapunov para a função ‘max’	53
3.3.1	Condição de positividade de v_θ	54
3.3.2	Condição de decrescimento exponencial de v_θ	55
3.4	Exemplo Numérico	63
3.5	Eliminação da dependência das LMIs em relação as referências das variáveis de estado	74
3.6	Eliminação da dependência da lei de chaveamento das variáveis de estado incertas	76
3.6.1	Filtro <i>Washout</i>	77
3.6.2	Realimentação parcial de estados	80

3.7	Exemplo Numérico	82
3.8	Extensão da técnica para referências senoidais	87
3.9	Conclusões	88
4	PROJETO DO CONTROLADOR PARA O CONVERSOR EM PONTE COMPLETA	91
4.1	Primeiro Passo: Algoritmo para o cálculo das matrizes Q_i e R_i	91
4.2	Segundo Passo: Escolha da frequência máxima de comutação	91
4.3	Terceiro Passo: Obtenção do espaço de estados do conversor e identificação das matrizes A_1, A_2, b_1 e b_2	92
4.4	Quarto Passo: Obtenção da variável de estado incerta	92
4.5	Quinto Passo: Cálculo da constante de tempo do filtro <i>washout</i>	94
4.6	Sexto Passo: Obtenção das matrizes aumentadas A_{ai} e b_{ai}	94
4.7	Sétimo Passo: Cálculo de k para eliminar a dependência das LMIs da referência da variável de estado incerta	96
4.8	Oitavo Passo: Cálculo do valor θ_i	96
4.9	Nono Passo: Eliminação da variável de estado incerta, cálculo de Q_i e R_i e cálculo de v_i	97
4.10	Décimo Passo: Criação do algoritmo para as funções ‘max’ e simulação computacional	98
4.11	Conclusões	101
5	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	103
5.1	Operação do conversor em regime permanente	104
5.2	Operação do conversor sob efeitos do degrau de referência	107
5.3	Operação do conversor sob efeitos do degrau de carga	108
5.4	Operação do conversor sob efeitos da variação da tensão de entrada do conversor	110
5.5	Tensão comutada na saída do conversor	111
5.6	Conclusões	113
6	CONCLUSÃO GERAL	115
6.1	Sugestão para trabalhos futuros	116
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	119
	APÊNDICE A – PROTÓTIPO	123

1 INTRODUÇÃO

A sociedade tecnológica na qual estamos inseridos apresenta sérios desafios com relação a sua própria sustentabilidade e um dos temas que mais tem recebido destaque e relevância no que tange à sustentabilidade é a questão energética mundial, pois o mundo tem vivenciado um grande aumento da demanda por energia elétrica com o aumento populacional e com desenvolvimento tecnológico e industrial (DUPONT; GRASSI; ROMITTI, 2015). No entanto, o aumento da capacidade de geração, quase sempre, impacta de forma negativa o meio ambiente e contribui para alterações climáticas, sobretudo, devido à emissão direta ou indireta de gases de efeito estufa (NAIDION, 2018). Devido a estes desafios, a comunidade científica tem dado cada vez mais atenção a soluções que visam mitigar os impactos ambientais gerados pela geração de energia, através pesquisas na área de fontes alternativas de energia, menos poluentes, renováveis, e que provoquem reduzido impacto ambiental.

O uso de fontes renováveis de energia não é um assunto novo. De fato, os primeiros aproveitamentos datam de muitos séculos atrás, fazendo parte da própria história da humanidade. Mais recentemente, o aproveitamento destas fontes recebeu incontáveis melhorias tecnológicas e a crescente demanda por alternativas energéticas, e principalmente sustentáveis, fez que com essas antigas tecnologias fossem revisitadas e adaptadas (DUPONT; GRASSI; ROMITTI, 2015). Dentre a varias fontes de energia renováveis como hidroelétrica, eólica, marés, biomassa e solar, uma das fontes que mais ganham espaço é a solar, pois ela é considerada uma fonte inesgotável, já que a irradiação solar que incide sobre a terra é 10 mil vezes maior que a demanda energética do nosso planeta. Outro fator importante, é que para a geração de energia fotovoltaica não se usam componentes mecânicos móveis como turbinas e geradores, o que minimiza a complexidade e os defeitos por desgaste mecânico do sistema. Além disso, a energia fotovoltaica permite: geração de forma distribuída, reduzindo a necessidade de linhas de transmissão e distribuição, geração de energia de forma silenciosa, instalação de sistemas de diferentes potências e ainda pode integrar-se a edificações comerciais, residenciais e industriais (TORRES, 2012).

Para que sistemas de geração de energia, usando fontes renováveis, sejam integrados ao sistema elétrico, é necessário que tais sistemas façam uso de conversores estáticos, como os inversores de tensão ou corrente. Para que os conversores sejam úteis eles devem ter suas variáveis elétricas, tais como tensões, correntes e potências devidamente controladas, de forma robusta e confiável, aumentando a eficiência e a rentabilidade do sistema de geração (BARBI, 2015). Devido a necessidade de controle dos conversores, junto com o avanço da eletrônica de potência também houve um significativo e necessário avanço das técnicas de controle como o

amplificador realimentado, os diagramas de Nyquist, Bode e do Lugar das Raízes e o controlador *PID* (*proportional–integral–derivative controller*), que tornaram possível a utilização da eletrônica de potência nas mais diversas aplicações.

Existem diversas técnicas propostas para a obtenção do modelo matemático dos conversores estáticos, porém a técnica mais usada atualmente é o modelo médio por espaço de estados proposto por Midlebrook e Cuk em 1976 (BARBI, 2015) e uma técnica de controle muito usada é o controlador Proporcional-Integral (*PI*), com a alocação de um polo adicional (BARBI, 2001). Para projetar o controle, é necessário encontrar as plantas dos estágios de potência dos conversores, que são apresentadas na forma de funções de transferência obtidas a partir de equações diferenciais lineares, resultantes da linearização de equações não lineares, em torno de pontos de operação específicos, nos quais o conversor irá operar (BARBI, 2015). Uma das peculiaridades dos conversores estáticos, é que mesmo tendo seus subsistemas (estados topológicos) lineares, o comportamento do sistema representado pelo valor médio é não linear (BARBI, 2015). Outro fato importante, é que o método do valor médio começa a apresentar complexidade elevada para sistemas com mais de dois modos de operação, exigindo a elaboração de estratégias de modulação também mais complexas. Além disso, mesmo que cada modo de operação tenha uma representação linear, o modelo médio tende a ser não linear. Uma forma de contornar tais problemas consiste em utilizar técnicas de controle robusto que buscam soluções em sistemas reais que estão sujeitos a certas incertezas na planta, nos sensores e nos atuadores e que utilizam como base o modelo instantâneo dos sistemas chaveados e não o modelo médio. O controlador robusto, deve ser projetado não somente para atender ao modelo matemático (modelo nominal), mas também de forma a considerar pequenas variações paramétricas (VILHAÇA; SILVEIRA, 2013).

Em função do contexto explanado, este trabalho apresenta uma técnica de controle robusto descrevendo a lei de controle baseada em Desigualdades Lineares Matriciais conhecidas na literatura como *LMIs*, do inglês '*Linear Matrix Inequalities*', aplicadas a um conversor em ponte completa com aplicações em geração de energia renováveis através de painéis fotovoltaicos, por exemplo. As *LMIs* são ferramentas muito práticas e robustas que permitem a introdução de incertezas nos parâmetros do sistema. Por exemplo, no caso do conversor em ponte completa, pode-se considerar incertezas na tensão de entrada e no valor de uma possível carga variável, e construir um controlador que garanta tensão constante para degraus aplicados na carga e tensão de entrada. Além disso, a técnica também permite que a referência seja alterada de forma brusca com a resposta do controle quase imediata e robusta. Baseado nestas características, este trabalho considera o problema de projetar um controlador que possua uma lógica de comutação de forma a manter a tensão de saída constante, independente da carga ou da tensão de entrada, seguindo um valor de referência variável para a tensão de saída.

O conversor escolhido para a aplicação da técnica baseada em *LMIs*, foi o conversor em ponte completa, ou inversor monofásico, pois o mesmo é amplamente usado na indústria nas mais diversas aplicações, como: fontes de alimentação ininterruptas de energia (*UPS* - Uninterruptible Power Supply), controle de motores elétricos, geração de energia através de fontes renováveis de energia, entre outras. Tal escolha é devido a importância do estudo de novas técnicas de controle de conversores, pois são eles quem determinam a qualidade da energia fornecida à carga fornecendo uma tensão controlada, com frequência, forma e amplitude invariantes, a despeito de eventuais alterações na alimentação CC ou na carga (POMILIO, 2014).

1.1 MOTIVAÇÃO E OBJETIVOS DESTE TRABALHO

A principal motivação deste trabalho é a aplicação da técnica de controle robusto baseada em *LMIs* em um circuito real. Apesar dos vários artigos, dissertações e teses publicados sobre o controle de conversores utilizando *LMIs*, há uma carência de trabalhos práticos mostrando a técnica atuando em uma aplicação real. Os artigos mais relevantes encontrados na literatura que apresentam resultados práticos são (GARCIA et al., 2009), que apresenta o conversor *Boost* bidirecional com tensão de saída controlada sobre uma carga R , (EGIDIO; DAIHA; DEAECTO, 2017) que apresenta o conversor *Buck-Boost* aplicado no controle de um motor CC e (SENGER; TROFINO, 2016) que aplica a técnica no controle de temperatura de um refrigerador. Vale ressaltar, que os três artigos diferem deste trabalho em alguns pontos importantes. O primeiro é que tanto (GARCIA et al., 2009) como (EGIDIO; DAIHA; DEAECTO, 2017) apresentam uma lei de chaveamento baseada na função ‘min’ e este trabalho apresenta uma lei de chaveamento baseada na função ‘max’. O segundo é que apesar do trabalho de (SENGER; TROFINO, 2016) ser baseado na função ‘max’ o sistema de refrigeração usado por ele possui uma dinâmica muito lenta e não está sujeito às influências de dinâmicas do modo deslizante. O terceiro ponto é que este trabalho tem como objetivo aplicar a técnica em conversores senoidais, algo inédito até a presente data. Ademais, este trabalho também foi motivado pelo estudo de uma técnica de controle robusto recém desenvolvida e alternativa às técnicas usuais aplicadas aos conversores estáticos, de forma a evitar o uso do modelo matemático pelo valor médio, funções de transferências, malhas de controle, ajuste de ganhos de controladores *PID* e técnicas de modulação complexas. Portanto, estas são as motivações que levam aos objetivos dessa dissertação de mestrado, listados a seguir:

1. Revisar e detalhar o desenvolvimento matemático da técnica de controle usando *LMIs* baseadas nos espaços de estado de cada modo de operação do conversor;

2. Apresentar uma abordagem de controle de conversores que evita o uso de múltiplas malhas de controle, diagramas de Bode e funções de transferência;
3. Propor adaptações da técnica, que é desenvolvida para referências constantes, para referências senoidais;
4. Propor uma sistemática de projeto da lei de controle;
5. Apresentar resultados experimentais que comprovem a efetividade e robustez da técnica.

1.2 CONTRIBUIÇÕES DESTE TRABALHO

Este trabalho apresenta como contribuições:

1. Aplicação real da técnica de controle robusto baseado em *LMIs* utilizando referências senoidais, algo inédito até o presente momento, em um protótipo com um inversor monofásico;
2. Metodologia, passo a passo, de simulação e projeto do controlador para sistemas com variáveis incertas;

1.3 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Este trabalho é apresentado da seguinte forma:

- **Capítulo 2** - Apresenta uma breve revisão do conversor monofásico em ponte completa, as técnicas de controle mais usuais e os conceitos fundamentais necessários para o entendimento da técnica de controle de sistemas chaveados afins por *LMIs*.
- **Capítulo 3** - Apresenta as condições e metodologia para o projeto da lei de chaveamento baseada em *LMIs* para o controle de conversores chaveados através dos espaços de estados de cada subsistema do conversor. Adicionalmente, são apresentados exemplos numéricos aplicados ao conversor *Buck* de forma a tornar mais didático o entendimento da técnica. Ao final do capítulo são apresentadas condições de contorno de alguns pontos onde a técnica não permite uma total liberdade no controle do sistema.
- **Capítulo 4** - Apresenta um passo a passo para o projeto da lei de chaveamento para o conversor monofásico em ponte completa, usando filtro *washout*, realimentação parcial de estados e a extensão da técnica para referências senoidais. Também são apresentadas simulações para comprovar o correto funcionamento do conversor controlado pela técnica baseada em *LMIs*.

- **Capítulo 5** - Apresenta os resultados experimentais do conversor em ponte completa, realizados utilizando um protótipo em bancada, com o objetivo de validar todo o desenvolvimento teórico abordado neste trabalho.
- **Capítulo 6** - Por fim, este capítulo apresenta as conclusões gerais, principais contribuições e sugestões para trabalhos futuros.

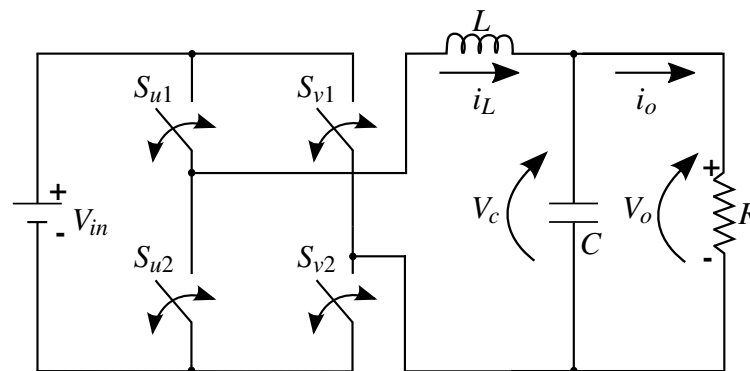
2 TÉCNICAS DE CONTROLE DE CONVERSORES CHAVEADOS MONOFÁSICOS

Este capítulo apresenta uma breve revisão sobre o conversor monofásico em ponte completa, suas estratégias de controle mais usuais e os conceitos fundamentais necessários para o entendimento da técnica de controle de sistemas chaveados detalhada neste trabalho.

2.1 MODELAGEM DO CONVERSOR MONOFÁSICO EM PONTE COMPLETA

A Figura 2.1 apresenta o conversor monofásico em ponte completa. O circuito é composto por quatro interruptores, S_{u1} , S_{u2} , S_{v1} e S_{v2} que representam transistores com diodos em anti-paralelo, uma carga R , um filtro LC de saída e uma fonte CC denominada V_{in} .

Figura 2.1 – Topologia do conversor em ponte completa com filtro LC e carga R .



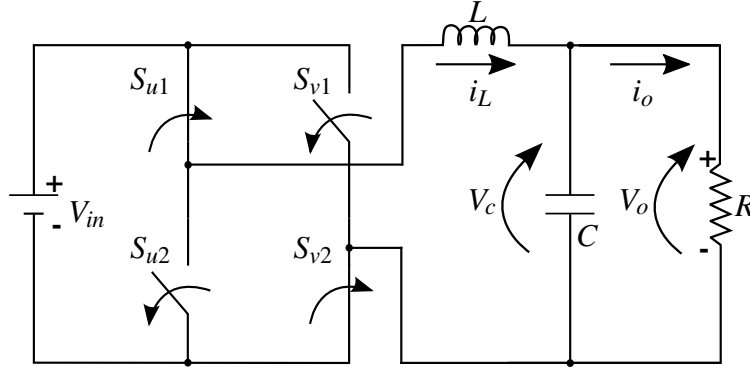
Fonte: Do próprio autor.

Existem 2 modos de operação deste conversor: operação em 2 níveis e operação em 3 níveis de tensão de saída. No modo de operação em 2 níveis (usado neste trabalho), há 4 etapas de operação (considerando carga resistiva e desconsiderando o tempo morto): 2 para correntes de saída com sentido positivo e 2 para o sentido negativo.

- Etapa de operação 1

Nesta etapa, os interruptores S_{u1} e S_{v2} entram em condução, os interruptores S_{u2} e S_{v1} estão bloqueados e a tensão $+V_{in}$ é aplicada a entrada do filtro LC . A Figura 2.2 mostra seu o circuito equivalente.

Figura 2.2 – Etapa de operação 1 do conversor em ponte completa com filtro LC e carga R .



Fonte: Do próprio autor.

O equacionamento matemático para esta etapa é dado por:

$$V_{in} = v_L + v_c, \quad (2.1)$$

$$i_L = i_c + i_o, \quad (2.2)$$

onde v_c e i_L são as variáveis de estado que se deseja controlar. Manipulando as equações (2.1) e (2.2) tem-se:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{v_c(t)}{L}, \quad (2.3)$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_c(t)}{RC}. \quad (2.4)$$

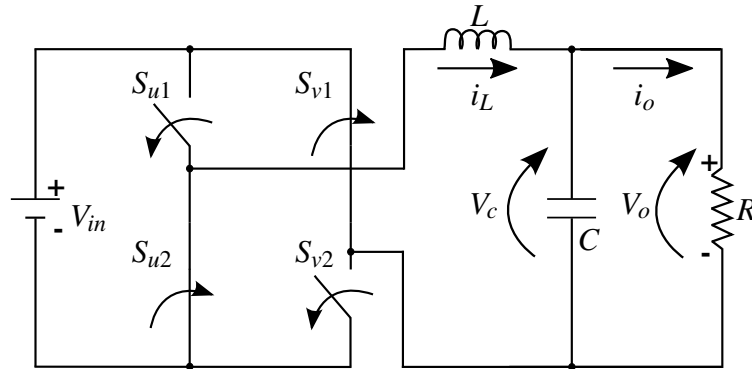
A partir das equações acima, é possível escrever a etapa de operação 1 em espaço de estados com a corrente no indutor e a tensão no capacitor sendo as variáveis de estado, onde $\dot{x}(t)$ representa a derivada temporal de $x(t)$.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_1} \quad (2.5)$$

- Etapa de operação 2

Nesta etapa, os interruptores S_{u2} e S_{v1} entram em condução, os interruptores S_{u1} e S_{v2} estão bloqueados e a tensão $-V_{in}$ é aplicada a entrada do filtro LC . A Figura 2.3 mostra o seu circuito equivalente.

Figura 2.3 – Etapa de operação 2 do conversor em ponte completa com filtro LC e carga R .



Fonte: Do próprio autor.

A etapa de operação 2 pode ser equacionada da seguinte maneira:

$$-V_{in} = v_L + v_c, \quad (2.6)$$

$$i_L = i_c + i_o. \quad (2.7)$$

Manipulando as equações (2.6) e (2.7) tem-se

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{V_{in}}{L} - \frac{v_c(t)}{L}, \quad (2.8)$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_c(t)}{RC}. \quad (2.9)$$

Logo, também é possível escrever a etapa de operação 2 em espaço de estados com a corrente no indutor e a tensão no capacitor sendo as variáveis de estado.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_{x(t)} + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_2} \quad (2.10)$$

- Etapas de operação 3 e 4

Na etapa 3, os diodos em anti-paralelo das S_{u1} e S_{v2} conduzem aplicando $+V_{in}$ a entrada do filtro LC . Portanto, as equações da etapa 3 são as mesmas da etapa de operação 1. Na etapa 4, os diodos em anti-paralelo dos interruptores S_{u2} e S_{v1} conduzem aplicando $-V_{in}$ a entrada do filtro LC . Logo, as equações da etapa 4 são as mesmas da etapa de operação 2.

O conversor também pode ser apresentado segundo suas funções de transferência que são obtidas aplicando-se a teoria do valor médio quase instantâneo (valor médio de uma variável

dentro do período de comutação) (MIDDLEBROOK; CUK, 1976) e (MIDDLEBROOK; CUK, 1977). As funções de transferência do conversor em ponte completa estão apresentadas a seguir.

- Planta da tensão de saída em relação a razão cíclica

$$\frac{V_o(s)}{D(s)} = V_{in} \left[\frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \right] \quad (2.11)$$

- Planta da corrente no indutor em relação a razão cíclica

$$\frac{I_L(s)}{D(s)} = \frac{V_{in}}{R} \left[\frac{RCs + 1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \right] \quad (2.12)$$

- Planta da tensão de saída em relação corrente no indutor

$$\frac{V_o(s)}{I_L(s)} = R \left[\frac{1}{RCs + 1} \right] \quad (2.13)$$

- Planta da tensão de saída em relação a tensão de entrada do conversor

$$\frac{V_o(s)}{V_{in}(s)} = D \left[\frac{1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \right] \quad (2.14)$$

- Planta da corrente no indutor em relação a tensão de entrada do conversor

$$\frac{I_L(s)}{V_{in}(s)} = \frac{D}{R} \left[\frac{-Cs + 1}{LCs^2 + \frac{L}{R}s + 1} \right] \quad (2.15)$$

Note que as funções de transferência de i_L e V_o em relação a D , são dependentes de V_{in} , ou seja, seus valores se alteram para qualquer alteração de V_{in} . Portanto, em aplicações onde a tensão de entrada do conversor varia, como por exemplo, painéis fotovoltaicos ou baterias este fator deve ser levado em consideração pelo controle.

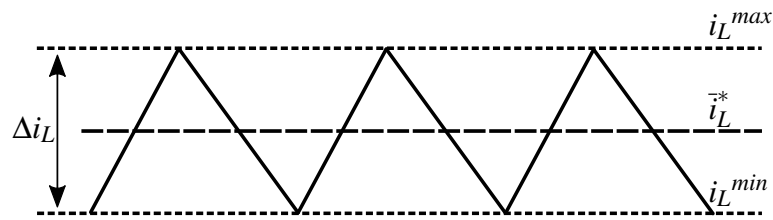
2.2 TÉCNICAS CLÁSSICAS DE CONTROLE MONOFÁSICO

Nesta seção são lembradas algumas das técnicas mais usuais encontradas na literatura para o controle de inversores monofásicos, com o intuito de apresentar suas principais características e compará-las com as características da técnica de controle usando *LMIs*.

2.2.1 Controle do inversor por histerese

Na estratégia de controle por histerese em conversores de potência, o comando para os interruptores é realizado de forma que a variável controlada sempre mantenha seu valor instantâneo dentro de dois limites desejados, sendo estes, simétricos em relação a um valor de referência (OGATA, 2009). Por exemplo, para o controle da corrente no indutor de saída de um inversor, a ondulação Δi_L pode ser mantida dentro de certos limites desejados, conforme mostrado na Figura 2.4.

Figura 2.4 – Ondulação de corrente no indutor de um inversor.



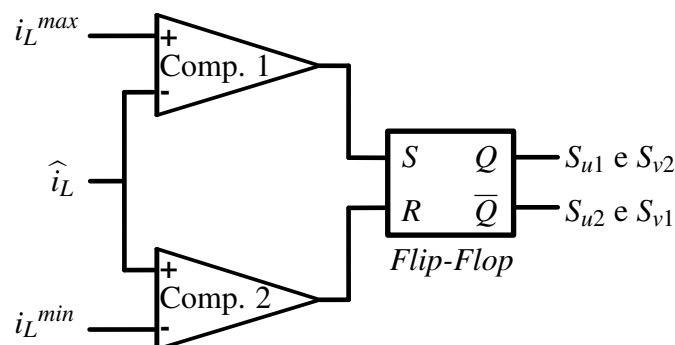
Fonte: Do próprio autor.

Um dos circuitos mais utilizados no controle por histerese é mostrado na Figura 2.5 e seu princípio de funcionamento é o seguinte:

- O comando para os interruptores é dado pelo *flip-flop* SR ;
- Quando $\hat{i}_L$ é menor que o limite máximo dado por $\bar{i}_L^* + \frac{\Delta i_L}{2}$ e maior que o limite mínimo $\hat{i}_L - \frac{\Delta i_L}{2}$ as saídas Q e $\bar{Q}$ não mudam de estado;
- Quando $\hat{i}_L$ chega ao seu limite mínimo $\bar{i}_L^* - \frac{\Delta i_L}{2}$, o comparador 1 envia o valor 0 à entrada S do *flip-flop* e o comparador 2 envia o valor 1 à entrada R , resultando em $Q = 0$ e $\bar{Q} = 1$;
- Quando $\hat{i}_L$ chega ao seu limite máximo $\bar{i}_L^* + \frac{\Delta i_L}{2}$, o comparador 1 envia o valor 1 à entrada S do *flip-flop* e o comparador 2 envia o valor 0 à entrada R , resultando em $Q = 1$ e $\bar{Q} = 0$;
- Como $\hat{i}_L$ não pode estar ao mesmo tempo no limite máximo e mínimo, o *flip-flop* nunca atuará no estado proibido, onde $S = 1$ e $R = 1$.

Note que para este tipo de controle, não há a necessidade de definição de funções de transferência. Há apenas, a necessidade de utilizar um circuito gerador de histerese, como o apresentado na Figura 2.5. Outra característica importante, é que a comutação é variável e dependente da variação da referência. Note também que, quanto menor o valor de ondulação desejado, maior é a frequência de comutação.

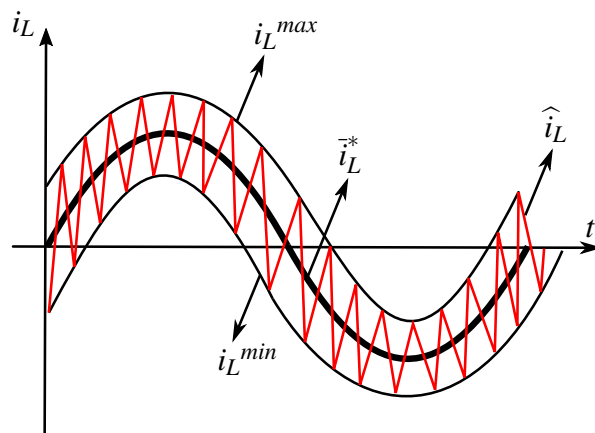
Figura 2.5 – Circuito básico usado para o controle de corrente por histerese em um inversor ponte completa.



Fonte: Do próprio autor.

No caso de conversores com corrente senoidal no indutor, tanto a corrente de referência quanto os seus limites mínimo e máximo devem ser senoidais, conforme mostrado na Figura 2.6.

Figura 2.6 – Limites de um controle de histerese em um inversor em ponte completa para uma referência senoidal.



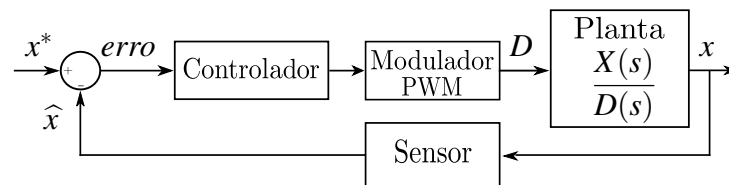
Fonte: Do próprio autor.

2.2.2 Controle clássico do inversor por valores médios quase instantâneos no domínio da frequência

O controle tem como objetivo fazer com que o circuito siga uma referência de forma robusta, estável e imune a distúrbios. Para se efetuar o controle é necessário um sensor de realimentação para medir o valor instantâneo da variável que se deseja controlar a fim de compará-la com a referência desejada. O erro entre a referência e a medição é enviado ao controlador e o

mesmo toma a ação de aumentar ou diminuir a razão cíclica do modulador *PWM* (*Pulse Width Modulation*), de forma que a tensão de saída do conversor tenda ao valor de referência. O diagrama de blocos do controle clássico por funções de transferência no domínio da frequência pode ser visto na Figura 2.7, onde, por exemplo, a variável a ser controlada pode ser a tensão sobre o capacitor ou a corrente no indutor do filtro *LC* do inversor monofásico.

Figura 2.7 – Diagrama de blocos do controle clássico do inversor por funções de transferência no domínio da frequência.



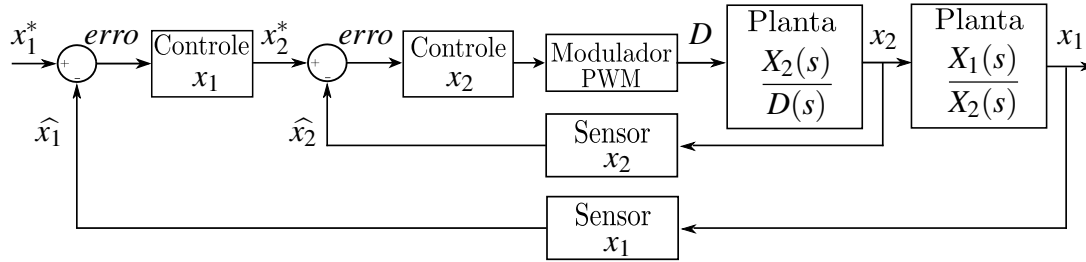
Fonte: Do próprio autor.

Em geral, o controle de inversores monofásicos são projetados usando um controlador *PI* (*Proportional–Integral controller*) com a adição de pólos e zeros para modificar a dinâmica do circuito para garantir a estabilidade e o desempenho desejado. O controle é projetado de forma que a função de transferência de laço aberto tenha um alto ganho até a frequência de corte (1 ou 2 pólos na origem) e um decaimento de ganho na passagem por zero $-20db/dec$ para que se tenha uma margem de fase adequada (entre 45 e 90 graus). Desta forma, é possível garantir a estabilidade do sistema em regime permanente (BARBI, 2001).

2.2.2.1 Controle em cascata

O controle em cascata é um tipo de controle clássico por função de transferência (no domínio da frequência) que é capaz de controlar mais de uma variável do sistema ao mesmo tempo, melhorando a velocidade de resposta e reduzindo os distúrbios causados pela malha de controle mais sensível. A ideia do controle em cascata é usar uma malha dentro da outra, para que o controlador da malha externa veja a malha interna como parte do sistema. Para que seja possível os dois controles atuarem de forma simultânea, a malha mais externa deve ter uma dinâmica mais lenta do que a malha interna, a fim de que o sistema não se torne instável devido às variações simultâneas do ponto de ajuste da medição da variável a ser controlada pela malha interna. Esta diferença de velocidade entre as respostas do controle das malhas faz com que as mesmas se desacoplem. Na prática, projeta-se o controle da malha interna entre 5 e 10 vezes mais rápido do que o controle da malha externa. O diagrama de blocos genérico do controle em cascata pode ser visto na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Diagrama de blocos do controle clássico do inversor por funções de transferência no domínio da frequência utilizando o controle em cascata.



Fonte: Do próprio autor.

Note que para aplicar o controle clássico por função de transferência (no domínio da frequência) são necessários vários esforços de projeto: diagrama de blocos, malhas de controle, desacoplamento de malhas, funções de transferência (que são deduzidas pela teoria do valor médio quase instantâneo), diagramas de bode para auxílio na alocação de polos, circuitos moduladores *PWM*, entre outros.

2.3 TÉCNICAS MODERNAS DE CONTROLE

2.3.1 Desigualdades lineares matriciais

As desigualdades lineares matriciais são geralmente chamadas na literatura de *LMIs* do inglês *Linear Matrix Inequalities*. Sua história em análise de sistemas dinâmicos remonta a mais de 100 anos, quando por volta de 1890 Lyapunov publicou seu trabalho seminal, apresentando o que hoje chamamos de teoria Lyapunov (BOYD et al., 1994). Ele mostrou que a equação diferencial dada por

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t), \quad (2.16)$$

é estável, ou seja, todas as trajetórias convergem para um ponto de equilíbrio, se e somente se existir uma matriz finita positiva definida P tal que

$$A'P + PA < 0. \quad (2.17)$$

Após isso, em 1940 os soviéticos Lur'e e Postnikov usaram a teoria de Lyapunov para controle real de problemas de engenharia (pequenas *LMIs* resolvidas analiticamente). Já no início dos anos 1960 Yakubovich, Popov e Kalman e outros pesquisadores conseguiram reduzir a solução das *LMIs* que surgiram no problema de Lur'e a critérios gráficos simples, usando o lema chamado de positivo-real (PR). Após extensivos estudos sobre o lema PR, na segunda

metade da década de 1965, foram relacionados às ideias de passividade, aos critérios de pequeno ganho introduzidos por Zames e Sandberg e ao controle ótimo quadrático. Em 1970, sabia-se que a *LMI* que aparecia no lema PR poderia ser resolvida não apenas por meio de gráficos mas também resolvendo uma certa Equação Algébrica de Riccati (ARE). Na década de 1970 problemas de otimização convexas na área de sistemas e controle começam a ser passíveis de solução em computador. Nessa década, os pesquisadores na sua maioria engenheiros da área de controle, conheciam vários métodos para resolver tipos especiais de *LMIs*: métodos diretos (para sistemas pequenos), métodos gráficos e sabiam resolver as equações de Lyapunov ou Riccati. No início dos anos 80 muitas *LMIs* começam a ser resolvidas por computador por meio de programação convexa através de esforços de cientistas como N. Karmarkar, Nesterov e Nemirovskii (BOYD et al., 1994).

Hoje uma variedade muito ampla de problemas de otimização de sistemas de controle convexos, ou quase convexos que envolvem desigualdades matriciais, lineares podem ser resolvidos numericamente com muita eficiência usando métodos numéricos (BOYD et al., 1994).

2.3.2 Critérios de Lyapunov para a estabilidade assintótica global

A propriedade do sistema que garante a convergência das variáveis de estado para a situação desejada em regime permanente é a estabilidade. Por este motivo, a análise de estabilidade é o ponto de partida para o projeto de sistemas de controle (DEZUO, 2018).

Como vimos anteriormente, por volta de 1890, Lyapunov desenvolveu sua teoria de estabilidade. Ele chegou a suas conclusões, observando que sistemas cujas variáveis de estado convergiam exponencialmente para um ponto de equilíbrio são sistemas cuja energia total (energia de todas as variáveis de estado) decresce ao longo do tempo levando o sistema a um ponto de equilíbrio, isto é, são sistemas que possuem algum tipo de energia dissipada (DEZUO, 2018). *Para um melhor entendimento físico, considere como exemplo o movimento de um pêndulo de massa M e haste rígida de comprimento L que descreve um movimento circular de raio L . Ao soltar o pêndulo de uma dada posição, as energias cinéticas e potencial das variáveis de estado (posição e velocidade angulares) oscilam entre valores máximos e mínimos, mas se houver dissipação de energia (devido à presença de atrito por exemplo) o movimento vai convergir para a situação de equilíbrio onde as variáveis de estado são constantes, e isso ocorre apenas quando a energia de todas as variáveis de estado sejam completamente dissipadas* (DEZUO, 2018). Para a formalização matemática da interpretação física de Lyapunov para um sistema assintoticamente estável, seja uma função $V(x)$ definida positiva, continuamente diferenciável e decrescente ao longo do tempo, chamada de Função de Lyapunov Candidata, que representa a energia de um sistema. Tal sistema entrará em equilíbrio, $x(t) \rightarrow x_{eq}$, no ponto que corres-

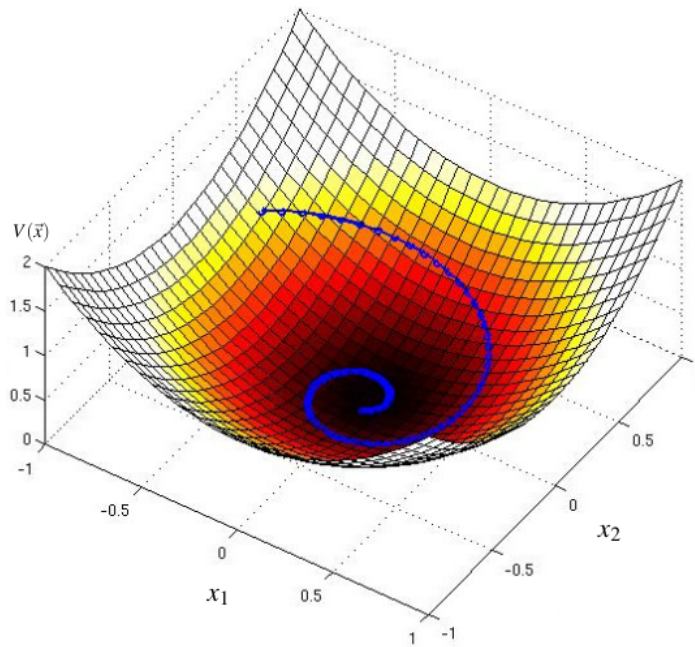
onde a energia mínima se $V(x)$ é uma função definida positiva, é continuamente diferenciável, ou seja, suas derivadas parciais, $\frac{\partial V}{\partial x_1}, \frac{\partial V}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial V}{\partial x_n}$, existem, são contínuas e é uma função decrescente (TORRES, 2017).

$$V(0) = 0 \quad (2.18)$$

$$V(x) > 0, \forall x \neq 0 \quad (2.19)$$

$$\frac{dV}{dt} \leq 0 \quad (2.20)$$

Figura 2.9 – Exemplo da trajetória de decaimento da função de Lyapunov em um sistema com duas variáveis de estado.



Fonte: (TORRES, 2017).

2.3.3 Sistemas chaveados

Para entender o conceito de sistemas chaveados, primeiramente é necessário entender o conceito de sistemas híbridos, que são sistemas descritos por uma interação entre dinâmica contínua modelada por equações diferenciais e uma dinâmica discreta modelada por autômatos de estados finitos ou infinitos (LIBERZON, 2003). Com o intuito de entender melhor os sistemas híbridos, considere o seguinte exemplo:

Exemplo 1 (LIBERZON, 2003) *Um modelo muito simples que descreve o movimento de um automóvel é dado por*

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad (2.21)$$

$$\dot{x}_2 = f(a, q), \quad (2.22)$$

onde as variáveis $\dot{x}_1$ e $\dot{x}_2$ são posição e velocidade respectivamente, $a \geq 0$ é valor da aceleração (input), e $q \in \{1, 2, 3, 4, 5, -1, 0\}$ é a posição do cambio de marcha. A função f deve ser negativa e decrescente em a , quando $q = -1$, negativa e independente de a quando $q = 0$ e crescente em a e decrescente em q quando $q \geq 0$. Nesse sistema, $\dot{x}_1$ e $\dot{x}_2$ são os estados contínuos e q é o estado discreto. Claramente, as transições discretas afetam a trajetória contínua. No caso de uma transmissão automática, a evolução do estado contínuo $\dot{x}_2$ é, por sua vez, usada para determinar a transição discreta. No caso de uma transmissão manual, as transições discretas são controlados pelo motorista. Também é natural considerar variáveis de saída que dependem tanto dos estados contínuos quanto dos discretos, como o taxa de rotação do motor (rpm) que é função de $\dot{x}_2$ e q .

Com base no exemplo pode-se concluir que um sistema chaveado, como por exemplo um conversor em ponte completa, é um sistema híbrido onde a tensão e a corrente de saída são grandezas contínuas e as comutações entre as chaves são comutações discretas. Estes sistemas são chamados sistemas comutados (LIBERZON, 2003) e sua representação matemática é dada por:

$$\dot{x} = f_i(x, t), \quad (2.23)$$

onde $f_i(x, t) : \mathbb{R}^{n+1} \mapsto \mathbb{R}^n$ é uma função contínua conhecida que representa a dinâmica de cada modo de operação do sistema de forma individual, o índice $i \in \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, m\}$ representa os m modos de operação.

Este trabalho assume que um sistema chaveado que possui na sua composição subsistemas lineares é denotado por sistema chaveado linear e é dado pela Equação (2.24) (SCHARLAU, 2013).

$$\dot{x} = A_i x(t) \quad (2.24)$$

Entretanto, a maioria das aplicações com sistemas chaveados são constituídas por subsistemas afins (SCHARLAU, 2013). A representação de um sistema afim é dado pela Equação (2.25).

$$\dot{x} = A_i x(t) + b_i \quad (2.25)$$

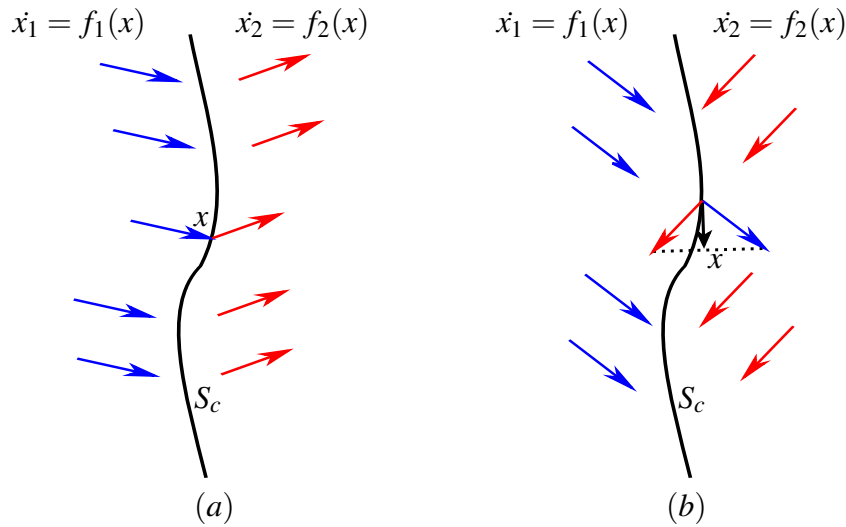
Em Liberzon (2003), Scharlau (2013), Dezuio (2014) e Santos (2019) podem ser obtidas mais informações sobre sistemas chaveados.

2.3.4 Modos deslizantes

Considere um sistema chaveado, representado pela Figura 2.10, com comutação dependente do estado, descrito por uma superfície de comutação S_c e dois subsistemas dados por

$\dot{x} = f_i(x) : i \in \mathbb{M} = \{1, 2\}$ um de cada lado de S_c . Suponha que não haja efeitos impulsivos nas variáveis de estado, ou seja, não há saltos em seus valores durante a comutação (LIBERZON, 2003). O modo representado por $f_1(x)$ é ativo apenas à esquerda da superfície de chaveamento S_c e o modo representado por $f_2(x)$ é ativo apenas do lado direito da superfície S_c .

Figura 2.10 – Exemplo das trajetórias de um sistema chaveado com dois modos de operação: (a) cruzando a superfície de chaveamento; (b) em modo deslizante.



Fonte: Adaptado de (LIBERZON, 2003).

Analisando a Figura 2.10(a), observa-se cruzamento da superfície S_c , pois os estados apontam para o mesmo sentido (da esquerda para a direita). Já a Figura 2.10(b) mostra uma situação onde os dois estados apontam para a superfície S_c e nesta situação pode ocorrer o que se chama de modo deslizante, onde a resultante dos dois estados caminham tangente a superfície (SCHARLAU, 2013). O modo deslizante é caracterizado pela constante comutação entre os subsistemas 1 e 2 gerando comutações de alta frequência, que são indesejáveis em circuitos chaveados, devido as perdas por comutação e a possível queima dos componentes semicondutores (SCHARLAU, 2013). Este fenômeno é conhecido na literatura como *chattering*. Como na prática não é permitido que a frequência de chaveamentos seja muito alta, uma forma de limitá-la é através da introdução de um requisito adicional de tempo mínimo de residência em cada modo de operação do sistema (SCHARLAU, 2013).

Uma das formas de se estudar a dinâmica dos modos de operação e também da superfície de chaveamento é aplicando os conceitos desenvolvidos por Filippov em 1988 em seu livro intitulado “*Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides*” (FILIPPOV, 1988). Pode-se definir o campo vetorial de todo o espaço de estados (modo 1, modo 2 e superfície de chaveamento) através da combinação convexa dos campos vetoriais dos subsistemas em cada

ponto da trajetória sobre a superfície (SCHARLAU, 2013). Para o caso de sistemas com dois modos de operação, tal combinação é dada por:

$$\dot{x} = f_{\theta}(x) = \theta_1 f_1(x) + \theta_2 f_2(x), \quad \theta \in \Theta, \quad (2.26)$$

$$\Theta = \begin{cases} \theta_1 + \theta_2 = 1 \\ 1 \geq \theta_1 \geq 0 \\ 1 \geq \theta_2 \geq 0 \end{cases}, \quad (2.27)$$

$$f_{\theta}(x) = \theta_1 f_1(x) + (1 - \theta_1) f_2(x), \quad (2.28)$$

onde θ é o elemento de combinação convexa que pode ser obtido através de regras de projeção ortogonal (SCHARLAU, 2013). Note que se $\theta_1 = 1$ for aplicado a Equação (2.28), tem-se $f_{\theta}(x) = f_1(x)$ e se for aplicado $\theta_1 = 0$, tem-se $f_{\theta}(x) = f_2(x)$. Logo, a Equação (2.28) considera todas as dinâmicas possíveis tanto em modos individuais quanto em modos deslizantes (SCHARLAU, 2013). De forma genérica:

$$f_{\theta}(x) = \sum_{i=1}^m \theta_i f_i(x), \quad i \in \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, m\}. \quad (2.29)$$

2.3.5 Estabilidade de sistemas chaveados

Devido a grande quantidade de aplicações dos sistemas chaveados, um grande esforço vem sendo realizado com estudos de técnicas de estabilização. Segundo Scharlau (2013) existem duas situações importantes relacionadas a estabilidade de sistemas chaveados que merecem bastante atenção: uma é o fato de que mesmo quando todos os subsistemas que compõem um sistema chaveado são exponencialmente estáveis, o sistema chaveado pode apresentar trajetórias divergentes para determinados sinais de comutação. A outra é a possibilidade de realizar o chaveamento entre subsistemas instáveis e obter um sistema chaveado exponencialmente estável. Estes dois casos sugerem que a estabilidade de um sistema chaveado depende não somente da dinâmica de cada subsistema, mas também das propriedades do sinal de chaveamento.

O estudo da estabilidade de sistemas chaveados pode ser dividido em dois tipos de problemática:

- Estabilidade sob condição de chaveamento arbitrário:

Este problema consiste em determinar em que condições um sistema chaveado apresenta estabilidade levando em consideração que não existem informações a priori sobre o sinal de chaveamento e que o mesmo não possui restrições.

- Estabilidade sob condição de chaveamento com restrição

Este problema consiste em determinar quais as restrições no sinal de chaveamento que podem existir no domínio do tempo (por exemplo, limites para o tempo de residência ou tempo médio de residência) ou no espaço de estados.

Em Liberzon (2003), Lin e Antsaklis (2009), Scharlau (2013), Dezuo (2014) e Santos (2019) podem ser obtidas mais informações sobre este tema.

2.3.6 Estabilização de sistemas chaveados

A estabilização de sistemas chaveados, consiste em estabelecer leis de chaveamento para uma família de subsistemas que compõem o sistema chaveado de forma que o mesmo seja estável. Este problema é resolvido de forma trivial quando pelo menos um dos subsistemas apresenta estabilidade, pois neste caso basta manter ativo o modo cujo subsistema é estável. Por outro lado, quando nenhum dos subsistemas apresentar estabilidade, é necessário projetar uma lei de chaveamento que permita obter a estabilidade do sistema chaveado (SCHARLAU, 2013).

A busca de uma combinação convexa e estável das matrizes de dinâmica dos subsistemas apresenta-se como um problema NP-Difícil¹ e na grande maioria dos casos, estes métodos garantem a estabilidade pela utilização de uma função quadrática de Lyapunov comum a todos os modos de operação do sistema. Isso representa uma abordagem conservadora, pois conforme já visto anteriormente, existem sistemas chaveados que podem apresentar estabilidade sem possuírem uma função quadrática comum de Lyapunov (SCHARLAU, 2013).

Devido as dificuldades e conservadorismos, uma abordagem interessante para projetar uma lei de controle de um sistema chaveado é utilizar a estabilização quadrática baseada em funções de Lyapunov para cada modo de operação. Esta abordagem foi proposta pela primeira vez em Wicks e Decarlo (1997), empregando funções de Lyapunov quadráticas por partes para sistemas chaveados lineares e invariantes no tempo com dois modos (SCHARLAU, 2013). Tendo uma função de Lyapunov projetada para cada modo de operação, pode-se pensar em uma lei de chaveamento onde o modo que contém mais energia deve ser chaveado para que tal energia seja dissipada e o sistema se estabilize respeitando os critérios de Lyapunov. As decisões da lei de controle podem ser baseadas na função ‘max’ ou na função ‘min’. Este trabalho será baseado na função máxima, ‘max’, apresentada em Trofino et al. (2011).

Para mais informações sobre a diferença, vantagens e desvantagens entre a função ‘max’ e função ‘min’ consulte Scharlau, Dezuo e Trofino (2017), Geromel e Colaneri (2006), Deaecto e Geromel (2010), Deaecto et al. (2010), Ji et al. (2006) e Trofino, Scharlau e Coutinho (2012).

¹A classe NP (*nondeterministic polynomial time*) é a classe de problemas que podem ser verificadas por um algoritmo em tempo polinomial.

3 CONDIÇÕES DE PROJETO DAS LMIs E DA LEI DE CHAVEAMENTO

Este capítulo apresenta as condições de projeto, metodologia e exemplos numéricos para o projeto de uma lei de chaveamento baseada na função ‘max’ que conduz as variáveis de estado a referência desejada de forma assintótica respeitando a teoria de Lyapunov. O objetivo é elaborar uma lei de controle baseada em *LMIs* que serão deduzidas com base nas informações dos espaços de estados que compõe cada subsistema do sistema chaveado. O exemplo numérico apresentado utiliza o conversor *Buck* para tornar o entendimento da técnica mais didático ao leitor. Também será apresentado o procedimento resumido de projeto da técnica.

3.1 LMIs BASEADAS EM SISTEMAS LINEARES CHAVEADOS AFINS

Uma função definida por $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se afim quando existem constantes a e b que pertencem ao conjunto dos reais, tais que $f(x) = ax + b$, $\forall x \in \mathbb{R}$, onde $a \neq 0$ e $b \neq 0$. Estendendo este conceito para sistemas chaveados:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + b_i, \quad i \in \mathcal{M} := \{1, 2, \dots, m\}, \quad (3.1)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ representa os estados do sistema, que supostamente estão disponíveis para serem medidos ou estimados e $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $b_i \in \mathbb{R}^n$ são as matrizes de cada subsistema, ou seja, para o caso de um circuito chaveado elas são as matrizes que representam a dinâmica de cada modo de operação do circuito.

Sabendo que os sistemas chaveados podem ser representados pelo espaço de estados dado pela Equação (3.1), pode-se definir uma lei de chaveamento $\sigma(x(t))$ que permita o sistema comutar entre seus m subsistemas conduzindo, de forma assintótica e estável, os estados ao ponto de equilíbrio desejado, ou seja, deseja-se que o sistema siga uma referência dada, $\bar{x}$, de forma assintótica e estável.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x} \quad (3.2)$$

Definindo o erro de seguimento de referência como

$$e(t) = x(t) - \bar{x} \quad (3.3)$$

e sua derivada temporal como

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\bar{x}}, \quad (3.4)$$

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t), \quad (3.5)$$

pode-se isolar $x(t)$ na Equação (3.3) e substituir o resultado na Equação (3.5) para encontrar o espaço de estados que representam a dinâmica dos erros de cada subsistema.

$$\dot{e}(t) = A_i e(t) + (A_i \bar{x} + b_i) \quad (3.6)$$

Definindo

$$k_i = A_i \bar{x} + b_i, \quad (3.7)$$

encontra-se a Equação (3.8) que representa a equação afim da dinâmica do erro de segmento do sistema.

$$\dot{e}(t) = A_i e(t) + k_i, \quad i \in \mathcal{M} := \{1, 2, \dots, m\}. \quad (3.8)$$

Segundo a teoria de Fillipov, Equação (2.26), pode-se representar a somatória dos campos vetoriais de todos os subsistemas como uma combinação convexa de cada subsistema. Logo,

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^m \theta_i(e) (A_i e(t) + k_i), \quad \theta_i(e) \in \Theta, \quad (3.9)$$

onde

$$\Theta := \left\{ \theta_i : 0 \leq \theta_i \leq 1, \sum_{i=1}^m \theta_i = 1 \right\}. \quad (3.10)$$

Como deseja-se que o sistema convirja para um ponto de equilíbrio, $\bar{x}$, globalmente estável onde o erro é igual a zero e constante (derivada nula), da Equação (3.9) tem-se:

$$\dot{e}(t) \overset{0}{=} \sum_{i=1}^m \theta_i(0) (A_i e(t) \overset{0}{=} + k_i), \quad \theta_i \in \Theta, \quad (3.11)$$

$$\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i k_i = 0, \quad i \in \mathcal{M} := \{1, 2, \dots, m\}, \quad (3.12)$$

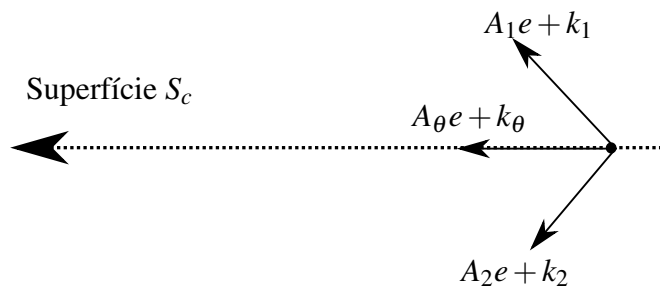
onde $\bar{\theta}_i := \theta_i(0)$ é a combinação convexa que mantém o equilíbrio. Analisando a Equação (3.12) nota-se que a mesma representa uma *LMI* do sistema. Caso seja possível encontrar uma combinação convexa (lei de chaveamento) dos campos vetoriais dos subsistemas, tal que $e(t)$ seja um vetor que pertence ao hiperplano tangente da superfície que divide os modos de operação, ou seja, divide os espaços de estados, poderá ocorrer o modo deslizante. Para um melhor entendimento, considere um sistema chaveado com dois modos de operação ($m = 2$):

$$\dot{e}(t) = \theta_1 [A_1 e(t) + k_1] + \theta_2 [A_2 e(t) + k_2]. \quad (3.13)$$

A Equação (3.13) representa todas as combinações convexas possíveis para o exemplo hipotético com dois modos de operação e as Figuras 3.1 e 3.2 mostram que é possível encontrar uma combinação convexa dos subsistemas, de forma que a somatória de seus campos vetoriais apontem para a superfície de chaveamento e com o passar do tempo, faz com que o ponto de

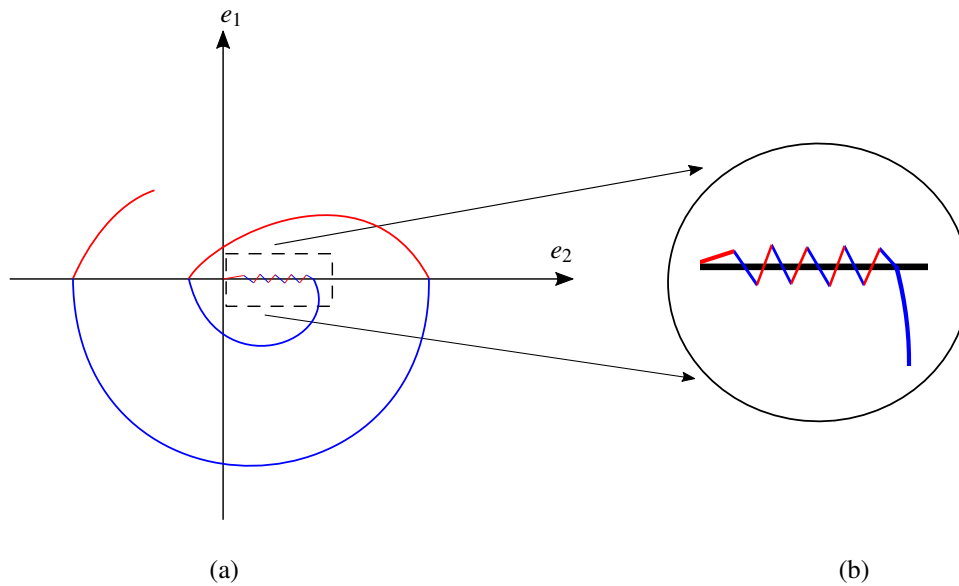
equilíbrio caminhe sobre a superfície fazendo com que os erros de referência tendam a zero. Ao analisando de forma mais aprofundada a Figura 3.2(a), note que a superfície de chaveamento é dada por $e_2 = 0$, ou seja, para $e_1 > 0$ as trajetórias do erro seguem uma dinâmica e para $e_1 < 0$ outra dinâmica. Caso este sistema tenha uma combinação convexa que leve a derivada do erro para zero de forma tangente a superfície de chaveamento, ocorrerá o modo deslizante representado pela Figura 3.2 (b). Também fica caracterizado que θ_i é análogo ao *Duty Cycle* dos conversores, já que expressa o tempo em que cada modo de operação ou subsistema está sendo aplicado ao sistema chaveado (TROFINO et al., 2011).

Figura 3.1 – Superfície de Chaveamento Deslizante



Fonte: (SANTOS, 2019).

Figura 3.2 – Ponto de equilíbrio.



Fonte: (SANTOS, 2019).

3.2 LEI DE CHAVEAMENTO SEGUNDO A FUNÇÃO ‘MAX’

Este trabalho tem como objetivo particularizar a lei de chaveamento, $\sigma(e(t))$, de forma que ela controle cada subsistema representado pela Equação (3.9) aplicando o conceito de função ‘max’. A lei de chaveamento particular usada neste trabalho é dada por

$$\sigma(e(t)) := \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\}, \quad (3.14)$$

onde $\sigma(e(t))$ é o modo que estará ativo no instante t , $\arg \max$ é a função que retorna qual modo é o máximo e v_i são as funções auxiliares para cada modo de operação do sistema chaveado e são denominadas funções ‘max’ (TROFINO et al., 2011).

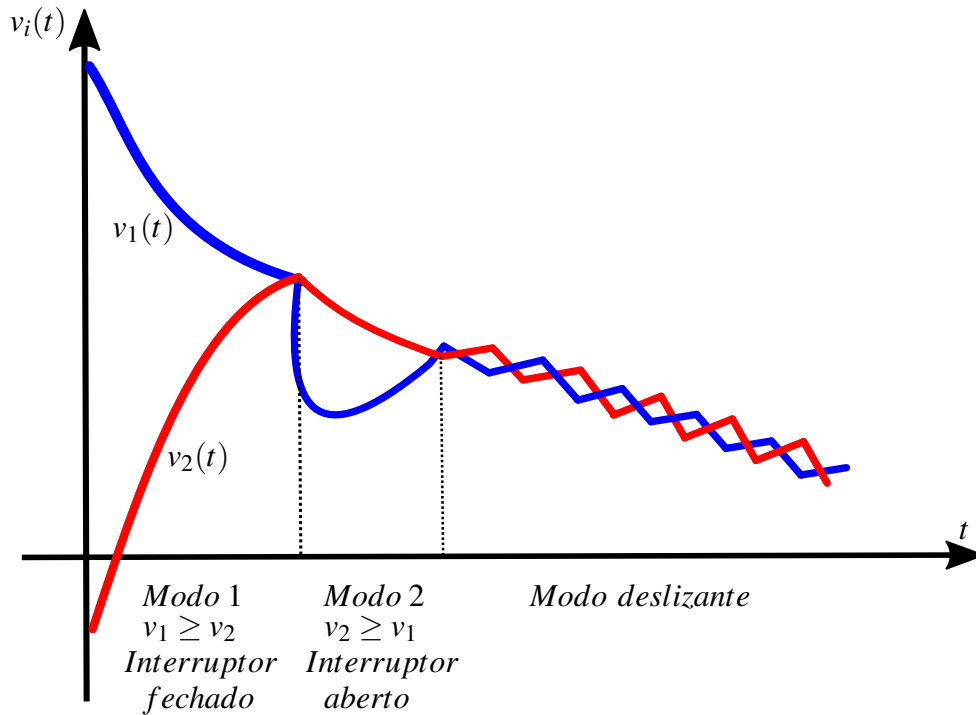
A função ‘max’ usada neste trabalho foi proposta por (TROFINO et al., 2011) e é baseada na teoria de Lyapunov, ou seja, deve ser positiva, exponencialmente decrescente e deve representar a energia máxima de cada subsistema. Quando a função ‘max’ de um subsistema possui um valor absoluto maior que as funções ‘max’ dos outros subsistemas, significa que este subsistema de maior energia necessita ser acionado para dissipar sua energia. As funções auxiliares $v_i(e(t))$ definidas por Trofino et al. (2011) são dadas por

$$v_i(e(t)) = e(t)'P_i e(t) + 2e(t)'S_i \quad i \in \mathcal{M} := \{1, 2, \dots, m\}, \quad (3.15)$$

onde P_i e S_i são as matrizes de controle a serem determinadas durante a resolução das *LMIs*. Verifica-se que, através da Equação (3.15), pode-se calcular as funções v_i de todos os subsistemas constantemente (instantaneamente) e criar um algoritmo de comparação das funções para comutar os interruptores do sistema para o modo de mais energia afim de dissipá-la e levar o sistema de forma assintótica ao ponto de equilíbrio com erro nulo.

A Figura 3.3 mostra um exemplo de um sistema que representa hipoteticamente o abrir e fechar de um interruptor. O sistema é chaveado entre o modo de operação um e dois de acordo com o valor máximo de suas funções v_i . Note que o chaveamento entre as funções $v_1(t)$ e $v_2(t)$ são positivas decrescente e levam o sistema de forma assintótica ao equilíbrio global.

Figura 3.3 – Exemplo hipotético do comportamento das funções v_1 e v_2 e do comportamento do chaveamento para um sistema com dois modos de operação.



Fonte: Do próprio autor.

3.3 LMIs BASEADAS NA ESTABILIDADE DE LYAPUNOV PARA A FUNÇÃO ‘MAX’

Na Seção 2.3.2 foi apresentado que, segundo Lyapunov, um sistema dinâmico é estável, ou seja, converge para o ponto de equilíbrio, se é possível encontrar uma função V positiva e decrescente que represente a energia do sistema dinâmico com o tempo, à medida que o sistema dinâmico evolui. Logo, a função de Lyapunov deve respeitar as seguintes condições:

$$V > 0, \quad (3.16)$$

$$\dot{V} < 0. \quad (3.17)$$

Segundo (TROFINO et al., 2011), para sistemas chaveados baseados na função ‘max’ a função candidata a ser uma função de Lyapunov é dada por

$$V(e(t)) = \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\}. \quad (3.18)$$

Como a dinâmica do sistema chaveado é descrita como a combinação convexa de todos os modos de operação (FILIPPOV, 1988), tem-se

$$V(e(t)) = \sum_{i=1}^m \theta_i v_i(e(t)). \quad (3.19)$$

Substituindo $v_i(e(t))$ dada pela Equação (3.15) na Equação (3.19) tem-se:

$$V(e(t)) = \sum_{i=1}^m \theta_i (e' P_i e + 2e' S_i), \quad (3.20)$$

$$V(e(t)) = e' \left(\sum_{i=1}^m \theta_i P_i \right) e + 2e' \left(\sum_{i=1}^m \theta_i S_i \right). \quad (3.21)$$

A partir deste ponto, algumas variáveis serão simplificadas para facilitar o desenvolvimento matemático da técnica. Portanto, considere as seguintes simplificações: $V = V(e(t))$, $e = e(t)$ e $v_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i v_i(e(t))$.

3.3.1 Condição de positividade de v_θ

A análise de positividade da função de Lyapunov implica em solucionar a desigualdade para todo $\theta_i \in \mathbb{R}$, o que torna a solução muito difícil. Porém, o valor de θ_i de interesse é $\bar{\theta}_i$, pois o mesmo é conhecido e positivo. Portanto, a Equação (3.19) pode ser escrita da seguinte forma

$$v_{\bar{\theta}} = e' \left(\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i P_i \right) e + 2e' \left(\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i S_i \right) > 0. \quad (3.22)$$

Das Equações (3.22) e (3.16) pode-se obter as seguintes *LMIs*:

$$\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i P_i > 0, \quad (3.23)$$

$$\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i S_i = 0. \quad (3.24)$$

A primeira *LMI*, Equação (3.23), é encontrada analisando o primeiro termo de $v_{\bar{\theta}}$. Como este termo é uma forma quadrática o resultado deste produto sempre será positivo. A segunda *LMI*, Equação (3.24), é encontrada analisando o segundo termo de $v_{\bar{\theta}}$. Como o valor do erro pode ser tanto positivo quanto negativo, não é possível garantir a positividade de $v_{\bar{\theta}}$. Portanto, deve-se considerar o termo $\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i S_i$ igual a zero para eliminar a possibilidade de que $v_{\bar{\theta}}$ seja negativo.

3.3.2 Condição de decrescimento exponencial de v_θ

Para a condição de decrescimento exponencial de v_θ é importante notar que a mesma é composta por uma infinidade de funções contínuas e positivas, dadas por $v_i(t)$, que representam cada subsistema do sistema chaveado e que no momento de transição entre estes subsistemas existe uma descontinuidade em v_θ , logo sua derivada não existe no ponto de transição. Portanto, para provar que v_θ é decrescente, é necessário utilizar o Teorema de Dini.

Teorema 1 (*Teorema de Dini (LIMA, 2011)*). *Seja $K \subset \mathbb{R}$ um conjunto compacto não vazio e seja $f_n : K \rightarrow \mathbb{R}$ uma sequência de funções contínuas que convergem pontualmente para a função contínua $f : K \rightarrow \mathbb{R}$. Se a sequência f_n é monótona, então a sequência f_n converge uniformemente para f .*

De acordo com o Teorema de Dini, para solucionar o decrescimento de v_θ é necessário mostrar que todas as funções contínuas v_i são decrescentes e convergem para uma função contínua dada pela superfície de chaveamento S_c . Portanto,

$$\sum_{i=1}^m \theta_i \frac{dv_i}{dt} < 0, \quad \forall \theta \in \Theta, \quad (3.25)$$

$$\sum_{i=1}^m \theta_i (\dot{e}' P_i e + e' \dot{P}_i e + e' P_i \dot{e} + 2\dot{e}' S_i + 2e' \dot{S}_i) < 0, \quad (3.26)$$

$$\sum_{i=1}^m \theta_i (\dot{e}' P_i e + e' \overset{0}{\dot{P}_i} e + e' P_i \dot{e} + 2\dot{e}' S_i + 2e' \overset{0}{\dot{S}_i}) < 0, \quad (3.27)$$

$$\sum_{i=1}^m \theta_i (\dot{e}' P_i e + e' P_i \dot{e} + 2\dot{e}' S_i) < 0, \quad (3.28)$$

$$\dot{e}' \left(\sum_{i=1}^m \theta_i P_i \right) e + e' \left(\sum_{i=1}^m \theta_i P_i \right) \dot{e} + 2\dot{e}' \left(\sum_{i=1}^m \theta_i S_i \right) < 0. \quad (3.29)$$

Definindo

$$P_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i P_\theta = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \cdots & P_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad (3.30)$$

$$S_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i S_\theta = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \cdots & S_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

tem-se:

$$\dot{e}'P_\theta e + e'P_\theta \dot{e} + 2\dot{e}'S_\theta < 0, \quad (3.32)$$

$$\dot{e}'P_\theta e + e'P_\theta \dot{e} + \dot{e}'S_\theta + \dot{e}S'_\theta < 0. \quad (3.33)$$

Recordando a Equação (3.9)

$$\dot{e} = \sum_{i=1}^m \theta_i (A_i e + k_i) = \left(\sum_{i=1}^m A_i \theta_i \right) e + \left(\sum_{i=1}^m k_i \theta_i \right) \quad (3.34)$$

e definindo

$$A_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i A_i = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad (3.35)$$

$$K_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i k_i = \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & \cdots & k_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad (3.36)$$

tem-se:

$$\dot{e} = A_\theta e + K_\theta. \quad (3.37)$$

Substituindo a Equação (3.37) na Equação (3.33) tem-se:

$$(A_\theta e + K_\theta)'P_\theta e + e'P_\theta (A_\theta e + K_\theta) + (A_\theta e + K_\theta)'S_\theta + S'_\theta (A_\theta e + K_\theta) < 0, \quad (3.38)$$

$$(e'A_\theta + K'_\theta)P_\theta e + e'P_\theta (A_\theta e + K_\theta) + (e'A'_\theta + K'_\theta)S_\theta + S'_\theta (A_\theta e + K_\theta) < 0, \quad (3.39)$$

$$e'(A'_\theta P_\theta + P_\theta A_\theta)e + I(K'_\theta P_\theta + S'_\theta A_\theta)e + e'(P_\theta K_\theta + A'_\theta S_\theta)I + I(K'_\theta S_\theta + S'_\theta K_\theta)I < 0. \quad (3.40)$$

Agrupando a Equação (3.40) de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} A'_\theta P_\theta + P_\theta A_\theta & P_\theta K_\theta + A'_\theta S_\theta \\ K'_\theta P_\theta + S'_\theta A_\theta & K'_\theta S_\theta + S'_\theta K_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ 1 \end{bmatrix} < 0. \quad (3.41)$$

Da Equação (3.41) observa-se que a mesma não é uma *LMI*, pois existem produtos entre θ dentro da matriz central. Estes produtos devem ser retirados e realocados nas matrizes que estão nas extremidades de forma que a matriz central se torne uma *LMI*.

Definindo

$$P_\theta e = \sum_{i=1}^m \theta_i P_i e = \begin{bmatrix} \theta_1 P_1 & \theta_2 P_2 & \cdots & \theta_m P_m \end{bmatrix} e, \quad (3.42)$$

$$P_\theta e = \sum_{i=1}^m \theta_i P_i e = \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & \cdots & P_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 e \\ \theta_2 e \\ \vdots \\ \theta_m e \end{bmatrix}, \quad (3.43)$$

$$A_\theta e = \sum_{i=1}^m \theta_i A_i e = \begin{bmatrix} \theta_1 A_1 & \theta_2 A_2 & \cdots & \theta_m A_m \end{bmatrix} e, \quad (3.44)$$

$$A_\theta e = \sum_{i=1}^m \theta_i A_i e = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & \cdots & A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 e \\ \theta_2 e \\ \vdots \\ \theta_m e \end{bmatrix}, \quad (3.45)$$

$$e_\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 e \\ \theta_2 e \\ \vdots \\ \theta_m e \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

substituindo as Equações (3.31), (3.36), (3.42), (3.43), (3.44), (3.45) e (3.46) na Equação (3.41) e fazendo as devidas manipulações matemáticas, tem-se:

$$\begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} A'P + P'A & P'K + A'S \\ K'P + S'A & K'S + S'K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta \end{bmatrix} < 0. \quad (3.47)$$

De (3.47) pode-se isolar a seguinte *LMI*

$$\begin{bmatrix} A'P + P'A & P'K + A'S \\ K'P + S'A & K'S + S'K \end{bmatrix} < 0, \quad (3.48)$$

denominada Ψ . Apesar de a condição $\Psi < 0$ ser uma *LMI*, como os valores de θ foram realocados nas matrizes laterais da Equação (3.47), Ψ se tornou uma *LMI* conservadora e não possui solução (DEZUO, 2014). Para reduzir o conservadorismo é necessário trazer de volta para Ψ as informações que estão nos vetores externos de forma que a Equação (3.48) continue sendo uma *LMI*. Para isso, algumas manipulações matemáticas são efetuadas na sequência.

Da condição de decrescimento exponencial de v_θ , sabe-se, através da Equação (3.37), que no equilíbrio $K_{\bar{\theta}} = 0$ e da condição de positividade, Equação (3.24), sabe-se que $S_{\bar{\theta}} = 0$. Logo,

$$K_\theta = K_\theta - K_{\bar{\theta}} = \begin{bmatrix} K_1 & K_2 & \cdots & K_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 - \bar{\theta}_1 \\ \theta_2 - \bar{\theta}_2 \\ \vdots \\ \theta_m - \bar{\theta}_m \end{bmatrix}, \quad (3.49)$$

$$S_\theta = S_\theta - S_{\bar{\theta}} = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & \cdots & S_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 - \bar{\theta}_1 \\ \theta_2 - \bar{\theta}_2 \\ \vdots \\ \theta_m - \bar{\theta}_m \end{bmatrix}. \quad (3.50)$$

Usando as Equações (3.49) e (3.50), pode-se reescrever a Equação (3.41) usando os mesmos procedimentos anteriores e encontrar a seguinte desigualdade:

$$\begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} A'P + P'A & P'K + A'S \\ K'P + S'A & K'S + S'K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} < 0. \quad (3.51)$$

Definindo

$$\xi = \begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

e substituindo a Equação (3.52) na Equação (3.51) tem-se

$$V = \xi' \Psi \xi < 0. \quad (3.53)$$

onde $\Psi \in \mathbb{R}^{(n \cdot m + m) \times (n \cdot m + m)}$ e $\xi \in \mathbb{R}^{(n \cdot m + m) \times 1}$, sendo n o número de estados e m o número de subsistemas $\forall n, m \in \mathbb{N}$.

Usando o Lema de Finsler, pode-se adicionar mais informações a Desigualdade (3.53), tornando-a menos conservadora.

Lema 1 (*Lema de Finsler (DEZUO, 2014)*). *Seja $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ uma matriz dada e C_o uma base para o espaço nulo de C . Seja $F(g)$ uma função afim em $g \in \mathbb{R}^q$ com $F(g) = F'(g) \in \mathbb{R}^{n \times n}$. As seguintes condições são equivalentes:*

1. $\exists g : x'F(g)x < 0, \forall x \in \mathbb{R}^n : Cx = 0, x \neq 0;$
2. $\exists g, L : F(g) + LC + L'C' < 0, L \in \mathbb{R}^{n \times m};$
3. $\exists g : C_o'F(g)C_o < 0;$
4. $\exists g, \alpha : F(g) - \alpha C'C < 0, \alpha \in \mathbb{R};$

Algumas relações são facilmente verificadas. Por exemplo, a equivalência entre (c)e(a) é imediata uma vez que todo $x : Cx = 0$ possui a forma $x = C_o y$ para algum y . Que (b) e (d) implicam em (a) também é imediato, uma vez que (b) e (d) implicam em

$$\begin{cases} x'(F(g) - \alpha C'C)x < 0 \\ x'(F(g) + LC + C'L')x < 0 \end{cases} \quad \forall x \neq 0 \quad (3.54)$$

Logo, para $Cx = 0$ recuperamos (a). As demais relações possuem prova não trivial e podem ser encontradas em (OLIVEIRA; SKELTON, 2007) e suas referências.

Aplicando o Lema de Finsler dado pela Equação (3.54) na Equação (3.53) encontra-se

$$V = \xi'(\Psi + L_a C_a + C'_a L'_a)\xi < 0 \quad (3.55)$$

onde $C_a \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $L_a \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é a variável de folga que ajuda a aumentar o grau de liberdade da *LMI*.

Apesar da *LMI* representada por $\Psi + L_a C_a + C'_a L'_a < 0$ ter mais grau de liberdade para sua solução, em alguns casos ela ainda pode continuar sendo conservadora e se faz necessário acrescentar mais informações (TROFINO et al., 2011). Uma forma de reduzir ainda mais seu conservadorismo é a inserção de uma nova estrutura que ao ser multiplicada por ξ venha a resultar em zero, ou seja, esta nova estrutura adiciona mais informação a *LMI*, sem alterar seu valor e proposta inicial de conseguir que V seja decrescente, cumprindo assim o mesmo papel de C_a na Desigualdade (3.55). Esta nova estrutura chama-se anulador linear e sua definição é apresentada na sequência.

Definição 1 (Anulador Linear (DEZUO, 2014)). Dada uma função vetorial $f(\cdot) : \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^s$, uma função matricial $\mathfrak{X}_f : \mathbb{R}^{r \times s}$ será chamada de um Anulador Linear de f se este satisfaz as duas seguintes condições (i) $\mathfrak{X}_f(\cdot)$ é linear e $\mathfrak{X}_f f(z) = 0, \forall z \in \mathbb{R}^q$ de interesse.

Observe que a representação matricial do Anulador Linear não é única. Levando em conta todos os possíveis pares z_i, z_j para $i \neq j$ sem repetição, isto é, $\forall i, j \in 1, \dots, q$ com $j > i$, obtêm-se um anulador onde o número de linhas é $\sum_{j=1}^{q-1} j$.

Exemplo 2 Como exemplo, considere um sistema chaveado com três modos de operação. Sua combinação matricial será dada por

$$\begin{bmatrix} \theta_2 & -\theta_1 & 0 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ 0 & \theta_3 & -\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = 0. \quad (3.56)$$

Definindo a combinação matricial de θ como $\mathfrak{K}_\theta$, tem-se

$$\mathfrak{K}_\theta = \begin{bmatrix} \theta_2 & -\theta_1 & 0 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ 0 & \theta_3 & -\theta_2 \end{bmatrix}, \quad (3.57)$$

pois $\mathfrak{K}_\theta \cdot \theta = 0$.

Uma forma de aumentar as dimensões de $\mathfrak{K}_\theta$, para possibilitar a multiplicação com ξ , sem mudar sua estrutura é utilizar o produto de Kronecker entre $\mathfrak{K}_\theta$ e uma matriz identidade I .

Definição 2 (*Produto de Kronecker (DEZUO, 2014)*). Seja $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ e $B \in \mathbb{R}^{p \times q}$. Então o produto de Kronecker de A e B é definido como a seguinte matriz

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{mp \times nq}. \quad (3.58)$$

Em (LAUB, 2004), podem ser encontradas mais informações sobre o produto de Kronecker.

Exemplo 3 Como exemplo, para o caso do um sistema chaveado com três estados, o produto de Kronecker entre $\mathfrak{K}_\theta$ e $I \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ é igual a:

$$\mathfrak{K}_\theta \otimes I = \begin{bmatrix} \theta_2 & 0 & 0 & -\theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_2 & 0 & 0 & -\theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_2 & 0 & 0 & -\theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ \theta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\theta_1 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\theta_1 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 & -\theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 & -\theta_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \theta_3 & 0 & 0 & -\theta_2 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{9 \times 9}. \quad (3.59)$$

Utilizando o produto de Kronecker entre $\mathfrak{K}_\theta$ e I pode-se criar uma nova estrutura denominada C_b que cumpre o mesmo papel de C_a . Portanto,

$$C_b = \begin{bmatrix} \mathfrak{K}_\theta \otimes I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

$$C_b \xi = \begin{bmatrix} \mathfrak{K}_\theta \otimes I & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} = 0, \quad (3.61)$$

onde a matriz $\mathfrak{N}_\theta \otimes I$ acrescentada de zeros, aqui representado pelo zero em negrito, é capaz de fazer verdadeira a Equação (3.61). Além disso, pode-se aumentar o grau de liberdade da *LMI*, acrescentando outra variável de folga a estrutura representada pela Equação (3.61). Esta nova variável de folga denominada L_b tem um papel semelhante a variável L_a . Portanto,

$$\xi' L_b C_b \xi = 0. \quad (3.62)$$

Finalmente, a Desigualdade (3.55) pode ser reescrita da seguinte forma

$$\xi' (\Psi + L_a C_a + C_a' L_a' + L_b C_b + C_b' L_b') \xi < 0. \quad (3.63)$$

Mesmo utilizando o procedimentos anterior, a *LMI* agora representada por $\Psi + L_a C_a + C_a' L_a' + L_b C_b + C_b' L_b' < 0$ pode continuar conservadora e não ter solução (TROFINO et al., 2011). Portanto, será usado mais um procedimento matemático para adicionar mais informação a Desigualdade (3.63).

Da Subseção 3.3.1 sabe-se que a análise da positividade da função de Lyapunov implica em solucionar a desigualdade para todo $\theta_i \in \mathbb{R}$, o que torna a solução muito difícil. Porém, o valor de θ_i de interesse é $\bar{\theta}_i$, pois o mesmo é conhecido e positivo. Além disso, sabe-se que o elemento máximo de um conjunto finito de números reais é sempre maior ou igual a qualquer combinação convexa dos elementos do conjunto. Portanto, pode-se concluir, através das Equações (3.21) e (3.22) que $\forall e(t) \neq 0$:

$$\sum_{i=1}^m \theta_i v_i \geq \sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i v_i, \quad (3.64)$$

$$v_\theta - v_{\bar{\theta}} \geq 0. \quad (3.65)$$

Substituindo as definições dadas pelas Equações (3.30) e (3.31) e a Equação (3.15) na Desigualdade (3.65), encontra-se a Desigualdade (3.69).

$$e' \theta_i P_i e + 2e' \theta_i S_i - e' \bar{\theta}_i \bar{P}_i e - 2e' \bar{\theta}_i \bar{S}_i \geq 0 \quad (3.66)$$

$$e' P_\theta e - e' P_{\bar{\theta}} e + 2e' (S_\theta - S_{\bar{\theta}}) \geq 0 \quad (3.67)$$

$$e' P_\theta e - e' P_{\bar{\theta}} e + 2(S_\theta - S_{\bar{\theta}})' e \geq 0 \quad (3.68)$$

$$e' P_\theta e - e' P_{\bar{\theta}} e + 2(\theta_i - \bar{\theta}_i)' S_i' e \geq 0 \quad (3.69)$$

Considere a seguinte matriz

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{1 \times m}, \quad (3.70)$$

onde m é número de modos de operação do sistema chaveado. Da Equação (3.10) sabe-se que o somatório de todos os θ_i é igual a zero, portanto, a seguinte afirmação é verdadeira

$$M\theta_i = 1, \quad i \in \mathcal{M} = \{1, 2, \dots, m\}. \quad (3.71)$$

Logo, é fácil de deduzir que

$$(M \otimes I)e_\theta = e, \quad (3.72)$$

onde $I \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é uma matriz identidade. Definindo $M \otimes I = I_o$ e substituindo-o na Equação (3.72), tem-se

$$I_o e_\theta = e. \quad (3.73)$$

Finalmente, substituindo a Equação (3.73) na Desigualdade (3.69), tem-se

$$e' I_o' P_i e_\theta - e' I_o' P_{\bar{\theta}} I_o e_\theta + 2(\theta_i - \bar{\theta}_i)' S' I_o e_\theta \geq 0. \quad (3.74)$$

De forma matricial vem

$$\begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta_i - \bar{\theta}_i \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} I_o' P + P' I_o - 2I_o' P_{\bar{\theta}} I_o & 2I_o' S \\ 2S' I_o & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ \theta_i - \bar{\theta}_i \end{bmatrix} \geq 0. \quad (3.75)$$

Definindo

$$\Phi = \begin{bmatrix} I_o' P + P' I_o - I_o' P_{\bar{\theta}} I_o & 2I_o' S \\ 2S' I_o & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.76)$$

tem-se

$$\xi' \Phi \xi \geq 0. \quad (3.77)$$

Note que Φ é uma *LMI* simétrica e que a Desigualdade (3.77) possui a mesma estrutura da Desigualdade (3.53).

Com o intuito de diminuir o conservadorismo da Desigualdade (3.63), pode-se acrescentar Φ à sua estrutura usando o Procedimento-S. Este procedimento permite concatenar varias restrições escalares de desigualdades em apenas uma, ou seja, permite concatenar Φ e Ψ em uma única estrutura agregando mais informações do sistema à *LMI* e consequentemente tornado-a menos conservadora. O Procedimento-S introduz multiplicadores como fatores de ponderação a serem determinados, durante a resolução das *LMIs*, que aumentam o grau de liberdade fazendo com que a solução da *LMIs* seja mais fácil.

Teorema 2 (*Procedimento-S* (DEZUO, 2014)). *Sejam $T_1, \dots, T_p \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrizes simétricas dadas e $F(g) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ uma função afim em g . Considere o seguinte problema: encontre g , se possível, tal que*

$$\xi' F(g) \xi > 0, \quad \forall \xi \neq 0 : \xi' T_i \xi \geq 0, \quad i = 1, \dots, p. \quad (3.78)$$

Pode-se perceber que se existem escalares τ_i , $i = 1, \dots, p$ e algum g tais que

$$F(g) - \sum_{i=1}^p \tau_i T_i > 0 \quad (3.79)$$

então (3.78) está satisfeita. Porém não é trivial mostrar que (3.78) e (3.79) são equivalentes para $p = 1$.

Portanto, fazendo uso do procedimento-S, pode-se encontrar uma *LMI* que representa a função de Lyapunov menos conservadora, representada pela Equação (3.80).

$$\xi'(\Psi + L_a C_a + C_a' L_a' + L_b C_b + C_b' L_b' + \alpha \Phi) \xi < 0, \quad (3.80)$$

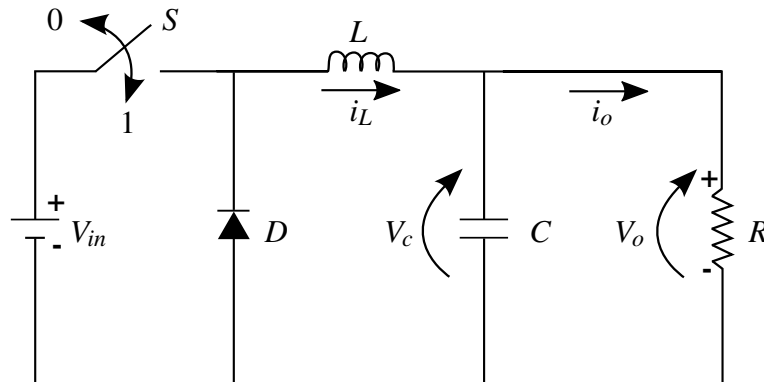
onde α é um escalar positivo (fator de ponderação). Finalmente, a *LMI* representada por $\Psi + L_a C_a + C_a' L_a' + L_b C_b + C_b' L_b' + \alpha \Phi < 0$ é uma estrutura não conservadora para o desenvolvimento do controle de um conversor chaveado.

3.4 EXEMPLO NUMÉRICO

Com o intuito de facilitar o entendimento do leitor de como projetar a técnica de controle, este exemplo apresenta os passos de projeto da lei de chaveamento usando a função ‘max’ para um conversor *Buck*, conhecido na literatura como um conversor CC/CC abaixador, ou seja, sua tensão de saída é sempre menor ou igual a tensão de entrada.

O conversor *Buck* está ilustrado na Figura 3.4, onde S representa um interruptor que permite o circuito trabalhar em dois modos de operação: interruptor fechado ($S = 1$) ou interruptor aberto ($S = 0$). Os parâmetros do conversor estão apresentados na Tabela 3.1.

Figura 3.4 – Topologia do Conversor *Buck*.



Fonte: Do próprio autor.

Tabela 3.1 – Parâmetros do conversor *Buck*

Parâmetros	Descrição	Valor	Unidade
V_{in}	Tensão média de entrada	15	V
V_{ref}	Tensão média de saída	9	V
R	Resistência de carga	2	Ω
L	Indutância	1	μH
C	Capacitância	1	mF

Para o modo de operação 1, interruptor fechado, o diodo D não conduz, pois está inversamente polarizado impedindo o fluxo de corrente. Logo, a corrente que circula através do indutor L e da carga R , é proveniente da fonte V_{in} e é crescente ao longo do tempo. Usando a lei de *Kirchhoff* das tensões tem-se:

$$V_{in} = v_L + v_c, \quad (3.81)$$

$$i_L = i_c + i_o, \quad (3.82)$$

onde v_c e i_L são as variáveis de estado que se deseja controlar. Manipulando as equações (3.81) e (3.82) tem-se:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{V_{in}}{L} - \frac{v_c(t)}{L}, \quad (3.83)$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_c(t)}{RC}. \quad (3.84)$$

Através das Equações (3.83) e (3.84) é possível escrever o modo de operação 1 em espaço de estados com a corrente no indutor e a tensão no capacitor sendo as variáveis de estado.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_1} \quad (3.85)$$

Para o modo de operação 2, interruptor aberto, o diodo D está polarizado diretamente e em condução. Portanto, a energia acumulada em L é transferida à carga e ao capacitor por meio da corrente elétrica, a qual decresce ao longo do tempo. Utilizando as leis de *Kirchhoff* das tensões tem-se:

$$V_L + V_c = 0, \quad (3.86)$$

$$i_L = i_c + i_o. \quad (3.87)$$

Manipulando as equações (3.86) e (3.87) tem-se:

$$\frac{di_L(t)}{dt} = -\frac{v_c(t)}{L}, \quad (3.88)$$

$$\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_c(t)}{RC}. \quad (3.89)$$

Logo, também é possível escrever o modo de operação 2 em espaço de estados, utilizando as Equações (3.88) e (3.89), com a corrente no indutor e a tensão no capacitor sendo as variáveis de estado.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_2} \quad (3.90)$$

Com os espaços de estado calculados para cada modo de operação do conversor *Buck*, pode-se calcular os valores das constantes k_i e θ_i . Considerando o sistema chaveado em equilíbrio e operando em regime permanente, tem-se:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{i}_L(t) \\ \bar{v}_c(t) \end{bmatrix}. \quad (3.91)$$

Segundo a Equação (3.7) pode-se encontrar o termo constante k_i para os modos 1 e 2 usando as seguintes equações

$$k_1 = A_1 \bar{x} + b_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.92)$$

$$k_2 = A_2 \bar{x} + b_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.93)$$

Desenvolvendo as equações (3.92) e (3.93), encontra-se k_1 e k_2 :

$$k_1 = A_1 \bar{x} + b_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \frac{\bar{i}_L}{C} - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix}, \quad (3.94)$$

$$k_2 = A_2 \bar{x} + b_2 = \begin{bmatrix} \frac{V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \frac{\bar{i}_L}{C} - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix}. \quad (3.95)$$

Para o calculo de θ_i deve-se levar em conta a Equação (3.12), que descreve o sistema chaveado considerando o modo deslizante. Assim,

$$\bar{\theta}_1 k_1 + \bar{\theta}_2 k_2 = 0. \quad (3.96)$$

Substituindo k_1 , k_2 e $\bar{\theta}_2 = 1 - \bar{\theta}_1$ na Equação (3.96), tem-se

$$\bar{\theta}_1 \begin{bmatrix} \frac{V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \frac{\bar{i}_L}{C} - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix} + (1 - \bar{\theta}_1) \begin{bmatrix} \frac{V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \frac{\bar{i}_L}{C} - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix} = 0 \quad (3.97)$$

Da primeira linha da (3.97) tem-se:

$$\bar{\theta}_1 \left(\frac{v_{in}}{L} - \frac{\bar{v}_c}{L} \right) + (1 - \bar{\theta}_1) \left(-\frac{\bar{v}_c}{L} \right) = 0, \quad (3.98)$$

$$\bar{\theta}_1 \frac{v_{in}}{L} - \bar{\theta}_1 \frac{\bar{v}_c}{L} - \frac{\bar{v}_c}{L} + \bar{\theta}_1 \frac{\bar{v}_c}{L} = 0, \quad (3.99)$$

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\bar{v}_c}{v_{in}}. \quad (3.100)$$

Da equação (3.10) sabe-se que $\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2 = 1$, logo:

$$\bar{\theta}_2 = 1 - \frac{\bar{v}_c}{v_{in}}. \quad (3.101)$$

Substituindo $\bar{\theta}_1$ na Equação (3.97) e analisando sua segunda linha, conclui-se que em regime permanente a corrente no indutor é dada por:

$$\bar{i}_L = \frac{\bar{v}_c}{R}. \quad (3.102)$$

Observações:

- Note que os valores de k_i dependem dos valores das referências desejadas para cada variável de estado. Isso significa que a *LMI* representada pela Equação (3.12) é dependente de valores fixos de i_L e v_c . Esta dependência é indesejável, pois como será mostrado mais adiante, se a referência for variável o controle deixa de funcionar. Uma proposta para contornar este problema será apresentada nas próximas seções;
- Note na Equação (3.102) que se v_c é fixado, então i_L é um valor incerto que depende de R e se i_L é fixado, v_c é um valor incerto que depende de R . Logo, se a carga variar o controle deixa de funcionar, pois o mesmo é dependente de valores fixos de v_c e i_L . Uma proposta para contornar este problema também será apresentada mais adiante. Note também, através da Equação (3.102), que em ambos os casos as variáveis de estado não dependem de V_{in} . Portanto, se V_{in} variar o controle continua funcionando;
- Das Equações (3.100) e (3.101) nota-se que θ funciona semelhante a razão cíclica dos conversores chaveados dada por $D = \frac{V_{saída}}{V_{entrada}}$ (BARBI, 2001). A diferença entre D e θ é que D depende do tempo e é usado em técnicas de controle baseadas na modelagem por valores médios e funções de transferência. Já θ , é dependente dos estados e é usado em técnicas que usam a modelagem por espaço de estados;
- Percebe-se também, que o valor desejado para $\bar{v}_c$ na Equação (3.100) deve respeitar $0 \leq \bar{\theta} \leq 1$, ou seja, $0 \leq \bar{v}_c \leq v_{in}$. Além disso, na Equação (3.102) observa-se que a relação

entre $\bar{v}_c$ e $\bar{i}_L$ é uma restrição física imposta pela estrutura do circuito. Assim, não é possível escolher valores de v_c e i_L de forma arbitrária e simultânea.

Para o projeto do controlador, o ponto de equilíbrio é encontrado substituindo a Equação (3.102) na Equação (3.91). Logo,

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{v}_c}{R} \\ \bar{v}_c \end{bmatrix}. \quad (3.103)$$

Os valores de k_1 e k_2 são encontrados substituindo os valores da Tabela 3.1 e a Equação (3.103) nas Equações (3.94) e (3.95).

$$k_1 = \begin{bmatrix} 6000 \\ 0 \end{bmatrix} \quad k_2 = \begin{bmatrix} -9000 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

Os valores de $\bar{\theta}_1$ e $\bar{\theta}_2$ são encontrados substituindo os valores da Tabela 3.1 nas Equações (3.100) e (3.101).

$$\bar{\theta}_1 = 0.6, \bar{\theta}_2 = 0.4 \quad (3.105)$$

Segundo o desenvolvimento proposto nas seções anteriores, as funções ‘max’ de cada modo de operação do conversor *Buck* são dadas pela Equação (3.15). Logo, deve-se calcular os ganhos de controle P_i e S_i , através do sistema de desigualdades matriciais dados pelas Desigualdades (3.12), (3.23), (3.24) e (3.80) que foram encontradas para garantir que v_θ seja positiva e decrescente. Uma das formas de resolver este sistema de desigualdades é fazendo-se uso do software Matlab[®], juntamente com o solver *SeDuMi*, aliado ao *parser Yalmip* e criando uma rotina que encontre os valores de P_i e S_i que satisfazem o sistema. Usando o algoritmo e considerando $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, tem-se:

$$P_1 = \begin{bmatrix} 1,1651 & -0,0125 \\ -0,0125 & 0,0094 \end{bmatrix}, \quad (3.106)$$

$$P_2 = \begin{bmatrix} 1,1642 & -0,0098 \\ -0,0098 & 0,0080 \end{bmatrix}, \quad (3.107)$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} -3,4141 \\ -0,0188 \end{bmatrix}, \quad (3.108)$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} 5,1212 \\ 0,0282 \end{bmatrix}. \quad (3.109)$$

Substituindo os valores de P_i e S_i na Equação (3.15), tem-se as funções auxiliares v_i para cada modo de operação do conversor *Buck*.

$$v_1 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 1,1651 & -0,0125 \\ -0,0125 & 0,0094 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -3,4141 \\ -0,0188 \end{bmatrix} \quad (3.110)$$

$$v_2 = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 1,1642 & -0,0098 \\ -0,0098 & 0,0080 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 5,1212 \\ 0,0282 \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

Tendo as funções v_i calculadas, pode-se criar um algoritmo com a lei de chaveamento baseado na função ‘max’ para controlar o chaveamento do conversor. A técnica adotada para acionar cada modo de operação é a seguinte:

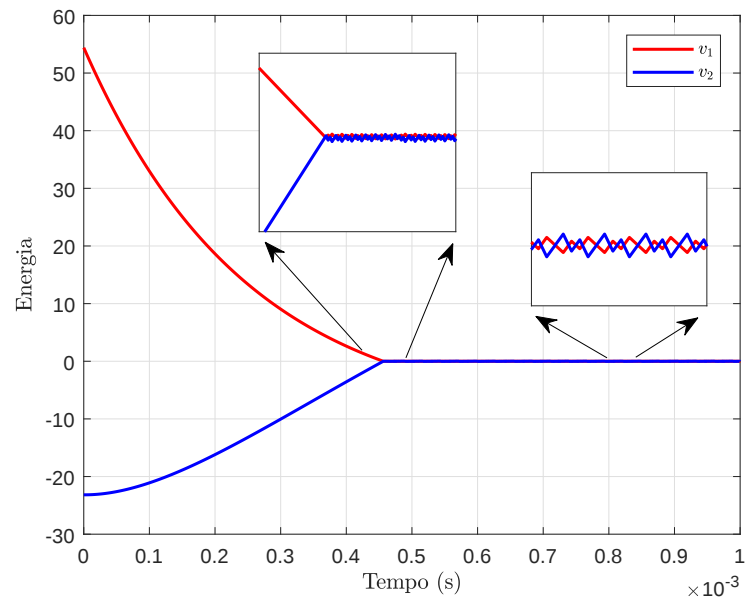
$$v_1 > v_2 \rightarrow \text{interruptor} = 1 \quad (3.112)$$

$$v_2 > v_1 \rightarrow \text{interruptor} = 0 \quad (3.113)$$

Caso v_1 seja igual a v_2 adota-se a ultima função ‘max’ como a predominante.

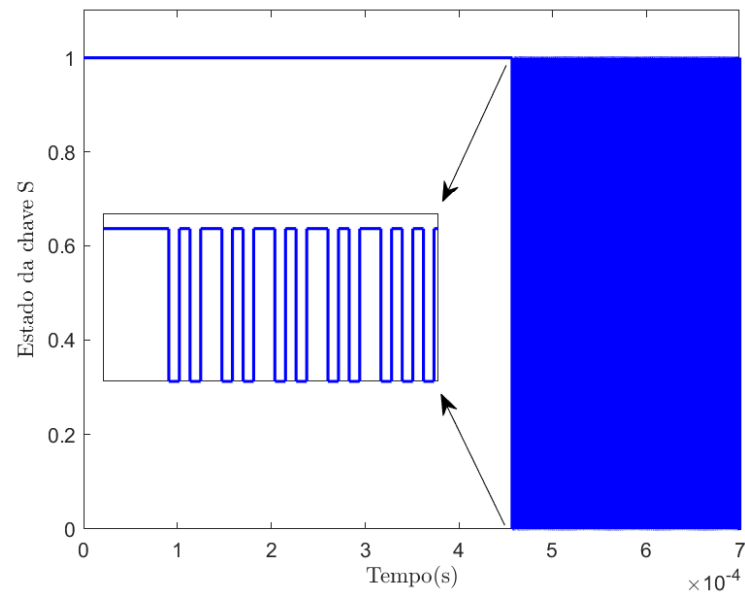
A Figura 3.5 mostra o comportamento das funções v_1 e v_2 em função do tempo. Inicialmente v_1 é a função máxima e decrescente, após um determinado tempo v_2 assume a condição de função máxima e decrescente e posteriormente as duas funções permanecem comutando entre si, caracterizando o modo deslizante. Já a Figura 3.6, mostra o comportamento do chaveamento do interruptor S em função da lei de chaveamento. Note que enquanto a função v_1 é máxima o sinal de controle do interruptor permanece em 1 (interruptor fechado) e quando o sistema entra no modo deslizante o sinal de controle começa a comutar. Observe também, que o chaveamento é um sinal assíncrono, se distinguindo do sinal *PWM* padrão por não ter períodos de duração fixa. Porém, como $\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2 = 1$, pode-se dizer que o sinal chaveado aplicado ao conversor é um valor médio equivalente a razão cíclica.

Figura 3.5 – Funções de Lyapunov que descrevem a energia de cada modo de operação do conversor *Buck*.



Fonte: Do próprio autor.

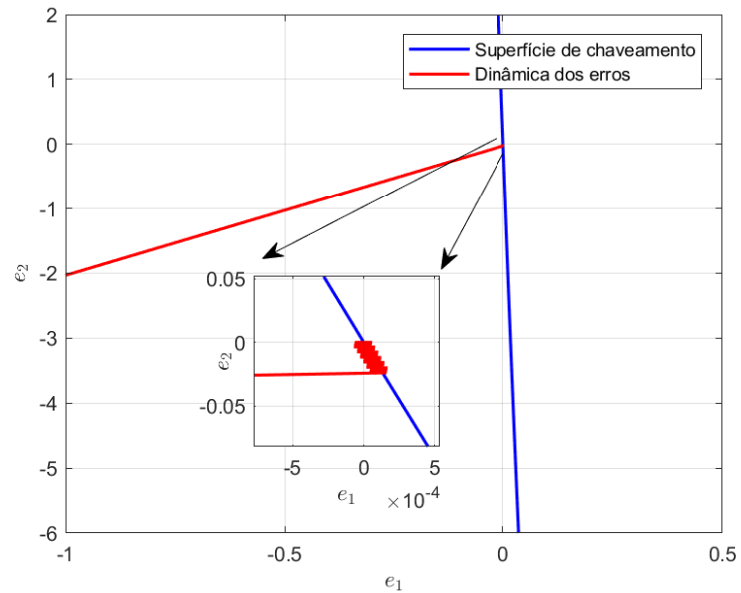
Figura 3.6 – Comportamento das comutações do interruptor S .



Fonte: Do próprio autor.

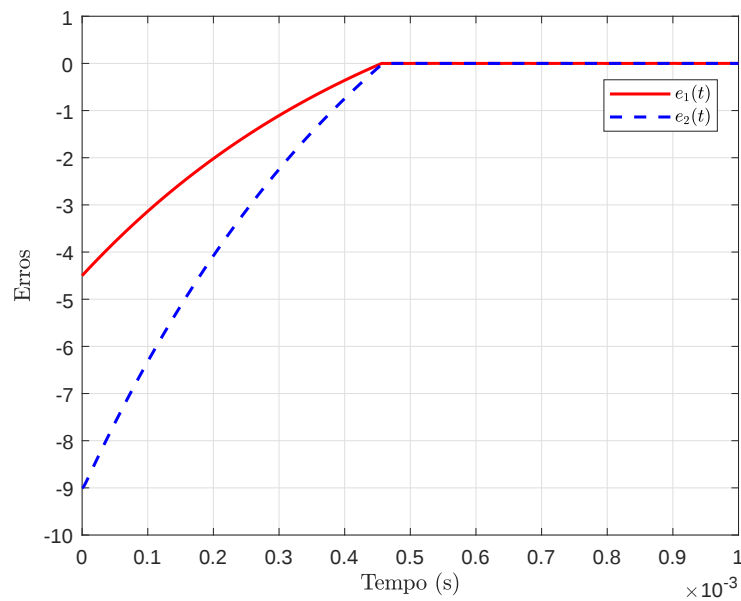
O erro de segmento pode ser analisado através das Figuras 3.7, 3.8 e 3.9. Note que os erros tendem a zero a medida que o sistema entra em modo deslizante, ou seja, quando v_1 é igual a v_2 .

Figura 3.7 – Dinâmica dos erros de referência de i_L e v_c e função de Lyapunov do sistema.



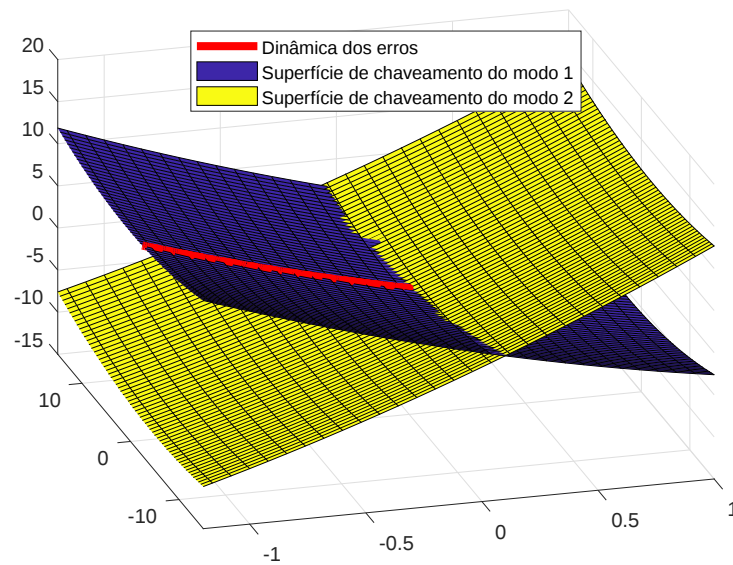
Fonte: Do próprio autor.

Figura 3.8 – Comportamento dos erros de referência de i_L e v_c .



Fonte: Do próprio autor.

Figura 3.9 – Superfícies das funções do sistema chaveado Buck.

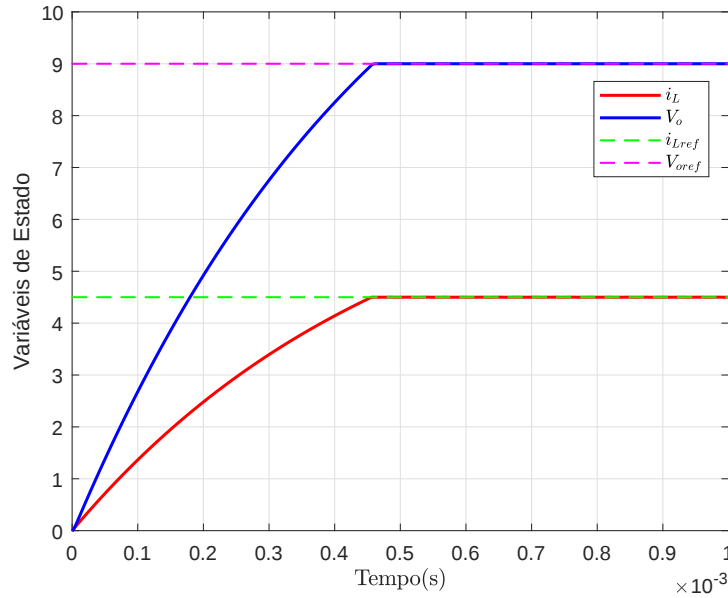


Fonte: Do próprio autor.

Uma vez estudado o comportamento da técnica de controle, a Figura 3.10 apresenta o comportamento das variáveis de estado i_L e V_o ¹. Note que as variáveis convergem para os valores desejados em regime, comprovando o funcionamento da técnica.

¹Como a tensão $\bar{v}_c$ no capacitor é a mesma tensão da carga R, a partir deste ponto, preferiu-se usar a notação V_o para representar a tensão de saída do conversor *Buck*.

Figura 3.10 – Saída do sistema em malha fechada.

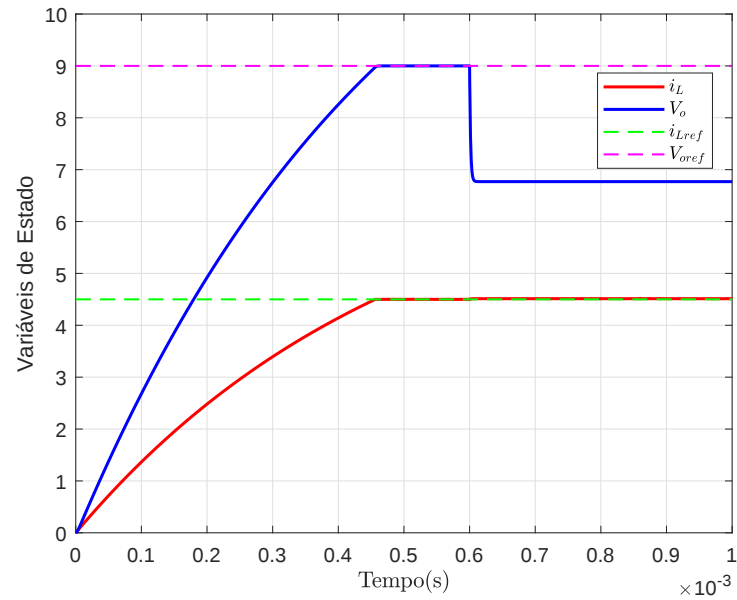


Fonte: Do próprio autor.

Conforme mostrado anteriormente, a técnica projeta *LMIs* que são dependentes de valores fixos de $\bar{i}_L$, $\bar{v}_c$ e R . Portanto, variar as referências ou a carga, faz com que a técnica deixe de funcionar. Para ilustrar estes pontos, a Figura 3.11 mostra um degrau de carga de 25% em 0,6 ms e a Figura 3.12 mostra um degrau de referência de tensão de 30% também em 0,6 ms. Note que no primeiro caso, V_o deixa de acompanhar a referência, uma vez que a corrente demandada pela carga não é a corrente para qual o controle foi projetado. No segundo caso, note que V_o também não acompanha a nova referência, mostrando que o controle é dependente das referências. Estes dois testes mostram que as matrizes de controle, P_i e S_i , são dependentes das variáveis de estado incertas e de suas referências. Já a Figura 3.13 mostra um degrau de 30% em V_{in} . Note que o controle é imune a variações da tensão de entrada do conversor como foi mostrado na Equação (3.102).

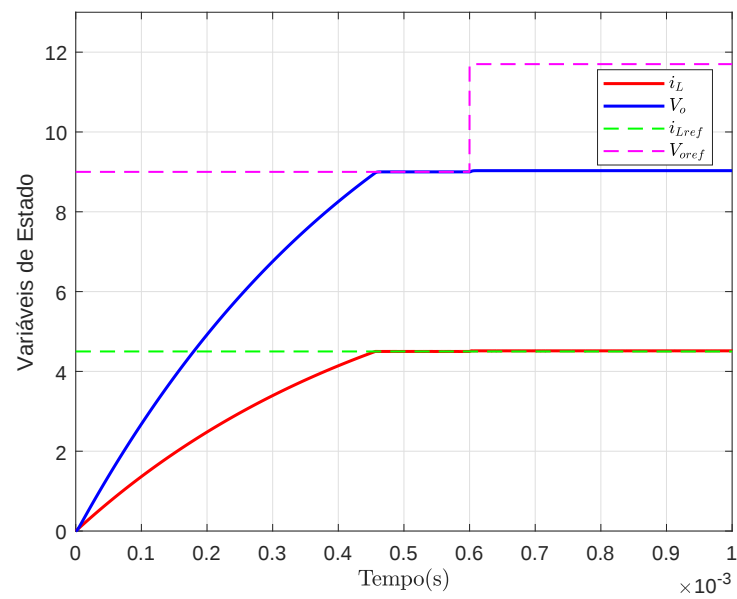
Para contornar os problemas relacionados a dependência de P_i e S_i em relação as variáveis de estado incertas e de suas referências, as próximas seções apresentarão técnicas de contorno destes problemas e este exemplo numérico será retomado.

Figura 3.11 – Aplicação de um degrau de 25% na carga do conversor.



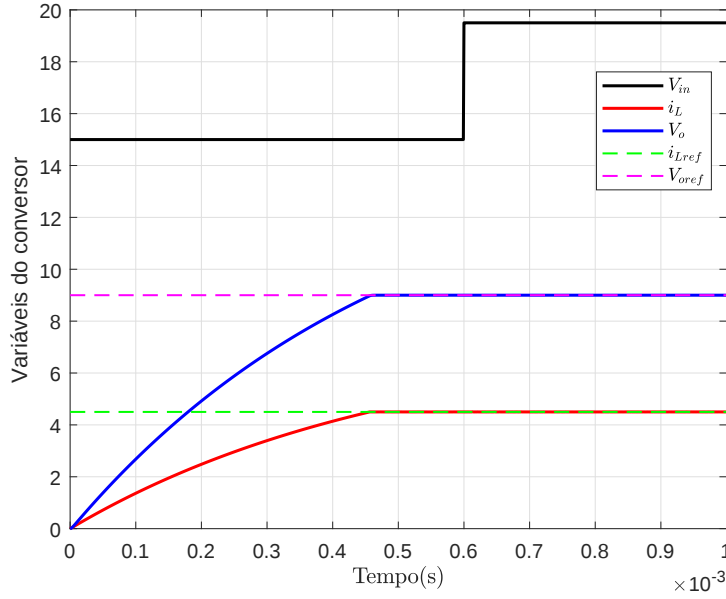
Fonte: Do próprio autor.

Figura 3.12 – Aplicação de um degrau de 30% na referência de V_o .



Fonte: Do próprio autor.

Figura 3.13 – Aplicação de um degrau de 30% tensão de entrada do conversor.



Fonte: Do próprio autor.

3.5 ELIMINAÇÃO DA DEPENDÊNCIA DAS LMIs EM RELAÇÃO AS REFERÊNCIAS DAS VARIÁVEIS DE ESTADO

Conforme foi mostrado no exemplo numérico, a técnica de controle apresentada neste trabalho, depende das referências das variáveis de estado devido a que k_i depende das mesmas. Isso ocorre, pois as matrizes A_i são multiplicadas pelo vetor de referência dos estados e consequentemente k_i sempre será dependente das referências fixas. Logo, o controle funcionará apenas quando seja aplicada a referência que foi usada no cálculo das LMIs. Para um melhor entendimento do leitor, consulte as Equações (3.7) e (3.36). Como a dependência das referências não é desejada, este problema pode ser eliminado em alguns sistemas chaveados onde as matrizes A_i de cada modo de operação são iguais, calculando-se os tetras do equilíbrio em função dos tetras dinâmicos. A dedução é feita a partir da Equação (3.36) que é repetida aqui para facilitar o entendimento. Portanto,

$$K_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i k_i, \quad (3.114)$$

$$K_\theta = \sum_{i=1}^m \theta_i (A_i \bar{x} + b_i), \quad (3.115)$$

$$K_\theta = \theta_1 A_1 \bar{x} + \theta_2 A_2 \bar{x} + \dots + \theta_m A_m \bar{x} + \theta_1 b_1 + \theta_2 b_2 + \dots + \theta_m b_m, \quad (3.116)$$

onde m é a quantidade de modos de operação do sistema chaveado. Como as matrizes A_i são todas iguais a partir deste ponto a notação A será usada. Logo,

$$K_\theta = A\bar{x}(\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_m) + \theta_1 b_1 + \theta_2 b_2 + \cdots + \theta_m b_m. \quad (3.117)$$

Da equação (3.10) sabe-se que $\theta_1 + \theta_2 + \cdots + \theta_m = 1$. Portanto,

$$K_\theta = A\bar{x}(1) + \theta_1 b_1 + \theta_2 b_2 + \cdots + \theta_m b_m. \quad (3.118)$$

Definindo $b_\theta = \theta_1 b_1 + \theta_2 b_2 + \cdots + \theta_m b_m$, tem-se:

$$K_\theta = A\bar{x} + b_\theta. \quad (3.119)$$

Sabendo que no ponto de equilíbrio $K_{\bar{\theta}} = 0$, Equação (3.37), pode-se fazer a seguinte manipulação matemática

$$K_\theta - K_{\bar{\theta}} = A\bar{x} + b_\theta - (A\bar{x} + b_{\bar{\theta}}), \quad (3.120)$$

$$K_{\theta - \bar{\theta}} = b_\theta - b_{\bar{\theta}}, \quad (3.121)$$

$$K_{\theta - \bar{\theta}} = \theta_1 b_1 + \theta_2 b_2 + \cdots + \theta_m b_m - \bar{\theta}_1 b_1 - \bar{\theta}_2 b_2 - \cdots - \bar{\theta}_m b_m, \quad (3.122)$$

$$K_{\theta - \bar{\theta}} = (\theta_1 - \bar{\theta}_1)b_1 + (\theta_2 - \bar{\theta}_2)b_2 + \cdots + (\theta_m - \bar{\theta}_m)b_m. \quad (3.123)$$

Substituindo o resultado de (3.123) na Equação (3.37) e seguindo os mesmos passos matemáticos até a Equação (3.80) é possível isolar os termos $\theta_i - \bar{\theta}_i$ nas matrizes das extremidade e deixar a matriz central em função apenas de b_i . Logo, a *LMI* se torna independente das referências e pode-se considerar, para fins de cálculos das *LMIs* nos algoritmos, um novo k_i , denominado k'_i .

$$k'_i = b_1 + b_2 + \cdots + b_m = b_i \quad (3.124)$$

$$\Delta\theta_i = (\theta_1 - \bar{\theta}_1) + (\theta_2 - \bar{\theta}_2) + \cdots + (\theta_m - \bar{\theta}_m) = \theta_i - \bar{\theta}_i \quad (3.125)$$

Note que k'_i é apenas um artifício matemático para eliminar a dependência da *LMI* dada por $\Psi + L_a C_a + C'_a L'_a + L_b C_b + C'_b L'_b + \alpha \Phi < 0$ das referências durante a sua solução do problema pelos algoritmos que calculam P_i e S_i . Logo, k'_i não deve ser usado para encontrar os valores de θ_i através da Equação (3.12). Note ainda, que a *LMI* ainda é dependente das medições das variáveis i_L e v_c que podem ser incertas quando R é variável. A eliminação dependência da variável incerta será apresentada na próxima seção.

3.6 ELIMINAÇÃO DA DEPENDÊNCIA DA LEI DE CHAVEAMENTO DAS VARIÁVEIS DE ESTADO INCERTAS

Em sistemas chaveados as variáveis de estado que estão disponíveis para medição podem variar de forma incerta durante a operação do sistema, pois podem haver variações paramétricas que interferem no valor das variáveis de estado. Como exemplo, considere um conversor alimentado por um painel solar, ou seja, uma tensão V_{in} variável e que funcione como carregador de bateria, ou seja, alimenta uma carga R variável. Para a técnica apresentada até aqui, significa que caso algum valor do sistema mude, as referências também deveriam mudar para levar o sistema a um ponto onde a combinação das variáveis de estado sejam valores fisicamente factíveis. Porém, como foi mostrado nas seções anteriores, com a mudança do ponto de operação do sistema o controle não irá levar o sistema ao equilíbrio pois P_i e S_i foram calculadas em função de um ponto de operação específico onde os valores das variáveis de estado são conhecidos e não incertos.

Esta seção tem como objetivo implementar uma condição de contorno para este problema de variação paramétrica de forma a se fixar um valor para uma das variáveis de estados e eliminar as demais da lei de chaveamento. Para um melhor entendimento do leitor, serão usadas as equações do conversor *Buck* apresentadas no exemplo numérico. Considere a Equação (3.102):

$$\bar{i}_L = \frac{\bar{v}_c}{R}. \quad (3.126)$$

Observa-se que os valores de $\bar{i}_L$ e $\bar{v}_c$ são valores dependentes de R e neste caso não são dependentes de V_{in} . Se por exemplo deseja-se controlar a tensão de saída do conversor *Buck* se fixa um valor para $\bar{v}_c$ e ao variar o valor de R a referência de $\bar{i}_L$ deveria mudar para que o circuito chegasse a um ponto de equilíbrio físico factível. Isso demonstra que quando há uma variação paramétrica de R , a referência de $\bar{i}_L$ passa a ser incerta e consequentemente seu equilíbrio também. Como a técnica foi projetada para um valor fixo de $\bar{i}_L$ o controle se torna intangível. A Figura 3.11 do exemplo numérico descreve bem esta situação onde se aplica um degrau de carga de 25% e o controle passa a não encontrar o ponto de equilíbrio fazendo com que haja uma queda de tensão indesejada. Uma das formas de eliminar este tipo de problema é eliminar a dependência do controle da variável de estado cujo equilíbrio se torna incerto quando há uma variação paramétrica no sistema. No exemplo do conversor *Buck*, quando se deseja uma tensão constante na sua saída, a variável a qual o controle não deve depender é a corrente no indutor $\bar{i}_L$. Para se conseguir tal eliminação um filtro *washout* pode ser usado.

3.6.1 Filtro *Washout*

Segundo Hassouneh, Lee e Abed (2004), uma prática muito comum em na análise de sistemas não lineares e em controle realimentado, é assumir que o ponto de equilíbrio (ou ponto de operação) do sistema é conhecido com boa precisão e não se altera em regime permanente. Contudo, sistemas realimentados estáticos não são efetivos quando o ponto de operação ou parâmetros do sistema sofrem alterações. Para um melhor entendimento, considere o seguinte sistema não-linear:

$$\dot{x} = f(x, u), \quad (3.127)$$

onde $f(x, u)$ é incerta, u é uma entrada escalar e $x \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados. Devido à incerteza em $f(x, u)$, os pontos de equilíbrio (se houver) do sistema representado pela Equação (3.127) geralmente também são incertos. Normalmente em sistemas onde o ponto de operação é estático, se expande $f(x, u)$ sobre o ponto de operação de interesse, x_0 , e se aplica técnicas de projeto de sistemas realimentados lineares ao modelo linearizado no entorno de x_0 . No entanto estas técnicas não são aplicáveis a problemas em que a dinâmica do ponto de operação é incerta. Ainda segundo Hassouneh, Lee e Abed (2004), para superar esse problema o filtro *washout* vem sendo usado em muitas aplicações, por se tratar de um filtro passa alta que “lava” (rejeita) componentes de regime permanente e deixa passar as componentes transientes. O principal benefício em usar este filtro é que todos os pontos de equilíbrio do sistema filtrado em laço aberto são preservados, ou seja, suas localizações não são alteradas. O filtro *washout* é dado por:

$$G(s) = \frac{Y_f(s)}{Y(s)} = \frac{s}{s + \tau}, \quad (3.128)$$

onde $Y(s)$ é a variável de estado medida e de equilíbrio incerto, $Y_f(s)$ é a variável incerta filtrada e τ é recíproco à constante de tempo do filtro e é positivo quando se tem um filtro estável e negativo para um filtro instável. Sua dinâmica é representada por:

$$Y_f(s) = \frac{s}{s + \tau} Y(s), \quad (3.129)$$

$$sY_f(s) + \tau Y_f(s) = sY(s). \quad (3.130)$$

Aplicando a transformada inversa de Laplace, tem-se:

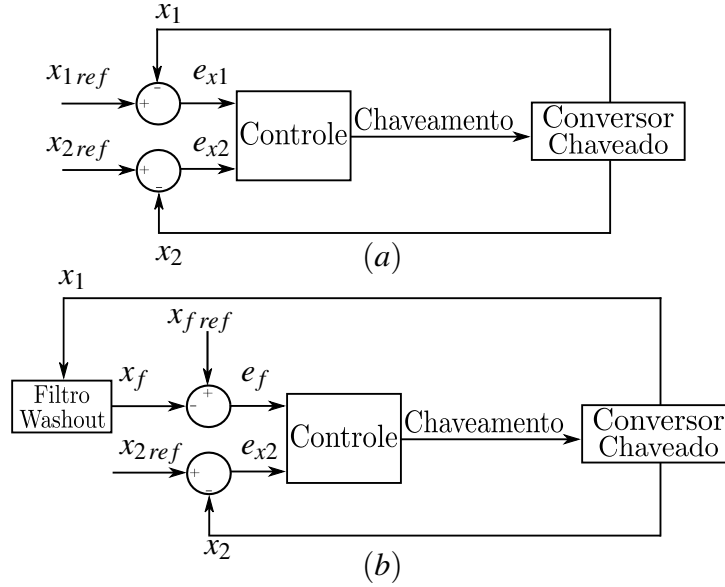
$$\mathcal{L}^{-1}[sY_f(s) + \tau Y_f(s)] = \mathcal{L}^{-1}[sY(s)], \quad (3.131)$$

$$\dot{y}_f(t) + \tau y_f(t) = \dot{y}(t), \quad (3.132)$$

$$\dot{y}_f(t) = \dot{y}(t) - \tau y_f(t). \quad (3.133)$$

A forma de integrar o filtro em um sistema chaveado é apresentada na Figura 3.14.

Figura 3.14 – Diagrama de blocos do filtro *washout* aplicado a um conversor chaveado: (a) controle sem filtro *washout*; (b) controle com filtro *washout*.



Fonte: Do próprio autor.

Para integrar o filtro washout ao projeto do controle é necessário integrar o resultado da Equação (3.133) ao espaço de estados do sistema de controle desejado. Para isso, considere a seguinte medida de estado incerto:

$$y(t) = C_d x(t), \quad (3.134)$$

onde $C_d \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ é a matriz de saída do estado incerto e sua dinâmica é dada por:

$$\dot{y}(t) = C_d \dot{x}(t), \quad (3.135)$$

$$\dot{y}(t) = C_d [A_i x(t) + b_i], \quad (3.136)$$

$$\dot{y}(t) = C_d A_i x(t) + C_d b_i. \quad (3.137)$$

Substituindo a Equação (3.137) na Equação (3.133) encontra-se a Equação de dinâmica da variável incerta filtrada. Logo,

$$\dot{y}_f(t) = C_d A_i x(t) - \tau y_f(t) + C_d b_i. \quad (3.138)$$

Considerando a dinâmica do filtro na dinâmica do sistema, encontra-se a representação matricial aumentada dada por:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_d A_i & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{ai}} \underbrace{\begin{bmatrix} x(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_i \\ C_d b_i \end{bmatrix}}_{b_{ai}}. \quad (3.139)$$

Substituindo A_i e b_i por A_{ai} e b_{ai} nas condições de projeto, encontra-se a lei de chaveamento para o sistema aumentado. Note que como o filtro *washout* elimina a componente de regime permanente do estado de equilíbrio desconhecido, a referência de y_f é sempre zero. A saída aumentada é dada por:

$$y_a(t) = \begin{bmatrix} C_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}, \quad (3.140)$$

onde $C_c \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n+1)}$ é a medida do estado de equilíbrio conhecido. Adicionando o filtro as funções ‘max’ dadas pela Equação (3.15) tem-se:

$$v_i(e(t)) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \\ P_{1_{yf}} & P_{2_{yf}} & \dots & P_{m_{yf}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ \vdots \\ S_{m1} \\ S_{1_{yf}} \end{bmatrix}, \quad (3.141)$$

onde m é no numero de subsistemas ou modos de operação do sistema chaveado e $e(t)$ é igual a

$$\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(t) - x_{1ref}(t) \\ x_2(t) - x_{2ref}(t) \\ \vdots \\ x_m(t) - x_{mref}(t) \\ y_f(t) - y_{fref}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.142)$$

Note que a dinâmica do sistema com o filtro, representada pela Equação (3.139), e as funções ‘max’, representadas pela Equação (3.141), possuem uma variável de estado a mais, pois a variável incerta, x_1 , ainda não foi eliminada de forma que o sistema fique como o apresentado na Figura 3.14 (b). Para fazer tal eliminação a próxima seção apresentará a técnica de medição parcial de estados.

Para concluir o projeto do filtro, falta conhecer o valor de τ . Como τ é recíproco à constante de tempo, quanto maior seu valor mais rápida será a resposta do filtro. Assim, segundo Trofino et al. (2009b), costuma-se escolher um valor para τ que não altere significativamente a

resposta do sistema, ou seja, escolhesse um valor de τ de modo que os autovalores dominantes das matrizes A_i e A_{ai} sejam os mesmos. Contudo, a faixa de frequências abaixo do valor escolhido para τ são atenuadas pelo filtro. Diante disso, a escolha do valor de τ deve estabelecer um compromisso entre a rápida resposta do sistema e a aceitável atenuação das dinâmicas relacionadas às frequências abaixo do valor escolhido para τ . Com isso, observa-se que os autovalores da matriz A_{ai} são os autovalores da matriz A_i e $-\tau$. Uma prática que resulta em uma satisfatória combinação ocorre quando se escolhe $\tau = \beta \cdot \mathcal{R}(\lambda)$, onde $\mathcal{R}(\lambda)$ é o autovalor com a menor parte real não nula de $-A_i$, $\forall i \in \mathcal{M}$ e β é qualquer escalar no intervalo $3 \leq \beta \leq 5$ representando a margem de dominância (TROFINO et al., 2009b).

Em Hassouneh, Lee e Abed (2004), podem ser obtidas mais informações sobre o filtro *washout*.

3.6.2 Realimentação parcial de estados

Na seção anterior foi apresentada a forma de como incorporar o filtro *washout* na dinâmica do sistema e no espaço de estados de v_i . Porém, falta eliminar a variável de estado incerta e fazer com que o sistema tenha as mesmas quantidades de variáveis de estado que tinha anteriormente a aplicação do filtro. Esta subseção apresenta uma técnica denominada realimentação parcial de estados de forma a tornar possível tal eliminação.

Considere o seguinte vetor de medidas das variáveis de estado:

$$y(t) = Cx(t), \quad (3.143)$$

$$y(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_m(t) \end{bmatrix}}_{x(t)}, \quad (3.144)$$

onde m é o número de subsistemas ou modos de operação do sistema chaveado. O erro de referência entre as medidas das variáveis de estado é dado por:

$$e(t) = y(t) - y_{ref}(t), \quad (3.145)$$

$$e(t) = Cx(t) - Cx_{ref}(t), \quad (3.146)$$

$$e(t) = C[x(t) - x_{ref}(t)], \quad (3.147)$$

$$e(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_C \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) - x_{1ref}(t) \\ x_2(t) - x_{2ref}(t) \\ \vdots \\ x_m(t) - x_{mref}(t) \end{bmatrix}}_{x(t) - x_{ref}(t)}. \quad (3.148)$$

A partir da Equação (3.148) pode-se eliminar a variável incerta do erro, por exemplo, x_1 , e definir o erro parcial. Portanto,

$$\mathcal{E}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}}_{C_c} \underbrace{\begin{bmatrix} x_1(t) - x_{1ref}(t) \\ x_2(t) - x_{2ref}(t) \\ \vdots \\ x_m(t) - x_{mref}(t) \end{bmatrix}}_{x(t) - x_{ref}(t)}. \quad (3.149)$$

onde C_c é a matriz dos estados conhecidos. Analisando as Equações (3.148) e (3.149) pode-se também definir a matriz do estado incerto dada por $C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$.

A partir das definições acima, pode-se eliminar a dependência de v_i da variável incerta reescrevendo-a Equação (3.140) da seguinte maneira:

$$v_i(e(t)) = \underbrace{\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}}_{e'(t)}' \underbrace{\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \\ P_{1yf} & P_{2yf} & \dots & P_{myf} \end{bmatrix}}_{P_i} \underbrace{\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}}_{e(t)} + 2 \underbrace{\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}}_{e'(t)}' \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ \vdots \\ S_{m1} \\ S_{1yf} \end{bmatrix}}_{S_i}, \quad (3.150)$$

$$v_i(e(t)) = \underbrace{e'(t) P_o e'(t)}_{\mu_o(e(t))} + 2 \underbrace{e'(t) S_o}_{\mu_i(e(t))} + \underbrace{\mathcal{E}'(t) Q_i \mathcal{E}(t)}_{\mu_i(e(t))} + 2 \underbrace{\mathcal{E}'(t) R_i}_{\mu_i(e(t))}, \quad (3.151)$$

onde $P_o \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é a parte azul de P_i completada com zeros, $S_o \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ é a parte verde de S_i também completada com zeros, $Q_i \in \mathbb{R}^{(m-1) \times (m-1)}$ é a parte vermelha de P_i e $R_i \in \mathbb{R}^{(m-1) \times 1}$ é a parte marrom de S_i . Note que a parte $\mu_o(e(t))$ da Equação (3.151) é a mesma para todos os modos $i \in \mathbb{M}$ e que apenas a parte $\mu_i(e(t))$ varia de acordo com o modo. Logo, quem define o valor máximo de $v_i(e(t))$ é a parte μ_i . Portanto, a lei de chaveamento $\sigma(e(t))$ pode ser reescrita em função de Q_i e R_i e não mais em função de P_i e S_i o que a faz independente da variável

incerta, $x_1(t)$, e também deixa o sistema com a mesma quantidade de variáveis de estado que havia antes do filtro ser acrescentado ao sistema. Ou seja (TROFINO et al., 2009a),

$$\sigma(e(t)) = \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\}, \quad (3.152)$$

$$= \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{\mu_o(e(t)) + \mu_i(e(t))\}, \quad (3.153)$$

$$= \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{\mu_i(e(t))\}. \quad (3.154)$$

Porém, note que a lei de chaveamento apesar de não depender mais do valor da variável incerta, ainda depende da sua medição para poder ser filtrada.

Através de manipulações matemáticas da Equação (3.151) em conjunto com as Equações (3.148) e (3.149) pode-se deduzir as equações que devem ser usadas para calcular os valores de Q_i e R_i durante a resolução das *LMIs*. Tais equações são dadas por:

$$P_i = P_o + C_c^T Q_i C_c, \quad (3.155)$$

$$S_i = S_o + C_c^T R_i, \quad (3.156)$$

onde P_o , S_o , Q_i e S_i são matrizes a serem calculadas pelo algoritmo.

3.7 EXEMPLO NUMÉRICO

Com o intuito de facilitar o entendimento do leitor de como utilizar o filtro *washout* e a técnica de realimentação parcial de estados, o exemplo numérico com o conversor *Buck* será retomado e seus espaços de estados representados pelas Equações (3.85) e (3.90) também são rerepresentados aqui.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_1} \quad (3.157)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_2} \quad (3.158)$$

- Filtro *washout*:

Como o conversor *Buck* possui duas variáveis de estado, suas saídas, sua medida do estado incerto e suas matrizes C_d e C_c são dadas respectivamente por:

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}, \quad (3.159)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}, \quad (3.160)$$

$$C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.161)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.162)$$

Para o cálculo de τ , conforme foi mostrado na Subseção 3.6.1, uma prática que resulta em uma satisfatória combinação ocorre quando se escolhe $\tau = \beta \cdot \mathcal{R}(\lambda)$, onde $\mathcal{R}(\lambda)$ é o autovalor com a menor parte real não nula de $-A_i$, $\forall i \in \mathcal{M}$ e β é qualquer escalar no intervalo $3 \leq \beta \leq 5$. Para este exemplo, escolheu-se $\beta = 4$. Logo, como os autovalores de $-A_1$ e $-A_2$ são idênticos e iguais a

$$\lambda_{-A} = 10^5 \times \begin{bmatrix} 0,0201 \\ 4,9799 \end{bmatrix}, \quad (3.163)$$

tem-se

$$\tau = \beta \cdot \mathcal{R}(\lambda) = 8032,3. \quad (3.164)$$

Com o valor de τ calculado, pode-se calcular as matrizes aumentadas para cada modo de operação. Para facilitar o entendimento as Equações (3.139) e (3.140) são reapresentadas abaixo.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_d A_i & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{ai}} \underbrace{\begin{bmatrix} x(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_i \\ C_d b_i \end{bmatrix}}_{b_{ai}} \quad (3.165)$$

$$y_a(t) = \begin{bmatrix} C_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix} \quad (3.166)$$

Logo, para as matrizes aumentadas de cada modo de operação tem-se:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{a1}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_i n}{L} \\ 0 \\ \frac{V_i n}{L} \end{bmatrix}}_{b_{a1}}, \quad (3.167)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1000 & 0 \\ 1000000 & -50000 & 0 \\ 0 & -1000 & -8032,3 \end{bmatrix}}_{A_{a1}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1500 \\ 0 \\ 1500 \end{bmatrix}}_{b_{a1}}, \quad (3.168)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{RC}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{a2}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_i n}{L} \\ 0 \\ \frac{V_i n}{L} \end{bmatrix}}_{b_{a2}}, \quad (3.169)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -1000 & 0 \\ 1000000 & -500000 & 0 \\ 0 & -1000 & -8032,3 \end{bmatrix}}_{A_{a2}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_{a2}}, \quad (3.170)$$

$$y_a(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}. \quad (3.171)$$

Como A_1 é igual a A_2 , usando a Equação (3.124) da Seção 3.5, tem-se:

$$k'_{a1} = b_{a1} = \begin{bmatrix} 1500 \\ 0 \\ 1500 \end{bmatrix}, \quad (3.172)$$

$$k'_{a2} = b_{a2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.173)$$

Os valores de θ_1 e θ_2 não mudam e são encontrados substituindo os valores da Tabela 3.1 nas Equações (3.100) e (3.101).

$$\bar{\theta}_1 = 0.6 \text{ e } \bar{\theta}_2 = 0.4 \quad (3.174)$$

Segundo o desenvolvimento proposto na seção sobre o filtro *washout* e a realimentação parcial de estados, as funções ‘max’ de cada modo de operação do conversor *Buck* são dadas pela Equação (3.152). Logo, deve-se calcular as matrizes de controle Q_i e R_i . Tais matrizes são calculados através do sistema de Desigualdades Matriciais Lineares (3.12), (3.23), (3.24) e (3.80) que foram encontradas para garantir que v_θ seja positiva e decrescente. Para resolver este sistema de inequações também é necessário o uso do software Matlab®, juntamente com o solver *SeDuMi*, aliado ao seu *parser Yalmip* e criar uma rotina que encontre os valores para Q_i e R_i assim como foi feito anteriormente com P_i e S_i . Usando o algoritmo e considerando $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$, tem-se:

$$Q_1 = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0,1271 & -0,0020 \\ -0,0020 & 0,0029 \end{bmatrix}, \quad (3.175)$$

$$Q_2 = 10^{-3} \times \begin{bmatrix} 0,1271 & -0,0020 \\ -0,0020 & 0,0029 \end{bmatrix}, \quad (3.176)$$

$$R_1 = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 0,0072 \\ 0,1342 \end{bmatrix}, \quad (3.177)$$

$$R_2 = 10^{-4} \times \begin{bmatrix} 0,0136 \\ 0,1682 \end{bmatrix}. \quad (3.178)$$

Substituindo os valores de Q_i e R_i na Equação (3.152) tem-se as funções ‘max’ de cada modo de operação do conversor *Buck* com filtro *washout* e com a variável de estado incerta, i_L , eliminada.

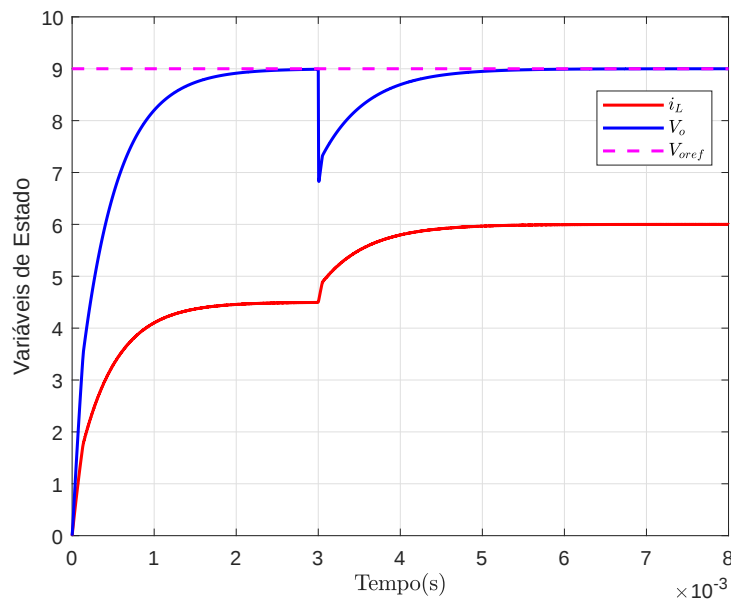
$$v_{1nova} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 0,1271 & -0,0020 \\ -0,0020 & 0,0029 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 0,0072 \\ 0,1342 \end{bmatrix} \quad (3.179)$$

$$v_{2nova} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 0,1271 & -0,0020 \\ -0,0020 & 0,0029 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 0,0136 \\ 0,1682 \end{bmatrix} \quad (3.180)$$

Tendo as funções v_i calculadas, pode-se criar um novo algoritmo com a lei de chaveamento baseada nas novas funções ‘max’.

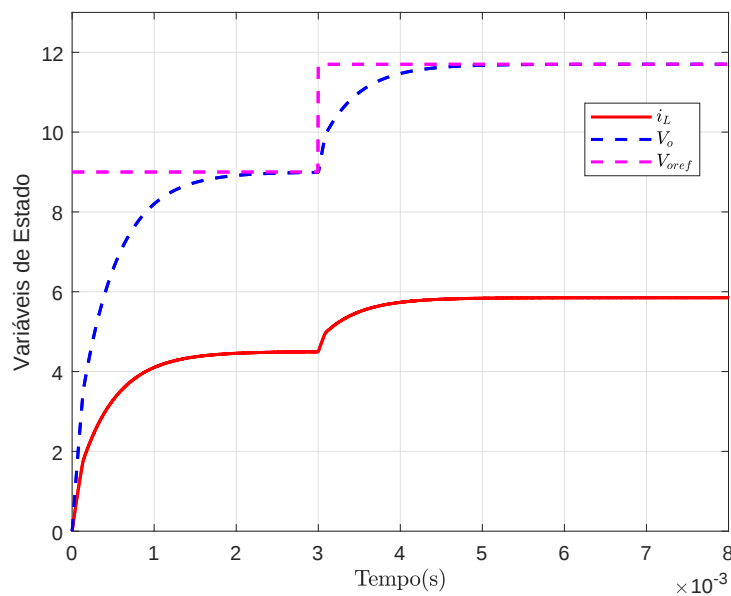
As Figuras 3.11, 3.12 e 3.13 mostram um degrau de carga de 25% em 0.3 ms, um degrau de referência de tensão de 30% também em 0.3 ms e um degrau de 30% em V_{in} , respectivamente. No primeiro caso, note que após o degrau de carga, o controle atua de forma que V_o busca seu valor de referência e é independente da variação de carga validando o uso do filtro *washout*. No segundo caso, note que V_o também busca seu valor de referência validando que o controle é independente das referências. No terceiro caso observa-se que a adição do filtro *washout*, não interfere na independência do controle em relação a V_{in} .

Figura 3.15 – Aplicação de um degrau de 25% de carga no conversor com filtro *washout*.



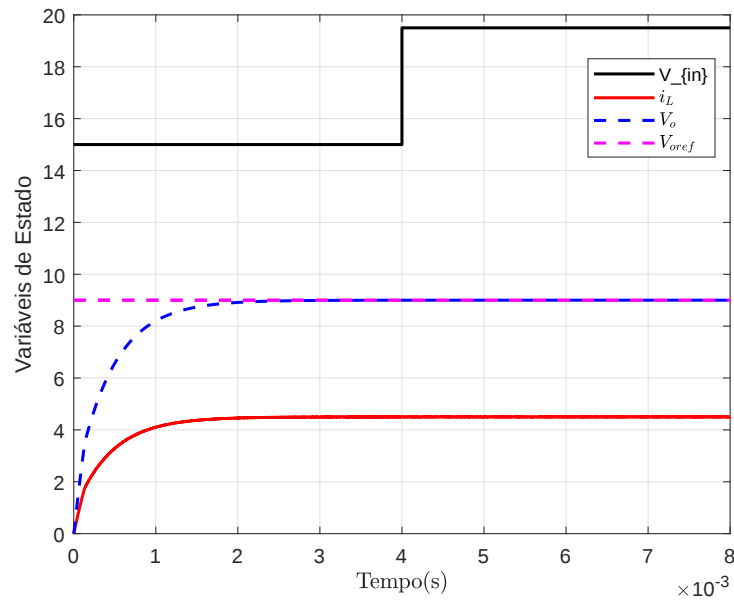
Fonte: Do próprio autor.

Figura 3.16 – Aplicação de um degrau de 30% na referência de V_o usando com filtro *washout*.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 3.17 – Aplicação de um degrau de 30% tensão de entrada do conversor.



Fonte: Do próprio autor.

3.8 EXTENSÃO DA TÉCNICA PARA REFERÊNCIAS SENOIDAIS

Até esta seção, a técnica foi apresentada e deduzida para casos onde as referências das variáveis de estado dos sistemas chaveados são valores contantes. No entanto, este trabalho tem como objetivo controlar um conversor em ponte completa que tem suas variáveis de estado senoidais, por isso, esta seção apresenta como a técnica pode ser estendida para o caso onde são necessárias referências senoidais.

Para um melhor entendimento, a Equação (3.4) é repetida abaixo.

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\bar{x}} \quad (3.181)$$

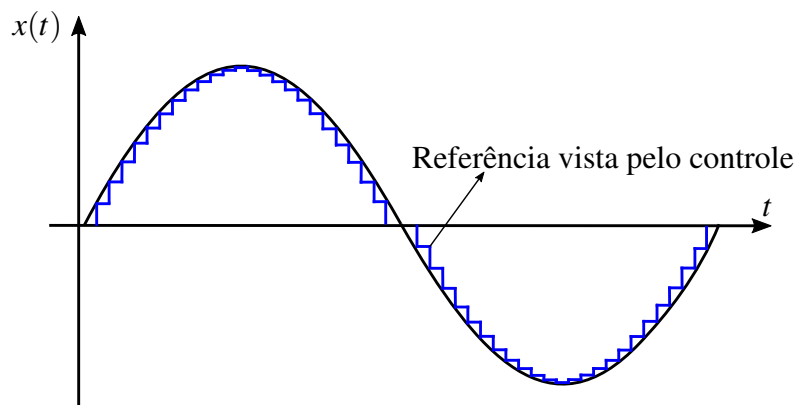
Considere também, a seguinte referência senoidal para uma dada variável de estado

$$x(t) = A_{max} \text{sen}(2\pi ft), \quad (3.182)$$

onde A_{max} é o valor de pico e f é a frequência da senoide. Note na Equação (3.181) que $\dot{\bar{x}}$ não é mais zero como ocorre no caso onde a referência é constante o que altera completamente tudo o que foi deduzido na Seção 3.1. Entretanto, a referência variável (senoidal) que neste trabalho é de 60 Hz, varia de forma muito lenta em relação as variáveis de estado, i_L e v_c , pois as mesmas variam instantaneamente em relação ao tempo de acordo com a frequência de chaveamento aplicada ao conversor. Neste trabalho a frequência de chaveamento usada é de 30

kHz. Logo, pode-se considerar que a referência é constante durante o período de chaveamento e portanto, pode-se considerar a seguinte aproximação $\dot{\bar{x}} \approx 0$. Esta aproximação faz que o controle busque um novo ponto de operação a cada instante seguindo a senoide. Logo, conclui-se que mesmo para referências senoidais quando a frequência de chaveamento é muito maior do que a frequência que se deseja sintetizar, pode-se aplicar a mesma técnica deduzida para referências constantes. Note que a extensão da técnica para referências senoidais é muito semelhante à técnica de valores médios quase instantâneo utilizada para equacionar funções de transferência de conversores. A Figura 3.18 representa a forma com que o controle ‘observa’ a referência senoidal de forma constante por partes. Esta forma é semelhante à aplicação de pequenos degraus na referência.

Figura 3.18 – Referência senoidal vista pelo controle durante o período de chaveamento.



Fonte: Do próprio autor.

3.9 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou o formalismo matemático para a dedução da técnica de controle garantindo sua estabilidade global. Tal formalismo é baseado nas condições de positividade e decrescimento exponencial da função de Lyapunov que representa a energia de cada modo de operação proposta por (TROFINO et al., 2011). Um exemplo numérico com simulações computacionais comprovando a eficácia da técnica foi apresentado, assim como, pontos onde a técnica não permite aplicações práticas como degrau de carga e degrau de referência. Soluções de contorno foram propostas como eliminação da dependência das *LMIs* em relação às referências e eliminação da dependência das *LMIs* em relação a variáveis incertas usando um filtro *washout*. Também foi apresentada a extensão da técnica para referências senoidais e a comprovação da sua eficácia será apresentada nos próximos capítulos.

Apesar da complexidade do formalismo matemático das provas de estabilização da técnica, o projeto do controle é relativamente simples e não necessita da avaliação de malhas de controle e funções de transferência linearizada no entorno de um ponto de operação, utilizando apenas os espaços de estado de cada modo de operação do sistema chaveado mostrando, que a técnica é uma alternativa promissora em relação as atuais técnicas usadas pela comunidade acadêmica e pela indústria.

Diferentemente do técnica de modulação *PWM* onde as comutações são impostas pela modulação mesmo quando não são necessárias, a técnica apresentada neste trabalho possui comutações baseadas na energia de cada modo de operação fazendo com que hajam comutações apenas quando é necessário dissipar a energia do modo mais energético, obedecendo os critérios de estabilidade de Lyapunov. Esta forma de controlar os interruptores, faz com a frequência de comutação seja variável, não sendo possível calcular um ciclo de trabalho (D) fixo para ser usado no dimensionamento dos indutores, na escolha da ondulação de saída no caso dos conversores DC/DC e nos esforços nos semicondutores. Portanto, esta nova técnica implica em uma novas formas de dimensionar o circuito de potência.

4 PROJETO DO CONTROLADOR PARA O CONVERSOR EM PONTE COMPLETA

Neste capítulo é apresentado passo a passo o projeto do controle para o conversor monofásico em ponte completa usando o filtro *washout*, realimentação parcial de estados e a extensão da técnica para referências senoidais. Também são apresentadas simulações para comprovar correto funcionamento do conversor.

Tabela 4.1 – Parâmetros de projeto do conversor em ponte completa.

Parâmetros	Descrição	Valor	Unidade
V_{in}	Tensão do barramento de entrada do conversor	200	V
V_{oRMS}	Tensão RMS de saída	110	V
$V_{o\ pico}$	Tensão de pico de saída	155,56	V
f_o	Frequência de saída	60	Hz
R	Resistência de carga	59,1	Ω
L	Indutância do filtro LC	9,99	μH
C	Capacitância do filtro LC	29,74	mF
$f_{c,max}$	Frequência máxima de comutação	30	kHz
m	Modos de operação	2	-

Os parâmetros apresentados na Tabela 4.1 são os mesmos usados no circuito real usado na parte experimental desde trabalho e apresentado no Capítulo 5.

4.1 PRIMEIRO PASSO: ALGORITMO PARA O CÁLCULO DAS MATRIZES Q_i E R_i

É importante que o projetista tenha em mãos o algoritmo para o cálculo das matrizes de controle Q_i e R_i , pois durante o projeto é necessário que ele escolha dois parâmetros, α e β , de forma que o controle atinja os resultados desejados antes de aplicar a técnica a um conversor real e a escolha destes parâmetros é feita através de simulação computacional.

4.2 SEGUNDO PASSO: ESCOLHA DA FREQUÊNCIA MÁXIMA DE COMUTAÇÃO

Conforme a teoria explicada na Subseção 2.3.4, o modo deslizante é caracterizado pela constante comutação entre os subsistemas do conversor, gerando comutações de alta frequência que são indesejáveis em circuitos chaveados, devido as perdas por comutação e a possível queima dos componentes semicondutores. Uma forma de limitá-la é através da introdução de um tempo mínimo de residência em cada modo de operação do sistema. Logo, o projetista deve escolher uma frequência máxima de comutação de acordo com o seu sistema.

4.3 TERCEIRO PASSO: OBTENÇÃO DO ESPAÇO DE ESTADOS DO CONVERSOR E IDENTIFICAÇÃO DAS MATRIZES A_1 , A_2 , b_1 E b_2

Os espaços de estados de cada modo de operação do conversor em ponte completa foram deduzidos na Seção 2.1 e portanto não serão deduzidos novamente. Entretanto, para facilitar o entendimento do projeto eles são rerepresentados abaixo.

- Modo de operação 1

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_1} \quad (4.1)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -100,10 \\ 33625 & -56894 \end{bmatrix}}_{A_1} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 20020 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_1} \quad (4.2)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -100,10 \\ 33625 & -56894 \end{bmatrix} \quad b_1 = \begin{bmatrix} 20020 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

- Modo de operação 2

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_2} \quad (4.4)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -100,10 \\ 33625 & -56894 \end{bmatrix}}_{A_2} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} -20020 \\ 0 \end{bmatrix}}_{b_2} \quad (4.5)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -100,10 \\ 33625 & -56894 \end{bmatrix} \quad b_2 = \begin{bmatrix} -20020 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

4.4 QUARTO PASSO: OBTENÇÃO DA VARIÁVEL DE ESTADO INCERTA

Considerando o sistema chaveado em equilíbrio e operando em regime permanente, tem-se:

$$\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} \bar{i}_L(t) \\ \bar{v}_c(t) \end{bmatrix}. \quad (4.7)$$

Segundo a Equação (3.7) pode-se encontrar o termo constante k_i para os modos de operação 1 e 2. Portanto,

$$k_1 = A_1 \bar{x} + b_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.8)$$

$$k_1 = A_1 \bar{x} + b_1 = \begin{bmatrix} \frac{V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \bar{i}_L - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix}, \quad (4.9)$$

$$k_2 = A_2 \bar{x} + b_2 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_L \\ \bar{v}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{V_{in}}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

$$k_2 = A_2 \bar{x} + b_2 = \begin{bmatrix} \frac{-V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \bar{i}_L - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Para o calculo de $\bar{\theta}_i$, deve-se levar em conta a Equação (3.12) que descreve o sistema chaveado durante o momento em que ele encontra no modo deslizante, ou seja, sua dinâmica é dada pela combinação dos modos. Assim,

$$\bar{\theta}_1 k_1 + \bar{\theta}_2 k_2 = 0. \quad (4.12)$$

Substituindo k_1 , k_2 e $\bar{\theta}_2 = 1 - \bar{\theta}_1$ na Equação (4.12), tem-se

$$\bar{\theta}_1 \begin{bmatrix} \frac{V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \bar{i}_L - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix} + (1 - \bar{\theta}_1) \begin{bmatrix} \frac{-V_{in} - \bar{v}_c}{L} \\ \bar{i}_L - \frac{\bar{v}_c}{RC} \end{bmatrix} = 0. \quad (4.13)$$

Da primeira linha da (4.14) tem-se:

$$\bar{\theta}_1 \left(\frac{V_{in}}{L} - \frac{\bar{v}_c}{L} \right) + (1 - \bar{\theta}_1) \left(\frac{-V_{in} - \bar{v}_c}{L} \right) = 0, \quad (4.14)$$

$$\bar{\theta}_1 \frac{V_{in}}{L} - \bar{\theta}_1 \frac{\bar{v}_c}{L} - \frac{V_{in}}{L} - \frac{\bar{v}_c}{L} + \bar{\theta}_1 \frac{V_{in}}{L} + \bar{\theta}_1 \frac{\bar{v}_c}{L} = 0, \quad (4.15)$$

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\bar{v}_c + V_{in}}{2V_{in}}. \quad (4.16)$$

Da equação (3.10) sabe-se que $\bar{\theta}_1 + \bar{\theta}_2 = 1$, logo:

$$\bar{\theta}_2 = 1 - \frac{\bar{v}_c + V_{in}}{2V_{in}}. \quad (4.17)$$

Substituindo $\bar{\theta}_1$ na Equação (4.13) e analisando a segunda linha, conclui-se que em regime permanente a corrente no indutor é dada por:

$$\bar{i}_L = \frac{\bar{v}_c}{R}. \quad (4.18)$$

Note que $\bar{i}_L$ e $\bar{v}_c$ são valores dependentes entre si e dependentes de R . Note também que não são dependentes de V_{in} . Neste projeto, o que se deseja é controlar a tensão de saída do conversor. Logo, se $\bar{v}_c$ é um valor fixo e R um valor variável a referência de $\bar{i}_L$ deveria mudar, porém com alterações de R a variável i_L se torna incerta para o controle. Como apresentado anteriormente, é necessário projetar o controle de forma a não depender da referência e das possíveis medições incertas de i_L e isto é apresentado nos próximos passos com a adição do filtro *washout* para filtrar ('lavar') a componente desconhecida do equilíbrio, i_L , assim como, a eliminação da dependência do controle em relação a referência da variável de estado incerta e da variável que se deseja controlar (v_c).

4.5 QUINTO PASSO: CÁLCULO DA CONSTANTE DE TEMPO DO FILTRO *WASHOUT*

Segundo (TROFINO et al., 2009b), costuma-se escolher um valor para τ que não altere significativamente a resposta do sistema, ou seja, escolhe-se um valor de τ de modo que os autovalores dominantes das matrizes A_i e A_{ai} sejam os mesmos. Uma prática que resulta em uma satisfatória combinação ocorre quando se escolhe $\tau = \beta \cdot \mathcal{R}(\lambda)$ onde λ é o autovalor não nulo de $-A_i$, $\forall i \in \mathcal{M}$, com a menor parte real positiva e β é qualquer escalar no intervalo $3 \leq \beta \leq 5$ representando a margem de dominância. Neste trabalho o valor escolhido para β é 4. Logo, como os autovalores de $-A_1$ e $-A_2$ são idênticos e iguais a

$$\lambda_{-A} = \begin{bmatrix} 284,47 \\ 284,47 \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

$$\tau = \beta \cdot \mathcal{R}(\lambda) = 4 \times 284,47 = 1137,9. \quad (4.20)$$

Note que neste passo o projetista possui total liberdade de escolher outros valores de β de forma a tornar a resposta do sistema de acordo a suas necessidades de projeto. Por praticidade, a escolha do melhor valor possível é feita através de simulação.

4.6 SEXTO PASSO: OBTENÇÃO DAS MATRIZES AUMENTADAS A_{ai} E b_{ai}

Considerando a dinâmica do filtro *washout* na dinâmica do sistema, tem-se a representação matricial aumentada dada por:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_i & 0 \\ C_d A_i & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{ai}} \underbrace{\begin{bmatrix} x(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_{x_a} + \underbrace{\begin{bmatrix} b_i \\ C_d b_i \end{bmatrix}}_{b_{ai}}, \quad (4.21)$$

$$y_a(t) = \begin{bmatrix} C_c & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

onde $C_c \in \mathbb{R}^{(n-1) \times n}$ é a medida do estado de equilíbrio conhecido e $C_d \in \mathbb{R}^{(1 \times n)}$ é a medida do estado de equilíbrio desconhecido. Através das equação de saída do conversor, pode encontrar C_c e C_d . Logo,

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}, \quad (4.23)$$

$$C_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.24)$$

- Modo de operação 1

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{a1}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{V_{in}}{L} \\ 0 \\ \frac{V_{in}}{L} \end{bmatrix}}_{b_{a1}} \quad (4.25)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -100 & 0 \\ 33625 & -56894 & 0 \\ 33625 & -100 & -1138 \end{bmatrix}}_{A_{a1}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 20020 \\ 0 \\ 20020 \end{bmatrix}}_{b_{a1}} \quad (4.26)$$

$$A_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & -100 & 0 \\ 33625 & -56894 & 0 \\ 33625 & -100 & -1138 \end{bmatrix} \quad b_{a1} = \begin{bmatrix} 20020 \\ 0 \\ 20020 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

- Modo de operação 2

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \\ \dot{y}_f(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\tau \end{bmatrix}}_{A_{a2}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{V_{in}}{L} \\ 0 \\ -\frac{V_{in}}{L} \end{bmatrix}}_{b_{a2}} \quad (4.28)$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -100 & 0 \\ 33625 & -56894 & 0 \\ 33625 & -100 & -1138 \end{bmatrix}}_{A_{a2}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} -20020 \\ 0 \\ -20020 \end{bmatrix}}_{b_{a2}} \quad (4.29)$$

$$A_{a2} = \begin{bmatrix} 0 & -100 & 0 \\ 33625 & -56894 & 0 \\ 33625 & -100 & -1138 \end{bmatrix} \quad b_{a2} = \begin{bmatrix} -20020 \\ 0 \\ -20020 \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

4.7 SÉTIMO PASSO: CÁLCULO DE k PARA ELIMINAR A DEPENDÊNCIA DAS LMIs DA REFERÊNCIA DA VARIÁVEL DE ESTADO INCERTA

Como apresentado na Seção 3.5 quando o sistema chaveado possui suas matrizes A_i iguais, para todos os modos de operação, é possível fazer uma manipulação matemática de forma que as LMIs dependam apenas de b_i e não mais de $A_i\bar{x}(t) + b_i$. Note também que ao usar o filtro *washout* as matrizes A_{ai} também são iguais, logo:

$$k'_{a1} = b_{a1} = \begin{bmatrix} 20020 \\ 0 \\ 20020 \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

$$k'_{a2} = b_{a2} = \begin{bmatrix} -20020 \\ 0 \\ -20020 \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

4.8 OITAVO PASSO: CÁLCULO DO VALOR θ_i

Conforme foi apresentado na Seção 3.8 não é possível calcular os valores de θ da forma convencional apresentada nas Equações (4.16) e (4.17), pois as mesmas dependem de $\bar{v}_c$ que para o caso do conversor em ponte completa é uma senoide e portanto não pode ser adicionada a desigualdade lineares matriciais por não ser uma função linear. Uma boa prática para encontrar os valores de θ_i é fazer com que θ_1 seja igual a um dividido pelo número de modos de operação e os outros tetras sejam iguais a θ_1 , assim o projetista pode simular o sistema usando vários valores de α buscando a melhor resposta do sistema. Portanto,

$$\bar{\theta}_1 = \frac{1}{m} = 0,5, \quad (4.33)$$

$$\bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_1 = 0,5. \quad (4.34)$$

4.9 NONO PASSO: ELIMINAÇÃO DA VARIÁVEL DE ESTADO INCERTA, CÁLCULO DE Q_i E R_i E CÁLCULO DE v_i

Para a eliminação da variável de estado incerta utiliza-se a técnica de realimentação parcial de estados apresentada na Seção 3.6.2. A técnica mostra que é possível eliminar a variável incerta do sistema aumentado, fazendo com que o valor máximo de $v_i(e(t))$ seja apenas dependente da parte μ da Equação (4.36). Logo,

$$v_i(e(t)) = \underbrace{\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}'}_{e'(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{m1} & P_{m2} & \dots & P_{mm} \\ P_{1yf} & P_{2yf} & \dots & P_{myf} \end{bmatrix}}_{P_i} \underbrace{\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}}_{e(t)} + 2 \underbrace{\begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_m(t) \\ e_{y_f}(t) \end{bmatrix}'}_{e'(t)} \underbrace{\begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{21} \\ \vdots \\ S_{m1} \\ S_{1yf} \end{bmatrix}}_{S_i}, \quad (4.35)$$

$$v_i(e(t)) = \underbrace{e'(t)P_o e'(t) + 2e'(t)S_o}_{\mu_o(e(t))} + \underbrace{e'(t)Q_i e(t) + 2e'(t)R_i}_{\mu_i(e(t))}, \quad (4.36)$$

$$v_i(e(t)) = \underbrace{e'(t)Q_i e(t) + 2e'(t)R_i}_{\mu_i(e(t))}, \quad (4.37)$$

$$P_i = P_o + C_c' Q_i C_c, \quad (4.38)$$

$$S_i = S_o + C_c' R_i, \quad (4.39)$$

onde P_o , S_o , Q_i e S_i são matrizes a serem calculadas pelo algoritmo de cálculo das *LMIs*. Após o uso do algoritmo e escolhendo $\alpha_1 = \alpha_2 = 500$, tem-se:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0,50 & -0,53 \\ -0,53 & 180,4 \end{bmatrix}, \quad (4.40)$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0,50 & -0,53 \\ -0,53 & 180,4 \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} -5862 \\ -7631 \end{bmatrix}, \quad (4.42)$$

$$R_2 = \begin{bmatrix} 5862 \\ 7631 \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

$$v_{1nova} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 0,50 & -0,53 \\ -0,53 & 180,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} -5862 \\ -7631 \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

$$v_{2nova} = \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 0,50 & -0,53 \\ -0,53 & 180,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} e_2 \\ e_{yf} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 5862 \\ 7631 \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

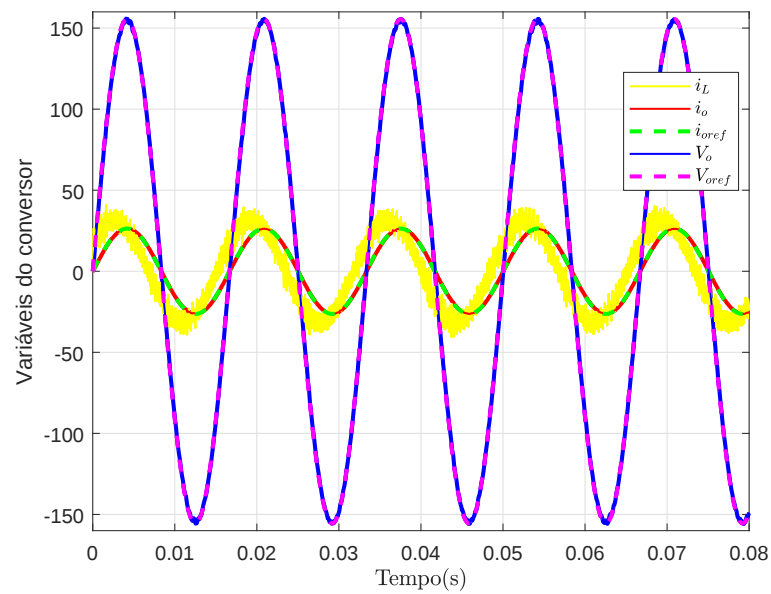
4.10 DÉCIMO PASSO: CRIAÇÃO DO ALGORÍTIMO PARA AS FUNÇÕES ‘MAX’ E SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Com as funções v_i calculadas o próximo passo é criar um novo algoritmo com a lei de chaveamento baseada nas novas funções ‘max’ e um circuito ideal no *software Simulink* para testar o controle antes de sua implementação real.

Para comprovar o funcionamento da técnica para o conversor em ponte completa, são apresentadas quatro simulações do conversor: a primeira é o funcionamento da técnica perante os dados nominais de projeto, a segunda é um degrau de carga de 100%, a terceira um degrau de referência de 20% e a quarta um degrau de 20% na tensão de entrada do conversor. Para facilitar análise dos gráficos, as correntes estão multiplicadas por dez, a corrente no indutor é apresentada em amarelo, a corrente na carga é apresentada em vermelho e a corrente sem variação de R é apresentada em verde, a tensão de saída é apresentada em azul e sua referência é apresentada em rosa.

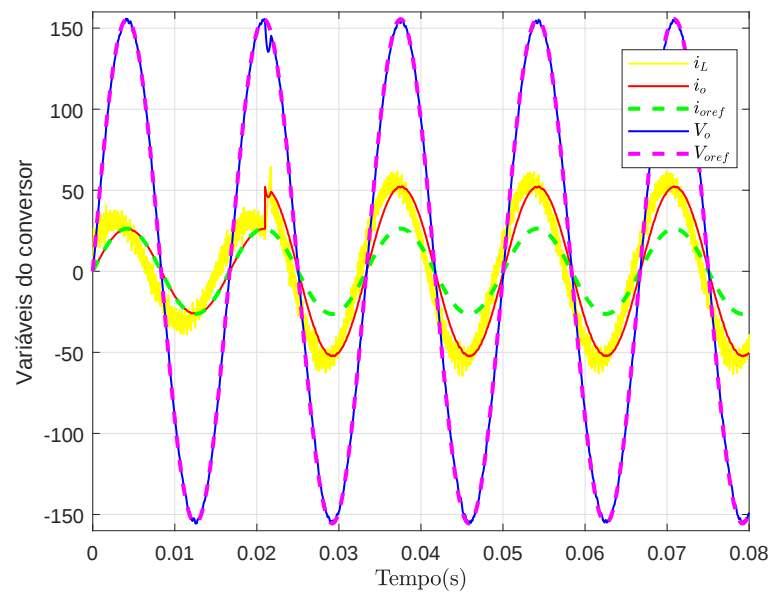
A Figura 4.1 apresenta a simulação sob os dados nominais do projeto, ou seja, $V_{oRMS} = 110V$, $V_{opico} = 115,56V$ e $I_{opico} = 2,64A$. Assim como as simulações do conversor *Buck* o controle funciona de forma efetiva. A Figura 4.2 apresenta a simulação com um degrau de carga de 100% sendo aplicado em $0.021s$. Note que o controle atua de forma robusta e rápida fazendo com que a tensão continue em seus valores nominais e que a corrente de carga e a variável incerta i_L , devido ao filtro *washout*, já não dependem de R , mostrando que o controle está imune a variações incertas. A Figura 4.3 apresenta a simulação do comportamento da tensão comutada aplicada ao filtro *LC*, quando é aplicado o mesmo degrau de carga da simulação apresentada na Figura 4.2. Pode ser notado que no instante do degrau ocorre um intervalo sem comutações até que a corrente na carga entre em regime. Já a Figura 4.4 mostra um degrau de 20% na referência de V_o . Note que o controle segue a nova referência de forma robusta. Finalmente, a Figura 4.5 apresenta um degrau de 20% na tensão de entrada, V_{in} . Conforme foi mostrado pela Equação (4.18), o controle independe de variações de V_{in} .

Figura 4.1 – Resultados de simulação das saídas do sistema em malha fechada.



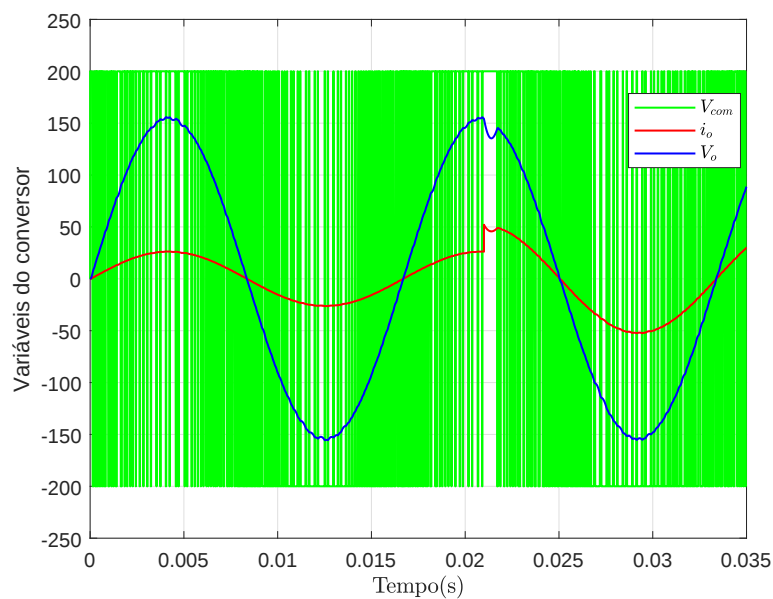
Fonte: Do próprio autor.

Figura 4.2 – Resultados de simulação após a aplicação de um degrau de 100% na carga do conversor com filtro *washout*.



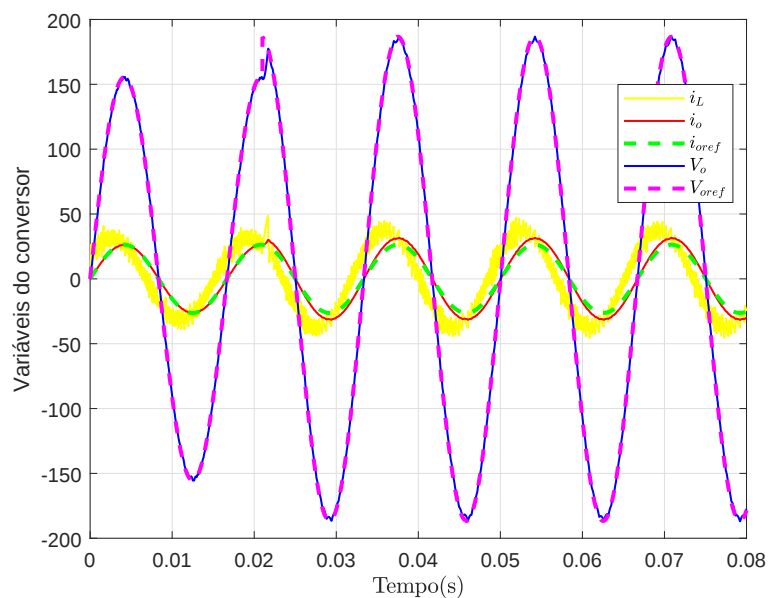
Fonte: Do próprio autor.

Figura 4.3 – Resultados de simulação após a aplicação de um degrau de 100% na carga do conversor com filtro *washout* e tensão comutada aplicada ao filtro *LC*.



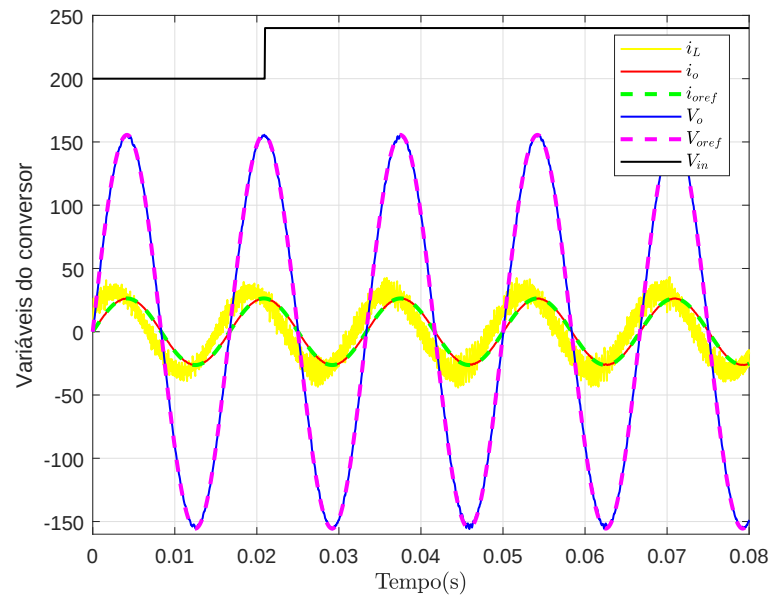
Fonte: Do próprio autor.

Figura 4.4 – Resultados de simulação após aplicação de um degrau de 20% na referência de V_o do conversor com filtro *washout*.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 4.5 – Resultados de simulação após aplicação de um degrau de 20% na tensão de entrada do conversor com filtro *washout*.



Fonte: Do próprio autor.

4.11 CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentados os passos de projeto para o conversor em ponte completa e simulações computacionais que atestam a eficácia da técnica de controle onde a referência da variável a ser controlada não é constante e fixa. Portanto, a técnica aqui tratada pode ser aplicada a uma vasta classe de sistemas chaveados tais como: conversores CC/CC, inversores, dentre outros dispositivos que utilizam interruptores eletrônicos, com a condição de que tais sistemas chaveados possuam suas matrizes A_i iguais para todos os modos de operação.

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este capítulo apresenta os resultados experimentais do conversor em ponte completa, com o objetivo de validar todo o desenvolvimento teórico abordado neste trabalho. Para a validação alguns ensaios foram realizados utilizando um protótipo disponível no Núcleo de Processamento de Energia Elétrica (nPEE) da Universidade do Estado de Santa Catarina e construído pelo aluno egresso do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Vitor Odaquiri. Os ensaios propostos e os respectivos resultados que serão abordados são:

- Operação do conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais;
- Degrau de 20% na referência de tensão de saída do conversor e seu comportamento em regime após a aplicação do degraú;
- Degrau de carga de 100% e seu comportamento em regime após a aplicação do degraú;
- Variação de 20% na tensão de entrada do conversor e seu comportamento em regime após a aplicação do degraú;
- Espectro harmônico da tensão comutada na saída do conversor e da tensão sobre a carga.

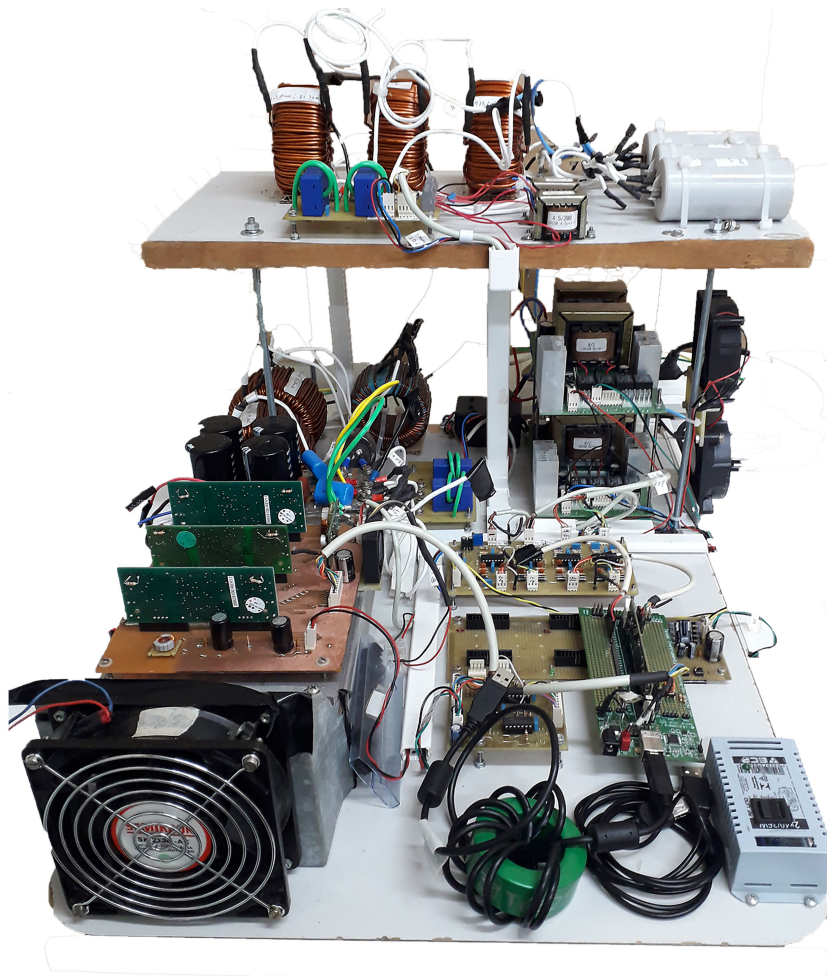
O circuito equivalente utilizado para os ensaio é o mesmo apresentado na Figura 2.1 onde uma fonte CC é conectada a entrada do conversor e uma resistência R é usada como carga. Seus parâmetros são os mesmos apresentados na Tabela 4.1 e os principais componentes do conversor e instrumentos eletrônicos usados na realização dos ensaios práticos estão apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Principais componentes do conversor e principais instrumentos eletrônicos usados para a obtenção dos resultados.

Componentes	Descrição	Modelo
S	Interruptores do inversor	IRGPF50WD
C	Capacitância do filtro LC	EPCOS B32322-A10
L	Indutância do filtro LC	Confecção Artesanal
Processador digital de sinais	Texas Instruments	TMS320F28377S
Osciloscópio	Tektronix	MDO4054B-3
V_{in}	Fonte CC - Magna Power Electronics	TS Series

A Figura 5.1 apresenta o protótipo usado para obtenção dos resultados experimentais e seu seu modelo matemático esta detalhado no Capítulo 4.

Figura 5.1 – Protótipo usado como conversor em ponte completa.



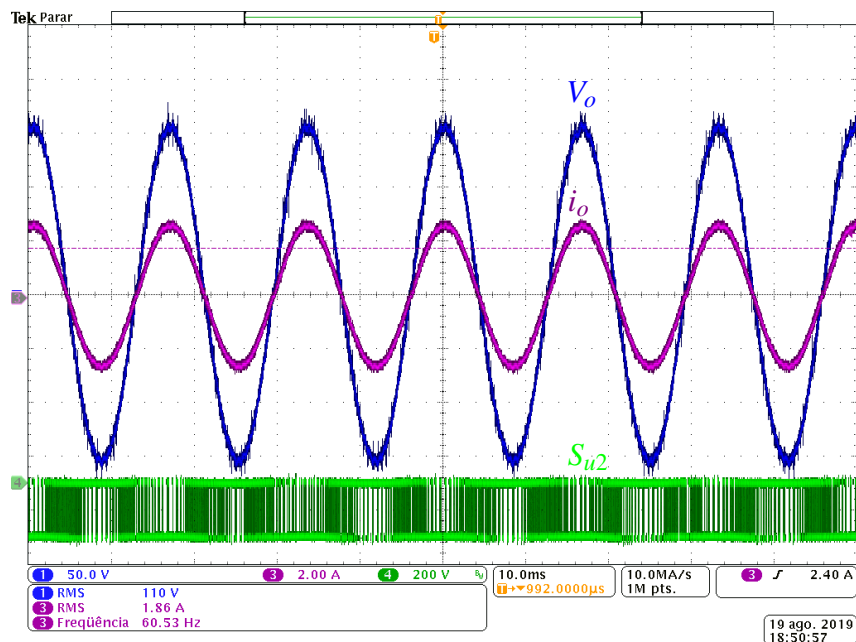
Fonte: Do próprio autor.

Em Odaguiiri (2018), podem ser obtidas mais informações sobre o protótipo.

5.1 OPERAÇÃO DO CONVERSOR EM REGIME PERMANENTE

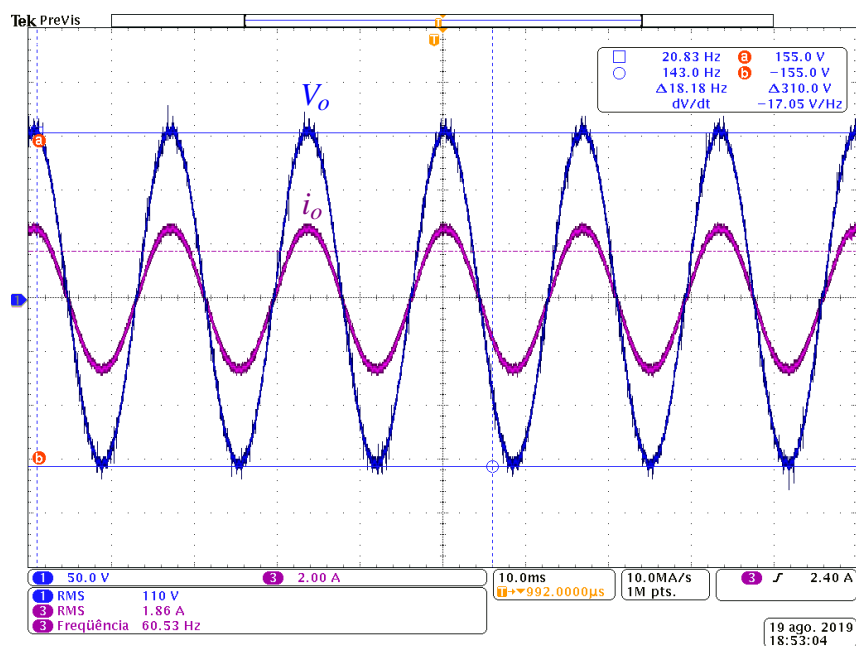
Para mostrar o funcionamento do controle aplicado ao conversor em ponte completa, deseja aplicar uma tensão de $110 V_{RMS}$ sobre a carga R e os dados de projeto do conversor são os mesmos usados no capítulo anterior e estão apresentados na Tabela 4.1. As formas de onda da tensão V_o , da corrente i_o e da tensão entre dreno e fonte sobre o interruptor S_{u2} estão apresentadas em detalhes na Figura 5.2. As Figuras 5.3 e 5.4 mostram os valores de pico das formas de onda de V_o e i_o . Note que o controle atua de forma satisfatória controlando o sistema nos pontos de operação desejados. Como intuito de validar o funcionamento do controle em regime permanente, a Figura 5.5 apresenta o controle atuando durante 10 segundos.

Figura 5.2 – Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais do conversor: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div) e tensão entre dreno e fonte sobre o interruptor S_{u2} (canal 3). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.



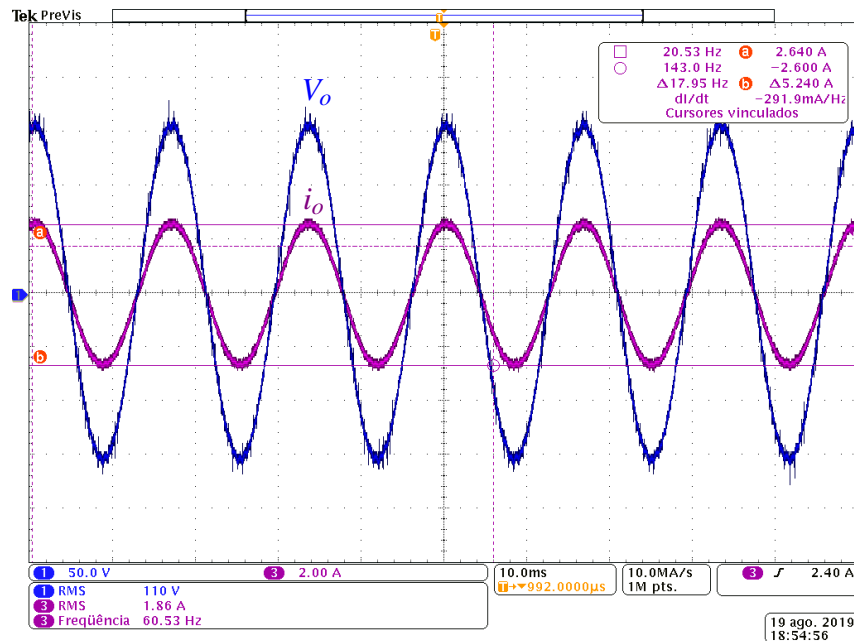
Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.3 – Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais: cursor de tensão na carga apresentando os valores aproximados de máximo e mínimo desejados na condição de operação.



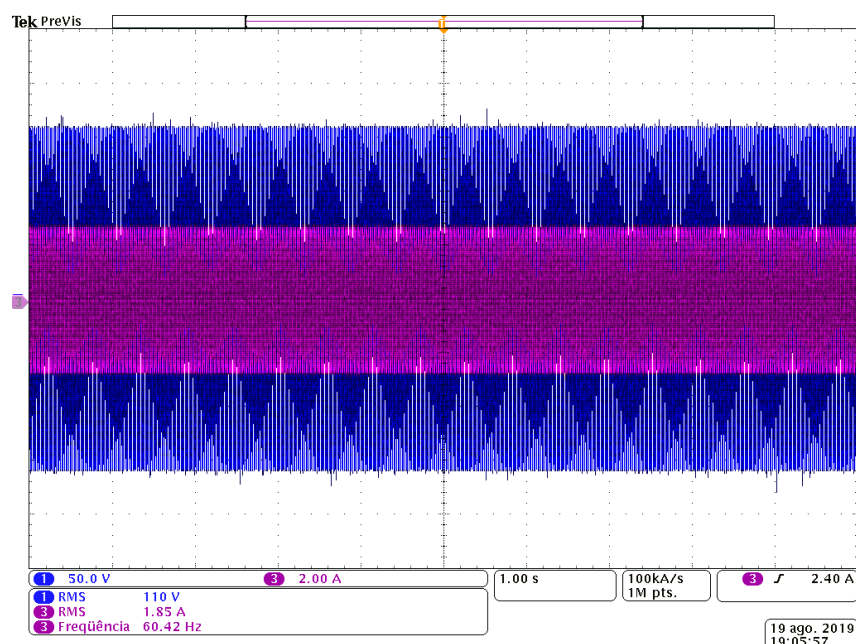
Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.4 – Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais: cursor de corrente na carga apresentando os valores aproximados de máximo e mínimo desejados na condição de operação.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.5 – Formas de onda com conversor em regime permanente com controle atuando sob os dados nominais do conversor: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.

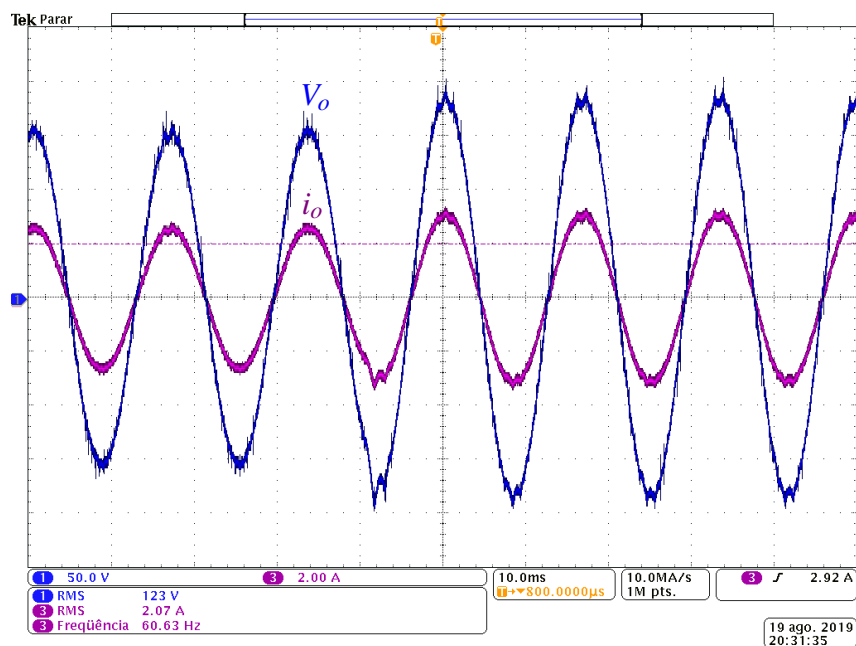


Fonte: Do próprio autor.

5.2 OPERAÇÃO DO CONVERSOR SOB EFEITOS DO DEGRAU DE REFERÊNCIA

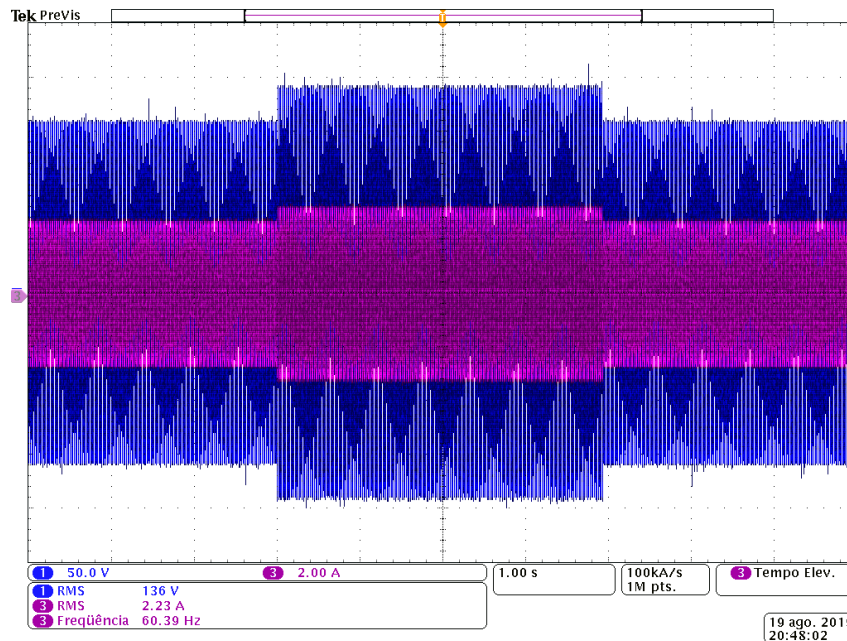
Para verificar o desempenho do controle projetado no capítulo anterior, com o filtro *washout* e realimentação parcial de estados, sob a adição de distúrbios, o primeiro teste apresentado é um degrau de 20% na referência de tensão (V_{oref}). As formas de onda da tensão V_o e i_o após o degrau são apresentadas em detalhes na Figura 5.6. Note que em aproximadamente 4 ms ocorre o degrau de referência e o controle atua de forma robusta quase que imediata fazendo com que a tensão e consequentemente a corrente, converjam a um valor 20% superior com frequência fixa em 60 Hz. A Figura 5.7 apresenta o funcionamento do controle em regime permanente quando o degrau de referência é aplicado e retirado do sistema. Note que o controle atua satisfatoriamente tanto na aplicação quanto na retirada do degrau.

Figura 5.6 – Formas de onda com conversor sob efeitos do degrau de referência de 20%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.7 – Formas de onda com conversor em regime permanente após a aplicação e a retirada do degrau de referência de 20%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.

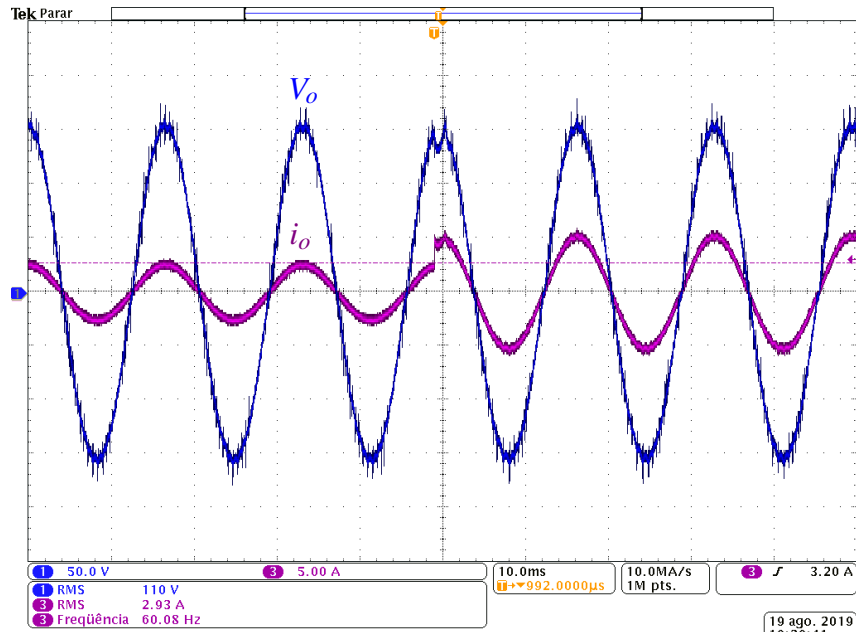


Fonte: Do próprio autor.

5.3 OPERAÇÃO DO CONVERSOR SOB EFEITOS DO DEGRAU DE CARGA

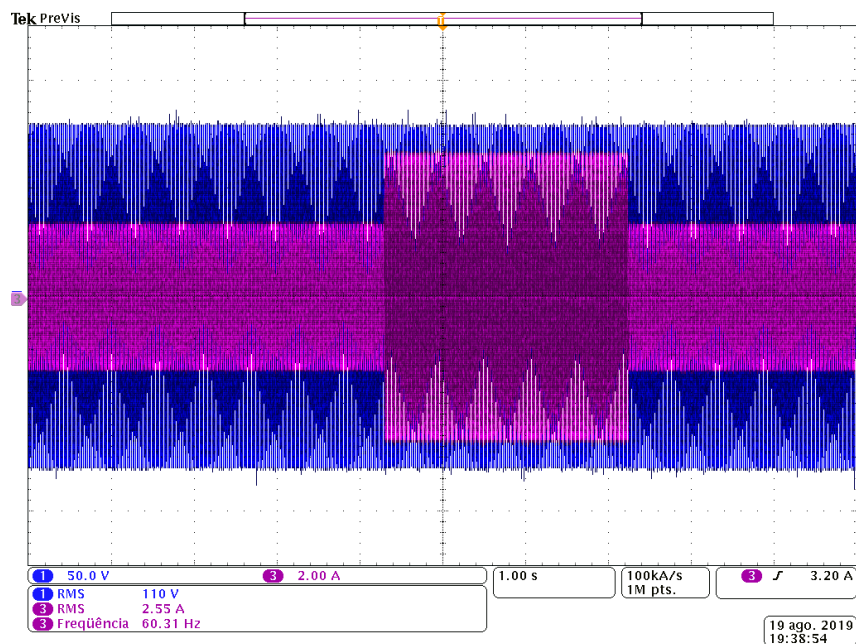
O segundo teste do desempenho do controle é um degrau de 100% na carga do conversor. As formas de onda da tensão V_o e i_o após o degrau de carga são apresentadas em detalhes na Figura 5.8. Note que em aproximadamente 48 ms ocorre o degrau e o controle atua de forma robusta de forma quase que imediata fazendo com que a forma de onda da tensão não se altere significativamente e permaneça com seu valor eficaz e de pico nos valores desejados. A Figura 5.9 apresenta o funcionamento do controle em regime quando o degrau de carga é aplicado e retirado do sistema. Note que em ambos os casos o controle faz com que a tensão V_o permaneça sempre estável com valor eficaz, de pico e frequência nos valores desejados.

Figura 5.8 – Formas de onda com conversor sob efeitos do degrau de carga de 100%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.9 – Formas de onda com conversor em regime permanente após a aplicação e a retirada do degrau de carga de 100%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div) e corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.

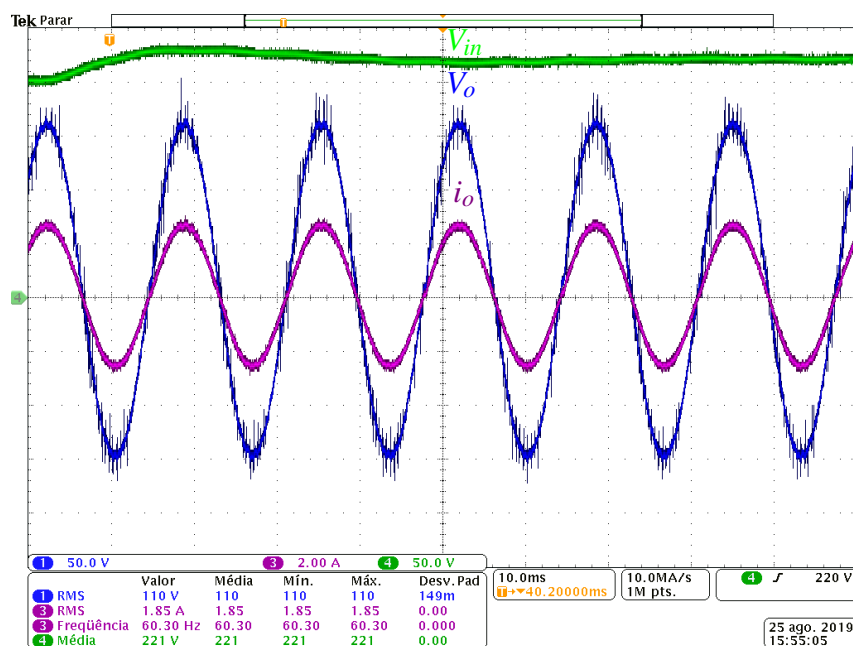


Fonte: Do próprio autor.

5.4 OPERAÇÃO DO CONVERSOR SOB EFEITOS DA VARIAÇÃO DA TENSÃO DE ENTRADA DO CONVERSOR

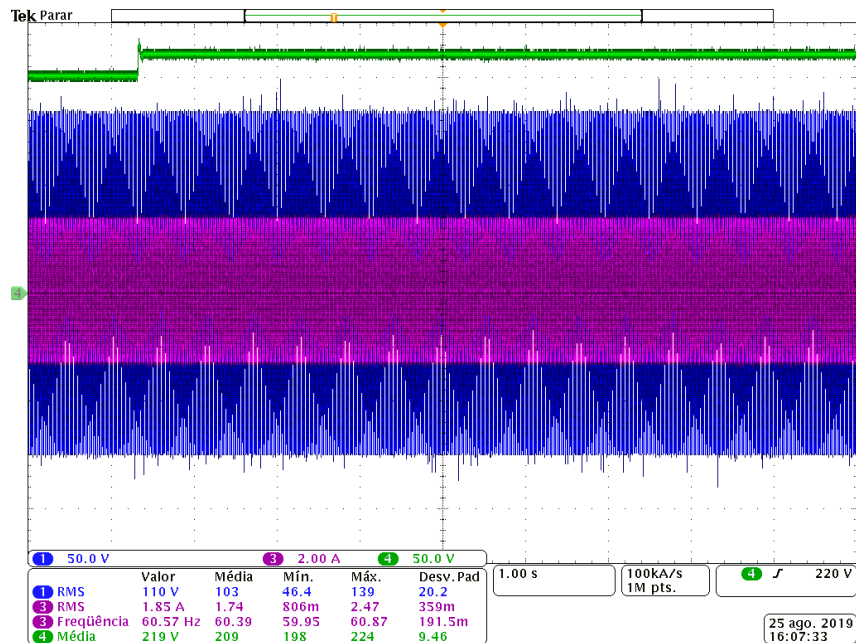
O terceiro teste do desempenho do controle é a variação da tensão de barramento em 20% em aproximadamente 35 ms. As formas de onda da tensão V_o e i_o após a variação são apresentadas em detalhes na Figura 5.10. Note que em aproximadamente 5 ms a tensão de barramento começa aumentar e se estabiliza em aproximadamente 40 ms, 20% superior ao valor inicial. Como foi mostrado anteriormente as variáveis de estado não dependem desta variável. Logo, as formas de onda da tensão e corrente não alteram seus valores eficazes e de pico. A Figura 5.11 apresenta o funcionamento do controle em regime quando a variação na tensão de barramento é aplicada ao sistema.

Figura 5.10 – Formas de ondas com conversor sob efeitos da variação de 20% na tensão de barramento durante 40 ms: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div) e tensão de barramento (V_{in} , canal 3: 50V/div). A escala horizontal é de 10 ms por divisão.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.11 – Formas de ondas com conversor em regime permanente após a aplicação e a retirada do degrau de barramento de 20%: tensão na carga R (V_o , canal 1: 50V/div), corrente na carga (i_o , canal 2: 2A/div) e tensão de barramento (V_{in} , canal 3: 50V/div). A escala horizontal é de 1 segundo por divisão.



Fonte: Do próprio autor.

5.5 TENSÃO COMUTADA NA SAÍDA DO CONVERSOR

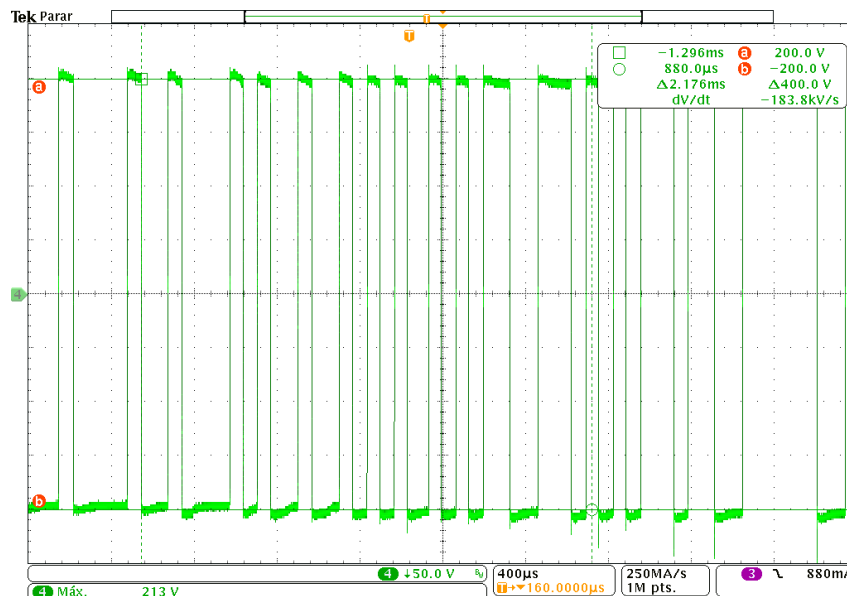
A Figura 5.12 mostra a forma de onda que é aplicada ao filtro LC na saída do conversor em ponte completa. É possível notar que as comutações não possuem frequência fixa, conforme foi mostrado e explicado no Capítulo 2, sendo necessário acrescentar ao controle uma condição de máxima frequência ou tempo mínimo de aplicação de cada modo de operação, para o circuito real não comutar seus interruptores em frequências muito altas, evitando a queima dos mesmos.

A fim de analisar o espectro harmônico na saída do conversor, a Figura 5.13(a) mostra um sinal comutado de 100 ms aplicado sobre o filtro LC , em verde, e a tensão senoidal sintetizada na carga, em azul. Note que apesar da técnica ser de frequência variável as comutações possuem um padrão em todos os ciclos, e também possuem menos comutações nos picos das senoide. Além disso, é possível notar que as comutações possuem um perfil fixo e padronizado em todos os ciclos. Com relação ao conteúdo harmônico da tensão sobre a carga, a *THD* (*Total Harmonic Distortion*) medida é de 4,4%, atendendo as recomendações da IEEE-519 (1992), onde a *THD* deve ser menor do que 5%. A Figura 5.13(b) mostra o espectro harmônico até uma frequência de 200 Hz. Note que além de um baixo conteúdo harmônico no entorno da frequência fundamental, existem picos em frequências proporcionais à frequência sintetizada

de 60 Hz, como por exemplo, em 120 e 180 Hz. Já a Figura 5.13(c) apresenta o espectro harmônico até 3 kHz. Note que a técnica de controle espalha o espectro em uma ampla faixa de frequências. Finalmente, a Figura 5.13(d) apresenta o espectro até uma frequência de 60 kHz. Note que em altas frequências continuam aparecendo componentes proporcionais a frequência fundamental, como por exemplo a frequência de 30 kHz. Porém, os valores das componentes harmônicas são muito pequenos na alta frequência.

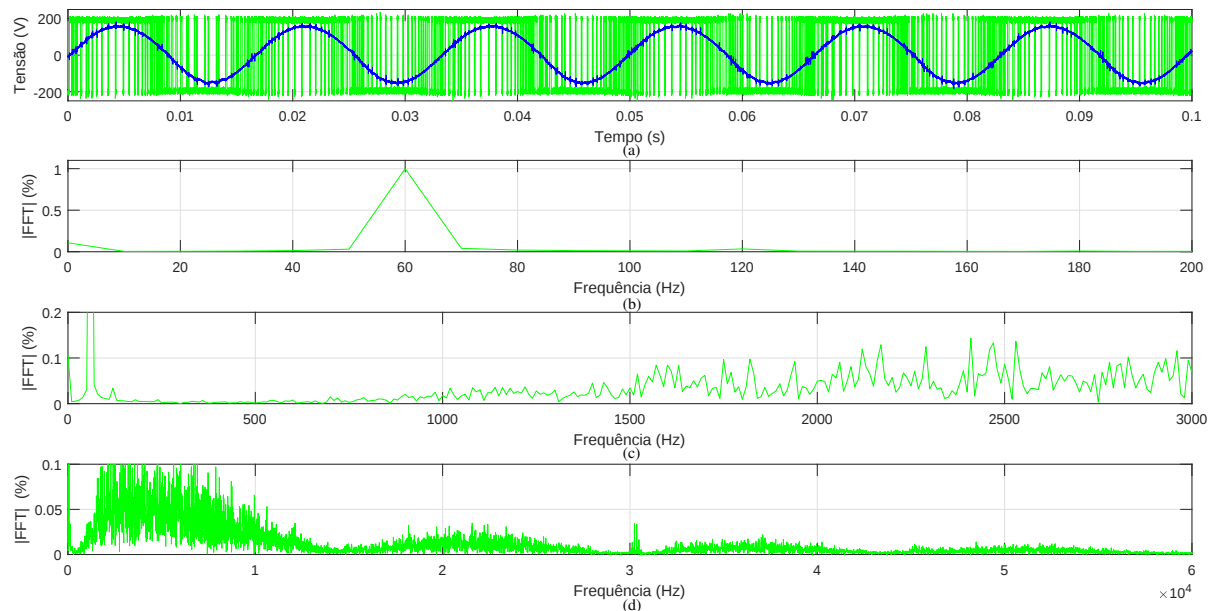
Ampliando a Figura 5.13(a) é possível avaliar que a frequência máxima de comutação é de 10 kHz e que em um ciclo da senoide a média de comutações tanto positivas quanto negativas é de 55 comutações. Logo, a média de chaveamentos considerando os quatro interruptores é de 240 chaveamentos. Fazendo uma comparação com a técnica de modulação *PWM* de dois níveis, existe uma diferença bastante considerável, uma vez que para uma frequência de 10 kHz em um período da senoide a técnica de *PWM* executa aproximadamente 166 comutações, ou seja, 664 chaveamentos. Esta diferença se dá pelo fato de que a técnica de *PWM* executa suas comutações mesmo que as mesmas não sejam necessárias, pois a frequência de comutação é fixa. O mesmo não ocorre com a técnica de *LMIs*, pois as comutações ocorrem apenas quando é necessário.

Figura 5.12 – Forma de onda que representa a tensão comutada na saída do conversor e aplicada sobre o filtro *LC* (V_{com} , canal 1: 50V/div) com cursores apresentando seus valores de máximo e mínimo. A escala horizontal é de 400 μ s por divisão.



Fonte: Do próprio autor.

Figura 5.13 – Espectro harmônico da tensão comutada aplicada ao filtro LC em seis ciclos de 60 Hz: (a) Tensão comutada em verde e tensão sobre a carga R em azul; (b) Espectro harmônico da tensão comutada até 200 Hz; (c) Espectro harmônico da tensão comutada até 3 kHz; (d) Espectro harmônico da tensão comutada até 60 kHz.



Fonte: Do próprio autor.

5.6 CONCLUSÕES

Neste capítulo foi possível verificar o funcionamento da técnica de controle através de uma aplicação real. Conclui-se que a técnica pode ser aplicadas aos mais diversos contextos que utilizam a ideia de sistemas chaveados, uma vez que o controle da tensão na carga é capaz de seguir o degrau de referência de forma estável, característica importante em sistemas que necessitam de uma tensão ajustável na carga, também é capaz de manter a tensão de saída estável sob um degrau de carga, característica importante em aplicações com carga variável, e é independente da tensão de entrada, característica importante em aplicações onde a alimentação do conversor é variável como baterias e painéis fotovoltaicos. Além do funcionamento satisfatório em relação à variação de parâmetros do sistema, observou-se um bom desempenho no tempo de atuação do controle.

6 CONCLUSÃO GERAL

Este trabalho teve como objetivo mostrar uma nova técnica promissora de controle robusto expondo de forma didática os principais aspectos matemáticos para realizar seu projeto. Esta nova técnica não utiliza funções de transferência e malhas de controle, pois é baseada em *LMI*s que dependem dos espaços de estados dos modos de operação dos conversores chaveados e são objetos de estudos de engenheiros e matemáticos a décadas. Entretanto, suas promissoras aplicações em sistemas reais são relativamente novas e ainda possuem lacunas a serem preenchidas.

O Capítulo 2 apresentou uma breve revisão bibliográfica do conversor meia ponte e as técnicas de controle mais usada e consagradas na literatura usadas para realizar seu controle. O Capítulo 2 também apresentou os principais conceitos sobre *LMI*s, critérios de estabilidade de *Lyapunov*, sistemas chaveados, modos deslizantes e conceitos necessários para o entendimento e desenvolvimento matemático da técnica.

O Capítulo 3 apresentou todo o desenvolvimento matemático da técnica, as condições de projeto e uma lei de chaveamento baseada na função ‘max’. Um exemplo numérico e simulações foram apresentados de forma a facilitar o entendimento do leitor e mostrar a efetividade da técnica. Também foram apresentadas as condições de contorno para os problemas encontrados quando se necessita variações na referência e na carga do conversor. Além disso, foi mostrada a extensão da técnica para referências senoidais mostrando que uma referência senoidal pode ser considerada como valores constantes por partes, permitindo que seus valores sejam considerados lineares ponto a ponto.

O Capítulo 4 detalhou o projeto do controle para o conversor em ponte completa, assim como suas simulações. Concluiu-se que apesar de o conversor ser DC/AC o projeto de controle é o mesmo usado no conversor CC/CC. Simulações computacionais também foram apresentadas de forma a validar a técnica.

Como forma de provar o funcionamento do controle, o Capítulo 5 detalhou os resultados experimentais da técnica aplicada ao conversor em ponte completa. Através de um protótipo, foi possível realizar diversos ensaios como degrau de referência, degrau de carga e variação da tensão de barramento. Os ensaios apresentaram resultados satisfatórios, pois o controle foi capaz de controlar o conversor de forma estável e robusta durante a inserção dos três distúrbios.

Conclui-se que a estratégia de controle proposta é promissora por não usar malhas de controle, evitando problemas de acoplamento, e apesar de ter uma relativa complexidade na dedução matemática, ela possui uma fácil implementação prática.

Vale ressaltar que este trabalho abre varias frentes de pesquisa relacionadas a aplicação e melhorias da técnica para o uso da mesma em aplicações de eletrônica de potência na indústria. Além disso, também trouxe contribuições, pois conseguiu aplicar de forma teórica e prática a técnica de controle usando *LMIs* e a função ‘max’ em conjunto com realimentação parcial de estados e filtro *washout*, para contornar as debilidades da técnica relacionadas a aplicação de distúrbios. Outro ponto de extrema relevância é a comprovação da extensão da técnica para referências senoidais de forma prática.

6.1 SUGESTÃO PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante o desenvolvimento deste trabalho foram observados alguns pontos importantes a serem considerados para futuros trabalhos relacionados a esta área. Tais pontos são:

- Desenvolver o modelo discreto da técnica;
- Projetar e testar a técnica em um conversor trifásico;
- Após o projeto da técnica para um conversor trifásico, pode-se começar estudos para aplicar a técnica em sistemas mais complexos, como em controle de motores de indução trifásicos;
- Estudar formas de controlar conversores que possuam as matrizes A_i diferentes para cada modo de operação mantendo a características de referências variantes no tempo;
- Desenvolver uma metodologia de dimensionamento do indutor e capacitor do filtro *LC*, assim como, calcular os esforços nos semicondutores, levando em consideração que as comutações não possuem ciclo de trabalho fixo, porém apresentam um padrão e uma frequência máxima.
- Analisar o rendimento dos conversores controlados pela técnica e comparar com o rendimento dos conversores controlados pelas técnicas já consagradas na literatura;
- Analisar de forma mais profunda a emissão de harmônicos gerados pelo chaveamento variável proporcionado pela técnica;
- Estudar as tensões de modo comum geradas usando a técnica com *LMIs* e compará-las com as tensões de modo comum geradas pelas técnicas mais usuais;
- Analisar as emissões de *EMI* devido à frequência variável do controle e comparar com valores de emissões quando técnicas tradicionais são usadas;

- Pesquisar formas de aprimoramento da técnica para que a mesma funcione com cargas não lineares.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BARBI, I. **Projetos de Fontes Chaveadas**. Florianópolis-SC: Edição do autor, 2001.
- BARBI, I. **Modelagem de conversores CC-CC Empregando Modelo Médio em Espaço de Estados**. Florianópolis: [s.n.], 2015.
- BOYD, S.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- DEAECTO, G.; GEROMEL, J. $\mathcal{H}_\infty$ control for continuous-time switched linear systems. **IET Control Theory & Applications**, IET, v. 4, n. 7, p. 1201–1210, 2010.
- DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C.; GARCIA, F. S.; POMILIO, J. A. Switched affine systems control design with application to dc-dc converters. **IET control theory & applications**, IET, v. 4, n. 7, p. 1201–1210, 2010.
- DEZUO, T. J. M. **Dedign of Switching Strategies With Applications In Photovoltaic Energy Generations**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, 2014.
- DEZUO, T. J. M. **Controle multivariável robusto**. Joinville: Apostila do curso de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade do Estado de Santa Catarina, 2018.
- DUPONT, F. H.; GRASSI, F.; ROMITTI, L. Energias renováveis: Buscando por uma matriz energética sustentável. **Revista Eletrônica em Gestão, Educação e Tecnologia Ambiental**, REGET, v. 19, n. 1, p. 70–81, 2015.
- EGIDIO, L. N.; DAIHA, H. R.; DEAECTO, G. S. Projeto e implementação prática de uma regra de comutação para o controle de velocidade de um motor cc via coversor buck-boost. **XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente**, SBAI, p. 295–300, 2017.
- FILIPPOV, A. F. **Differential equations with discontinuous righthand sides: control systems**. 18. ed. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1988.
- GARCIA, F. S.; POMILIO, J. A.; DEAECTO, G. S.; GEROMEL, J. C. Analysis and control of dc-dc converters based on lyapunov stability theory. **Energy Conversion Congress and Exposition**, IEEE, p. 2920–2927, 2009.
- GEROMEL, J. C.; COLANERI, P. Stability and stabilization of continuous-time switched linear systems. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 45, n. 5, p. 1915–1930, 2006.
- HASSOUNEH, M. A.; LEE, H.; ABED, E. H. Washout filters in feedback control: Benefits and limitations. In: **Proceedings of the 2004 American Control Conference**. Nantes, France. [S.l.: s.n.], 2004. v. 5, p. 3950–3955.
- IEEE-519. Recommended practices and requirements for harmonic control in electrical power systems. **IEEE Std. 519-1992**, IEEE, 1992.

- JI, Z.; GUO, X.; WANG, L.; XIE, G. Robust $\mathcal{H}_\infty$ control and stabilization of uncertain switched linear systems: A multiple lyapunov functions approach. **Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control**, v. 128, p. 696–700, 2006.
- LAUB, A. J. **Matrix Analysis for Scientists & Engineers**. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics - SIAM, 2004.
- LIBERZON, D. **Switching in Systems and Control**. Boston: Springer Science & Business Media, 2003.
- LIMA, E. L. **Análise Real, Funções de uma Variável**. Rio de Janeiro: Coleção Matemática Universitária - IMPA, 2011.
- LIN, H.; ANTSAKLIS, P. J. Stability and stabilizability of switched linear systems: A survey of recent results. **IEEE Transactions on Automatic control**, IEEE, v. 54, n. 2, p. 308–322, 2009.
- MIDDLEBROOK, R. D.; CUK, S. A general unified approach to modeling switching converter power stage. In: **IEEE Power Electronics Specialists Conference Record**. Cleveland: [s.n.], 1976. v. 3, p. 18–34.
- MIDDLEBROOK, R. D.; CUK, S. A general unified approach to modeling switching dc-to-dc converter in discontinuous conduction mode. In: **IEEE Power Electronics Specialists Conference Record**. Palo Alto: [s.n.], 1977. v. 3, p. 36–57.
- NAIDION, M. S. Dissertação de Mestrado, **Utilização de usinas solares flutuantes para operação coordenada com centrais hidrelétricas: estudo de caso das hidrelétricas da bacia do rio São Francisco**. Itajubá: [s.n.], 2018.
- ODAGUIRI, V. T. Dissertação de Mestrado, **Modelagem e Estratégia de Controle para o Inversor Fonte Z**. Joinville: [s.n.], 2018.
- OGATA, K. **Modern Control Engineering**. 5. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2009.
- OLIVEIRA, M.; SKELTON, R. Stability tests for constrained linear systems. In: _____. [S.l.: s.n.], 2007. v. 268, p. 241–257.
- POMILIO, J. A. **Eletrônica de Potência**. 7. ed. Campinas: Apostila do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Estadual de Campinas, 2014.
- SANTOS, C. S. Dissertação de Mestrado, **Sistemas Chaveados com Comutação Tolerante a Falhas**. Joinville: [s.n.], 2019.
- SCHARLAU, C. C. **Controle de Sistemas Chaveados e Aplicações**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.
- SCHARLAU, C. C.; DEZUO, T. J. M.; TROFINO, A. State feedback $\mathcal{H}_\infty$ control design of continuous-time switched affine systems. **IET Control Theory and Applications**, v. 1, p. 1, 2017.
- SENGER, G. A.; TROFINO, A. Switching rule design for affine switched systems with guaranteed cost and uncertain equilibrium condition. **IEEE Transactions on Automatic control**, IEEE, v. 61, n. 7, p. 1925–1990, 2016.

TORRES, L. A. B. Teoria de estabilidade de lyapunov. Apostila do curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2017.

TORRES, R. C. Dissertação de Mestrado, **Energia Solar Fotovoltáica como Fonte Alternativa de Geração de Energia Elétrica em Edificações Residenciais**. São Carlos: [s.n.], 2012.

TROFINO, A.; ASSMANN, D.; SCHARLAU, C.; COUTINHO, D. Switching rule design for switched dynamic systems with affine vector fields. In: IEEE. **Joint 48th IEEE Conference on Decision and Control and 28th Chinese Control Conference Shanghai, P.R. China**. [S.l.], 2009. p. 6365–6370.

TROFINO, A.; REGINATTO, O. R.; OLIVEIRA, J. de; SCHARLAU, C. C.; COUTINHO, D. F. A reference tracking strategy for affine switched systems. In: IEEE. **IEEE International Conference on Control and Automation**. Christchurch, 2009. p. 1744–1750.

TROFINO, A.; SCHARLAU, C. C.; COUTINHO, D. F. Switching rule design for switched dynamic systems with affine vector fields. **IEEE Transactions on Automatic control**, IEEE, v. 57, n. 4, p. 1080–1082, 2012.

TROFINO, A.; SCHARLAU, C. C.; DEZUO, T. J. M.; OLIVEIRA, M. C. de. Stabilizing switching rule design for affine switched systems. In: IEEE. **50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)**. Orlando, 2011. p. 1183–1188.

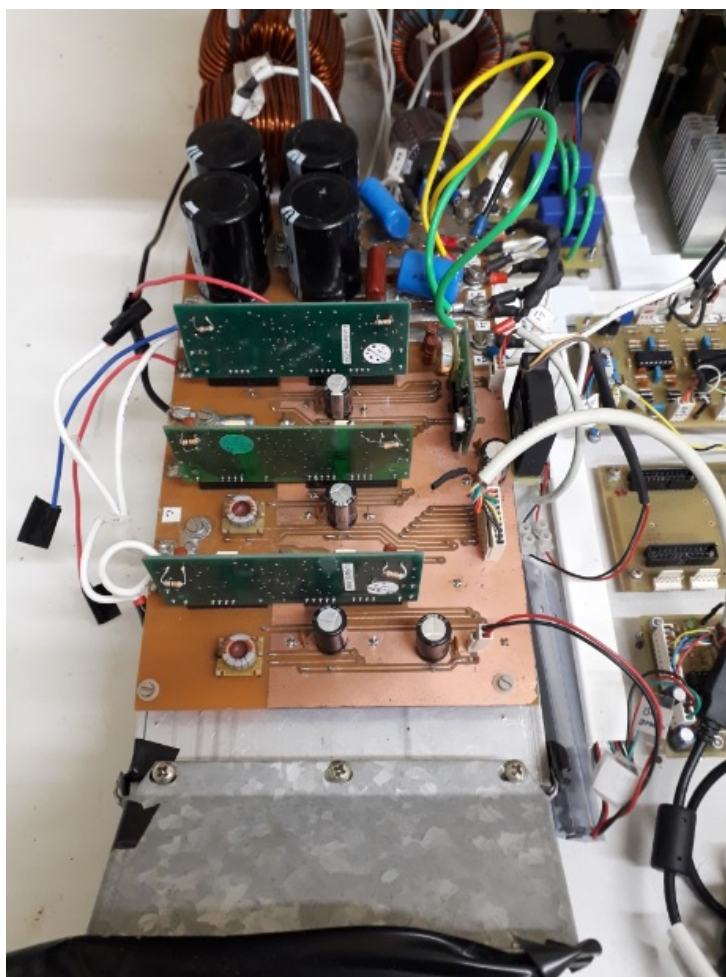
VILHAÇA, M. V. M.; SILVEIRA, J. L. Uma breve história do controle automático. **Revista Ilha Digital**, Florianópolis, v. 3, p. 3–12, 2013.

WICKS, M.; DECARLO, R. Solution of coupled lyapunov equations for the stabilization of multimodal linear systems. In: **Proceedings of the 1997 American Control Conference**. Albuquerque: [s.n.], 1997. v. 3, p. 1709–1713.

APÊNDICE A – PROTÓTIPO

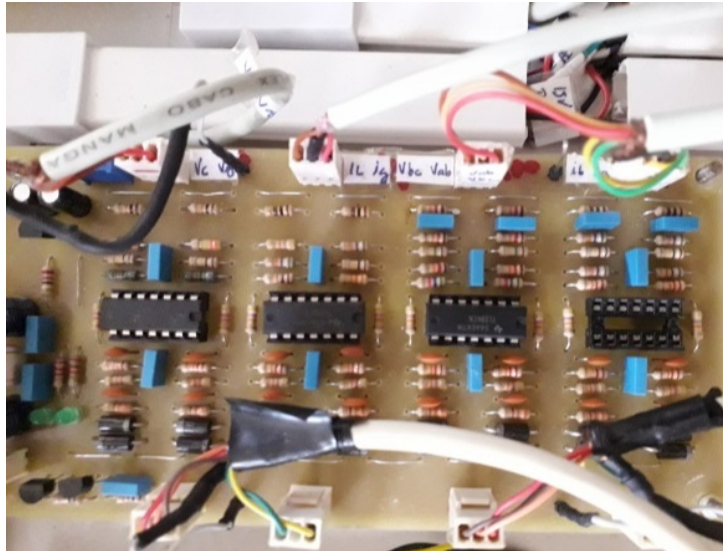
Neste apêndice, são apresentadas algumas imagens do protótipo disponível no grupo de pesquisas: Núcleo de Processamento de Energia Elétrica (nPEE) da Universidade do Estado de Santa Catarina Campus Joinville. Este protótipo foi construído pelo engenheiro Vitor Telles Odaguiuri durante seu período de mestrado sob orientação do Professor Doutor Alessandro Batschauer para análise experimental da sua dissertação intitulada: Modelagem e Estratégia de Controle para o Inversor Fonte Z (ODAGUIRI, 2018).

Figura A.1 – Detalhe da placa de potência e dos *gate drivers*.



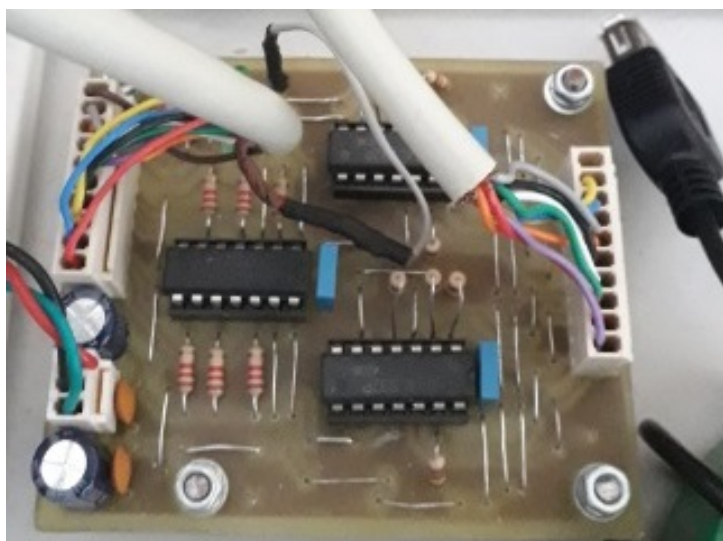
Fonte: Do próprio autor.

Figura A.2 – Circuito de condicionamento de sinal usado na filtragem da corrente no indutor e tensão no capacitor do filtro LC.



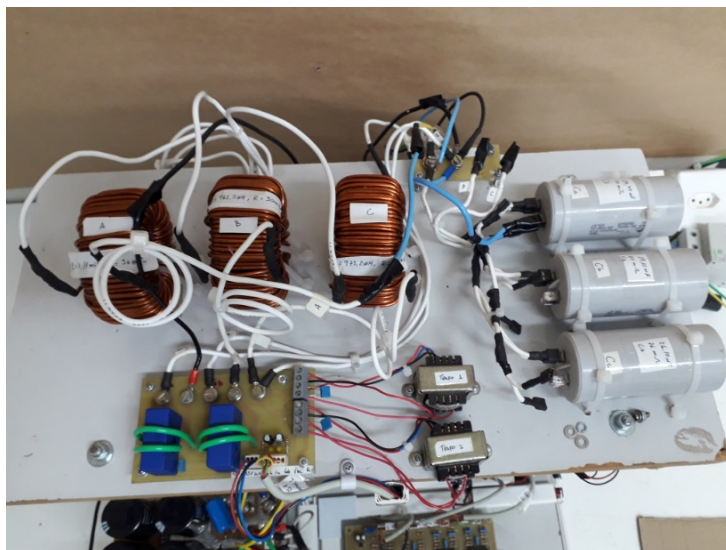
Fonte: Do próprio autor.

Figura A.3 – Circuito de comando para acionamento dos *gate drivers*.



Fonte: Do próprio autor.

Figura A.4 – Sensores de corrente, sensores de tensão, indutores e capacitores do filtro LC.



Fonte: Do próprio autor.