O presente trabalho está inserido no contexto da conformação de metais, tendo por objetivo simular, com malhas tipo 2D e 3D, os ensaios de tração simples e de flexão de três pontos de uma placa com entalhe de um aço livre de interstícios, aço IF (*interstitial free steel*), utilizando o modelo de Gurson modificado no programa ABAQUS<sup>®</sup>, que utiliza o Método dos Elementos Finitos. Para o modelamento numérico do processo de deformação elasto-plástica dos ensaios de tração simples e flexão foi utilizada a lei de Gurson modificado de materiais porosos e uma malha com refinamento adeguado.

Orientador: Miguel Vaz Júnior

2015 SIMPLES E FLEXÃO DE TRÊS PONTOS DO AÇO LIVRE DE INTERSTÍCIOS (IF) CAROLINE ZANINI BRESSAN | ESTUDO NUMÉRICO DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO

ANO



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA MECÂNICA

## DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

ESTUDO NUMÉRICO DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO SIMPLES E FLEXÃO DE TRÊS PONTOS DO AÇO LIVRE DE INTERSTÍCIOS (IF) UTILIZANDO O MODELO DE GURSON MODIFICADO

# CAROLINE ZANINI BRESSAN

JOINVILLE, 2015

Joinville, 2015

### CAROLINE ZANINI BRESSAN

# ESTUDO NUMÉRICO DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO SIMPLES E FLEXÃO DE TRÊS PONTOS DO AÇO LIVRE DE INTERSTÍCIOS (IF) UTILIZANDO O MODELO DE GURSON MODIFICADO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Dr. Miguel Vaz Júnior

JOINVILLE, SC 2015

# B843e Bressan, Caroline Zanini Estudo numérico dos ensaios de tração simples e flexão de três pontos do aço livre de interstícios (IF) utilizando o modelo de Gurson modificado/ Caroline Zanini Bressan – 2015 136 p. :il ; 21cm

Orientador: Miguel Vaz Júnior Bibliografia: 133-139

Dissertação (mestrado) – Universidade do Estado Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Joinville, 2015.

1. Elementos finitos. 2. ABAQUS<sup>®</sup>. 3. Simulação numérica. 4. Aço IF. I. Junior, Miguel Vaz. II. Universidade do Estado de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. III. Título.

CCD: 620.1-23. ed.

#### CAROLINE ZANINI BRESSAN

#### ESTUDO NUMÉRICO DOS ENSAIOS DE TRAÇÃO SIMPLES E

#### FLEXÃO DE TRÊS PONTOS DO AÇO LIVRE DE

#### INTERSTÍCIOS (IF) UTILIZANDO O MODELO DE GURSON

#### MODIFICADO

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Engenharia Mecânica como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de concentração "Modelagem e Simulação Numérica".

#### Banca Examinadora

Orientador:

Prof. Dr. Miguel Vaz Junior CCT/UDESC

mon

Membros

Prof. Dr. Pablo Andrés Muñoz Rojas CCT/UDESC

mn

Prof. Dr. Luiz Antonio Bragança da Cunda FURG

Prof. Dr. Masahiro Tomiyama CCT/UDESC

Joinville,SC, 18 de junho de 2015.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus pelo milagre da vida.

À Universidade do Estado de Santa Catarina pela oportunidade de conviver no meio acadêmico e de trabalhar nos laboratórios.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Miguel Vaz Júnior pela oportunidade e confiança depositada, por todo conhecimento transmitido.

Ao Prof. Dr. José Divo Bressan por todo apoio, dedicação, paciência em sanar todas minhas dúvidas, por todo conhecimento transmitido.

À CAPES e ao CNPq pelo auxílio financeiro.

Ao Doutorando Ricardo por todo seu conhecimento compartilhado e tempo disponibilizado.

Aos professores e a coordenadoria do Curso de Engenharia Mecânica em todos os momentos.

A minha família, mãe, pai e irmão por todos bons momentos, pela força nos momentos ruins, por confiar em mim sempre. A meus amigos e amigas, em especial, Ana Cristina, Mariana, Juliana Testoni, Marco Antônio, Natália que se fizeram presente e contribuíram sempre com suas palavras de alegrias, palavras de preocupação, simples atitudes que com certeza fizeram a diferença.

#### RESUMO

ZANINI BRESSAN, Caroline. Estudo numérico dos ensaios de tração simples e flexão de três pontos do aço livre de interstícios (IF) utilizando o modelo de Gurson modificado. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica – Área: Modelagem e Simulação Numérica) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Joinville 2015.

Métodos numéricos tem recebido uma grande atenção dos profissionais da área da engenharia em especial principalmente pelo seu caráter facilitador na solução de problemas em diversas áreas. Nos últimos tempos, a simulação numérica está se tornando cada vez mais comum e se transformando em uma peça chave para a resolução de inúmeros problemas de engenharia encontrados tanto nas indústrias quanto nas linhas de pesquisa científica das universidades. Isso, porém, exige desenvolvimento de estratégias de metodologias científicas adequadas o suficiente para determinar as leis que descrevam melhor o comportamento dos materiais a serem simulados. O presente trabalho está inserido no contexto da conformação de metais, tendo por objetivo simular, com malhas tipo 2D e 3D, os ensaios de tração simples e de flexão de três pontos de uma placa com entalhe de um aço livre de interstícios, aço IF (interstitial free steel), utilizando o modelo de Gurson modificado no programa ABAQUS<sup>®</sup>, que utiliza o Método dos Elementos Finitos. Para o modelamento numérico do processo de deformação elasto-plástica dos ensaios de tração simples e flexão foi utilizada a lei de Gurson modificado de materiais porosos e uma malha com refinamento adequado. Os corpos de prova ensaiados experimentalmente em tração simples foram de aço IF cilíndricos preparados de acordo com a norma ASTM E 8M-01. Já o ensaio de flexão de três pontos foi simulado com o intuito de fazer uma comparação qualitativa com o resultado Mashayekhi, Ziaei-Rad, al. apresentado por et (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, et al., 2005). A lei de encruamento plástico utilizada neste trabalho foi a Lei de Holomon ou Swift modificado acoplado com o modelo de evolução do dano de Gurson modificado. Após a escolha da geometria de somente quarta parte do corpo de prova, devido à simetria axissimétrica e do refinamento adequado da malha na região da estricção local, a simulação numérica foi capaz de prever com sucesso o comportamento da curva de tensãodeformação do aço IF comparando-se com os resultados experimentais. Os resultados da simulação 2D e 3D do ensaio de tração simples foram iguais. Portanto, a simulação 2D do ensaio de tração simples é mais conveniente pois é mais rápida e igualmente precisa que a simulação 3D para o presente caso de material dúctil e isotrópico. A previsão da evolução da porosidade com a deformação e a região de maior concentração de vazios foi analisada: ocorreu na região da estricção local e na zona central do corpo de prova como esperado. No caso do ensaio de flexão da placa com entalhe central, os resultados da simulação numérica mostraram uma boa concordância com os resultados de Mashayekhi, Ziaei-Rad et al. (2005), que apresentaram a maior concentração de vazios na região central do entalhe onde ocorrerá o aparecimento de trincas.

**Palavras chaves:** Elementos finitos, ABAQUS<sup>®</sup>, simulação numérica, aço IF.

## ABSTRACT

ZANINI BRESSAN, Caroline. Numerical study of the simple tensile test and three point bending test for the interstitial free steel (IF) using a Gurson-type model. 2014. Master Dissertation (Mestrado em Engenharia Mecânica – Área: Modelagem e Simulação Numérica) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Joinville 2015.

Numerical methods have received a substantial attention from Engineering Professionals especially due their capacity to provide solutions for a wide range of problems in many areas. In the last years, numerical simulation has become increasingly common and has turned into a key factor for solving numerous engineering problems in the industry as well in academia. This, however, requires the development of suitable methodological strategies to determinate constitutive law able to best describe the material behavior in the simulation. The present work is inserted within the context of metal forming, aiming to simulate 2D and 3D geometrical models of the simple tensile test and three-point bending test of a notched plate, both using the material properties of an Interstitial Free Steel, IF. For both cases, it was used a modified Gurson model available in the ABAQUS<sup>®</sup> software, which is based on the finite elements method. Numerical modelling of the elasto-plastic process used to simulate the three-point bending and simple tensile test was discretised using structured meshes with an appropriate refinement. The experimental results for tensile tests used smooth cylindrical specimens with dimensions defined according to ASTM E 8M-01. The three point bending test was qualitatively compared with the results reported bv Mashayeshi, et al (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, et al., 2005). The strain hardening law used in this work was the Holomon or modified Swift law coupled with the damage evolution of the Gurson's model. The geometrical models for the tensile specimens account for axisymmetry, so that only one-quarter part of the 2D and 3D specimens was modelled. An appropriate mesh refinement in the necking region was also adopted. The numerical simulation was able to predict with success the stress-strain curve behaviour of the IF steel comparing with the experimental results. Both 2D and 3D simulation results of the simple tensile test were very similar. The prediction of porosity evolution with the applied displacement was analysed and the results indicated that the necking region in the central zone of the specimen presented the largest micro-void concentration, as expected. For the three-point bending test of a notched plate, the simulation provided a good qualitative agreement with the Mashayekhi's numerical results, which have shown that the largest concentration of micro-voids was in the central region of the notch where the crack initiation occurs.

**Keywords:** Finite Elements, ABAQUS<sup>®</sup>, Numeric Simulation.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Simulação numérica no desenvolvimento da lateral de automóvel em chapa de aço IF, usando o programa Figura 2. Desenho esquemático: a) nucleação; b) crescimento e Figura 3. Comparação entre as superfícies de escoamento de Gurson, Gurson simplificado, Green, e Green não Quadrático R=1, fv0 = 0.05, onde  $\sigma M$  é a tensão efetiva da matriz do material,  $\sigma 1e \sigma 2s$ ão as tensões principais e R é o coeficiente de anisotropia normal......45 Figura 4. Curvas experimentais e calculadas para duas ligas de Figura 5. Curvas experimental e calculada para corpo de prova de bronze com corte livre com fração volumétrica de vazios Figura 6. Representação do processo de nucleação, crescimento Figura 7. Distribuição normal da função de nucleação...........60 Figura 8. Influência do *fN* na curva tensão-deformação.......61 Figura 9. Comparação entre as curvas tensão-deformação (a) e porosidade-deformação com Elementos Finitos e solução Figura 10. Linhas de contorno de Porosidade......64 Figura 11. Aparato experimental da tomografia de raios-X....65

Figura 12. Visualização 3D do dano nas deformações (a) $\varepsilon$ =
0,02; (b) $\varepsilon = 0,25$ e (c) $\varepsilon = 0,32$
Figura 13. Comparação entre as curvas experimental, numérico
sem e com coalescência67
Figura 14. Comparação entre as simulações das CLCs pela
modelo de GTN-Rice e experimental de Brunet et al. (1998). 69
Figura 15. Comparação da Curva Limite de Conformação do
AA5052- O1 entre resultados numérico e experimental71
Figura 16. Comparação entre diferentes curvas CLC
experimentais e a predição numérica72
Figura 17. Comparação das curvas CLC com diferentes
métodos74
Figura 18. Comparação entre as curvas tensão-deformação
entre o modelo GTNB e resultados experimentais para o ensaio
de tração simples76
Figura 19. Comparação das curvas (a) tensão axial e (b)
porosidade78
Figura 20. Representação do mosaico de Voronoi80
Figura 21. Dimensões do corpo de prova do ensaio de tração
simples
Figura 22. Corpos de prova ensaiados até próximo da ruptura
total
Figura 23. Curvas experimentais tensão versus deformação
verdadeira dos corpos de prova 1, 2 e 383
Figura 24. Malhas dos corpos de prova nas simulações (a) 2D e
(b) 3D
Figura 25. Condições de contorno na simulação 2D87

Figura 26. Condição de contorno: deslocamento da base do
corpo de prova
Figura 27. Condições de contorno: (a) face superior; (b) face
lateral esquerda, Plano Y-Z; (c) face lateral direita, Plano X-Y.
Figura 28. Comparação entre as curvas de Gurson_3D,
Gurson_2D e experimental91
Figura 29. Comparação das curvas com modelo Gurson e von
MISES, nas dimensões 3D e 2D
Figura 31. Distribuição volumétrica de vazios (VVF) nos
deslocamentos de (a) 0,3; (b) 2 e (c) 4 milímetros93
Figura 30. Distribuição da Deformação Equivalente (PEEQ)
nos deslocamentos (a) 0,3; (b) 2 e (c) 4 milímetros94
Figura 32. Evolução da fração de vazios ao longo do raio no
plano de simetria X-Z96
Figura 33. Evolução da fração de vazios ao longo do raio no
eixo de simetria R - R'98
Figura 34. Evolução da fração de vazios ao longo do eixo de
simetria Y-Y'100
Figura 35. Relação entre a deformação plástica equivalente e a
fração de vazios (a) ao longo do raio no plano de simetria X-Z
e (b) ao longo do eixo de simetria Y-Y para um deslocamento
de 4 mm
Figura 36. Representação das dimensões do corpo de prova de
flexão com três pontos103
Figura 37. Modelo geométrico e Malha do ensaio de flexão de
três pontos

Figura 38. Condições de contorno CC1, CC2 e CC3 ......106 Figura 39. Condições de contorno CC 4 e CC 5 impostas no Figura 40. Evolução da fração volumétrica de vazios nos deslocamentos (a) U = 0,1 mm, (b) U=3 mm e (c) U=6 mm. Figura 41. Evolução da deformação plástica equivalente nos deslocamentos (a) U = 0.1 mm, (b) U = 3 mm e (c) U = 6 mm. Figura 42. Eixo de simetria na raiz do entalhe: evolução da fração volumétrica de vazios para os deslocamentos 0,1; 0,3; Figura 43. Eixo de simetria na raiz do entalhe: fração volumétrica de vazios para os deslocamentos 0,1; 1,8; 3; 5 e 6 milímetros.....114 Figura 44. Fração de vazios versus direção X ......115 Figura 45. Fração de vazios versus deformação plástica equivalente, ao longo da raiz do entalhe (a), transversal ao entalhe (b).....116 Figura 46. Comparação dos resultados obtidos no trabalho de Mashayekhi et al. (2005) (a) e no presente trabalho (b). ......118 Figura 47. Comparação entre os resultados experimentais. ..120 Figura 48. Gráfico obtido da Máquina Universal de Tração. 126 Figura 49. Corpo de prova cilíndrico.....126 Figura 50. Gráfico da tensão-deformação verdadeira 

# LISTA DE TABELAS

Tabela	1.	Parâmetros	obtidos	a	partir	do	ajuste	das	curvas
experimentais e da literatura90								90	

# LISTA DE SIMBOLOS

W	Energia dissipada
F	Força
W <sub>C</sub>	Energia dissipada crítica
V	Volume
$V_M$	Volume da matriz
$V_V$	Volume total das porosidades
$f_v$	Fração volumétrica de vazios
D	Variável de dano
$A_D$	Área danificada
K <sub>M</sub>	Coeficiente de resistência da matriz
n <sub>M</sub>	Coeficiente de encruamento da matriz
$m_M$	Coeficiente sensitividade da taxa de deformação
Ε	Módulo de Elasticidade
$q_1 q_2 q_3$	3 Parâmetros de ajuste da curva de Gurson
S <sub>N</sub>	Desvio padrão de nucleação
$f_N$	Fração volumétrica de vazios de nucleação
η	Triaxialidade
$\sigma_H$	Tensão hidrostática

$\bar{\sigma}$	Tensão Equivalente de von Mises
$\sigma_1$	Tensão principal
$\sigma_2$	Tensão principal
$\sigma_3$	Tensão principal
$\bar{\varepsilon}_{Pl}$	Deformação plástica Equivalente
$ar{arepsilon}_{Pl}^{f}$	Deformação plástica Equivalente na Fratura
$\sigma_Y$	Tensão de escoamento
ρ	Densidade
$ ho_M$	Densidade da matriz
Φ	Superfície de escoamento Plástico
$\epsilon_N$	Deformação plástica média de nucleação

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO25
	1.1 OBJETIVOS
	1.2 CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO
2	MODELO DE GURSON E DEGRADAÇÃO
N	IECÂNICA
	2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA RUPTURA DÚCTIL 33
	2.1.1 Critério de escoamento de von Mises (materiais densos) e materiais porosos
	2.1.2 Mecânica do Dano contínuo41
	2.2.3 Modelos de dano para materiais porosos
	2.2 O MODELO DE GURSON
	2.2.1 Introdução
	2.2.2 Modelamento Matemático da ruptura dúctil com modelo de Gurson modificado57
	Nucleação e crescimento de vazios58
	2.2.3 Aplicações do modelo de Gurson e suas variantes 61
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES 81
	3.1 ENSAIOSDETRAÇÃO:MATERIALEPROCEDIMENTO EXPERIMENTAL81
	3.2 ENSAIO DE TRAÇÃO: SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

	3.3 ENSAIOS DE FLEXÃO DE TRÊS PONTOS:	
	SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DETERMINAÇÃO DOS	
	PARÂMETROS	.102
4	CONCLUSÕES	.121
5	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	.123
A	NEXO A – ENSAIO DE TRAÇÃO SIMPLES	.125
B	BIBLIOGRAFIA	.133

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, um dos aços mais importantes para a indústria automobilística na fabricação das partes externas do automóvel é o aco livre de interstícios, IF (interstitial free steel), pois possui grande ductilidade. O aço IF foi especialmente desenvolvido para atender o requisito de redução de espessura das chapas dos automóveis de 1,5 mm na década de setenta para 0,80 mm nos dias atuais. Eles apresentam baixos teores de átomos intersticiais, valores menores que 0,003% de carbono e 0,004% de nitrogênio, conferindo baixo limite de escoamento e alta resistência à redução de espessura durante a deformação a frio, ou seja, uma alta estampabilidade (GORNI, 2009). Devido à sua alta estampabilidade, o aço IF é utilizado principalmente para fabricação de cavidades no piso traseiro, alojamento do estepe e a parte interior das portas frontal e traseira (CIETO). No entanto, um aspecto importante a ser considerado para o aço IF é a orientação dos planos cristalográficos, pois afetam fortemente o valor do coeficiente de anisotropia **r** e, portanto, a estampabilidade da chapa. A presença de carbono e nitrogênio favorecem a formação dos planos {110} e {100} que são desfavoráveis para o aumento do valor de r, por isso a importância de manter esses elementos em quantidades baixas. Com isso, a composição química padrão da empresa USIMINAS (USIMINAS, 2013) para aços IF é: 0,003% C máx, 0,09% Mn, 0,009% P, 0,009% S, 0,015% Nb, 0,02% Ti, 0,01% 0,036% A1 Si. e

Com essa composição química, as propriedades mecânicas esperadas são: limite de escoamento máximo de 170 MPa; limite de resistência máxima de 320 MPa; alongamento total mínimo de 38%, coeficiente de anisotropia  $\mathbf{r}$  mínimo de 1,70 e coeficiente de encruamento n mínimo de 0,22. Entretanto, também é possível elevar a resistência mecânica deste aço através da adição de elementos de liga como P, Si e Mn que formam solução sólida endurecendo o aço.

A dependência da sociedade deste setor econômico é um incentivo para os grandes investimentos no desenvolvimento em tecnologias e, consequentemente, em pesquisas sobre chapas de alta ductilidade e de ligas leves por razões de economia de combustível e ambiental. Sendo assim, é importante entender o comportamento elástico-plástico destes materiais. bem propriedades como suas mecânicas, principalmente quando submetidas a condições nas quais serão requisitadas quando em uso. Por exemplo, a Figura 1 apresenta a simulação de uma chapa de aço IF submetida à conformação em uma lateral de um carro, a qual mostra as tensões criticas principais. No caso dos materiais de engenharia, o ponto de maior interesse para a indústria é a obtenção das propriedades mecânicas otimizadas, as quais são de grande importância para a produção de produtos de qualidade: peças livres de defeitos e de grande durabilidade ou vida em serviço.

Figura 1. Simulação numérica no desenvolvimento da lateral de automóvel em chapa de aço IF, usando o programa AUTOFORM<sup>®</sup>.



Fonte: (CIETO).

Os aços atuais para as chapas da indústria automobilística evoluíram dos antigos aços tradicionais como os aços de estampagem média (EM), estampagem profunda (EP), acalmada alumínio estampagem profunda ao (EPA), estampagem extra-profunda (EEP), entre outros. Atualmente, os aços mais usados são o "dual phase" (DP) usado como aço estrutural na fabricação de rodas automotivas e o aco "interstitial free steel" (IF) usado na fabricação da lataria, as cavidades do piso traseiro dos automóveis, parte interior das portas frontais e traseiras, e etc. Dentre as principais pesquisas recentes, estão as de aço avançado de alta resistência (AHSS), aço de plasticidade induzida por transformação de fases

(*Transformation Induced Plasticity* – TRIP) e aço de plasticidade induzida por maclação (*Twinning Induced Plasticity* – TWIP) (GORNI, 2009).

Um dos métodos mais conhecidos e eficazes para obtenção de propriedades mecânicas de materiais são os ensaios mecânicos de laboratório. Em especial, o ensaio de tração sempre recebeu muita atenção por ser um ensaio consideravelmente fácil, o custo não é muito elevado e ao mesmo tempo fornece várias propriedades mecânicas que são utilizadas nas simulações bidimensional ou tridimensional.

Por outro lado, a simulação numérica com o emprego de computadores também tem ganhado cada vez mais atenção e muitas pesquisas estão abordando esse tema uma vez que é uma ferramenta importante no auxílio de projetos mecânicos. Em um projeto mecânico, com a simulação numérica, é possível fazer o cálculo das tensões e deformações em pontos críticos dos componentes mecânicos contendo furos e entalhes, conforme ilustrado na Figura 1, prevendo-se as falhas indesejáveis nas peças. Com isto, a operação experimental de try-out da peça nova fica bastante reduzida e. obtém-se redução custo do consequentemente, no desenvolvimento do componente.

A partir disso, com o advento dos computadores e da mecânica computacional, a simulação numérica está entrando cada vez mais nesse cenário da engenharia, simulando os processos de conformação de metais e os ensaios mecânicos. Porém, para executar uma simulação numérica, em qualquer caso de engenharia, são necessários modelos e parâmetros constitutivos dos materiais. Uma das maiores dificuldades na escolha do modelo do comportamento elástico-plástico está na hipótese utilizada do modelo material, pois existem muitas abordagens que desconsideram os efeitos presentes no fenômeno físico real.

A fim de aumentar a qualidade das tecnologias de fabricação, muitas ferramentas foram desenvolvidas no contexto da mecânica computacional ou CAE (*Computer Aided Engineering*). Consequentemente, essas ferramentas têm ajudado a melhorar o projeto da peça e a entender o comportamento do mecanismo de ruptura de um material. Atualmente existem muitos programas comerciais que são desenvolvidos para esse fim, como por exemplo, o AUTOFORM<sup>®</sup>, DEFORM<sup>®</sup>, NASTRAN<sup>®</sup> e ABAQUS<sup>®</sup>. No entanto, o programa comercial de simulação ABAQUS<sup>®</sup> foi o escolhido para ser utilizado nesta dissertação por estar disponível no Laboratório de Conformação de Metais da UDESC Joinville.

Atualmente, a mecânica computacional é alvo de muitos desenvolvimentos a fim de aperfeiçoar as previsões de ruptura e o processo de dano do material. Com isso, o modelo constitutivo escolhido para descrever a plasticidade e dano de um material específico tem um papel muito importante para predizer a tensão e deformação até a ruptura total, além de descrever o mecanismo de degradação mecânica ou dano do material. Além disso, existe uma grande preocupação sobre a precisão do modelo. Para predições com grande acurácia, é necessário, por exemplo, o desenvolvimento de modelos baseados em teorias constitutivas que possam fazer uma interpretação correta da influência da tensão no encruamento e escoamento plástico. Métodos experimentais, como ensaios dos materiais, são muito usados para a calibração de parâmetros dos modelos. Com isso, como o começo da falha do material acontece normalmente nas seções finas ou em superfícies, a

29

calibração com condições de teste específicas tem uma influência significativa na acurácia das predições de falhas.

A necessidade de refinamentos nas teorias existentes é motivada pela necessidade prática de alcançar melhores aproximações com os resultados experimentais. Em casos mais simples, os modelos materiais isotrópicos são mais usados e apresentam resultados razoavelmente bons.

## 1.1 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é simular e analisar o comportamento elasto-plástico do aço IF, aço livre de interstícios, através da comparação numérico-experimental do ensaio de tração com corpos de prova cilíndricos sem entalhe e da predição numérica de início de falha em um ensaio de flexão de três pontos. Neste trabalho, para a obtenção da simulação será utilizado o programa comercial ABAQUS<sup>®</sup>.

A partir dos dados experimentais e da simulação 3D de um ensaio de tração simples e utilizando o modelo de Gurson modificado do ABAQUS<sup>®</sup> serão determinados os seis parâmetros que descrevem o modelo do material. Além disso, será utilizada e a lei de encruamento de Swift ou Hollomon modificada.

No caso do ensaio de flexão de três pontos, o corpo de prova consistirá de uma placa com entalhe de raiz semicircular em uma das faces. Para este ensaio também será realizada simulação utilizando o programa ABAQUS<sup>®</sup>, cujos resultados serão estudados e comparados de forma qualitativa com aqueles apresentados por (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005). Com isso, será avaliado o local da indicação do

máximo dano, sendo utilizadas as propriedades identificadas pela simulação 3D do ensaio de tração do aço IF.

## 1.2 CONTEÚDO DA DISSERTAÇÃO

A divisão do trabalho é como mostrado a seguir:

Capitulo 1 Introdução: trata e contextualiza a importância da simulação numérica do processo de conformação de metais na engenharia do desenvolvimento do produto e a sua importância como ferramenta para soluções tanto na área da pesquisa como na indústria.

Capitulo 2 Modelo de Gurson e degradação mecânica: contextualiza e apresenta a evolução do modelo de Gurson ao longo dos anos e o significado de seus parâmetros.

Capitulo 3 Discussões: Descreve o procedimento experimental do ensaio de tração simples e apresenta as condições de simulação dos ensaios de tração simples e flexão de três pontos. A partir dos resultados é feita uma análise seguida de conclusões.

Capitulo 4 Conclusões: apresenta as conclusões obtidas através do presente estudo.

Capítulo 5 Sugestões de trabalhos futuros: a partir do estudo apresentado são sugeridos trabalhos futuros que complementam este trabalho.

As referências bibliográficas são apresentadas no final da dissertação.

# 2 MODELO DE GURSON E DEGRADAÇÃO MECÂNICA

33

# 2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DA RUPTURA DÚCTIL

Em projetos de componentes estruturais na Engenharia é necessário considerar todo o comportamento do material desde a fabricação, seu desempenho e uma eventual ruptura. Os materiais, em geral, tendem a apresentar um comportamento elástico e plástico quando as tensões atingem certo limite. Devido à evolução destes estudos, ao longo dos anos se tornou possível analisar e até prever o comportamento de materiais com ajuda da teoria matemática da plasticidade. Além de compreender o comportamento do material dúctil durante o carregamento é necessário compreender como ocorre a ruptura do mesmo.

Com base na física, são três conceitos ou abordagens principais que descrevem a ruptura de um material devido à existência de defeitos ou trincas (KULKARNI, CHAUDHARI, *et al.*, 2008):

- 1. Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE), a qual é aplicada para materiais frágeis, ou seja, materiais que não apresentam deformação plástica. Esse conceito utiliza o critério da energia de Griffith ou o critério de fratura de Irwin, que considera o fator de intensidade de tensão crítico  $K_c$  na raiz de uma trinca no material.
- 2. **Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP)**, em que a região de plasticidade em torno da raiz da trinca é grande. Define-se a curva de resistência ao crescimento de uma trinca sendo que os métodos da Integral-J e

CTOD (deslocamento da abertura da ponta da trinca) podem ser utilizados para determinar o ponto crítico de ruptura.

 Mecânica do Dano contínuo: que descreve os mecanismos de nucleação, crescimento e coalescência de micro-vazios, ou do dano interno no material, que leva à ruptura em regiões com predominância de deformação plástica.

O termo "fratura" é mais apropriado quando conceitos da *Mecânica da Fratura* estão envolvidos de modo a descrever a ruptura do material contendo micro ou macro trincas preexistentes. Do ponto de vista da *Mecânica da Fratura*, todo material tem defeitos internos e o importante é determinar quando uma trinca no material passa da condição de estável para instável, levando à ruptura catastrófica. O objetivo da *Mecânica da Fratura* é de determinar se um defeito tipo trinca irá ou não levar o componente à fratura catastrófica para tensões normais de serviço permitindo, ainda, determinar o grau de segurança efetivo de um componente trincado.

Na *Mecânica do Dano contínuo*, a ruptura dúctil é geralmente considerada como consequência do acúmulo de dano interno no material. Do ponto de vista microscópio, a ruptura dúctil de metais é um processo integral de nucleação, crescimento e coalescência de micro cavidades ou poros. Com isso, define-se o *dano* como a sequência dos mecanismos na seguinte ordem, como é mostrado na Figura 2: (a) nucleação, (b) crescimento e (c) coalescência de vazios (LOU, YOON e HUH, 2014). A nucleação acontece principalmente devido a incompatibilidades na deformação entre a matriz metálica e as

inclusões não metálicas (como os carbetos ou sulfetos) e devido ao acúmulo de discordâncias nos contornos dos grãos, a formação dos vazios favorecendo ou micro-trincas. Posteriormente, com o aumento da deformação plástica, podem ocorrer duas situações: o crescimento ou coalescência dos vazios. Quando o estado triaxial de tensões é elevado levando a deformações plásticas localizadas e estricção da região de ligamento de vazios vizinhos, é o crescimento de vazios que predomina. Porém, quando há formação ou cisalhamento de micro-trincas tem-se a predominância da coalescência de vazios, a qual eventualmente irá levar o material a uma falha catastrófica.

Figura 2. Desenho esquemático: a) nucleação; b) crescimento e c) coalescência dos vazios.



Fonte: produção do próprio autor.

35
A análise da ruptura (dúctil ou frágil) está baseada na investigação da existência de micro-trincas (dano) que é uma deterioração do material e que ocorre antes da falha. Desta forma, é necessário o acompanhamento da evolução do dano interno antes que ele seja visível, seja na forma de trincas ou pela ruptura. Modelos de dano são baseados nos princípios da mecânica do contínuo. Nos últimos anos, o efeito do estado de tensão no dano e rupturas dúcteis tem chamado muita atenção dos pesquisadores. Tem-se verificado que o comportamento do dano depende fortemente do tipo de carregamento e não pode ser descrito com modelos de dano baseados somente em uma constante de deformação de ruptura (LOU, YOON e HUH, 2014).

No caso do dano dúctil há dois parâmetros principais que governam a nucleação e crescimento de vazios: a triaxialidade e a deformação plástica. O parâmetro de triaxialidade  $\eta$  avalia em um determinado ponto no material o quanto maior a tensão hidrostática é em relação à tensão equivalente (todas as tensões principais são iguais). O estado de tensão triaxial ocorre quando todas as três tensões principais são diferentes de zero. A triaxialidade é definida pela razão entre a tensão hidrostática e a tensão equivalente de von Mises, como segue:

$$\eta = \frac{\sigma_H}{\bar{\sigma}} = \frac{1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{\frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]^{1/2}}$$
(1)

onde  $\sigma_H$  e  $\bar{\sigma}$  representam a tensão hidrostática e tensão equivalente de von Mises, respectivamente, enquanto que  $\sigma_1$ ,

 $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são as tensões principais do tensor tensão de Cauchy. Em placas, a triaxialidade sofre influência da espessura, na direção z, da distância da ponta da trinca,  $\Delta x$ , e varia também com o comprimento da trinca,  $\Delta a$  (CHEN, KOLEDNIK, *et al.*, 2005).

O critério do dano dúctil deve considerar o processo completo do dano no material, isso significa desde o início do dano até a ruptura total do material. Em outras palavras, para predizer o comportamento do material e suas falhas, é necessário entender toda a evolução da deformação, tensão e temperatura. Um comportamento típico de tensão-deformação de metais no escoamento plástico inicial é descrito pelo modelo de von Mises. Este critério descreve a superfície de escoamento plástico como sendo um cilindro no espaço das tensões principais centrado no eixo hidrostático. Para definir a área dessa superfície cilíndrica de escoamento plástico, a função de encruamento relaciona a tensão equivalente de Mises  $\overline{\sigma}$  com a deformação equivalente  $\overline{\varepsilon}$ .

A *Mecânica do Dano Contínuo* tem sido uma alternativa para as análises de dano dúctil. Esta análise sugere que o aparecimento do dano crítico é o resultado da deterioração interna progressiva do material, o qual é a consequência da deformação plástica e do estado triaxial de tensão. O processo de ruptura dúctil com diferentes mecanismos tem sido modelado por inúmeros critérios de ruptura.

O critério de ruptura pode ser definido a partir de dois conceitos: critério de ruptura acoplado e critério de ruptura não acoplado. O critério de ruptura acoplado assume que a resistência do material é afetada pelo acúmulo de dano induzido pela nucleação, crescimento e coalescência dos vazios e vice-versa, enquanto que o dano previsto pelo critério não acoplado não afeta o modelo constitutivo e, portanto, a capacidade de suportar o carregamento antes da ruptura final.

Um dos critérios acoplados mais comuns é o modelo descrito por Gurson (GURSON, 1977) o qual será discutido neste trabalho. O modelo de Gurson considera a nucleação e crescimento dos vazios. Nesta dissertação, este modelo será discutido em detalhe e será empregado na simulação do ensaio de tração simples e do ensaio de flexão de três pontos. Por outro lado, os critérios de ruptura dúctil não acoplados têm sido desenvolvidos baseados em mecanismos microscópicos e em várias hipóteses ou observações experimentais de rupturas dúcteis (máximo trabalho plástico, deformação plástica crítica, etc) (DE SANTI JUNIOR, 2006).

## 2.1.1 Critério de escoamento de von Mises (materiais densos) e materiais porosos

Para um material ideal, a relação reversível e linear entre a tensão e deformação forma a base da teoria matemática da elasticidade. Porém, para um material real os estados de tensões são mais complexos, podendo levar a deformações não reversíveis. Neste contexto, a teoria da plasticidade é uma extensão da teoria da elasticidade, onde a análise de tensões e deformações do material é observada tanto no regime elástico quanto no plástico. Como ambas as teorias são baseadas em observações experimentais do comportamento macroscópico de um corpo deformável não levando em consideração bases físicas e químicas, elas são ditas teorias de natureza fenomenológica (utilizada neste estudo). Devido à natureza não-linear da deformação plástica, as soluções das equações básicas da mecânica dos sólidos apresentam dificuldades que são contornadas através do desenvolvimento de técnicas numéricas como elementos finitos. Em um projeto mecânico, o desafio maior está em analisar, ou ainda prever a falha de um componente. No intuito de melhorar a descrição física, a teoria da plasticidade pode considerar os fenômenos de encruamento e de anisotropia das propriedades mecânicas. Usualmente, as formulações utilizadas têm como base as equações cinemáticas, de equilíbrio e constitutivas.

A Teoria da Plasticidade pode ser dividida em: Teoria da Plasticidade de materiais isotrópicos, Teoria da Plasticidade de materiais anisotrópicos e Teoria da Plasticidade para material poroso.

A Teoria da Plasticidade de materiais isotrópicos considera que o volume se mantém constante durante a deformação plástica. No caso de metais utilizando o critério de von Mises, a deformação plástica se inicia quando a tensão equivalente,  $\bar{\sigma}$ , atinge o valor do limite de escoamento  $\sigma_y$ . Além disso, a pressão hidrostática não afeta a tensão limite de escoamento, portanto, para esse caso, o critério de escoamento plástico independe da pressão hidrostática. O estado de tensão e deformação depende da trajetória da deformação plástica.

O critério de escoamento de von Mises para material ideal é dado a seguir:

 $\bar{\sigma} = \sigma_y =$ 

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{\left(\sigma_{xx} - \sigma_{yy}\right)^2 + \left(\sigma_{yy} - \sigma_{zz}\right)^2 + \left(\sigma_{xx} - \sigma_{zz}\right)^2 + 6\left(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2\right)} (2)$$

onde  $\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}$  são as componentes normais e  $\tau_{xy}, \tau_{yz}$  e  $\tau_{zx}$  são as componentes cisalhantes do tensor tensão.

Na Teoria da Plasticidade de materiais anisotrópicos, as hipóteses para a Teoria da Plasticidade de materiais isotrópicos são válidas com exceção do critério de escoamento plástico de von Mises. Os critérios de escoamento plástico anisotrópico podem ser calculados por Hill, Hosford, Barbat entre outros (HOSFORD, 2013).

Além disso, a Teoria da Plasticidade pode ser aplicada a materiais porosos, onde é considerado que o volume não se mantém constante durante a deformação plástica do material poroso, e a tensão limite de escoamento do material poroso depende da tensão hidrostática. Neste caso, o critério de escoamento plástico depende da tensão hidrostática  $\sigma_H$ . A porosidade em um sólido é descrito pela fração volumétrica de vazios  $f_v = V_v/V$  ou pela densidade relativa do sólido. A relação entre os dois é descrita:

$$\frac{\rho}{\rho_M} = \frac{V_M}{V} = \frac{V - V_V}{V} = 1 - \frac{V_V}{V} = 1 - f_v \tag{3}$$

onde  $\rho$  é a densidade e V é o volume total do sólido poroso,  $\rho_M$  e  $V_M$  representam a densidade e o volume da matriz, e  $V_v$  é o volume total das porosidades ou vazios.

Para materiais porosos o critério de escoamento plástico é uma função do primeiro invariante do tensor tensão  $I_1 = 3\sigma_H$ e do segundo invariante do tensor desviador,  $I_2^D$ . A função de escoamento de Gurson é um exemplo de função de escoamento plástico para materiais porosos que será discutida com mais detalhes ao longo deste trabalho.

### 2.1.2 Mecânica do Dano contínuo

Os modelos de dano são formulados com o intuito de solucionar problemas específicos e dependem dos fenômenos e modos de falha que se deseja avaliar. Para melhor compreender o significado físico das variáveis do dano, as teorias da *Mecânica do Dano contínuo* são divididas em dois grupos: abordagens fenomenológicas e abordagens micromecânicas.

As abordagens fenomenológicas foram iniciadas por Kachanov (KACHANOV, 1958) para materiais carregados uniaxialmente sob fluência através da definição de uma variável escalar a qual ainda não havia um sentido físico. Ele acoplou a teoria da plasticidade com o dano, chamando de Mecânica do Dano continuo (KACHANOV, 1958). A degradação interna exerce influência sobre as propriedades macroscópicas do material, Lemaitre (LEMAITRE, 1984). O módulo de elasticidade, a tensão de escoamento, a densidade, a resistência elétrica, podem ser fortemente afetadas pela presença de dano na forma de micro-cavidades ou microtrincas. Na abordagem fenomenológica de um material qualquer danificado é considerado um Elemento de Volume Representativo na escala macro que define um tamanho suficientemente grande para considerar vários defeitos e ao mesmo tempo suficientemente pequeno para ser considerado como um ponto material da mecânica do contínuo. Sendo assim, mais tarde, Rabotnov (RABOTNOV, 1969) levou em consideração a diminuição da área resistente devido à

intersecção com os defeitos, dando um sentido físico à variável de dano.

Segundo Lemaitre (1984), é possível fazer um modelamento homogêneo onde micro-vazios são representados por uma variável contínua, ou seja, com a mecânica do contínuo. Como experimentalmente verificado para muitos materiais (LEMAITRE, 1984), especialmente perto da ruptura total do material, a energia de dissipação associada com a nucleação e crescimento tanto de vazios como micro-trincas, o qual é acompanhado de grande fluxo plástico, tem um efeito dominante. Esse fato sugere que a predição de ruptura requer consideração da interação entre o fluxo plástico e o dano na lei constitutiva do material (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005).

Em uma escala micrométrica, o dano pode ser interpretado como o aparecimento de descontinuidades: quebrando ligações atômicas e ampliação dos micro-vazios. Em uma mesoescala, o número de ligações rompidas ou aparecimento de micro-vazios podem ser aproximados em qualquer plano, o qual será a área de intersecção entre as falhas. O modelo original apresentado por Kachanov (KACHANOV, 1958) mostra que a perda da resistência e a integridade atribuída às micro-trincas podem ser medidas por um parâmetro macroscópico, D. Esse parâmetro adimensional de dano é definido pela razão entre a área danificada pela área da secção total do elemento de volume representativo (ERV). Além disso, esse parâmetro é contínuo no sentido da mecânica do contínuo e representa a falha dos micro-defeitos em uma mesoescala do elemento de volume. A evolução dessa variável interna depende do valor esperado da densidade do micro

defeito. Os mecanismos de continuidade média introduzem um Elemento de Volume Representativo (EVR) como padrão para análise do tamanho do dano. Os danos descontínuos são "pequenos" em relação ao tamanho do EVR, mas grande quando comparado ao espaço atômico Lemaitre e Desmorat (LEMAITRE e DESMORAT, 2005).

Mais especificamente, o dano é a nucleação e crescimento de micro-vazios ou micro-trincas, as quais são descontinuas em uma mesoescala ou continua em grande escala. Esse parâmetro importante é contínuo no sentido da mecânica do continuo e representa a falha dos micros-defeitos em uma mesoescala do elemento de volume representativo.

Em um caso simples unidimensional de dano homogêneo, a definição do parâmetro de dano como a densidade da superfície efetiva de micro defeitos pode ser escrita como:

$$D = \frac{A_D}{A} \tag{4}$$

onde  $A_D$  é a área danificada e A é a área total da seção transversal. Da definição segue que o valor escalar da variável D está entre  $0 \le D \le 1$  onde D = 0 representa um estado livre de dano; e D = 1 representa ruptura. Sendo que, a falha ocorre para D < 1, onde existe um  $D_c$ , ou seja, um valor de dano necessário para a separação, ruptura, do EVR em duas partes. A fim de modelar elasticidade, efeitos térmicos e plasticidade com dano dentro da hipótese de isotropia, variáveis termodinâmicas foram introduzidas.

43

As abordagens micromecânicas possuem variáveis que indicam dano interno e que representam uma média dos defeitos microscópicos caracterizando o estado de degradação interna. Os primeiros modelos com abordagens na micromecânica, considerados por Besson (BESSON, 2010) foram desenvolvidos por McClintock (MCCLINTOCK, 1968) e Rice e Tracey (RICE e TRACEY, 1969). Esses modelos descrevem de micro-vazios em evolução uma matriz rígida а perfeitamente plástica por meio do crescimento de um vazio com formato cilíndrico e esférico, respectivamente. Os dois estudos revelam a influência do estado triaxial de tensões e da deformação plástica no crescimento dúctil dos vazios, porém sem levar em consideração a interação entre os vazios nem os efeitos do crescimento dos vazios no processo de evolução do dano interno do material.

## 2.2.3 Modelos de dano para materiais porosos

A importância de modelos de dano para materiais porosos está vinculada à necessidade de analisar a ruptura dúctil de ligas metálicas, deformação limite em chapas de aço, deformações superplásticas dependentes de velocidade entre outros. O desenvolvimento de modelos de dano para materiais porosos tem sido o objetivo de várias pesquisas nas ultimas décadas. Os modelos constitutivos para materiais porosos mais conhecidos são: Gurson, Green, Green não quadrático, Gurson e suas variações (RAGAB e SALEH, 1999). O modelo de Gurson em especial apresenta algumas formas modificadas.

A descrição da deformação plástica de materiais que contenham vazios requer uma formulação que contenha

preferencialmente todos os fatores que estão relacionados ao comportamento de um material poroso quando submetido a um carregamento: nucleação, crescimento e coalescência dos vazios. Teorias plásticas convencionais e suas leis de escoamento não incluem a analise de deformação plástica de vazios onde a condição de volume constante e independência do escoamento da pressão hidrostática não são mais válidas.

Figura 3. Comparação entre as superfícies de escoamento de Gurson, Gurson simplificado, Green, e Green não Quadrático R=1,  $f_{\nu 0} = 0,05$ , onde  $\bar{\sigma}_M$  é a tensão efetiva da matriz do material,  $\sigma_1 e \sigma_2 s$ ão as tensões principais e R é o coeficiente de anisotropia normal.



Fonte: (RAGAB e SALEH, 1999).

45

A Figura 3 mostra a comparação das superfícies de escoamento das leis de Gurson, Green não quadrático, Green, Gurson simplificado e von Mises. Pode-se observar que as curvas de Gurson e Green são coincidentes. O modelo de Green original assume que a matriz obedece ao critério de escoamento de von Mises. A função de Gurson e Green é quase coincidente para condições de tensão plana (RAGAB e SALEH, 1999).

As tensões equivalentes aparentes de um sólido poroso das leis acima:

Gurson:

$$\bar{\sigma} = K_M (1 - f_v) \left[ 1 + \frac{f_v}{4} \right]^{-\frac{1 + n_M + m_M}{2}} \epsilon_1^{n_M} \dot{\epsilon}_1^{m_M}$$
(5)

onde  $K_M$  representa o coeficiente de resistência da matriz do material.

Gurson – Tvergaard simplificado:

$$\bar{\sigma} = K_M \frac{(1 - q_1 f_v)^{1 + n_M + m_M}}{(1 - f_v)^{n_M + m_M}} \left[ 1 + q_1 q_2^2 \frac{f_v}{4} \right]^{-\frac{1 + n_M + m_M}{2}} \epsilon_1^{n_M} \dot{\epsilon}_1^{m_M}$$
(6)

Gurson-Richmond simplificado:

$$\bar{\sigma} = K_M \frac{\left(1 - f_v^q\right)^{1 + n_M + m_M}}{(1 - f_v)^{n_M + m_M}} \left[1 + q^2 \frac{f_v}{4}\right] - \frac{1 + n_M + m_M}{2} \varepsilon_1^{n_M} \dot{\varepsilon}_1^{m_M}$$
(7)

Green não quadrático:

$$\bar{\sigma} = K_M \frac{\delta_m^{1+n_M+m_M}}{(1-f_v)^{n_M+m_M}} \left[ 1 + \frac{\theta_m}{2(1+R)} \right]^{-\frac{1+n_M+m_M}{m}} \epsilon_1^{n_M} \dot{\epsilon}_1^{m_M}$$
(8)

onde  $\delta_m$  e  $\theta_m$ são funções da fração volumétrica de vazios.

Figura 4. Curvas experimentais e calculadas para duas ligas de bronze superplásticas isotrópicas.



Fonte: (RAGAB e SALEH, 1999).

A Figura 4 mostra que o modelo de Gurson – Tvergaard fornece a previsão de curva mais próxima da experimental de um corpo de prova de cobre superplástico.

Figura 5. Curvas experimental e calculada para corpo de prova de bronze com corte livre com fração volumétrica de vazios inicial de 0,025.



Fonte: (RAGAB e SALEH, 1999).

Como se pode observar na Figura 5, as funções de Gurson e Green não-quadrático são as que mais se aproximam das curvas experimentais. Também se deve relevar que os parâmetros introduzidos nos modelos de Gurson modificado são parâmetros de ajuste, ou seja, não são propriedades do material ou nível de porosidade inicial.

### 2.2 O MODELO DE GURSON

### 2.2.1 Introdução

No final dos anos setenta, Gurson (GURSON, 1977) propôs um modelo para a condição de escoamento plástico em função da fração volumétrica de vazios para metais porosos que continham uma baixa concentração de vazios esféricos. A função de Gurson representa uma função baseada em uma solução de deformação esfericamente simétrica para materiais rígidos perfeitamente plásticos em torno das porosidades esféricas simples. Portanto, a superfície de escoamento plástico de Gurson no espaço triaxial de tensões para material poroso é descrita por:

$$\Phi = \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_y}\right)^2 + 2f_v \cosh\left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right) - \left(1 + f_v^2\right) = 0 \tag{9}$$

onde  $\overline{\sigma}$  é a tensão equivalente aparente de von Mises,  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento plástico corrente da matriz,  $\sigma_H$  é a tensão hidrostática e  $f_v$  é a fração volumétrica corrente de porosidades.

49

Gurson incorporou aspectos da cavitação sólida no quadro fenomenológico constitutivo do dano e propôs a existência de uma forte relação entre a deformação plástica e o dano. A regra de fluxo plástico desenvolvida por Gurson para sólidos dúcteis contendo vazios foi baseada em análises aproximadas de sólido plástico rígido não encruado com cavidade esférica. A degradação do material é medida através da razão entre o volume de vazios e o volume de um elemento representativo.

$$f_{v} = \frac{V_{vazios}}{V_{elemento \ representativo}} \tag{10}$$

Esta relação é chamada de fração volumétrica de vazios,  $f_v$ , a partir da qual a nucleação e crescimento de vazios podem ser preditos.

O modelo de Gurson foi desenvolvido a fim de descrever o mecanismo de perda da capacidade de carga de um material através do aparecimento de vazios devido a grandes deformações plásticas. Sob uma tensão de tração, o comportamento macroscópico e microscópico de um material que contenha vazios ou inclusões pode ser representado pela curva da força de reação *versus* deslocamento mostrada na Figura 6. Na parte elástica, o material é representado pelo estágio (a), onde não existe nenhuma mudança notável na microestrutura. Com o aumento da tensão, a nucleação de microvazios é iniciada devido à deformação plástica localizada (b). Na parte (c), o crescimento de microvazios nucleados ou pré-existentes é promovido pela alta tensão hidrostática seguida pela coalescência dos vazios (d) quando o volume desses vazios atinge um valor da ordem de grandeza do seu raio médio. Na ruptura, a fração volumétrica de vazios depende do material e pode ser medida a partir da investigação de analises microscópicas da superfície de ruptura (ABENDROTH e KUNA, 2003).

Figura 6. Representação do processo de nucleação, crescimento e coalescência de vazios.



Fonte: (MALCHER, ANDRADE PIRES e CÉSAR DE SÁ, 2014)

51

Esta curva tensão deformação é representada em partes pela lei de potência (TVERGAARD, 1981):

$$\varepsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} & para \ \sigma \le \sigma_y \\ \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{\sigma}{\sigma_y}\right)^n para \ \sigma > \sigma_y \end{cases}$$
(11)

onde  $\varepsilon$  e  $\sigma$  são deformação logarítmica e tensão verdadeira, respectivamente,  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento plástico e *n* é o coeficiente de encruamento.

A função de superfície de escoamento proposta por Gurson está baseada em uma solução analítica da deformação esfericamente simétrica para materiais rígidos perfeitos plásticos em torno das porosidades esféricas simples.

A tensão equivalente aparente de von Mises  $\bar{\sigma}$  é dada por:

$$\bar{\sigma}^2 = \sigma_y^2 \left(1 + f_v^2\right) - 2f_v \sigma_y^2 \cosh\left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right)$$
(12)

Rearranjando a Equação (12), tem-se que a superfície de escoamento plástico no espaço triaxial de tensões,

$$\Phi = \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_y}\right)^2 + 2f_v \cosh\left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right) - \left(1 + f_v^2\right) = 0 \tag{13}$$

Quando  $f_v = 0$  tem-se o modelo de von Mises. A forma simplificada é obtida pela expansão do cosseno hiperbólico em termos da série de potência de:

$$cosh\left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right) \cong 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right)^2$$
 (14)

Como em muitos processos de deformação, a magnitude deste termo é menor do que um, tem-se que:

$$\overline{\sigma}^2 = \sigma_y^2 - \left(1 + f_v^2\right) + 2f_v \sigma_y^2 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right)^2\right]$$
(15)

A Equação (15) combinada com a definição de Hill da tensão equivalente  $\bar{\sigma}$  para material anisotrópico ideal e livre de vazios e com anisotropia normal R é dada por:

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{1+R} [R(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (16)$$

onde  $\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3$  são as tensões principais e  $R = \varepsilon_{xy}^p / \varepsilon_z^p$  é o coeficiente de anisotropia normal sendo que  $\varepsilon_{xy}^p e \varepsilon_z^p$  representam a deformação plástica no plano xy e na espessura z. Admitindo que  $\sigma_y$  é a tensão de escoamento plástico corrente da matriz,  $\sigma_y = \overline{\sigma}_M = \sigma_y (1 + \beta \overline{\varepsilon})^n \overline{\varepsilon}^m$ . Igualando a equação anterior tem-se a forma simplificada da equação de Gurson dada pela tensão efetiva corrente do material da matriz:

$$\overline{\sigma}_{M} = \sigma_{y} = \frac{1}{1 - f_{v}}$$

$$\left\{\frac{1}{1 + R} [R(\sigma_{1} - \sigma_{2})^{2} + (\sigma_{2} - \sigma_{3})^{2} + (\sigma_{3} - \sigma_{1})^{2}] + \frac{9}{4} f_{v} \sigma_{H}^{2}\right\}^{\frac{1}{2}} (17)$$

Para materiais isotrópicos R = 1.

Ao longo dos anos verificou-se que o modelo de Gurson apresentava certas limitações. Com isso, modificações foram propostas a fim de obter resultados mais compatíveis com os experimentos a partir da inclusão de efeitos tanto da nucleação como do crescimento de vazios. A perda completa da capacidade de suportar tensão do material – capacidade de carregamento na ruptura dúctil – devido à coalescência de vazios, não é prevista em nível realístico nas equações de Gurson de fração volumétrica de vazios.

Alguns estudos indicam que a coalescência acontece entre pelo menos dois vizinhos quando seu comprimento aumenta para a ordem de magnitude do espaço entre eles (MALCHER, ANDRADE PIRES e CÉSAR DE SÁ, 2014). A coalescência de vazios ocorre pelo aparecimento de planos de escorregamento entre as cavidades ou simplesmente a estricção do ligamento. A partir dessas análises, começou-se a levantar a possível hipótese que seria razoável limitar a aplicação direta do modelo de Gurson para abaixo de um valor critico da fração volumétrica de vazios e modificar as equações acima desse valor.

Essa função foi modificada por Tvergaard em um estudo envolvendo bandas de cisalhamento. Visando melhor encontrar o ponto critico de bifurcação em bandas de cisalhamento Tvergaard incluiu os coeficientes  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  (TVERGAARD, 1981), resultando no critério de escoamento plástico do material poroso dado por:

$$\Phi = \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_y}\right)^2 + 2q_1 f_v \cosh\left(q_2 \frac{3\sigma_H}{2\sigma_y}\right) - (1 + q_3 f_v^2) = 0 \quad (18)$$

Sendo assim, os valores propostos para esses parâmetros são:

$$q_1 = 1,5$$
  $q_2 = 1$   $q_3 = q_1^2$ 

Tvergaard estudou o efeito nos vazios microscópicos durante o mecanismo de falha de um material dúctil considerando uma matriz elasto-plástica contendo um conjunto de vazios dispostos aleatoriamente (TVERGAARD, 1981). Tvergaard partiu do conceito principal de Gurson que não assumia a influencia da variação de tensão e deformação em torno de cada vazio. A partir dessa afirmação, foram incorporados os três parâmetros fenomenológicos de ajuste  $q_{I_1}$  $q_2$  e  $q_3$  uma vez que a condição de escoamento adotada por Gurson  $(q_1 = q_2 = q_3 = 1)$  resultava em altas cargas e deformações com valores duas vezes maiores das encontradas experimentalmente. Notou-se também que os parâmetros  $q_1, q_2$ e  $q_3$  dependem do coeficiente de encruamento n onde obteve um melhor ajuste para os valores  $q_1 = 1.25$  quando n = 20 e  $q_1$ = 1.8 quando n = 5, ou seja, uma sensibilidade à taxa de encruamento. Entretanto, esses parâmetros permitiram obter curvas mais próximas de resultados experimentais, uma vez que possuem influência na forma da superfície de escoamento. A influência desses parâmetros é observado somente depois que a redução da resistência do material fica evidente.

Esses parâmetros foram estudados por Thomason (THOMASON, 1985) que descreve que o parâmetro  $q_1$  representa a influencia da porosidade na superfície de escoamento e  $q_2$  representa o efeito da pressão, ou seja, quanto menor o valor menor o efeito da pressão (BRAGANÇA DA CUNDA, 2006).

Tvergaard também adicionou uma contribuição na mudança da fração volumétrica de vazios durante o incremento de deformação considerando crescimento de vazios e nucleação de novos vazios na expressão base de Gurson (TVERGAARD, 1982).

$$\dot{f}_{v} = \dot{f}_{crescimento} + \dot{f}_{nucleação}$$
(19)

A nucleação de vazios ocorre principalmente nas partículas de segunda fase, tanto pelo rompimento com a matriz ou pela ruptura da partícula (TVERGAARD, 1982). Com isso, Tvergaard adotou expressão utilizada também por Needleman e Rice (NEEDLEMAN e RICE, 1978)

$$\dot{f}_{nucleação} = A(\bar{\sigma}) + B(\sigma_H)$$
(20)

onde a nucleação depende dos incremento da tensão equivalente ( $\dot{\sigma}$ ) e da tensão hidrostática ( $\dot{\sigma}_H$ ).

Com isso, Tvergaard e Needleman (1984) notaram que a perda completa da capacidade de um material suportar um carregamento na ruptura dúctil devido à coalescência de vazios não era levada em conta na fração volumétrica de vazios pelas equações de Gurson. Foi proposta por eles a contribuição de falha da fração volumétrica extra de vazios em expressões usuais na mudança da própria fração volumétrica de vazios durante o processo de deformação. A fração volumétrica de vazios  $f_v$  foi substituída pelo parâmetro de dano  $f_v^*$ a fim de representar o crescimento acelerado do processo de coalescência de vazios fosse alcançado. Isto representa a perda da capacidade do material de suportar carregamento. Esta modificação ficou conhecida por modelo Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN).

Diversos autores modificaram tanto o modelo de Gurson quanto o de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN), incluindo os efeitos da porosidade, da triaxialidade de tensões, do tamanho e da forma dos vazios nos parâmetros destes modelos, conforme discutido em Besson (BESSON, 2010).

# 2.2.2 Modelamento Matemático da ruptura dúctil com modelo de Gurson modificado

Esta seção descreve o modelo de dano Gurson modificado utilizado na simulação pelo programa ABAQUS<sup>®</sup>/STANDARD. Este modelo é baseado na teoria de plasticidade de metal poroso de Gurson conforme discutido na seção 1.1.

A relação que define o modelo é expressa em termos da fração volumétrica dos poros  $f_v$ , da tensão de escoamento  $\sigma_y$  e da tensão hidrostática  $\sigma_H$ . Uma fração de vazios  $f_v = 0$  implica que o material é denso (ausência de vazios), e a condição de

escoamento fica reduzida à função de escoamento de von Mises, enquanto que  $f_v = 1$  implica que o material é completamente poroso e o material não tem capacidade de suportar carregamento. O modelo geralmente fornece resultados fisicamente razoáveis somente para  $f_v < 0,1$ (Abaqus 6.10).

#### Nucleação e crescimento de vazios

Como já mostrada na Equação (19), a mudança total na fração volumétrica de vazios é dada pela soma da fração volumétrica de vazios correspondente ao crescimento dos vazios,  $\dot{f}_{crescimento}$ , e da fração volumétrica de vazios correspondente a nucleação,  $\dot{f}_{nucleação}$ . O fator  $\dot{f}_{crescimento}$  corresponde à mudança devido ao crescimento de vazios existentes e  $\dot{f}_{nucleação}$  corresponde à mudança devido à nucleação de novos vazios. Crescimento de vazios existentes é baseado na lei da conservação de massa e é expresso em termos da fração volumétrica de vazios:

$$\dot{f}_{crescimento} = (1 - f_v) \dot{\varepsilon}_v^p \tag{21}$$

onde  $\dot{\varepsilon}_{\nu}^{p}$  corresponde a taxa de mudança do volume aparente.

A nucleação de vazios é dada pela relação de deformação controlada (CHU e NEEDLEMAN, 1980):

$$\dot{f}_{nucleação} = A \dot{\bar{\varepsilon}}_m^{pl} \tag{22}$$

onde:

$$A = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_m^{pl} - \varepsilon_N}{s_N}\right)^2\right]$$
(24)

O coeficiente *A* define a quantidade e a velocidade com que se formam os vazios (BRAGANÇA DA CUNDA, 2006). Chu e Needleman (CHU e NEEDLEMAN, 1980) propõem que esse coeficiente tenha uma distribuição normal para descrever a formação de vazios. Essa distribuição normal de nucleação com a deformação tem valor médio de deformação plástica em torno do qual os vazios se formam  $\varepsilon_N$  e um desvio padrão  $s_N$  e  $f_N$  é a fração volumétrica necessária para que haja nucleação de vazios, (os vazios são nucleados somente sob força trativa). Quando  $\varepsilon_N = 0$  ocorre nucleação de vazios quando o material entra em regime de encruamento.

A função de nucleação  $A/f_N$  é assumida tendo uma distribuição normal, como mostra a Figura 7, a seguir, para diferentes valores de desvio padrão (Abaqus 6.10). O material 1 possui um valor de  $s_{N1}$  menor que o desvio padrão do material 2,  $s_{N2}$ . Como se pode observar na Figura 7, o desvio padrão tem influência na concentração da nucleação em torno da deformação plástica média de nucleação  $\varepsilon_N$ . Quando o material possui um valor de desvio padrão pequeno a curva tende a ser mais acentuada, ou seja, os valores se concentram mais em torno do valor médio de deformação de nucleação. Ao contrario do que acontece com valores de desvio padrão maiores onde a curva tende a ser mais aberta em torno do valor médio da deformação de nucleação.

59

Figura 7. Distribuição normal da função de nucleação.



Fonte: (Abaqus 6.10).

A seguir, a Figura 8 mostra o amolecimento de um material em um teste uniaxial de tração de um material poroso para diferentes valores de  $f_N$ . Nota-se que esse parâmetro não desempenha uma influência sobre a parte elasto-plástica do material. A influência se pronuncia na parte onde começa o início dos vazios e na velocidade de queda da carga interferindo na posição da ruptura. O aumento do  $f_N$  antecipa o inicio do aparecimento dos vazios e aumenta a velocidade de queda da carga (SLIMANE, BOUCHOUICHA, *et al.*, 2015).

Figura 8. Influência do  $f_N$  na curva tensão-deformação.



Fonte: (Abaqus 6.10).

Os valores típicos encontrados na literatura para  $\varepsilon_N$  e  $s_N$  se encontram nos intervalos  $0,1 < \varepsilon_N < 0,3$  e  $0,05 < s_N < 0,1$  e para  $f_N = 0,04$  (Abaqus 6.10).

## 2.2.3 Aplicações do modelo de Gurson e suas variantes

A utilização do modelo Gurson e suas variantes requer compreender seu comportamento para melhor aplicar e obter os melhores resultados possíveis. Com esse intuito, esse modelo tem sido alvo de estudos e aplicações por muitos pesquisadores. Um dos primeiros estudos envolvendo o modelo de Gurson na aplicação para ensaio de tração simples de um aço foi realizado por Aravas (ARAVAS, 1987), onde o modelo de Gurson foi utilizado para descrever o comportamento constitutivo de um corpo de prova axisimétrico. Nesta época começaram os estudos de aplicação de Elementos Finitos para analisar estruturas ou processos que apresentavam comportamento não-linear, inelástico. Já se observava que a escolha do tipo de integração era de grande importância para a acurácia e estabilidade da solução devido aos problemas da deformação finita onde as deformações plásticas são da ordem de duas ou três magnitudes maior que as deformações elásticas (ARAVAS, 1987). As propriedades do material estudado foram:  $\sigma_{\nu}/E = 1/300$ ,  $\nu = 0.3$ ,  $q_1 = 1.5$ ,  $q_2 = 1$ ,  $q_3 = q_1^2$ ,  $f_N = 0.04$ ,  $\varepsilon_N = 0.3$ ,  $s_N = 0.1$  e a porosidade inicial utilizada foi zero. Com isso, foi feita uma análise numérica com Elementos Finitos no ABAQUS®. O resultado dessa simulação solução numérica comparado com uma "exata" foi desenvolvida pelo Aravas como é mostrado na Figura 9 (a) e (b). Tanto a curva tensão-deformação, Figura 9 (a), e a curva da porosidade-deformação uniaxial, Figura 9 (b) mostraram boa concordância com a solução numérica.

Figura 9. Comparação entre as curvas tensão-deformação (a) e porosidade-deformação com Elementos Finitos e solução numérica exata (b).



Fonte: (ARAVAS, 1987).

Para estudar numericamente a estricção de um corpo de prova axissimétrico, Aravas utilizou elementos com oito nós com integração por quadratura de Gauss. Foi aplicado um deslocamento de  $0.125l_0$  no corpo de prova sendo que suas dimensões iniciais foram de  $2l_0$  e a razão inicial de comprimento pelo raio  $l_0/R_o$  foi quatro. O nível de porosidade no final da aplicação do deslocamento foi em torno de 10% como mostra a Figura 10. Uma vez que a fração volumétrica de vazios no centro da estricção atinge um valor crítico, a coalescência acontece levando a falha local.

Figura 10. Linhas de contorno de Porosidade.



Fonte: (ARAVAS, 1987).

Mais recentemente, um estudo feito por Cao, Maire, et al. (CAO, MAIRE, *et al.*, 2014) foi realizado em corpos de prova de aço com alto teor de carbono a fim de analisar e caracterizar a ruptura, a acurácia da medição, nucleação de vazios, coalescência de vazios, o efeito da forma do vazio, interação vazio/partícula, encruamento e anisotropia plástica a partir de análises de micro-tomografia de raio-X e testes mecânicos. As micro-tomografias de raios-X foram utilizadas para quantificar o dano durante o ensaio de tração simples *in situ* em corpos de prova com entalhe. O objetivo deste aparato experimental foi identificar os parâmetros do modelo de dano com uma serie de testes que abrangeram uma larga faixa de triaxialidade positiva

65

e o parâmetro de Lode. A disposição do aparato experimental é mostrada na Figura 11.



Figura 11. Aparato experimental da tomografia de raios-X.

Fonte: (CAO, MAIRE, et al., 2014).

Segundo os autores, o dano pode ser observado quantitativamente em 3D como mostrado na Figura 12 em diferentes níveis de deformação. A partir dos resultados obtidos pelas imagens foi observado que a resolução da imagem possui influencia para a interpretação dos mesmos. Quando a resolução é baixa poderá haver inclusões não detectadas o que pode gerar uma interpretação não real do material.

Figura 12. Visualização 3D do dano nas deformações (a)  $\varepsilon = 0.02$ ; (b)  $\varepsilon = 0.25$  e (c)  $\varepsilon = 0.32$ .



Fonte: (CAO, MAIRE, et al., 2014).

As cavidades não-esféricas estavam orientadas com os planos de escorregamento criados durante a deformação, o que confirma uma orientação dos vazios. O ultimo escaneamento antes da fratura mostra uma fração volumétrica de vazios de 0,0024 (CAO, MAIRE, et al., 2014). Os parâmetros constitutivos  $q_1$  e  $q_2$  possuem influência na superfície de escoamento, a partir disso observou-se que o  $q_1$  tem uma influencia maior no comportamento da coalescência. Devido o resultado do ensaio *in situ*,  $q_1$  foi assumido um valor igual 1,494 apresentando uma boa concordância com o modelo. A Figura 13 mostra a comparação resultados entre OS experimentais e numéricos, a qual mostrou que o modelo assumido sem coalescência apresentou melhor ajuste com os resultados experimentais.

Figura 13. Comparação entre as curvas experimental, numérico sem e com coalescência.



Fonte: (CAO, MAIRE, et al., 2014).

Mansouri, Chalal e Abed-Meraim (MANSOURI, CHALAL e ABED-MERAIM, 2014) utilizaram o modelo de dano GTN acoplado com análises de localização de bifurcação para predição de limite de ductilidade. O modelo foi comparado com os resultados experimentais do artigo (BRUNET, MGUIL e MORESTIN, 1998). Deformações localizadas em bandas planas e finas são geralmente as precursoras da falha do material. Uma versão mais ampla do modelo constitutivo GTN é acoplado com o critério de localização de Rice para investigar a localização da deformação. Uma análise sensível é conduzida a respeito aos parâmetros do modelo em uma seleção representativa de materiais dúcteis. Como consequência desse estudo foi observada que a identificação correta dos parâmetros de dano é a chave do problema para uma localização acurada do fluxo plástico usando o modelo GTN acoplado com a teoria da bifurcação. Normalmente, instabilidades de materiais se manifestam na forma de bandas de cisalhamento, no caso de sólidos tridimensionais, ou na forma de estricção localizada em placas metálicas. Neste trabalho, o modelo GTN combinado com o critério de bifurcação de Rice sob condições de deformação plana com ferramentas tridimensionais são aplicadas a fim de analisar a localização da deformação para uma seleção representativa de materiais dúcteis (MANSOURI, CHALAL e ABED-MERAIM, 2014). A Figura 14 mostra a comparação entre as simulações das Curvas Limite de Conformação (CLC) pelo modelo de GTN-Rice e experimental de (BRUNET, MGUIL e MORESTIN, 1998).

Figura 14. Comparação entre as simulações das CLCs pela modelo de GTN-Rice e experimental de Brunet et al. (1998).



Fonte: (MANSOURI, CHALAL e ABED-MERAIM, 2014).

Um estudo foi feito por He, Li e Wang (HE, LI e WANG, 2011) com o modelo GTN para identificar a área de inicio da estricção e para determinar a tensão máxima principal perto da trinca. O ensaio de tração simples foi proposto para identificar os parâmetros do modelo GTN.

A Curva Limite de Conformação (CLC) (também conhecida como, do inglês, Forming Limit Stress Diagram, FLSD) baseada no modelo GTN é uma integração de diferentes estados de triaxialidade no processo de deformação do metal. Essa curva relaciona as deformações principais máxima ( $\varepsilon_1$ ) e mínima ( $\varepsilon_2$ ) (ao longo de duas direções perpendiculares sobre o plano da chapa) no inicio da estricção localizada. Cada tipo de material metálico na forma de chapa pode sofrer deformação até certo nível para que ocorra estricção localizada e fratura. Este nível depende principalmente da combinação da relação entre as deformações principais, maior e menor. O nível mais baixo de deformações ocorre no estado plano de deformações ou próximo. O lado esquerdo dessa curva é composto pela região de tensão-compressão e a parte direita tensão-tensão. A fração volumétrica de vazios é um dos parâmetros do modelo GTN a ser identificado e foi descrita pela proporção da superfície de vazios e determinadas pelo programa Image-Pro plus a partir das microestruturas fotografadas pelo microscópio de varredura. Esse método também é conhecido pelo nome de ensaio de tração simples in situ. Baseado nos parâmetros do modelo GTN identificados, o teste de Nakazima foi simulado. Comparações entre os resultados numéricos e experimentais diagramas de limite de conformação baseado dos na deformação foram realizados e estavam em concordância (HE, LI e WANG, 2011). Como os parâmetros foram determinados

a partir do ensaio de tração simples, a curva CLC numérica teve boa concordância com a curva experimental como mostra a Figura 15.

Figura 15. Comparação da Curva Limite de Conformação do AA5052- O1 entre resultados numérico e experimental.



Fonte: (HE, LI e WANG, 2011).

No trabalho de Abbasi, Ketabchi, et al. (ABBASI, KETABCHI, *et al.*, 2011) foi sugerido um procedimento inverso para estimar os parâmetros do modelo GTN para simulação e predição da CLC pelo ABAQUS<sup>®</sup>. A metodologia do experimento utilizada para desenvolver o estudo foi concebida através da metodologia de superfície de resposta, em inglês *Response Surface Methodology (RSM)*. A RSM é uma
metodologia capaz de considerar simultaneamente vários fatores em diferentes níveis, e fornece um modelo polinomial para a relação entre vários fatores e a resposta foi tratada através do uso do *Central Composite Design* (CCD). O CCD é um modelo de regressão polinomial quadrática. O material utilizado foi o aço IF devido à sua grande ductilidade e conformabilidade. Dentre os seis mais importantes parâmetros do modelo GTN,  $f_0, f_N, f_c, f_f, \varepsilon_N, S_N$  da distribuição normal da deformação de nucleação foram considerados constantes  $\varepsilon_N = 0,1$  e  $S_N = 0,1$ . Ao final, como mostra a Figura 16, as curvas CCL experimental e numérica mostraram boa concordância.

Figura 16. Comparação entre diferentes curvas CLC experimentais e a predição numérica.



Fonte: (ABBASI, KETABCHI, et al., 2011).

73 No trabalho de Kami, Dariani, et al. (KAMI, DARIANI, et al., 2015) o modelo GTN foi utilizado para determinar a de conformação para chapas curva limite anisotrópicas. O comportamento mecânico da matriz do material foi descrito pelo critério de escoamento quadrático Hill'48 e uma equação de encruamento isotrópica. Uma subrotina VUMAT foi desenvolvida e utilizada dentro do código de elementos finitos do ABAQUS<sup>®</sup>/Explicit (KAMI, DARIANI, et al., 2015). O material utilizado foi uma chapa metálica AA6016-T4 (um milímetro de espessura) que foi utilizada para construir a curva limite de conformação

metálicas

utilizando a subrotina VUMAT a partir da simulação numérica do teste de Nakazima. A deformação plástica e a distribuição da fração volumétrica de vazios próximas da seção de fratura foram analisadas. Os parâmetros do material envolvidos nas equações constitutivas foram determinados por meio de um procedimento de identificação que combina a metodologia de superfície de resposta (da sigla em inglês RSM) e a simulação de um ensaio de tração simples. As propriedades mecânicas desse material foram determinadas pelo ensaio de tração simples uniaxial em corpos de prova retangulares, onde foi utilizada a lei de encruamento de Swift (SWIFT, 1952). Os parâmetros utilizados no modelo GTN foram:  $q_1 = 1,5, q_2 =$ 1,  $q_3 = 2,25$ ,  $S_N = 0,1$  e  $\varepsilon_N = 0,3$ . Com a ajuda do software ARAMIS® foi determinado o ponto correspondente na curva limite de conformação. A Figura 17 mostra que o resultado obtido pela simulação numérica utilizando o modelo GTN comparando com os resultados experimentais e confrontado com as predições com o modelo de Marciniak-Kuczynski (M-K) e o critério da força máxima modificada (do inglês, modified maximum force criterion, MMFC). A Figura 17

mostra boa concordância do modelo GTN com os dados experimentais, muito mais do que os modelos M-K e MMFC.





Fonte: (KAMI, DARIANI, et al., 2015).

Outro estudo foi realizado a fim de investigar uma variação do modelo GTN, denominada GTNB. Fansi, Balan, et al. (FANSI, BALAN, *et al.*, 2013) implementaram uma subrotina (VUMAT) no código FE ABAQUS<sup>®</sup>/Explicit. Esse modelo de dano integra os três mecanismos de dano: nucleação, crescimento e coalescência de vazios. Essa

contribuição foi baseada e validada a partir dos resultados experimentais do ensaio de tração simples com corpos de prova cilíndricos com entalhe originários de medições de tomografias de absorção de raios-x de alta definição. A partir das imagens foi possível medir a porosidade inicial do material, o valor da fração volumétrica de vazios critica e o valor final da fração volumétrica de vazios. Este trabalho foi baseado nos resultados experimentais obtidos no artigo de Landron, Bouaziz, et al. (LANDRON, BOUAZIZ, et al., 2010). No ensaio experimental foi utilizada uma chapa de aco de estampagem profunda de 3 mm com 11% de martensita. Este modelo foi aplicado para prever a evolução do dano e o estado de tensão em um ensaio de tração simples com corpo de prova com entalhe (FANSI, BALAN, et al., 2013). Como se pode observar pela Figura 18, curvas experimentais e numéricas apresentam as boa concordância

Figura 18. Comparação entre as curvas tensão-deformação entre o modelo GTNB e resultados experimentais para o ensaio de tração simples.



Fonte: (FANSI, BALAN, et al., 2013).

No trabalho de Zhiying e Xianghuai (ZHIYING e XIANGHUAI, 2009) foi utilizado o modelo de Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) baseado no critério de escoamento de Hill anisotrópico quadrático na predição da evolução do dano de materiais dúcteis plásticos anisotrópicos e regra de encruamento isotrópico para a matriz do material. O modelo original de Mises-GTN e o modelo Hill'48-GTN anisotrópico estendido foram implantados no código comercial de elementos finitos do ABAOUS<sup>®</sup> através da subrotina VUMAT definidos pelo usuário. No estudo foi avaliada a tensão uniaxial e tração da placa grossa para a estampagem profunda de um copo cilíndrico. Foram utilizados dois tipos de corpos de prova: barra cilíndrica e chapa grossa submetidos a tensão

uniaxial. As propriedades utilizadas para na simulação do ensaio de estampagem profunda foram as de uma liga de Alumínio AA6111-T4. Com isso, foi encontrado que a anisotropia plástica da matriz em placas metálicas dúcteis tem uma influencia em ambos os comportamento de deformação e evolução do dano do material. A evolução do dano foi baseada na hipótese da distribuição de vazios esféricos isotrópicos na matriz do material. Esta modificação fenomenológica do modelo GTN leva em consideração a anisotropia plástica na mudança da contribuição da tensão desviadora na função potencial (ZHIYING e XIANGHUAI, 2009). A Figura 19 mostra que durante o estagio inicial das curvas por Mises-GTN e von Mises/Explicit (ABAQUS<sup>®</sup>) sem dano são iguais. À medida deformação aumenta, o dano vai acumulando a que gradualmente e as propriedades do material começam a deteriorar levando a curva a um decaimento, o que acontece da mesma maneira para a curva Hill'48-GTN e Mises-GTN. A comparação do modelo de Mises-GTN com Hill'48-GTN mostra que a anisotropia do material tem efeito nos resultados (ZHIYING e XIANGHUAI, 2009).

77

Figura 19. Comparação das curvas (a) tensão axial e (b) porosidade.



Fonte: (ZHIYING e XIANGHUAI, 2009).

Como o modelo de dano dúctil GTN apresentou bom tipos resultado para diversos de materiais. muitos pesquisadores fizeram estudos com o modelo GTN em diversos contextos. Atualmente, a implantação do modelo GTN e utilizada com programas de simulação numérica que utilizam o modelo de Elementos Finitos o qual define o componente a ser estudado com uma malha para chegar à resolução do modelo. Neste contexto, Kumar (KUMAR, 2003) estudou e apresentou um método sem malha que combina o modelo de Gurson -Tveergard - Needleman (GTN) e o método de fissuramento de partículas sem malha, do inglês meshfree cracking particles method (CPM). O modelo GTN é empregado para modelar o comportamento constitutivo dúctil na matriz do material enquanto que o descontinuo CPM é empregado na pós localização. CPM modela a ruptura por um conjunto de segmentos de trincas que atravessam a totalidade do domínio de influência das funções de forma sem malha.

O método *CPM* é baseado na decomposição do campo do deslocamento em uma parte contínua e outra descontínua. A parte contínua é modelada com a aproximação da partícula de *kernel*. No *CPM* a trinca é modelada por um conjunto de segmentos discretos de trinca. O segmento de trinca é introduzido quando certo critério de fissuramento é atingido. O segmento de trinca é posicionado no local da partícula e é necessário atravessar a totalidade do domínio de influência. O início da ruptura é modelado pelo critério de estabilidade da perda de material.

Figura 20. Representação do mosaico de Voronoi.



Fonte: (KUMAR, 2003).

As integrais são avaliadas pela integração dos pontos de tensão, um dos métodos mais eficientes das técnicas de integração dos métodos sem malha. É baseado no mosaico de Voronoi como mostra a Figura 20.

A extensão da ruptura dúctil *CPM* e o modelo GTN foram usados para essa análise sem malha. Estes métodos foram utilizados para dois problemas: tração simples uniaxial e flexão de três pontos. Esses dois problemas apresentaram resultados muito próximos do experimental, validando então esse método para problemas de rupturas complexas.

## **3 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

81

## 3.1 ENSAIOS DE TRAÇÃO: MATERIAL E PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

A análise do ensaio de tração simples se deu através da comparação entre os resultados obtidos nas curvas experimentais realizadas pelo doutorando Ricardo Unfer, UDESC, e na simulação numérica deste ensaio utilizando o software ABAQUS<sup>®</sup>. Ressaltando-se que a simulação foi realizada a partir dos resultados obtidos através do ensaio de tração simples.

Na parte experimental, foram utilizados corpos de prova cilíndricos, sendo usinados ao longo da direção longitudinal a partir de barras quadradas de aço IF. As dimensões estão mostradas na Figura 21. Esses corpos de prova foram submetidos ao ensaio de tração simples em uma máquina universal de ensaio de tração, EMIC, utilizando uma célula de carga de 2 toneladas e uma velocidade de deformação de 2mm/min a fim de obter as curvas de tensão-deformação e os parâmetros de encruamento. O deslocamento dos corpos de prova foi monitorado a partir de um extensômetro de abertura 50 mm preso no revestimento das garras do corpo de prova. Figura 21. Dimensões do corpo de prova do ensaio de tração simples.



Fonte: produção própria do autor.

Figura 22. Corpos de prova ensaiados até próximo da ruptura total.



Fonte: produção própria do autor.

Os dados foram armazenados e processados em um computador desktop. O ensaio foi conduzido até próximo da ruptura total como é mostrado na Figura 22. As curvas experimentais de tensão verdadeira-deformação verdadeira, obtidas através do ensaio de tração simples de três dos corpos de prova, foram traçadas como mostra a Figura 23. A construção dessas curvas é explicada com mais detalhes no Anexo A. A partir das curvas da tensão-deformação verdadeira experimental dos corpos de prova é possível encontrar os parâmetros da lei de encruamento do material ideal livre de poros e do modelo de Gurson (Anexo A).

Figura 23. Curvas experimentais tensão versus deformação verdadeira dos corpos de prova 1, 2 e 3.



Fonte: produção própria do autor, 2013.

O ajuste entre as curvas da simulação numérica a partir da curva experimental do ensaio de tração simples do corpo de prova cilíndrico não é tarefa fácil, uma vez que a curva de encruamento utilizada pelo ABAQUS<sup>®</sup> é do material ideal que é diferente da curva experimental do aço IF. A lei de encruamento isotrópica de Swift ou Hollomon (SWIFT, 1952) modificada foi escolhida para descrever a curva de encruamento do material ideal, a qual descreve com boa precisão a não-linearidade do encruamento de muitos sólidos dúcteis. Este modelo relaciona a deformação plástica equivalente de encruamento com a tensão equivalente como:

$$\sigma_{\nu} = K(\varepsilon_0 + \bar{\varepsilon}^{pl})^n \tag{25}$$

ou, rearranjando;

$$\sigma_y = K \varepsilon_o^n \left( 1 + \frac{\bar{\varepsilon}^{pl}}{\varepsilon_o} \right)^n \tag{26}$$

Da lei de Hollomon, definem-se:

$$\sigma_0 = K \varepsilon_o^n \tag{27}$$

e;

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon_o} \tag{28}$$

Com isso, a equação da deformação de encruamento de Swift modificada pode ser escrita como:

$$\sigma_{\gamma} = \sigma_o (1 + \beta \bar{\varepsilon}^{pl})^n \tag{29}$$

onde  $\varepsilon_o$  é a pré-deformação ou a constante de conveniência para ajustar a tensão de escoamento,  $\overline{\varepsilon}^{pl}$  é a deformação plástica equivalente, *K* é o coeficiente de resistência, *n* é o coeficiente de deformação de escoamento e  $\sigma_o$  é o limite de escoamento.

## 3.2 ENSAIO DE TRAÇÃO: SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

A simulação do ensaio de tração dos corpos de prova de aço IF foi efetuada utilizando o programa ABAQUS<sup>®</sup> versão 6.10 Standard com elementos quadrilaterais na geometria 2D, hexagonais e prismáticos, na geometria 3D. Foi definida uma malha mais refinada próximo da região da ruptura enquanto que foi utilizada uma malha mais grosseira ao longo do corpo de prova, como mostra a Figura 24(a).

O corpo de prova 2D possui 494 elementos axissimétricos quadrilaterais com oito nós, totalizando 561 nós. Na simulação 3D foram utilizados 7164 elementos hexagonais de 20 nós e 444 elementos prismáticos de 15 nós, totalizando 33283 nós. Todos os elementos utilizaram integração completa. É assumido que os corpos de prova são axissimétricos, permitindo que a simulação fosse realizada utilizando apenas <sup>1</sup>/<sub>4</sub> da geometria, como é mostrado na Figura 24(a) e (b).

85

Figura 24. Malhas dos corpos de prova nas simulações (a) 2D e (b) 3D.



Fonte: produção própria do autor.

Como o corpo de prova utilizado no ensaio experimental é simétrico, o modelo geométrico foi definido com um comprimento total no valor da metade da parte útil do corpo de prova, ou seja, 17,5 mm, como mostrado na Figura 24.

Figura 25. Condições de contorno na simulação 2D.



Fonte: produção própria do autor.

Para a simulação 2D foi aplicada uma condição de contorno de simetria ao longo do eixo Y como e mostrada na Figura 25, ou seja, a superfície não se movimenta na direção X com rotação restrita em torno da direção Y. A seguir foi imposta a condição de deslocamento nulo na superfície superior. Por fim a base do corpo de prova é submetida a um deslocamento para baixo de quatro milímetros, U = 4 mm.

Nas condições de contorno da simulação 3D também foi imposto um deslocamento na base do corpo de prova de quatro milímetros como é mostrado na Figura 26.

87

Figura 26. Condição de contorno: deslocamento da base do corpo de prova.



Fonte: produção própria do autor.

Figura 27. Condições de contorno: (a) face superior; (b) face lateral esquerda, Plano Y-Z; (c) face lateral direita, Plano X-Y.



Fonte: produção própria do autor.

Enquanto isso, a face superior do corpo de prova tem restrição de deslocamento, ou seja, na direção Y o deslocamento é zero. Na face lateral esquerda foi imposta uma restrição de simetria em relação ao plano Y-Z, ou seja, não há deslocamento na direção X nem rotação em torno das direções Y e Z. Na face lateral direita foi imposta uma restrição de simetria em relação ao plano X-Y de modo que não há deslocamento na direção Z nem rotação em torno das direções Y e X como é mostrado na Figura 27.

As curvas de tensão versus deformação verdadeira para cada corpo de prova permitem estimar os parâmetros da lei encruamento do material ideal e do modelo de Gurson. Os parâmetros de Gurson foram estimados baseando-se na

89

literatura (Abaqus 6.10) e (ARAVAS, 1987) enquanto que os parâmetros de encruamento foram determinados a partir do ensaio de tração simples do aço IF. Os parâmetros são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros obtidos a partir do ajuste das curvas experimentais e da literatura.

Parâmetros de encruamento			Parâmetros do Modelo de Gurson					
n	β	<b>σ</b> <sub>o</sub> (MPa)	$\mathbf{q}_1$	$q_2$	<b>q</b> <sub>3</sub>	ε <sub>n</sub>	s <sub>n</sub>	$\mathbf{f}_{n}$
0.269	300	130	1,1	1,0	1,21	0,25	0,1	0,04

Fonte: produção própria do autor.

Na simulação no ABAQUS<sup>®</sup> a curva tensão versus deformação obtida através dos ajustes dos parâmetros da lei de encruamento é utilizada como dado de entrada. A partir dos resultados obtidos através da simulação numérica foram traçadas as curvas força *versus* deslocamento. Essas curvas foram traçadas com o intuito de comparar a curva experimental com a curva obtida a partir do modelo Gurson modificado com os parâmetros citados acima, como é mostrado na Figura 28.

Figura 28. Comparação entre as curvas de Gurson\_3D, Gurson\_2D e experimental.



Fonte: produção própria do autor.

E possível observar que a diferença entre as curvas relativas às simulações 3D e 2D é muito pequena. Além disso, foi obtida a curva correspondente ao modelo de von Mises, como é mostrado na Figura 29. Como é esperado, a curva de von Mises apresenta um comportamento de aumento na força ao final da curva, uma vez que este modelo não assume a nucleação de vazios durante a deformação. Este estudo permite concluir que a simulação 3D é consistente e acurada em relação à solução 2D, de modo que poderá ser utilizada com segurança na simulação 3D do ensaio de flexão de 3 pontos discutido na seção 3.3.

Figura 29. Comparação das curvas com modelo Gurson e von MISES, nas dimensões 3D e 2D.



Fonte: produção própria do autor.

Com o resultado do corpo de prova simulado, foi estudado o comportamento da evolução da fração de vazios e da deformação plástica equivalente ao longo do processo de deformação. Como é mostrada nas Figuras 30 e 31, a distribuição da fração volumétrica de vazios e da deformação plástica equivalente possui um comportamento semelhante. Figura 30. Distribuição volumétrica de vazios (VVF) nos deslocamentos de (a) 0,3; (b) 2 e (c) 4 milímetros.



Fonte: produção própria do autor.

Figura 31. Distribuição da Deformação Equivalente (PEEQ) nos deslocamentos (a) 0,3; (b) 2 e (c) 4 milímetros.



Fonte: produção própria do autor.

As simulações mostram que o valor máximo de ambos no início do processo está situado na parte central do corpo de prova ao longo do eixo Y, Figura 30 (a), migrando para a região de estricção ao final do processo.

A partir dos resultados obtidos numericamente foi possível obter as curvas da evolução da fração volumétrica de vazios ao longo do eixo de simetria longitudinal do corpo de prova e ao longo da direção radial. Nestas duas situações foram plotadas curvas em diferentes instantes (deslocamento) visando observar o comportamento da fração volumétrica ao longo do ensaio. Figura 32. Evolução da fração de vazios ao longo do raio no plano de simetria X-Z.



Fonte: produção própria do autor.

De acordo com as curvas mostradas na Figura 32, a variação da fração volumétrica de vazios entre o centro e a superfície do corpo de prova é pequena. Entretanto, uma clara tendência de evolução pode ser observada indicando uma variação da fração de vazios cujo processo de dano se inicia pela superfície externa ( $f_v$  é maior nesta região).

À medida que a deformação aumenta, a região de dano máximo se move em direção ao centro do corpo de prova (para U = 2,4 mm o máximo dano ocorre em uma região intermediária entre o centro e superfície do corpo de prova). Nos estágios finais, o máximo dano ocorre no centro do corpo de prova. Experimentalmente este é o ponto de início da fratura macroscópica.

A Figura 33 mostra a evolução das frações volumétricas em todos os estágios de deslocamento do corpo de prova analisados separadamente na Figura 32. A partir da Figura 33 é observada que a variação da fração de vazios entre o centro e a superfície do corpo de prova é pequena. Entretanto, observa-se que a fração de vazios aumenta à medida que a estricção no plano de simetria X-Z aumenta. O raio inicial nesta região é r =4 mm e o raio final é r = 3,17 milímetros. Figura 33. Evolução da fração de vazios ao longo do raio no eixo de simetria R - R'.



Fonte: produção própria do autor.

Já a Figura 34 mostra os resultados obtidos da curva da fração volumétrica de vazios *versus* posição ao longo do comprimento do corpo de prova. Observa-se através da Figura

34 que não há dano junto à fixação do corpo de prova (fração de vazios é nula) sendo que o dano aumenta apenas na região útil do corpo de prova. Além disso, até um deslocamento U =2,4 mm observa-se pequena variação da fração de vazios ao longo do eixo de simetria na região útil. Isto indica que o deformação é quase uniforme, processo de ou seja. praticamente não há variação nos parâmetros mecânicos do material (deformação plástica equivalente, fração de vazios e tensão de escoamento) nesta região. Por outro lado, para deslocamentos maiores do que U = 2.4 mm a triaxialidade do estado de tensão fica evidente, uma vez que a fração de vazios apresenta grande variação ao longo do eixo de simetria Y-Y'.

99

Figura 34. Evolução da fração de vazios ao longo do eixo de simetria Y-Y'.



Fonte: produção própria do autor.

Figura 35. Relação entre a deformação plástica equivalente e a fração de vazios (a) ao longo do raio no plano de simetria X-Z e (b) ao longo do eixo de simetria Y-Y para um deslocamento de 4 mm.



Fonte: produção própria do autor.

Na Figura 35 é observada que uma deformação plástica mais alta implica em uma maior fração de vazios, ou seja, a deformação plástica leva a um aumento do dano, culminando com o surgimento de uma falha macroscópica. Ressaltando-se ainda que a evolução do dano (fração de vazios) é não linear em relação à deformação plástica equivalente (recorda-se que o modelo de Gurson também depende da tensão hidrostática).

## 3.3 ENSAIOS DE FLEXÃO DE TRÊS PONTOS: SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

O ensaio de flexão de três pontos tem sido largamente utilizado para avaliar a falha do material de acordo com a mecânica da fratura clássica. No presente caso, a geometria do corpo de prova é dada pela norma ASTM E399-90, exceto por um entalhe central reto passante com topo semicircular ao invés de uma fissura estreita, conforme estudado previamente por Giovanola, Kirkpatrick e Crocker (GIOVANOLA, KIRKPATRICK e CROCKER, 1999) e Mashayekhi, Ziaei-Rad, et al. (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005). A Figura 36 mostra a geometria e as dimensões do corpo de prova utilizado no presente trabalhado. Figura 36. Representação das dimensões do corpo de prova de flexão com três pontos.



Fonte: produção do próprio autor.

Giovanola, Kirkpatrick e Crocker (GIOVANOLA, KIRKPATRICK e CROCKER, 1999) estudaram experimentalmente o efeito de escala através de corpos de prova semelhantes àquele mostrado na Figura 36. Os autores utilizaram o aço de alta resistência HY 130. As análises mostraram que a fratura ocorre na superfície semi-circular do entalhe e combina efeitos de nucleação e crescimento de vazios e cisalhamento.

Uma avaliação numérica deste ensaio foi apresentada por Mashayekhi, Ziaei-Rad, et al (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005) utilizando o modelo de dano de Lemaitre (LEMAITRE, 1984). A geometria do corpo de prova é aquela mostrada na Figura 37, sendo que a simulação do corpo de prova no ensaio de flexão de três pontos ocorreu utilizando o plano de simetria, sendo simulada somente a metade da amostra com as condições de contorno de simetria devidas.

Foi possível observar no trabalho supracitado que o amolecimento causado pelo dano diminui a capacidade de carregamento da amostra. 0 amolecimento suportar progressivo durante o carregamento reflete a degradação interna na resposta do material. Os resultados do modelo com dano concordam quase totalmente com o experimental. A posição detectada experimentalmente do início da trinca coincide com o crescimento do dano. Durante os estágios iniciais do processo de carregamento, o dano foi crescendo uniformemente pelo entalhe. Conforme a amostra é deformada progressivamente, a área máxima do dano move gradualmente para o centro do entalhe. Isto é devido à maior razão de triaxialidade no centro do entalhe. Na carga máxima, o parâmetro de dano no centro do elemento no centro da amostra é quatro vezes maior que no elemento perto da aresta da amostra. Ressalta-se que uma comparação qualitativa com os resultados do presente estudo será apresentada ao final desta seção.

No presente caso, para a simulação foram utilizados 24024 elementos hexagonais com oito nós no corpo de prova. Para cada cilindro, dois apoios e o cilindro para a aplicação do deslocamento, foram utilizados 1120 elementos, dos quais 896 são hexagonais com oito nós e 224 são elementos com formato de cunha com seis nós totalizando 27432 nós todos utilizando

105

integração completa. A Figura 37 ilustra o modelo geométrico e a malha adotada.

Figura 37. Modelo geométrico e Malha do ensaio de flexão de três pontos.



Fonte: produção própria do autor.

Na simulação do ensaio de flexão de três pontos foram impostas as seguintes condições de contorno:

- CC 1 = os cilindros de apoio foram submetidos à uma condição de engaste (todos os deslocamentos são nulos, Figura 38 (a);
- CC 2 = linha de simetria longitudinal (direção X) foi submetida a uma restrição de deslocamento na direção Z, Figura 38 (b);
- CC 3 = linha de simetria transversal (direção Z) foi submetida a uma restrição de deslocamento na direção X, Figura 38 (c).



Figura 38. Condições de contorno CC1, CC2 e CC3

Fonte: produção própria do autor.

Para a aplicação do deslocamento do cilindro superior foi criada uma equação de restrição entre o cilindro e um ponto de referencia localizado acima do cilindro. Esta equação vincula o ponto ao cilindro o que implica que quando o ponto deslocar o cilindro inteiro irá deslocar junto. Além disso, foi determinado que o contato entre os cilindros e o corpo de prova possui uma superfície com coeficiente de atrito de 0,1.

(b)

A Figura 39 (a) representa a condição CC 4 onde a superfície do cilindro é submetida restrições às de

107

deslocamento em todas as direções. A Figura 39 (b) mostra a condição de contorno CC 5 que representa o deslocamento do ponto de referência que impõe o deslocamento ao cilindro superior provocando a deformação do corpo de prova.

Figura 39. Condições de contorno CC 4 e CC 5 impostas no cilindro superior.



Fonte: produção própria do autor.

A simulação foi realizada também com o ABAQUS<sup>®</sup> /STANDARD sendo que as propriedades do material foram escolhidas de acordo com o material já utilizado para o ensaio
de tração simples do aço IF. Com o resultado do corpo de prova simulado foram observados os comportamentos da evolução da fração de vazios e da deformação plástica equivalente ao longo do processo de deformação do corpo de prova. Como é mostrada nas Figuras 40 e 41, tanto a distribuição da fração volumétrica de vazios como a deformação plástica equivalente possuem um comportamento semelhante.

Figura 40. Evolução da fração volumétrica de vazios nos deslocamentos (a) U = 0,1 mm, (b) U= 3 mm e (c) U = 6 mm.



Fonte: produção própria do autor.

Figura 41. Evolução da deformação plástica equivalente nos deslocamentos (a) U = 0,1 mm, (b) U = 3 mm e (c) U = 6 mm.



Fonte: produção própria do autor.

Os valores máximos tanto da deformação plástica equivalente como da fração de vazios no início do ensaio (U = 0,1 mm) estão situados na parte central ao longo do comprimento do entalhe. À medida que o processo de deformação avança, a faixa de concentração de ambos aumenta na direção X e se estreita na direção Z.

A partir dos resultados obtidos numericamente foi possível plotar as curvas da evolução da fração volumétrica de vazios no eixo de simetria ao longo do comprimento do entalhe. Nestas duas situações foram plotadas curvas em diferentes instantes (deslocamento) da simulação para observar o comportamento da fração volumétrica ao longo do ensaio.

Figura 42. Eixo de simetria na raiz do entalhe: evolução da fração volumétrica de vazios para os deslocamentos 0,1; 0,3; 1,8; 3; 5 e 6 milímetros.



Continuação - na página seguinte.



Fonte: produção própria do autor.

De acordo com as curvas mostradas na Figura 42, no início do processo da deformação a variação da fração volumétrica de vazios ao longo da direção Z é pequena. Entretanto, existe uma clara tendência que pode ser observada na Figura 42 (a), indicando uma variação da fração de vazios cujo processo de dano se inicia próximo da superfície externa  $(f_v \text{ é maior nesta região}).$ 

À medida que a deformação aumenta, a região de dano máximo se move em direção ao centro do corpo de prova (para U = 0,3 mm o valor máximo de dano ocorre em uma região intermediária no centro do entalhe do corpo de prova conforme ilustrado na Figura 42 (b)). Nos estágios finais, o máximo dano ocorre no centro do corpo de prova. Experimentalmente este é o ponto de início da fratura macroscópica (GIOVANOLA, KIRKPATRICK e CROCKER, 1999). A Figura 43 mostra a evolução da fração volumétrica de vazios em todos os estágios de deslocamento do corpo de prova mostrados separadamente na Figura 42. Figura 43. Eixo de simetria na raiz do entalhe: fração volumétrica de vazios para os deslocamentos 0,1; 1,8; 3; 5 e 6 milímetros.



Fonte: produção própria do autor.



Figura 44. Fração de vazios versus direção X

Fonte: produção própria do autor, 2015.

A Figura 44 mostra a variação da fração de vazios ao longo da direção X na parte central do entalhe, como mostrado na ilustração para os deslocamentos de U = 0,1, 1,8, 3, 5 e 6 mm. Pode-se observar que a variação da fração volumétrica de vazios é maior junto à raiz do entalhe. Além disso, até um deslocamento U = 0.1 mm observa-se pequena variação da fração de vazios ao longo do eixo.

Figura 45. Fração de vazios *versus* deformação plástica equivalente, ao longo da raiz do entalhe (a), transversal ao entalhe (b).



(b)



Fonte: produção própria do autor.

Na Figura 45 é observado que para uma deformação plástica mais alta implica em uma maior fração de vazios, ou seja, a deformação plástica leva a um aumento do dano, culminando com o surgimento de uma falha macroscópica. Como já visto para o ensaio de tração, a evolução do dano (fração de vazios) é não-linear em relação à deformação plástica equivalente (recorda-se que o modelo de Gurson também depende da tensão hidrostática).

Após esses estudos pode-se fazer uma avaliação comparativa com os resultados obtidos por (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005). Em seu trabalho, como já explicitado anteriormente, foi utilizado um material diferente do utilizado aqui nesta dissertação. Mashayekhi et al. (2005) utilizaram um aço de alta resistência HY 130.

É observado nas Figuras 46 (a) e (b) que a máxima concentração de dano (a) ou vazios (b) está localizada na parte central do entalhe, mostrando que os resultados aqui obtidos com o modelo de Gurson modificado utilizando o programa do ABAQUS<sup>®</sup>.

Figura 46. Comparação dos resultados obtidos no trabalho de Mashayekhi et al. (2005) (a) e no presente trabalho (b).



Fontes: (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005) (a) e produção própria do autor (b).

Além disso, Mashayekhi et al. (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005) também fizeram uma comparação com os resultados experimentais obtidos por Giovanola, et al. (GIOVANOLA, KIRKPATRICK e CROCKER, 1999). Na Figura 47 é observado que existe uma grande semelhança entre os três estudos. A Figura 47 (a) ilustra o início de uma trinca localizada na região central do entalhe de um corpo de prova do ensaio de flexão de três pontos por Giovanola et al (1999). As Figuras 47 (b) e (c) ilustram o resultado final da solução por elementos finitos de Mashayekhi et al (2005). e deste trabalho, respectivamente. É observada a semelhança desses três resultados, cuja região de maior concentração de dano é representada na parte central dos corpos de prova. Figura 47. Comparação entre os resultados experimentais.



Fontes: (GIOVANOLA, KIRKPATRICK e CROCKER, 1999) (a), (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, *et al.*, 2005) (b) e produção própria do autor (c).

## 4 CONCLUSÕES

Neste trabalho, o conceito de dano dúctil de Gurson foi estudado a fim de entender o comportamento e o mecanismo de ruptura em materiais dúcteis. A lei de encruamento utilizada, lei fenomenológica de Holomon ou Swift modificado em conjunto com o modelo de dano de Gurson modificado implementado no programa ABAQUS<sup>®</sup>, foram capazes de prever com sucesso o comportamento da curva de tensão-deformação do aço IF.

Na simulação 3D com o programa ABAQUS<sup>®</sup> 6.10, o comportamento da curva força-deslocamento foi comparado com a curva 2D e observado que não há diferença significativa entre os resultados. Em ambos os casos foi gerada uma malha estruturada, retangular no caso 2D e hexagonal e prismático no caso 3D, com refinamento da malha na região onde ocorre a estricção local do corpo de prova. O elemento finito utilizado na simulação foi de quatro nós na simulação 2D e de oito nós na simulação 3D.

Os parâmetros da lei de encruamento determinados a partir do ensaio de tração simples foram n = 0,269,  $\beta = 300$ ,  $\sigma_0 = 130$  MPa. Os parâmetros empregados no modelo de Gurson modificado foram  $q_1 = 1,1$ ,  $q_2 = 1,0$ ,  $q_3 = 1,21$ ,  $\varepsilon_N = 0,25$ ,  $s_N = 0,1$  e  $f_N = 0,04$ . As propriedades plásticas  $\beta = 1/\varepsilon_0$  e  $\sigma_0$  se referem à condição de inicio da deformação plástica quando a fração volumétrica de poros é da ordem de  $10^{-4}$ , portanto, material praticamente livre de vazios. Entretanto, o coeficiente de encruamento *n* foi encontrado a partir da curva logarítmica experimental, pois a lei de encruamento utilizada na simulação considera o material como

121

sendo ideal sem poros e isotrópico, ou seja, material de von Mises. Sendo assim, a curva inserida no ABAQUS<sup>®</sup> está acima da curva experimental.

Os parâmetros  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  foram retirados da literatura sobre aço. Porém, o parâmetro  $q_1$  foi modificado com o intuito de melhor se ajustar a curva experimental. Os valores de  $\varepsilon_n$ ,  $S_n$ e  $f_N$  são os valores mais usados em literaturas para aços. Com isso o resultado da simulação da fração volumétrica de vazios ao longo do ensaio de tração simples mostrou que no início a maior concentração de vazios está na superfície do corpo de prova próximo ao local onde ocorrerá a estricção. A medida que a deformação aumenta a concentração maior de vazios se desloca para o eixo central do corpo de prova o que está de acordo com o que foi encontrado na literatura. Portanto, a coalescência dos vazios, gerando uma macro-trinca e início da ruptura dúctil ocorre na região do eixo central e onde acontecerá a estricção.

No ensaio de flexão de três pontos, a simulação foi realizada a fim de se observar o comportamento da fração volumétrica de vazios e comparar qualitativamente com os artigos de Mashayekhi et al. (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, et al., 2005) e Giovanola et al. (GIOVANOLA, KIRKPATRICK e CROCKER, 1999). Foi observada tanto a evolução da fração volumétrica de vazios como a deformação plástica equivalente. A fração volumétrica de vazios teve um comportamento similar artigo de Mashayekhi com a apresentada no et al. (MASHAYEKHI, ZIAEI-RAD, et al., 2005) ou seja, os vazios tendem a se concentrar na parte central do entalhe. Essa região pode ser considerada como o local de início de uma trinca que levará ao rompimento do corpo de prova.

### 5 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões de trabalhos futuros são descritas a seguir:

- Realizar um estudo para corpos de prova com entalhe no ensaio de tração simples;
- Desenvolver um modelamento numérico de otimização dos parâmetros tanto da curva de encruamento como do modelo de Gurson modificado;
- Realizar os mesmos ensaios para corpos de prova de outros materiais bem como validar o modelo de Gurson modificado para esses materiais;
- Implementar outros modelos de dano dúctil para o aço IF no ABAQUS<sup>®</sup> tal como o modelo de Lemaitre (1984).

# ANEXO A – ENSAIO DE TRAÇÃO SIMPLES

O ensaio de tração simples experimental pode ser utilizado para a obtenção das propriedades de elasticidade e plasticidade sob estado uniaxial de tensões, tais como o módulo de Young E, coeficiente de Poisson  $\boldsymbol{v}$ , limite de escoamento LE, limite de resistência a tração LR, limite de ruptura, alongamento total AL (%), coeficiente de anisotropia plástica R, pré-deformação  $\varepsilon_0$  e coeficiente de encruamento *n* (DOWLING, 2006). O ensaio é realizado tomando-se um corpo de prova que tenha uma parte útil paralela, de área inicial constante, sendo considerado estado uniaxial de tração. Nesta dissertação, o corpo de prova utilizado foi cilíndrico sem entalhes, onde a área inicial é calculada por:

$$A_0 = \frac{\pi D_0^2}{4}$$
(31)

onde  $D_0$  é o diâmetro inicial. Sendo que o valor para a área inicial do corpo de prova 2 medida foi de 49,89 mm<sup>2</sup> e o comprimento inicial  $L_0$  de 24,80 mm.

Os dados fornecidos pela para a construção da curva de tensão-deformação são: tempo, deslocamento  $\Delta L$  (mm) e força P (N). O gráfico obtido da *Máquina Universal de Tração* é ilustrado na Figura 48:

125

Figura 48. Gráfico obtido da Máquina Universal de Tração.



Fonte: produção própria do autor.

A partir dos valores fornecidos pela *Máquina Universal de Tração* foram calculadas as deformações e tensões relativas a cada ponto obtido experimentalmente em um corpo de prova cilíndrico como é mostrado na Figura 49.



Fonte: produção própria do autor.

O conceito mais comum para se medir a deformação elástica é a definição da deformação de engenharia, e, como sendo a razão da mudança no comprimento,  $\Delta L$ , em relação ao comprimento inicial,  $L_0$ :

$$e = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1$$
(32)

O segundo conceito define a deformação verdadeira,  $\varepsilon$ , na região do alongamento uniforme como a integral da variação incremental no comprimento, dL, dividido pelo comprimento atual (instantâneo), L:

$$d\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{dL}{L} \Rightarrow \boldsymbol{\varepsilon} = \int_{L_0}^{L} \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right)$$
(33)

A deformação de engenharia é fácil de ser calculada e é satisfatória para muitas aplicações. A deformação verdadeira ou logarítmica é utilizada para medir as deformações plásticas e na análise teórica dos processos de conformação plástica de metais. Esta definição é vantajosa para as deformações plásticas sucessivas que podem ser somadas para fornecer a deformação total.

Para o cálculo das tensões pode-se calcular a tensão de engenharia ou convencional como sendo:

$$\sigma_e = \frac{P}{A_0} \tag{34}$$

E a tensão verdadeira ou tensão real instantânea:

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_0} \times \frac{A_0}{A} = \sigma_e (1+e)$$
(35)

Utilizando-se as relações entre as expressões acima, define-se  $\sigma$  e  $\varepsilon$  (tensão e deformação verdadeiras) a partir de  $\sigma_e$  e *e* (valido somente até a carga máxima):

$$\sigma = \sigma_e (1+e) \tag{36}$$

$$\varepsilon = \ln(1+e) \tag{37}$$

Estas equações são válidas somente até o ponto de carga máxima ou na região de deformação uniforme do ensaio de tração simples. Após o ponto de carga máxima, devido ao inicio da estricção, deve-se calcular as tensões e deformações verdadeiras por meio de:

$$\sigma = \frac{P}{A} \tag{38}$$

$$\varepsilon = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln\left(\frac{A_0}{A}\right) = 2\ln\left(\frac{D_0}{D}\right)$$
(39)

A partir dos valores de deslocamento, comprimento inicial do corpo de prova e da força relativa a cada deslocamento foram calculados os valores de deformação verdadeira e tensão verdadeira (MPa) a partir das seguintes equações:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \int_{L_0}^{L} \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right) = \ln\left(1 + \frac{\Delta L}{L_0}\right) \tag{40}$$

e

$$\sigma = \frac{P}{A_0} \left( 1 + \frac{\Delta L}{L_0} \right) \tag{41}$$

onde P é a força aplicada (N),  $A_0$  é a área inicial da seção transversal, A é a área num instante qualquer;  $L_0$  é o comprimento inicial (geralmente 50 mm) e L é o comprimento num instante qualquer após deformação.

Uma vez obtidos os valores calculados de tensão e deformação relativos aos valores fornecidos pelo ensaio experimental, foi traçada a curva tensão-deformação verdadeira a fim de ajustar os parâmetros da curva teórica calculada através da equação de Swift. Figura 50. Gráfico da tensão-deformação verdadeira experimental.



Fonte: produção própria do autor.

Para a obtenção do valor do limite de escoamento,  $\sigma_y$ , foi traçada uma reta paralela à fase elástica da curva tensãodeformação a qual se inicia na deformação de 0,2 % sendo que o ponto de cruzamento entre esta reta e a curva experimental corresponde ao  $\sigma_y$ . Como pode ser observado na Figura 51.

Figura 51. Representação do método de obtenção do limite de escoamento pela reta paralela de 0,2 % de deformação.



Fonte: produção própria do autor.

#### Limite de Escoamento a 0,2%:

$$\sigma_y = \sigma_{0,2} = \frac{P_{0,002}}{A_0} = 130 \, MPa \tag{42}$$

onde 0,002 = deformação Plástica ou Permanente.

O coeficiente de encruamento n foi encontrado a partir da curva logarítmica experimental da tensão pela deformação onde é traçada uma reta passando pelos pontos do gráfico, como é mostrado na Figura 52. O coeficiente angular que corresponde ao valor do coeficiente de encruamento dessa reta é obtido através da equação:

$$n = \frac{\log \sigma_1 / \sigma_2}{\log \varepsilon_1 / \varepsilon_2} = 0,269 \tag{30}$$

Figura 522. Gráfico da curva para obtenção do coeficiente de encruamento.



Fonte: produção própria do autor.

O parâmetro  $\beta$  foi assumido inicialmente como sendo o valor padrão de  $\beta = 1/0,002 = 500$ , pois o valor de  $\varepsilon_0$ deveria corresponder a deformação plástica de inicio do escoamento de 20%. Porém, o ajuste melhor da curva de escoamento teórico com a curva experimental resultou em um valor de  $\varepsilon_0 = 0,0033$ , onde  $\varepsilon_0$  é a pré-deformação ou a constante de conveniência para ajustar a tensão de escoamento, que resultou em um  $\beta = 300$  e a tensão limite de escoamento experimental correspondente de  $\sigma_0 = 130 MPa$  obtida da curva experimental para  $\varepsilon_0 =$ 0,0033.

### **BIBLIOGRAFIA**

ABAQUS6.10.Disponivelem:<http://abaqusdoc.ucalgary.ca/books/usi/default.htm>.Acessoem: Junho 2013.

ABBASI, M.; KETABCHI, M; FATMEHSARIA, D. H; AGHBASH, A. N. Identification of GTN model parameters by application of reponse surface methodology. **Procedia Engineering**, v. 10, p. 415-420, 2011.

ABENDROTH, M.; KUNA, M. Determination of deformation and failure properties of ductile materials by means of the small punch test and neural networks. **Computational Materials Science,** v. 28, p. 633-644, 2003.

ARAVAS, N. On the numerical integration of a class of pressure-dependent plasticity models. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 24, p. 1395-1416, 1987.

BESSON, J. Continuum models of Ductile Fracture: A review. **International Journal of Damage Mechanics**, v 19, p. 3-52, 2010.

BRAGANÇA DA CUNDA, L. A. O Modelo de Gurson para o dano Dúctil: Estratégia Computacional e aplicações. Tese de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
Programa de Pós Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre. Rio Grande do Sul. Brasil. 2006. BRUNET, M.; MGUIL, S.; MORESTIN, F. Analytical and experimental studies of necking in sheet metal forming processes. Journal of Materials Processing Technology, v. 80-81, p. 40-46, 1998.

BRUNIG, M.; GERKE, S.; HAGENBROCK, V. Micromechanical studies on the effect of the stress triaxiality and the Lode parameter on ductile damage. **International Journal of Plasticity**, v. 50, p. 49-65, 2013.

CAO, T. S.; MAIRE, E.; VERDU, C.; BOBADILLA, C.; LASNE, P.; MONTMITONNET, P.; BOUCHARD, P.O. Characterization of ductile damage for a high carbon steel using 3D X-ray micro-tomography and mechanical tests -Application to the identification of shear modified GTN model. **Computational Materials Science**, v. 84, p. 175-187, 2014.

CHEN, C. R.; KOLEDNIK, O.; HEERENS, J.; FISCHER, F.D. Three-dimensional modeling of ductile crack growth: cohesive zone parameters and crack tip triaxiality. **Engineering Fracture Mechanics**, v. 72, p. 2072 - 2094, 2005.

CHU, C. C.; NEEDLEMAN, A. Void Nucleation Effects in Biaxially Stretched Sheets. Journal of Engineering Materials and Technology , p. 102-249, July 1980.

CIETO, C. Relatório Interno. Empresa Karmann Ghia. [S.l.].

DE SANTI JUNIOR, N. **Avaliação numérico - experimental da fratura dúctil em processos predominantemente trativos e compressivos. Dissertação de Mestrado**. Universidade do Estado Santa Catarina. Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica. Joinville. Santa Catarina. Brasil. 2006.

DOWLING, N. E. Mechanical Behavior of Materials. 3. ed. [S.l.]: Prentice-Hall, 2006.

FANSI, JOSEPH; BALAN, TUDOR; LEMOINE, XAVIER; MAIRE, ERIC; LANDRON, CAROLINE; BOUAZIZ, OLIVIER; BETTAIEB, MOHAMED BEN; HABRAKEN, ANNE MARIE. Numerical investigation and experimental validation of physically based advanced GTN model for DP steels. **Materials Science and Engineergin**, v. 569, p. 1-12, 2013.

GIOVANOLA, J.; KIRKPATRICK, S.; CROCKER, J. Fracture of Geometrically Scaled Notched Three-Point-Bend Bars of High Strength Steel. Journal of Engineering Fracture Mechanics, v. 62, p. 291-310, 1999.

GORNI, A. A. Aços ferríticos com alta resistência mecânicae boa conformabilidade. Companhia Siderúrgica PaulistaCOSIPA. São Paulo. 2009.

GURSON, A. L. Continuum Theory of ductile rupture by void nucleation and growth: Part I - yield criteria and flow rules for porous ductile media. Journal of Engineering Materials and Technology, Transactions of the ASME, v. 99, p. 2-15, 1977.

135

HE, M.; LI, F.; WANG, Z. Forming Limit Stress Diagram Prediction of Aluminium alloy 5052 based on GTN model parameters determined by in situ tensile test. **Chinese Journal of Aeronautics**, v. 24, p. 378-386, 2011.

HOSFORD, W. F. **Fundamentals of Engineering Plasticity**. Cambridge: Ed. Cambridge University Press, 2013.

KACHANOV, L. M. Rupture time under creep conditions. **Izvestija Academii Nauk SSR 8**, n. (Reprinted in International Journal of Fracture, v. 97, p. 11-18), n. 8, p. 26-31, 1958.

KAMI, ABDOLVAHED; DARIANI, BIJAN MOLLAEI; VANINI, ALI SADOUGH; COMSA, DAN SORIN. Numerical determination of the forming limit curves of anisotropic sheet metals using GTN damage model. **Journal of Materials Processing Technology**, v. 216, p. 472-483, 2015.

KULKARNI, D. M.; CHAUDHARI, VIKAS; PRAKASH, RAVI; KUMAR, A. N. Effect of thickness on fracture criterion in general yielding fracture mechanics. **International Journal of Fracture**, v. 151, p. 187-198, 2008.

KUMAR, V. Modeling ductile fracture using a simplified meshfree method. **Computational Materials Science**, v. 67, p. 296-302, 2003.

KUT, S. A simple method to determine ductile fracture strain in a tensile test of plane specimen. **Metabk**, v. 49, n. 4, p. 295 -299, 2010.

LANDRON, C.; BOUAZIZ, O.; MAIRE, E.; ADRIEN, J. Scripta Materialia, v. 63, p. 973-976, 2010.

LEMAITRE, J. How to use damage mechanics. Nuclear Engineering and Design, Amsterdam, v. 80, p. 233-245, 1984.

LEMAITRE, J. A course on Damage Mechanics. 2. ed. [S.l.]: Springer, 1996.

LEMAITRE, J.; DESMORAT, R. Engineering Damage Mechanics. [S.1.]: Springer, 2005.

LOU, Y.; YOON, J. W.; HUH, H. Modeling of shear ductile fracture considering a changeable cut - off value for stress triaxiality. **International Journal of Plasticity**, v. 54, p. 56 - 80, 2014.

MALCHER, L.; ANDRADE PIRES, F. M.; CÉSAR DE SÁ, J. M. A. An extended GTN model for ductile under high and low stress triaxiality. **International Journal of Plasticity**, v. 54, p. 193-228, 2014.

MANSOURI, L. Z.; CHALAL, H.; ABED-MERAIM, F. Ductility limit prediction using a GTN damage model coupled with localization bifurcation analysis. **Mechanics of Material**, v. 76, p. 64-92, 2014.

MASHAYEKHI, M.; ZIAEI-RAD, S.; PARVIZIAN, J.; NIKBIN, K.; HADAVINIA, H. Numerical Analysis of Damage Evolution in Ductile Solids. **Structural Integrity and Durability**, v. 1, p. 67-82, 2005. MCCLINTOCK, F. A. A Criterion for ductile fracture by growth of holes. **Journal of Applied Mechanics**, v. 35, p. 363-371, 1968.

NEEDLEMAN, A.; RICE, R. Mechanics of sheet Metal Forming. [S.l.]: Plenun, 1978. p. 237.

RABOTNOV, Y. N. Creep Problems in Structural Members. Amsterdan: Wiley, 1969.

RAGAB, A. R.; SALEH, C. A. R. Evaluation of constitutive models for voided solids. **International Journal of Plasticity**, v. 15, p. 1041-1065, 1999.

RICE, J. R.; TRACEY, D. M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, v. 17, p. 201-217, 1969.

SLIMANE, A.; BOUCHOUICHA, B.; BENGUEDIAB, M.; SLIMANE, S.-A. Parametric study of the ductile damage by the Gurson-Tvergaard-Needleman model of structures in carbon steel A48-AP. Journal of Materials Research and Technology, v. 4, p. 217-223, 2015.

SWIFT, H. W. Plastic instability under plane stress. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, p. 1-18, 1952.

THOMASON, P. F. A three-dimensional model for ductile fracture by the growth and coalescence of microvoids. Acta Metallurgica, v. 33, p. 1087-1095, 1985.

TVERGAARD, V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain conditions. **International Journal of Fracture**, v. 17, n. 4, p. 389-407, 1981.

TVERGAARD, V. Ductile Fracture by cavity nucleation between larger voids. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 30, 265-286, 1982

TVERGAARD, V.; NEEDLEMAN, A. Analysis of the cup cone fracture in a round tensile bar. Acta Metallurgica, v. 32, p. 157-169, 1984.

USIMINAS. Usiminas. [S.l.]. 2013.

ZHIYING, C.; XIANGHUAI, D. The GTN damage model based on Hill'48 anisotropic yield criterion and its application in sheet metal forming. **Computational Materials Science**, v. 44, p. 1013-1021, 2009.