

ANO
2018

GLEISON RENAN INÁCIO | ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS
VISCOPLÁSTICOS EM CANAIS PLANOS COM BIFURCAÇÃO TIPO T



UDESC

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

O comportamento hidrodinâmico de um fluido viscoplástico, em escoamento no interior de um canal plano seguido de uma bifurcação em T, foi avaliado numericamente com auxílio do programa comercial ANSYS FLUENT. Fluidos viscoplásticos são comumente encontrados nas indústrias alimentícias, de cosméticos e de combustíveis, em substâncias biológicas e suspensões concentradas na natureza. O modelo regularizado de Papanastasiou para fluidos Herschel-Bulkley foi aplicado na avaliação do fluido Carbopol 980. As simulações permitiram a determinação de condições de escoamento para a mínima formação de regiões não cisalhadas aparentes e a caracterização de uma obstrução no caso de um estreitamento assimétrico entre as saídas.

Orientador: Paulo Sergio Berving Zdanski, D.Sc.

Coorientador: Miguel Vaz Jr., D.Sc.

Joinville, 2018

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ANÁLISE NUMÉRICA DO
ESCOAMENTO DE FLUIDOS
VISCOPLÁSTICOS EM CANAIS
PLANOS COM BIFURCAÇÃO TIPO T**

GLEISON RENAN INÁCIO

JOINVILLE, 2018

GLEISON RENAN INÁCIO

**ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DE FLUIDOS VISCOPLÁSTICOS EM
CANAIS PLANOS COM BIFURCAÇÃO TIPO T**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sergio Berving
Zdanski

Co-Orientador: Prof. Dr. Miguel Vaz Júnior

JOINVILLE

2018

Inácio, Gleison Renan
Análise numérica do escoamento de fluidos
viscoplásticos em canais planos com bifurcação tipo
T / Gleison Renan Inácio. - Joinville , 2018.
143 p.

Orientador: Paulo Sergio Berving Zdanski
Co-orientador: Miguel Vaz Jr.
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado
de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica,
Joinville, 2018.

1. Dinâmica dos fluidos computacional. 2. Fluidos
viscoplásticos. 3. Ansys Fluent. 4. Fluido Herschel-
Bulkley. 5. Modelo regularizado de Papanastasiou.
I. Zdanski, Paulo Sergio Berving. II. Vaz Jr.,
Miguel. , .III. Universidade do Estado de Santa
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. IV. Título.

**Análise Numérica do Escoamento de Fluidos Viscopoplásticos em Canais Planos
com Bifurcação Tipo T**

por

Gleison Renan Inácio

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

Área de concentração em “Modelagem e Simulação Numérica”
e aprovada em sua forma final pelo

CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA MECÂNICA
DO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA.

Banca Examinadora:



Prof. Dr. Paulo Sergio Berving Zdanski
CCT/UDESC (Orientador/Presidente)



Prof. Dr. Luis Orlando Emerich dos
Santos - UFSC



Prof. Dr. Marcus Vinicius Canhoto Alves
CESFI/UDESC

Joinville, SC, 26 de março de 2018.

AGRADECIMENTOS

Ao professor Paulo Sergio Berving Zdanski pelo apoio, confiança e orientação neste trabalho, além de sua didática durante as matérias ministradas durante o curso.

A Universidade do Estado de Santa Catarina e ao Departamento de Engenharia Mecânica pela oportunidade de cursar o mestrado.

Aos professores Eduardo Lenz Cardoso, Miguel Vaz Junior e Joel Martins Crichigno Filho, com quem tive o privilégio de me reencontrar, após meu período de graduação, e que contribuíram para minha formação.

Aos funcionários da UDESC, em especial ao Cleomir Waiczuk, pelos esclarecimentos e apoio nas questões burocráticas do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, e a Matheus e Douglas da equipe de Suporte Técnico da Coordenadoria de Informática.

Aos colegas Luiz Fernando, Leandro, Ademar, Felipe, Andrea, Diego, Diego Beppler, Rebello e Tomio pelo companheirismo e troca de informações.

Ao amigo, desde o tempo de graduação, André Popinhak por me incentivar a voltar para o meio acadêmico.

Aos meus queridos pais, Edésio e Salette, pelo incentivo e estímulo na minha formação acadêmica, além de confiança, orientações e amor depositados desde sempre no meu desenvolvimento como cidadão.

Aos meus irmãos Felipe e Maithê pela confiança e admiração.

A minha Fernanda, pelo amor e apoio diários, paciência e compreensão durante esta jornada, e por ser um exemplo de ternura, caridade e bondade.

Aos meus amigos e demais familiares pela motivação e fraternidade.

A CAPES pelo suporte financeiro.

Agradeço todas as dificuldades que enfrentei; não fosse por elas, eu não teria saído do lugar. As facilidades nos impedem de caminhar. Mesmo as críticas nos auxiliam muito.

Francisco Cândido Xavier

RESUMO

O comportamento hidrodinâmico de um fluido viscoplástico em escoamento laminar no interior de um canal plano seguido de uma bifurcação em T foi avaliado numericamente com auxílio do programa comercial ANSYS FLUENT. Fluidos viscoplásticos são comumente encontrados nas indústrias alimentícias, de cosméticos, de combustíveis e até mesmo em substâncias biológicas e suspensões concentradas na natureza. A principal característica destes materiais está na presença de uma tensão limite de escoamento. O presente estudo visa reproduzir condições de processo na distribuição de substâncias viscoplásticas. O comportamento reológico foi modelado com a implementação de modelos regularizados para o cálculo da viscosidade para fluidos tipo Herschel-Bulkley. O modelo regularizado de Papanastasiou foi aplicado na avaliação do fluido Carbopol 980, uma solução espessante utilizada na indústria de cosméticos e em diversas pesquisas sobre escoamentos viscoplásticos devido às suas propriedades reológicas. As espessuras dos canais de saída da bifurcação foram variadas e estudados os efeitos sobre parâmetros como queda de pressão, fator de atrito, zonas de recirculação, formação de áreas de material parado no escoamento e razão de fluxo. As simulações permitiram a determinação de condições de escoamento para a mínima formação de regiões não cisalhadas aparentes e a caracterização de uma obstrução aparente no caso de um estreitamento assimétrico entre as saídas.

Palavras-chave: Escoamento viscoplástico. Modelo Papanastasiou. Fluido Herschel-Bulkley. Bifurcação T.

ABSTRACT

The hydrodynamic behavior of viscoplastic fluid at a laminar flow within a flat channel followed by a T-bifurcation was numerically evaluated using the commercial program ANSYS FLUENT. Viscoplastic fluids are commonly found at cosmetic, food and fuel industries and even in biological substances and concentrated suspensions in nature. The main characteristic of these materials is the presence of a yield stress. The present study aims to reproduce process conditions in the distribution of viscoplastic substances. The rheological behavior was simulated with the implementation of regularized models for viscosity calculation of Herschel-Bulkley fluids. The regularized Papanastasiou model was used for the evaluation of Carbopol 980 fluid, a thickening solution used in the cosmetic industry and used in several studies about viscoplastic flows due to their rheological properties. The bifurcation exit channels sizes were varied and the effects on parameters such as charge loss, friction factor, recirculation zones, generation of stagnation areas of material close to the wall and flow ratio were studied. The simulations allowed the determination of flow conditions related to a minimum generation of apparent non-shear regions and the characterization of an apparent obstruction in case of an asymmetrical narrowing between the outlets.

Keywords: Viscoplastic flow. Papanastasiou Model. Herschel-Bulkley Fluid. Bifurcation T.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido para um plástico de Bingham em um canal plano de placas paralelas	33
Figura 2 - Indicação da superfície de cisalhamento no desenvolvimento de um escoamento viscoplástico em canal plano de placas paralelas. A curva BR indica a evolução desta camada limite.	34
Figura 3 - Regiões de escoamento viscoplástico em um canal de seção quadrada; RINC denota a região interna não-cisalhada, CFEC camada de fluido em cisalhamento e RNCA região de não cisalhamento aparente.	35
Figura 4 - Linhas de corrente em bifurcação tipo T: (a) caso Newtoniano e (b) plástico de Bingham.	36
Figura 5 - Exemplo de um caso avaliado por Burgos e Alexandrou (1999) indicando as isolinhas referentes à tensão de escoamento limite para diversos valores m^* , bem como as regiões não-cisalhadas.	37
Figura 6 - Zonas de não cisalhamento do fluido e recirculação em uma expansão abrupta em relação à variação de Reynolds. ($Bn = 0.166$, $n = 0.5$ e $m^* = 103$).....	37
Figura 7 - Topologia básica do problema	43
Figura 8 - Classificação dos Fluidos Segundo seu Comportamento Reológico	48
Figura 9 - Curva de escoamento: (a) Newtoniano; (b) Plástico de Bingham; (c) Pseudoplástico; (d) Dilatante; (e) Herschel-Bulkley	49
Figura 10 - Gráfico Tensão-Deformação para diferentes modelos viscoplásticos....	51
Figura 11 - Curvas de tensão cisalhante versus taxa de cisalhamento para fluidos Bingham de acordo com o modelo exponencial proposto por Papanastasiou (1987) para diferentes valores do parâmetro de regularização m : (a) escala linear, (b) plotagem log-log.....	54
Figura 12 - Modelos Regularizados de Fluido Herschel–Bulkley (a) Bercovier-Engelman, (b) O'Donovan-Tanner e (c) Papanastasiou.....	57
Figura 13 - Curvas do modelo reológico proposto por Dorier e Tichy (1992) para diferentes valores do parâmetro γ_0 – valores parametrizados.....	57
Figura 14 - Valores de uma variável na face de um volume de controle	65
Figura 15 – Avaliação no centróide da célula.....	65

Figura 16 - Procedimento de solução do algoritmo segregado com UDF.....	69
Figura 17 - Configuração geométrica do domínio de escoamento avaliado na validação.....	71
Figura 18 - Configuração da malha - início e fim do canal (200x15 elementos)	73
Figura 19 - Perfis de velocidade de escoamento plenamente desenvolvido de fluido viscoplástico	74
Figura 20 - Perfis de velocidade de escoamento plenamente desenvolvido para $Bn = 1.0$	74
Figura 21 - Velocidade no centro do canal para $Bn = 1.0$	75
Figura 22 - Evolução da velocidade do fluido no centro do canal.....	76
Figura 23 - Campo de velocidade u^* e vetores de velocidade para $Bn = 6.5$ e $Re = 1E - 03$ na entrada do canal.....	76
Figura 24 - Evolução da pressão ao longo do canal.....	77
Figura 25 - Evolução do fator de atrito adimensional em função do número de Bingham do escoamento	78
Figura 26 - Velocidade axial no centro do canal para condição de $Bn = 1$ e vários números de Reynolds.....	79
Figura 27 - Evolução da velocidade no centro do canal para $Re = 25$ e $Bn = 1$ para diferentes critérios de convergência.	80
Figura 28 - Perfil de velocidade na saída do canal para $Re = 25$ e $Bn = 1$ para diferentes critérios de convergência	81
Figura 29 - Canal plano com bifurcação em T.....	83
Figura 30 - Curva ajustada aos pontos experimentais da relação tensão taxa de cisalhamento no trabalho de Rudert e Schwarze (2009)	85
Figura 31 - Campo de velocidades para $Bn = 1.0$ e $Re = 25.0$	88
Figura 32 - Campo de tensão cisalhante para $Bn = 1.0$ e $Re = 25.0$	88
Figura 33 - Regiões não cisalhadas aparentes (RNCA) para (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 50.0$	88
Figura 34 - Linhas de avaliação de recolamento de linhas de corrente	90
Figura 35 - Representação da avaliação da razão de fluxo mássico.....	91
Figura 36 - Malha do domínio computacional para o canal com bifurcação em T	93
Figura 37 – Detalhe do refinamento da malha na região da bifurcação em T	93
Figura 38 - Avaliação do refino de malha	94

Figura 39 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido no canal de entrada para várias malhas	95
Figura 40 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido no canal de saída para várias malhas	95
Figura 41 - Perfis de velocidade plenamente desenvolvidos no canal de entrada para Re de 0.1 a 50.0 em $x = 15H$	96
Figura 42 – Perfis de tensão de cisalhamento adimensional τ^* em $x = 15H$	97
Figura 43 - %RINC na região desenvolvida ($x = 15H$) em relação às condições simuladas de Re	97
Figura 44 - Campos de V^* para $HS1 = HS2 = 2H$ com: (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$ e (d) $Re = 50.0$	99
Figura 45 - Perfis de velocidade v^* plenamente desenvolvidos na saída superior do canal em $y = 20H$ para $HS1 = HS2 = 2H$	99
Figura 46 - Linhas de corrente para $HS1 = HS2 = 2H$: (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$	100
Figura 47 - Identificação de recirculação para $HS1 = HS2 = 2H$ na Saída 1. $\tau_y^* > 0.0$ indica a existência da recirculação.	101
Figura 48 - Identificação de recirculação para $HS1 = HS2 = 2H$ na Saída 2. $\tau_y^* < 0.0$ indica a existência da recirculação.	101
Figura 49 - Campos de pressão estática para $HS1 = HS2 = 2H$: (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$	102
Figura 50 - Evolução da queda de pressão estática adimensional em função de Re com $HS1 = HS2 = 2H$	103
Figura 51 - Evolução do fator de atrito adimensional em função de Re com $HS1 = HS2 = 2H$	104
Figura 52 - fRe em função de Bn para $HS1 = HS2 = 2H$	104
Figura 53 - Campo de tensão adimensional para $HS1 = HS2 = 2H$ com (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$	105
Figura 54 – Isolinhas para $\tau^* = 1.0$ para $HS1 = HS2 = 2H$	106
Figura 55 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo A para $HS1 = HS2 = 2H$	107
Figura 56 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de Saída 1 para $HS1 = HS2 = 2H$	107

Figura 57 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B da Saída 2 para $HS1 = HS2 = 2H$	108
Figura 58 - Regiões não cisalhadas aparentes (RNCA's) para $HS1 = HS2 = 2H$.	109
Figura 59 - Detalhe da evolução das RNCA's tipo B e C para $HS1 = HS2 = 2H$: (a) $Re = 15.0$; (b) $Re = 20.0$; (c) $Re = 25.0$; (d) $Re = 30.0$; (e) $Re = 35.0$; (f) $Re = 40.0$; (g) $Re = 45.0$ e (h) $Re = 50.0$	110
Figura 60 - Comparação de perfis de velocidade em relação à diminuição da seção de saída para $Re = 0.1, 2.5, 50.0$	111
Figura 61 - Campo de velocidade (V^*) e linhas de corrente para: $HS1 = HS2 = 2H$ com (a) $Re = 30.0$; (b) $Re = 50.0$; $HS1 = HS2 = 1.5H$ com (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$; e $HS1 = HS2 = 1.0H$ com (e) $Re = 30.0$; (f) $Re = 50.0$; .	112
Figura 62 - Queda de pressão adimensional em função de Re para valores de seção de saída $HS1 = HS2 = 2.0H; 1.5H$ e $1.0H$	113
Figura 63 - Fator de atrito em função de Re para valores de seção de saída $HS1 = HS2 = 2.0H; 1.5H$ e $1.0H$	114
Figura 64 - Linhas de tensão limite de escoamento para $HS1 = HS2 = 1.5H$ e $HS1 = HS2 = 1.0H$	115
Figura 65 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo A para $HS1 = HS2 = 1.5H$	116
Figura 66 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo A para $HS1 = HS2 = 1.0H$	116
Figura 67 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de Saída 1 para $HS1 = HS2 = 1.5H$	117
Figura 68 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de Saída 1 para $HS1 = HS2 = 1.0H$	117
Figura 69 - Regiões não cisalhadas aparente (RNCA) para $HS1 = HS2 = 1.5H$	118
Figura 70 - Regiões não cisalhadas aparente (RNCA) para $HS1 = HS2 = 1.0H$	118
Figura 71 - Campo de velocidades (V^*) e linhas de corrente para $HS2 = 2.0H$ com (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 50.0$; $HS2 = 1.5H$ com (c) $Re = 0.1$; (d) $Re = 50.0$; $HS2 = 1.0H$ com (e) $Re = 0.1$; (f) $Re = 50.0$; $HS2 = 0.5H$ com (g) $Re = 0.1$; (h) $Re = 50.0$; $HS2 = 0.25H$ com (i) $Re = 0.1$; (j) $Re = 50.0$; $HS2 = 0.1H$ com (k) $Re = 0.1$; (l) $Re = 50.0$; e $HS2 = 0.0H$ (curva de 90°) com (m) $Re = 0.1$; e (n) $Re = 50.0$	119

Figura 72 - Isolinhas para $\tau^* = 1.0$ para <i>HS2</i> : (a) $2.0H$; (b) $1.5H$; (c) $1.0H$; (d) $0.5H$; (e) $0.25H$; (f) $0.1H$; (g) $0.0H$ – Curva de 90°	121
Figura 73 - Evolução da queda de pressão estática global com o estreitamento assimétrico da bifurcação.....	122
Figura 74 - Isolinhas para $\tau^* = 1.0$ para uma curva em 90°	123
Figura 75 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de saída para uma curva em 90°	124
Figura 76 - Identificação de recirculação na saída para uma curva em 90°	124
Figura 77 - Regiões não cisalhadas aparentes (RNCA's) para uma curva em 90°	125
Figura 78 - Combinações de simulações	143

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Influência do tamanho de malha sobre a velocidade máxima no escoamento desenvolvido.....	73
Tabela 2 - Fator de atrito <i>versus</i> Bn	77
Tabela 3 - Avaliação do critério de convergência.....	81
Tabela 4 - Parâmetros do modelo de Papanastasiou para o Carbopol 980.....	84
Tabela 5 - Números de divisões na determinação da malha.....	92
Tabela 6 – Queda de pressão estática e erro relativo entre entrada e saída do canal.....	94
Tabela 7 - Erro percentual relativo associado às velocidades máximas nas seções plenamente desenvolvidas de entrada e saída.....	94
Tabela 8 – Variação da pressão estática e fator de atrito para $HS1 = HS2 = 2H$..	103
Tabela 9 - Impacto do estreitamento dos canais de saída sobre a queda de pressão e fator de atrito.....	113
Tabela 10 - Razão de fluxo na saída superior do canal em função do estreitamento do canal inferior.....	122
Tabela 11 - Faixa de velocidades de entrada simuladas.....	143

LISTA DE SÍMBOLOS

a	Coeficiente do sistema linear	$[-]$
A	Área	$[m^2]$
Bn	Número de Bingham	$[-]$
c	célula referente a um volume de controle	$[-]$
D	Comprimento característico	$[m]$
D_{ij}	Tensor taxa de deformação	$[s^{-1}]$
D'_{ij}	Tensor taxa de deformação desviador	$[s^{-1}]$
f	Fator de atrito	$[-]$
fRe	Fator de atrito adimensional	$[-]$
H	Altura característica do escoamento	$[m]$
H_{s1}	Espessura da saída superior – Saída 1	$[m]$
H_{s2}	Espessura da saída inferior – Saída 2	$[m]$
K	Índice de consistência	$[Pa \cdot s^n]$
L	Comprimento do canal	$[m]$
\dot{m}	Fluxo mássico	$[kg \cdot m]$
m	Parâmetro de regularização de Papanastasiou	$[s^{-1}]$
n	Índice da Lei de Potência	$[-]$
\mathbf{n}	Vetor unitário normal	$[-]$
N_{faces}	Número de faces do volume de controle	$[-]$
R^φ	Resíduo normalizado	$[-]$
Re	Número de Reynolds	$[-]$
Re_G	Número de Reynolds Generalizado	$[-]$
p	Pressão estática	$[Pa]$
\bar{p}	Pressão estática média	$[Pa]$
u_i, u_j	Componentes de velocidade	$[m/s]$
u_c	Velocidade característica do escoamento	$[m/s]$
V	Volume	$[m^3]$
\vec{r}	vetor posição	$[m]$
S	Área da seção transversal ao escoamento	$[m^2]$
t	Tempo	$[s]$
t_1	Constante de tempo – Modelo Ké-Turcotte	$[s]$

u, v	Componentes cartesianos de velocidade	$[m/s]$
V^*	Velocidade resultante adimensional, módulo de velocidade	$[-]$
x_i, x_j	Coordenadas do sistema global	$[m]$
x, y	Coordenadas cartesianas	$[m]$

Letras Gregas

α	Fator de subrelaxação	$[-]$
β	Razão de fluxo	$[-]$
δ	Parâmetro de regularização – modelo Bercovier-Engelman	$[s^{-1}]$
ρ	Massa específica	$[kg/m^3]$
τ_{ij}	Tensor das tensões viscosas	$[Pa]$
τ_0	Tensão limite de escoamento	$[Pa]$
τ_w	Tensão de cisalhamento na parede	$[Pa]$
$\overline{\tau_w}$	Tensão de cisalhamento média nas paredes	$[Pa]$
τ_{ef}	Tensão cisalhante efetiva	$[Pa]$
$\dot{\gamma}_{ij}$	Tensor taxa de deformação cisalhante	$[s^{-1}]$
$\dot{\gamma}$	Taxa de cisalhamento equivalente	$[s^{-1}]$
$\dot{\gamma}_c$	Taxa de cisalhamento crítico	$[s^{-1}]$
μ	Viscosidade Newtoniana	$[Pa.s]$
μ_{ef}	Viscosidade efetiva	$[Pa.s]$
η	Viscosidade plástica	$[Pa.s]$
$\eta(\dot{\gamma})$	Viscosidade Não-Newtoniana (viscosidade aparente)	$[Pa.s]$
η_0	Viscosidade aparente da região não cisalhada aparente – Modelo Tanner-Milthorpe	$[Pa.s]$
η_1	Viscosidade – Modelo Ké-Turcotte	$[Pa.s]$
φ	Variável genérica escalar	$[-]$
Γ_φ	coeficiente difusivo relacionado a φ	$[-]$
Γ	Contorno do domínio avaliado	$[-]$
$\nabla\varphi$	Gradiente da variável genérica	$[-]$

Subscritos

i, j	Notação indicial
e	Entrada
s	Saída
$0, i$	Volumes de controle compartilhando mesma face
1	Referente à saída superior – Saída 1
2	Referente à saída inferior – Saída 2
$s1$	Saída superior 1
$s2$	Saída superior 2
f	Face do volume de controle
$máx$	Máximo valor da variável
nb	Nós vizinhos ao volume de controle
old	valor em iteração anterior
up	referente ao valor à montante

Siglas

UDF	Função Definida pelo Usuário (<i>User Defined Function</i>)
RINC	Região Interna Não Cisalhada
CFEC	Camada de Fluido Em Cisalhamento
RNCA	Região de Não Cisalhamento Aparente
RINC	Região Interna Não Cisalhada

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	MOTIVAÇÃO	29
1.2	OBJETIVOS.....	29
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	30
2	REVISÃO DA LITERATURA	33
2.1	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	41
3	FORMULAÇÃO TEÓRICA	43
3.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	43
3.2	EQUAÇÕES DE GOVERNO	44
3.3	REOLOGIA DE FLUIDOS.....	48
3.3.1	Fluidos Viscopoplásticos.....	49
3.3.2	Modelos Viscopoplásticos Regularizados.....	53
3.4	ADIMENSIONALIZAÇÃO	58
3.4.1	Número de Reynolds	59
3.4.2	Número de Bingham.....	59
3.4.3	Relação entre os números de Bingham e Reynolds.....	59
3.4.4	Equação da conservação de massa adimensional.....	60
3.4.5	Equação da quantidade de movimento adimensional	60
3.4.6	Modelo viscopoplástico regularizado adimensional.....	60
3.4.7	Fator de Atrito	61
3.5	METODOLOGIA NUMÉRICA	62
3.5.1	DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE GOVERNO	62
3.5.2	MÉTODO DE SOLUÇÃO.....	67
3.5.3	FUNÇÕES DEFINIDAS PELO USUÁRIO - UDF	69
4.	VALIDAÇÃO NUMÉRICA	70
4.1	ANÁLISE DO CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA	79

5.	RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	82
5.1	DOMÍNIO COMPUTACIONAL	82
5.1.1	Condições de contorno	83
5.1.2	Propriedades e Parâmetros de Simulação.....	84
5.2	DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS GLOBAIS	85
5.2.1	Queda de pressão estática	86
5.2.2	Fator de Atrito Adimensional - fRe	86
5.2.3	Região não cisalhada aparente - RNCA	86
5.2.4	Região de recirculação.....	89
5.2.5	Razão de fluxo entre saídas.....	90
5.3	ESTUDO DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA.....	91
5.4	ANÁLISE DA REGIÃO DE ENTRADA GERAL	96
5.5	REGIÃO DE BIFURCAÇÃO PARA $HS1 = HS2 = 2H$	98
5.6	VARIAÇÃO SIMULTÂNEA DAS ESPESSURAS DE SAÍDA $HS1 = HS2$	111
5.7	VARIAÇÃO DA ESPESSURA DE SAÍDA $HS2$	118
5.7.1	CASO PARTICULAR – CURVA 90° - $HS2 = 0.0$	123
6.	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS	126
	REFERÊNCIAS	130
	Apêndice A	138
	Apêndice B	139
	Apêndice C	142
	Apêndice D	143

1 INTRODUÇÃO

Diversos fluidos presentes nos processos das indústrias químicas, de cosméticos, de alimentos e petrolíferas apresentam um comportamento viscoplástico quando submetidos a um escoamento. Substâncias viscoplásticas são encontradas em produtos lácteos como iogurte (FERNANDES, 2003), maionese, manteiga, polpas e sucos de fruta (GRATÃO, 2006) (SATO e Cunha, 2007), massa de tomate e sorvete na indústria alimentar (STEFFE, 1996); óleos combustíveis (CAPELLI, 2012), óleos pesados e fluidos de perfuração na indústria do petróleo (SAVINO, 2009) (BICALHO, 2015); géis, cremes e pastas na indústria de cosméticos (MORAVKOVA e FILIP, 2014); tintas e cimento na construção civil (LARRARD et al., 1998) (NGUYEN, 2006); polpas de minério (CHAVES, 2002); lamas (DZUY e BOGER, 1985); fluidos biológicos como sangue (KIM, 2002); barro e outras suspensões concentradas na natureza (FONSECA, 2009).

Estes materiais apresentam um limite de tensão de escoamento, um valor crítico de tensão abaixo da qual o material não escoar; estes materiais são por vezes chamados de materiais viscoplásticos, ou plásticos de Bingham (BIRD, et al., 1983).

No processamento dos fluidos viscoplásticos na indústria alimentar e cosmética é recorrente a presença do escoamento confinado em canais na distribuição do produto pela linha de produção, por dentro de equipamentos de processo térmico (trocadores de calor de placas paralelas, etapas de pasteurização, resfriamento/aquecimento) até sua subdivisão em mais de uma saída no preenchimento paralelo de várias embalagens.

Interessa conhecer as características e respostas físicas dessas substâncias durante seu processamento, a fim de determinar as melhores condições que impactem em menores custos e maior qualidade. A otimização desses processos industriais envolve uma abordagem que considera a especial reologia dos fluidos viscoplásticos. A utilização da simulação numérica permite modelar e analisar diversas condições de operação e determinar o comportamento esperado da física abordada, considerando a solução das equações de governo do problema, envolvendo as características do material e demais considerações de abordagem da solução.

É relevante destacar que a característica reológica típica dos fluidos viscoplásticos relaciona a viscosidade aparente com a taxa de deformação

cisalhante, de tal forma que para valores muito pequenos esta tende para um valor infinito (BINGHAM, 1922). Em consequência da descontinuidade na relação tensão *versus* taxa de deformação do modelo ideal de Bingham, estratégias de abordagem e propostas de modelos regularizados surgiram na década de 80, permitindo avanços na solução de problemas com geometrias complexas. Devido ao conceito do modelo ideal, existe uma superfície que separa as regiões cisalhadas das regiões não cisalhadas (HAMMAD, 2017) e os modelos de regularização, propostos para avaliação dos fluidos viscoplásticos, suavizam esta descontinuidade.

Algumas dessas modificações são avaliadas neste trabalho em um escoamento laminar de fluido viscoplástico, determinando sua resposta hidrodinâmica em canais planos. Na sequência, o modelo regularizado de Papanastasiou para fluidos Herschel-Bulkley é adotado na avaliação de geometrias de canais em bifurcação tipo T.

Os dados reológicos, utilizados nas simulações em canais com bifurcação em T neste estudo, replicam o comportamento de fluidos utilizados na indústria de cosméticos em canais de distribuição na linha de produção. Soluções de Carbopol em água representam fluidos viscoplásticos. O espessante Carbopol tem aplicação recorrente na preparação de géis na indústria de cosméticos (CORRÊA, 2005) com aplicação de emulsificação, estabilização e controle reológico (KIM, 2003), além de possuir propriedades viscoplásticas que se ajustam muito bem ao modelo de Herschel-Bulkley. Segundo Piau (2007), este material, à base de ácidos carboxivinílicos, tem sido usado em inúmeras aplicações, possui característica de transparência, não é nocivo à saúde, é fácil de preparar e ainda sua utilização é bastante popular entre os pesquisadores envolvidos com reologia e mecanismos de fluidos não Newtonianos. Géis e soluções de Carbopol são também utilizados como veículos para diversos ingredientes funcionais e encontrados em muitos produtos do dia-a-dia, desde pastas de dentes até produtos de limpeza (Roberts e Barnes, 2001). Muitos trabalhos experimentais focados em descrever as características de escoamento de fluidos viscoplásticos têm usado soluções de Carbopol, já que sua característica tixotrópica (relação da variação da viscosidade com o tempo) pode ser, em princípio, desconsiderada (COUSSOT, 2014).

1.1 MOTIVAÇÃO

Embora um dos principais objetivos do estudo de escoamentos seja avaliar a perda de carga, relacionada ao custo energético verificado no bombeamento do fluido e que impacta diretamente o valor do produto processado, a existência de uma tensão limite de escoamento nos fluidos viscoplásticos traz um ponto de análise adicional. Esta característica faz surgir regiões do fluido que se comportam como sólidos que são carregadas pelo escoamento, e, nos casos com expansões abruptas, quinas e geometrias complexas, podem ocorrer regiões de estagnação e depósito de material (MENDES et. al, 2007).

O surgimento de regiões com material parado no interior de canais causa uma preocupação em relação a uma possível degradação do material e contaminação da linha, modificando as características do produto e tornando-se, assim, um ponto importante de análise, principalmente das substâncias presentes nas indústrias de alimento, química e de cosméticos.

Além disso, a avaliação de geometrias de canais com bifurcações em T para escoamentos Newtonianos e pseudoplásticos tem sido mais explorada do que em comparação com fluidos viscoplásticos.

Adicionalmente, os trabalhos analíticos e numéricos que avaliam o escoamento de fluidos viscoplásticos têm, em sua maioria, o objetivo de avaliar a influência dos números de Reynolds e Bingham de forma separada, gerando uma análise qualitativa e genérica dos escoamentos. Na prática, cada fluido tem uma característica reológica específica que relaciona os números adimensionais de Reynolds e Bingham, de tal forma que são as características topológicas e de processo (perda de carga ou, como neste estudo, velocidade de escoamento) que determinam sua resposta hidrodinâmica.

1.2 OBJETIVOS

O escopo deste trabalho foi determinado tendo em vista a escassez de estudos de fluidos viscoplásticos em escoamentos com bifurcação em T com identificação de zonas de fluido não cisalhado, considerando variações topológicas e de velocidade de processo.

Dentro destas possibilidades, os objetivos do presente trabalho surgem da motivação em aprofundar o conhecimento das características dos escoamentos de fluidos viscoplásticos em canais com bifurcações em T, presentes em distribuições do escoamento em indústrias.

Processos com a presença de separação de escoamentos em bifurcações do tipo T são comuns em aplicações de engenharia como: sistemas de irrigação, rede de distribuição de água, coleta de esgoto, sistemas biomecânicos, separações de fases de líquidos de processo, tubulações na indústria de óleo e gás, indústria farmacêutica, processo de polímeros e indústria de alimentos (KHANDELWAL, 2015).

Os objetivos principais do presente estudo são:

- Utilizar a metodologia numérica do programa computacional comercial ANSYS FLUENT® para realizar a validação numérica de modelos reológicos para fluidos viscoplásticos;
- Avaliar e implementar modelos reológicos de fluido viscoplásticos com o auxílio de funções programáveis chamadas UDF (*User Defined Functions*): funções definidas externamente e utilizadas, neste estudo, na determinação do parâmetro reológico de interesse, incorporadas na solução das equações de governo pelo programa computacional comercial ANSYS FLUENT®;
- Modelar o comportamento estacionário do escoamento viscoplástico isotérmico em canal com geometria de bifurcação em T, partindo de uma proposta de investigação realizada por Scott et al. (1998), e identificar as particularidades hidrodinâmicas do escoamento neste tipo de geometria;
- Variar as espessuras de saída simultaneamente e avaliar os efeitos sobre as características hidrodinâmicas do escoamento;
- Variar assimetricamente uma das saídas da bifurcação e avaliar o efeito do estreitamento sobre o comportamento do escoamento, incluindo a condição particular de uma curva em 90°.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A dissertação está estruturada em seis capítulos. Na primeira e presente seção é apresentado o tema a ser abordado, sua relevância e os escopos principais.

O Capítulo 2 trata da revisão da literatura, apresentando uma breve evolução histórica dos principais trabalhos e conceitos acerca do estudo de escoamentos viscoplásticos. As particularidades e desafios principais inerentes à análise dos fluidos, que apresentam uma tensão de escoamento limite, em geometrias complexas são relacionados na seção.

O modelamento matemático do problema de interesse é desenvolvido no Capítulo 3, apresentando os conceitos básicos e as considerações que permitem a análise matemática da física e comportamento de fluidos e definindo-se as equações de governo. Na sequência classificam-se, conforme a literatura, diversos tipos de fluidos e suas especificidades quanto aos diferentes tipos de comportamentos reológicos, enfatizando, em especial, as características dos fluidos viscoplásticos e tipos de abordagem na análise destes. Os parâmetros principais considerados nas análises do presente trabalho são apresentados e utilizados na caracterização hidrodinâmica dos casos estudados. No final do Capítulo 3 são apresentadas a metodologia numérica de volumes finitos utilizada nas simulações, a discretização das equações de governo e as características do programa comercial ANSYS FLUENT®.

O Capítulo 4 é dedicado à validação numérica da metodologia adotada, comparando os resultados de dois trabalhos da literatura, avaliando o escoamento viscoplástico em placas paralelas.

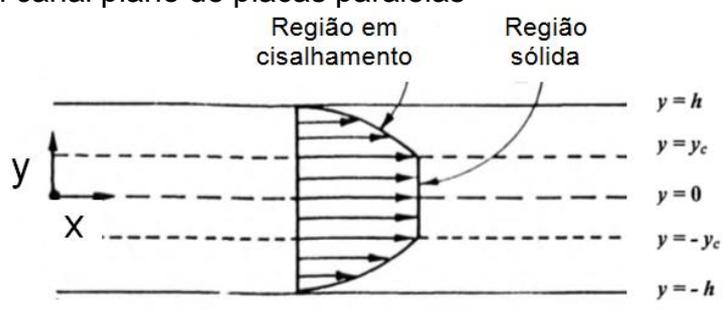
No Capítulo 5 são apresentados: as propriedades adotadas nas análises numéricas, a definição do refinamento de malha, os parâmetros de avaliação e os resultados numéricos obtidos. Os resultados discutidos consideram o comportamento do escoamento de um fluido viscoplástico em bifurcações em T. Os aspectos físicos relevantes do escoamento são avaliados em relação a variações topológicas e dinâmicas aplicadas.

Por fim, o Capítulo 6 apresenta as principais conclusões obtidas frente aos objetivos iniciais propostos nesta Dissertação. Com base nos resultados obtidos e possibilidades encontradas durante o período de desenvolvimento, perspectivas de trabalhos futuros são descritas.

2 REVISÃO DA LITERATURA

O estudo do comportamento de escoamentos internos de fluidos viscoplásticos tem se mostrado de grande interesse nos últimos anos, não somente pela grande quantidade de materiais na natureza que possuem este comportamento, mas também pelas dificuldades de soluções analíticas e numéricas, relacionadas à reologia característica destes fluidos. A utilização de técnicas de simulação numérica nesta área também tem crescido apoiada por novas estratégias de modelamento e com o aumento da capacidade computacional disponível.

Figura 1 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido para um plástico de Bingham em um canal plano de placas paralelas



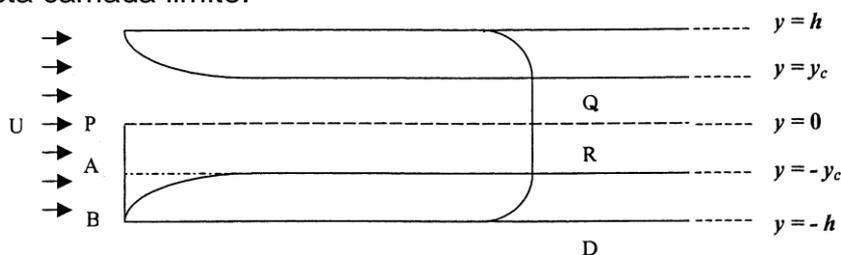
Fonte: Adaptado de Bird et al. (1983).

Bird et al. (1983) listaram diversos materiais (fluidos) que possuem uma tensão limite de escoamento e também apresentaram uma análise inicial destes materiais em escoamentos simples, identificando a região do fluido que se comporta como sólido. Como exemplo deste comportamento, em um escoamento laminar entre placas paralelas, o modelo ideal de Bingham conduz ao surgimento de uma região central de velocidade constante (Figura 1) e, conseqüentemente, de duas superfícies de cisalhamento, denotando o desenvolvimento de uma camada limite para a tensão de escoamento (Figura 2).

Lipscomb e Denn (1984) aplicaram um modelo de dupla viscosidade para avaliar a possibilidade de existência de uma região sólida em um escoamento viscoplástico em geometria não uniforme, demonstrando que em geometrias como um canal com seção variável o perfil da região sólida deve variar continuamente, ou seja, se reajustando e deformando continuamente à medida que o escoamento avança, concluindo que uma região completamente sólida, sem cisalhamento, não é possível em geometrias complexas. Kathib e Wilson (2001) fizeram uma avaliação

do escoamento viscoplástico plenamente desenvolvido em canais paralelos e demonstram tal paradoxo relacionado à aplicação do modelo ideal de Bingham que é removido utilizando um modelo de dupla viscosidade com aplicação de uma relaxação na descontinuidade do modelo.

Figura 2 - Indicação da superfície de cisalhamento no desenvolvimento de um escoamento viscoplástico em canal plano de placas paralelas. A curva BR indica a evolução desta camada limite.



Fonte: Adaptado de Al-Kathib e Wilson (2001).

Abdali et al. (1992) e Mitsoulis et al. (1993) utilizaram a técnica de elementos finitos com o modelo de regularização Bingham-Papanastasiou no estudo de escoamentos axissimétricos em uma extrusão em contração abrupta, confirmando o aumento da região “sólida” do material em um escoamento com o aumento do número de Bingham (uma medida da viscoplasticidade do fluido). O modelo adotado solucionou o problema auxiliando na determinação da superfície do limite de escoamento.

Utilizando um esquema de diferenças finitas de segunda ordem de acurácia, Vradis et al. (1993) realizam o estudo da região de entrada do escoamento de um plástico de Bingham em duto circular, avaliaram o desenvolvimento térmico e hidrodinâmico e confirmaram a influência da tensão limite de escoamento no desenvolvimento da velocidade do escoamento e da formação de uma região central não cisalhada.

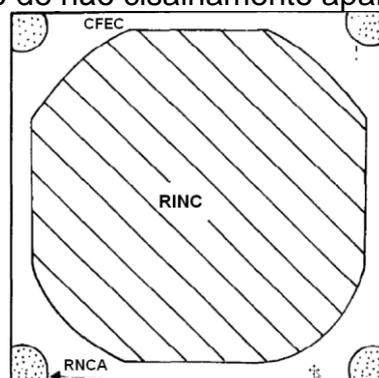
Wilson e Taylor (1996) utilizaram o modelo de dupla viscosidade na análise numérica da região de entrada do escoamento de um fluido tipo plástico de Bingham em canais planos 2D. Como resultado, foi determinada a espessura de uma fina “camada limite” da porção do fluido cisalhado para casos com baixos coeficientes de viscosidade plástica e altos valores de tensão limite de escoamento. Avaliando outras geometrias, Taylor e Wilson (1997) detalharam o escoamento incompressível plenamente desenvolvido de um fluido de Bingham em um canal com seção retangular utilizando o modelo de Bercovier-Engelman. Estes autores utilizaram o

método de diferenças finitas e definiram as relações diretas dos parâmetros reológicos de um fluido viscoplástico, bem como dos parâmetros geométricos da seção retangular, com a formação das regiões “sólidas”.

Papanastasiou e Boudouvis (1997) avaliaram as regiões de não cisalhamento em escoamentos em dutos quadrados (conforme Figura 3), verificando que o perfil do escoamento de um fluido viscoplástico apresenta as seguintes regiões:

- região interna não cisalhada (RINC), que é carregada por uma camada de fluido em cisalhamento;
- camada de fluido em cisalhamento (CFEC) que, por sua vez, mantém contato com um contorno de parede sólida ou interagindo com porções de fluido paradas;
- e regiões de não cisalhamento aparente (RNCA), sendo as porções de fluido paradas junto aos cantos da seção do canal.

Figura 3 - Regiões de escoamento viscoplástico em um canal de seção quadrada; RINC denota a região interna não-cisalhada, CFEC camada de fluido em cisalhamento e RNCA região de não cisalhamento aparente.



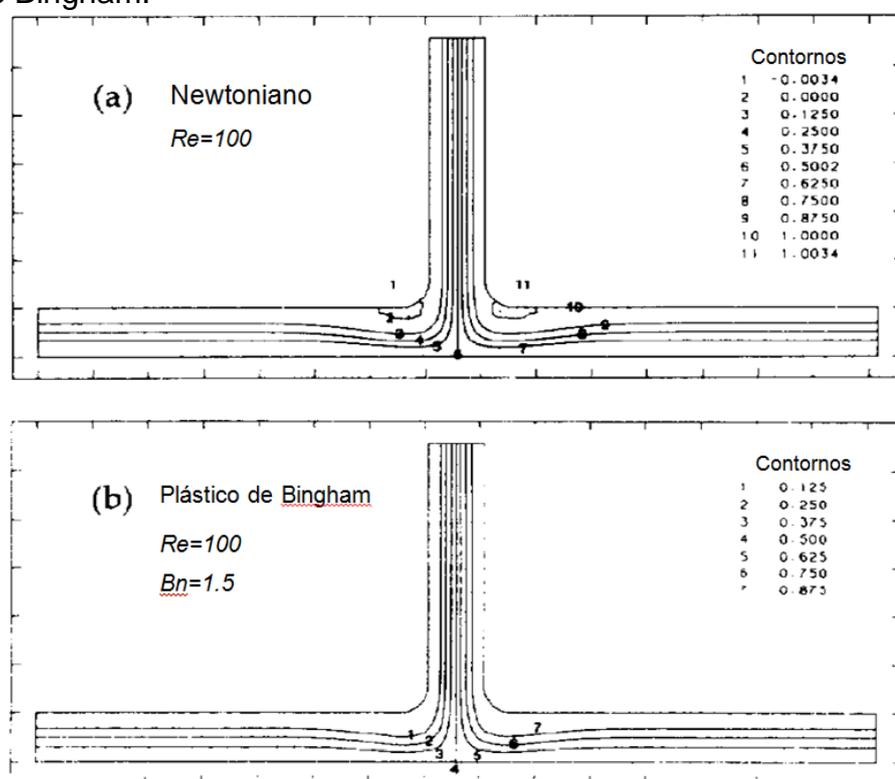
Fonte: Adaptado de Papanastasiou e Boudouvis (1997).

Quaresma e Macêdo (1998) avaliaram, analiticamente por meio da metodologia de transformada integral, a solução da região de entrada em canais de placas paralelas e de seção circular do escoamento de fluido Herschel-Bulkley, sendo assim um fornecedor de parâmetros para validação de metodologias numéricas utilizadas neste trabalho.

Scott et al. (1998) avaliaram o escoamento viscoplástico a baixos Reynolds em sistemas que implicam no surgimento de zonas de recirculação como canais com expansões abruptas e bifurcações tipo T (conforme apresentado na Figura 4), encontradas em situações de distribuição do fluido em processos industriais. Na

análise de resultados do presente trabalho, a geometria base segue esta proposta de Scott, que apresentou uma comparação entre um escoamento de fluido Newtoniano e um escoamento de fluido viscoplástico. A existência de uma tensão limite de escoamento, característica do material viscoplástico, implica na redução/eliminação das zonas de recirculação, identificadas pelas linhas de corrente. Na análise da bifurcação em T o autor utilizou o modelo de plástico de Bingham.

Figura 4 - Linhas de corrente em bifurcação tipo T: (a) caso Newtoniano e (b) plástico de Bingham.



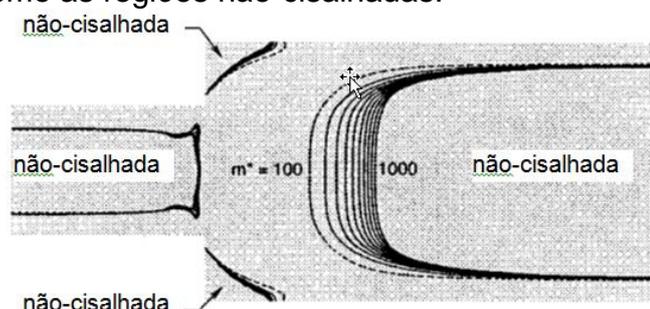
Fonte: Adaptado de Scott et al. (1998).

Burgos e Alexandrou (1999) avaliaram o escoamento 3D de fluidos Herschel-Bulkley por meio do modelo regularizado de Papanastasiou em expansões abruptas, demonstrando que as porções de fluido não cisalhado decrescem com o aumento do gradiente de pressão imposto ao escoamento. Também avaliaram a determinação de valores do parâmetro m^* da equação do modelo regularizado de Papanastasiou e sua implicação na determinação das superfícies de transição entre as regiões cisalhadas e não-cisalhadas (Figura 5). Esta orientação foi seguida na implementação do modelo reológico do presente estudo e concorda também com

trabalhos como de Burgos et. al (1999), Alexandrou et. al (2001) e Boualit et. al (2011).

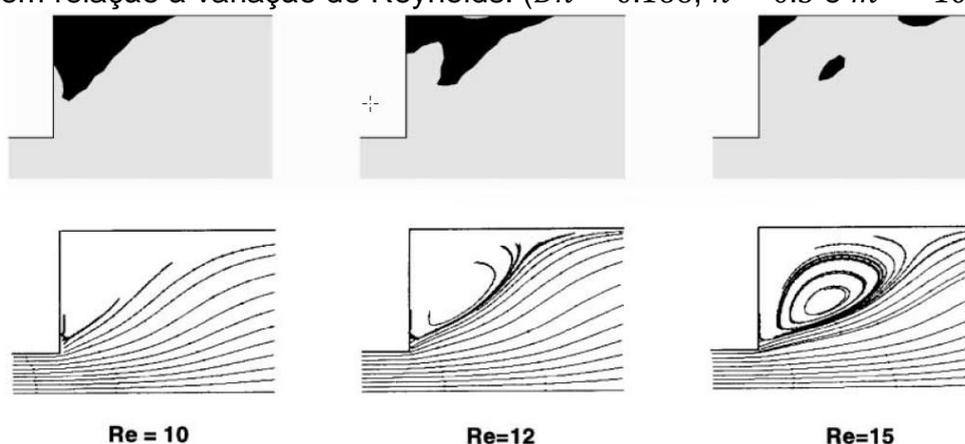
Na sequência dessa avaliação em expansões abruptas, Alexandrou et al. (2001), retomando a análise do escoamento permanente de fluidos Herschel-Bulkley em expansões abruptas 3D, demonstraram a forte correlação entre os números de Bingham e Reynolds do escoamento e o surgimento ou quebras de zonas de não cisalhamento e no tamanho e localização de zonas de recirculação. Os detalhes das regiões de recirculação e de não cisalhamento identificadas pelos autores são apresentados na Figura 6.

Figura 5 - Exemplo de um caso avaliado por Burgos e Alexandrou (1999) indicando as isolinhas referentes à tensão de escoamento limite para diversos valores m^* , bem como as regiões não-cisalhadas.



Fonte: Adaptado de Burgos e Alexandrou (1999).

Figura 6 - Zonas de não cisalhamento do fluido e recirculação em uma expansão abrupta em relação à variação de Reynolds. ($Bn = 0.166$, $n = 0.5$ e $m^* = 10^3$)



Fonte: Adaptado de Alexandrou et al. (2001)

Mendes et al. (2000) identificaram, durante a visualização experimental, uma região de fluido parado próximo à parede de uma região de expansão e contração abrupta axissimétrica curta. Na análise numérica utilizaram o modelo de dupla

viscosidade modificado, a fim de representar numericamente o modelo de Herschel-Bulkley. Para os casos de expansões longas o modelo recuperou o comportamento experimental, mas para a situação de expansão curta os resultados não foram satisfatórios, devido a natureza da função viscosidade utilizada.

Mitsoulis e Zisis (2001) estudaram numericamente o escoamento de um plástico de Bingham em uma cavidade quadrada. Por meio do método de elementos finitos, e implementando o modelo regularizado de Papanastasiou (Papanastasiou, 1987), os autores avaliaram o efeito do número de Bingham, na formação e localização de zonas do fluido em não cisalhamento dentro da cavidade. Observaram-se duas zonas de não cisalhamento, que são maiores para os fluidos mais viscoplásticos. Seguindo a mesma metodologia de estudo, Mitsoulis et. al (2004) avaliaram o escoamento de um fluido tipo plástico de Bingham em canais planos com expansões abruptas, demonstrando a redução dos vórtices com o aumento da tensão limite de escoamento do fluido, independentemente do número de Reynolds adotado.

Zisis e Mitsoulis (2002) demonstraram o surgimento de pontos de estagnação de fluido viscoplástico no escoamento entre placas paralelas ao redor de um cilindro. Estes autores utilizaram a equação constitutiva de Papanastasiou e o método de elementos finitos. O conceito adotado para identificação das zonas não-cisalhadas seguiu a comparação direta da magnitude do tensor tensão com o valor da tensão limite de escoamento do material. Esta mesma estratégia foi adotada no presente trabalho.

Utilizando os modelos de Carreau-Yasuda e de Herschel-Bulkley para a função viscosidade, Reis Jr. (2003) simulou o comportamento não Newtoniano de um fluido viscoplástico através de um canal plano com expansão seguida de contração, identificando um padrão de escoamento de transição com a variação do comprimento da região de maior espessura. Avaliando este mesmo tipo de geometria, Mendes et. al (2007) examinaram o escoamento de uma solução de Carbopol em várias concentrações aplicando o modelo constitutivo proposto anteriormente por Mendes e Dutra (2004). Este modelo é uma função contínua, bem como suas derivadas, e no trabalho em que foi apresentado, Mendes e Dutra (2004) ajustam a equação aos dados experimentais de soluções de Carbopol e outras substâncias que também possuem um comportamento viscoplástico.

Constantemente surgem novos estudos e proposições para modelamento do escoamento de fluidos viscoplásticos. Zhu et al. (2005) avaliaram soluções de Carbopol e propuseram um modelo reológico baseado nos trabalhos de Ké e Turcotte (1980) e Papanastasiou (1987). Moreno e Cervera (2016) apresentam uma metodologia para solução das equações de Navier-Stokes para os fluidos viscoplásticos de Bingham e Herschel-Bulkey utilizando o método de elementos finitos mistos estabilizados e propõem um modelo regularizado de dupla viscosidade, combinando parâmetros dos modelos regularizados de Papanastasiou (1987) e Mendes e Dutra (2004) a fim de reproduzir o comportamento do fluido ideal, especialmente nos baixos valores de taxa de deformação do fluido.

Huigol e You (2005) avaliaram os modelos de Bingham, Casson e Herschel-Bulkley em canais circulares e quadrados determinando os perfis de velocidade, localizações das regiões cisalhadas e sólidas e comparando os resultados dessas três equações constitutivas.

Mitsoulis (2007) realizou uma revisão histórica de modelos e aplicações computacionais de fluidos viscoplásticos que surgiram nos últimos 25 anos em cerca de 100 referências, ratificando a vasta aplicabilidade do modelo regularizado da modificação exponencial de Papanastasiou, tanto em fluidos do tipo Bingham quanto Herschel-Bulkley.

Rudert e Schwarze (2009) conduziram uma investigação experimental e numérica da injeção de um gel de Carbopol em uma cavidade. O modelo constitutivo de Herschel-Bulkley, embarcado no programa computacional comercial ANSYS FLUENT®, foi utilizado na análise computacional com uma boa correlação com os resultados experimentais. O presente trabalho utilizou os dados reológicos do fluido aplicado no estudo de Rudert e Schwarze (2009) devido à aplicabilidade deste material na indústria de cosméticos e suas propriedades viscoplásticas já investigadas em outros trabalhos (MAGNIN e PIAU, 1990) (PIAU, 1998) (Mendes et. al, 2007) e (JAY, 2002).

O desenvolvimento térmico de um escoamento laminar de plástico de Bingham em um canal de placas paralelas foi recentemente estudado por Boualit et al. (2011), evidenciando a importância dos efeitos da tensão de limite de escoamento sobre o desenvolvimento hidrodinâmico e térmico do escoamento. Os resultados das avaliações hidrodinâmicas foram utilizados na validação do modelo computacional aplicado no presente trabalho.

Em pouco mais de 200 citações, Coussot (2014) fez uma compilação de diversos resultados experimentais de estudos de escoamento de materiais viscoplásticos, confirmando a característica complexa de fluidos viscoplásticos e o vasto campo de pesquisa ainda em aberto existente, principalmente em relação às características de escoamentos internos.

Philippou et al. (2016) avaliaram o comportamento viscoplástico de um escoamento entre placas paralelas com condição de escorregamento na parede. Utilizaram o modelo regularizado de Papanastasiou na abordagem numérica com objetivo de determinar o comprimento da região de entrada para o pleno desenvolvimento do perfil de velocidades.

No campo da medicina o estudo de escoamento viscoplástico é largamente empregado na avaliação do comportamento do sangue, em especial nas regiões de bifurcações de artérias. O Carbopol é geralmente o fluido escolhido para reproduzir em laboratório o comportamento reológico do sangue. Quintella (2001) reproduziu em laboratório as condições da estenose (estreitamento dos vasos) a fim de determinar o grau de obstrução das artérias que favorece a formação de coágulos utilizando soluções de Carbopol. Seo (2013) comparou os perfis de velocidade do sangue em uma bifurcação de artéria usando uma reologia Newtoniana e outra não Newtoniana. Apostolidis et al. (2016) também comparou o modelo Newtoniano com um modelo reológico viscoplástico, utilizando o modelo de Casson na simulação do fluxo sanguíneo em artérias. Valencia et al. (2008) avaliou a fluidodinâmica do sangue em aneurismas cerebrais a partir de 30 casos modelados em 3D e aplicou o modelo de Herschel-Bulkley.

Miranda et al. (2008) realizaram investigações em regime transiente e permanente de escoamentos bidimensionais de fluidos Newtonianos e não-Newtonianos em ramificação em T a fim de modelar o comportamento de um fluido como o sangue. Foram identificadas duas zonas principais de recirculação que aumentam com o número de Reynolds e que também apresentam uma instabilidade quando considerado um fluxo peristáltico.

Matos e Oliveira (2013) realizaram análises do escoamento de um fluido não Newtoniano em um canal plano com ramificação em T, utilizando o modelo reológico de Carreau-Yasuda para modelar o comportamento do sangue. Os autores fizeram uma análise das regiões de recirculação, sugerindo a possibilidade da existência de condições que poderiam facilitar o surgimento de doenças vasculares.

Utilizando o modelo de fluido Newtoniano generalizado com o modelo *Power Law* (Lei de potência), Khandelwal et al. (2015) simularam o escoamento laminar em um canal com ramificação em T. O impacto da variação do número de Reynolds e do coeficiente da lei de potência foi avaliado em relação a formação e tamanho das zonas de recirculação. O aumento do índice da lei de potência diminuiu o valor crítico de Reynolds para o surgimento das zonas de recirculação.

Dyakova e Frolov (2017) avaliaram o escoamento de um fluido não Newtoniano, determinado pelo modelo de Lei de Potência (*Power Law*), usando o método de diferenças finitas, em um canal bidimensional com uma bifurcação em T e com condições de contorno de pressão diferentes nas seções de saída, fazendo com o que o fluxo mássico tenha preferência pelo trajeto para a ramificação com menor pressão de saída. Foi avaliada a influência do índice da Lei de Potência, número de Reynolds e diferenças de pressão. Observou-se que a localização e tamanho das zonas de recirculação variaram com esses parâmetros.

2.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como conclusão desta seção destaca-se que a análise de escoamentos de fluidos não-Newtonianos com comportamento viscoplástico em bifurcações é amplamente discutida na literatura. Além disto, constata-se que o fluido Carbopol tem sido aplicado tanto na modelagem de produtos da indústria de cosméticos quanto na modelagem do escoamento de sangue. Entretanto, estudos envolvendo o escoamento do Carbopol em bifurcações tem uma vasta aplicação, justificando a análise realizada nesta Dissertação.

3 FORMULAÇÃO TEÓRICA

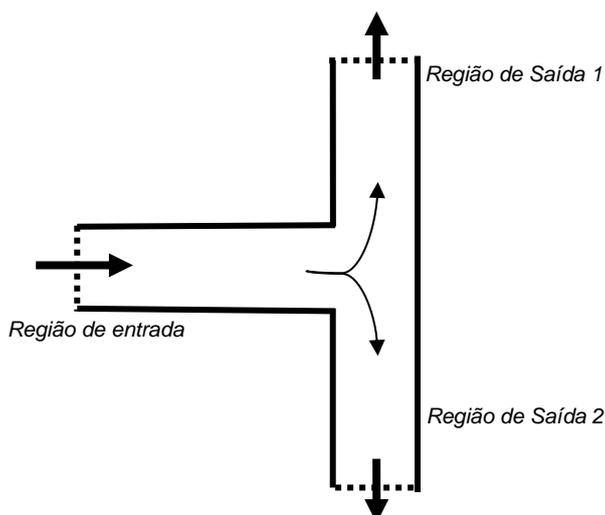
Neste capítulo são apresentados o problema físico a ser estudado e as equações que o governam no que tange a abordagem hidrodinâmica - equações de conservação de massa e quantidade de movimento, bem como equações constitutivas para fluidos viscoplásticos. São relacionadas, ainda, a modelagem matemática e as condições de contorno.

A abordagem diferencial das equações de governo é adotada, pois permite obter o conhecimento detalhado ponto a ponto do campo de escoamento. Com esta metodologia é possível conhecer a distribuição dos campos de pressão e velocidade em um volume de controle infinitesimal e aplicar uma metodologia numérica de solução do sistema de equações.

3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A situação física a ser modelada trata do escoamento de um fluido viscoplástico por um canal plano em regime permanente com uma divisão do fluxo em uma bifurcação em T (Figura 7).

Figura 7 - Topologia básica do problema



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

O problema é tratado isotermicamente e em uma faixa de valores de fluxo mássico que não implica em grandes quedas de pressão, assim a aproximação de escoamento incompressível é válida. Uma condição de velocidade constante (perfil

uniforme) é aplicada na entrada do canal e, devido à condição de não deslizamento nas paredes, um perfil constante de velocidades se desenvolve após a entrada. O perfil é determinado pela característica reológica de viscosidade do material viscoplástico. Uma região interna do canal assume a mesma velocidade máxima de escoamento, comportando-se como uma região aparentemente sólida, devido à presença de uma tensão de limite de escoamento do modelo reológico.

As considerações assumidas para a solução do problema e simplificação das equações de conservação são:

- Fluido incompressível;
- Escoamento laminar;
- Regime permanente;
- Forças de corpo desprezíveis;
- Escoamento isotérmico;
- Geometria bidimensional.

3.2 EQUAÇÕES DE GOVERNO

Numa abordagem clássica, as equações que determinam o movimento dos fluidos são chamadas de equações de Navier-Stokes (NAVIER, 1823; STOKES, 1845) e avaliam o movimento das partículas em um meio contínuo, em função das mudanças de pressão e forças viscosas dissipativas internas no fluido. Essas equações se originam dos princípios básicos de conservação de massa e quantidade de movimento.

A abordagem Euleriana é usada para descrever as equações e considera uma descrição espacial onde o volume de controle, no qual o balanço das leis de conservação é aplicado, é fixado no espaço.

As equações de conservação descritas a seguir estão na forma conservativa. Suas deduções são detalhadas em livros básicos de mecânica dos fluidos, como descrito em White (2005). Pelo fato da consideração de escoamento isotérmico, a equação de conservação de energia não é avaliada.

O balanço de fluxo mássico que atravessa o volume de controle dá origem à equação da continuidade, traduzida, com as simplificações anteriormente assumidas neste problema, na seguinte expressão de conservação da massa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (3.1)$$

onde ρ é massa específica do fluido, x_i são as coordenadas do sistema global, u_i são as componentes da velocidade e t representa o tempo.

A equação de conservação de quantidade de movimento linear, também conhecida como 2ª Lei de Newton, expressa que o somatório das forças externas é igual ao produto da massa pela aceleração.

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad i, j = 1, 2 \quad (3.2)$$

onde p é a pressão estática e τ_{ij} é o tensor tensão desviador, que, tem relação com o tensor taxa de deformação desviador D'_{ij} dado por uma equação constitutiva, implicando em:

$$\tau_{ij} = 2\mu D'_{ij}, \quad i, j = 1, 2 \quad (3.3)$$

onde μ é a viscosidade do fluido e

$$D'_{ij} = D_{ij} - \frac{1}{3} D_{kk} \delta_{ij} \quad i, j, k = 1, 2 \quad (3.4)$$

No caso de fluidos Newtonianos incompressíveis, o tensor taxa de deformação desviador é representado apenas pelo tensor taxa de deformação D_{ij} , ou ainda pelo tensor taxa de deformação cisalhante $\dot{\gamma}_{ij}$ assim:

$$\tau_{ij} = 2\mu D_{ij} = \mu \dot{\gamma}_{ij}, \quad i, j = 1, 2 \quad (3.5)$$

com

$$D_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2 \quad (3.6)$$

$$\dot{\gamma}_{ij} = 2D_{ij}, \quad (3.7)$$

Quando a tensão cisalhante aplicada é diretamente proporcional à taxa de deformação sofrida por um elemento fluido tem-se um fluido Newtoniano. A água e o ar, por exemplo, são fluidos Newtonianos. Essa proporção é dada pelo índice de viscosidade (μ).

Viscosidade é a propriedade que determina o grau de resistência do fluido à força cisalhante, ou seja, resistir à deformação. No escoamento de um fluido observam-se um movimento relativo entre suas partículas, resultando um atrito entre as mesmas. Quanto mais viscoso um fluido, mais difícil de escoar e maior o seu coeficiente de viscosidade.

Neste estudo utilizou-se a equação de Fluido Newtoniano Generalizado para representar a dependência da viscosidade em relação à taxa de deformação equivalente, pois os fluidos viscoplásticos apresentam este comportamento (BIRD, et al., 1987). Assim:

$$\mu = \eta(\dot{\gamma}) \quad (3.8)$$

$$\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}_{ij}, \quad i, j = 1, 2 \quad (3.9)$$

onde $\eta(\dot{\gamma})$ é a viscosidade aparente e função de invariantes escalares do tensor taxa de deformação. No caso de escoamentos incompressíveis e cisalhantes (BIRD et al., 1987) tem-se:

$$\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2} \quad (3.10)$$

onde $\dot{\gamma}$ é a taxa de deformação cisalhante equivalente.

Dessa forma a equação da quantidade de movimento para um fluido viscoplástico (a partir do modelo de Newton generalizado) fica:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad i, j = 1, 2 \quad (3.11)$$

3.3 REOLOGIA DE FLUIDOS

A reologia é “a ciência que estuda o fluxo e deformação da matéria por meio da análise de um material à aplicação de tensão” (BRETAS e D’ÁVILLA, 2005). O fluxo e o comportamento de deformação do fluido submetido a tensões, sob determinadas condições termodinâmicas ao longo de um intervalo de tempo, determina a reologia do fluido.

Um importante parâmetro inerente aos fluidos é sua viscosidade, podendo esta estar associada a variações de taxa de cisalhamento, de tempo e temperatura. Sob as características da viscosidade em relação à taxa de deformação, os fluidos podem ser classificados em Newtonianos e não-Newtonianos. Os fluidos Newtonianos apresentam uma relação constante entre a taxa de deformação e a tensão de cisalhamento. Os demais fluidos que não apresentam uma relação constante entre a taxa de deformação e a tensão de cisalhamento, ou ainda dependem de outros parâmetros na definição desta relação, são ditos não-Newtonianos: fluidos viscoelásticos, dilatantes, pseudoplásticos e viscoplásticos (ver Figura 8).

Figura 8 - Classificação dos Fluidos Segundo seu Comportamento Reológico

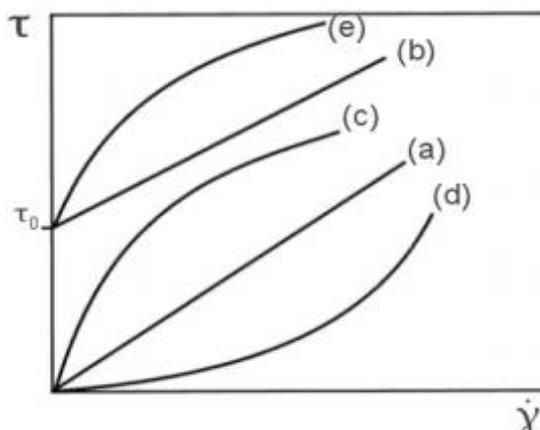


Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

A Figura 9 ilustra a relação entre a taxa de deformação equivalente ($\dot{\gamma}$) e a tensão de cisalhamento equivalente. A inclinação de cada linha representa a viscosidade. A comparação e diferença qualitativa entre os fluidos Newtoniano,

plástico de Bingham, Pseudoplástico, Dilatante e Herschel-Bulkley fica de fácil interpretação.

Figura 9 - Curva de escoamento: (a) Newtoniano; (b) Plástico de Bingham; (c) Pseudoplástico; (d) Dilatante; (e) Herschel-Bulkley



Fonte: Adaptado de Fonseca (2013).

A determinação da tensão de cisalhamento equivalente é dada em função da taxa de deformação equivalente e da viscosidade aparente:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (3.12)$$

O presente estudo é voltado à análise dos fluidos com comportamento viscoplástico, ou seja, que possuem uma tensão de escoamento crítica (τ_0), a partir da qual se desenvolve o escoamento, a exemplo dos fluidos plástico de Bingham e Herschel-Bulkley.

3.3.1 Fluidos Viscoplásticos

Os fluidos viscoplásticos são materiais que se comportam como sólido rígido sob a influência de tensões cisalhantes abaixo de uma tensão limite, conhecida como tensão limite de escoamento. Ou seja, não apresentam cisalhamento sob estas condições.

Importante pontuar que atualmente é sabido que o conceito de uma tensão de escoamento nos fluidos viscoplásticos não é totalmente correto. Esses materiais aparentam possuir esta tensão limite de escoamento, mas escoam mesmo para tensões inferiores, a uma taxa de deformação muito pequena que somente

reômetros especiais, de altíssima precisão, são capazes de detectar (BARNES, 1999). Na prática, a magnitude da viscosidade nesta faixa de taxas de cisalhamento é muito alta, e o fluido apresenta um comportamento bi-viscoso (ALEGRIA, 2011).

No entanto, a caracterização de uma tensão de limite de escoamento é uma interpretação e simplificação matemática que pode ser efetivamente usada na avaliação de um escoamento dentro da faixa de parâmetros e medidas que permitiram originalmente a identificação deste valor (BARNES, 1999). Como existe uma clara e significativa transição no comportamento reológico dos materiais viscoplásticos, a distinção entre uma região cisalhada e outra não-cisalhada é justificada pela caracterização de uma tensão limite de escoamento (COUSSOT, 2014).

Quando a tensão local de cisalhamento excede a tensão limite de escoamento (τ_0), o material flui com uma taxa de cisalhamento proporcional a tensão cisalhante aplicada. Essa relação é constante nos fluidos determinados “plásticos de Bingham”, mas pode variar com a própria taxa cisalhante, definindo assim os fluidos Herschel-Bulkley.

Os modelos reológicos de fluidos viscoplásticos são baseados no modelo de Bingham (BINGHAM, 1922; OLROYD, 1947; BIRD et al., 1987) que, na forma tensorial pode ser expresso como:

Modelo Plástico de Bingham:

$$\dot{\gamma}_{ij} = 0 \quad \text{para} \quad \tau \leq \tau_0 \quad (3.13)$$

$$\tau_{ij} = \left(\eta + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \tau > \tau_0 \quad (3.14)$$

No modelo de Bingham, a viscosidade η é assumida como um valor constante. Para a caracterização da viscoplasticidade de um material utiliza-se o número de Bingham (BIRD, et al., 1983) definido por:

$$Bn = \frac{\tau_0 D}{\eta u_c}; \quad (3.15)$$

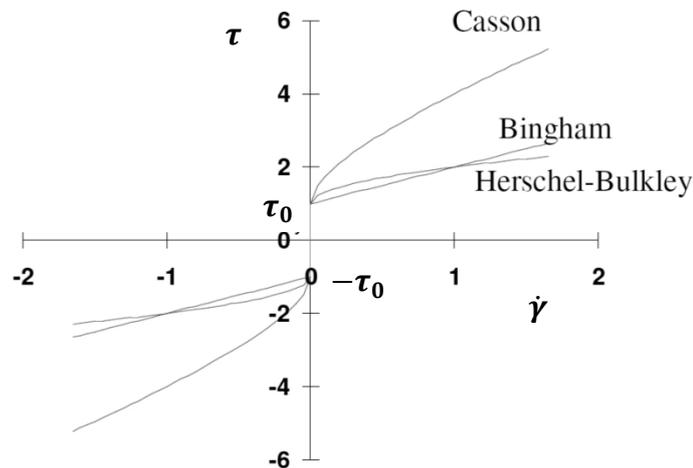
Onde u_c é a velocidade característica do problema, geralmente a velocidade média relativa a um fluxo determinado e D é um comprimento característico do escoamento (o diâmetro ou distância entre as paredes do canal).

Diferentes equações constitutivas foram propostas para modelar o comportamento tensão-deformação de materiais viscoplásticos (BIRD, et al., 1983). Em um escoamento sujeito a um cisalhamento simples o gráfico de tensão *versus* deformação de fluidos viscoplásticos é dado pelo gráfico da Figura 10.

Em todos os modelos (Bingham, Herschel-Bulkley e Casson) tem-se:

$$\dot{\gamma}_{ij} = 0 \quad \text{para} \quad \tau \leq \tau_0 \quad (3.16)$$

Figura 10 - Gráfico Tensão-Deformação para diferentes modelos viscoplásticos



Fonte: Adaptado de Mitsoulis (2007).

Modelo Herschel-Bulkley:

$$\tau_{ij} = \left(K \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \tau > \tau_0 \quad (3.17)$$

A partir de estudos de soluções heterogêneas de borracha e benzeno, Herschel e Bulkley (1926) apresentaram um modelo que leva em consideração mudanças na viscosidade efetiva, assumindo a expressão da lei de potência para a viscosidade e substituindo-a no valor da viscosidade constante do modelo de Bingham. Onde K é denominado por índice de consistência, relacionado com a viscosidade plástica aparente η , e n é índice da Lei de Potência, ou seja, relacionando com o modelo ideal de Bingham tem-se:

$$\eta = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (3.18)$$

Dependendo do valor do índice n o material flui, a partir da tensão limite de escoamento, com um comportamento pseudoplástico ($n < 1$) ou dilatante ($n > 1$). Esse modelo reológico apresenta um ajuste mais apurado para algumas categorias de fluidos, como suspensões heterogêneas de bentonita e soluções de Carbopol (ZHU et al., 2005). Para $n = 1$ o modelo Herschel-Bulkley se reduz ao modelo de Bingham, com índice de consistência equivalente à viscosidade plástica.

Modelo Casson:

$$\tau_{ij} = \left(\sqrt{\eta} + \sqrt{\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}} \right)^2 \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \tau > \tau_0 \quad (3.19)$$

Casson (1959) propôs essa equação constitutiva não-linear para descrever as curvas de tensão *versus* taxa de cisalhamento de suspensões de tinta. Um fluido que segue este modelo apresenta uma tensão limite de escoamento (viscosidade infinita a uma taxa de cisalhamento nula) e uma viscosidade tendendo a zero quando a taxa cisalhante tende ao infinito.

Ké-Turcotte:

$$\tau_{ij} = \left(\eta_1 e^{(-t_1 \dot{\gamma})} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \tau > \tau_0 \quad (3.20)$$

Avaliando a reologia de alguns materiais orgânicos e biológicos, Ké e Turcotte (1980) propuseram uma equação constitutiva na forma exponencial para a viscosidade a partir do modelo de Herschel-Bulkley e ajustada a resultados experimentais da determinação da viscosidade para mel, óleo de milho, maionese, iogurte, sangue e purê de banana, fornecendo uma alternativa de substituição ao modelo de Casson, até então bastante difundido para estes fluidos. t_1 tem dimensão de tempo e os autores sugerem sua relação com propriedades tixotrópicas; $\eta_1 [Pa.s]$ é uma constante relacionada a viscosidade do fluido na região cisalhada.

3.3.2 Modelos Viscoplasticos Regularizados

Apesar dos modelos propostos não apresentarem limitações para soluções analíticas de problemas simples (BIRD, et al., 1983), eles impõem barreiras em casos mais complexos, transponíveis apenas com análises numéricas.

Entretanto, mesmo em uma abordagem por modelagem numérica, dificuldades significativas são encontradas. Adicionalmente às não linearidades das equações de governo e da relação constitutiva, um obstáculo inerente é a descontinuidade na própria relação constitutiva (BURGOS, et al., 1999).

As dificuldades surgem da necessidade de mapear a superfície de transição em que há ou não o escoamento por conta da magnitude da tensão limite de escoamento local. À medida que se aproxima a região de transição da tensão limite de escoamento, a presença de $\dot{\gamma}$ no denominador dos modelos viscoplasticos faz com que a viscosidade aparente fique irrestrita. Além disso, enquanto o campo de velocidade é calculado, a forma e localização desta região de transição são desconhecidas. A descontinuidade da viscosidade em relação à tensão limite de escoamento implica, portanto, em um valor alto, tendendo ao infinito, que pode causar instabilidade numérica para pequenas taxas cisalhantes (MIN, et al., 1997).

A partir do modelo ideal de Bingham, outros modelos foram propostos com o objetivo de evitar a descontinuidade e facilitar a resolução de problemas gerais. Estes modelos modificam a equação constitutiva de modo a apresentar uma relação contínua, aplicável tanto para a região “sólida” quanto “viscosa” e são considerados versões regularizadas do modelo básico (descontínuo). Tais considerações implicam que o material se comporta como um fluido de alta viscosidade para taxas de cisalhamento baixas e depois assume um valor de viscosidade plástica de modo a recuperar o comportamento do modelo original.

Bercovier-Engelman:

$$\tau_{ij} = \left(\eta + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma} + \delta} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \tau > \tau_0 \quad (3.21)$$

Bercovier e Engelman (1980) introduziram um parâmetro de regularização a fim de evitar a descontinuidade do modelo de Bingham. O comportamento do modelo ideal é aproximado para valores relativamente pequenos de δ .

Tanner-Milthorpe:

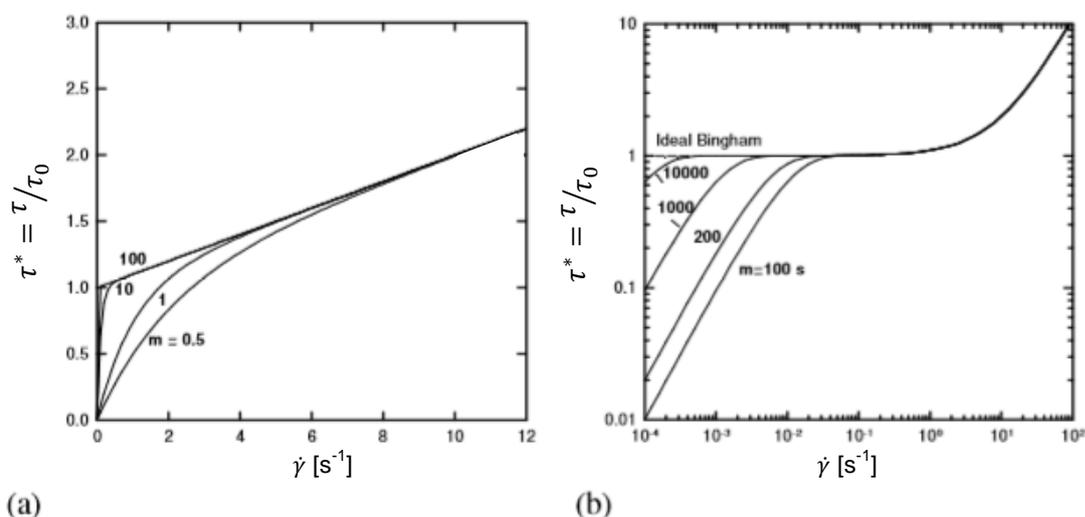
$$\tau_{ij} = \eta_0 \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c \quad (3.22)$$

$$\tau_{ij} = \left(\eta + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \quad (3.23)$$

Tanner e Milthorpe (1983) propuseram um modelo de dupla viscosidade, apresentando duas inclinações, como se fossem dois modelos Newtonianos, onde η_0 é a viscosidade da região não cisalhada aparente e $\dot{\gamma}_c$ é a taxa de cisalhamento crítico. A partir de análises de problemas 2D de escoamentos de Poiseuille, valores ideais foram sugeridos para $\eta_0 = 1000\eta$ e $\dot{\gamma}_c = 10^{-3} \text{s}^{-1}$.

Papanastasiou (1987) propôs uma regularização exponencial da Equação (3.14), introduzindo um parâmetro m , com dimensão de tempo, que controla o aumento exponencial da tensão. O modelo proposto, usualmente chamado de Bingham-Papanastasiou pode ser observado na Figura 11. O aumento do valor de m recupera o modelo de Bingham.

Figura 11 - Curvas de tensão cisalhante versus taxa de cisalhamento para fluidos Bingham de acordo com o modelo exponencial proposto por Papanastasiou (1987) para diferentes valores do parâmetro de regularização m : (a) escala linear, (b) plotagem log-log



Fonte: Adaptado de Mitsoulis (2007).

Bingham-Papanastasiou:

$$\tau_{ij} = \left(\eta + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} [1 - e^{(-m\dot{\gamma})}] \right) \dot{\gamma}_{ij}, \quad (3.24)$$

O parâmetro m tem dimensão de tempo e seu valor quando relativamente alto aproxima o comportamento de fluido ideal de Bingham.

A regularização de Papanastasiou aplicada aos demais modelos de viscoplásticos de Herschel-Bulkley e de Casson fornece:

Herschel-Bulkley-Papanastasiou:

$$\tau_{ij} = \left(K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} [1 - e^{(-m\dot{\gamma})}] \right) \dot{\gamma}_{ij}, \quad (3.25)$$

Casson-Papanastasiou:

$$\tau_{ij} = \left(\sqrt{\eta} + \sqrt{\frac{\tau_0}{\dot{\gamma}}} [1 - e^{(-\sqrt{m\dot{\gamma}})]} \right)^2 \dot{\gamma}_{ij}, \quad (3.26)$$

Herschel-Bulkley regularizado por Bercovier-Engelman:

$$\tau_{ij} = \left(K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma} + \delta} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad (3.27)$$

Assim como o modelo de fluido Herschel-Bulkley é uma modificação do modelo de Bingham, que introduz o comportamento descrito pela Lei de Potência (com $\eta = K\dot{\gamma}^{n-1}$), é possível modificar o modelo Bercovier-Engelman.

Herschel-Bulkley regularizado por O'Donovan-Tanner:

$$\tau_{ij} = \eta_0 \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c \quad (3.28)$$

$$\tau_{ij} = \left(K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right) \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \quad (3.29)$$

De forma similar, a modificação do modelo de Tanner-Milthorpe foi proposta por O'Donovan e Tanner (1984) para representar o comportamento de um fluido Herschel-Bulkley.

A Figura 12 apresenta uma comparação das regularizações de um fluido tipo Herschel-Bulkley, utilizando os modelos de Bercovier-Engelman, O'Donovan-Tanner e Papanastasiou.

Outro modelo de regularização proposto por Dorier e Tichy (1992) permite determinar o valor da viscosidade para valores pequenos da taxa de cisalhamento sem tender para o infinito.

Dorier-Tichy:

$$\tau_{ij} = \left[\eta + \frac{2\tau_0}{\pi\dot{\gamma}} \tan^{-1} \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right) \right] \dot{\gamma}_{ij} \quad (3.30)$$

onde η é a viscosidade plástica, τ_0 o parâmetro da tensão limite de escoamento e $\dot{\gamma}_c$ o parâmetro crítico da taxa cisalhante. A Figura 13 apresenta a regularização de Dorier-Tichy para plástico de Bingham, com valores parametrizados. Segundo Dorier e Tichy (1992), a partir de $\dot{\gamma}_c^* \leq 10^{-3}$, onde $\dot{\gamma}_c^* = \dot{\gamma}_c H/u_c$, a influência da variação deste parâmetro é muito pequena. Incluindo a Lei de Potência na viscosidade plástica tem-se uma modificação de Dorier-Tichy para Herschel-Bulkley:

$$\tau_{ij} = \left[K\dot{\gamma}^{n-1} + \frac{2\tau_0}{\pi\dot{\gamma}} \tan^{-1} \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right) \right] \dot{\gamma}_{ij} \quad (3.31)$$

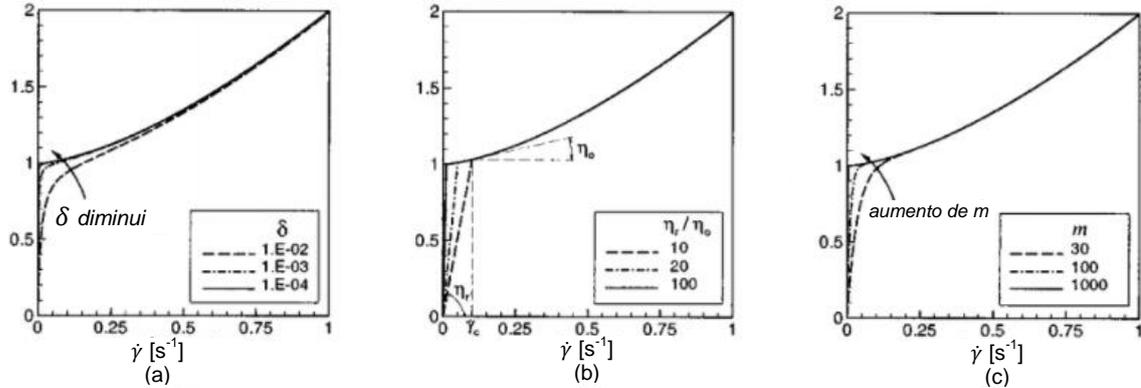
O programa computacional ANSYS FLUENT® possui apenas um modelo regularizado para avaliação da viscosidade de fluidos viscoplásticos, tanto para fluido tipo Bingham quanto para tipo Herschel-Bulkley. É utilizada uma regularização similar à abordagem de dupla viscosidade, mas com uma suavização da descontinuidade na transição da taxa cisalhante crítica.

Herschel-Bulkley fornecido no software ANSYS FLUENT®:

$$\tau_{ij} = \left\{ \tau_0 \frac{(2-\dot{\gamma}/\dot{\gamma}_c)}{\dot{\gamma}_c} + K \left[(2-n) + (n-1) \frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right] \right\} \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} \leq \dot{\gamma}_c \quad (3.32)$$

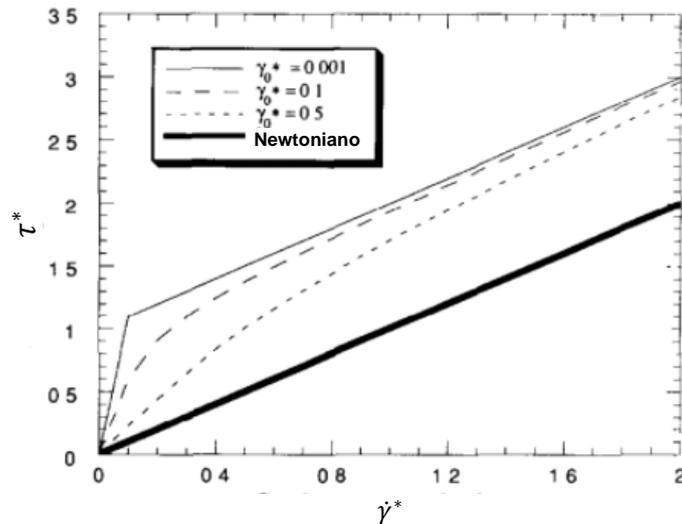
$$\tau_{ij} = \left[K \left(\frac{\dot{\gamma}}{\dot{\gamma}_c} \right)^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} \right] \dot{\gamma}_{ij} \quad \text{para} \quad \dot{\gamma} > \dot{\gamma}_c \quad (3.33)$$

Figura 12 - Modelos Regularizados de Fluido Herschel–Bulkley (a) Bercovier-Engelman, (b) O’Donovan-Tanner e (c) Papanastasiou



Fonte: Adaptado de Burgos et al. (1999)

Figura 13 - Curvas do modelo reológico proposto por Dorier e Tichy (1992) para diferentes valores do parâmetro $\dot{\gamma}_0$ – valores parametrizados



Fonte: Adaptado de Dorier e Tichy (1992)

É necessário determinar um valor $\dot{\gamma}_c$ menor possível. Valores muito pequenos, porém, induzem a oscilações numéricas. É possível ainda definir, no FLUENT, um modelo regularizado diferente do modelo “embarcado” do programa, utilizando as funções UDF (mais detalhes são apresentados na Seção 3.5.3).

3.4 ADIMENSIONALIZAÇÃO

O processo de adimensionalização permite comparar os resultados de um modelo com uma geometria em escala. Com base na abordagem aplicada por Alexandrou et al. (2000), as equações de governo adimensionais são obtidas a partir dos grupos adimensionais apresentados a seguir:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{H}; & y^* &= \frac{y}{H}; & u^* &= \frac{u}{u_c}; & v^* &= \frac{v}{u_c}; \\ \tau^* &= \frac{\tau}{\tau_0}; & p^* &= \frac{p}{\tau_{ef}}; & \eta^* &= \frac{\eta(\dot{\gamma})}{\mu_{ef}}; & \dot{\gamma}^* &= \frac{\dot{\gamma}H}{u_c}; \end{aligned} \quad (3.34)$$

O comprimento característico do escoamento H é a metade da altura do canal de entrada. u_c é a velocidade característica do escoamento, a mesma velocidade de entrada assumida na entrada do canal. τ_{ef} é a tensão de cisalhamento efetiva e está relacionada com a velocidade característica, o comprimento característico e a viscosidade efetiva μ_{ef} , conforme:

$$u_c = \frac{\tau_{ef}H}{\mu_{ef}} \quad \therefore \quad \tau_{ef} = \frac{\mu_{ef}u_c}{H} \quad (3.35)$$

A viscosidade efetiva depende do modelo reológico adotado e é definida a partir da avaliação unidimensional da equação do modelo ideal de fluido Herschel-Bulkley (Equação 3.17):

$$\tau = \tau_0 + K\dot{\gamma}^n = \tau_0 + K|\dot{\gamma}|^{n-1}\dot{\gamma}; \quad (3.36)$$

onde $\dot{\gamma}$ é a taxa de cisalhamento e a viscosidade efetiva é $K|\dot{\gamma}|^{n-1}$.

$$\mu_{ef} = K|\dot{\gamma}|^{n-1}. \quad (3.37)$$

Assumindo que $\dot{\gamma} \sim u_c/H$, a viscosidade efetiva é definida por:

$$\mu_{ef} = K \left(\frac{u_c}{H} \right)^{n-1} \quad (3.38)$$

Dessa forma, também se pode reescrever a expressão para a pressão adimensional:

$$p^* = \frac{pH}{\mu_{ef}u_c} = \frac{pH^n}{Ku_c^n} \quad (3.39)$$

3.4.1 Número de Reynolds

O número de Reynolds é um parâmetro adimensional que relaciona as forças de inércia com as forças de viscosidade que agem sobre um fluido em escoamento. Na avaliação de um fluido tipo Herschel-Bulkley o número de Reynolds generalizado pode ser definido como:

$$Re_G = \frac{\rho u_c H}{\mu_{ef}} = \frac{\rho u_c^{2-n} H^n}{K} \quad (3.40)$$

A partir de então, para efeito de simplificação de simbologia, se define Re_G por apenas Re .

3.4.2 Número de Bingham

A generalização do número de Bingham, apresentado anteriormente na Equação (3.15), indica a característica viscoplástica de um fluido Herschel-Bulkley, em escoamento na geometria avaliada, da seguinte maneira:

$$Bn = \frac{\tau_0}{K} \left(\frac{H}{u_c} \right)^n; \quad (3.41)$$

3.4.3 Relação entre os números de Bingham e Reynolds

Neste estudo do comportamento de um fluido viscoplástico em canais com bifurcação, interessa saber seu comportamento em relação aos parâmetros de geometria e velocidade de entrada, assim os grupos adimensionais variam em conjunto, pois estão relacionados a fatores comuns. No presente estudo o

comprimento característico H do canal de entrada é mantido o mesmo. As características reológicas são mantidas as mesmas e a variável principal torna-se a velocidade de entrada.

Assim é possível estabelecer uma relação entre os números de Bingham e Reynolds para um fluido viscoplástico Herschel-Bulkley na forma de:

$$Bn = \frac{\tau_0 H^n}{K} \left(\frac{K}{\rho H^n} \right)^{\left(\frac{n}{n-2} \right)} Re^{\left(\frac{n}{n-2} \right)} \quad (3.42)$$

A dedução da Equação (3.42) pode ser constatada no Apêndice A.

3.4.4 Equação da conservação de massa adimensional

As equações de governo são reescritas na forma adimensional por meio das variáveis adimensionalizadas apresentadas. A equação da conservação de massa em sua forma adimensional, considerando a condição de ρ constante, é:

$$\frac{\partial u_i^*}{\partial x_i^*} = 0, \quad i = 1, 2 \quad (3.43)$$

3.4.5 Equação da quantidade de movimento adimensional

A equação da quantidade de movimento adimensional é então definida definidas por:

$$Re \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} = - \frac{\partial p^*}{\partial x_i^*} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad i, j = 1, 2 \quad (3.44)$$

3.4.6 Modelo viscoplástico regularizado adimensional

O fluido viscoplástico avaliado numericamente na presente Dissertação é do tipo Herschel-Bulkley e modelado com o modelo regularizado de Papanastasiou. A adimensionalização da equação constitutiva da viscosidade é dada por:

$$\eta^* = 1 + \frac{Bn}{\dot{\gamma}^*} (1 - e^{(-m^* \dot{\gamma}^*)}); \quad (3.45)$$

onde $m^* = mH/u_c$ é a adimensionalização do parâmetro de regularização do modelo de Papanastasiou, da Equação (3.25).

3.4.7 Fator de Atrito

O fator de atrito determina a perda de energia por fricção do fluido nas paredes do canal. A perda de carga que ocorre devido ao atrito viscoso do fluido representa a quantidade de energia que é utilizada para promover o seu escoamento. O fator de atrito é dado por:

$$f = \frac{8\overline{\tau_w}}{\rho u_c^2}; \quad (3.46)$$

com $\overline{\tau_w}$ sendo a tensão de cisalhamento média do fluido nas paredes internas do canal (“*wall shear stress*”), dada por:

$$\overline{\tau_w} = \frac{\int \tau_w dA}{\int dA} \quad (3.47)$$

com dA sendo o elemento de área da parede interna. O valor de u_c é determinado pelo número de Reynolds generalizado na Equação (3.40).

A associação da perda de carga do escoamento com os parâmetros reológicos e cinemáticos do fluido é definida pelo fator de atrito adimensional, sendo um parâmetro para avaliar o desempenho de um escoamento. Em escoamentos Newtonianos internos esta relação tende para um valor constante.

Assim, o fator de atrito adimensional, ou número de Poiseuille ($fRe = f * Re$), agrupa os efeitos da perda de carga, velocidade característica do escoamento, comprimento característico do escoamento e os parâmetros reológicos do fluido viscoplástico, conforme relação entre Re e Bn . No presente estudo é avaliado o valor de maneira global, ou seja, em relação a todo o domínio por uma média da tensão de cisalhamento nas áreas internas do canal.

3.5 METODOLOGIA NUMÉRICA

Para a solução de um problema de escoamento de fluido, as equações de governo devem ser aplicadas em pontos discretos do domínio do escoamento. Essa estratégia é chamada de discretização, onde as equações diferenciais de transporte são substituídas por um conjunto de equações algébricas que fornecerá o valor das quantidades de interesse em pontos discretos dentro do domínio do escoamento.

As simulações numéricas foram realizadas utilizando o *software* comercial ANSYS FLUENT®, que é capaz de simular escoamentos de fluidos e transferência de calor em geometrias bi/tridimensionais. Este programa utiliza o método dos volumes finitos (MVF) para discretizar as equações de conservação e utiliza a formulação “*cell centered*” onde a variável de interesse está armazenada no centro da célula.

Inicialmente define-se a geometria do problema, depois é gerada uma malha que pode ser estruturada ou não. Neste trabalho optou-se por uma malha estruturada, com refinamentos nas regiões de fronteira e região da bifurcação tipo T do canal.

Na sequência definem-se as condições de contorno do problema, os modelos físicos, as propriedades dos materiais e o método de solução do sistema de equações. Por último realiza-se o pós-processamento das informações para interpretação dos resultados.

Neste capítulo são descritos os parâmetros utilizados no FLUENT, para solução das equações.

3.5.1 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE GOVERNO

No método dos volumes finitos o domínio de cálculo é subdividido em um número de volumes de controle. A técnica consiste em integrar as equações diferenciais de governo em sua forma conservativa sobre cada volume de controle, resultando em equações discretas.

As equações discretizadas representam a conservação integral através de cada volume de controle (MUNIZ, 2015), sendo uma representação finita da equação diferencial básica. Como vantagem do método de volumes finitos, a solução satisfaz a conservação integral de massa e da quantidade de movimento

nos volumes de controle em todo o domínio, independentemente do número de volumes de controle (MALISKA, 2004). Garantindo a satisfação dos princípios de conservação, tanto para um elemento individual como em nível global, o método dos volumes finitos se torna “atrativo e fisicamente consistente” (PEREIRA, 2006).

Com base no teorema de Gauss, algumas integrais de volume podem ser representadas como integrais de superfície, no caso, a superfície de controle. Desta forma, retomando as equações da conservação da massa e quantidade de movimento tem-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0, \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j u_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (3.49)$$

Prosseguindo com a integração sobre um volume de controle V , tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho u_i) dA = 0, \quad (3.50)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_i dV + \int_A \mathbf{n} \cdot (\rho u_j u_i) dA = - \int_A \mathbf{n} \cdot P dA + \int_A \mathbf{n} \cdot \left[\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] dA \quad (3.51)$$

onde \mathbf{n} é o vetor unitário normal à superfície apontado para fora do volume, A é a área da superfície de integração do volume de controle. O somatório dos fluxos, que atravessam cada uma das superfícies do volume de controle ($\mathbf{n} \cdot dA$), é representado pelas integrais anteriores. Desta forma:

$$V \left(\frac{\rho - \rho^0}{\Delta t} \right) + \sum_f^{N_{faces}} \mathbf{n}_j \cdot \dot{m}_f = 0, \quad (3.52)$$

$$V \left(\frac{\rho u_i - \rho^0 u_i^0}{\Delta t} \right) + \sum_f^{N_{faces}} \mathbf{n}_j \cdot (\dot{m}_f u_i)_f = - \sum_f^{N_{faces}} \mathbf{n}_j \cdot (P \Delta A_j)_f + \sum_f^{N_{faces}} \mathbf{n}_j \cdot \left[\eta(\dot{\gamma}) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Delta A_j \right]_f \quad (3.53)$$

onde $\dot{m}_f = (\rho u_j \Delta A_j)_f$ é o fluxo de massa através do elemento de área discreto na respectiva face na direção de \mathbf{n}_j , N_{faces} é o número de faces do volume de controle e o sobrescrito 0 representa o tempo anterior avaliado.

O escoamento analisado no presente trabalho é tratado como estacionário, dessa maneira na discretização do termo temporal é aplicado o esquema de Euler implícito, uma formulação pseudo-transiente. Ou seja, na avaliação de escoamento permanente, o programa considera o avanço no tempo até que a solução estacionária seja atingida.

Ambas as equações discretizadas podem ser escritas na forma geral da equação de transporte para uma variável φ genérica:

$$V \left(\frac{\rho\varphi - \rho^0\varphi^0}{\Delta t} \right) + \sum_f^{N_{faces}} \mathbf{n}_j \cdot (\dot{m}_f \varphi)_f = \sum_f^{N_{faces}} \mathbf{n}_j \cdot \left[\Gamma_\varphi \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right) \Delta A_j \right]_f, \quad (3.54)$$

onde Γ é o coeficiente difusivo relacionado a φ .

Para avaliar os termos convectivos e difusivos na Equação (3.54) é necessário obter o valor de φ nas faces (φ_f), uma vez que os valores discretos da variável genérica são obtidos e armazenados nos centros do volume de controle. Para tanto, funções de interpolação determinam o valor da propriedade na interface de um volume de controle.

Por padrão, o FLUENT utiliza um esquema de segunda ordem para discretização dos termos viscosos (diferenças centrais com acurácia de segunda ordem), conforme seguinte equação:

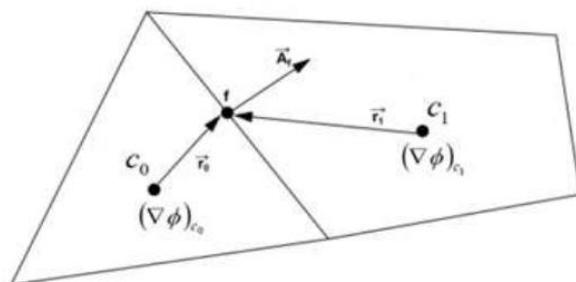
$$\Gamma_\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_{c0} - \varphi_{c1}) + \frac{1}{2}(\nabla\varphi_0 \cdot \vec{r}_0 - \nabla\varphi_1 \cdot \vec{r}_1), \quad (3.55)$$

Conforme a Figura 14, os índices 0 e 1 se referem aos volumes que compartilham uma face f ; $\nabla\varphi$ representa o gradiente da propriedade no volume e \vec{r} o vetor posição entre o centro e a face do volume.

Na avaliação de gradientes e derivadas, o programa computacional ANSYS FLUENT permite a escolha do método de determinação dos mesmos sobre as faces do volume. Gradientes são necessários, não apenas para determinar valores escalares nas faces das células, mas também para computar os termos difusivos e

derivadas de velocidade. O gradiente $\nabla\phi$ de uma dada variável ϕ é usada para discretizar os termos convectivos e difusivos nas equações de conservação. Os seguintes métodos são oferecidos ao usuário no programa computacional ANSYS FLUENT®: *Green-Gauss Cell-Based*; *Green-Gauss Node-Based*; e *Least Squares Cell-Based* (FLUENT, 2105).

Figura 14 - Valores de uma variável na face de um volume de controle

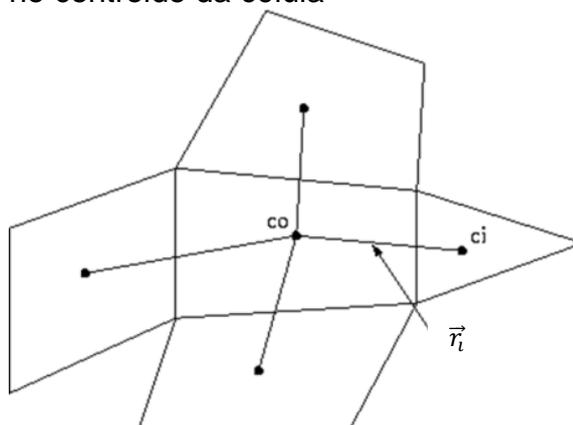


Fonte: Adaptado de FLUENT (2015).

Pelo fato de, neste trabalho, as malhas geradas serem ortogonais e em geometrias 2D, optou-se pelo Método dos Mínimos Quadrados (*Least Squares Cell-Based*) baseado no valor central da célula. Na Figura 15 a mudança nos valores (ϕ) da célula c_0 e c_i ao longo do vetor \vec{r}_i , a partir do centroide da célula c_0 até c_i , pode ser expresso por:

$$(\nabla\phi)_{c_0} \cdot \vec{r}_i = (\phi_{c_i} - \phi_{c_0}) \quad (3.56)$$

Figura 15 – Avaliação no centroide da célula



Fonte: Adaptado de FLUENT (2015)

Porém, para os termos convectivos, é possível escolher entre os seguintes esquemas de discretização: upwind de primeira ordem, lei de potência, upwind de segunda ordem, QUICK de segunda ordem, HRIC Modificado.

Neste trabalho foi utilizado, inicialmente, o esquema upwind de primeira ordem para discretização dos termos da equação de conservação da quantidade de movimento. Este esquema se mostrou bastante estável, porém, buscando aumentar a ordem de precisão da discretização, o esquema upwind de segunda ordem para interpolar o termo convectivo foi adotado. Nesta abordagem, o valor de φ_f é determinado por:

$$\varphi_f = \varphi_{up} + \nabla\varphi \cdot \vec{r}, \quad (3.57)$$

sendo φ_{up} o valor da propriedade φ à montante (*upwind*).

O esquema de segunda ordem (utilizado para avaliar o fluxo convectivo nas faces do volume) apresentou inicialmente grandes oscilações numéricas. Como primeira tentativa em contornar essas oscilações variou-se os parâmetros do método *multigrid* algébrico (AMG¹) porém sem resultados significativos na estabilização da convergência.

Avaliando em detalhe as características das equações governantes e o modelo reológico viscoplástico, notou-se, empiricamente, que este esquema de segunda ordem apresenta uma sensibilidade de estabilidade em relação à magnitude da descontinuidade imposta pelo modelo reológico viscoplástico na determinação da viscosidade. Ou seja, quando os parâmetros dos modelos regularizados tendem para seus valores limites, aproximando ao modelo ideal de Bingham, resultam em uma descontinuidade na determinação da viscosidade a baixas taxas de cisalhamento, impondo oscilações na resolução do escoamento.

Para contornar esta oscilação, e ainda assim reproduzir os resultados para um fluido com característica de tensão limite de escoamento, orientações da literatura acerca da determinação dos parâmetros dos modelos regularizados foram seguidas, conforme discutido na Seção 3.3.2.

¹ O método AMG acelera a convergência através de uma série de correções em uma série de níveis de refinamento (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). No programa computacional ANSYS FLUENT® este método é utilizado por padrão.

3.5.2 MÉTODO DE SOLUÇÃO

As equações da quantidade de movimento e da continuidade são resolvidas individualmente e sequencialmente, numa metodologia de solução segregada. A equação da continuidade é usada como uma equação para a pressão. Entretanto, a pressão não aparece explicitamente, gerando o problema do acoplamento pressão-velocidade. Portanto, deve-se dispor de uma equação evolutiva para o campo de pressão que, quando inserido na equação de conservação da quantidade de movimento, gere um campo de velocidade que satisfaça a equação da conservação da massa (MALISKA, 2004).

Para tratar o acoplamento pressão-velocidade, o programa FLUENT oferece a seus usuários algumas opções, como exemplo, os algoritmos SIMPLE, SIMPLER ou PISO. Neste trabalho foi utilizado o método SIMPLE para acoplamento entre pressão e velocidade.

O método SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*) permite obter o campo da pressão utilizando uma relação entre correções de pressão e velocidade para reforçar a conservação da massa (PATANKAR; SPALDING, 1972). Trata-se de um algoritmo que, avaliando um balanço de massa na célula, incrementa a pressão caso esse balanço seja negativo ou decrementa a pressão caso esse balanço seja positivo. Os passos do método SIMPLE são:

- Calcular as velocidades com o campo de pressões existente, onde esse campo de velocidades em geral não satisfaz a continuidade;
- Resolver uma equação de correção de pressão;
- Corrigir velocidades e pressões;
- Verificar convergência (continuidade).

Por causa da não linearidade das equações é necessário controlar a mudança do valor recalculado do parâmetro de interesse φ (velocidade, pressão, etc.). Isto é obtido através da sub-relaxação, de forma a reduzir a mudança de φ produzida durante cada iteração, conforme:

$$\varphi = \varphi_{old} + \alpha \Delta\varphi, \quad (3.58)$$

onde φ é o novo valor da variável dentro de uma célula, φ_{old} é o valor anterior de φ , $\Delta\varphi$ é a mudança computada em φ e α é o fator de sub-relaxação - com $\alpha = 0.3$ para a pressão e $\alpha = 0.7$ para quantidade de movimento.

O desacoplamento par-ímpar, ocasionado em função do arranjo de malha co-localizado, é resolvido com a utilização do esquema de interpolação de Rhi-Chow (RHIE; CHOW, 1983).

As equações de governo, após a discretização, são transformadas em lineares, reduzindo o conjunto de equações a um sistema linear do tipo:

$$a_p \varphi_p = \sum_{nb} (a_{nb} \varphi_{nb}) + b, \quad (3.59)$$

onde o subscrito nb indica os nós vizinhos ao volume de controle, b é o termo fonte, a_p é o coeficiente principal e a_{nb} são os coeficientes linearizados das células vizinhas ao volume de controle para solução de φ_p .

O sistema linear é resolvido pelo método iterativo de Gauss-Seidel.

Na análise de convergência da solução é definido como critério de solução que todas as equações de governo, em todas as células, não variam acima de um determinado valor de tolerância. De acordo com ANSYS (2010), geralmente um decréscimo nos resíduos em três ordens de grandeza indicam uma qualidade mínima de convergência. Neste ponto as características principais de fluxos são estabelecidas. O resíduo da solução dos parâmetros em balanço deve cair para uma tolerância da ordem de 10^{-5} , segundo ANSYS (2010).

No presente trabalho, as soluções dos sistemas lineares são consideradas convergidas quando o resíduo normalizado R^φ torna-se menor que $R^\varphi < 10^{-7}$. Este parâmetro foi definido no capítulo de validação do método numérico (Seção 4.1) e é calculado a partir da Equação (3.60).

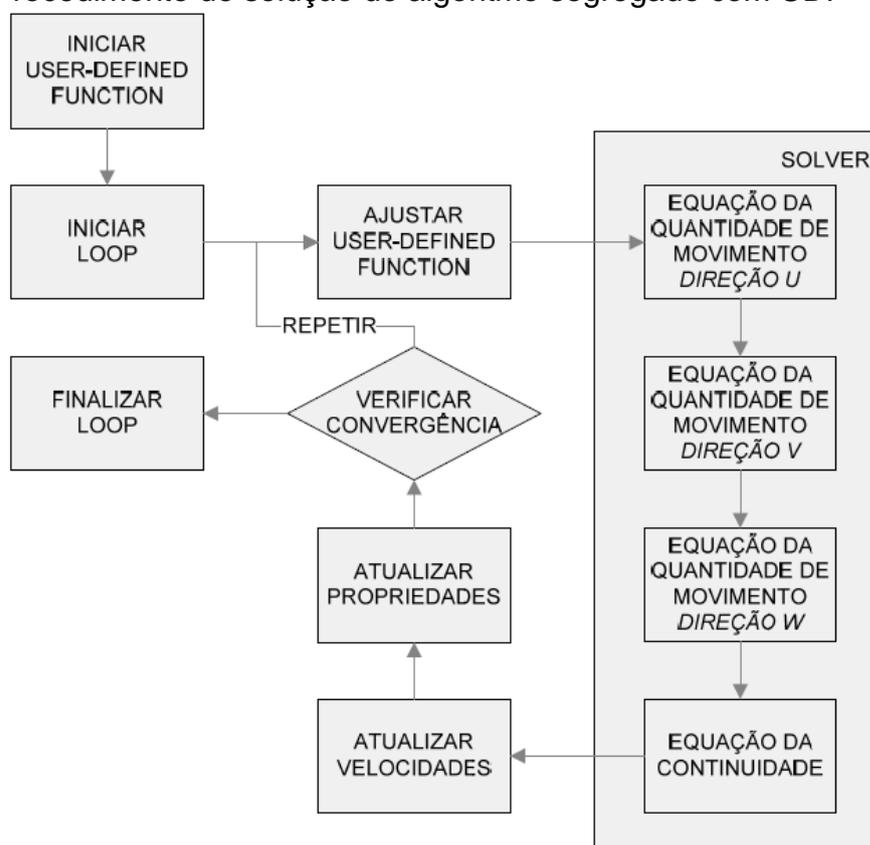
$$R^\varphi = \frac{\sum_{células} [\sum_{nb} (a_{nb} \varphi_{nb}) + b - a_p \varphi_p]}{\sum_{células} [a_p \varphi_p]}, \quad (3.60)$$

3.5.3 FUNÇÕES DEFINIDAS PELO USUÁRIO - UDF

No modelamento do comportamento reológico de fluidos viscoplásticos, mais especificamente na determinação do parâmetro da viscosidade, o programa computacional FLUENT possui um modelo regularizado específico, conforme já apresentado na Seção 3.3.2. No entanto, o FLUENT permite utilizar uma função personalizada pelo usuário chamada UDF (*User Defined Function*). As UDFs são linhas de comando programadas pelo usuário e escritas em linguagem C, que são compiladas pelo software e podem ser utilizadas para diversos fins, desde auxiliar a resolução no pós-processamento, modelar condições de contorno, impor restrições aos escoamentos e definir propriedades.

Neste estudo, UDFs foram criadas para determinar o parâmetro da viscosidade do fluido viscoplástico de acordo com modelos regularizados, já apresentados também na Seção 3.3.2. O algoritmo de execução de solução, utilizando UDFs com a metodologia segregada é mostrado na Figura 16. As UDFs utilizadas são apresentadas no Apêndice B.

Figura 16 - Procedimento de solução do algoritmo segregado com UDF



Fonte: Adaptado de FLUENT (2015)

4. VALIDAÇÃO NUMÉRICA

Simulações numéricas foram realizadas a fim de recuperar os resultados de outros autores e validar a utilização do programa comercial ANSYS FLUENT®, bem como as condições e parâmetros de solução das equações de governo determinadas neste trabalho.

De forma resumida, a verificação é a avaliação da acurácia da solução para um modelo computacional por meio da comparação com soluções já conhecidas. Enquanto que a validação é a avaliação da acurácia de uma simulação computacional através da comparação com dados experimentais (OBERKAMPF e TRUCANO, 2002).

Para tanto, se optou por simular o desenvolvimento hidrodinâmico do escoamento de um fluido viscoplástico em um canal plano bidimensional.

As condições de escoamento, geometria e parâmetros avaliados seguem similaridade com a proposta de análise de (BOUALIT, et al., 2011), que utilizou o método de elementos finitos, com a introdução do modelo Bingham-Papanastasiou na determinação da viscosidade aparente do fluido.

Além da validação da metodologia de discretização e solução das equações, diferentes modelos regularizados de fluidos viscoplásticos são avaliados e comparados para direcionar a escolha de uma proposta de abordagem a ser seguida na avaliação numérica de uma geometria mais complexa.

A Figura 17 apresenta a geometria avaliada. Os parâmetros definidos e condições de contorno na análise hidrodinâmica são:

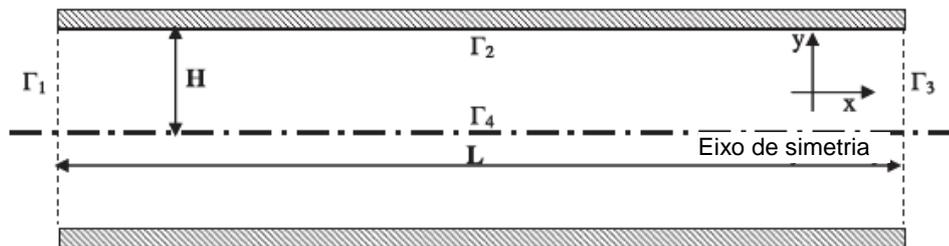
- Na entrada do canal, as condições de contorno aplicadas ao problema foram velocidade constante na região de entrada do canal em x e velocidade nula na região de entrada do canal em y ($\Gamma_1: u^* = 1, v^* = 0$);
- Condição de não escorregamento nas paredes ($\Gamma_2: u^* = 0, v^* = 0$);
- Perfil de velocidades plenamente desenvolvido na seção de saída ($\Gamma_3: du^*/dx^* = 0, v^* = 0$);
- Condição de simetria ($\Gamma_4: du^*/dy^* = 0, v^* = 0$);
- Pressão: A solução iterativa das equações define os valores da pressão a partir da variação deste parâmetro, portanto foi estabelecida, na saída do canal, uma pressão nula. Os valores de pressão no interior do canal

calculados são relativos a esta pressão de saída. Nas paredes a pressão é obtida por meio de uma extrapolação de derivada nula, conforme seguinte relação:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial y} \right|_{parede} = 0; \quad (4.1)$$

O índice “*” indica um parâmetro adimensional. As velocidades em ambas coordenadas cartesianas são relacionadas com a velocidade característica do escoamento, definida pela velocidade média de entrada u_c . A medida de escala para as distâncias é dada por H (metade da distância entre as placas - ver Figura 17).

Figura 17 - Configuração geométrica do domínio de escoamento avaliado na validação



Fonte: adaptado de Boualit et. al (2011)

Para o problema analisado de escoamento entre placas paralelas, o número de Bingham do fluido é dado por:

$$Bn = \frac{\tau_0 H}{u_c \eta}; \quad (4.2)$$

De modo a avaliar e garantir o pleno desenvolvimento do perfil de velocidades foi considerado um comprimento de canal $L = 80H$.

Fluidos viscoplásticos são, geralmente, materiais muito viscosos, portanto, na maioria das aplicações tem-se $Re \ll 1$, e a aproximação de escoamento laminar para as equações de conservação são válidas (MITSOULIS, 2007). O número de Reynolds é definido por:

$$Re = \frac{\rho u_c H}{\eta}; \quad (4.3)$$

Considerando a simetria do problema, apenas a metade superior do canal foi simulada. Para determinação do tamanho de malha importa saber que a acurácia de uma aproximação numérica depende diretamente do tamanho da malha gerada, pois a própria discretização implica em erros, ou seja, quanto maior o número de elementos gerados em uma malha, mais próxima a discretização espacial tende ao meio contínuo e o erro associado à simulação numérica tende a zero (BASSO, 2017).

Para o estudo de refinamento de malha, com objetivo de minimizar os erros da discretização, foram simulados 4 tipos de malha com uma concentração maior de volumes na região de entrada do canal, onde ocorre o desenvolvimento do perfil de velocidades. Este refinamento foi feito com uma razão de crescimento (*bias factor*) de 10 para o tamanho da célula nesta direção (Figura 18). Na avaliação foram comparados os valores das máximas velocidades centrais entre a solução analítica para escoamento laminar e os modelos reológicos considerados:

- Herschel-Bulkley nativo do *software* ANSYS FLUENT® (HB-Fluent) – com $\dot{\gamma}_0^* = 10^{-3}$, onde $\dot{\gamma}_0^* = \dot{\gamma}_0 H/u_c$ (ver Equações 3.32 e 3.33);
- Papanastasiou-Herschel-Bulkley (HB-Papa), implementado via UDF – com $m^* = 10^{+3}$, onde $m^* = m H/u_c$. (ver Equação 3.25 e Apêndice B);
- Dorier-Tichy-Herschel-Bulkley (HB-Dorier), implementado via UDF – com $\dot{\gamma}_0^* = 10^{-3}$, onde $\dot{\gamma}_0^* = \dot{\gamma}_0 H/u_c$. (ver Equação 3.31 e Apêndice B).

No modelo regularizado de Papanastasiou, grandes valores para m^* causam problemas de convergência (BURGOS et al., 1999). O valor escolhido neste estudo recupera o comportamento esperado sem prejudicar a convergência e segue a orientação de Burgos e Alexandrou (1999).

Nos casos iniciais simulados para validação, adotou-se $Re = 10^{-3}$, $\rho = 10^{+3} \text{ kg/m}^3$, $u_c = 10^{-3} \text{ m/s}$, $\tau_0 = 1 \text{ Pa}$ e $\eta = 15 \text{ Pa.s}$. Apesar do trabalho de Boualit et al. (2011) ter avaliado condições de $Re \geq 25$, a solução do perfil plenamente tem relação apenas com o número de Bn . Assim, para diferentes números de Re , a velocidade máxima (no centro do canal) tende para o mesmo valor.

O índice da Lei Potência, nos modelos citados, foi indicado como $n = 1$ para recuperar o comportamento de plástico de Bingham em todos os modelos citados. Inicialmente, com $\tau_0 = 0$, os modelos foram reduzidos para a situação de fluido

Newtoniano. As soluções foram comparadas com a solução analítica da máxima velocidade no escoamento entre placas paralelas ($u_{máx}^* = 1,5$) para determinar a acurácia do refinamento da malha.

Na sequência a situação de $Bn = 1$ permitiu determinar a evolução da máxima velocidade na linha de simetria. Os resultados comparativos estão na Tabela 1 e indicam que os resultados para fluido Newtoniano apresentam baixo desvio em relação ao valor teórico. A partir do desenvolvimento da velocidade máxima ($U_{máx}^* = u_{máx}/u_c$) verifica-se que uma malha de 300x30 elementos é suficiente para desenvolver o perfil de velocidades.

Figura 18 - Configuração da malha - início e fim do canal (200x15 elementos)



Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

Tabela 1 - Influência do tamanho de malha sobre a velocidade máxima no escoamento desenvolvido

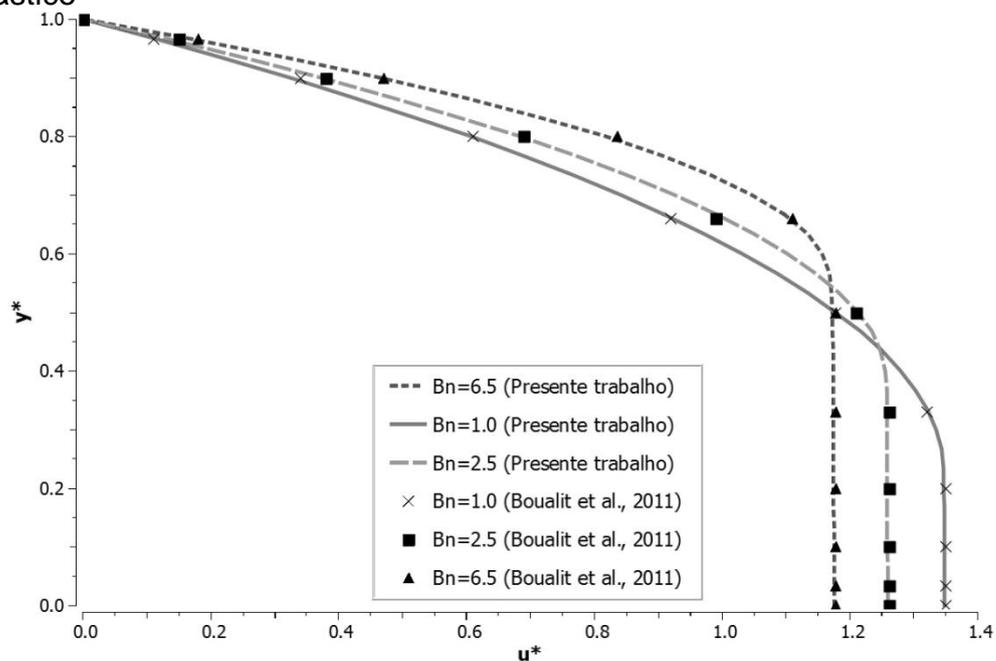
Malha	Bn=0 (Fluido Newtoniano)						Bn=1 (Fluido Bingham)		
	HB-Fluent		HB-Papa		HB-Dorier		HB-F	HB-Papa	HB-Dorier
	Umáx*	E%	Umáx*	E%	Umáx*	E%	Umáx*	Umáx*	Umáx*
100x5	1.47059	1.96%	1.47059	1.96%	1.47059	1.96%	1.30720	1.30475	1.31662
200x15	1.49667	0.22%	1.49667	0.22%	1.49667	0.22%	1.34357	1.34236	1.34294
300x30	1.49916	0.06%	1.49916	0.06%	1.49916	0.06%	1.34824	1.34782	1.34831
400x45	1.49962	0.03%	1.49963	0.02%	1.49963	0.02%	1.34908	1.3499	1.34837

Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

Comparando os perfis de velocidade do escoamento plenamente desenvolvido para diversos valores de número de Bingham (Bn) do modelo implementado HB-Papa com os resultados de (BOUALIT, et al., 2011), conforme Figura 19, percebe-se que a metodologia utilizada com o modelo implementado recupera os resultados de referência. Além disso, pode-se inferir que o aumento da tensão limite de escoamento (τ_0 , que é uma característica reológica do fluido), que está relacionada ao aumento de Bn , demonstra o aumento de uma porção do fluido que se desloca com a mesma velocidade. Essa região é por vezes identificada como uma região de comportamento “sólido” (“*plug region*”).

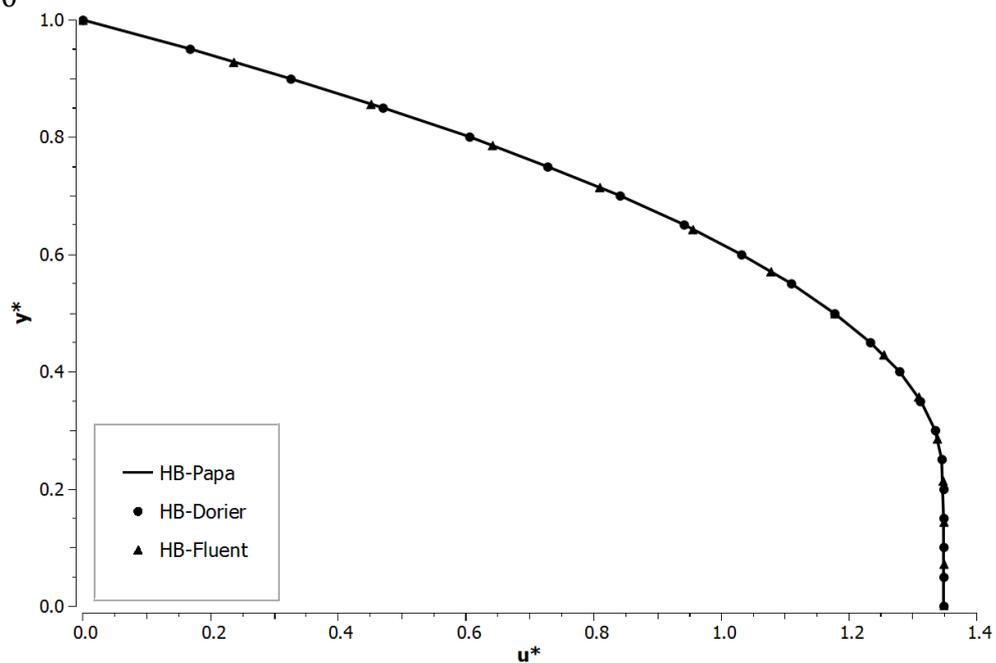
Para todos os casos, as soluções foram iniciadas com o campo de velocidades convergido para fluido Newtoniano, com as condições de contorno de velocidade de entrada e parâmetro de viscosidade plástica equivalente.

Figura 19 - Perfis de velocidade de escoamento plenamente desenvolvido de fluido viscoplástico



Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

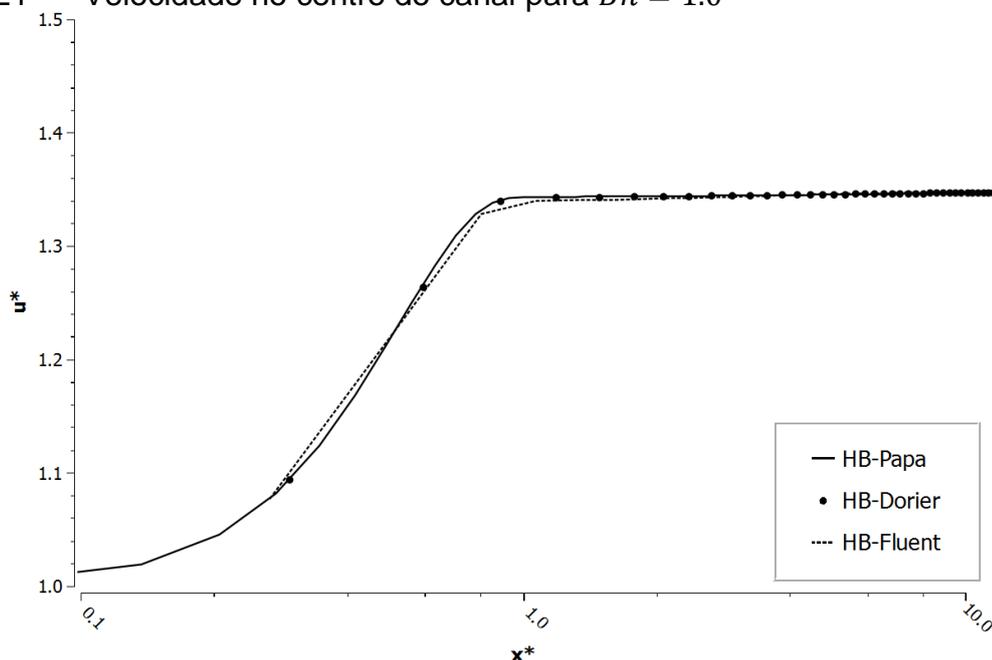
Figura 20 - Perfis de velocidade de escoamento plenamente desenvolvido para $Bn = 1.0$



Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

A comparação dos perfis plenamente desenvolvidos para os três modelos implementados (ilustrado na Figura 20) indica que todos os modelos recuperam de maneira similar o perfil desenvolvido de velocidades. A análise da velocidade no centro do canal (Figura 21) também indica que os modelos regularizados avaliados apresentam resultados semelhantes entre si. Em função do histórico de utilização na literatura do modelo Papanastasiou, optou-se por seguir com este modelo para os demais casos no desenvolvimento dos resultados.

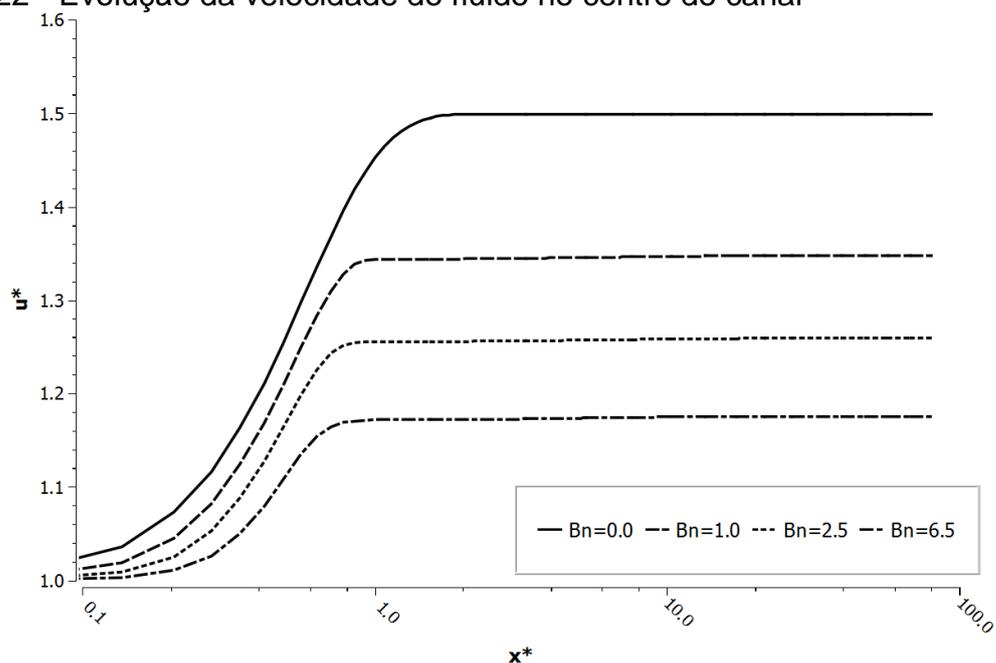
Figura 21 - Velocidade no centro do canal para $Bn = 1.0$



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

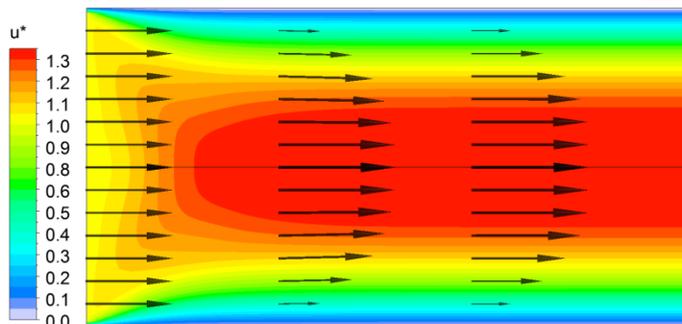
Avaliando a evolução da velocidade no centro do canal, Figura 22, verifica-se que a condição de escoamento plenamente desenvolvido depende do valor de Bn , configurando um comprimento de entrada para o desenvolvimento do escoamento inversamente proporcional a este parâmetro. Também é evidente a diminuição da velocidade no centro do canal com o aumento do valor de Bn .

Figura 22 - Evolução da velocidade do fluido no centro do canal



Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

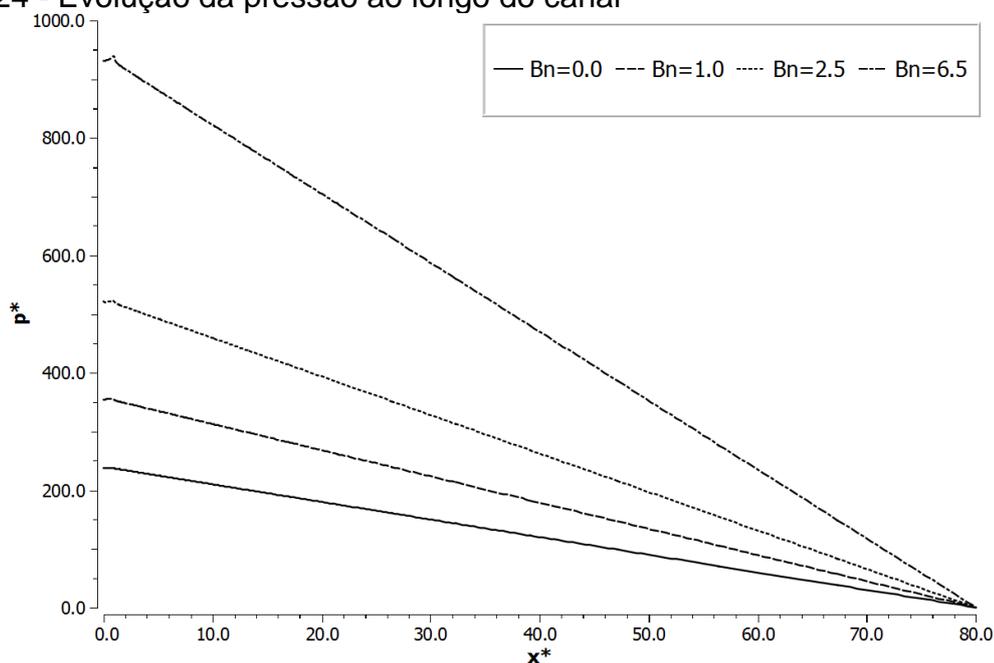
O desenvolvimento do campo de velocidades em x do escoamento na entrada do canal é ilustrado na Figura 23 para o caso de $Bn = 6.5$ e $Re = 10^{-3}$. A porção do interior do canal apresenta um perfil de velocidades constante, configurando uma região onde o fluido não apresenta cisalhamento, sendo “carregado em bloco” pelas regiões adjacentes mais próximas à parede.

Figura 23 - Campo de velocidade u^* e vetores de velocidade para $Bn = 6.5$ e $Re = 10^{-3}$ na entrada do canal.

Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

A evolução da queda de pressão ao longo do canal se relaciona com o número de Bingham de tal forma que se pode concluir que o aumento da tensão de escoamento causa um aumento da resistência ao escoamento (ver Figura 24). Esta resistência é relacionada à perda de carga no escoamento.

Figura 24 - Evolução da pressão ao longo do canal



Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

A Tabela 2 mostra a relação do fator de atrito fRe adimensional com o aumento de Bn , confrontando com os resultados numéricos de Boualit et al. (2011) e os estudos analíticos realizados por Quaresma e Macêdo (1998). Os valores obtidos numericamente no presente trabalho desviam em até 2,37% em referência aos resultados analíticos. Este desvio pode ser explicado pela própria regularização do modelo (modelo Papanastasiou) em comparação ao modelo ideal de Bingham adotado na avaliação de Quaresma e Macêdo (1998).

Tabela 2 - Fator de atrito *versus* Bn

Bn	fRe Presente estudo	fRe (BOUALIT et al., 2011)	fRe (QUARESMA e MACÊDO, 1998)
0.0	24.5740	24.0000	24.0000
1.0	36.4129	35.7629	
1.25	39.2885	38.5535	38.6656
2.5	53.2601	52.5950	54.5515
4.5	74.4678		
5.0	79.6363	79.1422	78.8535
6.5	94.8927		

Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

A evolução do fator de atrito adimensional em relação ao número de Bingham, conforme valores simulados para situações de diversos valores de Bingham para um número de Reynolds de 10^{-3} , se traduz em uma equação de segundo grau (forma parabólica) expressa no gráfico da Figura 25 e pela relação:

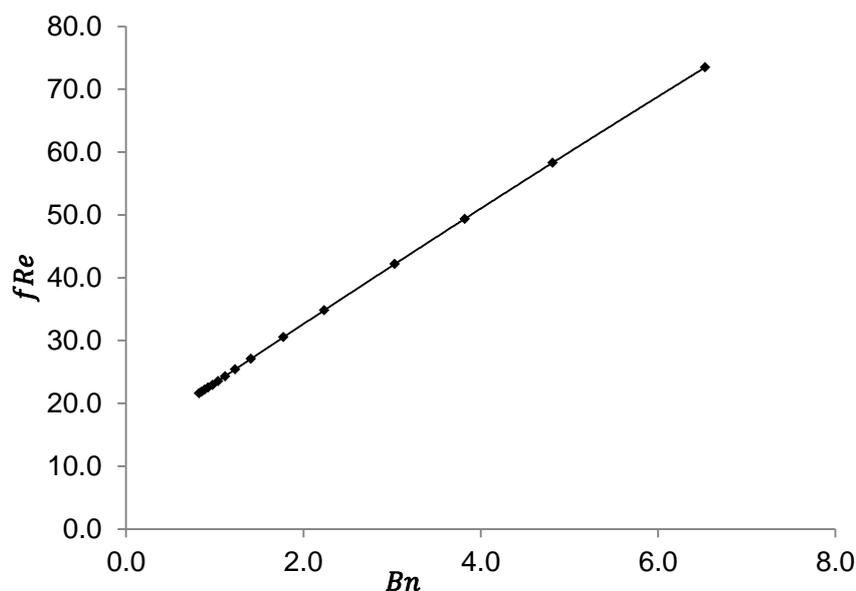
$$fRe = -0.1515Bn^2 + 11.765Bn + 24.574 \quad (4.4)$$

A relação encontrada por Boualit et al. (2011) foi:

$$fRe = -0.164Bn^2 + 11.848Bn + 24.000 \quad (4.5)$$

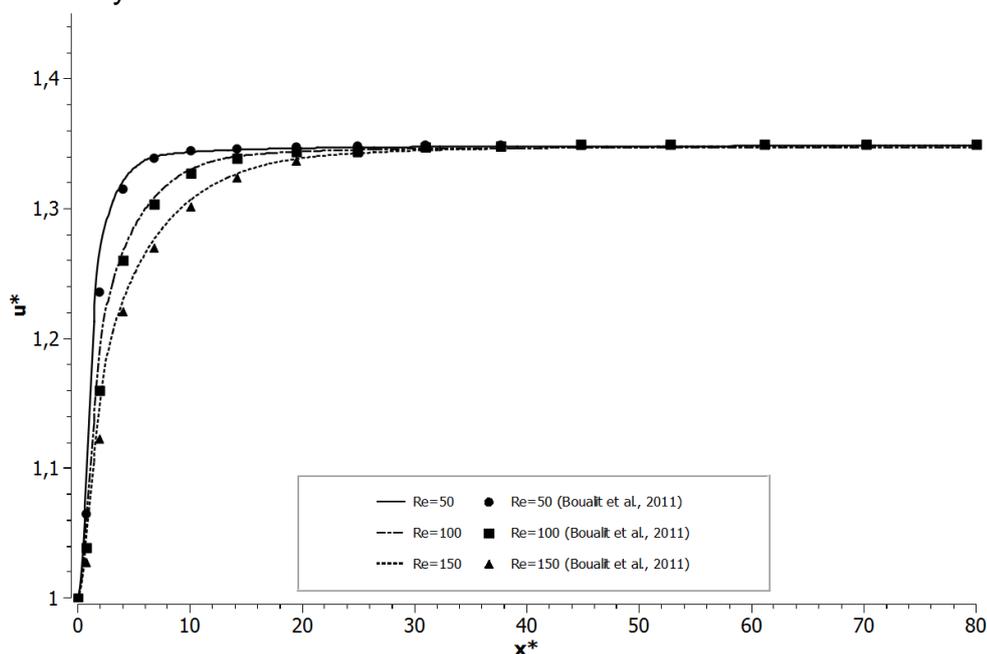
Para analisar o comprimento do canal para o desenvolvimento pleno do escoamento, condições com número de Reynolds mais elevados foram simuladas. A Figura 26 ilustra o desenvolvimento da velocidade no centro do canal para uma condição de $Bn = 1$. O comprimento de entrada se mostra proporcional ao número de Reynolds. Os resultados concordam com os valores apresentados por Boualit et al. (2011).

Figura 25 - Evolução do fator de atrito adimensional em função do número de Bingham do escoamento



Fonte: Elaborada pelo autor (2017)

Figura 26 - Velocidade axial no centro do canal para condição de $Bn = 1$ e vários números de Reynolds



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

O modelamento adotado no presente trabalho, utilizando o programa computacional ANSYS FLUENT®, com implementação do modelo regularizado de Papanastasiou via UDF, se mostrou válido no estudo de escoamentos viscoplásticos bidimensionais e foi, portanto, escolhido para avaliar o escoamento em um canal com bifurcação tipo T.

4.1 ANÁLISE DO CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

O trabalho de Boualit et al (2011) utilizou como critério de convergência uma tolerância de erro absoluto na ordem de 10^{-4} . Basso (2017) avaliou o escoamento de um fluido não-Newtoniano com viscosidade regida pela Lei de Cross em um canal 3D com expansões assimétricas e utilizou o programa computacional ANSYS FLUENT® com um parâmetro de convergência relativa na ordem de 10^{-6} .

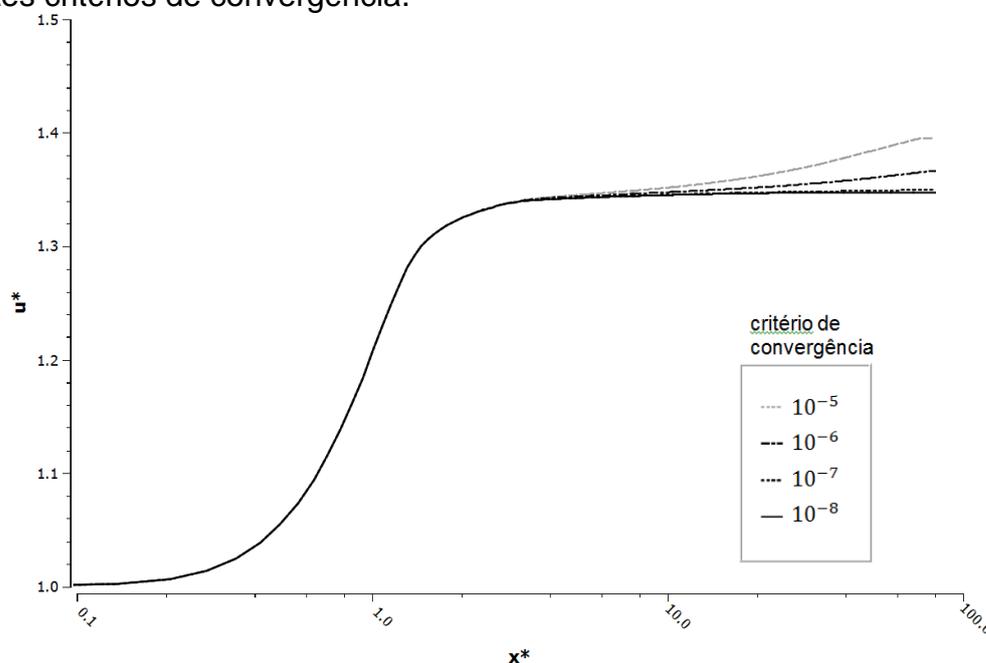
No presente trabalho foi definido o critério de convergência de erro relativo para as equações de continuidade e momento. Para definição da ordem deste erro foi avaliada a estabilização da velocidade no centro do canal de entrada na região plenamente desenvolvida para o caso de $Re = 25$ e $Bn = 1$ para os critérios de 10^{-5} , 10^{-6} , 10^{-7} e 10^{-8} , avaliando um fluido tipo Bingham com o modelo regularizado de

Papanastasiou ($n = 1$) utilizando a malha de 300×30 elementos. As soluções foram iniciadas com o campo de velocidades convergido para fluido Newtoniano, ou seja, com $\tau_0 = 0$.

A partir do critério na ordem de 10^{-7} ocorre a estabilização da velocidade plenamente desenvolvida no centro do canal, conforme apresentado na Figura 27, com uma variação na velocidade máxima de menos de 0.02% em relação ao menor critério (ver Tabela 3).

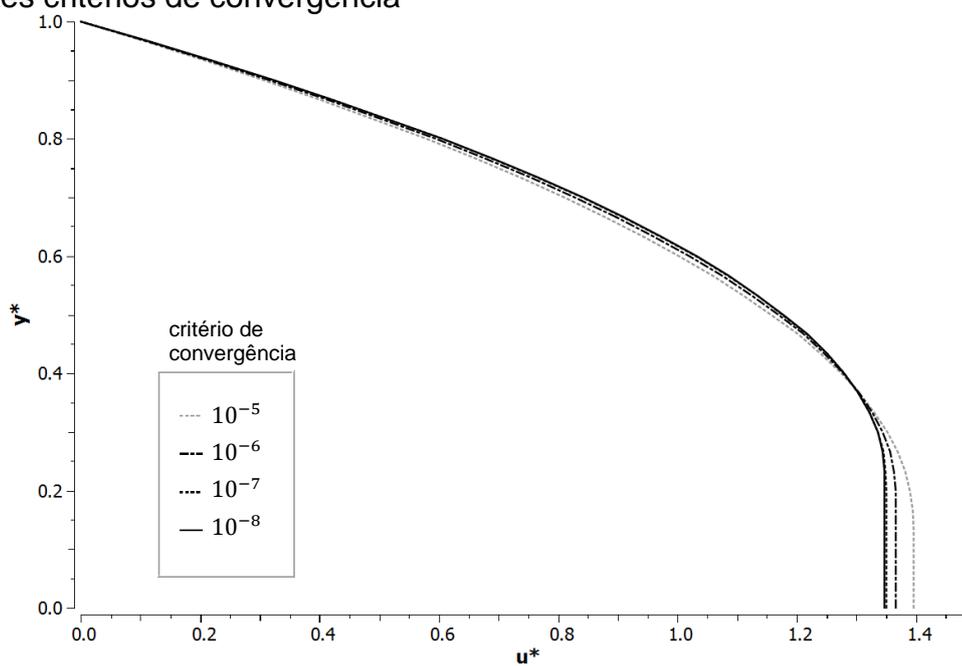
A análise do perfil de velocidades no fim do canal em $x^* = 80$ (ver Figura 28) indica que a solução para o critério de 10^{-7} é muito próxima ao critério de 10^{-8} . Portanto, no presente trabalho, utilizou-se como critério de convergência um erro relativo na ordem de 10^{-7} para as equações de continuidade e momento, em função dos resultados apresentados e pela redução do tempo computacional necessário na análise de cada configuração avaliada, em comparação com um critério de convergência de 10^{-8} .

Figura 27 - Evolução da velocidade no centro do canal para $Re = 25$ e $Bn = 1$ para diferentes critérios de convergência.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 28 - Perfil de velocidade na saída do canal para $Re = 25$ e $Bn = 1$ para diferentes critérios de convergência



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Tabela 3 - Avaliação do critério de convergência

Critério Convergência	$u_{\text{máx}}^*$	Erro%
$< 10^{-5}$	1.39562	3.57
$< 10^{-6}$	1.36641	1.40
$< 10^{-7}$	1.34782	0.02
$< 10^{-8}$	1.34756	referência

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

No início deste capítulo é definido o problema de interesse, suas características e parâmetros de análise, bem como o refino de malha adotado na análise de resultados. A partir de então, a geometria sugerida é avaliada e os resultados hidrodinâmicos são discutidos em função dos diversos parâmetros variados nas simulações.

Anteriormente à análise da influência da topologia do canal sobre o escoamento e, especialmente na região de bifurcação, cabe avaliar a região plenamente desenvolvida do fluido no canal de entrada para as diversas condições de número de Reynolds, uma vez que esta região do canal é mantida com as mesmas dimensões para todas as demais comparações. Os perfis de velocidade e região interna não-cisalhada do escoamento são avaliados.

A primeira avaliação da região de bifurcação apresenta a influência da variação do número de Reynolds para uma geometria com seções de saída de mesma espessura do canal de entrada ($H_{S1} = H_{S2} = 2H$), avaliando qualitativamente e quantitativamente os parâmetros de linha de corrente, distribuição de velocidade, variação de pressão, fator de atrito, zona de recirculação e região não-cisalhada. Este último é avaliado na busca de porções de fluido parado junto às paredes ou em regiões de recirculação.

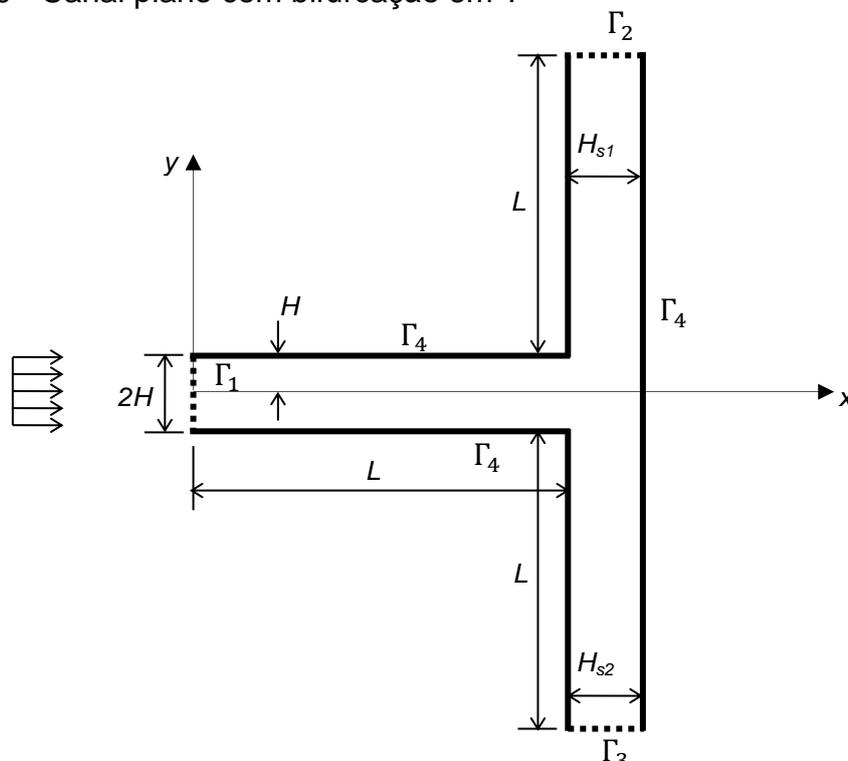
Na sequência, a diminuição simultânea nas dimensões das saídas 1 e 2 é avaliada a partir da influência da variação de Re e dos valores de fator de atrito, regiões de não cisalhamento e recirculação.

Por último, a variação assimétrica das espessuras de saída é avaliada sobre os valores do fator de atrito, regiões de não cisalhamento e recirculação e razão de fluxo.

5.1 DOMÍNIO COMPUTACIONAL

Para avaliar o escoamento do fluido viscoplástico em uma bifurcação bidimensional em T em regime permanente, simulando o escoamento de um produto viscoplástico em um canal de distribuição, a geometria da Figura 29 foi modelada. Basicamente o escoamento tende a se dividir entre duas saídas a 90° do canal principal.

Figura 29 - Canal plano com bifurcação em T



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Em todas as simulações adotou-se para as dimensões do canal de entrada a mesma altura de canal utilizada no problema de validação, ou seja, $H = 0,015 \text{ m}$. Para garantir um perfil de velocidades plenamente desenvolvido a montante da bifurcação e próximo às seções de saída, optou-se por dimensões do comprimento do canal de entrada e de saída (L) que garantem um perfil de velocidades plenamente desenvolvido. Considerando as curvas de desenvolvimento da velocidade de centro de canal (Figura 22 e Figura 26), os dados do fluido viscoplástico adotado e as condições de processo para $Re < 50$ definiu-se $L = 20H$. As dimensões dos canais de saída H_{s1} e H_{s2} foram definidas em função da altura característica do canal de entrada H .

5.1.1 Condições de contorno

Os parâmetros definidos e condições de contorno na análise hidrodinâmica do escoamento na geometria da Figura 29 são:

- Velocidade uniforme na seção de entrada ($\Gamma_1: u = u_c, v = 0$);

- Perfil de velocidades plenamente desenvolvido nas seções de saída (Γ_2 e Γ_3 : $dv/dy = 0$, $u = 0$);
- Condição de não escorregamento nas paredes (Γ_4 : $u = 0$, $v = 0$);
- Pressão nula em ambas as saídas. Os valores de pressão no interior do canal calculados são relativos a esta pressão de saída (Γ_2 e Γ_3 : $p = 0$).

5.1.2 Propriedades e Parâmetros de Simulação

As simulações foram realizadas considerando as propriedades reológicas do Carbopol 980 conforme dados experimentais e ajuste de curvas do trabalho de Rudert e Schwarze (2009). A Figura 30 apresenta o ajuste de curva para o modelo de Herschel-Bulkley na relação tensão-taxa de cisalhamento para o Carbopol 980.

A Tabela 11 (ver Apêndice D) apresenta a faixa de números de Reynolds simulados (de 0.1 a 50.0) e seus respectivos valores adotados para velocidades de entrada do canal u_c e números de Bingham. À medida que número o de Reynolds aumenta, a velocidade de entrada u_c aumenta enquanto que o número de Bingham decresce.

A Tabela 4 apresenta os parâmetros aplicados ao modelo de Papanastasiou para fluido Herschel-Bulkley do fluido viscoplástico Carbopol 980 e utilizados no desenvolvimento das análises deste trabalho. Estes parâmetros foram incluídos na rotina de determinação da viscosidade via UDF (ver Apêndice B).

Tabela 4 - Parâmetros do modelo de Papanastasiou para o Carbopol 980

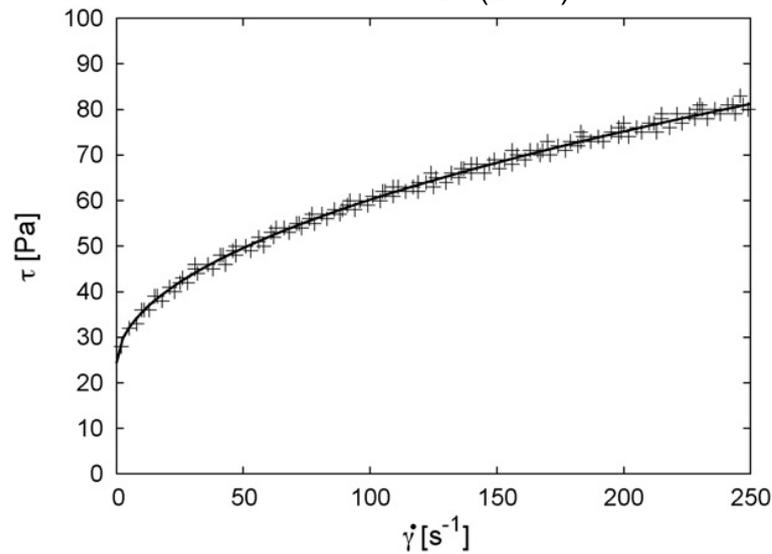
Parâmetro	Símbolo	Valor	Unidade
Fator de consistência	K	3.25	$Pa s^n$
Índice de <i>Power Law</i>	n	0.5	—
Tensão de escoamento	τ_0	24.0	Pa
Massa específica	ρ	$1 * 10^3$	kg/m^3
Parâmetro de regularização	m^*	$1 * 10^3$	—

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A partir dos parâmetros reológicos adotados e o comprimento característico do escoamento $H = 0,015 \text{ m}$, a relação entre o número de Bn em função de Re (seção 3.4.3) é expressa pela equação:

$$Bn = 3.0322Re^{-\frac{1}{3}} \quad (5.1)$$

Figura 30 - Curva ajustada aos pontos experimentais da relação tensão taxa de cisalhamento no trabalho de Rudert e Schwarze (2009)



Fonte: Adaptado de Rudert e Schwarze (2009).

Os valores de Reynolds avaliados configuram escoamentos no regime laminar. Em consequência da condição de contorno de velocidade conhecida na entrada do canal, a velocidade de entrada u_c implica na determinação de Re e vice-versa. Todas as simulações foram iniciadas com a solução convergida para fluido Newtoniano fazendo $\tau_0 = 0.0$ e $n = 1$. Foram avaliadas 105 combinações de topologias e condições de escoamento. A Figura 78 no Apêndice D resume as configurações simuladas no presente estudo.

5.2 DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS GLOBAIS

Os parâmetros avaliados no presente trabalho, além das variações geométricas, são: queda de pressão estática, fator de atrito, tensão de cisalhamento equivalente, região de recirculação e razão de fluxo.

5.2.1 Queda de pressão estática

A queda de pressão estática global no canal simulado é representada pela seguinte equação:

$$\Delta \bar{p} = \bar{p}_e - \bar{p}_s \quad (5.2)$$

onde os subscritos “e” e “s” representam a entrada e saídas, respectivamente. A pressão estática média \bar{p} em um plano transversal à direção do escoamento é definida como:

$$\bar{p} = \frac{\int p dA}{\int dA} \quad (5.3)$$

O cálculo da pressão adimensional segue a formulação apresentada na Equação (3.39).

5.2.2 Fator de Atrito Adimensional - fRe

O fator de atrito adimensional associa a queda de pressão estática do escoamento com os parâmetros reológicos e cinemáticos do fluido, conforme enunciado anteriormente na seção 3.4.7.

O fator de atrito adimensional é avaliado globalmente para cada caso simulado e é dado por:

$$fRe = \frac{8\bar{\tau}_w}{\rho u_c^2} Re ; \quad (5.4)$$

5.2.3 Região não cisalhada aparente - RNCA

Para mapear as regiões onde o fluido não apresenta cisalhamento, tanto no interior do escoamento viscoplástico quanto em regiões junto à parede, avalia-se o parâmetro da tensão de cisalhamento equivalente local em comparação com a tensão de limite de escoamento.

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} < \tau_0 \quad (5.5)$$

O valor da tensão de cisalhamento equivalente advém da equação de fluido Newtoniano generalizado, a partir do campo de taxa cisalhante e aplicação do modelo reológico adotado na determinação da viscosidade aparente.

Adicionalmente, a partir dos campos de velocidade (a exemplo do caso da Figura 31) é possível identificar o campo de taxas de deformação equivalente. Com os valores das taxas de deformação equivalente em cada ponto é possível recuperar o valor da tensão de cisalhamento equivalente aplicando a Equação (3.12). Para extrair este valor no programa computacional ANSYS FLUENT® inclui-se uma função customizada (*Custom Field Function*), que calcula o campo de uma variável definida pelo usuário. Esta implementação está detalhada no Apêndice C.

Dessa forma, a Figura 32 apresenta um exemplo do campo de tensões de cisalhamento acima do valor da tensão limite de escoamento, ou seja, regiões cisalhadas, bem como as regiões em que não ocorre cisalhamento (exemplo gerado a partir de um caso estudado na seção anterior de validação). Esta visualização é possível limitando a escala inferior de plotagem, evidenciando uma região interna do fluido (em branco nas Figura 32 e 33) que não apresenta cisalhamento. No presente estudo, esta região é denominada por RNCA – região não cisalhada aparente, pois a rigor existe um valor de tensão de cisalhamento calculado em todo o campo em função da continuidade do modelo regularizado adotado. A RNCA que se desenvolve no interior do canal, apresentada na Figura 32, que é carregada pelo escoamento adjacente, pode ser nomeada por RINC - Região Interna Não Cisalhada, recorrentemente denominada por “*plugflow*”.

O valor da taxa de cisalhamento adimensional local é calculado a partir da taxa de cisalhamento equivalente em cada ponto (Equação 3.10) aplicada no modelo regularizado de Papanastasiou modificado (Equação 3.24) e seguindo adimensionalização conforme seção 3.4.

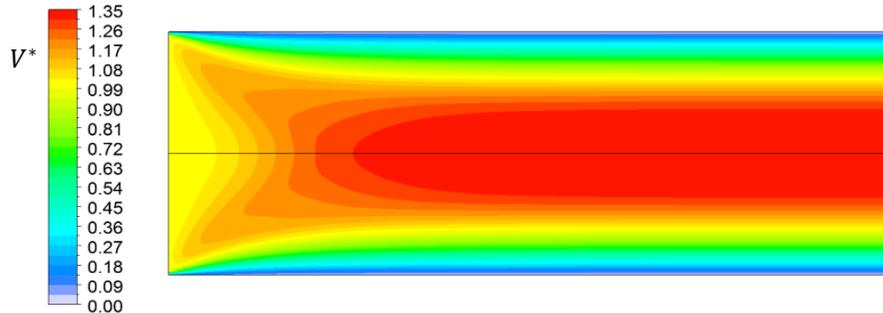
A porção de fluido não cisalhado, verificada nos casos simulados, é determinada pela área na qual a tensão de cisalhamento é menor do que a tensão de escoamento de tal forma que:

$$A_{RNCA} = \int dA_{\tau^* < 1} \quad (5.6)$$

A área da porção de fluido não cisalhado é adimensionalizada a em função de uma área característica determinada por H^2 , assim:

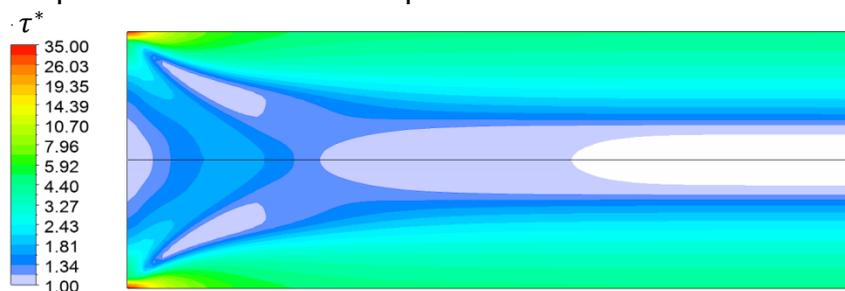
$$RNCA = \frac{A_{RNCA}}{H^2} \quad (5.7)$$

Figura 31 - Campo de velocidades para $Bn = 1.0$ e $Re = 25.0$



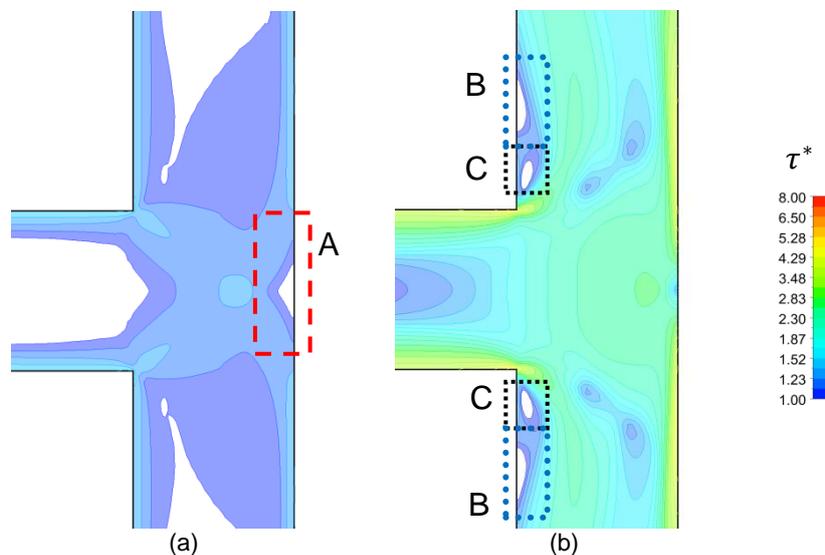
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 32 - Campo de tensão cisalhante para $Bn = 1.0$ e $Re = 25.0$



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 33 - Regiões não cisalhadas aparentes (RNCA) para (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 50.0$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Esta abordagem de identificação da região não cisalhada aparente do fluido foi adotada no presente trabalho na análise dos resultados para uma geometria mais complexa de escoamento. Regiões com tensão de cisalhamento abaixo da tensão limite de escoamento surgiram em regiões junto à parede do canal e em regiões de recirculação do fluido. A Figura 33 ilustra dois exemplos dos resultados que serão apresentados no próximo capítulo, onde é possível identificar três áreas de RNCA.

A RNCA identificada pela letra A representa a estagnação principal do escoamento que ocorre na parede perpendicular à direção da entrada do canal, sendo assim uma RNCA do tipo A. A RNCA do tipo B está localizada na região B junto à parede do canal de saída próxima ao vértice da bifurcação. A RNCA do tipo C é uma porção de fluido não cisalhado em aparente recirculação na região C. As RNCA's dos tipos B e C podem ocorrer em ambas as saídas da bifurcação, a depender dos parâmetros do escoamento e topologia.

5.2.4 Região de recirculação

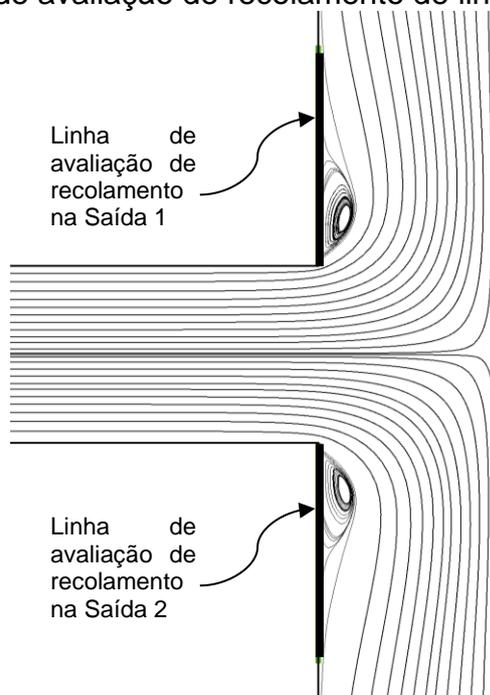
A avaliação da existência de zonas de recirculação junto à parede do canal é determinada a partir da avaliação da tensão de cisalhamento tangente à parede. A localização do recolamento das linhas de corrente junto à parede do canal ocorre após um vórtice gerado e é caracterizada pela mudança de sinal no valor da tensão de cisalhamento τ_y^* , no caso das saídas da bifurcação (alinhadas com o eixo y).

Interessa avaliar as condições de surgimento desses vórtices e possível surgimento de zonas de fluido não cisalhado nestas regiões, assim a tensão de cisalhamento em y é avaliada sobre os segmentos de reta identificados na Figura 34. Na saída 1, a condição de recirculação é dada por $\tau_y^* < 0.0$ e na saída 2 por $\tau_y^* > 0.0$.

Importante observar que o programa computacional ANSYS FLUENT®, por padrão, calcula o parâmetro τ_w , chamado tensão de cisalhamento na parede (*wall shear stress*), definido pelo gradiente de velocidade normal à parede, porém utiliza a magnitude do vetor velocidade relacionado ao ponto avaliado, configurando sempre em valores positivos do parâmetro. Dessa forma a utilização do valor da tensão de

cisalhamento local na parede τ_w , para determinar uma zona de recirculação, não é eficaz.

Figura 34 - Linhas de avaliação de recolamento de linhas de corrente



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

5.2.5 Razão de fluxo entre saídas

A fim de investigar o impacto das diferentes topologias e condições cinemáticas dos casos estudados nas vazões de saída da bifurcação, avaliou-se a razão de fluxo β da saída 1 em função do fluxo mássico de entrada (ver Figura 35). Consequente a razão de fluxo da saída 2 é dada por $(1 - \beta)$.

Interessa saber a relação da razão de fluxo da Saída 1 em função das condições topológicas, reológicas e cinemáticas do escoamento. O fluxo mássico na região de entrada no canal é dado por:

$$\dot{m}_e = \int_{S_e} \rho u dS_e \quad (5.8)$$

onde S_e é a área da seção transversal de entrada, dada por $S_e = 2H [m^2]$. u é a velocidade que atravessa essa seção, dada pela velocidade característica do escoamento (velocidade média de entrada). Assim o fluxo mássico de entrada é:

$$\dot{m}_e = \rho u_c 2H \quad (5.9)$$

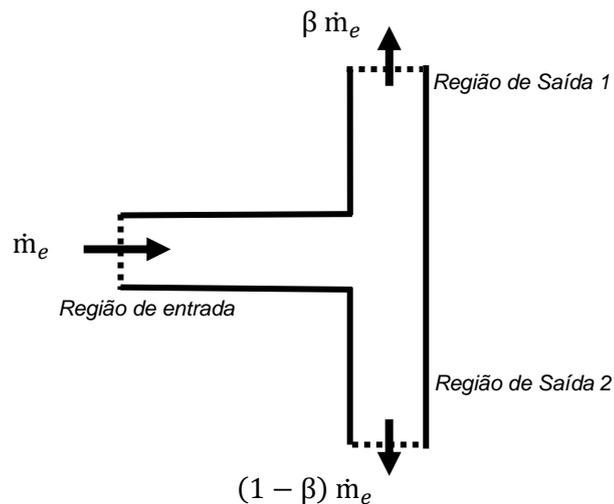
O fluxo mássico na saída 1 pode ser expresso em relação ao fluxo mássico de entrada. A razão de fluxo na saída 1 (que atravessa a seção S_1) é dada por:

$$\dot{m}_{s1} = \beta \dot{m}_e = \int_{S_1} \rho v dS_1 \quad (5.10)$$

Assim, a razão de fluxo entre as saídas 1 e 2 é β . Em consequência, a avaliação do fluxo na saída 2 (através da seção S_2) é:

$$\dot{m}_{s2} = (1 - \beta) \dot{m}_e = \int_{S_2} \rho v dS_2 \quad (5.11)$$

Figura 35 - Representação da avaliação da razão de fluxo mássico



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

5.3 ESTUDO DE INDEPENDÊNCIA DE MALHA

Para avaliação da independência de malha foram monitorados o desenvolvimento dos valores da queda de pressão estática e perfis plenamente desenvolvidos de velocidades no canal de entrada e no canal de saída.

Nesta etapa o valor da velocidade de entrada foi determinado para um valor de $Bn = 1$, ou seja, $Re = 34.961$, definindo $u_c = 0.951$ m/s. Foram simuladas 6 malhas com: 850, 5400, 17100, 28125, 37800 e 53350 elementos. Concentrações maiores de elementos nas regiões próximas à bifurcação e na entrada e saída dos

canais foram determinadas. Este refinamento foi feito com uma razão de crescimento (*bias factor*) igual a 10 para o tamanho da célula na direção do escoamento (ver Figura 36 e Figura 37). A Tabela 5 mostra o número de divisões utilizadas na geração de malha em cada região na geometria avaliada $H_{s1} = H_{s2} = 2H$.

Tabela 5 - Números de divisões na determinação da malha

Região	Entrada		Saída 1		Saída 2		Bifurcação	
	x	y	X	y	x	y	x	y
Domínio Computacional								
850 elementos	25	20	20	25	20	25	25	25
5400 elementos	50	30	30	50	30	50	50	50
17100 elementos	75	60	60	75	60	75	75	75
28125 elementos	100	75	75	100	75	100	100	100
37800 elementos	110	90	90	110	90	110	110	110
53350 elementos	125	110	110	125	110	125	125	125

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Para avaliar a convergência dos resultados, o caso de maior número de elementos foi definido como o caso de referência no cálculo do erro relativo. O erro relativo percentual é definido como:

$$Erro\% = \left| \frac{x^{ref} - x^i}{x^{ref}} \right| * 100 \quad (5.12)$$

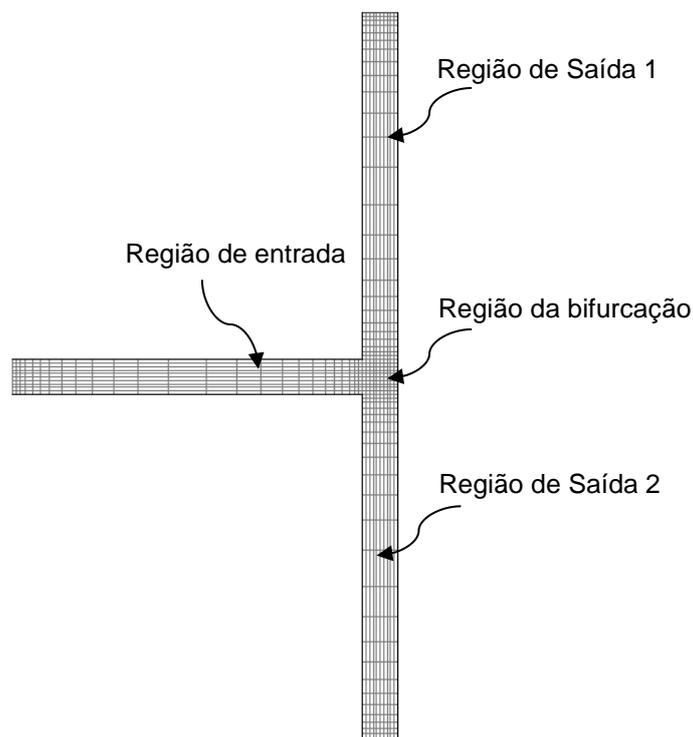
onde o sobrescrito “*ref*” indica a malha de referência, de 53350 elementos. O sobrescrito “*i*” refere-se aos valores que estão sendo comparados. Este parâmetro foi utilizado para calcular o erro da variação da queda de pressão estática adimensional e das velocidades adimensionais máximas em todo o domínio computacional.

As regiões para avaliação dos perfis de velocidade para o escoamento plenamente desenvolvido na entrada e em uma das saídas do canal são áreas transversais ao escoamento. Os valores máximos da velocidade u^* na entrada e da velocidade v^* de saída também são avaliados nessas regiões.

Região de entrada: $x = 15H$;

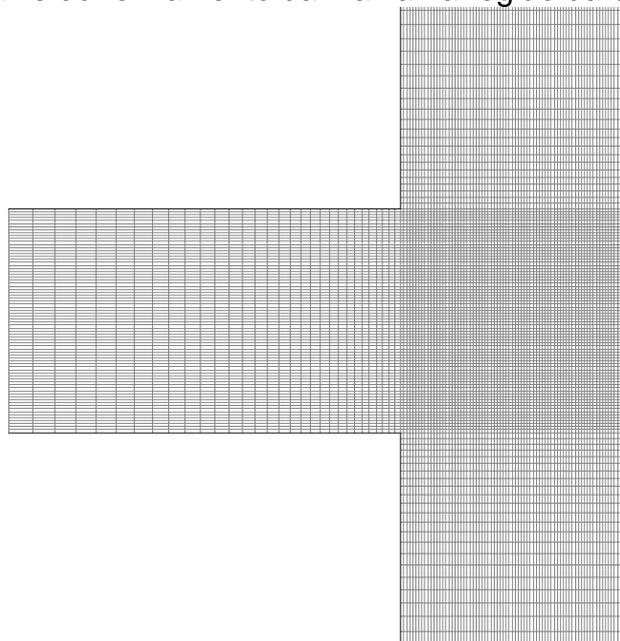
Região de saída 1: $y = 20H$;

Figura 36 - Malha do domínio computacional para o canal com bifurcação em T



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 37 – Detalhe do refinamento da malha na região da bifurcação em T



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

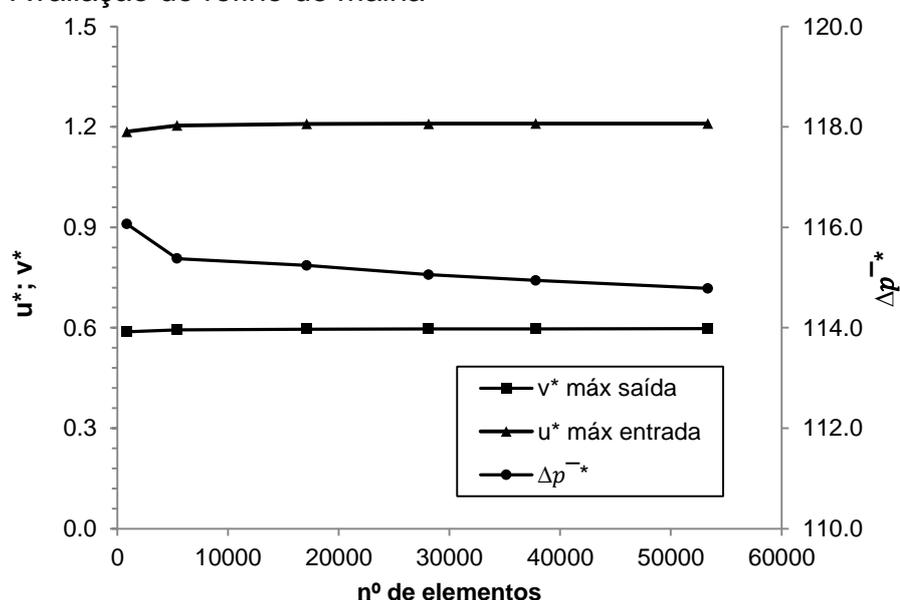
Analisando os valores da queda de pressão e velocidades máximas do escoamento nas regiões de entrada e saída em relação ao número de elementos computados, conforme Figura 38, percebe-se que à medida que a malha vai sendo

refinada há uma estabilização e convergência na magnitude dos parâmetros de interesse.

A Tabela 6 apresenta a queda de pressão computada para os seis domínios avaliados e o respectivo erro relativo. Os erros relativos das velocidades u^* (região de entrada) e v^* (região de saída) são demonstrados na Tabela 7.

Comparando os perfis de velocidade na região de entrada (Figura 39) para cada uma das malhas, verifica-se que a malha menor possui valores muito diferente das demais. A partir da segunda malha o perfil de velocidades são bem próximos. O mesmo verifica-se para a região de saída (Figura 40).

Figura 38 - Avaliação do refino de malha



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Tabela 6 – Queda de pressão estática e erro relativo entre entrada e saída do canal

nº elementos	850	5400	17100	28125	44000	53350
Δp^*	116.067	115.377	115.242	115.056	114.943	114.782
Erro %	0.043	0.020	0.015	0.009	0.005	referência

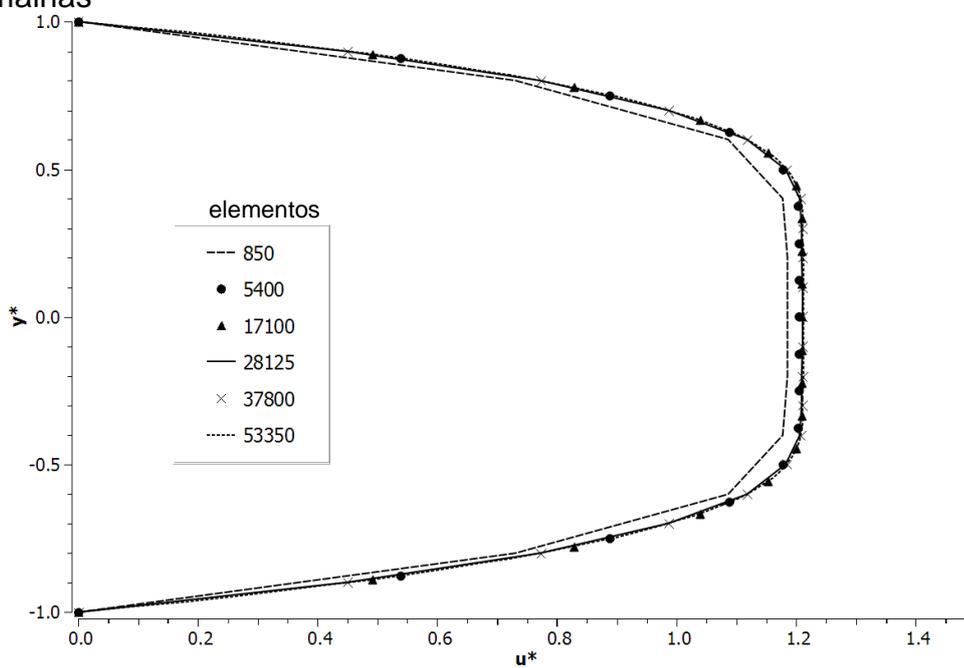
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Tabela 7 - Erro percentual relativo associado às velocidades máximas nas seções plenamente desenvolvidas de entrada e saída

	850	5400	17100	28125	44000	53350
u^* máx entrada	1.186	1.205	1.209	1.209	1.210	1.210
Erro %	2.024	0.471	0.107	0.066	0.025	referência
v^* máx saída	0.588	0.594	0.596	0.597	0.597	0.597
Erro %	1.624	0.569	0.234	0.117	0.050	referência

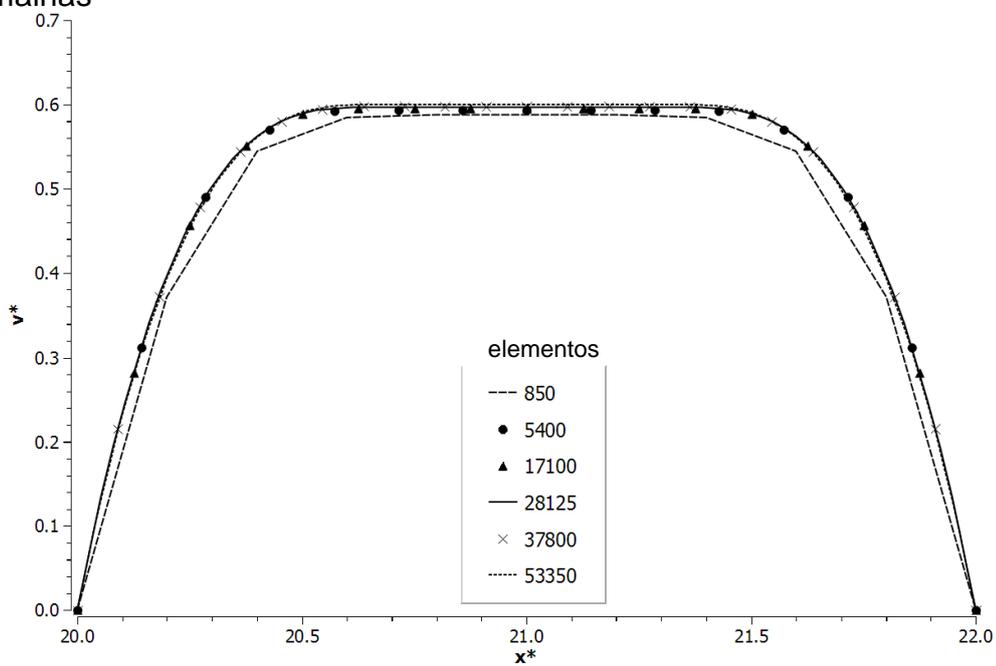
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 39 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido no canal de entrada para várias malhas



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 40 - Perfil de velocidades plenamente desenvolvido no canal de saída para várias malhas



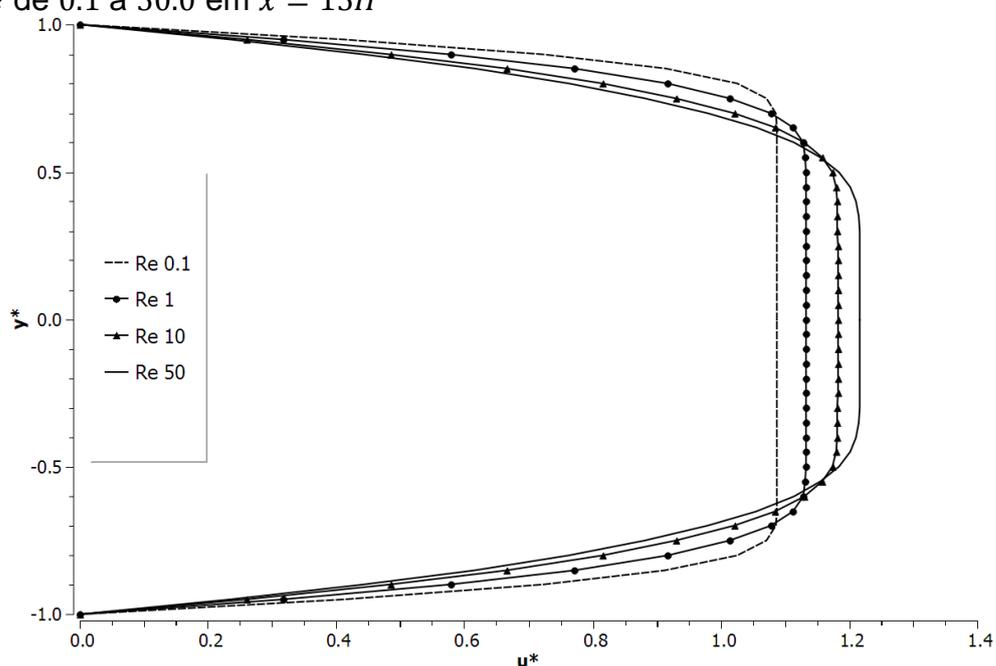
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Combinando os resultados dos erros relativos para a queda de pressão e das velocidades nas regiões plenamente desenvolvidas optou-se pela escolha da malha com 28125 elementos. A avaliação foi realizada também para outros valores de velocidade de entrada com resultados semelhantes. Dessa forma foi definida a malha com 28125 elementos suficiente para representar os resultados seguintes.

5.4 ANÁLISE DA REGIÃO DE ENTRADA GERAL

O perfil de velocidades do escoamento na posição $x = 15H$ para $0.1 \leq Re \leq 50.0$ é apresentado na Figura 41. Na região plenamente desenvolvida do canal de entrada, para todos os casos avaliados, há uma porção interna do escoamento que apresenta a mesma velocidade, caracterizando o aparecimento de uma região não-cisalhada aparente (RNCA) interna.

Figura 41 - Perfis de velocidade plenamente desenvolvidos no canal de entrada para Re de 0.1 a 50.0 em $x = 15H$

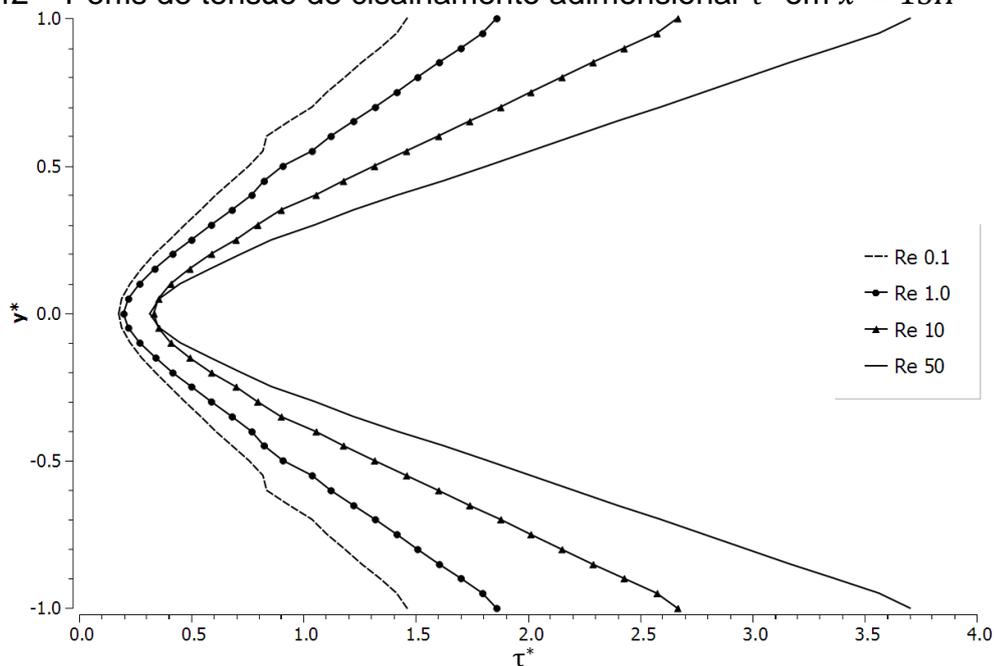


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Para determinação da relação da RNCA com a altura total do canal ($2H$), avalia-se primeiramente o perfil de tensão de cisalhamento adimensional neste ponto (Figura 42) identificando o comprimento da seção transversal onde o valor para $\tau^* < 1.0$. Nota-se que, devido ao modelo contínuo regularizado utilizado há uma tensão menor que a tensão limite de escoamento no centro do canal. Por este

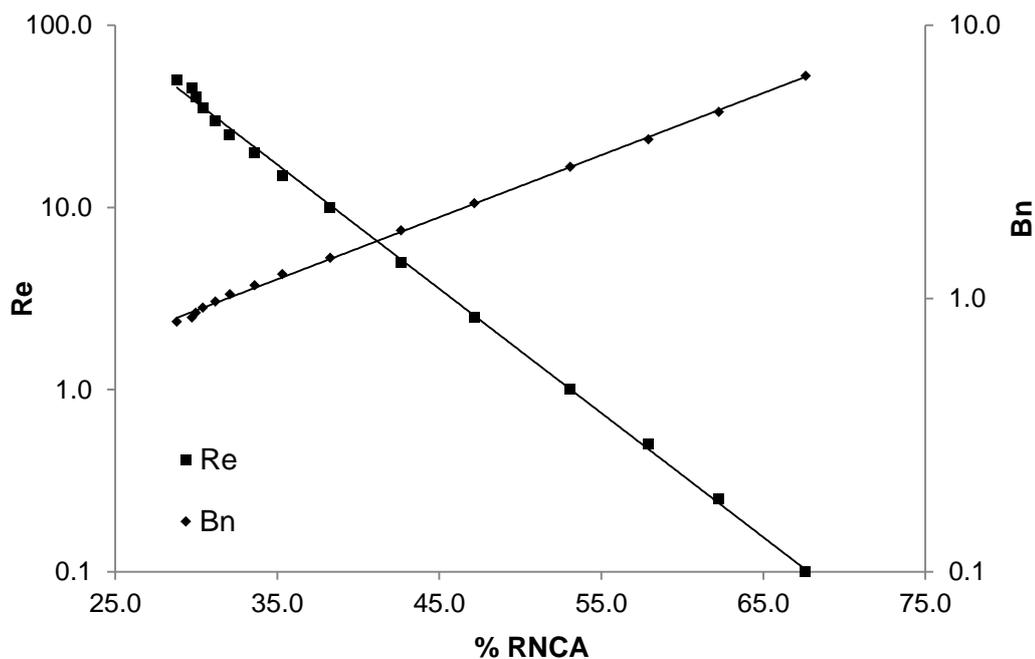
motivo, mais uma vez, esta região é considerada como uma região de não cisalhamento aparente.

Figura 42 – Perfis de tensão de cisalhamento adimensional τ^* em $x = 15H$



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 43 - %RINC na região desenvolvida ($x = 15H$) em relação às condições simuladas de Re .



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A porcentagem da seção de RNCA (%RNCA) em função da seção na região desenvolvida é demonstrada na Figura 43. A região interna não cisalhada que se forma no escoamento se desenvolve na proporção inversa ao aumento da velocidade de operação (aumento de Re). A linearização dos pontos simulados fornece as seguintes expressões para determinação da razão de região não cisalhada aparente no canal de entrada:

$$\%RINC = -6.366 \ln Re + 53.105 \quad (5.13)$$

$$\%RINC = 19.908 \ln Bn + 31.919 \quad (5.14)$$

5.5 REGIÃO DE BIFURCAÇÃO PARA $H_{S1} = H_{S2} = 2H$

Anteriormente à verificação da influência das variações geométricas da bifurcação em T sobre o comportamento dos parâmetros do escoamento, interessa entender a resposta hidrodinâmica para uma configuração simétrica de dimensões, com $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.

Inicialmente são apresentados alguns resultados de maneira qualitativa para identificação dos principais comportamentos do fluido analisado frente às condições de velocidades impostas. Em seguida relações sobre a queda de pressão estática e fator de atrito são determinadas e uma avaliação quantitativa dos parâmetros permite identificar as condições de escoamento que implicam o surgimento de vórtices e regiões de não cisalhamento do fluido.

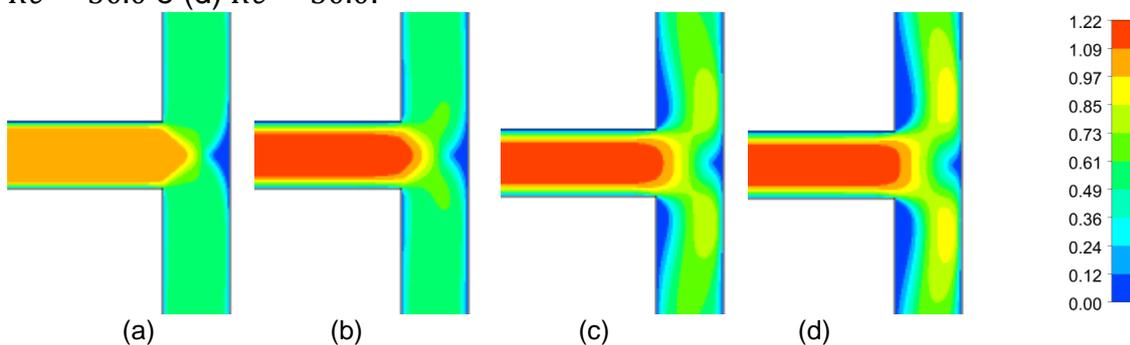
O campo do módulo de velocidades adimensionais para alguns casos de número de Reynolds são apresentados na Figura 44. Nota-se que as velocidades máximas nas saídas são menores do que as velocidades de entrada, devido à divisão do fluxo e espessura do canal.

A avaliação do perfil de velocidades plenamente desenvolvido em y na saída 1 do canal, em $y^* = 20H$ (ver Figura 45), indica uma configuração semelhante à região de entrada avaliada anteriormente, com o ressurgimento de uma região não cisalhada aparente no meio do canal a jusante da região da bifurcação.

A análise das linhas de correntes da Figura 46 indica a formação de regiões de recirculação de fluido próximas às quinas para os valores mais altos de Reynolds simulados neste estudo.

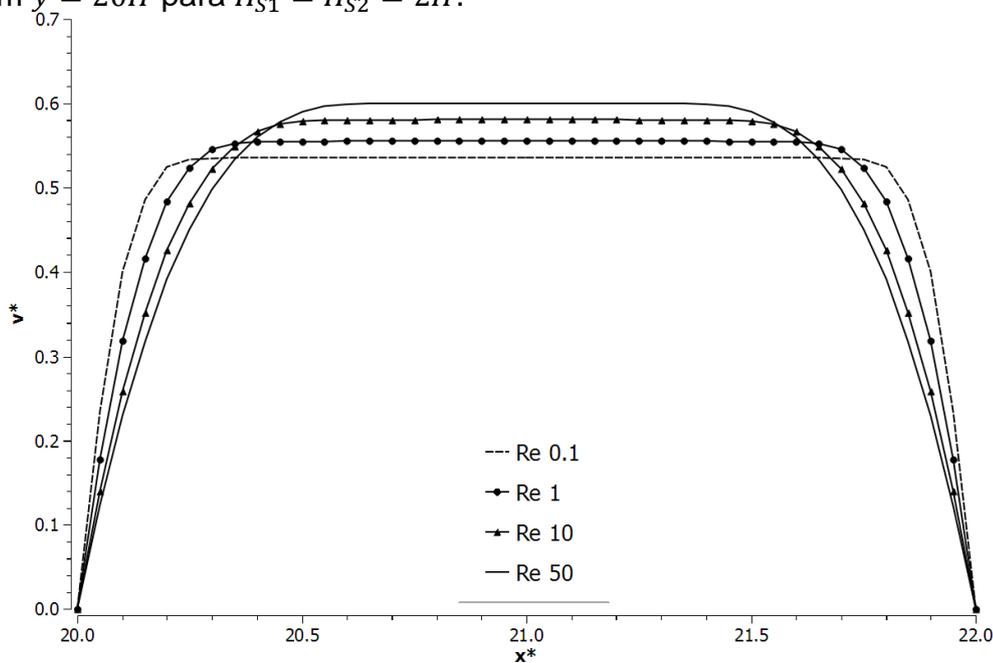
Para identificar a condição de escoamento em que ocorre uma zona de recirculação identifica-se a inversão de sinal da tensão de cisalhamento adimensional na direção paralela à parede onde é calculada, no caso τ_y^* , pois as saídas estão alinhadas ao eixo y . A inversão do sinal da tensão nessa região indica que a velocidade v adjacente à parede muda também de sinal (contra fluxo), configurando a recirculação e a localização de recolamento das linhas de corrente.

Figura 44 - Campos de V^* para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ com: (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$ e (d) $Re = 50.0$.



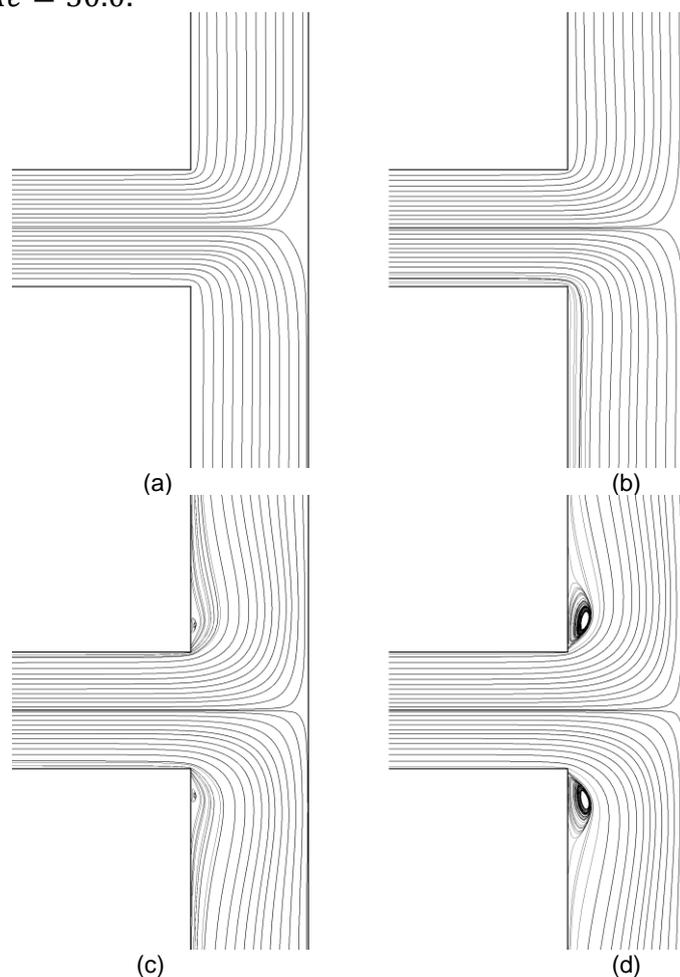
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 45 - Perfis de velocidade v^* plenamente desenvolvidos na saída superior do canal em $y = 20H$ para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 46 - Linhas de corrente para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$: (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$.

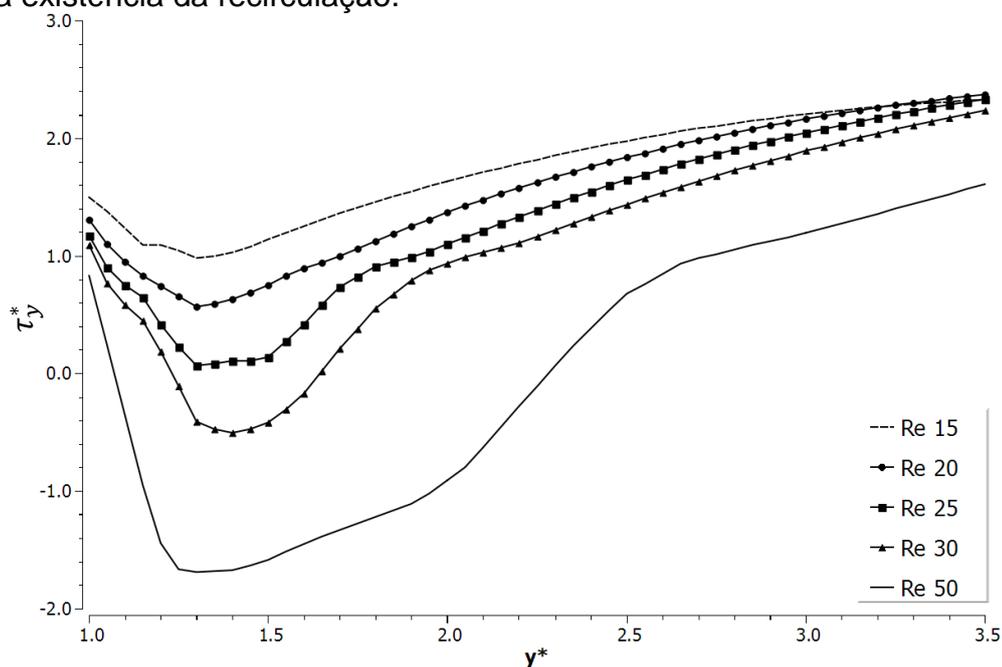


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Na região de saída superior a recirculação se dá com $\tau_y^* < 0.0$ e o recolamento das linhas de corrente se dá onde $\tau_y^* > 0.0$. Na região inferior os sinais se invertem, a recirculação está na região de $\tau_y^* > 0.0$ e o recolamento em $\tau_y^* < 0.0$. A Figura 47 e a Figura 48 representam a variação da tensão de cisalhamento adimensional em y junto à parede. Nota-se que para $Re \leq 25.0$ não há formação de zona de recirculação.

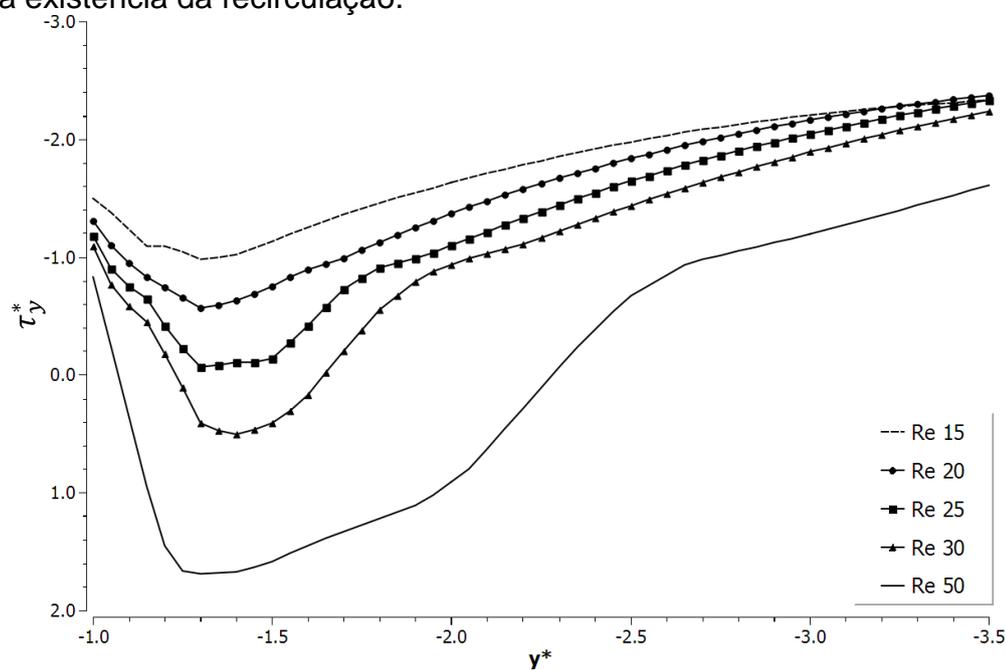
A queda de pressão estática ($\Delta\bar{p}$) aumenta com Reynolds, conforme se observa nos contornos de pressão da Figura 49.

Figura 47 - Identificação de recirculação para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ na Saída 1. $\tau_y^* > 0.0$ indica a existência da recirculação.



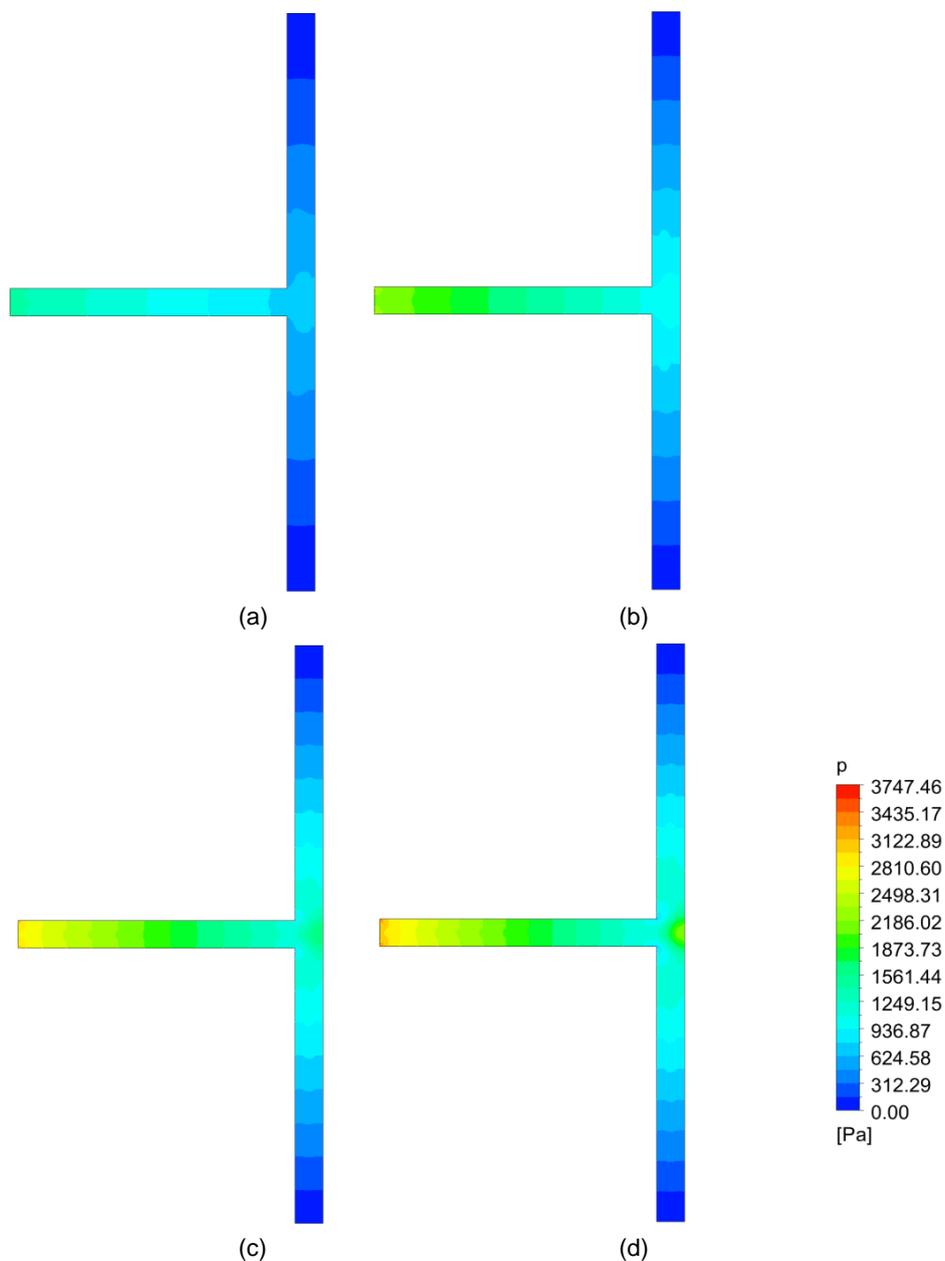
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 48 - Identificação de recirculação para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ na Saída 2. $\tau_y^* < 0.0$ indica a existência da recirculação.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 49 - Campos de pressão estática para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$: (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

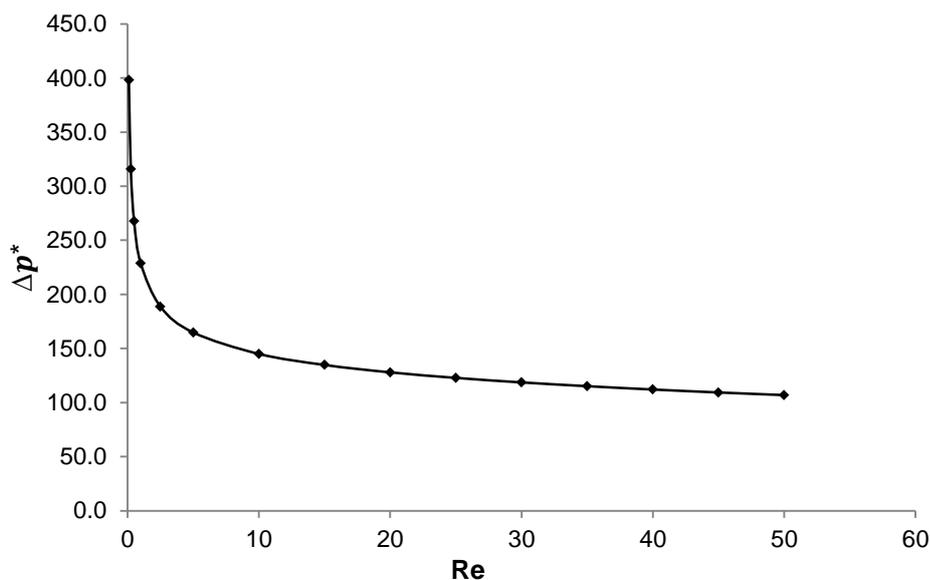
Por outro lado a pressão adimensional diminui com o aumento de Reynolds, ou ainda, com a diminuição de Bn . A Tabela 8 apresenta os valores da queda de pressão estática adimensional em função de Re e Bn . À medida que o Re aumenta, o fluido diminui seu parâmetro viscoplástico com Bn tendendo a 0.0, o que representaria um comportamento Newtoniano. A Figura 50 mostra esta tendência de estabilização da queda de pressão estática adimensional.

Tabela 8 – Variação da pressão estática e fator de atrito para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$

Re	Bn	$\Delta\bar{p}$ [Pa]	Δp^*	fRe
0.1	6.5322	1462.67	398.10	73.5108
0.25	4.8131	1574.71	315.80	58.2838
0.5	3.8202	1681.31	267.62	49.3646
1.0	3.0322	1811.33	228.84	42.1999
2.5	2.2341	2027.37	188.73	34.8443
5.0	1.7732	2230.50	164.80	30.5458
10.0	1.4074	2472.00	144.96	27.0985
15.0	1.2295	2630.16	134.74	25.3984
20.0	1.1171	2748.39	127.92	24.3091
25.0	1.0370	2841.81	122.79	23.5172
30.0	0.9759	2917.59	118.63	22.9411
35.0	0.9270	2981.01	115.14	22.5008
40.0	0.8866	3033.03	112.05	22.1404
45.0	0.852	3077.88	109.33	21.8395
50.0	0.8231	3116.99	106.90	21.5863

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

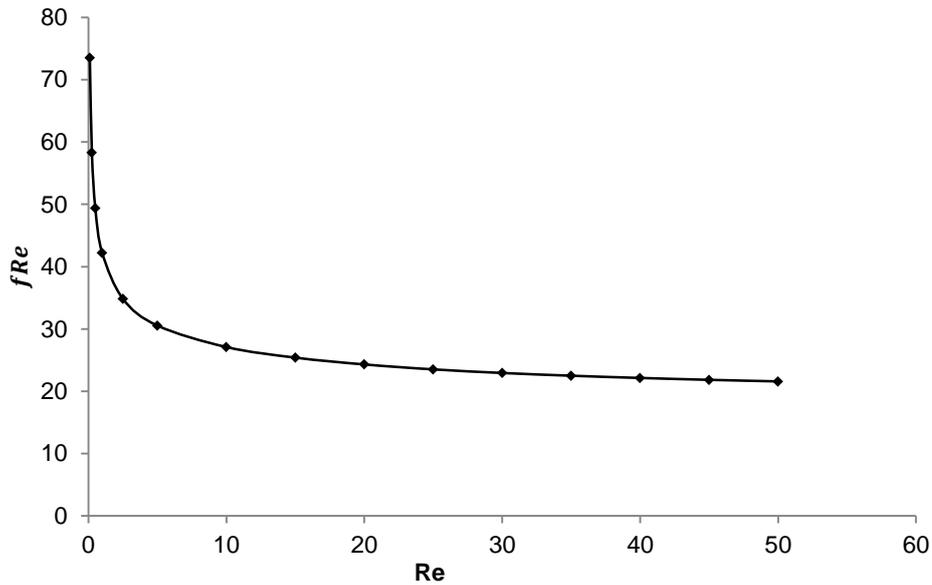
Figura 50 - Evolução da queda de pressão estática adimensional em função de Re com $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Avaliando o fator de atrito fRe , a partir da determinação da tensão cisalhante média em todas as paredes do canal, têm-se os valores apresentados na Tabela 8. O comportamento do fator de atrito sugere a tendência de uma estabilização para Re altos, ou seja, em $Bn \rightarrow 0.0$. A Figura 51 ilustra essa relação.

Figura 51 - Evolução do fator de atrito adimensional em função de Re com $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.

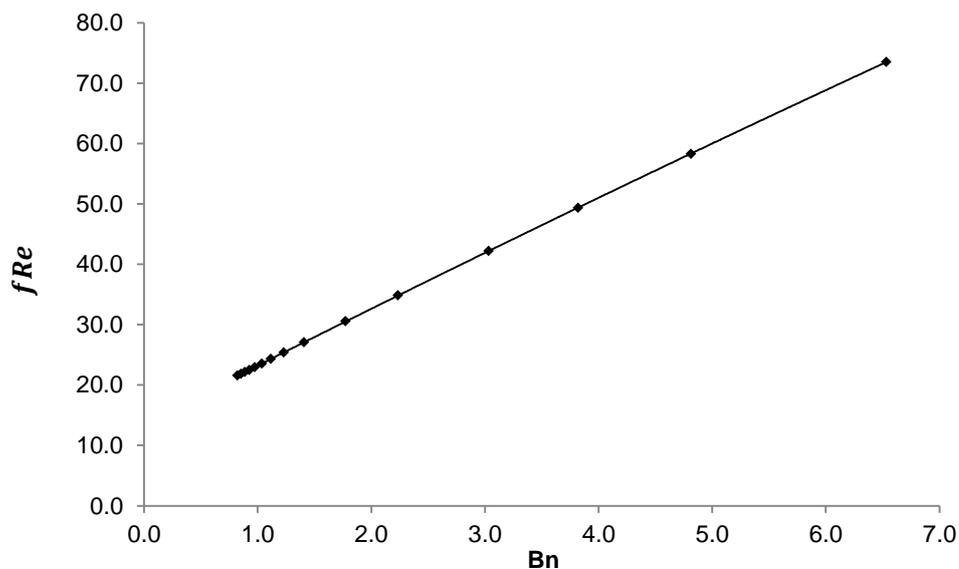


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Analisando a variação de fRe em função do parâmetro viscoplástico (Figura 52) pode-se ajustar curva dessa relação chegando-se a:

$$fRe = -0.0705Bn^2 + 9.6174Bn + 13.6720 \quad (5.15)$$

Figura 52 - fRe em função de Bn para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

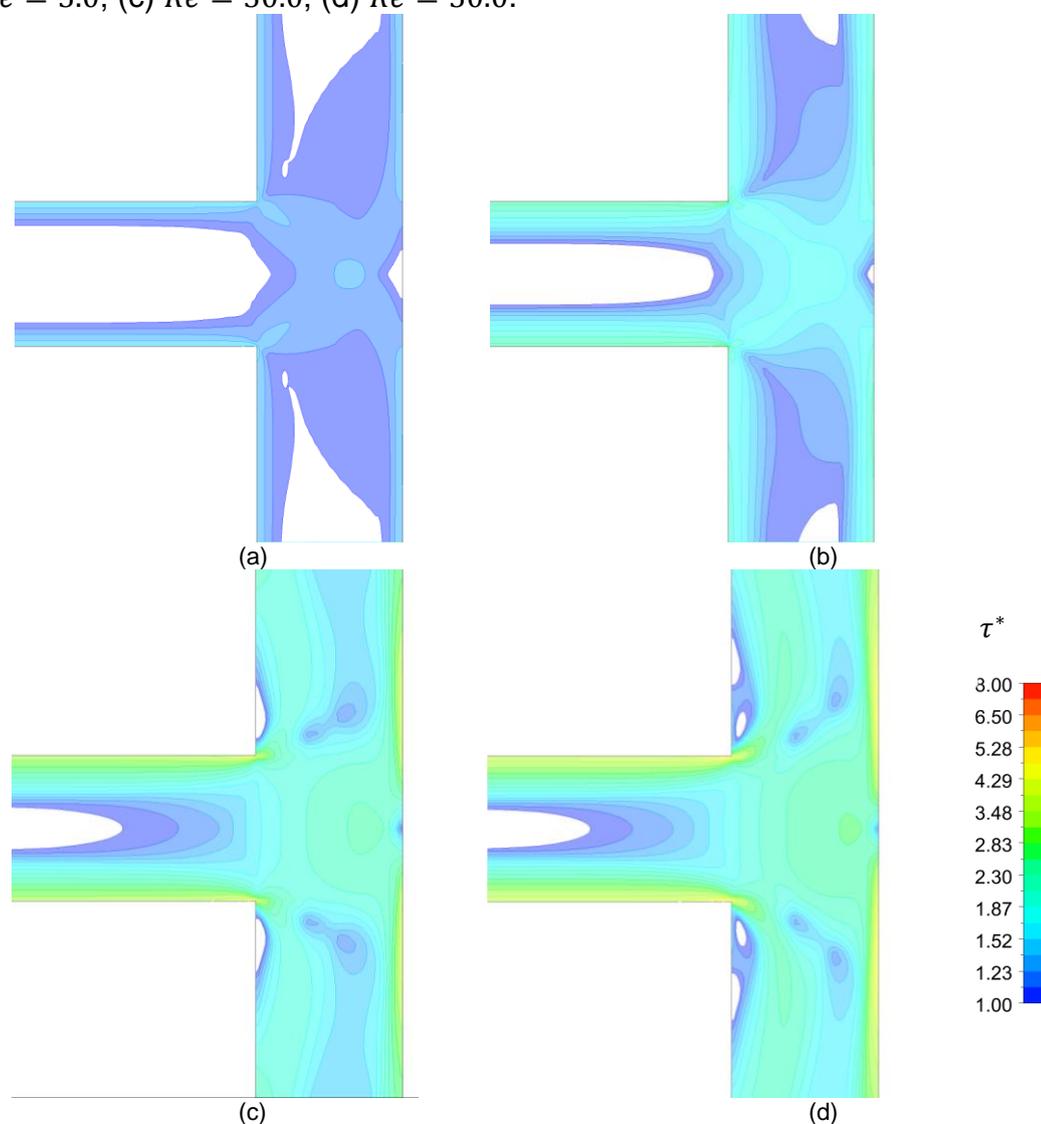
O campo de tensão de cisalhamento adimensional para $Re = 0.1, 5.0, 30.0$ e 50.0 é apresentado na Figura 53. As áreas em branco configuram $\tau^* < 1.0$, ou seja,

escoamento não cisalhado. Nota-se que a região interna não cisalhada do fluido no canal de entrada se desfaz na região de bifurcação, e reaparece após a bifurcação.

Nos casos de $Re = 0.1$ e 5.0 existe a formação de uma região não cisalhada aparente junto à parede oposta à região final do canal de entrada. Para $Re = 50.0$ esta região não é evidente, porém surge uma segunda região de fluido parado junto à parede, próxima ao vértice da bifurcação.

Nota-se ainda que em $Re = 50.0$ uma porção de fluido em condição de não cisalhamento aparente se forma junto a uma possível região de recirculação.

Figura 53 - Campo de tensão adimensional para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ com (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 5.0$; (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$.



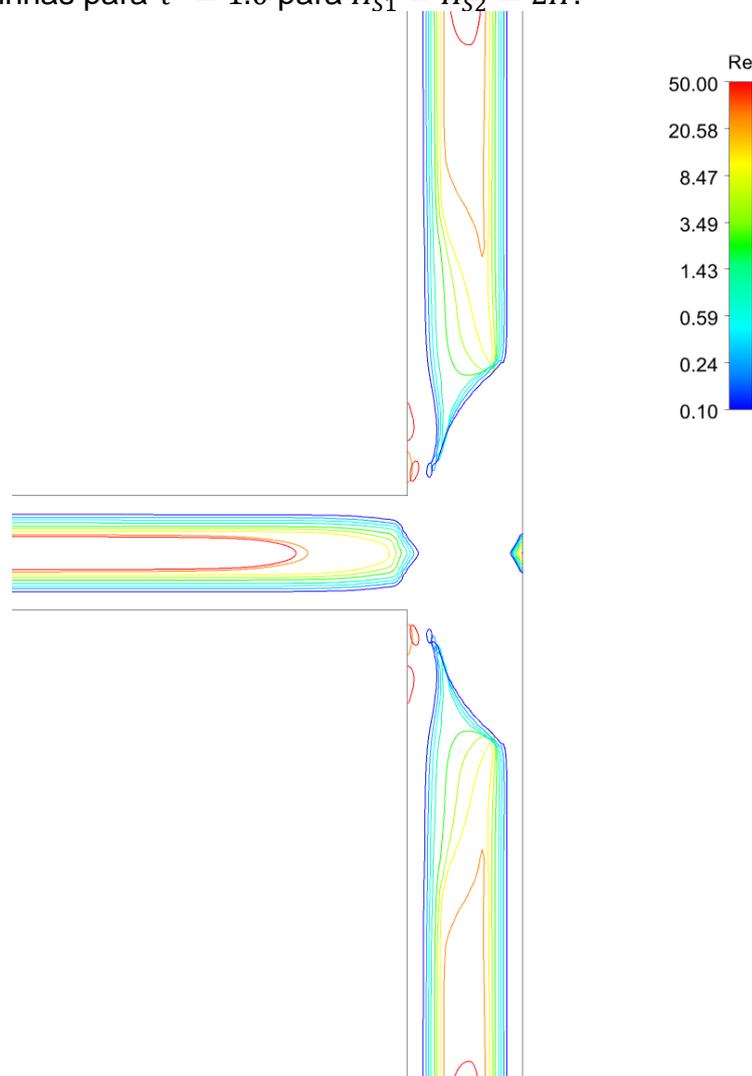
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Para avaliar as regiões não-cisalhadas, isolinhas de tensão de cisalhamento adimensional para $\tau^* = 1.0$ mostradas na Figura 54, delimitam as regiões sem

escoamento, para os valores de Re simulados (omitiram-se as curvas de $Re = 15.0$, 20.0 , 30.0 , 40.0 e 45.0 para facilitar a leitura qualitativa do comportamento).

Há a ocorrência de uma RNCA tipo A (conforme identificação de regiões determinadas anteriormente na Figura 33) identificada nos casos de baixos Re , e esta diminui com o aumento de Re . Concomitantemente surge RNCA's tipo B, para os valores mais altos de Re . Ainda, nos maiores valores de Reynolds surge uma porção do fluido em recirculação, porém em estado de não cisalhamento aparente (RNCA tipo C).

Figura 54 – Isolinhas para $\tau^* = 1.0$ para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.

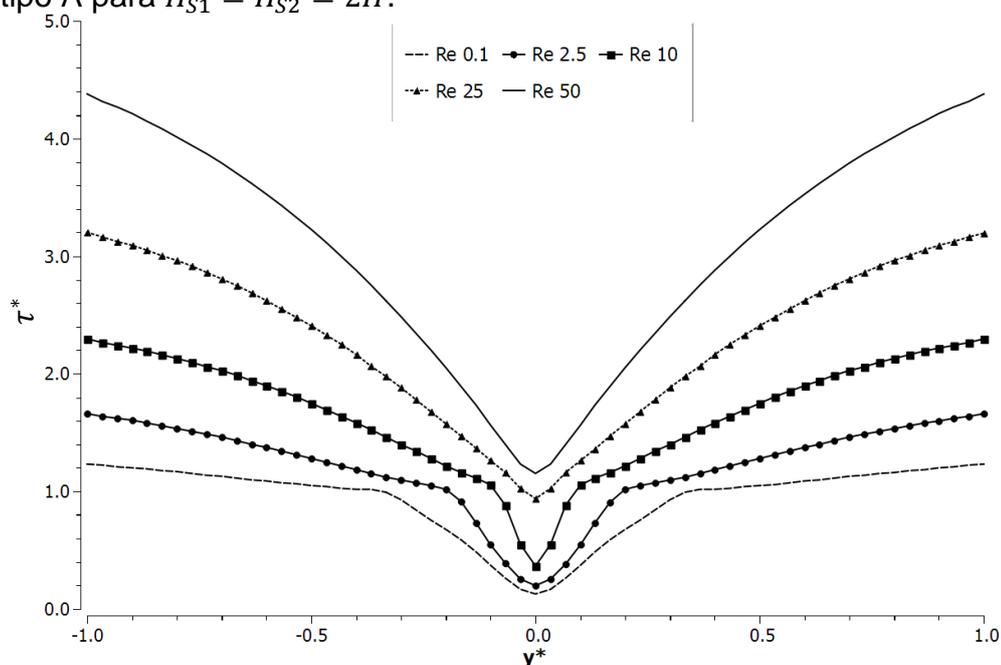


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A avaliação da tensão de cisalhamento adimensional do fluido junto à parede na região A fornece um parâmetro para identificação da existência uma região não-cisalhada aparente – RNCA. As curvas do valor da tensão adimensional no ponto de estagnação principal, representadas na Figura 55, indicam a região de fluido parado

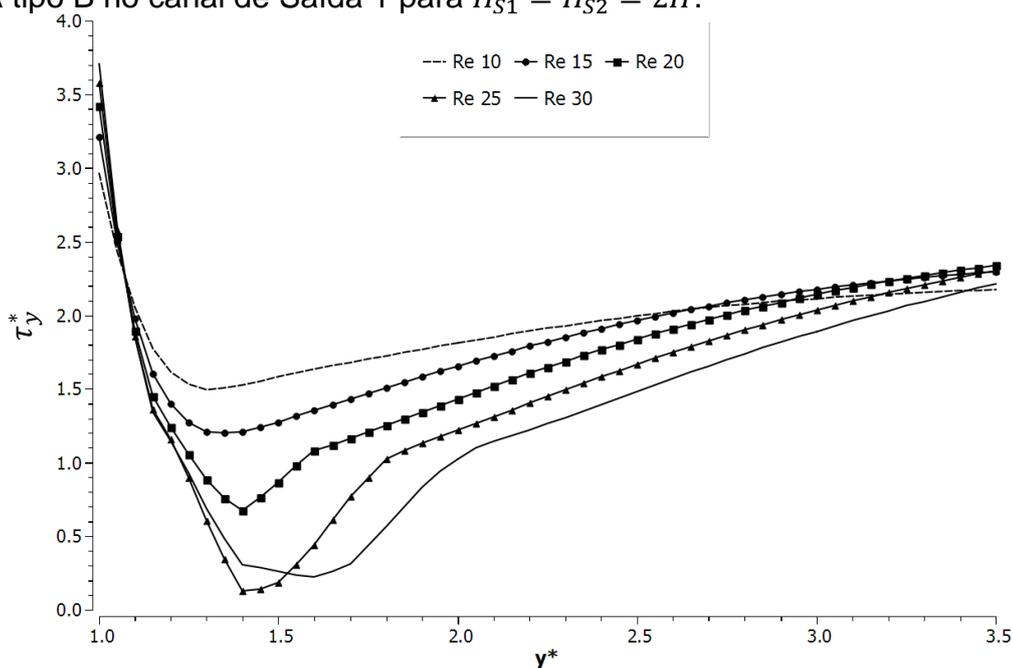
junto à parede para valores de $\tau^* < 1.0$ para os casos de $Re \leq 25.0$, ou seja, à medida que o número de Reynolds aumenta, a porção de fluido em estado de não cisalhamento aparente se desfaz.

Figura 55 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo A para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



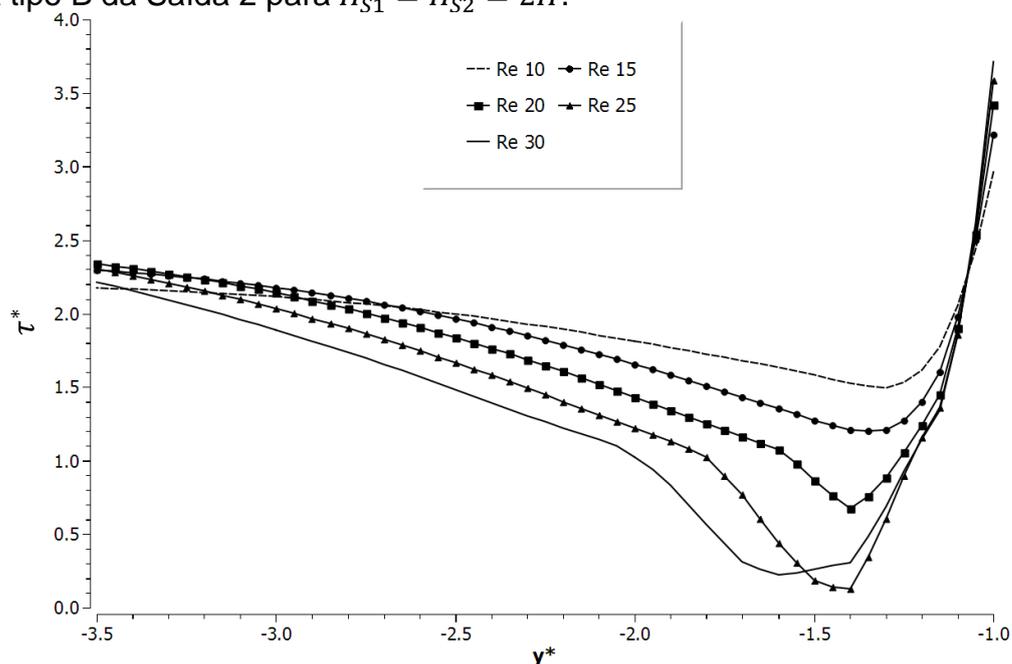
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 56 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de Saída 1 para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 57 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B da Saída 2 para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A segunda região de surgimento de porção de fluido na condição de não cisalhamento aparente junto à parede (RNCA tipo B) ocorre próxima à zona de bifurcação. A tensão de cisalhamento tangente à parede é avaliada sobre uma linha, partindo do vértice da bifurcação, de maneira análoga à identificação da RNCA tipo A. Nesta região ocorre o surgimento de uma porção do fluido em não cisalhamento aparente com o aumento do número de Re . Para $Re \leq 15$ não há surgimento de porção do fluido parado junto à parede dos canais de saída 1 e 2 (ver Figura 56 e Figura 57).

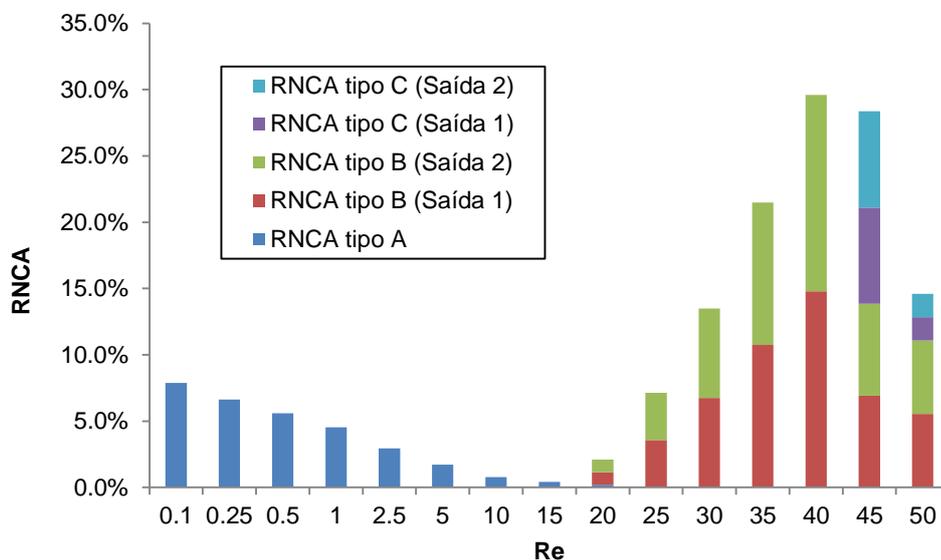
Para avaliar a porção de fluido parado na região da bifurcação, as áreas compreendidas pelas isolinhas de $\tau^* = 1.0$, nas regiões junto à parede e zonas de recirculação (ver Figura 54), foram somadas para indicar a condição ideal de Reynolds que fornece a menor quantidade de fluido parado em toda a região da bifurcação.

As regiões internas não cisalhadas, que ocorrem logo após a bifurcação não são computadas, pois apresentam uma velocidade na direção do fluxo e não estão paradas ou em recirculação. Conforme o gráfico da Figura 58. A condição de $Re = 15.0$ fornece a menor quantidade total de região não cisalhada aparente.

O máximo é atingido na condição de $Re = 40.0$, a partir de então há uma aparente ruptura da RNCA tipo B e formação de uma região não cisalhada aparente

em recirculação (RNCA tipo C). O comportamento e evolução das RNCA's tipo B e C, para $Re \geq 15.0$, podem ser observados na Figura 59.

Figura 58 - Regiões não cisalhadas aparentes (RNCA's) para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

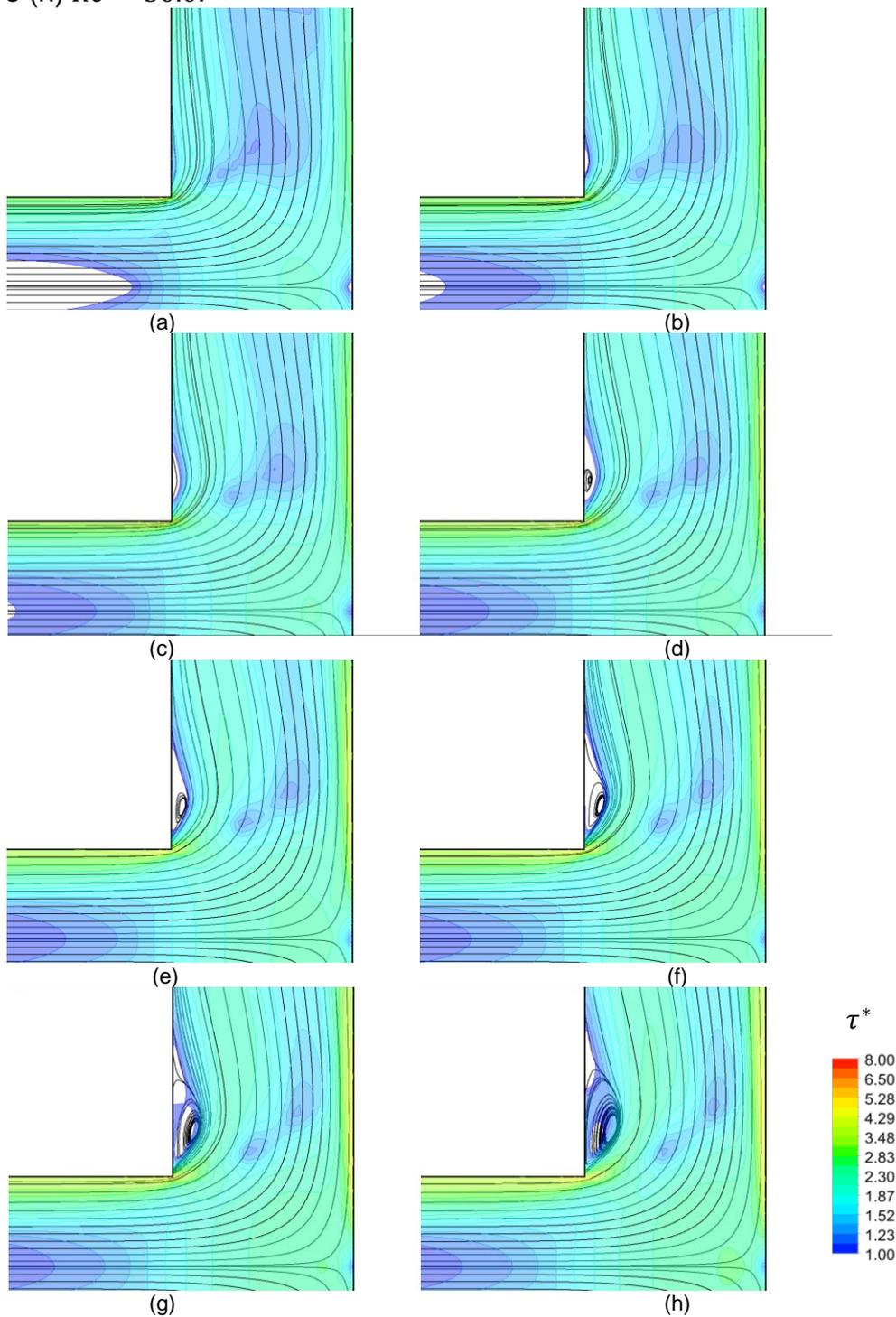
Ainda na Figura 59 observam-se as linhas de corrente do escoamento. A partir de $Re < 30.0$ uma zona de recirculação começa a ser evidente junto ao vértice da bifurcação.

Analisando as linhas de corrente sobrepostas ao campo de tensão cisalhante adimensional, fica evidente o fato de que há regiões de recirculação nas áreas de $\tau^* < 1.0$. Ou seja, a solução numérica do modelo prediz uma região com escoamento ocorrendo no interior da RNCA. Esta aparente contradição se dá justamente pelo fato da utilização do modelo constitutivo regularizado para a viscosidade. A função, sendo contínua para qualquer magnitude de taxa cisalhante, permite a determinação do campo de velocidades do fluido nas regiões onde a tensão cisalhante é menor do que a limite. A regularização também está relacionada à descentralização entre os vórtices e a região não cisalhada aparentemente em recirculação.

Este resultado para as linhas de corrente concorda com trabalhos da literatura como o de Alexandrou et al. (2001). Os autores também encontraram resultados semelhantes avaliando um fluido Herschel-Bulkley em expansões abruptas e afirmam que, qualitativamente, a física observada das regiões de recirculação é

consistente mais com as dos fluídos Newtonianos generalizados, do que com os fluídos Herschel-Bulkley ideais.

Figura 59 - Detalhe da evolução das RNCA's tipo B e C para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$: (a) $Re = 15.0$; (b) $Re = 20.0$; (c) $Re = 25.0$; (d) $Re = 30.0$; (e) $Re = 35.0$; (f) $Re = 40.0$; (g) $Re = 45.0$ e (h) $Re = 50.0$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

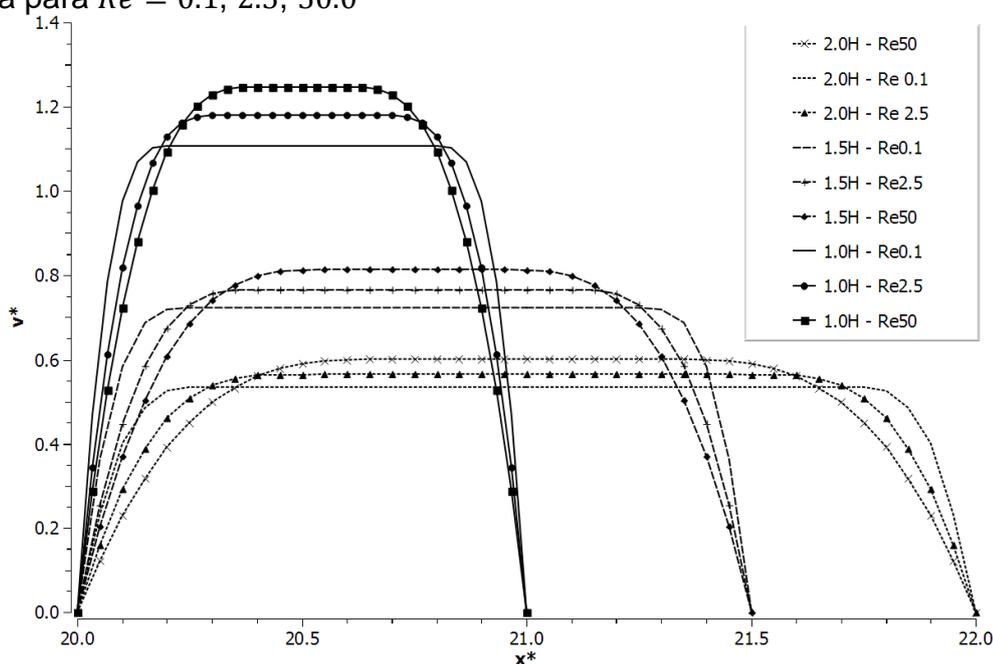
Os parâmetros dos modelos regularizados simplesmente ajustam a magnitude das tensões e taxa de deformações locais, de forma a imitar condições ideais, mas nunca podem prever com precisão as regiões não cisalhadas.

5.6 VARIAÇÃO SIMULTÂNEA DAS ESPESSURAS DE SAÍDA $H_{S1} = H_{S2}$

Nesta seção o efeito do estreitamento simultâneo das saídas sobre o comportamento do escoamento é avaliado.

Inicialmente avalia-se os perfis de velocidade desenvolvidos do escoamento na saída 1 do canal em $y^* = 20H$. O mesmo padrão de evolução de perfil, com a presença de uma região central à mesma velocidade é encontrado. Ainda, a velocidade adimensional máxima de saída aumenta com o estreitamento do canal (ver Figura 60).

Figura 60 - Comparação de perfis de velocidade em relação à diminuição da seção de saída para $Re = 0.1, 2.5, 50.0$

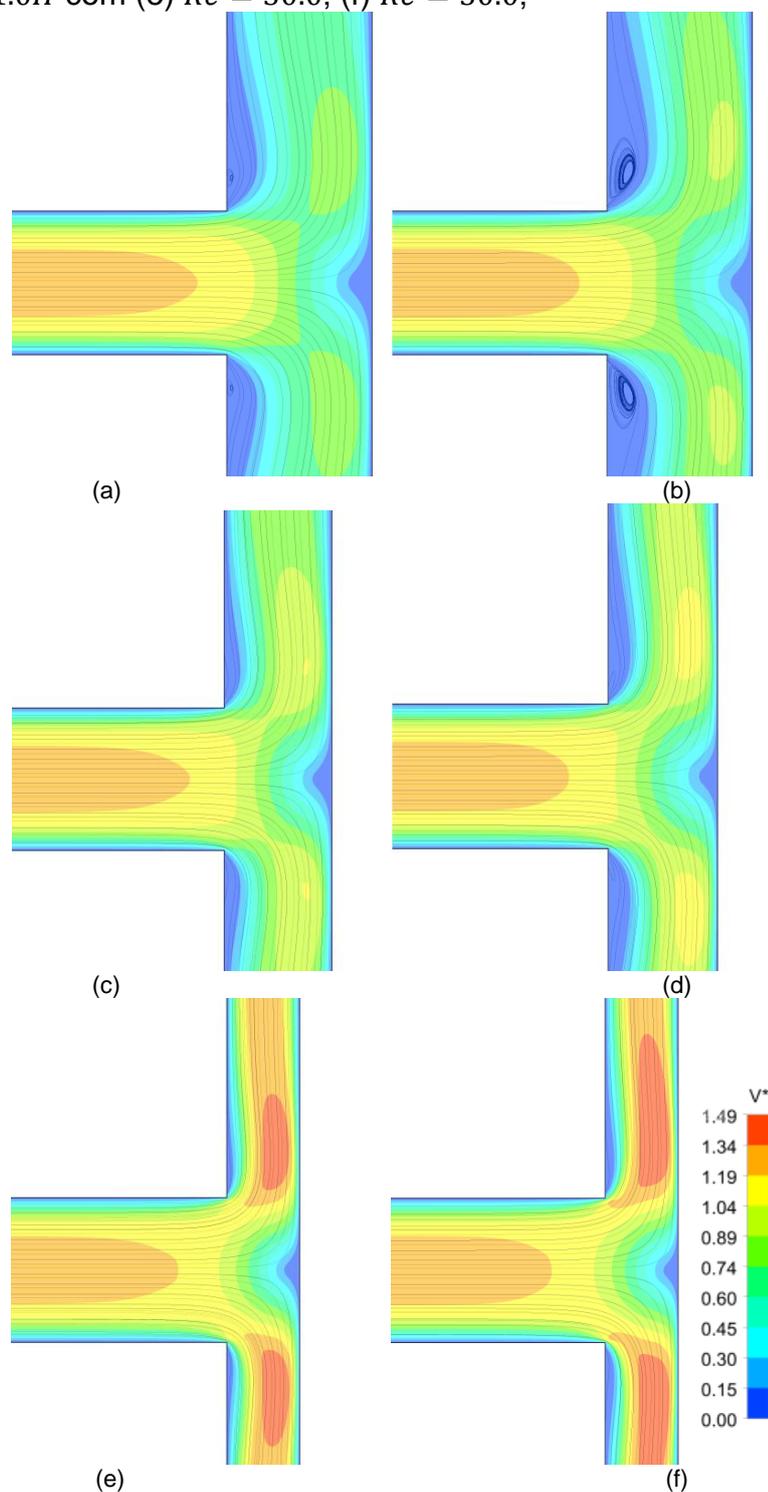


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Avaliando as linhas de corrente e campos de velocidade (V^*) na zona de bifurcação para $Re = 30.0$ e $Re = 50.0$ (Figura 61), pode-se observar que com o estreitamento dos canais de saída há um aumento na velocidade nesses canais,

bem como uma diminuição na formação de vórtices para uma mesma condição de escoamento.

Figura 61 - Campo de velocidade (V^*) e linhas de corrente para: $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ com (a) $Re = 30.0$; (b) $Re = 50.0$; $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$ com (c) $Re = 30.0$; (d) $Re = 50.0$; e $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$ com (e) $Re = 30.0$; (f) $Re = 50.0$;



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

O estreitamento simultâneo dos canais de saída também tem impacto na queda de pressão estática de maneira que esta aumenta com a diminuição das seções de saída. Da mesma forma o fator de atrito aumenta com o estreitamento das saídas. A Tabela 9 indica essas relações para uma amostragem de três condições de escoamento ($Re = 0.1$, $Re = 2.5$ e $Re = 50.0$).

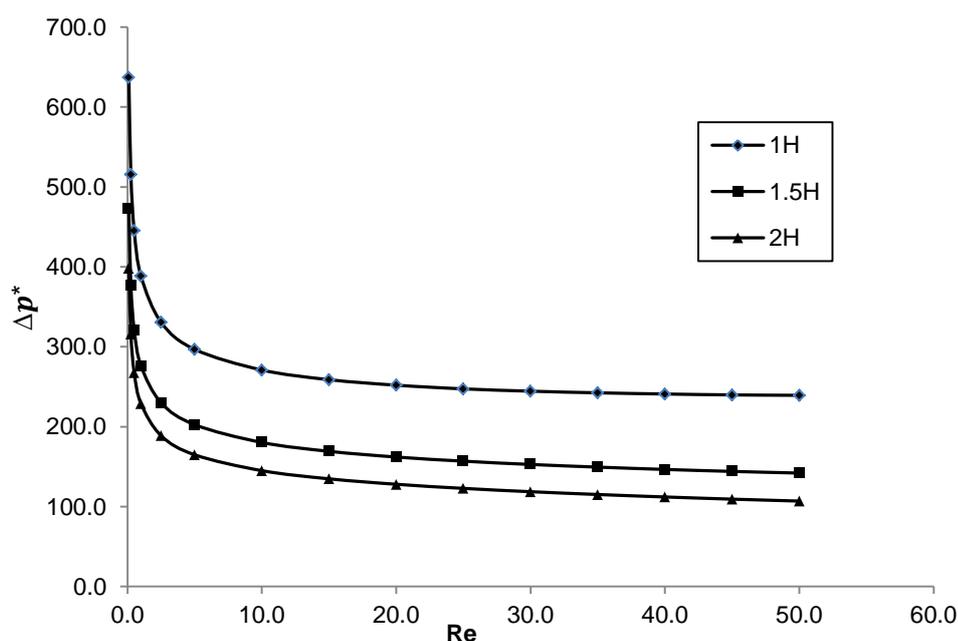
Tabela 9 - Impacto do estreitamento dos canais de saída sobre a queda de pressão e fator de atrito

Re	Bn	$H_{S1} = H_{S2} =$	Δp [Pa]	Δp^*	fRe
0.1	6.5322	2.0 H	1462.67	398.10	73.5108
		1.5 H	1735.86	472.50	76.7044
		1.0H	2339.98	636.93	82.5560
2.5	2.2341	2.0 H	2027.37	188.73	34.8443
		1.5 H	2469.66	229.90	37.5929
		1.0H	3550.96	330.56	42.8579
50.0	0.8231	2.0 H	3116.99	106.90	21.5863
		1.5 H	4138.99	141.94	24.1656
		1.0H	6976.1	239.24	29.4436

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Com o aumento do número de Re (e diminuição de Bn) há uma tendência de estabilização do valor da queda de pressão, como pode ser observado na Figura 62, e esta apresenta um aumento com o estreitamento das saídas.

Figura 62 - Queda de pressão adimensional em função de Re para valores de seção de saída $H_{S1} = H_{S2} = 2.0H$; $1.5H$ e $1.0H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

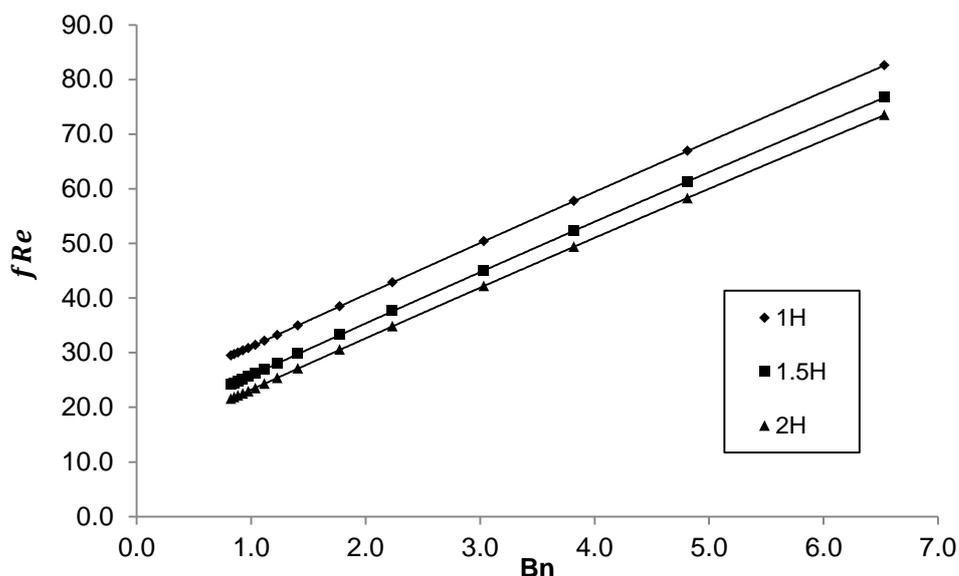
A partir de um ajuste de curvas para os dados do fator de atrito, para todos os casos de Re simulados (Figura 63), pode-se definir:

$$fRe = -0.0705Bn^2 + 9.6174Bn + 13.6720 \quad \text{para} \quad H_{S1} = H_{S2} = 2.0H \quad (5.16)$$

$$fRe = -0.0712Bn^2 + 9.7257Bn + 16.1910 \quad \text{para} \quad H_{S1} = H_{S2} = 1.5H \quad (5.17)$$

$$fRe = -0.0552Bn^2 + 9.7233Bn + 21.404 \quad \text{para} \quad H_{S1} = H_{S2} = 1.0H \quad (5.18)$$

Figura 63 - Fator de atrito em função de Re para valores de seção de saída $H_{S1} = H_{S2} = 2.0H$; $1.5H$ e $1.0H$.

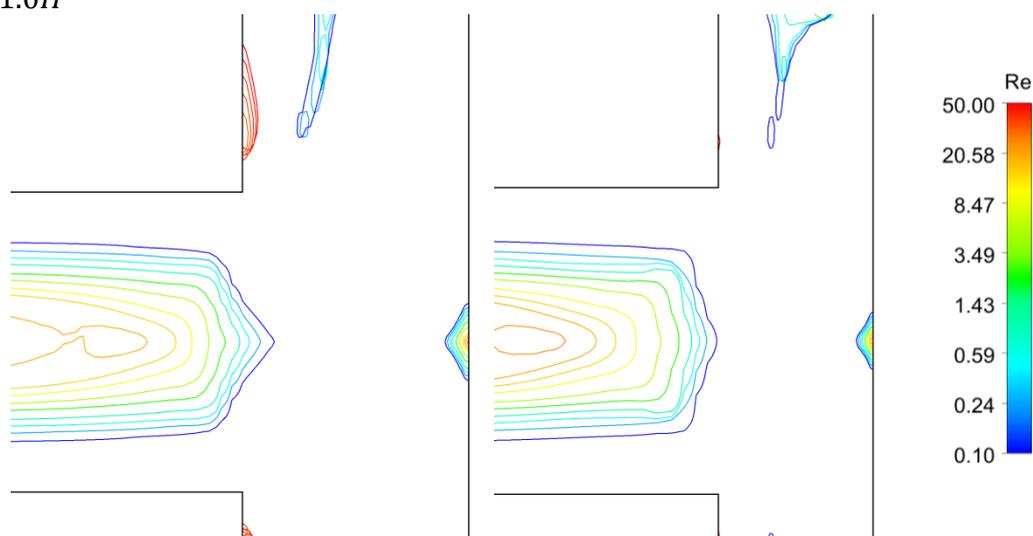


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Na faixa de números de Re simulados, com o estreitamento simultâneo das saídas há uma diminuição na formação de RNCA junto à parede, tanto as do tipo A quanto as do tipo B. Nota-se ainda que não é evidente uma região com tensão cisalhante abaixo da tensão limite de escoamento em aparente recirculação. A Figura 64 apresenta as isolinhas da tensão de escoamento para as condições de escoamento analisadas no estreitamento das saídas.

Pode-se inferir, ainda, que o aumento da velocidade de escoamento e da pressão na região de bifurcação diminui a formação das RNCA's.

Figura 64 - Linhas de tensão limite de escoamento para $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$ e $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Avaliando qualitativamente as áreas de RNCA da Figura 64, nota-se que as mesmas diminuem com o estreitamento das saídas. Porém, avaliando a condição de escoamento, com relação ao surgimento da RNCA, pode-se concluir que o valor crítico de Re não apresenta grandes variações. Se para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ esta condição se dava para $Re \leq 25.0$ (Figura 55), com seções de saída de $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$ isto ocorre para $Re < 25.0$ (Figura 65) e com $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$ define-se também $Re < 25.0$ (Figura 66).

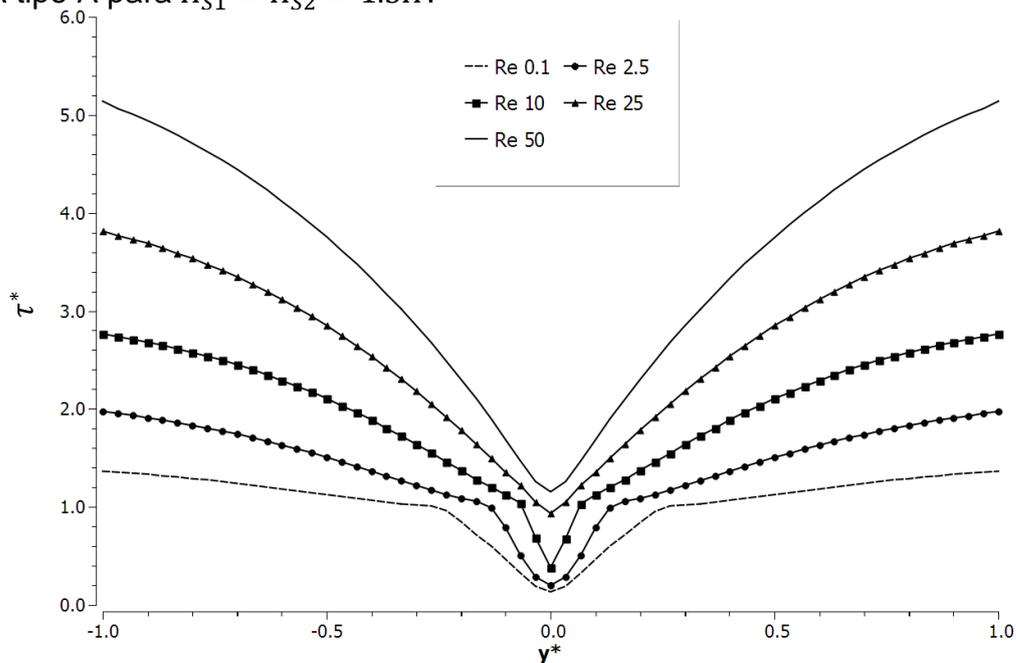
A ocorrência da RNCA tipo B é mais sensível à variação do número de Reynolds. Ainda, o estreitamento do canal eleva o valor de Re crítico que faz surgir uma região de não cisalhamento aparente junto à parede. Retomando o resultado da seção anterior, para $H_{S1} = H_{S2} = 2H$ condições de $Re \leq 15$ (Figura 56) impedem a formação de RNCA junto aos vértices da bifurcação. Com o estreitamento dos canais de saída para $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$ este limite sobe para $Re \leq 25$ (Figura 67) e ainda para $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$ tem-se $Re = 45$ (Figura 68).

No caso da menor condição de estreitamento avaliada ($1.0H$) há a formação de RNCA apenas para $Re = 45$, mas ainda assim com um valor muito baixo. Na condição de $Re = 50$ não ocorre a formação de RNCA. Este fato parece estar em acordo com o pico de RNCA que ocorre também no caso de $H_{S1} = H_{S2} = 2H$.

As regiões totais de RNCA tipo A e B destes casos são apresentadas nas Figura 69 e Figura 70.

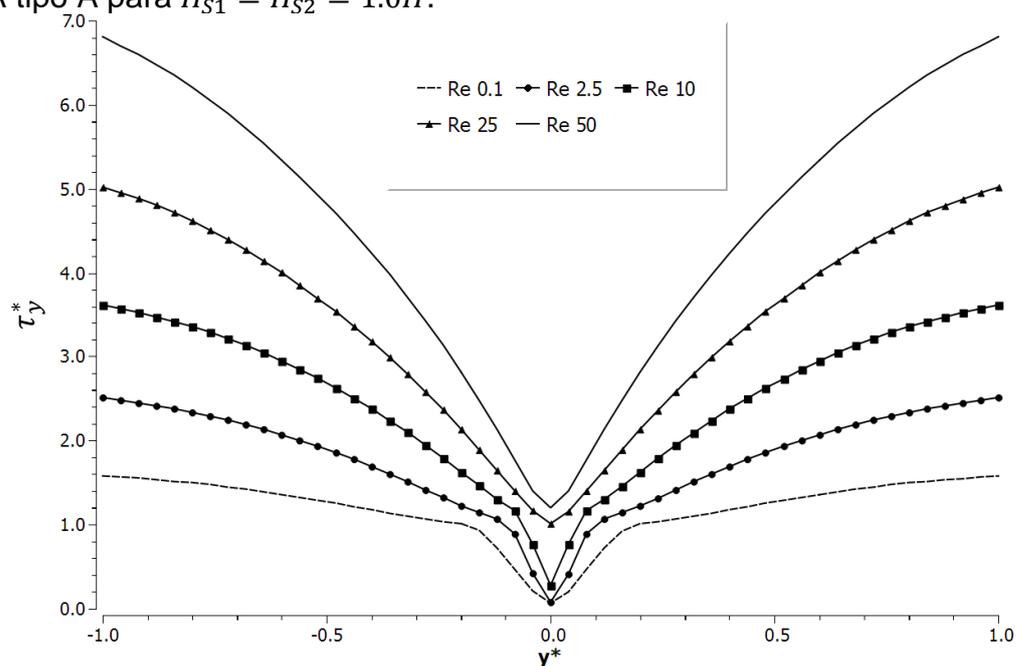
Para a geometria de $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$ o valor ótimo de Re que implica em menor quantidade de RNCA é $Re = 25.0$. Com o estreitamento para $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$ não há formação de RNCA para $25.0 \leq Re < 45.0$ e $Re = 50.0$.

Figura 65 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo A para $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 66 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo A para $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$.



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 67 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de Saída 1 para $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$.

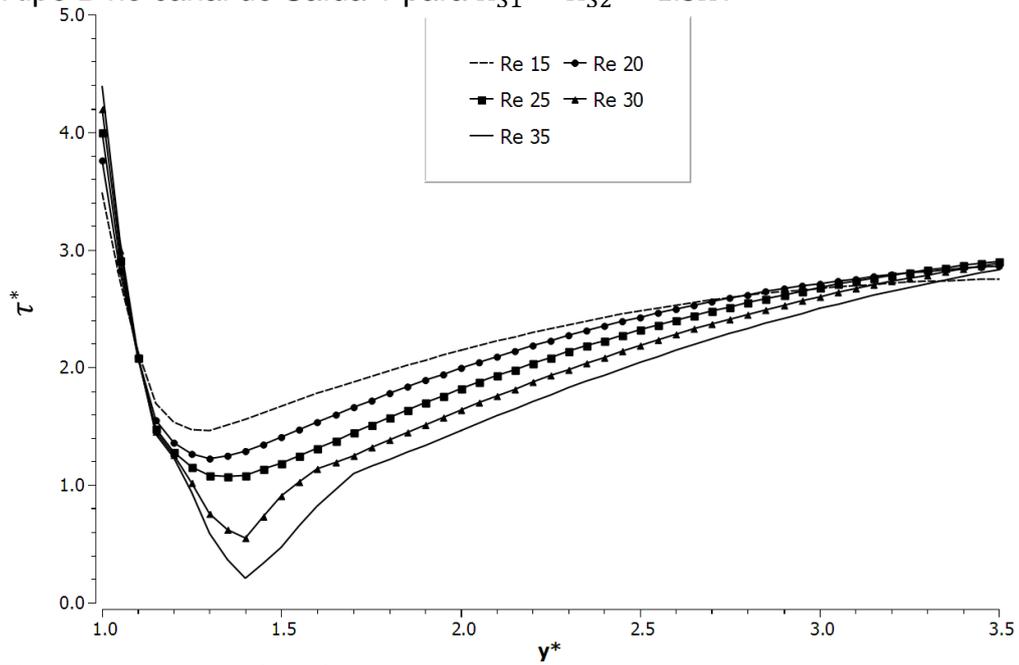


Figura 68 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de Saída 1 para $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$.

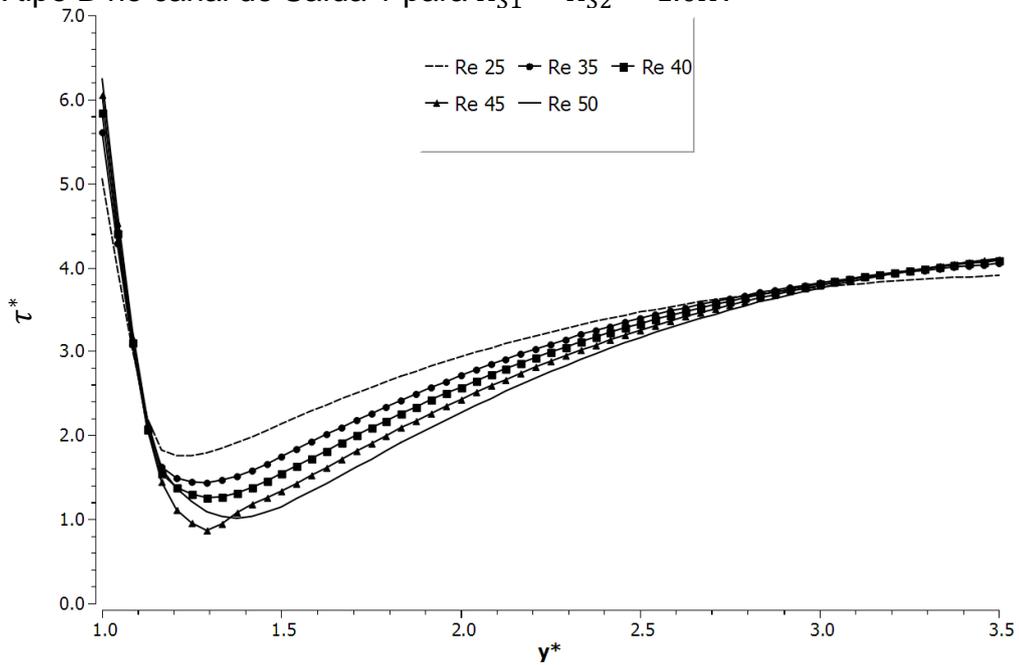
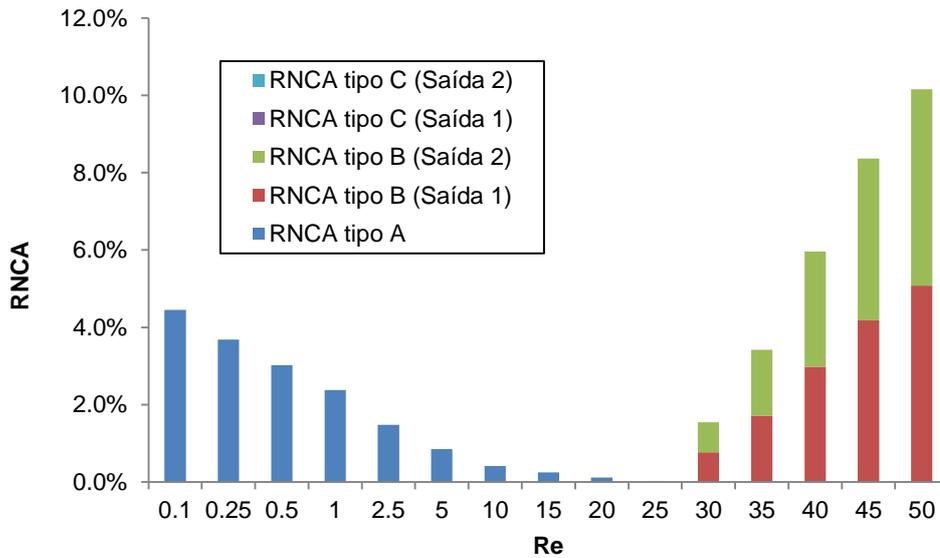
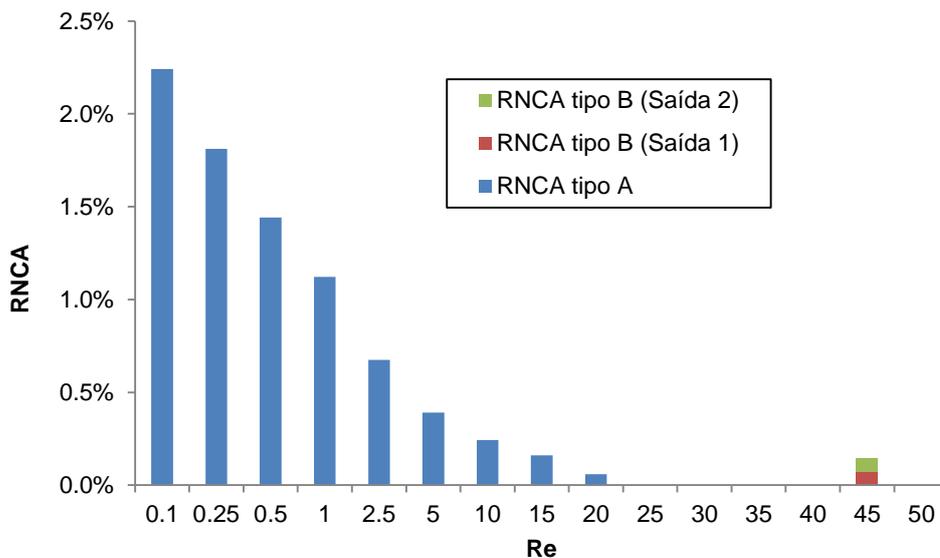


Figura 69 - Regiões não cisalhadas aparente (RNCA) para $H_{S1} = H_{S2} = 1.5H$



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 70 - Regiões não cisalhadas aparente (RNCA) para $H_{S1} = H_{S2} = 1.0H$

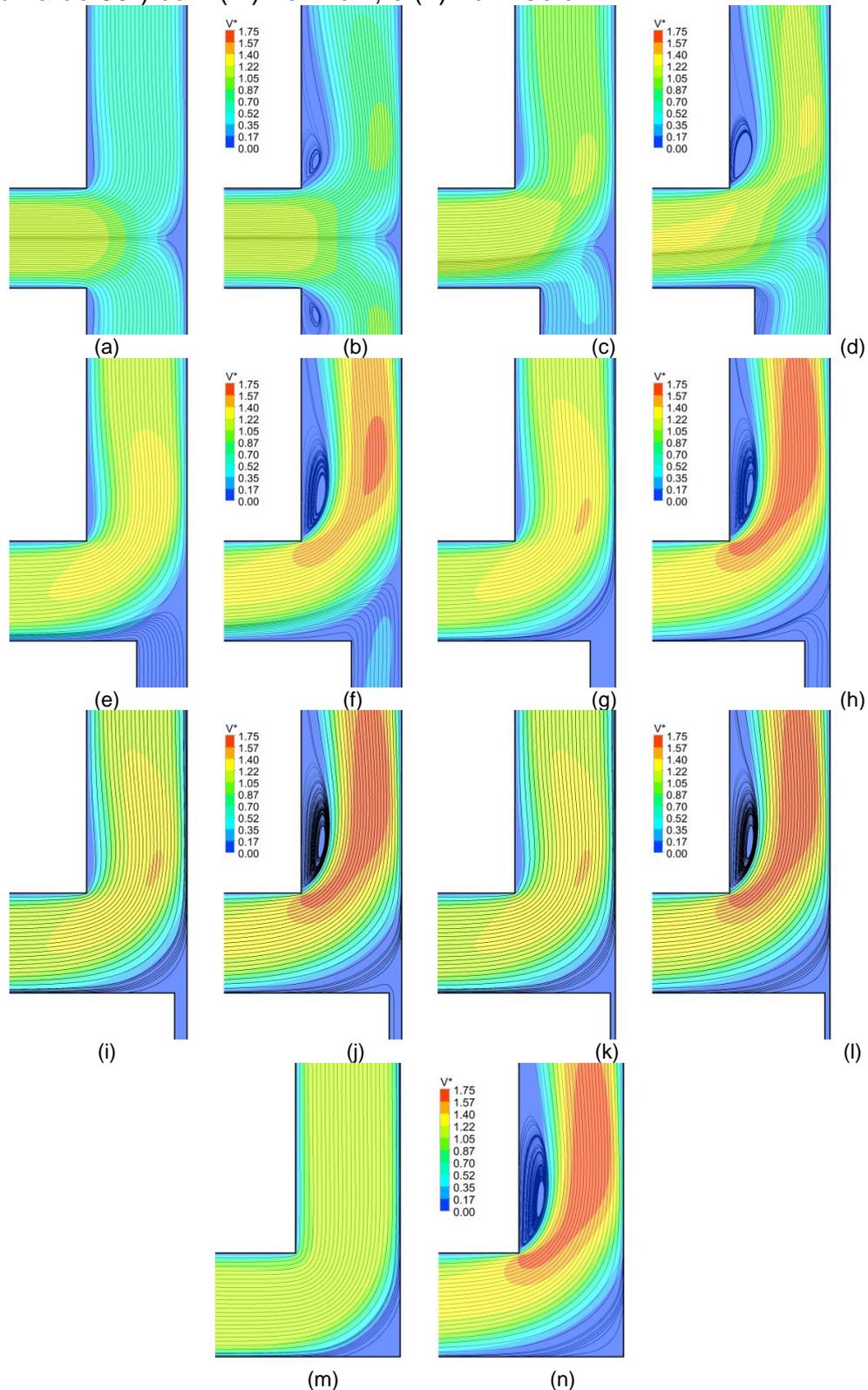


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

5.7 VARIAÇÃO DA ESPESSURA DE SAÍDA H_{S2}

Nesta seção avalia-se o estreitamento assimétrico dos canais de saída, fixando a espessura do canal superior (em $H_{S1} = 2.0H$) e diminuindo a espessura do canal inferior, sobre o comportamento do escoamento. O estreitamento da saída inferior é considerado até o limite do caso particular de uma curva em 90° .

Figura 71 - Campo de velocidades (V^*) e linhas de corrente para $H_{S2} = 2.0H$ com (a) $Re = 0.1$; (b) $Re = 50.0$; $H_{S2} = 1.5H$ com (c) $Re = 0.1$; (d) $Re = 50.0$; $H_{S2} = 1.0H$ com (e) $Re = 0.1$; (f) $Re = 50.0$; $H_{S2} = 0.5H$ com (g) $Re = 0.1$; (h) $Re = 50.0$; $H_{S2} = 0.25H$ com (i) $Re = 0.1$; (j) $Re = 50.0$; $H_{S2} = 0.1H$ com (k) $Re = 0.1$; (l) $Re = 50.0$; e $H_{S2} = 0.0H$ (curva de 90°) com (m) $Re = 0.1$; e (n) $Re = 50.0$.



Tomando as condições máximas e mínimas do escoamento simuladas ($Re = 0.1$ e $Re = 50.0$), uma análise dos campos dos módulos de velocidades (V^*) e linhas de corrente, apresentadas na Figura 71, indica que o estreitamento da saída inferior implica em um aumento da velocidade na saída superior, bem como um favorecimento das linhas de corrente para este canal de saída.

A condição de $Re = 50.0$ apresenta um vórtice, próximo à quina da bifurcação, que aumenta com o estreitamento do canal inferior. As condições de escoamento na saída superior, para os casos das menores espessuras no canal inferior, se assemelham ao caso particular da curva em 90° .

A evolução das RNCA's, em função do estreitamento, está ilustrada na Figura 72. A representação das linhas de tensão de limite de escoamento, para os estreitamentos da saída inferior, indicam o surgimento de uma RNCA que ocupa todo o canal de saída mais estreito, ou seja, o fluido não escoar, configurando uma obstrução nesta saída.

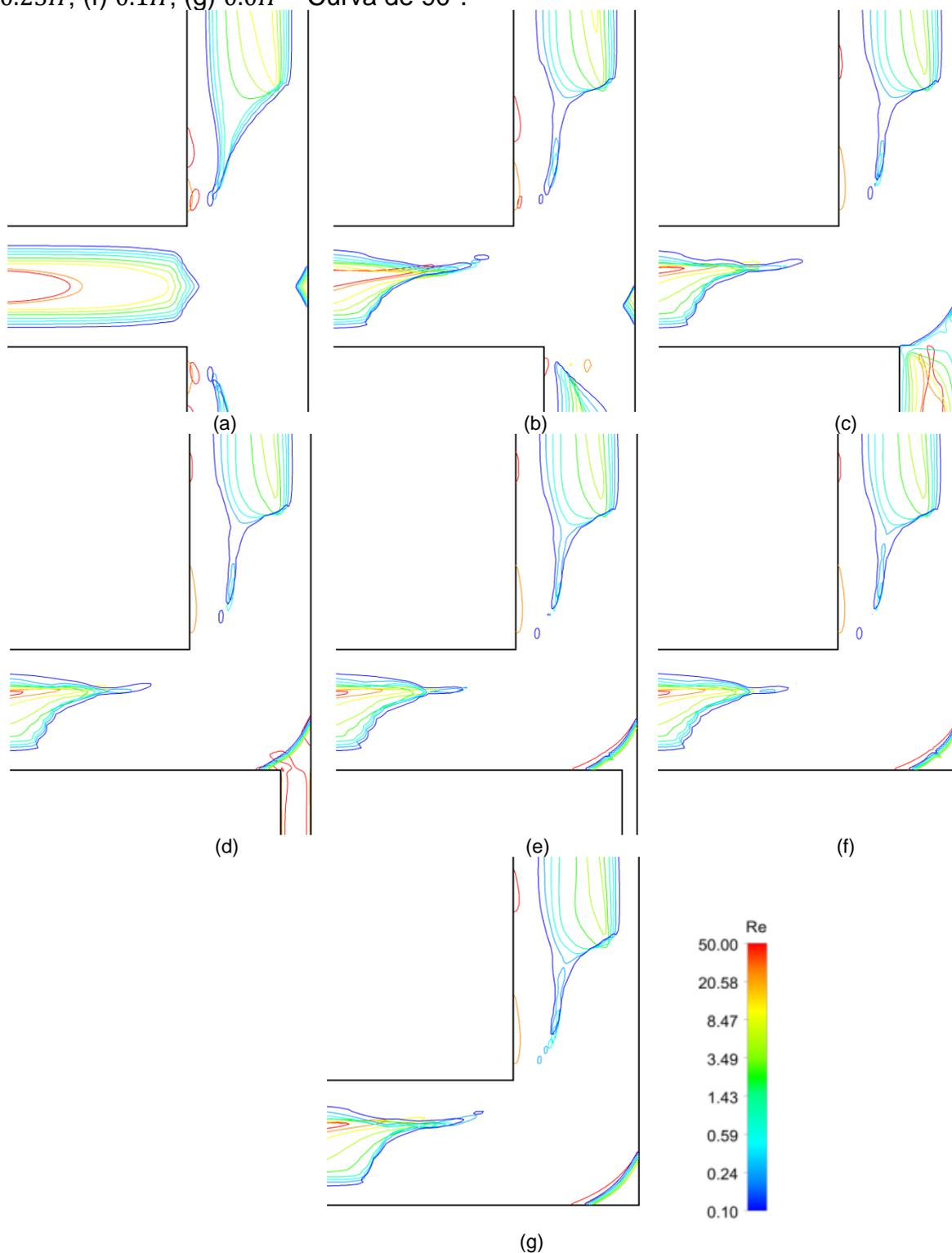
Este fato interessante surge a partir de $H_{S2} = 1.0H$ para os valores menores de Re . Para valores de $H_{S2} \leq 0.25H$ as curvas de tensão de escoamento são praticamente iguais e se assemelham muito ao caso particular da curva em 90° , quando $H_{S2} = 0.0H$.

A explicação está novamente no modelo reológico adotado que implica em elevados valores de viscosidade para taxas cisalhantes baixas. A região do estreitamento flui com uma magnitude de velocidade muito inferior ao resto do canal e pode-se afirmar que ocorre então obstrução aparente.

Avaliando o comportamento da queda de pressão estática global da geometria com o estreitamento da saída 2, ilustrado na Figura 73, observa-se que há um aumento deste parâmetro até atingir uma estabilização de valores, ocorrendo antecipadamente para os menores valores de Re . O valor de estabilização é o mesmo que para o caso particular da curva em 90° , permitindo afirmar que a partir de $H_{S2} \leq 0.5H$ a dimensão da saída 2 é desprezível na determinação deste parâmetro.

Além das análises de campo de velocidade, linhas de corrente, linhas de tensão de escoamento e queda de pressão estática, interessa obter uma avaliação do impacto do estreitamento da saída inferior sobre a obstrução aparente provocada neste canal.

Figura 72 - Isolinhas para $\tau^* = 1.0$ para H_{S2} : (a) $2.0H$; (b) $1.5H$; (c) $1.0H$; (d) $0.5H$; (e) $0.25H$; (f) $0.1H$; (g) $0.0H$ – Curva de 90° .



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A obstrução aparente fica mais evidente na análise de razão de fluxo nestas geometrias. Seguindo a avaliação deste parâmetro, conforme proposto na Seção 5.2.5, a Tabela 10 apresenta os valores da razão de fluxo β da saída 1 em relação a

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

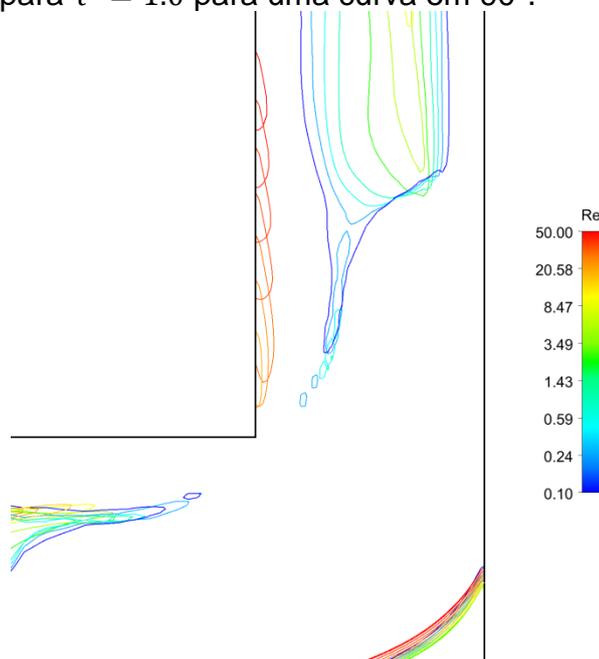
5.7.1 CASO PARTICULAR – CURVA 90° - $H_{S2} = 0.0$

Um canal com uma curva em 90° pode ser tratado como um caso particular do estreitamento assimétricos dos canais de saída em uma bifurcação em T fazendo $H_{S2} = 0.0$. Considerando uma espessura de saída igual à da entrada, o comportamento do escoamento foi avaliado em relação ao surgimento das RNCA junto às paredes do canal.

Na Figura 74 observam-se as linhas limitantes da tensão de escoamento local para $\tau^* = 1.0$. Visualmente notam-se duas RNCA's, uma junto ao canto inferior da curva (tipo A) e outra na parede de saída (próxima à quina – tipo B). A primeira região parece ser quase que constante em área para toda a faixa de Re simuladas, indicando um ponto crítico do escoamento.

A segunda RNCA evolui na parede do canal de saída e é formada em locais diferentes para cada valor de Re . Valores baixos de Re não formam esta RNCA.

Figura 74 - Isolinhas para $\tau^* = 1.0$ para uma curva em 90°.

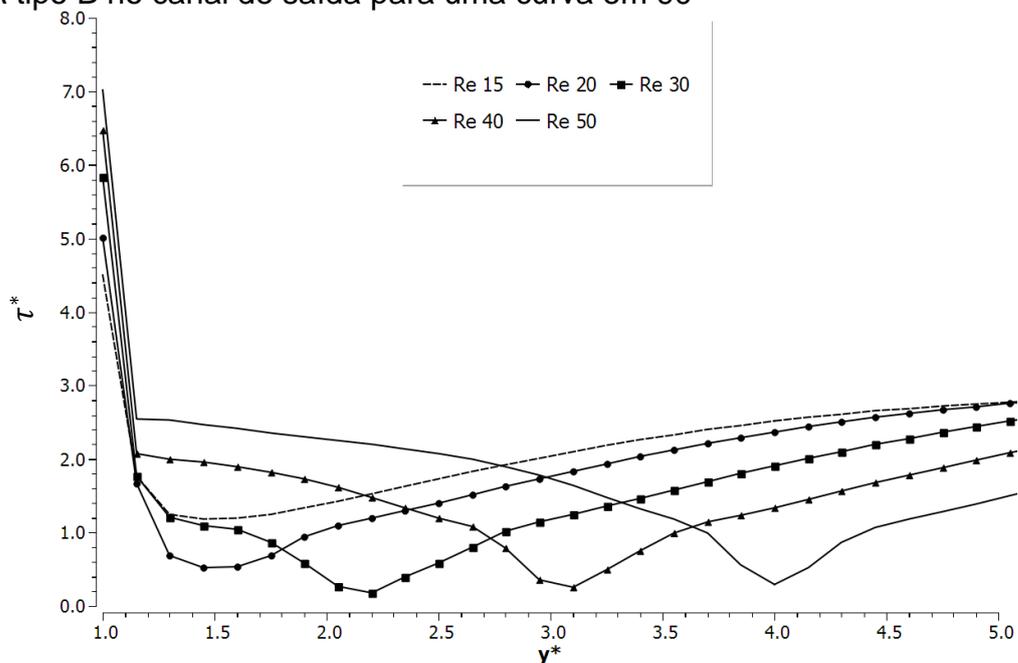


Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Computando a tensão de cisalhamento local, ao longo da parede na região de formação da RNCA tipo B, (Figura 75) é possível notar que a RNCA ocorre para os casos de $Re \geq 20.0$ e que a localização do valor ínfimo da curva de tensão evolui

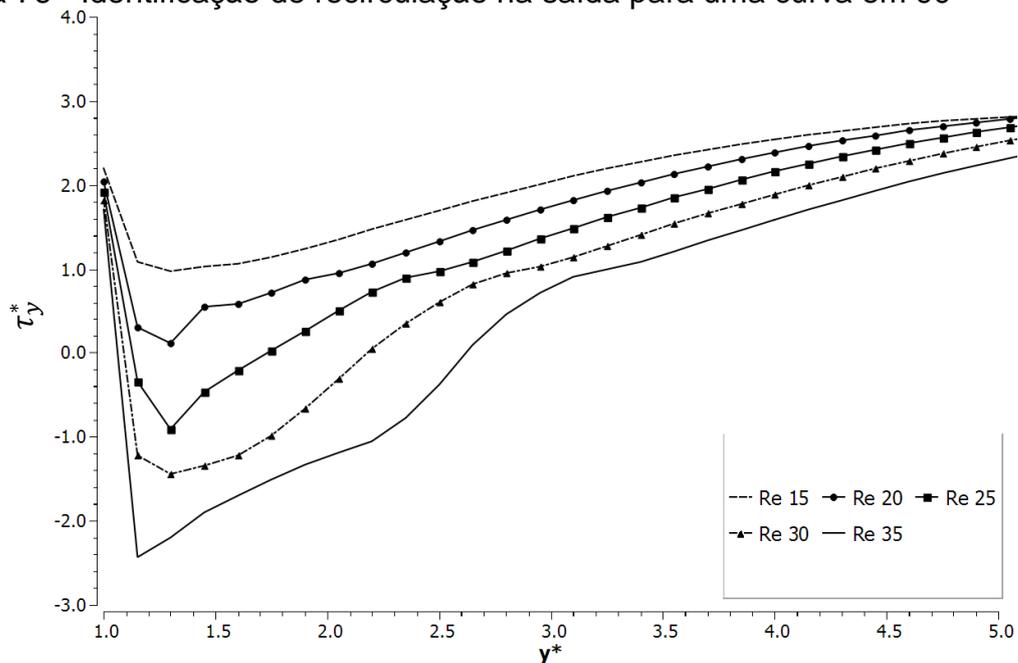
positivamente ao longo do eixo y^* com o aumento do número de Re . Estes valores mínimos indicam a localização aproximada do centro desta região de fluido parado junto à parede.

Figura 75 - Tensão de cisalhamento adimensional na parede do canal na região da RNCA tipo B no canal de saída para uma curva em 90°



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 76 - Identificação de recirculação na saída para uma curva em 90°



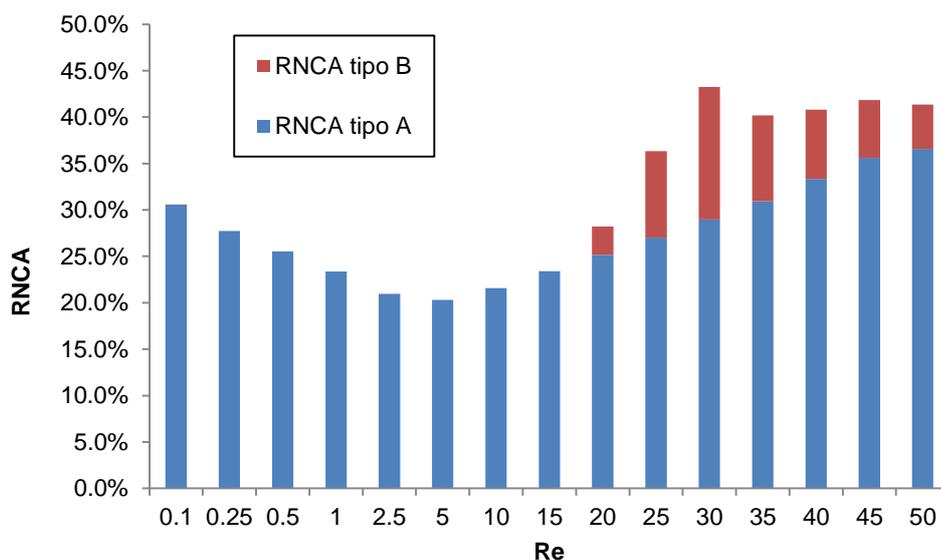
Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

A Figura 76 apresenta a análise da tensão cisalhante tangente à parede a partir da quina (região da RNCA tipo B), sendo que os valores negativos indicam que o escoamento próximo à parede está em contra fluxo por conta da existência de uma zona de recirculação. Assim, o recolamento das linhas de corrente localiza-se onde o valor da tensão cisalhante volta a ser positivo.

Comparando as curvas da Figura 75 e Figura 76, nota-se que a localização do centro da massa de fluido parado junto à parede pode ser relacionada com a localização do recolamento das linhas de corrente calculadas.

A avaliação da quantidade de RNCA junto às paredes da curva em 90° indica uma grande quantidade de fluido parado no interior do canal, especialmente no canto inferior. A Figura 77 apresenta a quantificação das áreas de RNCA para cada condição simulada. A condição de $Re = 5.0$ é a que produz a menor quantidade de RNCA para o fluido em questão. Para $Re \geq 20.0$ há o surgimento da RNCA tipo B.

Figura 77 - Regiões não cisalhadas aparentes (RNCA's) para uma curva em 90°



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

6. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

As características de escoamento permanente e isotérmico de um fluido viscoplástico em uma bifurcação tipo T foram avaliadas no presente trabalho por meio de solução numérica. A técnica de volumes finitos foi aplicada a partir da utilização do programa computacional comercial ANSYS FLUENT®. Modelos reológicos regularizados foram implementados para o cálculo do comportamento de fluidos tipo Herschel-Bulkley.

A partir da análise de um escoamento em canal plano de placas paralelas, os resultados hidrodinâmicos calculados validaram a abordagem de análise utilizada no presente trabalho, em comparação com valores da literatura de análises numéricas e analíticas. Na etapa de validação três modelos reológicos diferentes foram utilizados e todos forneceram resultados satisfatórios.

Os resultados obtidos nas validações demonstram que o programa computacional comercial ANSYS FLUENT® fornece bons resultados segundo as condições estabelecidas e as metodologias de solução numérica determinadas neste estudo. Ainda, o modelo reológico programado recupera o comportamento hidrodinâmico esperado de modo satisfatório. Desta feita, a metodologia adotada pode ser aplicada na análise de escoamentos de fluidos viscoplásticos.

Em relação ao estudo numérico do comportamento de um escoamento viscoplástico em uma bifurcação em T, diferentes espessuras de saída foram simuladas em diferentes condições de número de Reynolds em uma faixa de $0.1 \leq Re \leq 50.0$. Os parâmetros reológicos utilizados foram do fluido Carbopol 980, um espessante muito utilizado na indústria de cosméticos e em diversas pesquisas que se dedicam à avaliação de escoamentos de natureza viscoplástica. Foram avaliados: linhas de corrente, campo de velocidades, queda de pressão estática global, fator de atrito adimensional, regiões de não cisalhamento aparente e razões de fluxo de saída. As seguintes conclusões puderam ser verificadas:

- Na análise do canal de entrada, à montante da zona de bifurcação em uma condição de pleno desenvolvimento do perfil de velocidades, há a formação de uma região interna do escoamento que não apresenta cisalhamento, em que há a formação de uma porção de fluido escoando com a mesma velocidade. Esta região apresenta tensões de cisalhamento abaixo da tensão

limite de escoamento do material viscoplástico analisado. A porção de região não cisalhada aparente diminui com o aumento de Reynolds;

- A avaliação de uma bifurcação simétrica, com dimensões de espessuras das saídas iguais a de entrada, permitiu mapear as principais características do escoamento neste tipo de geometria. Regiões de recirculação foram determinadas junto aos vértices da bifurcação com relação direta com o aumento do número de Reynolds. A queda de pressão estática global é proporcional ao fluxo imposto no escoamento. A evolução dos valores de queda de pressão estática global adimensional e de fator de atrito, em função de Reynolds, tendem a uma estabilização, relacionada com a diminuição do fator viscoplástico do escoamento (número de Bingham) em uma tendência de comportamento Newtoniano. A avaliação de regiões de não cisalhamento aparente (RNCA's), junto às paredes do canal e em zonas de recirculação, apontou um valor ótimo de $Re = 15.0$ para a formação de menor quantidade de fluido parado na geometria;
- O resultado do estreitamento simultâneo das saídas da bifurcação revela uma diminuição na formação de zonas de recirculação, bem como da formação de regiões de não cisalhamento aparente nas regiões próximas aos vértices e na região de estagnação principal. A queda de pressão estática global aumenta com o estreitamento;
- Com o estreitamento apenas de um dos canais, foram encontradas condições de espessura que causam uma obstrução aparente neste canal de saída. Em toda a faixa de Re avaliada, mantendo o canal de saída superior com a mesma espessura do canal de entrada ($2H$), o estreitamento do canal inferior a partir de $H_{S2} \leq 0.5H$ indica uma semelhança com o caso particular de uma curva em 90° , pois o fluxo mássico na saída estreita tende a zero, configurando uma obstrução aparente. A avaliação da queda de pressão estática global também conduz a esta conclusão. A partir deste tipo de comportamento do fluido viscoplástico pode-se sugerir que existem condições topológicas e de escoamento que permitiriam o acesso à região interna do canal para coleta de amostras ou injeção de outros materiais sem a necessidade de instalação de uma válvula para cessar o escoamento nesta bifurcação;

- Por fim o caso particular de uma curva em 90° foi estudado para determinar as condições de escoamento em relação à formação das regiões de não cisalhamento aparente. Em toda a faixa de Re uma região de material parado junto à quina interna da curva apresenta um volume considerável de fluido. Para os maiores valores de Re surge uma segunda região de fluido parado junto à parede que se localiza na região de recolamento das linhas de corrente.

A partir das investigações abordadas na presente Dissertação, outras possibilidades podem ser discutidas em trabalhos futuros no aprofundamento da hidrodinâmica de escoamentos viscoplásticos em geometrias semelhantes. Sugere-se:

- Investigar a influência das variações dos comprimentos dos canais de saída sobre a razão de fluxo;
- Incluir a avaliação térmica com a resolução da equação da energia e condições de contorno de fluxo ou temperaturas determinadas, como também modificar o modelo regularizado com a inclusão de uma equação do tipo Arrhenius.
- Avaliar uma bifurcação em T do tipo ramificação e estudar os efeitos das dimensões de saída e condições de obstrução aparente.
- Estudar bifurcações em T para geometrias tubulares 3D.

REFERÊNCIAS

- ABDALI, S. S.; MITSOULIS, E.; MARKATOS, N. C. **Entry and exit flows of Bingham fluids**. Journal of Rheology, v. 36, n. 2, p. 389-407, 1992.
- ALEGRIA, L.M.C. **Soluções analíticas e numéricas para o escoamento laminar desenvolvido de fluido viscoplástico em dutos e anulares elípticos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Curitiba, 2011.
- ALEXANDROU, A. N.; MCGILVREAY, T. M.; BURGOS, G. **Steady Herschel–Bulkley fluid flow in three-dimensional expansions**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 100, n. 1, p. 77-96, 2001.
- AL-KHATIB, M. A. M.; WILSON, S. D. R. **The development of Poiseuille flow of a yield-stress fluid**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 100, n. 1, p. 1-8, 2001.
- ANSYS, Inc. 2010. **Introduction to ANSYS Fluent: Lecture 5 - Solver Settings**. Release 13.0, 2010.
- APOSTOLIDIS, A. J.; MOYER, A. P.; BERIS, A. N. **Non-Newtonian effects in simulations of coronary arterial blood flow**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 233, p. 155-165, 2016.
- BARNES, H. A. A brief history of the yield stress. Appl. Rheol, v. 9, n. 6, p. 262-266, 1999.
- BASSO, F. O. **Simulação Numérica do Escoamento Tridimensional de Polímeros Em Canais Com Expansões Assimétricas**. Dissertação de Mestrado, Univesidade do Estado de Santa Catarina. Joinville, 2017.
- BINGHAM, E. C. 1922. **Fluidity and plasticity**. New York : McGraw-Hill, 1922.
- BIRD, R. B.; ARMSTRONG, R. C.; HASSAGER, O. 1987. **Dynamic of Polymeric Liquids**. Fluid Mechanics, Vol. 1. 1987.
- BIRD, R. B.; DAI, G. C.; YARUSSO, B. J. **The rheology and flow of viscoplastic materials**. Rev. Chem. Eng.: Wisconsin, 1983.
- BERCOVIER, M.; ENGELMAN, M.. **A finite-element method for incompressible non-Newtonian flows**. Journal of Computational Physics, v. 36, n. 3, p. 313-326, 1980.
- BICALHO, I. C. et al. **Estudo de simulação por cfd de escoamentos em poços horizontais**. In: VI Encontro Nacional de Hidráulica de Poços de Petróleo de Óleo e Gás. Universidade Federal de Uberlândia, 2015.

BOUALIT, A. et al. **Thermal development of the laminar flow of a Bingham fluid between two plane plates with viscous dissipation.** International Journal of Thermal Sciences, v. 50, n. 1, p. 36-43, 2011.

BRETAS, R. E. S.; D'ÁVILA, M. A. **Reologia de Polímeros Fundidos.** 2. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2005.

BURGOS, G. R.; ALEXANDROU, A. N. **Flow development of Herschel–Bulkley fluids in a sudden three-dimensional square expansion.** Journal of rheology, v. 43, n. 3, p. 485-498, 1999.

BURGOS, G. R.; ALEXANDROU, A. N.; ENTOV, V. **On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids.** Journal of Rheology, v. 43, n. 3, p. 463-483, 1999.

CAPELLI, A. **Influência da faixa de taxas de deformação na precisão de caracterizações reológicas de fluidos.** Dissertação de Mestrado em Engenharia e Ciência de Alimentos. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. São José do Rio Preto – SP, 2012.

CASSON, N. **Rheology of dispersed systems.** Mill CC ed, 1959.

CHAVES, A. P. **Teoria e Prática do Tratamento de Minérios - Volume 1.** São Paulo: Signus Editora, 2002.

CORRÊA, N. M. et al. **Avaliação do comportamento reológico de diferentes géis hidrofílicos.** Revista Brasileira de Ciências Farmacêuticas, v. 41, n. 1, p. 73-78, 2005.

COUSSOT, P. **Yield stress fluid flows: A review of experimental data.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 211, p. 31-49, 2014.

DORIER, C.; TICHY, J. **Behavior of a Bingham-like viscous fluid in lubrication flows.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 45, n. 3, p. 291-310, 1992.

DYAKOVA, O. A.; FROLOV, O. Yu. **Pressure driven laminar flow of a power-law fluid in a T-channel.** In: Journal of Physics: Conference Series. IOP Publishing, 2017.

DZUY, N. Q.; BOGER, D. V. **Direct yield stress measurement with the vane method.** Journal of rheology. v. 29, n. 3, p. 335-347, 1985.

FERNANDES, C. S. **Simulação do escoamento não isotérmico de fluidos não-Newtonianos em canais convergentes/divergentes.** Tese de Doutorado, Universidade do Minho. Braga, 2003

FLUENT, Inc. **15.0 - User's Guide,** 2015.

FONSECA, C.E. **Uma investigação numérica de escoamentos planares de fluidos Herschel-Bulkley regularizados empregando um método multi-campos de Galerkin mínimos-quadrados**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2009.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. **Introduction to fluid mechanics**. New York: John Wiley & Sons, 1998.

GRATÃO, A.C.A. **Termofluidodinâmica de Sucos de Frutas Pseudoplásticos em Dutos Cilíndricos e Ânulos Concêntricos**. Tese de Doutorado em Engenharia de Alimentos, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

JAY, P.; MAGNIN, A.; PIAU, J.M. **Numerical simulation of viscoplastic fluid flows through an axisymmetric contraction**. Journal of fluids engineering, v. 124, n. 3, p. 700-705, 2002.

HAMMAD, K. J. **Inertial thermal convection in a suddenly expanding viscoplastic flow field**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 106, p. 829-840, 2017.

HERSCHEL, W. H.; BULKLEY, R. **Konsistenzmessungen von gummi-benzollösungen**. Colloid & Polymer Science, v. 39, n. 4, p. 291-300, 1926.

HUILGOL, R.R.; YOU, Z. **Application of the augmented Lagrangian method to steady pipe flows of Bingham, Casson and Herschel-Bulkley fluids**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 128, n. 2, p. 126-143, 2005.

KÉ, D. DE; TURCOTTE, G. **Viscosity of biomaterials**. Chemical Engineering Communications, v. 6, n. 4-5, p. 273-282, 1980.

KHANDELWAL, V.; DHIMAN, A.; BARANYI, L. **Laminar flow of non-Newtonian shear-thinning fluids in a T-channel**. Computers & Fluids, v. 108, p. 79-91, 2015.

KIM, J. et al. **Rheological properties and microstructures of Carbopol gel network system**. Colloid and Polymer Science, v. 281, n. 7, p. 614-623, 2003.

Kim, S. **Study of non-Newtonian viscosity and yield stress of blood in a scanning capillary-tube rheometer**. Tese de Doutorado. Drexel University, U.S.A., 2002.

LARRARD, F.; FERRARIS, C. F.; SEDRAN, T. **Fresh concrete: a Herschel-Bulkley material**. Materials and structures, v. 31, n. 7, p. 494-498, 1998.

LIPSCOMB, G.G.; DENN, M.M. **Flow of Bingham fluids in complex geometries**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 14, p. 337-346, 1984.

MAGNIN, A.; PIAU, J. M. **Cone-and-plate rheometry of yield stress fluids. Study of an aqueous gel**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 36, p. 85-108, 1990.

MALISKA, R.C. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional**. [S.l.:s.n.], 2004.

MATOS, H. M.; OLIVEIRA, P. J. **Steady and unsteady non-Newtonian inelastic flows in a planar T-junction**. International Journal of Heat and Fluid Flow, v. 39, p. 102-126, 2013.

MENDES, P.R.S.; NACCACHE, M.F.; VINAGRE, H.T.M. **On numerical simulations of complex flows of viscoplastic materials**. Proc. ASME-IMECE, FED-Vol. 252, p. 17-23, 2000.

MENDES, P.R.S.; DUTRA, E.S.S. **Viscosity function for yield-stress liquids**. Appl. Rheol, v. 14, n. 6, p. 296-302, 2004.

MENDES, P.R.S. et al. **Flow of viscoplastic liquids through axisymmetric expansions—contractions**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 142, n. 1, p. 207-217, 2007.

MIN, T. et al. **Laminar convective heat transfer of a Bingham plastic in a circular pipe—II: Numerical approach hydrodynamically developing flow and simultaneously developing flow**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 40, n. 15, p. 3689-3701, 1997.

MIRANDA, A.I.P; OLIVEIRA, P.J.; PINHO, F.T. **Steady and unsteady laminar flows of Newtonian and generalized Newtonian fluids in a planar T-junction**. International journal for numerical methods in fluids, v. 57, n. 3, p. 295-328, 2008.

MITSOULIS, E. **Flows of viscoplastic materials: models and computations**. Rheology reviews, v. 2007, p. 135-178, 2007.

MITSOULIS, E.; ABDALI, S. S.; MARKATOS, N. C. **Flow simulation of herschel-bulkley fluids through extrusion dies**. The Canadian Journal of Chemical Engineering, v. 71, n. 1, p. 147-160, 1993.

MITSOULIS, E.; HUILGOL, R. R. **Entry flows of Bingham plastics in expansions**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 122, n. 1, p. 45-54, 2004.

MITSOULIS, E.; ZISIS, T. **Flow of Bingham plastics in a lid-driven square cavity**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, 101, pág.173-180, 2001.

MORAVKOVA, T.; FILIP, P. **The influence of thickeners on the rheological and sensory properties of cosmetic lotions**. Acta Polytechnica Hungarica, v. 11, n. 6, p. 173-186, 2014.

MORENO, E.; CERVERA, M. **Elementos finitos mixtos estabilizados para flujos confinados de Bingham y de Herschel-Bulkley. Partel: Formulación**. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, v. 32, n. 2, p. 100-109, 2016.

- MUNIZ, L. A. R. **Método dos volumes finitos aplicados a problemas de escoamentos bidimensionais na região de entrada de dutos cilíndricos.** Dissertação de Mestrado, UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas. Campinas-SP, 1995.
- NAVIER, C. L. M. H. **Mémoire sur les lois du mouvement des fluides.** Mémoires de l'Académie Royale des Sciences de l'Institut de France, v. 6, n. 1823, p. 389-416, 1823.
- NGUYEN, V. H. et al. **Flow of Herschel–Bulkley fluids through the Marsh cone.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 139, n. 1, p. 128-134, 2006.
- NIRMALKAR, N.; CHHABRA, R. P.; POOLE, R. J. **On creeping flow of a Bingham plastic fluid past a square cylinder.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 171, p. 17-30, 2012.
- O'DONOVAN, E. J.; TANNER, R. I. **Numerical study of the Bingham squeeze film problem.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 15, n. 1, p. 75-83, 1984.
- OBERKAMPF, W. L.; TRUCANO, T. G. **Verification and validation in computational fluid dynamics.** Progress Aerospace Sci, Vol. 38, pp. 209-272, 2002.
- OLDROYD, J. G. 1947. **A rational formulation of the equations of plastic flow for a Bingham solid.** In: Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Societ. Cambridge: Cambridge University Press, 1947.
- PAPANASTASIOU, T. C. **Flows of materials with yield.** Journal of Rheology, v. 31, n. 5, p. 385-404, 1987.
- PAPANASTASIOU, T. C.; BOUDOUVIS, A. G. **Flows of viscoplastic materials: models and computations.** Computers & Structures, v. 64, n. 1-4, p. 677-694, 1997.
- PATANKAR, S.V.; SPALDING, D.B. **A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three-dimensional parabolic flows.** International Journal of Heat and Mass Transfer, Elsevier, v.15, n.10, p.1787-1806, 1972.
- PEREIRA, F. A. R. **Escoamento laminar de líquidos não-Newtonianos em seções anulares: estudos de CFD e abordagem experimental.** Tese de doutorado, Universidade Federal de Uberlândia. Uberlândia, 2006.
- PHILIPPOU, M.; KOUNTOURIOTIS, Z.; GEORGIU, G. C. **Viscoplastic flow development in tubes and channels with wall slip.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 238, p. 44-56, 2016.
- PIAU, J. M. **Crucial elements of yield stress fluid rheology.** Dynamics of Complex Fluids, p. 351-371, 1998.

PIAU, J. M. **Carbopol gels: Elastoviscoplastic and slippery glasses made of individual swollen sponges: Meso-and macroscopic properties, constitutive equations and scaling laws.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 144, n. 1, p. 1-29, 2007.

QUARESMA, J. N. N.; MACÊDO, E. N. **Integral transform solution for the forced convection of Herschel-Bulkley fluids in circular tubes and parallel-plates ducts.** Brazilian Journal of Chemical Engineering, v. 15, 1998.

QUINTELLA, E.F. **Medições do Escoamento de um Líquido Viscoplastico Através de uma Contração-Expansão Axissimétrica: Aplicações ao Escoamento do Sangue em Artérias com Estenose.** Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, PUC-RIO, 2001.

REIS Jr, L.A. **Escoamento de Materiais Viscoplasticos Através de uma Expansão-Contração Abrupta.** Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2003.

RHIE, C.;CHOW,W.L. **Numerical study of the turbulentflow past an airfoil with trailing edge separation.** AIAA journal, v.21,n.11,p.15251532,1983.

ROBERTS, G. P.; BARNES, H. A. **New measurements of the flow-curves for Carbopol dispersions without slip artefacts.** Rheologica Acta, v. 40, n. 5, p. 499-503, 2001.

RUDERT, A.; SCHWARZE, R. **Experimental and numerical investigation of a viscoplastic Carbopol gel injected into a prototype 3D mold cavity.** Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 161, n. 1, p. 60-68, 2009.

SATO, A. C. K; CUNHA, R. L. **Influência da temperatura no comportamento reológico da polpa de jabuticaba.** Ciência e Tecnologia de Alimentos, v. 27 (4), p. 890-896, 2007.

SAVINO, J. **Deslocamento de fluidos em poços horizontais não retilíneos.** Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 2009.

SCOTT, P. S.; MIRZA, F.; VLACHOPOULOS, J. **Finite-Element Simulation of Laminar Viscoplastic Flows with Regions of Recirculation.** Journal of Rheology, v. 32, n. 4, p. 387-400, 1988.

SEO, T. **Numerical simulations of blood flow in arterial bifurcation models.** Korea-Australia Rheology Journal, v. 25, n. 3, p. 153-161, 2013.

STEFFE, J. F. **Rheological methods in food process engineering.** Freeman press, 1996.

STOKES, G. G. **On the theories of internal friction of fluids in motion.** Transactions of the Cambrige Philosophical Society, v. 8, p. 287-305, 1845.

TANNER, R. I.; MILTHORPE, J. F. **Numerical simulation of the flow of fluids with yield stress**. Numer Meth Lami Turb Flow Seattle, p. 680-690, 1983.

TAYLOR, A. J.; WILSON, S. D. R. **Conduit flow of an incompressible, yield-stress fluid**. Journal of Rheology, v. 41, n. 1, p. 93-102, 1997.

VALENCIA, A. et al. **Blood flow dynamics in patient-specific cerebral aneurysm models: the relationship between wall shear stress and aneurysm area index**. Medical engineering & physics, v. 30, n. 3, p. 329-340, 2008.

VERSTEEG, H.K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. 2ed. Pearson Education Limited, 2007.

VRADIS, G. C.; DOUGHER, J.; KUMAR, S.. **Entrance pipe flow and heat transfer for a Bingham plastic**. International journal of heat and mass transfer, v. 36, n. 3, p. 543-552, 1993.

WHITE, F. M. **Fluid mechanics**. 7th Ed. McGraw-Hill, New York, 2009.

WILSON, S. D. R.; TAYLOR, A. J. **The channel entry problem for a yield stress fluid**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 65, n. 2, p. 165-176, 1996.

ZHU, H.; KIM, Y. D.; DE KEE, D. **Non-Newtonian fluids with a yield stress**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 129, n. 3, p. 177-181, 2005.

ZISIS, Th; MITSOULIS, E. **Viscoplastic flow around a cylinder kept between parallel plates**. Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics, v. 105, n. 1, p. 1-20, 2002.

Apêndice A

Relação entre os números de Bingham e Reynolds

A partir do número de Reynolds regularizado apresentado na seção 3.4.1 pode-se determinar uma expressão para a velocidade característica do escoamento:

$$Re = \frac{\rho u_c^{2-n} H^n}{K} \quad (\text{A.1})$$

$$u_c = \left(\frac{ReK}{\rho H^n} \right)^{\left(\frac{1}{2-n} \right)} \quad (\text{A.2})$$

Incluindo a Equação A.2 na expressão do número de Bingham (Seção 3.4.2) obtém-se uma expressão que relaciona o número de Bingham com o número de Reynolds e os parâmetros reológicos do fluido tipo Herschel-Bulkley:

$$Bn = \frac{\tau_0}{K} \left(\frac{H}{u_c} \right)^n; \quad (\text{A.3})$$

$$Bn = \frac{\tau_0 H^n}{K} (u_c)^{-n} = \frac{\tau_0 H^n}{K} \left(\frac{ReK}{\rho H^n} \right)^{\left(\frac{n}{n-2} \right)}; \quad (\text{A.4})$$

$$Bn = \frac{\tau_0 H^n}{K} \left(\frac{K}{\rho H^n} \right)^{\left(\frac{n}{n-2} \right)} Re^{\left(\frac{n}{n-2} \right)} \quad (\text{A.5})$$

Apêndice B

Rotinas UDFs utilizadas para cálculo da viscosidade por meio de equações constitutivas regularizadas. Na etapa de validação os dados de fluido utilizados recuperam as condições de Re e Bn a serem simuladas para um fluido de Bingham. Na análise de resultados os dados são do fluido Carbopol 980 (RUDERT; SCHWARZE, 2009) com comportamento de fluido tipo Herschel-Bulkley e a condição simulada de Re implica, conseqüentemente, na definição de Bn .

HB-Papa (Validação):

```
#include <udf.h>

/*Condição de Re do caso avaliado*/
#define Re 1.0e-3

/*Condição de Bn do caso avaliado*/
#define Bn 1.0e0

DEFINE_PROPERTY(user_mu_l,c,t)
{

/*Comprimento característico*/
double h = 0.015;

/*Parâmetros reológicos definidos*/
double ro = 1000.0;
double mu_plast = 15.0;
double an = 1.0;

/*Parâmetros calculados*/
double um = (Re*mu_plast)/(ro*h);
double talzero = (Bn*mu_plast*um)/h;

/*Pâmetro de regularização*/
double m = (1000*h/um);

/*Taxa de cisalhamento*/
double gama = C_STRAIN_RATE_MAG(c,t);

/*cálculo da viscosidade*/

double mu_l;
mu_l = mu_plast*pow(gama,(an-1.0))+((talzero*(1.0-exp(-m*gama)))/gama);

return mu_l;
```

```
}

```

HB-Dorier (Validação):

```
#include <udf.h>

/*Condição de Re do caso avaliado*/
#define Re 1.0e-3

/*Condição de Bn do caso avaliado*/
#define Bn 1.0e0

DEFINE_PROPERTY(user_mu_l,c,t)
{

/*Comprimento característico e definição de Pi*/
double h = 0.015;
double PI = acos(-1);

/*Parâmetros reológicos definidos*/
double ro = 1000.0;
double mu_plast = 15.0;
double an = 1.0;

/*Parâmetros calculados*/
double um = (Re*mu_plast)/(ro*h);
double talzero = (Bn*mu_plast*um)/h;

/*Pârametro de regularização*/
double gamazero = um/(h*1000.0);

/*Taxa de cisalhamento*/
double gama = C_STRAIN_RATE_MAG(c,t);

/*cálculo da viscosidade*/

double mu_l;
mu_l = mu_plast*pow(gama,(an-1.0)) +
((2.0*talzero)/(PI*gama))*atan(gama/gamazero);

return mu_l;
}

```

HB-Papa (para Carbopol):

```
#include <udf.h>

/*Condição de Re do caso avaliado*/
#define Re 25.0e0

```

```

DEFINE_PROPERTY(user_mu_l,c,t)
{

/*Comprimento característico*/
double h = 0.015;

/*Parâmetros reológicos do Carbopol 980*/
double ro = 1000.0;
double mu_plast = 3.25;
double talzero = 24.0;
double an = 0.5;

/*Cálculo da velocidade característica (entrada)*/
double um = pow((Re*mu_plast/(ro*pow(h,an))),1.0/(2.0-an));

/*Pâmetro de regularização*/
double m = (1000*h/um);

/*Taxa de cisalhamento*/
double gama = C_STRAIN_RATE_MAG(c,t);

/*cálculo da viscosidade*/

double mu_l;
mu_l = mu_plast*pow(gama,(an-1.0))+((talzero*(1.0-exp(-m*gama)))/gama);

return mu_l;
}

```

Apêndice C

Funções customizadas (*Custom Field Function*) são definidas no programa computacional ANSYS FLUENT® para determinar o campo de uma função determinada pelo usuário. Esta abordagem torna-se útil quando, na etapa de pós-processamento, deseja-se comparar resultados adimensionais de diversos casos diferentes.

A equação implementada recupera o cálculo da tensão de cisalhamento equivalente dada por:

$$\tau_{ij} = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma}_{ij}, \quad i, j = 1, 2 \quad (\text{C.1})$$

Com a adimensionalização dada por:

$$\tau_{ij}^* = \frac{\tau_{ij}}{\tau_0} \quad (\text{C.2})$$

No cálculo do campo da tensão de cisalhamento equivalente adimensional, considerando os parâmetros reológicos do fluido Carbopol 980 avaliado, define-se a seguinte função customizada, em linguagem C:

Nome da função definida: *tensao*

Função customizada: $3.25*strain-rate-mag^{0.5}+24*(1.0-e^{(-mpapa*strain-rate-mag)})$

A função “*strain-rate-mag*” é a função embarcada do programa computacional ANSYS FLUENT® para o cálculo da taxa de deformação equivalente, determinada pelo segundo invariante do tensor taxa de deformação.

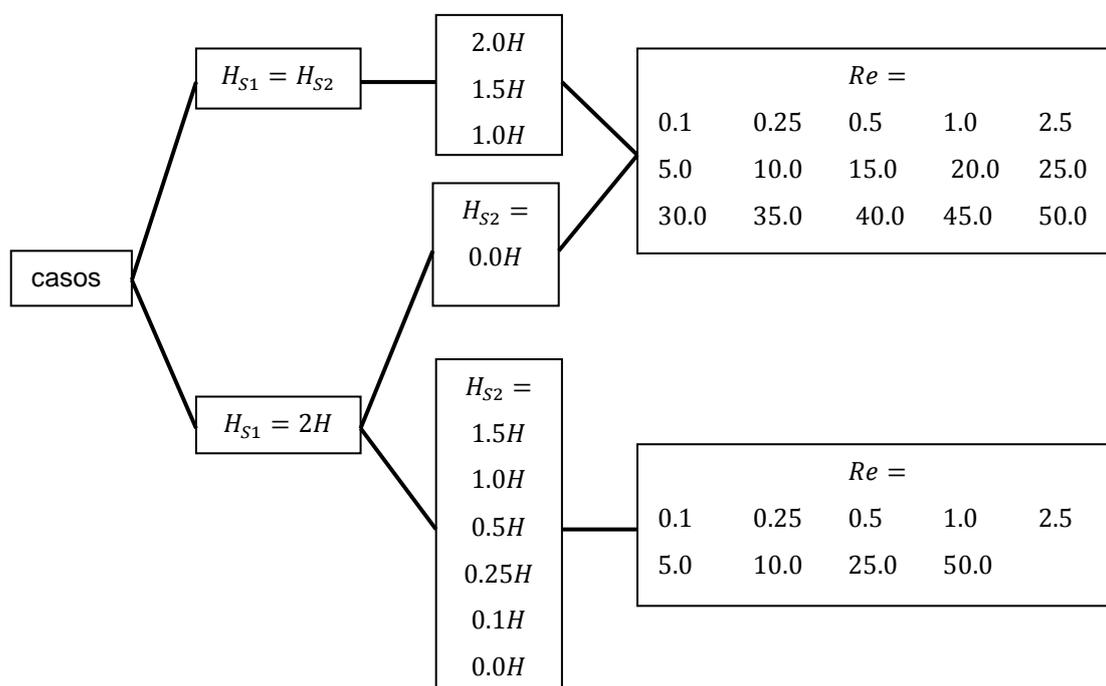
Apêndice D

Tabela 11 - Faixa de velocidades de entrada simuladas

Re	u_c	Bn
0.10	0.0192	6.5327
0.25	0.0353	4.8134
0.50	0.0560	3.8204
1.00	0.0890	3.0322
2.50	0.1639	2.2342
5.00	0.2601	1.7733
10.00	0.4129	1.4074
15.00	0.5411	1.2295
20.00	0.6555	1.1171
25.00	0.7607	1.0370
30.00	0.8590	0.9759
35.00	0.9519	0.9270
40.00	1.0406	0.8866
45.00	1.1256	0.8525
50.00	1.2075	0.8231

Fonte: Elaborada pelo autor (2018)

Figura 78 - Combinações de simulações



Fonte: Elaborada pelo autor (2018)