

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

GUILHERME DO NASCIMENTO

**APLICAÇÃO DE CONTROLE PREDITIVO NAS MALHAS DE ARFAGEM E
GUINADA DA PLANTA DIDÁTICA “HELICÓPTERO 2-DOF”**

JOINVILLE, SC

2016

GUILHERME DO NASCIMENTO

**APLICAÇÃO DE CONTROLE PREDITIVO NAS MALHAS DE ARFAGEM E
GUINADA DA PLANTA DIDÁTICA “HELICÓPTERO 2-DOF”**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. José de Oliveira

Co-orientadora: Profa. Dra. Mariana Santos Matos Cavalca

JOINVILLE, SC

2016

GUILHERME DO NASCIMENTO

APLICAÇÃO DE CONTROLE PREDITIVO NAS MALHAS DE ARFAGEM E GUINADA DA PLANTA DIDÁTICA “HELICÓPTERO 2-DOF”

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica como requisito parcial para obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

Banca Examinadora

Orientador: Dr. José de Oliveira
Universidade do Estado de Santa Catarina

Co-orientadora: Dra. Mariana Santos Matos Cavalca
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membro: Me. Gabriel Hermann Negri
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membro: Dr. Tiago Jackson May Dezuo
Universidade do Estado de Santa Catarina

JOINVILLE, 11 DE DEZEMBRO DE 2016

**Aos meus pais, sem eles nada disso
seria possível**

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Manoel e Carmem, à minha irmã, Ketlin e à minha namorada Fabrine, por todo apoio que me fez chegar até aqui.

Ao meu orientador José de Oliveira e minha co-orientadora Mariana Santos Matos Cavalca, pela confiança e paciência nos ensinamentos realizados.

Aos que contribuíram diretamente para realização deste trabalho, Júlio César, Julia Dantas, Maicon Pedroso e Mavil Móveis.

Ao grupo PET pela experiência inexplicável de vivência da universidade.

E por fim, aos meus amigos e companheiros de graduação, Augusto Salfer Devigili e Fabrício Trentini.

RESUMO

O presente trabalho apresenta o aprimoramento e controle da planta didática nomeada “Helicóptero 2-DOF”. Tal planta tem sido desenvolvida pelo Grupo de Controle de Sistemas (GCS), com foco na obtenção de uma solução para ensino e pesquisa da área de controle de sistemas dinâmicos de baixo custo. Para melhorar o desempenho da planta realizaram-se algumas melhorias físicas, como por exemplo, a substituição do eixo vertical de PVC por um eixo de alumínio usinado. Para o controle utilizou-se a técnica intitulada controle preditivo baseado em modelo em espaço de estados – SSMPC, tanto para o controle do sistema SISO, que consiste da dinâmica de arfagem, quanto para o sistema MISO, que consiste da dinâmica de guinada, sendo que para este segundo caso fez-se necessária a inclusão de restrições no controlador preditivo. Os resultados demonstram que a planta didática se mostra muito útil para aplicação dos métodos de controle e que o controlador SSMPC, apesar de não considerar diretamente diversas não linearidades envolvidas, demonstrou um bom desempenho.

Palavras-chave: Planta Didática, Helicóptero 2-DOF, Controle Preditivo, SSMPC.

ABSTRACT

This work presents the improvement and control of the didactic plant named "2-DOF Helicopter". This plant has been developed by the Group of Control Systems (GCS), focusing on obtaining a solution for teaching and research in the area of control of low cost dynamic systems of low cost. To improve the performance of the plant some physical improvements have been made, such as replacing the vertical PVC axis with a machined aluminum shaft. For the control, the technique called State-Space Model-Based Predictive Control (SSMPC) was used for both, the SISO system consisting of the pitch dynamics and the MISO system consisting of the yaw dynamics. This second case made it necessary to include constraints in the predictive controller. The results imply that the didactic plant is very useful for the application of the control methods and the SSMPC controller, although it did not directly consider several nonlinearities involved, it demonstrated a good performance.

Keywords: Didactic Plant, 2-DOF Helicopter, Predictive Control, SSMPC.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Graus de liberdade do modelo de planta	18
Figura 2: Suporte dos motores	19
Figura 3: Visão superior da base.....	20
Figura 4: Visão inferior da base.....	20
Figura 5: Motor <i>Brushless</i> EMAX CF2805.....	21
Figura 6: Motor EMAX XA2212	23
Figura 7: <i>Driver Electronic Speed Control</i> HobbyKing 20 A	24
Figura 8: Potenciômetro Vishay SPECTROL 357	25
Figura 9: Esquema de ligação da estrutura de controle	26
Figura 10: Nova base e eixo vertical da planta.....	28
Figura 11: Cavidade superior para encaixe da haste horizontal.....	28
Figura 12: Inclinação do motor de arfagem	29
Figura 13: Bucha de acoplamento para o sensor de arfagem.....	29
Figura 14: Acoplamento do sensor de arfagem.....	30
Figura 15: Visão superior do acoplamento de guinada	31
Figura 16: Visão inferior do acoplamento de guinada	31
Figura 17: Resposta do ângulo de arfagem SISO.....	32
Figura 18: Validação do modelo SISO	34
Figura 19: Resposta do ângulo de guinada com degrau no motor de arfagem.....	35
Figura 20: Resposta do ângulo de arfagem com degrau no motor de arfagem	35
Figura 21: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da guinada com excitação na arfagem.....	36
Figura 22: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da arfagem com excitação na arfagem	37
Figura 23: Resposta do ângulo de guinada com degrau no motor de guinada	37
Figura 24: Resposta do ângulo de arfagem com degrau no motor de guinada.....	38
Figura 25: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da guinada com excitação no motor de guinada	39
Figura 26: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da arfagem com excitação no motor de guinada.....	39
Figura 27: Respostas a aplicação de um degrau unitário no sistema MIMO discreto	44
Figura 28: Ensaio de parâmetros para o horizonte N.....	54
Figura 29: Ensaio de parâmetros ρ	55
Figura 30: Ensaio de excursão da referência.....	56
Figura 31: Resultado experimental SISO Arfagem – Saída	57
Figura 32: Resultado experimental SISO Arfagem – Sinal de controle	57
Figura 33: Ensaio de parâmetros para o horizonte N – MISO Guinada	59
Figura 34: Teste de parâmetros M – MISO Guinada.....	60
Figura 35: Teste de parâmetros q_u – MISO Guinada	61
Figura 36: Ensaio de excursão da restrição na variação do sinal de controle.....	62
Figura 37: Ensaio de excursão da referência MISO – Guinada	63
Figura 38: Resultados experimentais da saída MISO - Guinada.....	64
Figura 39: Resultados experimentais dos sinais de controle MISO - Guinada.....	64

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Especificações do motor <i>Brushless</i> EMAX CF2805.....	21
Tabela 2: Especificações do motor <i>Brushless</i> EMAX XA2212.....	22
Tabela 3: Especificações elétricas do potenciômetro.....	25

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SSMPC	<i>State-Space Model-Based Predictive Control</i>
SISO	<i>Single Input – Single Output</i>
MISO	<i>Multiple Input – Single Output</i>
MIMO	<i>Multiple Input – Multiple Output</i>
UDESC	Universidade do Estado de Santa Catarina
ESC	<i>Electronic Speed Control</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
PVC	Policloreto de Vinila

SIMBOLOGIA

s	Variável independente no domínio da frequência contínua
z	Variável independente no domínio da frequência discreta
t	Variável independente no domínio do tempo contínuo
k	Variável independente no domínio do tempo discreto
Y_{Arf_s}	Sinal de saída da arfagem no caso SISO
U_{Arf_s}	Sinal de entrada da arfagem no caso SISO
x_1	Primeiro estado do espaço de estados SISO
x_2	Segundo estado do espaço de estados SISO
G_{Arf_Arf}	Função de transferência da arfagem com excitação no motor de arfagem
G_{Arf_Gui}	Função de transferência da guinada com excitação no motor de arfagem
G_{Gui_Arf}	Função de transferência da arfagem com excitação no motor de guinada
G_{Gui_Gui}	Função de transferência da guinada com excitação no motor de guinada
Y_{Arf_Arf}	Saída da arfagem com excitação no motor de arfagem
Y_{Arf_Gui}	Saída da guinada com excitação no motor de arfagem
Y_{Gui_Arf}	Saída da arfagem com excitação no motor de guinada
Y_{Gui_Gui}	Saída da guinada com excitação no motor de guinada
U_{Arf}	Sinal de entrada da arfagem no caso MIMO
U_{Gui}	Sinal de entrada da guinada no caso MIMO
Y_{Arf}	Sinal de saída da arfagem no caso MIMO
Y_{Gui}	Sinal de saída da guinada no caso MIMO
x	Vetor de estados
\dot{x}	Derivada do vetor de estados
u	Entrada do espaço de estados
y	Saída do espaço de estados
A_c	Matriz de dinâmica do espaço de estados contínuo
B_c	Matriz de entrada do espaço de estados contínuo
C	Matriz de saída do espaço de estados

A	Matriz de dinâmica do espaço de estados discreto
B	Matriz de entrada do espaço de estados discreto
y_{Arf}	Saída da arfagem
u_{Arf}	Entrada da arfagem
y_{Gui}	Saída da guinada
u_{Gui}	Entrada da guinada
C_{at}	Matriz de saída do espaço de estados com atraso
G	Matriz de dinâmica do sistema SSMPC
Φ	Matriz de coeficientes da resposta livre do sistema
x_a	Vetor de estados aumentado
u_a	Vetor de entradas aumentado
A_a	Matriz de dinâmica do espaço de estados aumentado
B_a	Matriz de entrada do espaço de estados aumentado
C_a	Matriz de saída do espaço de estados aumentado
J_c	Função custo
Q_{YN}	Matriz de matrizes de ponderação do rastreamento da saída MIMO
Q_{UM}	Matriz de matrizes de ponderação dos esforços do sinal de controle MIMO
Q_y	Matriz de ponderação do rastreamento da saída MIMO
Q_u	Matriz de ponderação dos esforços do sinal de controle MIMO
ΔU^*	Ação de controle ótima
Δu_{min}	Valor mínimo para restrição da variação do sinal de controle
Δu_{max}	Valor máximo para restrição da variação do sinal de controle
u_{min}	Valor mínimo para a restrição do sinal de controle
u_{max}	Valor máximo para a restrição do sinal de controle
y_{min}	Valor mínimo para a restrição do sinal de saída
y_{max}	Valor máximo para a restrição do sinal de saída
n	Ordem do sistema
q_o	Número de saídas do sistema
p_i	Número de entradas do sistema
ρ	Ponderação do erro da ação de controle e rastreamento na função custo SISO
N	Horizonte de predição

M	Horizonte de controle
T_s	Período de amostragem

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	PLANTA DIDÁTICA HELICÓPTERO 2-DOF	18
2.1	ESTRUTURA BÁSICA.....	18
2.1.1	Estrutura Mecânica	19
2.1.2	Sensores e Atuadores	20
2.1.2.1	Motor <i>Brushless</i> EMAX CF2805.....	20
2.1.2.2	Motor <i>Brushless</i> EMAX XA2212.....	21
2.1.2.3	<i>Driver</i> de Controle Eletrônico da Velocidade – ESC.....	23
2.1.2.4	Potenciômetro Vishay SPECTROL 357.....	24
2.1.3	Estrutura de Aquisição e Controle	25
2.2	MELHORIAS NA PLANTA.....	26
2.2.1	Eixo Vertical	26
2.2.2	Acoplamento do Sensor de Arfagem	29
2.2.3	Acoplamento do Sensor de Guinada	30
2.2.4	Aumento da Excursão do Sinal de Controle do Motor de Arfagem	31
2.3	MODELAGEM.....	31
2.3.1	Modelo SISO de Arfagem	32
2.3.2	Modelo MIMO de Arfagem e Guinada	34
2.3.2.1	Representação em espaço de estados.....	40
2.3.2.2	Inclusão de atraso.....	43
3	CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS	45
3.1	MODELO DE PREDIÇÃO.....	45
3.2	PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO.....	47
3.2.1	Tratamento de restrições	48
3.2.1.1	Restrição nas taxas de variação do controle.....	48
3.2.1.2	Restrição na excursão dos sinais de controle.....	49
3.2.1.3	Restrição na excursão dos sinais de saída.....	49
3.2.1.4	Algoritmo de Programação Quadrática.....	50
3.3	PSEUDOCÓDIGO.....	51
4	ESTUDO DE CASO: SSMPC APLICADO NA PLANTA HELICÓPTERO 2-DOF	53
4.1	SISO ARFAGEM.....	53
4.1.1	Ensaio de sintonia do controlador	53
4.1.2	Resultados com o controlador obtido	56

4.2	MISO GUINADA	58
4.2.1	Ensaio de sintonia do controlador	58
4.2.2	Resultados com o controlador obtido	63
5	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	66
5.1	CONTRIBUIÇÕES	66
5.2	TRABALHOS FUTUROS.....	67

1 INTRODUÇÃO

Trata-se de um desafio muito grande nos Cursos de Engenharia Elétrica, promover a aplicação prática das teorias estudadas em sala de aula, visto que muitas dessas teorias envolvem equipamentos caros e que por consequência acabam sendo avaliadas apenas as simulações numéricas. Para contornar isso, o universo das plantas didáticas é explorado de forma a trazer problemas mais reais, em menor escala e com mais segurança, como pode ser visto em [1] e [2].

As plantas didáticas são uma maneira fácil de estudar as não idealidades dentro dos laboratórios. Entretanto, visto que este mercado não é de grande fluxo, as plantas didáticas construídas por empresas especializadas acabam sendo de alto custo, dificultando a sua aquisição e manutenção.

Na área de controle de sistemas estes dispositivos são muito valorizados, pois com esta ferramenta é possível aplicar diversas técnicas de controle, bem como avaliar a modelagem matemática e identificação de processos de dinâmicas simples e/ou complexas. Dentro de tal contexto, este trabalho dá continuidade a uma planta didática já desenvolvida por outros trabalhos anteriores, citados em [3], [4] e [5], tendo como foco melhorias nas estruturas de *hardware* e *software*, bem como a avaliação da aplicação de novas técnicas de controle.

A técnica escolhida para aplicação neste trabalho é o controle preditivo baseado em modelos (Model Predictive Control ou MPC). Vale ressaltar que esta não se trata de uma técnica específica de controle, mas de uma série de estratégias que têm como característica tomar como base um modelo de predição e uma função custo a fim de que, através do comportamento atual da planta, possam ser previstos acontecimentos futuros. Dentre as grandes vantagens do MPC têm-se a fácil adaptação para casos MIMO, inclusão de restrições, entre outras [6].

Com base nos argumentos já citados, este trabalho objetiva o estudo e aplicação da técnica de controle preditivo baseado em modelos em espaço de estados, ou do inglês, *State-Space Model-Based Predictive Control* - SSMPC, tanto para o caso SISO (apenas arfagem) quanto para o MISO (considerando a dinâmica de guinada). Nota-se aqui que se faz necessário o estudo das técnicas de modelagem e/ou identificação matemática, visto que o controle preditivo é fortemente dependente do modelo matemático da planta.

No Capítulo 2 é exposta a estrutura da planta didática utilizada, tanto mecânica quanto elétrica, modificações físicas realizadas durante a execução do trabalho e por fim as modelagens SISO e MIMO. No Capítulo 3 é apresentado o controlador SSMPC com e sem restrições, com pseudocódigos para auxílio na construção dos algoritmos. No Capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos neste trabalho e no Capítulo 5 as conclusões, contribuições e propostas de trabalhos futuros.

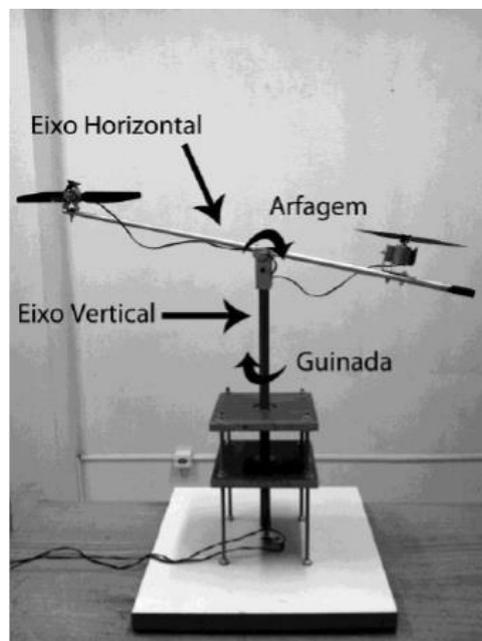
2 PLANTA DIDÁTICA HELICÓPTERO 2-DOF

Este trabalho baseia-se em outros já desenvolvidos, apresentados em [3], [4] e [5], sendo o projeto inicial realizado por acadêmicos da própria UDESC, os quais construíram um protótipo de uma planta didática com dois graus de liberdade, buscando o baixo custo para que futuramente servisse como ferramenta de apoio didático para disciplinas de controle [3]. Em seguida, outro trabalho de conclusão de curso foi realizado com a planta, melhorando a sua estrutura física, diminuindo problemas mecânicos e aplicando algumas estratégias de controle [4].

2.1 ESTRUTURA BÁSICA

O modelo de planta didática construído é responsável por simular um helicóptero fixo com dois graus de liberdade, limitados aos movimentos de arfagem e guinada, como pode ser visto na Figura 1, utilizada para exemplificar os graus de liberdade deste modelo de planta.

Figura 1: Graus de liberdade do modelo de planta



Fonte: [5]

2.1.1 Estrutura Mecânica

A planta didática em questão foi projetada com intuito de possuir uma estrutura de dois rolamentos afixados em duas placas de madeira, servindo de apoio para uma haste vertical, caracterizando o grau de liberdade da guinada, como pode ser visto na Figura 1.

Na parte superior há uma peça com rolamentos perpendiculares à estrutura citada, que controla a movimentação de uma haste horizontal, caracterizando o grau de liberdade da arfagem. Nesta haste horizontal são inseridos dois motores em suas extremidades que realizam a movimentação da estrutura, através de duas peças confeccionadas especialmente para fixação destes motores, conforme a Figura 2 [4].

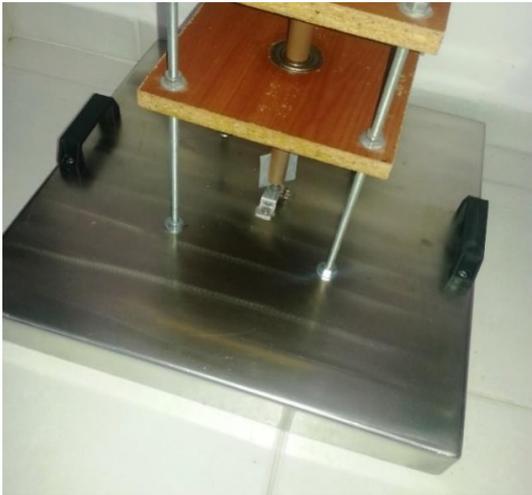
Figura 2: Suporte dos motores



Fonte: [4]

Por fim, toda a armação é sustentada por uma base sólida feita com chapas de INOX [4], conforme a Figura 3 e a Figura 4.

Figura 3: Visão superior da base



Fonte: [4]

Figura 4: Visão inferior da base



Fonte: [4]

2.1.2 Sensores e Atuadores

Para que a planta se torne operacional, componentes elétricos como atuadores, sensores e *drivers* são necessários. A seguir apresenta-se os componentes escolhidos conforme os critérios mostrados em [3] e [4].

2.1.2.1 Motor *Brushless* EMAX CF2805

O motor EMAX CF2805, que pode ser visto na Figura 5, será utilizado neste trabalho como atuador para o movimento de guinada, sendo este o motor escolhido devido ao seu baixo custo, ser de fácil aquisição e facilmente controlado com o driver recomendado pelo fabricante.

Os motores *Brushless* EMAX CF2805 - 2840 KVA são tipicamente utilizados em aeromodelos com peso até 400g. A Tabela 1 apresenta as especificações do motor utilizado. Neste caso, será utilizada hélice de 6x4 seguindo a recomendação do fabricante.

Tabela 1: Especificações do motor *Brushless* EMAX CF2805

Modelo	CF2805
Fabricante	EMAX
Massa	29 g
Dimensões	22x5 mm
Potência	106 W p/ bateria 2s
Tensão de trabalho	7 à 9 V
KV	2840 rpm/V
Corrente Máxima	12 A para hélice 6x4 ou 14,4 A para hélice 7x4
Hélices recomendadas	6x4, 7x4

Fonte: [7]

Neste caso será utilizada uma hélice de 6x4. Esta especificação segue a recomendação do fabricante e representa, respectivamente, o comprimento e o avanço da hélice, em polegadas.

Figura 5: Motor *Brushless* EMAX CF2805

Fonte: [7]

2.1.2.2 Motor *Brushless* EMAX XA2212

Como pode ser visto em [4], o motor exposto anteriormente mostrou ter potência excessiva para utilização no movimento de arfagem, resultando em uma pequena região de operação, ou seja, a saturação do ângulo de arfagem era atingida com pequenos incrementos na velocidade do motor.

Considerando estes argumentos, verificou-se que o motor *Brushless* EMAX XA2212, mostrado na Figura 6, apresenta um desempenho melhor para a aplicação no movimento de arfagem.

As especificações do motor podem ser vistas na Tabela 2.

Tabela 2: Especificações do motor *Brushless* EMAX XA2212

Modelo	XA2212
Fabricante	EMAX
Peso	52 g
Dimensões	28,5x29,3 mm
Potência	181 W p/ bateria 2s
Tensão de trabalho	7,4 à 11,1 V
Coefficiente de Temperatura	980 rpm/V
Corrente Máxima	12,3 A para hélice 9x6 ou 15,1 A para hélice 10x5
Hélices recomendadas	9x6, 10x5

Fonte: [8]

A partir disso, seguindo as recomendações expostas em [4], utilizou-se a mesma hélice anterior de 6x4. Apesar de não serem as hélices recomendadas, não danificam o motor e geram um melhor desempenho no conjunto da planta, conforme citado em [4].

Figura 6: Motor EMAX XA2212



Fonte: [8]

2.1.2.3 *Driver* de Controle Eletrônico da Velocidade – ESC

Um dispositivo ESC, do inglês *Electronic Speed Control*, tem a função de variar a velocidade de motores através de sinais menos complexos fornecidos por um controlador, servindo como um *driver*. Os mesmos são muito aplicados para realizar o controle de velocidade de motores *Brushless*, pois estes necessitam de comutações nas suas bobinas para o seu funcionamento. Ou seja, atuam como conversores, transformando a tensão contínua em tensão alternada controlada.

O ESC utilizado, que pode ser visto na Figura 7, é o Hobbyking SS Series 18-20A ESC, com corrente máxima 18A, suportando até 20A em picos de duração menores que 10 segundos.

Figura 7: *Driver Electronic Speed Control HobbyKing 20 A*



Fonte: [9]

Este dispositivo é acionado com um sinal PWM de 50Hz, com nível alto de duração de 1ms a 2ms. Quando acionado com uma duração de 1ms o motor fica com velocidade nula e no momento que este período é incrementado, a velocidade aumenta até o limite de duração de 2ms, proporcionando velocidade máxima ao motor.

2.1.2.4 Potenciômetro Vishay SPECTROL 357

Os potenciômetros utilizados neste trabalho têm o papel fundamental de fornecer a realimentação do sistema, através de dois sinais proporcionais aos ângulos de arfagem e guinada do sistema, sendo cada um deles fornecidos por potenciômetros distintos acoplados aos eixos de arfagem e guinada.

Assim, deve-se levar em conta várias características do potenciômetro, tanto elétricas quanto mecânicas, para que possa interferir o mínimo possível na dinâmica do sistema e possa fornecer um sinal fiel, com o menor ruído e não linearidades possíveis.

Como pode ser visto em [4], a escolha do potenciômetro Vishay Spectrol 357 – 10K mostrou-se adequada, visto que é um potenciômetro de precisão. Os dados técnicos do dispositivo podem ser vistos na Tabela 3.

Tabela 3: Especificações elétricas do potenciômetro

Parâmetros	Respostas	
Resistência total	10k Ω	
Tolerância	Padrão $\pm 20\%$	Especial $\pm 10\%$
Linearidade	Padrão $\pm 2,0\%$	
Suavidade de saída	Máximo de 0,1%	
<i>TCR</i>	Máximo de ± 600 ppm/ $^{\circ}$ C	
Potência	1,0 Watt em 70 $^{\circ}$ C e para 0 Watt em 125 $^{\circ}$ C	

Fonte: [10]

Na Figura 8 pode ser visto o potenciômetro utilizado:

Figura 8: Potenciômetro Vishay SPECTROL 357

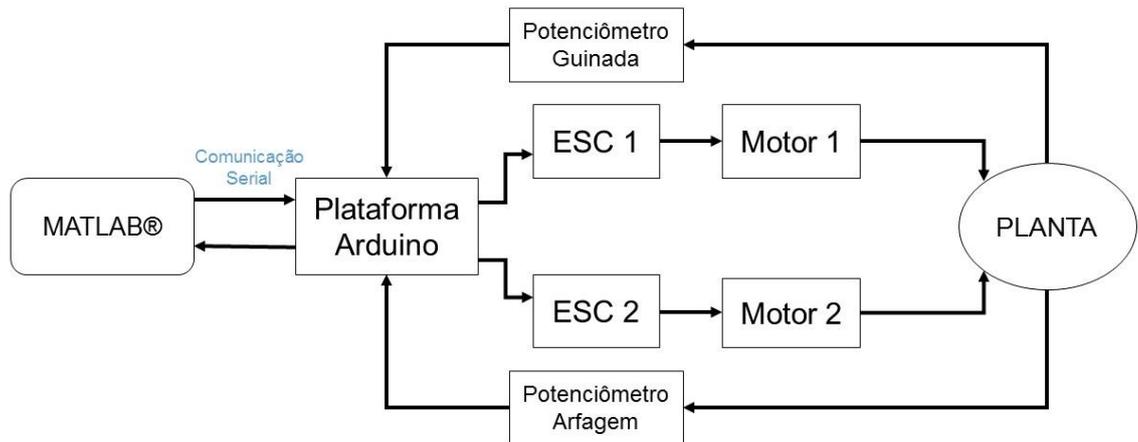


Fonte: [10]

2.1.3 Estrutura de Aquisição e Controle

Neste trabalho adotou-se a estrutura de aquisição e controle utilizada em [4], como pode ser vista na Figura 9. Esta estrutura baseia-se nos sensores e *drivers* descritos anteriormente interligados a um Arduino Uno, que faz aquisição de dados através de duas entradas analógico-digitais de 10bits. Através da comunicação serial utilizando uma porta USB, o Arduino se comunica com o computador, que faz o processamento de todos os dados através do *software* Matlab®.

Figura 9: Esquema de ligação da estrutura de controle



Fonte: [4]

Através do *software* é possível interagir com a planta, desde a simplificação de acionar os motores em malha aberta, até desenvolver estratégias de controle em malha fechada.

A utilização do Arduino Uno neste trabalho se justifica devido a plataforma ser de livre acesso, de baixo custo e largamente utilizada no mundo inteiro, facilitando o desenvolvimento e compartilhamento de códigos, visto que apresenta performance suficiente para esta aplicação. Informações complementares deste dispositivo podem ser encontradas em [11].

2.2 MELHORIAS NA PLANTA

Sendo um dos objetivos centrais deste trabalho o desenvolvimento de uma planta durável, robusta fisicamente e que possa ser útil em experimentos nos laboratórios da universidade, levantaram-se algumas modificações físicas.

2.2.1 Eixo Vertical

Dentre as mudanças, a de maior complexidade é a troca do eixo de PVC por um de alumínio. Para isto, procurou-se o auxílio do técnico em mecânica Júlio César de Oliveira Fermino, da universidade, e da discente Julia Dantas. Após um estudo decidiu-se usinar um eixo em alumínio com as características a seguir.

1. Cavidade superior para encaixe da haste horizontal;

2. Duas elevações de 100nm na parte usinada para encaixe dos enrolamentos;
3. Cavidade inferior para encaixe do potenciômetro de guinada;
4. Furos para fixação dos encaixes por meio de parafusos;
5. Furo central no eixo para encaixe do limitador da guinada.

Com o objetivo de manter a estrutura antiga como garantia, caso a nova estrutura não realizasse a sua função corretamente, fez-se necessária a construção de duas novas plataformas de madeira. Para isto contou-se com a doação da empresa Mavil Móveis e da discente Julia Dantas que confeccionaram as plataformas mostradas na Figura 10, onde aplicaram-se duas camadas de verniz com a finalidade de aumentar a sua durabilidade.

Para a montagem final da nova estrutura fez-se necessária também a aquisição de dois novos rolamentos. Finalmente, para a fixação dos rolamentos no eixo de alumínio realizou-se o aquecimento e encaixe rápido do rolamento no eixo, fazendo com que a fixação fosse feita através da dilatação térmica, visto que o coeficiente de dilatação da barra é o dobro do rolamento, garantindo que altas temperaturas não provoquem um desacoplamento.

O resultado obtido pode ser visto na Figura 10 e na Figura 11.

Figura 10: Nova base e eixo vertical da planta



Fonte: Próprio Autor

Figura 11: Cavidade superior para encaixe da haste horizontal



Fonte: Próprio Autor

Com esta modificação, após alguns testes verificou-se que o conjunto gerou um atrito mecânico maior que o conjunto anterior, e o giro da guinada no sentido contrário ao motor de guinada não ocorria, ou seja, o motor de arfagem não proporcionava torque suficiente para girar o conjunto. Para resolver este problema optou-se pela leve inclinação do motor de arfagem, gerando assim um torque maior no giro da guinada. O resultado pode ser visto na Figura 12.

Por fim, vale ressaltar que a fiação utilizada nos motores e no sensor de arfagem, na estrutura apresentada em [4], utilizava a seção interna do cano de PVC como passagem. Já na nova estrutura a fiação percorre a barra de maneira externa.

Figura 12: Inclinação do motor de arfagem



Fonte: Próprio Autor

2.2.2 Acoplamento do Sensor de Arfagem

Com a finalidade de melhorar o acoplamento entre o eixo horizontal e o potenciômetro responsável pelo sensoriamento do ângulo de arfagem, usinou-se outra peça para realizar tal acoplamento. Como pode ser visto na Figura 13.

Figura 13: Bucha de acoplamento para o sensor de arfagem



Fonte: Próprio Autor

Após alguns testes verificou-se que a junção da peça usinada com o resto do sistema não fornecia um bom resultado, pois, com a fixação, o acoplamento se torna

totalmente rígido, fazendo com que qualquer descentralização resulte em um travamento do eixo.

Para resolver tal situação optou-se por utilizar uma borracha no acoplamento e uma bucha de náilon para aumentar a distância entre o sensor e o eixo, conforme pode ser visto na Figura 14.

Figura 14: Acoplamento do sensor de arfagem

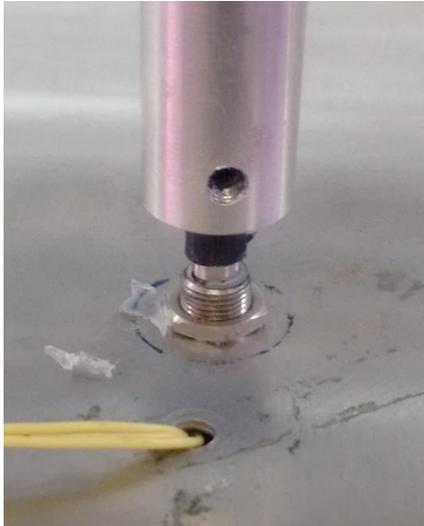


Fonte: Próprio Autor

2.2.3 Acoplamento do Sensor de Guinada

Para garantir uma fixação segura do sensor de guinada no eixo vertical optou-se pela perfuração da base de INOX e fixação do potenciômetro através de rosca e porcas. Após esta fixação na base, verificou-se que o acoplamento através dos furos feitos no eixo vertical utilizando parafusos não gerou um bom resultado, pelo mesmo motivo do acoplamento da arfagem. Para diminuir esta rigidez mecânica, utilizou-se um termo retrátil para acoplamento. O resultado pode ser visto na Figura 15 e na Figura 16.

Figura 15: Visão superior do acoplamento de guinada



Fonte: Próprio Autor

Figura 16: Visão inferior do acoplamento de guinada



Fonte: Próprio Autor

2.2.4 Aumento da Excursão do Sinal de Controle do Motor de Arfagem

Em [4] foi constatado que o sinal de controle do motor de arfagem não apresenta grande faixa de excursão no sistema, ou seja, com uma pequena variação de sinal de PWM o motor parte da posição inicial e chega à saturação, limitando o desempenho do controlador.

Para resolver este problema optou-se por adicionar uma pequena massa junto ao motor de arfagem, para aumentar a inércia do sistema

Com esta modificação expandiu-se a excursão do sinal de controle para o dobro adquirido anteriormente em [4].

2.3 MODELAGEM

Para este tipo de sistema podem ser citados dois métodos bem consolidados de modelagem da planta. São eles: o método fenomenológico, também chamado de caixa branca, como pode ser visto em [5] e o método de identificação paramétrica, também chamado de caixa preta. O último consiste em aplicar um sinal de excitação na entrada do processo, adquirir o sinal de saída e com o auxílio de uma ferramenta matemática, como por exemplo o método dos mínimos quadrados, realizar o ajuste

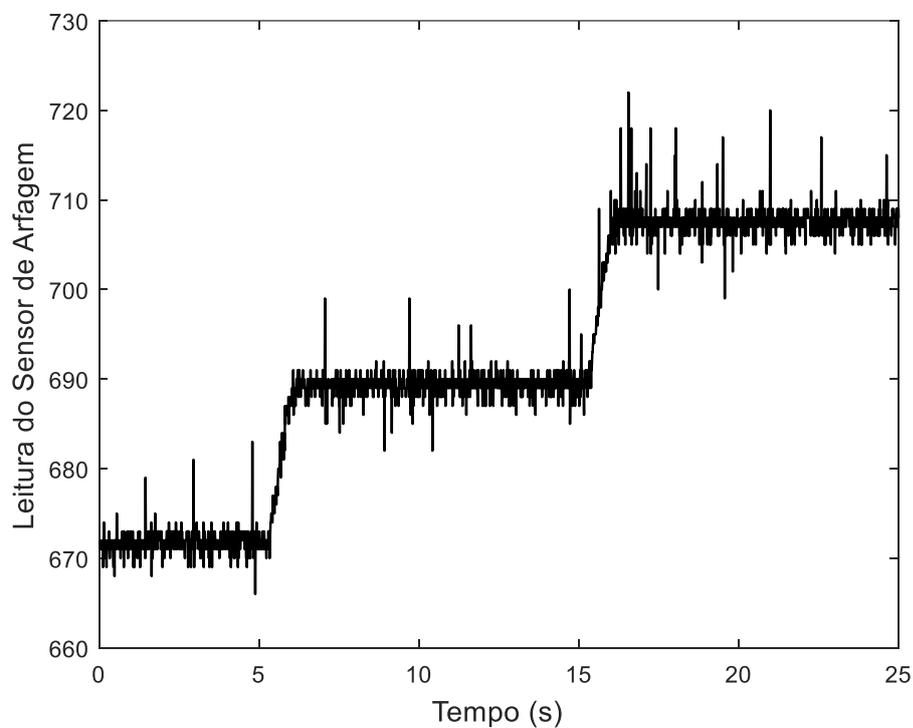
das curvas de resposta do sistema, e por fim, estimar um modelo matemático. Analisando os dois casos, optou-se pelo método caixa preta, pois se torna mais viável devido a sua maior praticidade e resultados suficientes, como pode ser visto em [4].

Neste trabalho utilizou-se a ferramenta *System Identification Toolbox*TM do Matlab[®], onde são fornecidos os sinais de entrada, saída e uma série de outros parâmetros de interesse, e este retorna o modelo matemático capaz de ser utilizado nas aplicações.

2.3.1 Modelo SISO de Arfagem

Para obtenção do modelo matemático do ângulo de arfagem, utiliza-se a leitura A/D com resolução de 10 bits, variando de 0 a 1023, e uma saída PWM de 50Hz com o argumento da função variando de 0 a 180. No processo de aquisição fixou-se o ângulo de guinada e aplicaram-se dois degraus de amplitude 5 no PWM do motor de arfagem, partindo de 80 e finalizando em 90. Mediu-se a resposta através do sensor de arfagem, com um período de amostragem de 0,01s, como pode ser visto na Figura 17.

Figura 17: Resposta do ângulo de arfagem SISO



Fonte: Próprio Autor

A fim de utilizar a modelagem por identificação paramétrica, o primeiro degrau aplicado foi escolhido, sendo este de 80 a 85 unidades, após isto a resposta foi inserida no *System Identification Tool*. Optou-se por aproximar para um sistema de segunda ordem, obtendo-se a seguinte função de transferência:

$$G_{Arf_s}(s) = \frac{Y_{Arf_s}(s)}{U_{Arf_s}(s)} = \frac{16,3}{s^2 + 2,96s + 5,066} \quad (2.1)$$

sendo $Y_{Arf_s}(s)$ a leitura do ângulo de arfagem convertidos por um conversor DA de 10 bits, resultante da variação do ciclo de trabalho $U_{Arf_s}(s)$ aplicado no motor de arfagem.

Para posterior aplicação do SSMPC faz-se necessário adquirir o modelo em espaço de estados, assim partindo da função de transferência $G_{Arf_s}(s)$, aplicando a transformada inversa de Laplace, definindo os estados $x_1 = y_{Arf_s}$ e $x_2 = \dot{y}_{Arf_s}$, sendo \dot{y}_{Arf_s} a derivada temporal do sinal y_{Arf_s} e omitindo a dependência (t), para fins de simplificação, obtêm-se o seguinte sistema em espaço de estados contínuo:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -5,066 & -2,96 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 16,3 \end{bmatrix} u_{arf} \quad (2.2)$$

$$y_{arf} = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Como foi implementado um controlador discreto, optou-se pela discretização do sistema. Para isso, após uma análise da resposta livre do sistema, definiu-se um período de amostragem de 100ms, sabendo que este período se mostra 6 vezes menor do que a constante de tempo resultante do sistema de arfagem.

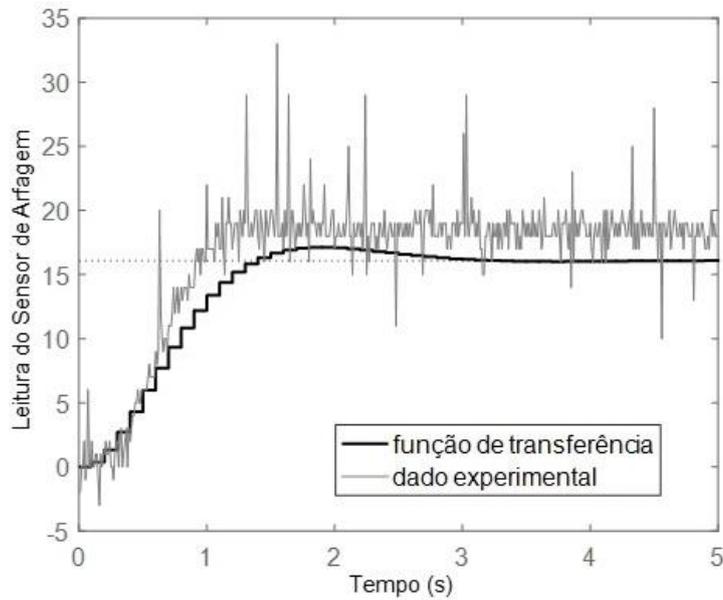
Para a discretização inseriu-se o sistema em espaço de estados contínuos no MATLAB e utilizando o comando “c2d” especificando o método “zoh” obteve-se o sistema em espaço de estados discreto exposto em (2.4) e (2.5).

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9770897 & 0,0858304 \\ -0,4348167 & 0,7230318 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0737145 \\ 1,3990350 \end{bmatrix} u_{arf}(k) \quad (2.4)$$

$$y_{arf}(k) = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Para fins de validação do modelo, plotou-se a resposta adquirida com o segundo degrau aplicado na planta, como pode ser visto na Figura 17. A resposta ao degrau de 5 unidades aplicado no espaço de estados discreto e os dados experimentais deslocados para a origem, podem ser vistos na Figura 18.

Figura 18: Validação do modelo SISO



Fonte: Próprio Autor

Com o resultado exposto na Figura 18, conclui-se que o modelo se mostra representativo.

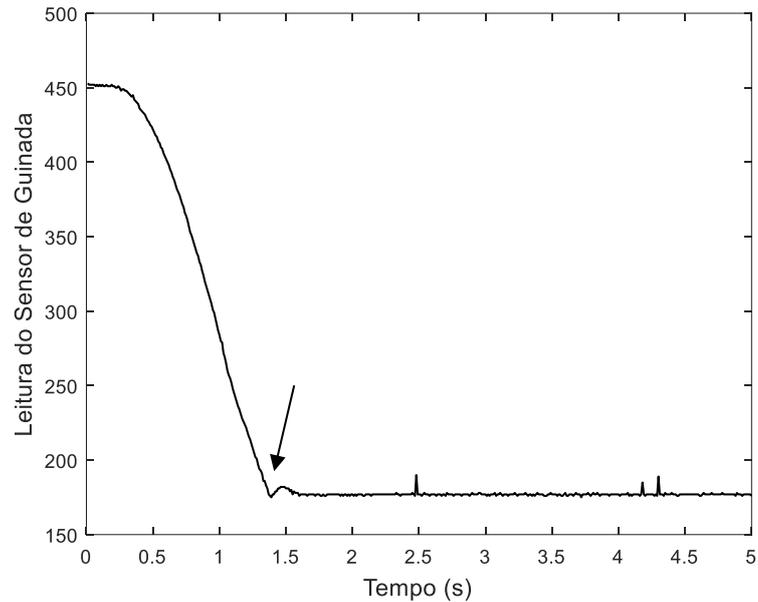
2.3.2 Modelo MIMO de Arfagem e Guinada

O modelo MIMO leva em conta o movimento de arfagem e de guinada. Para isso, conta com um potenciômetro e um motor para sensoriar e atuar em cada um dos graus de liberdade.

Para tal modelagem estipulou-se um ponto de operação, e mantido o sistema neste ponto, aplicou-se primeiramente um degrau no motor de arfagem, as respostas no sensor de arfagem e no sensor de guinada foram adquiridas, gerando duas funções de transferência distintas. Posteriormente manteve-se novamente o sistema no ponto de operação e então aplicou-se um degrau no motor de guinada adquirindo também a resposta no sensor de arfagem e de guinada, gerando outras duas funções de transferência distintas.

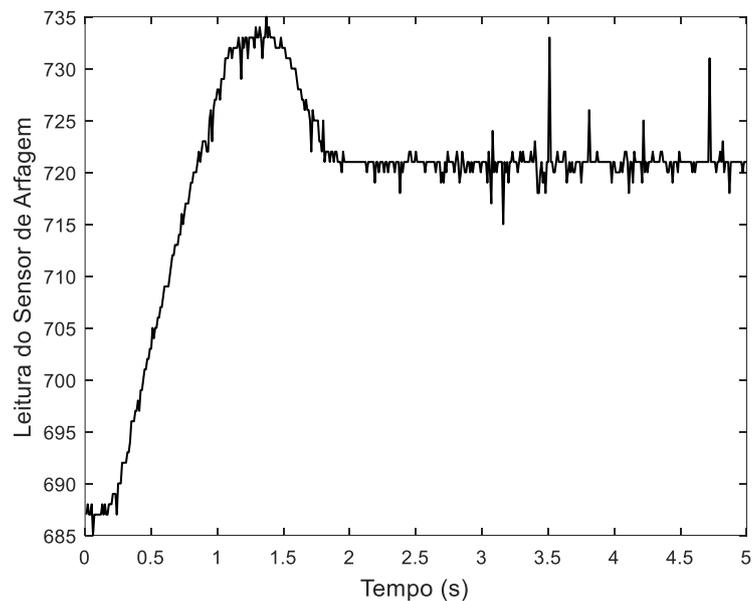
Aplicando um degrau de 5 unidades no motor de arfagem obtiveram-se as respostas mostradas na Figura 19 e Figura 20.

Figura 19: Resposta do ângulo de guinada com degrau no motor de arfagem



Fonte: Próprio Autor

Figura 20: Resposta do ângulo de arfagem com degrau no motor de arfagem



Fonte: Próprio Autor

Como pode ser visto na Figura 19 a seta indica o ponto em que a guinada chega na sua saturação física, causada por um pino limitador. Para fins de modelagem, toda resposta a partir dessa saturação deve ser descartada, visto que não se enquadra em uma aproximação linear do sistema em questão.

Para realizar o levantamento do modelo da guinada com a excitação no motor de arfagem, mostrada na Figura 19, identificou-se um comportamento de primeira

ordem com integrador, além de um atraso de aproximadamente 250ms. Para simplificar o modelo ignorou-se o atraso neste primeiro momento, visto que ele pode ser incluído dentro do espaço de estados posteriormente.

Para identificação do modelo da arfagem com excitação no motor de arfagem, também, foi necessário o truncamento dos dados a partir do momento da saturação da guinada, caracterizando-se como uma resposta de segunda ordem incompleta.

Identificando as duas respostas mostradas e levando em conta as especificidades já citadas, chega-se às seguintes funções de transferência:

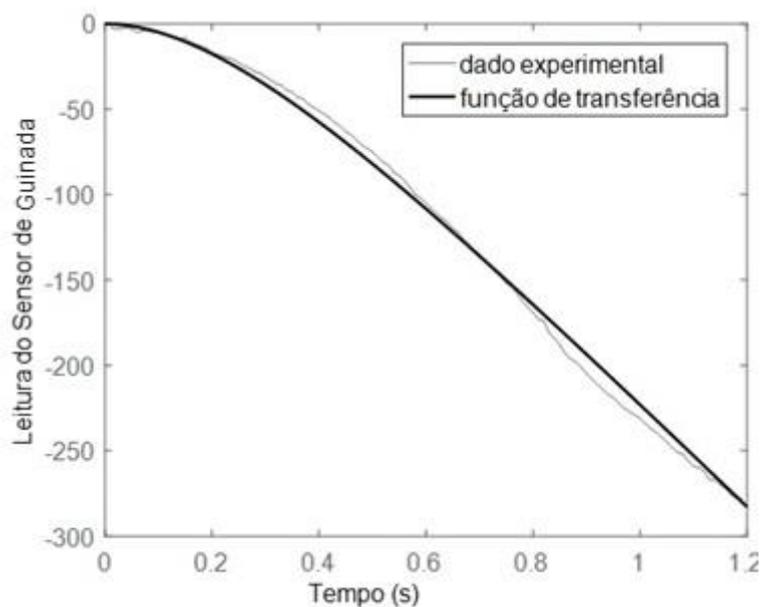
$$G_{Arf_Gui}(s) = \frac{Y_{Arf_Gui}(s)}{U_{Arf}(s)} = \frac{-220,8}{s^2 + 3,619s} \quad (2.6)$$

$$G_{Arf_Arf}(s) = \frac{Y_{Arf_Arf}(s)}{U_{Arf}(s)} = \frac{46,83}{s^2 + 1,972s + 6,326} \quad (2.7)$$

sendo $G_{Arf_Gui}(s)$ a função de transferência da guinada provocada pela excitação no motor de arfagem e $G_{Arf_Arf}(s)$ a função de transferência da arfagem provocada pela excitação no motor de arfagem.

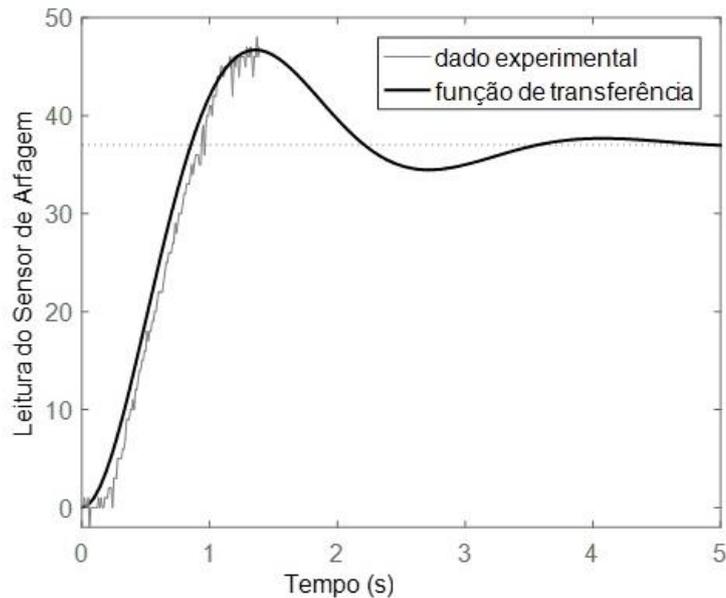
As validações dos modelos com seus respectivos dados experimentais podem ser vistas na Figura 21 e Figura 22.

Figura 21: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da guinada com excitação na arfagem



Fonte: Próprio Autor

Figura 22: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da arfagem com excitação na arfagem

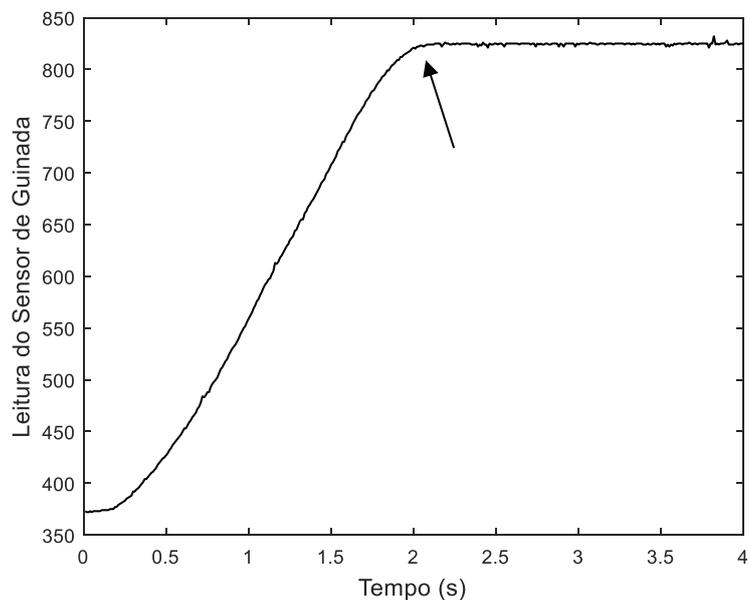


Fonte: Próprio Autor

Desta forma, conclui-se que o modelo matemático está suficientemente de acordo com os dados coletados.

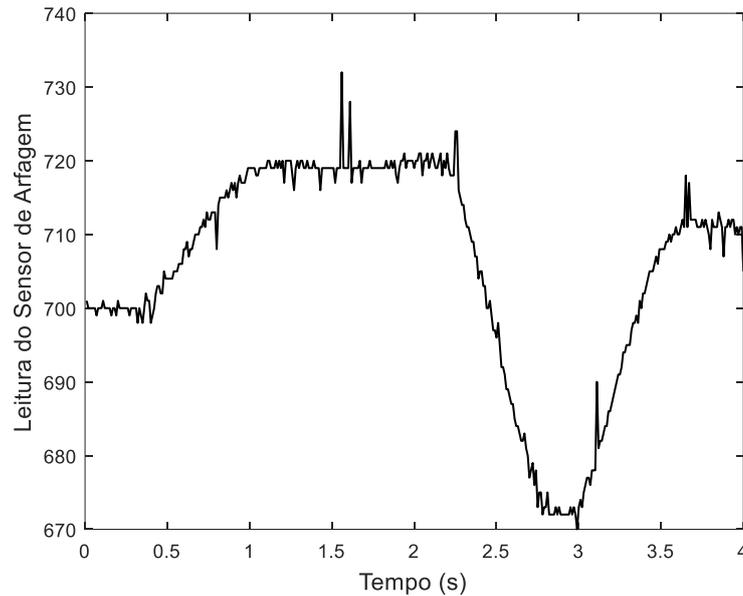
Da mesma maneira realizada anteriormente para o motor de arfagem, aplicou-se um degrau de 15 unidades no motor de guinada e mediram-se as respostas de arfagem e guinada, conforme a Figura 23 e Figura 24, onde a seta indica a limitação física da guinada.

Figura 23: Resposta do ângulo de guinada com degrau no motor de guinada



Fonte: Próprio Autor

Figura 24: Resposta do ângulo de arfagem com degrau no motor de guinada



Fonte: Próprio Autor

Realizando o truncamento dos dados após a saturação da guinada e desprezando o atraso, chega-se as funções de transferência mostradas em (2.8) e (2.9).

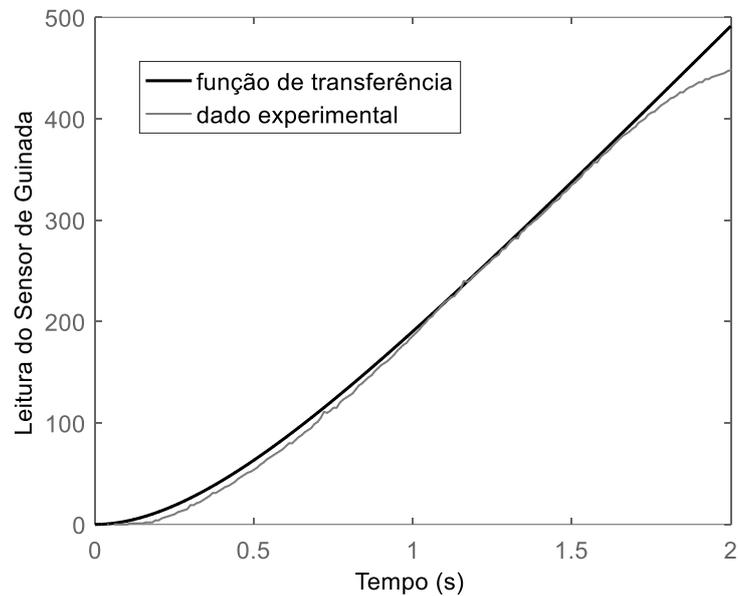
$$G_{Gui_Gui}(s) = \frac{Y_{Gui_Gui}(s)}{U_{Gui}(s)} = \frac{47,86}{s^2 + 2,291s} \quad (2.8)$$

$$G_{Gui_Arf}(s) = \frac{Y_{Gui_Arf}(s)}{U_{Gui}(s)} = \frac{2,98}{s + 2,235} \quad (2.9)$$

sendo $G_{Gui_Gui}(s)$ a função de transferência da guinada provocada pela excitação no motor de guinada e $G_{Gui_Arf}(s)$ a função de transferência da arfagem provocada pela excitação no motor de guinada.

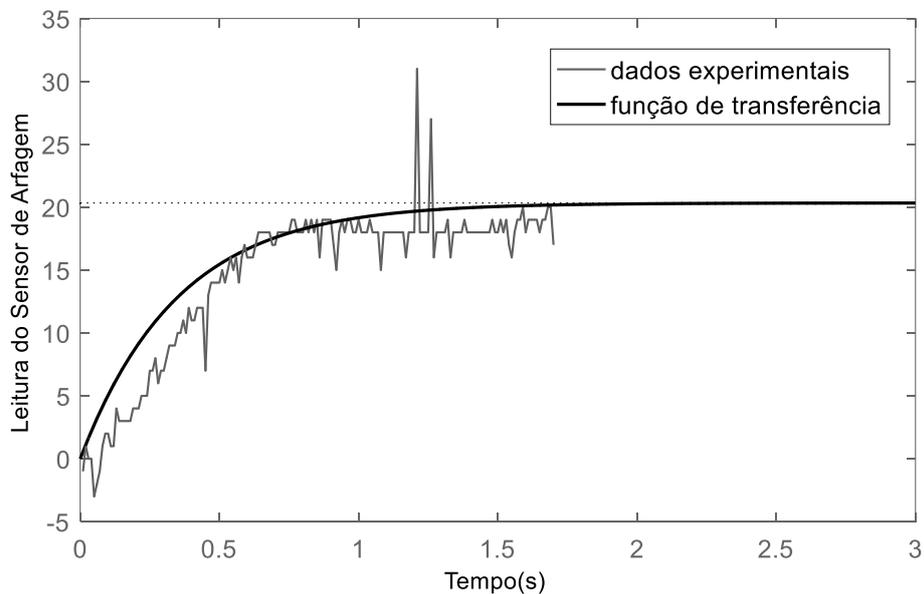
As validações dos modelos com seus respectivos dados experimentais podem ser vistas na Figura 25 e Figura 26.

Figura 25: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da guinada com excitação no motor de guinada



Fonte: Próprio Autor

Figura 26: Comparação entre a resposta obtida pelo modelo e a resposta real da arfagem com excitação no motor de guinada



Fonte: Próprio Autor

Através da Figura 25 e Figura 26 conclui-se que os modelos se mostram suficientes, pois expressam de maneira satisfatória a dinâmica do sistema.

Sabendo que este sistema é MIMO 2x2 (duas entradas e duas saídas), considerando um sistema linear e invariante no tempo e seguindo o método utilizado

em [12], tem-se as quatro funções de transferência adquiridas anteriormente e citadas em (2.6), (2.7), (2.8) e (2.9), expressas novamente em (2.10)

$$\begin{aligned} G_{Arf_Arf}(s) &= \frac{Y_{Arf_Arf}(s)}{U_{Arf}(s)} & G_{Gui_Arf}(s) &= \frac{Y_{Gui_Arf}(s)}{U_{Gui}(s)} \\ G_{Arf_Gui}(s) &= \frac{Y_{Arf_Gui}(s)}{U_{Arf}(s)} & G_{Gui_Gui}(s) &= \frac{Y_{Gui_Gui}(s)}{U_{Gui}(s)} \end{aligned} \quad (2.10)$$

Assim, as relações de entrada e saída do processo podem ser expressas por:

$$Y_{Arf}(s) = G_{Arf_Arf}(s) \cdot U_{Arf}(s) + G_{Gui_Arf}(s) \cdot U_{Gui}(s) \quad (2.11)$$

$$Y_{Gui}(s) = G_{Arf_Gui}(s) \cdot U_{Arf}(s) + G_{Gui_Gui}(s) \cdot U_{Gui}(s) \quad (2.12)$$

Substituindo os valores obtidos em (2.7) e (2.9) em (2.11), tem-se:

$$Y_{Arf}(s) = \frac{46,83}{s^2 + 1,972 \cdot s + 6,326} \cdot U_{Arf}(s) + \frac{2,98}{s + 2,235} \cdot U_{Gui}(s) \quad (2.13)$$

Substituindo os valores obtidos em (2.6) e (2.8) em (2.12), tem-se:

$$Y_{Gui}(s) = \frac{-220,8}{s^2 + 3,619 \cdot s} \cdot U_{Arf}(s) + \frac{47,86}{s^2 + 2,291 \cdot s} \cdot U_{Gui}(s) \quad (2.14)$$

Aplicando a Transformada Z em (2.13) e (2.14) utilizando um período de amostragem de 100ms, tem-se:

$$\begin{aligned} Y_{Arf}(z) &= \frac{(0,21833 \cdot z^2 + 0,02981 \cdot z - 0,16347) \cdot U_{Arf}(z)}{z^3 - 2,56363 \cdot z^2 + 2,23165 \cdot z - 0,65659} \\ &+ \frac{(0,26705 \cdot z^2 - 0,47105 \cdot z + 0,21925) \cdot U_{Gui}(z)}{z^3 - 2,56363 \cdot z^2 + 2,23165 \cdot z - 0,65659} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} Y_{Gui}(z) &= \frac{(-0,9820 \cdot z^3 + 0,8925 \cdot z^2 + 0,7819 \cdot z - 0,6923) \cdot U_{Arf}(z)}{z^4 - 3,4916 \cdot z^3 + 4,5370 \cdot z^2 - 2,5991 \cdot z + 0,5538} \\ &+ \frac{(0,2220 \cdot z^3 - 0,1709 \cdot z^2 - 0,1943 \cdot z + 0,1432) \cdot U_{Gui}(z)}{z^4 - 3,4916 \cdot z^3 + 4,5370 \cdot z^2 - 2,5991 \cdot z + 0,5538} \end{aligned} \quad (2.16)$$

As equações (2.15) e (2.16) representam as funções de transferência discretas do sistema MIMO em torno de um ponto de operação próximo do ponto de coleta dos dados de modelagem.

2.3.2.1 Representação em espaço de estados

Para que o SSMPC possa ser aplicado é necessário que o sistema esteja na forma de espaço de estados discreta. Assumindo um modelo em espaço de estados contínuo, dado por (2.17) e (2.18), as equações de estado e de saída são:

$$\dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \quad (2.17)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2.18)$$

Realizando a discretização por meio da aproximação por uma diferença finita [13], obtém-se:

$$\dot{x}(kT) \cong \frac{1}{T} [x((k+1)T) - x(kT)] \quad (2.19)$$

sendo k o índice da amostra e T o tamanho do passo empregado.

Substituindo (2.19) em (2.17), temos que o modelo em espaço de estados discreto é descrito por:

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (2.20)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (2.21)$$

em que $x(k+1)$ é o vetor de estados no instante $k+1$, a matriz A é a matriz discreta de dinâmica do sistema, B é a matriz discreta de entrada, $x(k)$ é o vetor de estados no instante k e $u(k)$ é o vetor de entradas do sistema no instante k . A saída do sistema é dada por (2.21), onde C é a matriz de saída [14].

Baseando-se em [12], aplica-se o operador atraso em (2.15) e (2.16), obtendo:

$$\begin{aligned} & y_{Arf}(k+3) - 2,56363 \cdot y_{Arf}(k+2) + 2,23165 \cdot y_{Arf}(k+1) \\ & - 0,65659 \cdot y_{Arf}(k) = 0,21833 \cdot u_{Arf}(k+2) \\ & + 0,02981 \cdot u_{Arf}(k+1) - 0,16347 \cdot u_{Arf}(k) + 0,26705 \cdot u_{Gui}(k+2) \\ & - 0,47105 \cdot u_{Gui}(k+1) + 0,21925 \cdot u_{Gui}(k) \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} & y_{Gui}(k+4) - 3,4916 \cdot y_{Gui}(k+3) + 4,5370 \cdot y_{Gui}(k+2) \\ & - 2,5991 \cdot y_{Gui}(k+1) + 0,5538 \cdot y_{Gui}(k) \\ & = -0,9820 \cdot u_{Arf}(k+3) + 0,8925 \cdot u_{Arf}(k+2) \\ & + 0,7819 \cdot u_{Arf}(k+1) - 0,6923 \cdot u_{Arf}(k) \\ & + 0,2220 \cdot u_{Gui}(k+3) - 0,1709 \cdot u_{Gui}(k+2) \\ & - 0,1943 \cdot u_{Gui}(k+1) + 0,1432 \cdot u_{Gui}(k) \end{aligned} \quad (2.23)$$

Considerando que a planta é invariante no tempo pode-se deslocar as equações no tempo, obtém-se:

$$\begin{aligned} & y_{Arf}(k+1) = +2,56363 \cdot y_{Arf}(k) - 2,23165 \cdot y_{Arf}(k-1) \\ & + 0,65659 \cdot y_{Arf}(k-2) + 0,21833 \cdot u_{Arf}(k) + 0,02981 \\ & \cdot u_{Arf}(k-1) - 0,16347 \cdot u_{Arf}(k-2) + 0,26705 \cdot u_{Gui}(k) \\ & - 0,47105 \cdot u_{Gui}(k-1) + 0,21925 \cdot u_{Gui}(k-2) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned}
y_{Gui}(k+1) = & +3,4916 \cdot y_{Gui}(k) - 4,5370 \cdot y_{Gui}(k-1) \\
& + 2,5991 \cdot y_{Gui}(k-2) - 0,5538 \cdot y_{Gui}(k-3) \\
& - 0,9820 \cdot u_{Arf}(k) + 0,8925 \cdot u_{Arf}(k-1) \\
& + 0,7819 \cdot u_{Arf}(k-2) - 0,6923 \cdot u_{Arf}(k-3) \\
& + 0,2220 \cdot u_{Gui}(k) - 0,1709 \cdot u_{Gui}(k-1) \\
& - 0,1943 \cdot u_{Gui}(k-2) + 0,1432 \cdot u_{Gui}(k-3)
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Utilizando (2.24) e (2.25) e o modelo em espaço de estados discreto, mostrados em (2.22) e (2.23), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} y_{Arf}(k+1) \\ y_{Gui}(k+1) \\ y_{Arf}(k) \\ y_{Gui}(k) \\ y_{Arf}(k-1) \\ y_{Gui}(k-1) \\ y_{Gui}(k-2) \\ u_{Arf}(k) \\ u_{Gui}(k) \\ u_{Arf}(k-1) \\ u_{Gui}(k-1) \\ u_{Arf}(k-2) \\ u_{Gui}(k-2) \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} y_{Arf}(k) \\ y_{Gui}(k) \\ y_{Arf}(k-1) \\ y_{Gui}(k-1) \\ y_{Arf}(k-2) \\ y_{Gui}(k-2) \\ y_{Gui}(k-3) \\ u_{Arf}(k-1) \\ u_{Gui}(k-1) \\ u_{Arf}(k-2) \\ u_{Gui}(k-2) \\ u_{Arf}(k-3) \\ u_{Gui}(k-3) \end{bmatrix} + \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0,21833 & 0,26705 \\ -0,98204 & 0,22203 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}^B \begin{bmatrix} u_{Arf}(k) \\ u_{Gui}(k) \end{bmatrix} \end{matrix} \tag{2.26}$$

onde:

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

sendo:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} 2,563630 & 0 & 2,231650 & 0 & 0,656590 & 0 \\ 0 & 3,491601 & 0 & -4,536975 & 0 & 2,599147 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 0,02981 & -0,47105 & -0,16347 & 0,21925 & 0 & 0 \\ -0,55377 & 0,89247 & -0,17093 & 0,78188 & -0,19434 & -0,69230 & 0,14324 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.31)$$

Em (2.32) mostra-se a equação de saída do sistema.

$$\begin{bmatrix} y_{Arf}(k) \\ y_{Gui}(k) \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^C \begin{bmatrix} y_{Arf}(k) \\ y_{Gui}(k) \\ y_{Arf}(k-1) \\ y_{Gui}(k-1) \\ y_{Arf}(k-2) \\ y_{Gui}(k-2) \\ y_{Gui}(k-3) \\ u_{Arf}(k-1) \\ u_{Gui}(k-1) \\ u_{Arf}(k-2) \\ u_{Gui}(k-2) \\ u_{Arf}(k-3) \\ u_{Gui}(k-3) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

2.3.2.2 Inclusão de atraso

Tendo em vista que na seção anterior identificou-se um atraso na dinâmica de guinada e para simplificação da modelagem ele foi retirado, pretende-se aqui incluí-lo novamente.

Para isto, tomando como base (2.32) e o estados conhecidos, verifica-se que através da matriz C se torna possível incluir atrasos nas saídas do sistema, sendo plausível incluir na arfagem até o equivalente a 2 períodos de amostragem e na guinada o equivalente a 3 períodos de amostragem, que neste caso é de 100ms.

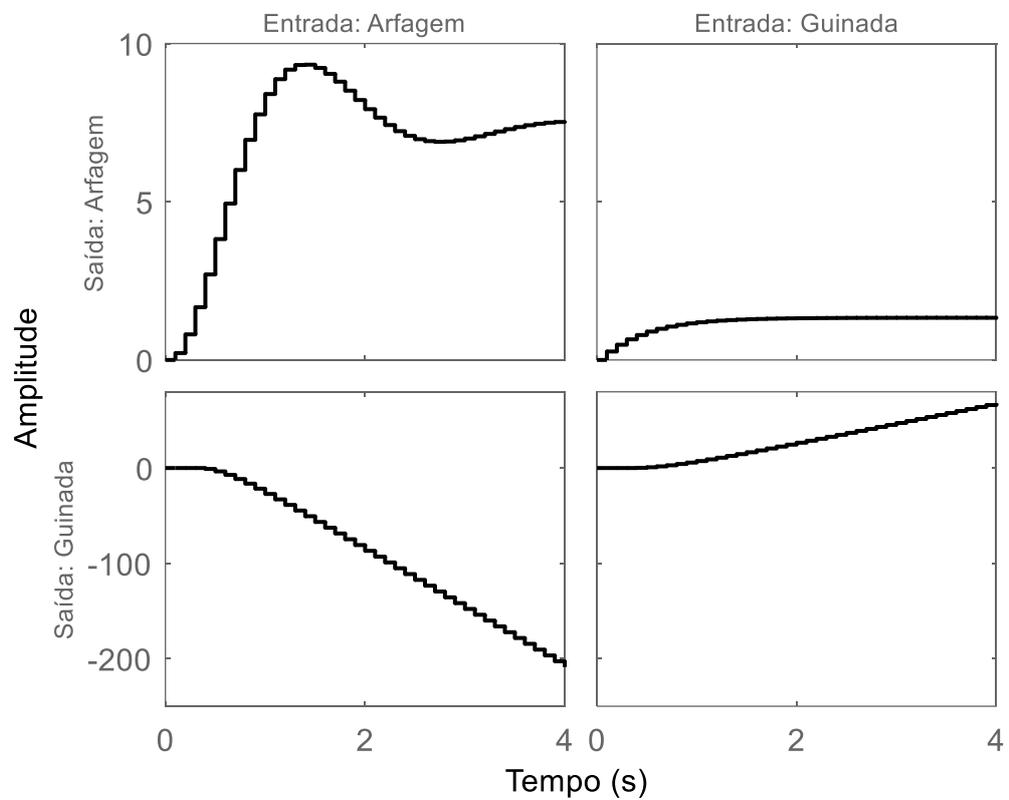
Neste caso, optou-se por adicionar o atraso a dinâmica da guinada, o equivalente a 3 períodos de amostragem, totalizando 300ms. Para a dinâmica da

arfagem não foi necessário o acréscimo de atraso, pois após alguns testes verificou-se que a mudança não gerava bons resultados. A nova matriz C_{at} pode ser vista em:

$$C_{at} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Para fins de validação final do modelo MIMO com atraso na guinada, aplicou-se um degrau unitário no sistema, e obtiveram-se as respostas conforme podem ser vistas na Figura 27.

Figura 27: Respostas a aplicação de um degrau unitário no sistema MIMO discreto



Fonte: Próprio Autor

3 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS

A estratégia do controle preditivo é baseada no cálculo das ações de controle em tempo real de modo a otimizar o comportamento futuro do processo. Por isso, tal comportamento é predito utilizando um modelo matemático representativo do processo [13].

Dessa forma, o controlador preditivo é composto basicamente de um modelo matemático do processo e um otimizador. Para realizar a otimização, faz-se necessária a definição de uma função custo, que geralmente leva em conta erros de rastreamento e esforços de controle, sendo possível ponderá-las de maneira a ser mais conservador em uma do que na outra [16].

O funcionamento básico de um controlador preditivo em espaço de estados pode ser resumido da seguinte forma: o estado atual do sistema é atualizado através das realimentações; após isso o modelo de predição é empregado para prever o comportamento da planta N passos a frente, onde N é denotado por “horizonte de predição”. Tal horizonte é responsável por delimitar até onde o controlador estará predizendo o comportamento da planta.

Com base nas informações atuais e previstas da planta e na função custo definida, o otimizador calcula as M futuras ações de controle, sendo M denotado por “horizonte de controle”.

Obtida a sequência de controle ótima, apenas o primeiro elemento desta sequência é aplicado na planta, visto que em cada instante de amostragem é calculada uma nova sequência. Tal estratégia é chamada de horizonte retrocedente. Isto dá mais robustez para o controlador, visto que o sistema está a todo momento sendo realimentado com o estado atual da planta.

3.1 MODELO DE PREDIÇÃO

Baseando-se em um modelo em espaço de estados MIMO se torna possível a dedução do modelo de predição. Repetindo o espaço de estados discreto deduzido anteriormente em (2.20) e (2.21):

$$x(k + 1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (3.1)$$

$$y(k) = Cx(k) \quad (3.2)$$

onde $x(k + 1)$ é o vetor de estados no instante $k + 1$, a matriz A é a matriz de dinâmica do sistema discreto, B é a matriz de entrada discreta, $x(k)$ é o vetor de estados no instante k e $u(k)$ é o vetor de entradas do sistema no instante k . A saída do sistema é dada pela Equação (3.2), onde C é a matriz de saída [14].

Considerando um sistema MIMO onde n representa a ordem, p_i número de entradas e q_o o número de saídas.

Expandindo (3.1) e (3.2) para $k+1, k+2, \dots, k+N$ e escrevendo de forma matricial [13], pode-se obter o modelo de predição (3.3), onde a notação $y(k + N|k)$, significa a saída predita do sistema para o instante $k + N$, calculada no instante k .

$$\begin{bmatrix} y(k + 1|k) \\ y(k + 2|k) \\ \vdots \\ y(k + N|k) \end{bmatrix} = G \cdot \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k + 1|k) \\ \vdots \\ u(k + N - M - 1|k) \end{bmatrix} + \frac{F}{\Phi \cdot x(k)} \quad (3.3)$$

sendo:

$$G = \begin{bmatrix} CB & 0_{q_o \times p_i} & \dots & 0_{q_o \times p_i} \\ CAB & CB & \dots & 0_{q_o \times p_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CA^{N-M}B \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

e

$$\Phi = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Com a finalidade de incluir um integrador em cada saída no modelo do sistema, para não ter erro em regime permanente, pode-se torná-lo incremental, incluindo no vetor de estados a saída como estado adicional e tratando o estado original como uma diferença entre o seu valor na amostra k e na amostra $k-1$ [6], temos:

$$\Delta x(k) = x(k) - x(k - 1). \quad (3.6)$$

Manipulando (3.1) e (3.6) chega-se na equação de estado incremental discreta, dada por:

$$\Delta x(k + 1) = A\Delta x(k) + B\Delta u(k). \quad (3.7)$$

Da mesma forma, tendo (3.7) que representa a equação de estados incremental discreta, pode-se deduzir a equação de saída do sistema como:

$$y(k + 1) = C \cdot [A \cdot \Delta x(k) + B \cdot \Delta u(k)] + y(k). \quad (3.8)$$

Assim, tem-se a representação em espaço de estados aumentado:

$$x_a(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_1(k) \\ \Delta x_2(k) \\ \vdots \\ \Delta x_n(k) \\ y_1(k) \\ \vdots \\ y_{q_0}(k) \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

$$u_a(k) = \Delta u(k), \quad (3.10)$$

$$A_a(k) = \begin{bmatrix} A & 0_{n \times q_0} \\ CA & I_{q_0} \end{bmatrix}, \quad (3.11)$$

$$B_a(k) = \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

$$C_a(k) = [0_{q_0 \times n} \quad I_{q_0}]. \quad (3.13)$$

3.2 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Sabendo que é necessário definir uma função custo para que o otimizador possa calcular as ações de controle ótimas, define-se a função dada por [13], que leva em conta o erro de rastreamento das saídas e a variação dos sinais de controle.

$$J_c(Y, \Delta U) = (Y - R_{ref})^T Q_{YN} (Y - R_{ref}) + \Delta U^T Q_{UM} \Delta U \quad (3.14)$$

onde, R_{ref} é o vetor de referências empilhadas,

$$Q_{YN} = \begin{bmatrix} Q_y & 0_{q_0 \times q_0} & \cdots & 0_{q_0 \times q_0} \\ 0_{q_0 \times q_0} & Q_y & \cdots & 0_{q_0 \times q_0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{q_0 \times q_0} & 0_{q_0 \times q_0} & \cdots & Q_y \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

e

$$Q_{UM} = \begin{bmatrix} Q_u & 0_{p_i \times p_i} & \cdots & 0_{p_i \times p_i} \\ 0_{p_i \times p_i} & Q_u & \cdots & 0_{p_i \times p_i} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0_{p_i \times p_i} & 0_{p_i \times p_i} & \cdots & Q_u \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

onde:

$$Q_y = \begin{bmatrix} q_{y1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_{y2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_{yq_0} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

e

$$Q_u = \begin{bmatrix} q_{u1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_{u2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_{upi} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

nas quais as constantes q_y e q_u ponderam o custo das variações nas saídas e nas ações de controle. Através da otimização de (3.14), é possível encontrar uma ação de controle ótima ΔU^* [13], dada por:

$$\Delta U^* = \overbrace{(G^T Q_{YN} G + Q_{UM})^{-1} G^T Q_{YN} (R_{ref} - F)}^{K_{MPC}} \quad (3.19)$$

O custo mínimo será obtido se e somente se $Q_{YN} \geq 0$ e $Q_{UM} > 0$.

3.2.1 Tratamento de restrições

O tratamento de restrições baseia-se na ideia de que todo sistema físico apresenta algum tipo de restrição, seja na saída para garantir a segurança de um processo, no sinal aplicado nos atuadores para evitar a sobrecarga ou até na variação do sinal de entrada para evitar, por exemplo, sobrecorrentes no sistema.

A grande vantagem de adicionar as restrições ao controlador é o fato de incluí-las no cálculo da solução ótima, fazendo com que o controlador tenha informações de que existem valores máximos e mínimos para determinadas variáveis.

Neste trabalho consideram-se as três restrições anteriormente citadas, sendo estas, restrição sobre as taxas de variação dos sinais de controle, sobre a excursão dos sinais de controle e sobre a excursão dos sinais de saída.

3.2.1.1 Restrição nas taxas de variação do controle

Como o modelo do sistema já está em função das variações dos sinais de controle se torna mais fácil a implementação deste tipo de restrição [15] [16], sendo:

$$\begin{cases} \Delta u(i) \leq \Delta u_{max} \\ \Delta u(i) \geq \Delta u_{min} \end{cases}, i = 1, 2, \dots, M \quad (3.20)$$

considerando que:

$$\Delta u_{min} = \begin{bmatrix} \Delta u_{1,min} \\ \Delta u_{2,min} \\ \vdots \\ \Delta u_{pi,min} \end{bmatrix} \quad \Delta u_{max} = \begin{bmatrix} \Delta u_{1,max} \\ \Delta u_{2,max} \\ \vdots \\ \Delta u_{pi,max} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

de forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} I_{Mp} \\ -I_{Mp} \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} 1_{Mp} \Delta u_{max} \\ -1_{Mp} \Delta u_{min} \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde I_{Mp} é uma matriz identidade de dimensão $M \times p_i$ e 1_{Mp} é uma matriz identidade de ordem p_i empilhada M vezes.

3.2.1.2 Restrição na excursão dos sinais de controle

Para se definir a expressão para a restrição na excursão dos sinais de controle deve-se primeiramente obter a relação entre u e Δu , conforme apresentado a seguir:

$$\begin{cases} u(k|k) = u(k-1) + \Delta u(k|k) \\ u(k+1|k) = u(k-1) + \Delta u(k|k) + \Delta u(k+1|k) \\ \vdots \\ u(k+M-1|k) = u(k-1) + \Delta u(k|k) + \dots + \Delta u(k+M-1|k) \end{cases} \quad (3.23)$$

De forma matricial, temos:

$$T_{MP} \Delta U = U - 1_{Mp} u(k-1) \quad (3.24)$$

onde:

$$T_{Mp} = \begin{bmatrix} I_p & 0_p & \dots & 0_p \\ I_p & I_p & \dots & 0_p \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_p & I_p & \dots & I_p \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

em que I_p é uma matriz identidade de dimensão $p_i \times p_i$ e 0_p é uma matriz nula também de dimensão $p_i \times p_i$.

Finalmente, impondo a restrição na excursão do sinal de controle tem-se [16][17]:

$$\begin{bmatrix} T_{Mp} \\ -T_{Mp} \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} 1_{Mp} [u_{max} - u(k-1)] \\ -1_{Mp} [u(k-1) - u_{min}] \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde:

$$u_{min} = \begin{bmatrix} u_{1,min} \\ u_{2,min} \\ \vdots \\ u_{p_i,min} \end{bmatrix} \quad u_{max} = \begin{bmatrix} u_{1,max} \\ u_{2,max} \\ \vdots \\ u_{p_i,max} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

3.2.1.3 Restrição na excursão dos sinais de saída

Para aplicar a restrição na excursão da saída utiliza-se a equação do modelo de predição exposta em (3.3), aplicando a seguinte condição:

$$\begin{cases} G \Delta U + F \leq 1_{Nq} y_{max} \\ G \Delta U + F \geq 1_{Nq} y_{min} \end{cases} \quad (3.28)$$

onde 1_{Nq} é uma matriz identidade de ordem q_o empilhada N vezes.

Pode-se escrever (3.23) na forma:

$$\begin{bmatrix} G \\ -G \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} 1_{Nq} y_{max} - F \\ F - 1_{Nq} y_{min} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

onde:

$$y_{min} = \begin{bmatrix} y_{1,min} \\ y_{2,min} \\ \vdots \\ y_{q_o,min} \end{bmatrix} \quad y_{max} = \begin{bmatrix} y_{1,max} \\ y_{2,max} \\ \vdots \\ y_{q_o,max} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Por fim, resumidamente pode-se representar as três restrições em uma única equação dada por [16][17]:

$$\begin{bmatrix} I_{Mp} \\ -I_{Mp} \\ T_{Mp} \\ -T_{Mp} \\ G \\ -G \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} 1_{Mp} \Delta u_{max} \\ -1_{Mp} \Delta u_{min} \\ 1_{Mp} [u_{max} - u(k-1)] \\ -1_{Mp} [u(k-1) - u_{min}] \\ 1_{Nq} y_{max} - F \\ F - 1_{Nq} y_{min} \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

Desta maneira, o problema de otimização consiste em minimizar a função custo quadrática (3.14) considerando as desigualdades apresentadas em (3.31). Para este caso pode-se utilizar algoritmos de Programação Quadrática para realizar estas operações.

3.2.1.4 Algoritmo de Programação Quadrática

Neste trabalho utilizou-se a função *quadprog* do *Matlab Optimization Toolbox* [17], que minimiza uma função quadrática na forma:

$$J_{qp} = \frac{1}{2} x^T H_{qp} x + f_{qp}^T x \quad (3.32)$$

considerando as restrições

$$A_{qp} x \leq b_{qp}. \quad (3.33)$$

Para utilização desta função necessita-se reescrever a função custo (3.14) no formato de (3.32), para isto substituindo (3.3) em (3.14):

$$J = (G\Delta U + F - R)^T Q_{YN} (G\Delta U + F - R) + \Delta U^T Q_{UM} \Delta U \quad (3.34)$$

Realizando algumas operações matriciais e rearranjando alguns termos, é possível mostrar que [13]:

$$J = \frac{1}{2} \Delta U^T (2(G^T Q_{YN} G + Q_{UM})) \Delta U + (2(F - R)^T Q_{YN} G) \Delta U \quad (3.35)$$

Comparando (3.32) e (3.34), tem-se:

$$H_{QP} = 2(G^T Q_{YN} G + Q_{UM}) \quad (3.36)$$

$$f_{qp} = 2(F - R)^T Q_{YN} \quad (3.37)$$

Comparando (3.23) e (3.31), tem-se:

$$A_{qp} = S \quad (3.38)$$

$$b_{qp} = b \quad (3.39)$$

3.3 PSEUDOCÓDIGO

Neste caso apresenta-se um pseudocódigo simplificado de como construir um código de controle preditivo sem restrições, onde divide-se em duas partes, uma *Offline* que pode ser executada apenas uma vez na inicialização do código e outra *Online*, que deve ser executada a cada período de amostragem, conforme [13]:

Offline:

1. Definir T_s
2. Obter A, B, C a partir de A_c, B_c, C_c e T_s (discretização da planta)
3. Obter A_a, B_a, C_a
4. Definir Q_{YN}, Q_{UM}, N e M
5. Montar G e Φ
6. Calcular K_{mpc}
7. Inicializar as variáveis

Online:

1. Montar $x(k)$, lendo as saídas, por exemplo
2. Montar R_{ref}
3. Montar $x_a(k)$
4. Calcular F
5. Calcular $\Delta U = K_{MPC}(R_{ref} - F)$
6. Obter $u(k) = u(k - 1) + \Delta U(1, :)$
7. Aplicar $u(k)$ na planta
8. Incrementar k , esperar o tempo de processamento completar T_s e voltar ao passo 1 *Online*, até um critério de parada.

Apresenta-se também um pseudocódigo simplificado de como construir um código de controle preditivo com restrições [13]:

Offline:

1. Definir T_s
2. Obter A, B, C a partir de A_c, B_c, C_c e T_s (discretização da planta)
3. Obter A_a, B_a, C_a
4. Definir Q_{YN}, Q_{UM}, N e M
5. Montar G e Φ
6. Calcular H_{qp}
7. Calcular A_{qp}
8. Inicializar as variáveis

Online:

1. Montar $x(k)$, lendo as saídas, por exemplo
2. Montar R_{ref}
3. Montar $x_a(k)$
4. Calcular F
5. Calcular $F_{qp} = 2(F - R)^T Q_{YN} G$
6. Calcular $b_{qp} = \begin{bmatrix} 1_{Mp} \Delta u_{max} \\ -1_{Mp} \Delta u_{min} \\ 1_{Mp} [u_{max} - u(k-1)] \\ -1_{Mp} [u(k-1) - u_{min}] \\ 1_{Nq} y_{max} - F \\ F - 1_{Nq} y_{min} \end{bmatrix}$
7. Calcular $\Delta U = quadprog(H_{qp}, f_{qp}, A_{qp}, b_{qp})$
8. Obter $u(k) = u(k-1) + \Delta U(1, :)$
9. Aplicar $u(k)$ na planta
10. Incrementar k , esperar o tempo de processamento completar T_s e voltar ao passo 1 *Online*, até um critério de parada.

4 ESTUDO DE CASO: SSMPC APLICADO NA PLANTA HELICÓPTERO 2-DOF

Neste capítulo são expostos os resultados adquiridos neste trabalho utilizando a planta descrita no Capítulo 2 e o controlador descrito no Capítulo 3.

Tendo em vista que esta planta possibilita realizar vários estudos diferentes, com as variações SISO, MISO, MIMO, realiza-se primeiramente o controle do sistema SISO, sendo composto pelo motor de arfagem e da leitura da posição da arfagem. Após estes resultados, controla-se o sistema MISO, composto pelos motores de arfagem e guinada e a leitura da posição da guinada.

Após a execução das mudanças físicas na planta, constataram-se algumas dificuldades em controlar o sistema MIMO, devido possivelmente ao atrito gerado pela nova estrutura, ao modelo paramétrico não suficientemente representativo e à dinâmica da guinada não linear. Por esta razão não serão expostos tais resultados, mas apenas comentários e proposições para trabalhos futuros.

Após uma análise do tempo de acomodação e da constante de tempo da planta decidiu-se adotar um período de amostragem de 100ms.

4.1 SISO ARFAGEM

Neste caso, utilizando o modelo SISO mostrado no Capítulo 2 e aplicando o caso particular SISO ao controlador mostrado no Capítulo 3, onde $q_o = 1$ e $p_i = 1$, obtiveram-se os resultados mostrados nas Seções 4.1.1 e 4.1.2.

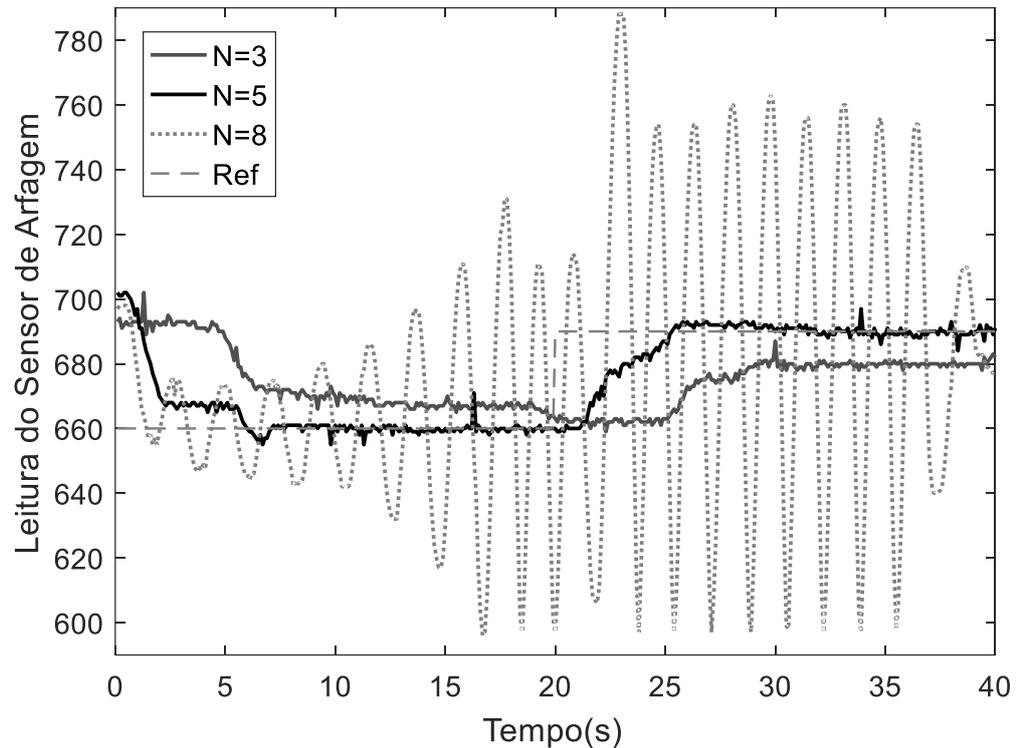
Os primeiros testes realizados mostraram-se muito oscilatórios. Devido principalmente a agressividade do sinal de controle, o sistema não convergia para uma determinada referência. É então proposta uma análise dos parâmetros N , ρ e R_{ref} através de múltiplos ensaios, onde ρ é o parâmetro que pondera os custos entre rastreamento e esforços de controle na função custo.

Para os ensaios definiu-se um ponto inicial de operação com parâmetros escolhidos conforme o desempenho de alguns testes anteriores.

4.1.1 Ensaios de sintonia do controlador

Nesta seção realizou-se três ensaios, o primeiro deles com o objetivo de encontrar o melhor valor para o horizonte de predição N , para isto fixaram-se os valores de $M = 1$ e $rho = 200$.

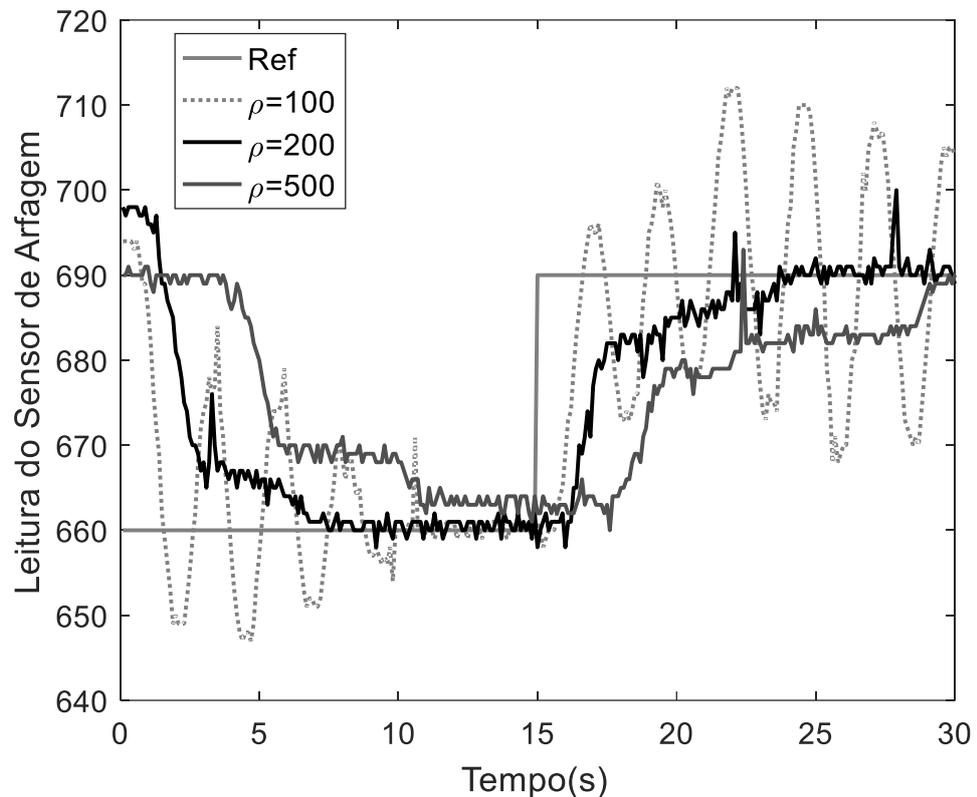
Figura 28: Ensaio de parâmetros para o horizonte N



Fonte: Próprio Autor

Com base nos resultados apresentados na Figura 28 conclui-se que horizontes de predição pequenos como $N=3$ não provocam a convergência para a referência, horizontes maiores como $N=8$ instabilizam o sistema, provocando oscilações e um horizonte intermediário como $N=5$ mostra um resultado satisfatório para a aplicação estudada. Tais resultados condizem com o fato de que o modelo de predição utilizado é uma simplificação linear do processo real, havendo descasamentos significativos.

O segundo ensaio tem como objetivo encontrar o melhor valor para o parâmetro ρ . Para isto fixaram-se os valores de $M = 1$ e $N = 5$, tendo em vista o ensaio anterior.

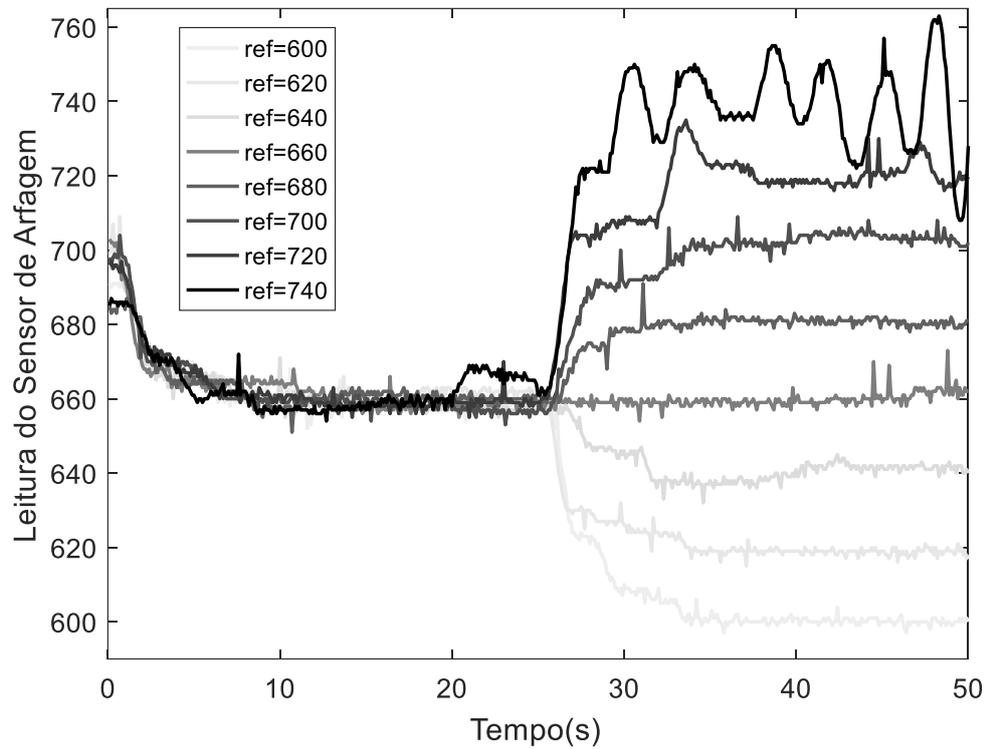
Figura 29: Ensaio de parâmetros ρ 

Fonte: Próprio Autor

Neste ensaio, mostrado na Figura 29, percebe-se que valores baixos de ρ provocam uma oscilação na saída, fazendo com que o sistema fique instável. Valores altos de ρ fazem com que a dinâmica se torne muito lenta, levando muito tempo para convergir para a referência e um valor médio como $\rho = 200$ resulta em um comportamento satisfatório.

Por fim, o terceiro e último ensaio de calibração tem como objetivo avaliar a excursão da referência. Para isto fixou-se uma referência inicial para o controlador de 660 e no instante 25s outra referência é dada, sendo este ensaio composto de 8 testes variando a segunda referência de 600 até 740. Para este ensaio os parâmetros escolhidos foram $M = 1, N = 5$ e $\rho = 200$, baseando-se nos ensaios anteriores.

Figura 30: Ensaio de excursão da referência



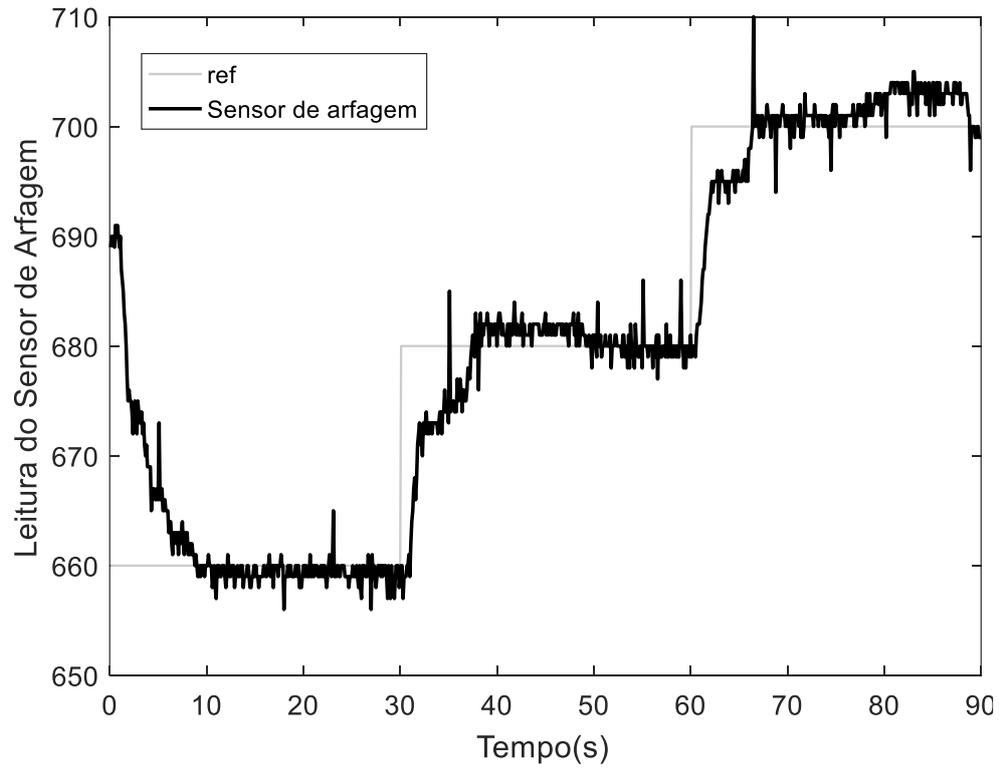
Fonte: Próprio Autor

Com base nos resultados mostrados na Figura 30 pode-se concluir que a partir de uma referência de 700 o controle se torna mais difícil. Isso pode ser confirmado segundo o manual de uma planta didática comercial do mesmo estilo [18], onde demonstra-se que a dificuldade aumenta gradualmente conforme o aumento do ângulo de arfagem, ou seja com referências maiores.

4.1.2 Resultados com o controlador obtido

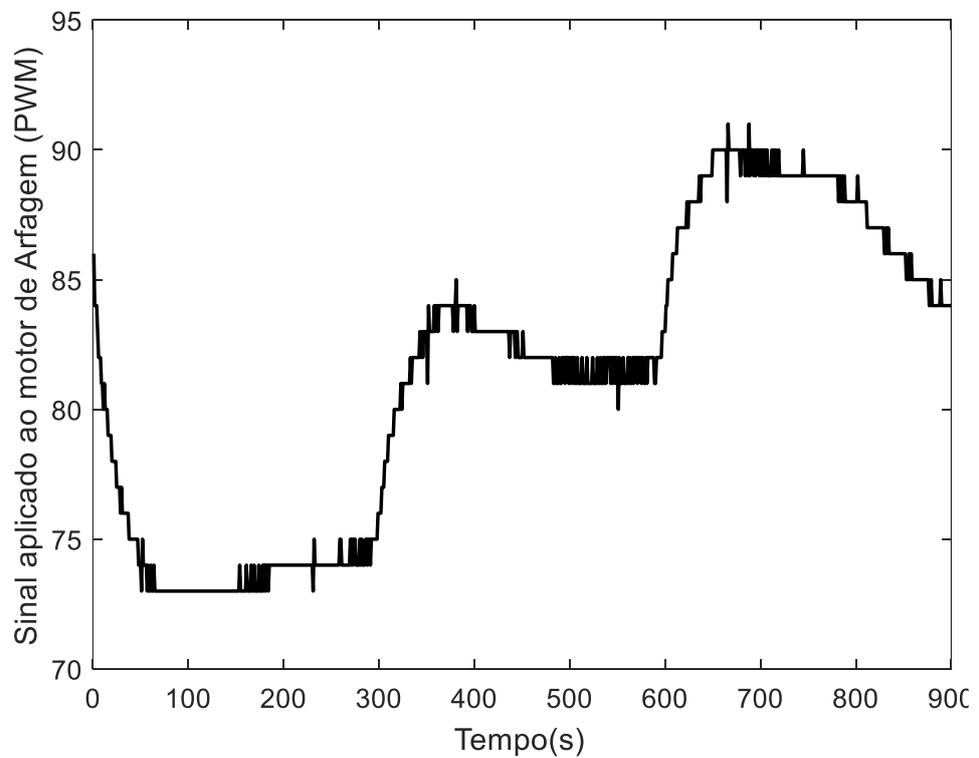
Utilizando a calibração dos parâmetros realizada na seção anterior apresenta-se nesta seção resultados experimentais do controlador projetado.

Figura 31: Resultado experimental SISO Arfagem – Saída



Fonte: Próprio Autor

Figura 32: Resultado experimental SISO Arfagem – Sinal de controle



Fonte: Próprio Autor

Com base nos resultados mostrados na Figura 31 e Figura 32, percebe-se que o controlador mostra um bom desempenho, convergindo para a referência, confirmando a calibração realizada.

4.2 MISO GUINADA

Para o controle da guinada é necessário atuar tanto no motor de arfagem quanto no motor de guinada, pois cada um faz o sistema girar em um dos sentidos. Considerando esta informação, para este caso será utilizado parte do modelo MIMO obtido no Capítulo 2 e o controlador obtido no Capítulo 3 com a particularidade de que a ponderação do erro de rastreamento da saída da arfagem é nula, ou seja, o controlador não levará em conta a saída da mesma. Além disso, foi implementada uma limitação física na planta que trava o ângulo de arfagem e mantém no ponto de operação onde o modelo foi retirado.

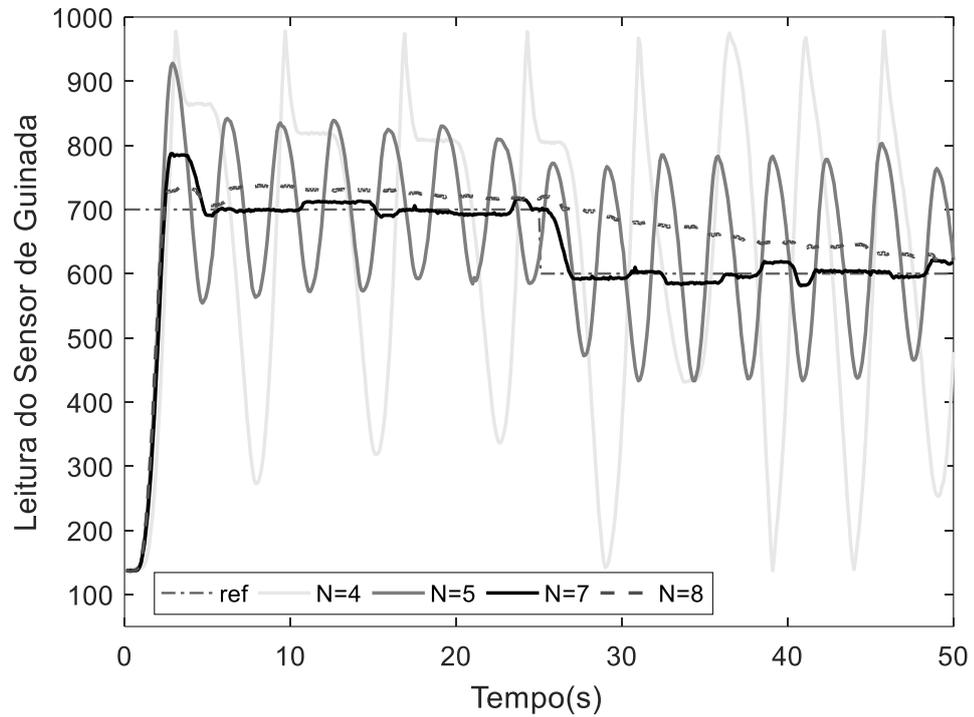
Realizando teste iniciais o sistema se mostrou muito instável, não sendo possível o seu controle. Buscando melhorar o desempenho adicionou-se restrições nos sinais de controle, tanto na excursão quanto na taxa de variação dos sinais de controle. Por fim, após alguns testes obtiveram-se resultados satisfatórios devido à restrição na excursão do sinal de controle, onde aplicaram-se valores distintos para cada motor, visto que o motor de guinada possui maior força que o motor de arfagem.

4.2.1 Ensaios de sintonia do controlador

Nesta seção realiza-se um estudo do sistema através de ensaios de parâmetros como N , M , q_u e de restrições na variação do sinal de controle.

O primeiro ensaio tem como objetivo encontrar o melhor valor para o horizonte de predição N , para isto fixaram-se os outros parâmetros com valores definidos anteriormente.

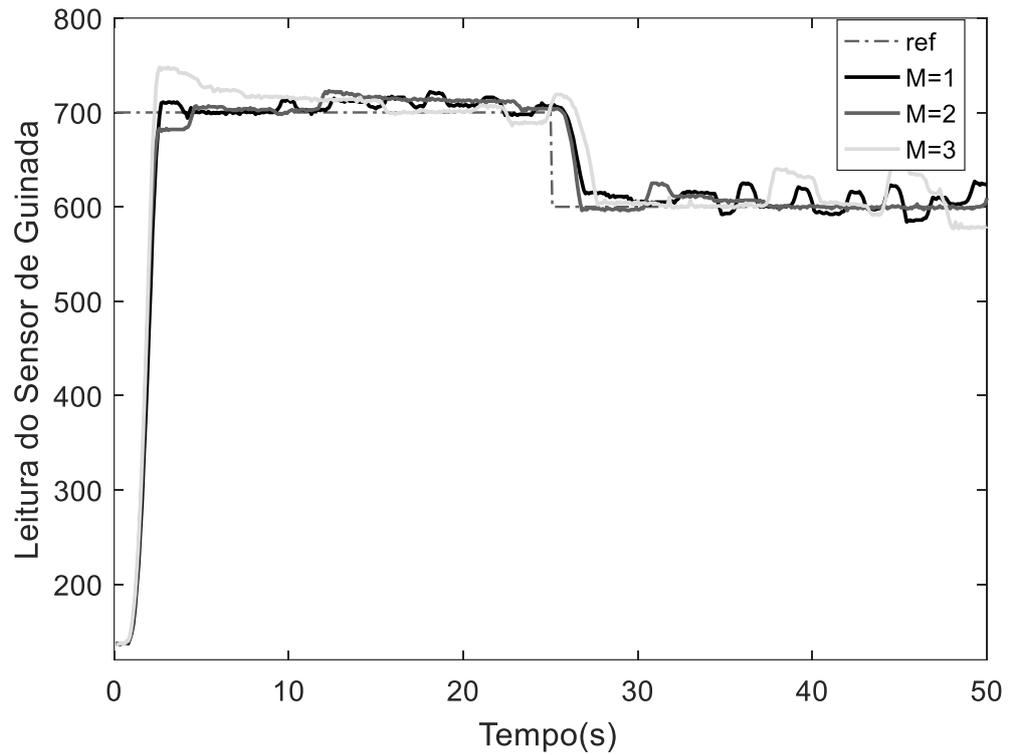
Figura 33: Ensaio de parâmetros para o horizonte N – MISO Guinada



Com o ensaio mostrado na Figura 33, percebe-se que horizontes de predição pequenos instabilizam a planta, horizontes um pouco maiores se tornam mais lentos e menos sensíveis a referência, fazendo com que pequenas convergências sejam mais difíceis. Já um horizonte intermediário, como $N = 7$, se mostra satisfatório.

O segundo ensaio, mostrado na Figura 34, tem como objetivo analisar a influência do horizonte de controle M no desempenho do controlador.

Figura 34: Teste de parâmetros M – MISO Guinada

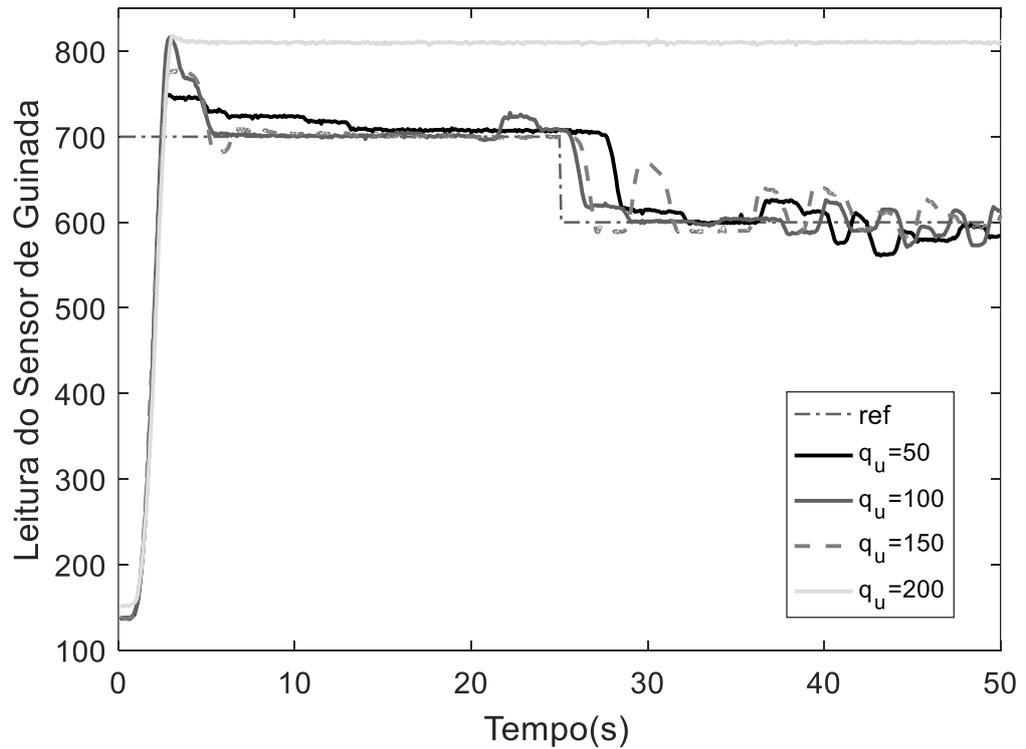


Fonte: Próprio Autor

Pode-se observar que o horizonte M não gera muitas mudanças no desempenho, porém dentre os valores expostos o horizonte $M = 2$, mostrou melhor desempenho, neste caso apresentando menos oscilações.

O terceiro ensaio, mostrado na Figura 35, tem como objetivo avaliar a ponderação entre rastreamento de saída e esforços nos sinais de controle, para este teste fixou-se $q_y = 1$ e variou-se q_u conforme mostra-se.

Figura 35: Teste de parâmetros q_u – MISO Guinada

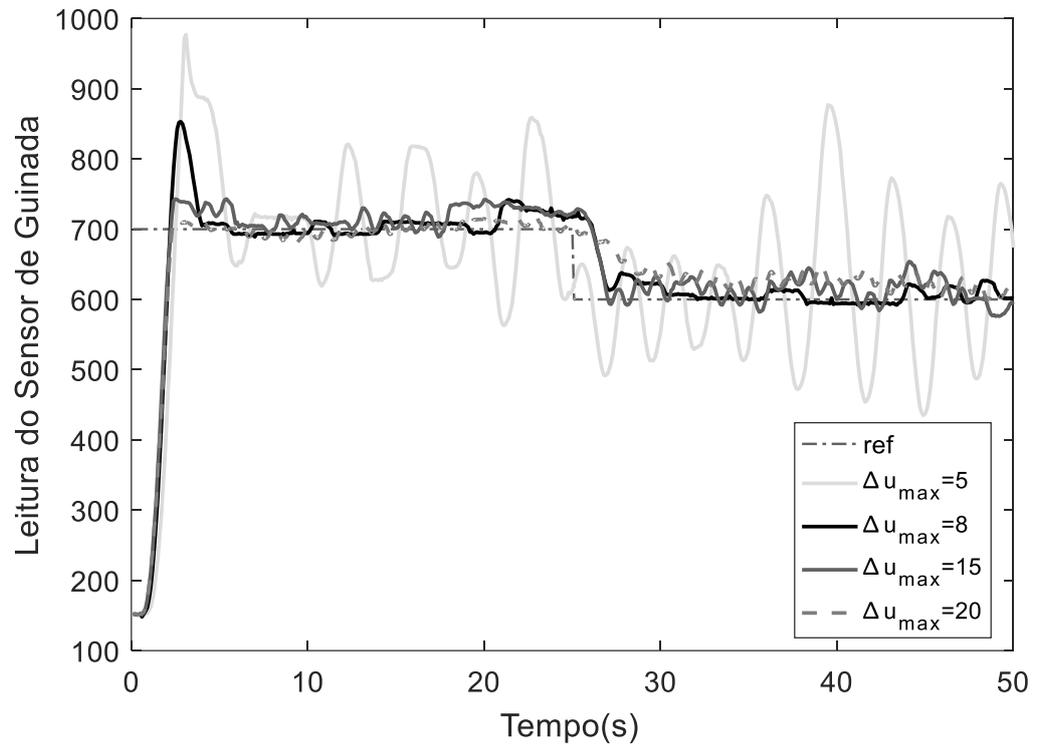


Fonte: Próprio Autor

Como utilizou-se restrição na excursão e na taxa de variação do sinal de controle, valores baixos de q_u não interferem significativamente na resposta, porém valores altos de q_u levam o sistema a não ter liberdade de atuar os seus motores de maneira rápida e fica impossibilitado de seguir a referência, causando travamentos ou grandes oscilações. Com base nos resultados observa-se que um valor de $q_u = 100$ se mostra satisfatório, convergindo corretamente para a referência e apresentando poucas oscilações.

O próximo ensaio, mostrado na Figura 36, tem como objetivo avaliar a restrição na variação do sinal de controle, onde para simplificação os dois motores são tratados de maneira igual, impondo as mesmas restrições, apesar dos motores possuírem potências diferentes.

Figura 36: Ensaio de excursão da restrição na variação do sinal de controle

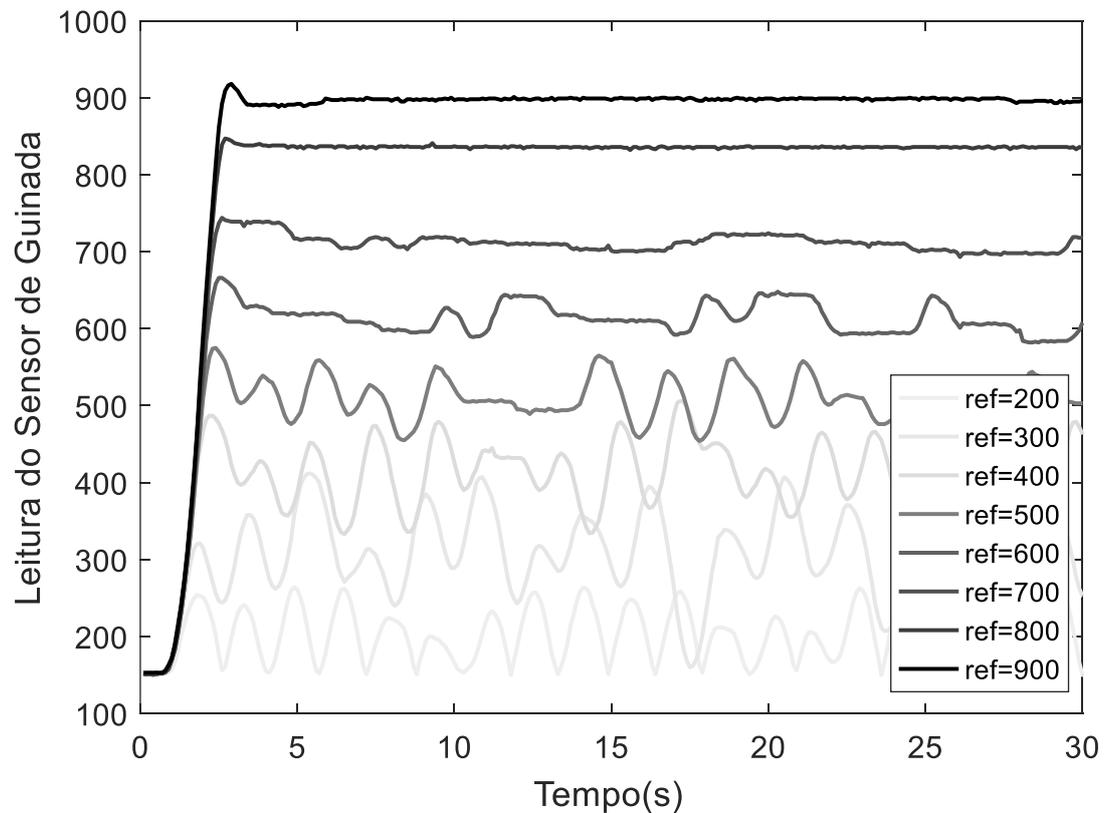


Fonte: Próprio Autor

Com os resultados obtidos, pode-se concluir que a restrição na variação do sinal de controle pode prejudicar o desempenho do sistema, pois quando aplicados valores baixos, este impossibilita uma resposta rápida às variações, levando a um comportamento oscilatório.

Por fim o quinto e último ensaio de calibração, mostrado na Figura 37, tem como objetivo avaliar a excursão da referência, sendo este ensaio composto de 8 testes variando a referência de 200 até 900. Para isso, os parâmetros escolhidos foram $M = 2$, $N = 7$, $q_u = 100$ e $\Delta u = 8$, sendo estes valores tirados dos ensaios anteriores.

Figura 37: Ensaio de excursão da referência MISO – Guinada



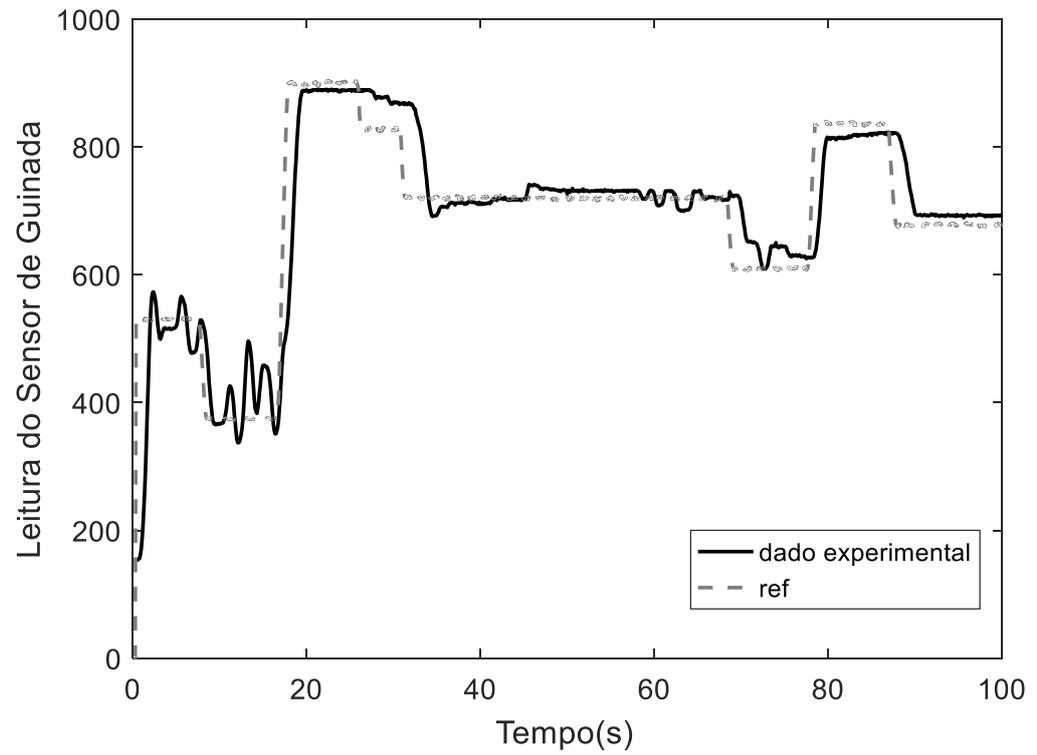
Fonte: Próprio Autor

Neste ensaio pode-se concluir que referências baixas são difíceis de controlar, se tornando oscilatórias e referências altas estão sujeitas a travamentos, pois durante a realização dos testes percebeu-se que a região entre 700 e 1000 é uma região que contém maior atrito em relação a região inferior a 600.

4.2.2 Resultados com o controlador obtido

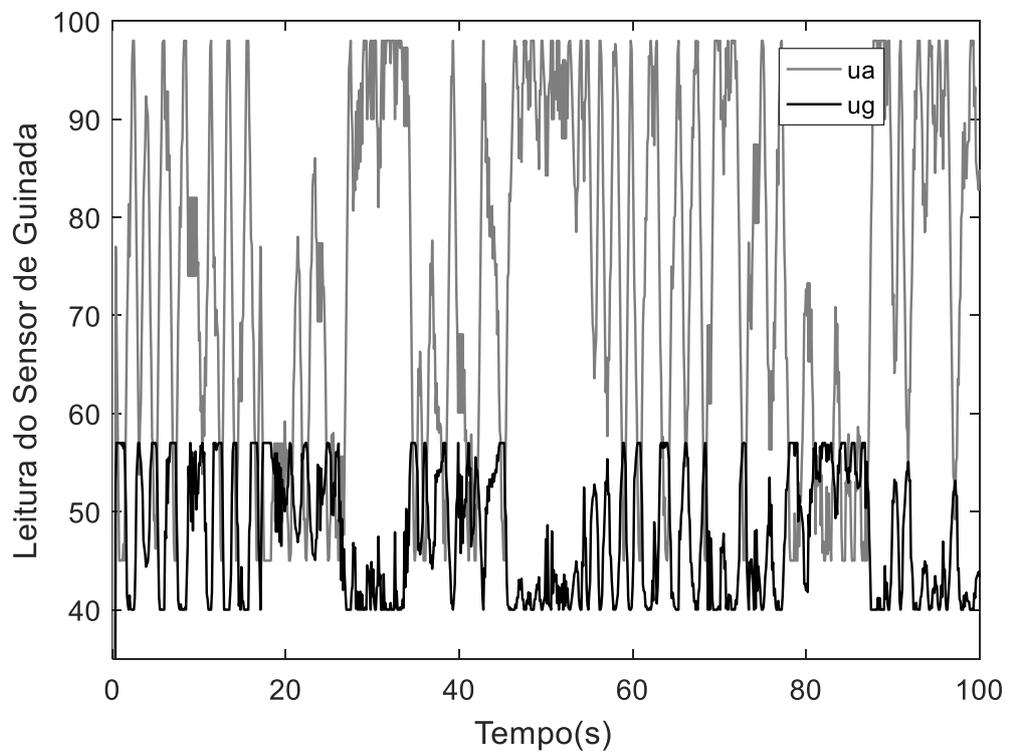
Tendo em vista os parâmetros levantados na calibração do controlador dado na seção anterior, nesta seção é apresentado um resultado experimental para análise do desempenho, onde a referência é adquirida através de um sinal analógico gerado por um potenciômetro externo adicionado ao sistema.

Figura 38: Resultados experimentais da saída MISO - Guinada



Fonte: Próprio Autor

Figura 39: Resultados experimentais dos sinais de controle MISO - Guinada



Fonte: Próprio Autor

Com base no resultado exposto na Figura 38, pode-se concluir que o controlador apresenta um desempenho bom, convergindo para a referência e sem grandes oscilações. Porém existe uma dependência da região em que a referência se encontra, pois referências baixas tendem a tornar o sistema oscilatório. Além disso, pode-se ver que pequenas variações na referência levam a travamentos, fazendo com que o sistema não tenha força suficiente para vencer o atrito e convergir para tal referência.

Deve-se considerar também que para este caso utiliza-se o modelo MIMO para controlar o sistema MISO. Isso pode significar que a dinâmica do movimento de arfagem que está sendo ignorada, pode estar provocando um descasamento do modelo com a planta real, gerando esta grande oscilação nos sinais de controle, como pode ser visto na Figura 39.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi realizado a melhoria e modelagem paramétrica de uma planta didática nomeada “Helicóptero 2-DOF”, juntamente com um estudo sobre SSMPC. Obtiveram-se resultados utilizando o sistema SISO, envolvendo a dinâmica de arfagem e também o sistema MISO que envolve a dinâmica de guinada.

Durante a melhoria na estrutura física da planta didática encontraram-se vários desafios, entre eles ressalta-se as modificações mecânicas, pois um simples acoplamento de eixo com potenciômetro pode gerar diversos problemas, visto que qualquer atrito mínimo gera grandes mudanças na dinâmica do movimento, levando a inserção de não linearidades.

Tinha-se como proposta inicial obter também resultados com o sistema MIMO, envolvendo tanto a dinâmica de arfagem como de guinada, porém com as mudanças físicas que levaram mais tempo que o planejado e a maior complexidade devido as não linearidades inseridas com a mudança do eixo de PVC para o eixo de alumínio, não foi possível obter resultados satisfatórios.

Entende-se com este trabalho que ter a disponibilidade de uma planta didática para estudo e aplicação de métodos diferenciados de controle, proporciona um aumento na qualidade do ensino em engenharia, visto que entre a teoria e a prática se encontram diversos obstáculos e desafios.

5.1 CONTRIBUIÇÕES

O presente trabalho gerou, dentro do seu contexto, as seguintes contribuições principais:

- Aperfeiçoamento de uma planta didática de baixo custo, tornando-a durável e robusta, para que possa ser inserida em laboratórios de pesquisa e ensino;
- Estudo detalhado de parâmetros do SSMPC aplicado a planta didática “Helicóptero 2-DOF”.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Dados os processos e resultados obtidos neste trabalho, sugere-se como trabalhos futuros os seguintes tópicos:

- Implantar proteções para as hélices da planta, fornecendo mais segurança aos usuários;
- Aperfeiçoar a base da planta, para evitar vibrações e desníveis;
- Fazer um estudo aerodinâmico referente a utilização de novas hélices;
- Criar roteiros de como utilizar a planta, para que os graduandos e pós-graduandos possam utilizá-la em seus trabalhos nas disciplinas;
- Realizar a modelagem fenomenológica da planta, para obter melhores resultados com os controladores;
- Aplicar métodos de controle não linear na planta;
- Verificar a viabilidade de implantação das alimentações dos motores por escovas e de envio dos sinais dos sensores via *Wireless*.

REFERÊNCIAS

- [1] BREGANON, R. **Controle de arfagem e guinada de um sistema de hélices paralelas**. Escola de Engenharia de São Carlos. São Paulo. 2009.
- [2] BO, A. P. L.; MIRANDA, H. H. F. **Concepção de uma plataforma experimental para estudo de controle de um modelo reduzido de helicóptero**. Universidade de Brasília. Brasília. 2004.
- [3] BELOLI, A. S. R.; MARIANA, S. M. C.; FLORÊNCIO, J. L. Construção de uma planta didática de baixo custo com dois graus de liberdade para aplicação de técnicas de controle. **Incitel**, 2013.
- [4] CASARA, V. P. **Helicóptero 2-Dof: Desenvolvimento e controle das malhas de arfagem e guinada por técnicas PI e LQR**. Universidade do Estado de Santa Catarina. Joinville. 2015.
- [5] BELOLI, A. S. R.; CAVALCA, M. S. M.; FLORÊNCIO, J. L. A 2DOF LOW COST CONTROL WORKSTATION FOR CONTROL. **22nd International Congress of Mechanical Engineering**, Ribeirão Preto - SP, Novembro 2013.
- [6] MACIEJOWSKI, J. M. **Predictive Control with Constraints**. Harlow: Prentice Hall, 2002.
- [7] MOTOR Brushless EMAX CF2805 - 2840 kva. **IFLY Eletric Hobby**. Disponível em: <<http://www.iflye.com.br/motor-brushless-emax-cf2805-2840-kva-pr-40-341339.html>>. Acesso em: 03 maio 2016.
- [8] MOTOR Brushless XA2212 - 980 KV. **IFLY Eletric Hobby**. Disponível em: <<http://www.iflye.com.br/motor-brushless-emax-xa2212-980-kv-pr-362-341339.html>>. Acesso em: 03 maio 2016.
- [9] SS Series 18-20A ESC. **HOBBYKING**. Disponível em: <http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__6457__Hobbyking_SS_Series_18_20A_ESC.html>. Acesso em: 03 maio 2016.
- [10] POTENCIÔMETRO Vishay SPECTROL 357. **PROESI**. Disponível em: <<http://proesi.com.br/componentes-eletricos/potenciometro-botao-e-knob/potenciometro-de-precisao-1-volta-sem-fim/potenciometro-spectrol-357-1-volta-sem-fim-10k.html>>. Acesso em: 03 maio 2016.
- [11] ARDUINO UNO. **EMBARCADOS**. Disponível em: <<http://www.embarcados.com.br/arduino-uno/>>. Acesso em: 12 maio 2016.
- [12] PRADO JR., A. **Controle Digital (Apostila)**. UDESC. Joinville. 1986.
- [13] CAVALCA, M. S. M. **Notas de Aula - Tópicos Especiais em Sistemas Eletroeletrônicos: Controle Preditivo**. UDESC. Joinville. 2016.

- [14] HEMERLY, E. M. **Controle por Computador de Sistemas Dinâmicos**. 2ª ed. ed. [S.l.]: [s.n.], 2000.
- [15] LOPES, R. V. **Modelagem e Controle Preditivo de um Helicóptero com Três Graus de Liberdade**. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos. 2007.
- [16] NEGRI, G. H. **Aplicação de métodos de controle preditivo baseado em modelo em um motor de corrente contínua sem escovas**. UDESC. Joinville. 2014.
- [17] QUADPROG. **MathWorks**. Disponível em: <<https://www.mathworks.com/help/optim/ug/quadprog.html>>. Acesso em: 18 novembro 2016.
- [18] FEEDBACK INSTRUMENTS. **Twin rotor MIMO system control experiments 33-949S**. Crowborough.
- [19] CAMPO, A. B. **Projeto e simulação de um controlador digital para um sistema aeroestabilizador**. Integração. São Paulo. 2007.
- [20] CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. **Model Predictive Control**. Londres: Springer-Verlag, 1999.