## UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA - DEE

ANDRÉ CEVINSKI

# ESTUDO E APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE SINTONIA PARA A TÉCNICA DMC

JOINVILLE - SC 2016

## ANDRÉ CEVINSKI

## ESTUDO E APLICAÇÃO DE MÉTODOS DE SINTONIA PARA A TÉCNICA DMC

Trabalho de Conclusão de Curso Apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Cantarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Mariana Santos Matos Cavalca

JOINVILLE - SC

#### RESUMO

Com a meta de se aprofundar na área de controle, o presente trabalho explora técnicas de controle preditivo ampliando as ferramentas dispostas aos acadêmicos da UDESC. Inicialmente, serão apresentados os conceitos básicos de controle preditivo baseado em modelo e simulações, com ênfase na estratégia de controle por matriz de dinâmica. Após a realização do estudo, será feita a simulação do comportamento do sistema mediante o emprego desta estratégia em conjunto com a influência do distúrbio. Então serão aplicadas as técnicas discutidas ao processo de pressão da mesa Festo (MPS-PA), bem como o emprego de distúrbios sobre o mesmo com o intuito de validá-las. Para garantir o sincronismo e a repetitividade dos experimentos, será feito uso da válvula proporcional para emular experimentalmente o distúrbio. Um dos focos principais do presente estudo será na análise de métodos formais de ajuste dos parâmetros do controlador.

**Palavras-chave:** Controle preditivo baseado em modelo, controle ótimo, controle por matriz de dinâmica, válvula proporcional, métodos formais de ajuste de parâmetros do controlador.

### ABSTRACT

With the goal of deepening in the control area, this paper explores predictive control techniques expanding the tools disposed to academics of UDESC. Initially, the basics of predictive control model and simulations will be presented with emphasis on dinamic matrix control. After the study, simulations will be done over the system behavior by the use of this strategy in conjunction with the disturbance influence. Then the techniques discussed will be applied on Festo's Compact Workstation (MPS-PA) pressure process as well as the disturbance over the same, in order to validate them. To assure the synchronism and repetitiveness of experiments, the proportionl valve will be used to emulate experimentally the disturbance. A major focus of this study is the analysis of formal methods of adjusting the controller parameters.

**Keywords:** Model Based Predictive Control, Optimal Control, Dinamic Matrix Control, proportional valve, formal methods for controller parameters adjustment.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Estratégia MPC	15
Figura 2 - Esquema básico MPC	16
Figura 3 - Exemplo de resposta ao degrau unitário	18
Figura 4 - Modelo do processo com perturbação	19
Figura 5 - Estação Compacta MPS-PA FESTO	29
Figura 6 - Diagrama do processo de pressão	
Figura 7 - Resposta do sistema em malha aberta	
Figura 8 - Resposta ao degrau dos sistemas de pressão real e estimado	
Figura 9 - Resposta ao degrau e tempo de acomodação do processo	35
Figura 10 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do mé	todo de
Shridhar & Cooper	
Figura 11 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do mé	todo de
Iglesias et al	
Figura 12 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do mé	todo de
Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1	37
Figura 13 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do mé	todo de
Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2	
Figura 14 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do mé	todo de
Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3	
Figura 15 - Função custo das simulações para $M = 2$	
Figura 16 - Função custo das simulações para $M = 2$ (sem Iglesias et al)	40
Figura 17 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Shridhar & Coop	er41
Figura 18 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Iglesias et al	42
Figura 19 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Bagheri & Khaki	-Sedigh
- Caso 1	42
Figura 20 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Bagheri & Khaki	-Sedigh
- Caso 2	43
Figura 21 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Bagheri & Khaki	-Sedigh
- Caso 3	43
Figura 22 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Shridhar & Coop	er44
Figura 23 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Iglesias et al	45

Figura 24 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh
- Caso 145
Figura 25 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh
- Caso 2
Figura 26 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh
- Caso 346
Figura 27 - Função custo para o método de Shridhar & Cooper47
Figura 28 - Função custo para o método de Iglesias et al48
Figura 29 - Função custo para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1
Figura 30 - Função custo para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2
Figura 31 - Função custo para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3
Figura 32 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Shridhar
& Cooper
Figura 33 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Iglesias et
al51
Figura 34 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 1
Figura 35 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 2
Figura 36 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 353
Figura 37 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Shridhar
& Cooper
Figura 38 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Iglesias et
al55
Figura 39 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 155
Figura 40 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 2
Figura 41 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 356
Figura 42 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula
proporcional para o método de Shridhar & Cooper57

Figura 43 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula	
proporcional para o método de Iglesias et al	58
Figura 44 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula	
proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1	58
Figura 45 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula	
proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2	59
Figura 46 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula	
proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3	59
Figura 47 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula	
proporcional para o método de Shridhar & Cooper	60
Figura 48 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula	
proporcional para o método de Iglesias et al	61
Figura 49 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula	
proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1	61
Figura 50 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula	
proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2	62
Figura 51 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula	
proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3	62

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resumo dos parâmetros obtidos pelos métodos de sintonia DMC	34
Tabela 2 - Integral da função custo em termos do horizonte de controle	40
Tabela 3 - Integral da Função Custo	50
Tabela 4 - Resumo das características dos métodos de sintonia estudados	63

## LISTA DE ABREVIAÇÕES

DMC	Controle por Matriz de Dinâmica
MIMO	Múltiplas Entradas e Múltiplas Saídas
MPC	Controle Preditivo baseado em Modelo
OPC	Vinculação e Incorporação de Objetos em Controle de Processos
SISO	Única Entrada e Única Saída
SLIT	Sistema Linear Invariante no Tempo

## LISTA DE SÍMBOLOS

u	Ação de controle passada
k	Instante atual
У	Saída passada
Ν	Horizonte de predição
ŷ	Saída predita
Μ	Horizonte de controle
r	Referência
û	Ação de controle predita
<i>u</i> *	Ação de controle ótima
J	Função custo
μ	Ponderação do erro de saída
ρ	Ponderação da ação de controle
Δû	Variação da ação de controle predita
Ŷ	Vetor de saídas preditas
R	Vetor de referências
ΔÛ	Vetor de variações da ação de controle predita
g	Resposta ao degrau
$\Delta u$	Variação da ação de controle passada
d	Distúrbio
N <sub>s</sub>	Número de amostras para atingir o tempo de acomodação do processo
$f_u$	Resposta livre do processo
G	Matriz de dinâmica
$F_u$	Vetor das respostas livres
Q	Matriz simétrica
x	Vetor solução
λ	Autovalores
θ	Termos de ordem superior da série de Taylor
$T_s$	Período de amostragem
K <sub>DMC</sub>	Ganho do DMC
$\Delta \hat{U}_c$	Vetor de variações críticas da ação de controle predita

$\Delta \hat{\mathrm{U}}^*$	Vetor de variações ótimas da ação de controle predita
Н	Função de transferência de primeira ordem com atraso
S	Parâmetro de frequência complexo
K <sub>p</sub>	Ganho da função de transferência de primeira ordem com atraso
θ	Atraso da função de transferência de primeira ordem com atraso
τ	Constante de tempo
d	Atraso discreto

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 HIPÓTESES	13
1.2 DIVISÃO DO TRABALHO	13
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO (MPC)	14
2.2 CONTROLE POR MATRIZ DE DINÂMICA (DMC)	16
2.2.1 Função Custo	16
2.2.2 Modelo de Predição	18
2.2.3 Minimização da Função Custo	22
2.3 SINTONIA DOS PARÂMETROS	26
2.3.1 Método de Shridhar e Cooper (1997)	26
2.3.2 Método de Iglesias et al. (2006)	27
2.3.3 Método de Bagheri e Khaki-Sedigh (2011)	28
3 ESTAÇÃO COMPACTA MPS-PA FESTO	29
4 ESTUDO DE CASO: PROCESSO DE PRESSÃO FESTO	31
4.1 LEVANTAMENTO DA PLANTA EM MALHA ABERTA	31
4.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA	33
4.3 RESPOSTA EM MALHA FECHADA	41
4.4 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO	44
4.5 FUNÇÃO CUSTO	47
4.6 RESPOSTA EM MALHA FECHADA COM DISTÚRBIO	50
4.7 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO COM DISTÚRBIO	54
4.8 RESPOSTA EM MALHA FECHADA COM DISTÚRBIO REALIZADO PELA VÁLVULA PROPORCIONAL	57
4.9 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO COM DISTÚRBIO REALIZADO PELA VÁLVULA PROPORCIONAL	60
4.10 RESULTADOS E DISCUSSÕES	63
5 CONCLUSÕES	64
5.1 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	64
5.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	65
REFERÊNCIAS	66
APÊNDICE A - M-FILE DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA	68

### 1 INTRODUÇÃO

Desenvolvido no fim da década de 70 [1], o controle preditivo baseado em modelo MPC (*Model-based Predictive Control*) é um conjunto de estratégias de controle baseado em controle ótimo em tempo real que, através de um horizonte finito de predição, faz uso explícito do modelo do processo visando minimizar uma função objetivo. Apesar de inicialmente ser destinado às indústrias petroquímicas e sistemas de potência [2], com o aumento da capacidade computacional o seu uso se difundiu em diversas áreas, como as indústrias alimentícias, metalúrgicas, papeleiras e até na medicina [2][3].

O MPC não é apenas uma única estratégia, mas sim um conjunto delas nas quais as ações de controle são obtidas de modo a otimizar em tempo real o comportamento futuro do processo, visando minimizar uma função custo que representa um compromisso entre o erro da saída comparada a um referencial e a energia gasta para a redução deste erro [1]. Tal comportamento é predito utilizando um modelo matemático representativo do processo.

A medida que novas observações da saída são feitas, as futuras ações de controle são atualizadas, ou seja, faz-se uso da realimentação. A cada novo período de amostragem, a otimização do comportamento do processo é recalculada. Esta estratégia é conhecida por horizonte retrocedente [1].

Dentre os fatores que levaram o MPC ao sucesso estão a capacidade de tratar restrições físicas e operacionais, a habilidade de tratar sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) e a capacidade de lidar com atrasos de transporte e sistemas de fase não-mínima [1].

Dentre as estratégias do MPC, uma das que mais se destacam devido à sua grande aceitação acadêmica e industrial é o controle por matriz de dinâmica DMC (*Dynamic Matrix Control*), desenvolvido por engenheiros da Shell, a qual detém sua patente [4]. Tal controlador tem como principais características o modelo linear baseado na resposta ao degrau, função custo quadrática em um horizonte de predição finito e a capacidade de rastreamento da função degrau e de rejeição de perturbações.

Dentro da presente instituição, trabalhos de conclusão de curso equivalentes já foram realizados como nos apresentados por Emmanuelle M. Arruda [5], Jéssica Kovalski [6] e Matheus Ungericht [7], porém parâmetros como os horizontes de predição e de controle e a ponderação de controle foram definidos empiricamente. No entanto, a dissertação desenvolvida por Aline Aguiar da Franca [8] apresenta e propõe métodos de ajuste para estes parâmetros aplicados a plantas similares à mesa Festo.

Desta forma, o que se propõe é a aplicação do estudo apresentado por [8] na mesa Festo (MPS-PA) [9] e avaliar os resultados obtidos, que se tornarão referência para futuros trabalhos realizados com MPC no departamento.

## 1.1 HIPÓTESES

Este trabalho tem por hipóteses os seguintes itens:

- Sistema Linear Invariante no Tempo (SLIT);
- Caso SISO (Single Input Single Output) sem restrições;
- Horizonte de predição finito;
- Sistema de primeira ordem;
- Uso do método DMC;
- Ajuste dos parâmetros (horizontes de modelo, de controle e de predição da saída e fator de ponderação de controle) através dos métodos apresentados por [8].

### 1.2 DIVISÃO DO TRABALHO

Este trabalho será dividido de forma que no Capítulo 2 será apresentada a revisão bibliográfica das técnicas de controle MPC com enfoque no método DMC, bem como os métodos formais de ajuste dos parâmetros. No Capítulo 3 será apresentada a estação compacta da Festo (MPS-PA). No Capítulo 4 será abordado o estudo de caso sobre o processo de pressão e por fim, no Capítulo 5 serão apresentadas as conclusões e as considerações finais.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O ato de controlar significa impor comportamento. Tipicamente, na área de controle, procura-se fazer com que uma variável controlada através de uma ação de controle tenda a seguir uma referência com o mínimo de erro e utilizando-se da menor energia possível para fazê-lo.

Neste capítulo será estudada a teoria de controladores preditivos, que teve seu início na indústria petroquímica, onde empresas com grande capital de investimento apresentam processos de dinâmica lenta, nas quais qualquer melhoria de desempenho ou redução de desperdício resultaria em uma grande economia.

#### 2.1 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO (MPC)

Para a compreensão do método MPC, são necessárias algumas definições preliminares. Fazendo-se uma analogia com a direção de um automóvel [1]: as ações de controle (u) passadas seriam o manuseio do volante, câmbio, freio, acelerador e embreagem em cada instante do passado até o momento atual (k). Já as saídas passadas (y) seriam as localizações passadas do automóvel dentro da trajetória percorrida. A partir do instante atual, deseja-se seguir uma referência, ou seja, manter-se na pista rumo ao destino. Dessa forma, o horizonte de predição (N) seria até onde a pista pode ser observada e assim as ações futuras de controle são pensadas com antecedência para manter-se nela, predizendo uma saída futura  $(\hat{y})$ . O horizonte de controle (M) é o quão longe se pode ou deseja pensar as ações futuras. Como não faz sentido pensar no controle do automóvel além do horizonte de predição (já que a trajetória da pista é desconhecida), em geral M < N. A primeira ação de controle é aplicada e, no instante de tempo seguinte, todo esse processo é realizado novamente com as novas informações obtidas mediante a observação do motorista. Dependendo do erro encontrado em sua predição, ele ajusta suas ações de controle para minimizá-lo. Além disso, com o deslocamento do veículo, um novo trecho do trajeto pode ser visualizado, o que faz com que o horizonte de predição se desloque até este novo alcance que, supondo ser de mesma dimensão que o anterior, se mantém. Por isto é conhecido por horizonte retrocedente. Estes conceitos são apresentados na Figura 1.



Figura 1 - Estratégia MPC

Fonte: [10].

Basicamente, o que esta estratégia propõe é que seja realizada a leitura dos sensores, seguida pela otimização da sequência de controle de acordo com uma função custo, um modelo de predição e restrições, para que então seja aplicada apenas a primeira ação de controle, e assim repetindo as etapas. Logo, serão elementos básicos a função custo, o modelo de predição, as restrições e o otimizador. A Figura 2 apresenta o esquema básico MPC, onde:

- r(k + i) é a trajetória de referência;
- ŷ(k + i|k) é a saída predita i passos a frente dada informações conhecidas em k;
- û(k + i − 1|k) é a ação de controle predita i − 1 passos a frente dada informações conhecidas em k;
- $u^*(k|k)$  é a ação de controle ótima.



Figura 2 - Esquema básico MPC

Fonte: Baseado em [1].

### 2.2 CONTROLE POR MATRIZ DE DINÂMICA (DMC)

Proposto em 1979 por Cutler e Ramaker, ambos engenheiros da Shell (a qual obteve a patente concedida em 1982 [4]), o modelo DMC (*Dynamic Matrix Control*) foi um dos primeiros estudados dentre as estratégias MPC e é um dos métodos mais aceitos no meio acadêmico e industrial. Caracteriza-se pela utilização de um modelo de convolução baseado na resposta ao degrau unitário do processo.

Neste trabalho, presume-se que o sistema seja SISO e linear invariante no tempo (SLIT). Nas próximas seções, serão discutidas a função custo, a predição e a minimização da função custo. O equacionamento exposto é baseado no desenvolvido em [1].

#### 2.2.1 Função Custo

A Função Custo (ou Função Objetivo) tem por meta levar a saída para uma dada referência utilizando um esforço adequado. Ela apresenta forma quadrática para o caso DMC e é dada pela seguinte expressão:

$$J[\hat{y}(k+1|k), \dots, \hat{y}(k+N|k), \Delta \hat{u}(k|k), \dots, \Delta \hat{u}(k+M-1|k)] =$$

$$= \sum_{1}^{N} \mu(i)(\hat{y}(k+i|k) - r(k+i))^{2} + \sum_{1}^{M} \rho(j)(\Delta \hat{u}(k+j-1|k))^{2}$$
<sup>(1)</sup>

onde:

- μ(i) ≥ 0 e ρ(j) > 0 são, respectivamente, as ponderações do erro de saída e da ação de controle, sendo parâmetros do projeto;
- r(k+i) é a trajetória de referência;
- ŷ(k + i|k) é a saída predita i passos a frente dada informações conhecidas em
   k;
- Δû(k + j|k) é a ação de controle incremental predita j passos a frente dada informações conhecidas em k.

Reescrevendo os termos dessa função em notação matricial, encontram-se:

Desta forma:

$$J(\Delta \hat{U}, \hat{Y}) = (\hat{Y} - R)^{T} \begin{bmatrix} \mu(1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mu(2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mu(N) \end{bmatrix} (\hat{Y} - R) + \\ +\Delta \hat{U}^{T} \begin{bmatrix} \rho(1) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho(2) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho(M) \end{bmatrix} \Delta \hat{U}$$
(3)

Para o sistema SISO é possível fazer a simplificação  $\mu(1) = \mu(2) = ... = \mu(N) = 1$ . Do mesmo modo, também é possível fazer  $\rho(1) = \rho(2) = ... = \rho(M) = \rho$ , pois o importante é a relação entre os dois parâmetros que realizam a ponderação entre o peso do termo referente ao erro da saída e o peso do termo referente à energia da ação de controle. Assim, a Função Custo fica reduzida a:

$$J(\Delta \hat{U}, \hat{Y}) = (\hat{Y} - R)^{T} (\hat{Y} - R) + \rho \Delta \hat{U}^{T} \Delta \hat{U}$$
(4)

Os termos  $\hat{Y}$ ,  $R \in \Delta \hat{U}$  são, respectivamente, a matriz de predição da saída, a matriz de referência e a matriz de ações de controle futuras. Como existe a dependência entre a matriz de predição da saída e a matriz de ações de controle futuras, a Função Custo fica sujeita ao modelo de predição.

### 2.2.2 Modelo de Predição

Assumindo que o processo seja estável, ao aplicar um degrau unitário u(k) na entrada do processo em malha aberta, o mesmo resultará em uma resposta ao degrau unitário g(n) em sua saída, conforme o exemplo mostrado na Figura 3, onde g(0) = y(0), ..., g(n) = y(n).



Figura 3 - Exemplo de resposta ao degrau unitário

Fonte: Próprio autor.

Dado que  $\Delta u(k) = u(k) - u(k - 1)$ , a saída do processo pode ser escrita baseada em um modelo de convolução:

$$y(k) = g(1)\Delta u(k-1) + g(2)\Delta u(k-2) + g(3)\Delta u(k-3) + \dots + g(n)\Delta u(k-n) \quad para \ n \to \infty$$
(5)

O que pode ser simplificado por:

$$y(k) = \sum_{n=1}^{\infty} g(n) \Delta u(k-n)$$
(6)

Finalmente a técnica DMC considera a existência de uma possível perturbação constante em sua saída, conforme mostrado na Figura 4.





Fonte: Baseado em [11].

Assim, a perturbação pode ser descrita como:

$$d(k) = y(k) - \sum_{n=1}^{\infty} g(n)\Delta u(k-n)$$
(7)

onde y(k) é medido pelo sensor. Com isto, pode-se realizar a predição um passo a frente, conforme mostrado a seguir:

$$\hat{\mathbf{y}}(k+1|k) = \sum_{n=1}^{\infty} g(n) \Delta \hat{u}(k+1-n|k) + d(k+1|k)$$
(8)

Como a perturbação é constante, pode-se assumir que d(k + 1|k) é simplesmente d(k). Substituindo então (7) em (8):

$$\hat{y}(k+1|k) = \sum_{n=1}^{\infty} g(n)\Delta\hat{u}(k+1-n|k) + y(k) - \sum_{n=1}^{\infty} g(n)\Delta u(k-n)$$
(9)

Expandindo o primeiro termo do primeiro somatório e verificando que os termos restantes dependem das ações de controle passadas, ao reorganizar (9), obtém-se que:

$$\hat{y}(k+1|k) = g(1)\Delta\hat{u}(k|k) + y(k) + \sum_{n=2}^{\infty} g(n)\Delta u(k+1-n) - \sum_{n=1}^{\infty} g(n)\Delta u(k-n)$$
(10)

Fazendo uma transformação de variável no primeiro somatório de (10), de modo que m = n - 1 e n = m + 1, encontra-se que:

$$\hat{\mathbf{y}}(k+1|k) = \mathbf{g}(1)\Delta\hat{u}(k|k) + \mathbf{y}(k) + \sum_{m=1}^{\infty} g(m+1)\Delta u(k-m) - \sum_{n=1}^{\infty} g(n)\Delta u(k-n) \quad (11)$$

Aglutinando ambos os somatórios dado em (11) em um único, resulta que:

$$\hat{y}(k+1|k) = g(1)\Delta\hat{u}(k|k) + y(k) + \sum_{j=1}^{\infty} (g(j+1) - g(j))\Delta u(k-j)$$
(12)

Como, para processos estáveis em malha aberta, g(j) tende para um valor constante para  $j > N_s$ , onde  $N_s$  é o número de amostras necessárias para atingir o tempo de acomodação do processo, tem-se que:

$$\hat{\mathbf{y}}(k+1|k) = \mathbf{g}(1)\Delta\hat{u}(k|k) + \mathbf{y}(k) + \sum_{j=1}^{N_s} (g(j+1) - g(j))\Delta u(k-j)$$
(13)

O termo  $f_u(k+1|k) = y(k) + \sum_{j=1}^{N_s} (g(j+1) - g(j))\Delta u(k-j)$  em (13) representa a resposta livre do processo. Este termo prediz a saída do processo devido às ações passadas e condições iniciais.

Expandindo a análise da predição para *i* passos a frente, é possível encontrar que:

$$\hat{\mathbf{y}}(k+i|k) = \sum_{n=1}^{i} g(n)\Delta\hat{u}(k+i-n|k) + f_u(k+i|k)$$
(14)

$$f_u(k+i|k) = y(k) + \sum_{n=1}^{N_s} (g(n+i) - g(n)) \Delta u(k-n)$$
(15)

Em forma matricial, considerando M = N:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1|k) \\ \hat{y}(k+2|k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N|k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(1) & 0 & \cdots & 0 \\ g(2) & g(1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g(N) & g(N-1) & \cdots & g(1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}(k|k) \\ \Delta \hat{u}(k+1|k) \\ \vdots \\ \Delta \hat{u}(k+N-1|k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_u(k+1|k) \\ f_u(k+2|k) \\ \vdots \\ f_u(k+N|k) \end{bmatrix}$$
(16)

onde:

Os termos  $\hat{Y}$ , G,  $\Delta \hat{U}$  e  $F_u$  são, respectivamente, a matriz de predição da saída, a matriz de dinâmica, a matriz das ações de controle futuras e a matriz das respostas livres.

Para o caso em que M < N, as ações de controle incrementais futuras para termos superiores a k + M - 1 são nulas, e portanto os termos das colunas superiores a M da matriz de dinâmica não irão interferir no resultado final. Assim, as matrizes podem ser reduzidas mantendo apenas os termos de interesse, resultando em:

$$\hat{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix}
g(1) & 0 & \cdots & 0 \\
g(2) & g(1) & \cdots & 0 \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
g(M) & g(M-1) & \cdots & g(1) \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
g(N) & g(N-1) & \cdots & g(N-M+1)
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix}
\Delta \hat{\mathbf{u}}(k|k) \\
\Delta \hat{\mathbf{u}}(k+1|k) \\
\vdots \\
\Delta \hat{\mathbf{u}}(k+M-1|k)
\end{bmatrix} + F_u$$
(18)

Para ambos os casos, o modelo de predição é descrito pela seguinte equação compacta:

$$\hat{\mathbf{Y}}(\Delta \hat{\mathbf{U}}) = G \Delta \hat{\mathbf{U}} + F_u \tag{19}$$

#### 2.2.3 Minimização da Função Custo

Para a minimização da Função Custo são necessários alguns conceitos básicos sobre matrizes definidas positivas/negativas. Para uma matriz Q pertencente aos reais e simétrica  $(Q_{n\times n} = Q^T), Q$  é definida positiva se, e somente se  $x^TQx > 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  tal que  $x \neq 0$ . Isto é equivalente a dizer que se os autovalores de Q são positivos ( $\lambda_i(Q) > 0$ ). Para o caso em que a matriz Q seja diagonal, basta que seus elementos da diagonal principal sejam maiores que zero. A notação Q > 0 indica que Q é definida positiva.

Similarmente, se  $x^TQx \ge 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  tal que  $x \ne 0$ , diz-se que Q é semidefinida positiva ( $Q \ge 0$ ). Se  $x^TQx < 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  tal que  $x \ne 0$ , diz-se que Q é definida negativa (Q < 0). Por fim, se  $x^TQx \le 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  tal que  $x \ne 0$ , diz-se que Q é semi-definida negativa ( $Q \le 0$ ).

Para que seja feita a minimização da Função Custo, é necessário entender as condições necessárias e suficientes para a existência de um ponto de mínimo. Supondo um J(x), onde  $x \in \mathbb{R}^n$  e  $J(x): \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ . Supondo que J(x) possa ser expandido em série de Taylor ao redor de um ponto  $x^*$  como:

$$J(x^* + dx) = J(x^*) + J_x^T(x^*)dx + \frac{1}{2}dx^T J_{xx}(x^*)dx + \vartheta$$
(20)

onde:

• 
$$J_x = \begin{bmatrix} \frac{\partial J}{\partial x_1} & \frac{\partial J}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial J}{\partial x_n} \end{bmatrix}^T$$
 é o gradiente da função  $J$ ;  
•  $J_{xx} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 J}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 J}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 J}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 J}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$  é a matriz hessiana de  $J$ ;

•  $\vartheta$  são os termos de ordem superior da série de Taylor.

Uma condição necessária para que  $x^*$  seja um ponto de mínimo é que  $x^*$  seja estacionário (ou ponto crítico), ou seja,  $J_x(x^*) = 0$ . Se  $x^*$  é ponto crítico, Então:

$$\Delta J = J(x^* + dx) - J(x^*)$$
(21)

Substituindo (20) em (21) e desprezando os termos de ordem superior:

$$\Delta J = J_x^T(x^*) dx + \frac{1}{2} dx^T J_{xx}(x^*) dx$$
(22)

Como  $J_x(x^*) = 0$ , encontra-se que:

$$\Delta J = \frac{1}{2} dx^T J_{xx}(x^*) dx \tag{23}$$

Por fim, ao redor do ponto  $x^*$ , qualquer ponto de  $J(x^* + dx)$  deve ser maior que  $J(x^*)$ para que este seja um ponto de mínimo, ou seja,  $\Delta J > 0$ . Logo, para que  $x^*$  seja ponto de mínimo:

$$\frac{1}{2}dx^{T}J_{xx}(x^{*})dx > 0$$
(24)

Em posse desse conhecimento, é possível agora aplicar estas definições na Função Custo sujeita ao modelo de predição. Substituindo então (19) em (4):

$$J(\Delta \hat{U}) = (G\Delta \hat{U} + F_u - R)^T (G\Delta \hat{U} + F_u - R) + \rho \Delta \hat{U}^T \Delta \hat{U}$$
(25)

Fazendo a multiplicação dos termos entre parênteses, encontra-se:

$$J(\Delta \hat{U}) = (G\Delta \hat{U})^{T} G\Delta \hat{U} + (G\Delta \hat{U})^{T} (F_{u} - R) + (F_{u} - R)^{T} G\Delta \hat{U} + (F_{u} - R)^{T} (F_{u} - R) + \rho \Delta \hat{U}^{T} \Delta \hat{U}$$
(26)

Fazendo-se uso da propriedade das transpostas, onde  $(AB)^T = B^T A^T$ , obtém-se:

$$J(\Delta \hat{U}) = \Delta \hat{U}^T G^T G \Delta \hat{U} + \Delta \hat{U}^T G^T (F_u - R) + (F_u - R)^T G \Delta \hat{U} + (F_u - R)^T (F_u - R) + \rho \Delta \hat{U}^T \Delta \hat{U}$$

$$(27)$$

Como *J* pertencente ao conjunto dos números reais, então *J* é um escalar. Logo, todos os seus termos da soma são escalares. Se  $\Delta \hat{U}^T G^T (F_u - R) = A$ , então  $(F_u - R)^T G \Delta \hat{U} = A^T$ . Sendo *A* um escalar, então  $A = A^T$  e portanto  $\Delta \hat{U}^T G^T (F_u - R) = (F_u - R)^T G \Delta \hat{U}$ . Sendo assim:

$$J(\Delta \hat{U}) = \Delta \hat{U}^T G^T G \Delta \hat{U} + 2(F_u - R)^T G \Delta \hat{U} + (F_u - R)^T (F_u - R) + \rho \Delta \hat{U}^T \Delta \hat{U}$$
(28)

Reorganizando a equação (28), encontra-se:

$$J(\Delta \hat{U}) = \Delta \hat{U}^T (G^T G + \rho I) \Delta \hat{U} + 2(F_u - R)^T G \Delta \hat{U} + (F_u - R)^T (F_u - R)$$
(29)

Para minimizar a função  $J(\Delta \hat{U})$ , primeiro é necessário avaliar os pontos em que  $J_x(x^*) = 0$ , ou seja, os pontos críticos. Fazendo a derivada matricial [12]:

$$\frac{dJ(\Delta \hat{U})}{d\Delta \hat{U}} = 2(G^T G + \rho I)\Delta \hat{U} + 2(F_u - R)^T G$$
(30)

No ponto crítico  $\Delta \hat{U}_c$  a derivada é zero, sendo assim:

$$(G^T G + \rho I) \Delta \hat{\mathbf{U}}_c = -(F_u - R)^T G$$
(31)

E assim, reorganizando os termos e isolando  $\Delta \hat{U}_c$ :

$$\Delta \hat{U}_{c} = (G^{T}G + \rho I)^{-1}G^{T}(R - F_{u})$$
(32)

Agora é necessário avaliar se o ponto crítico encontrado de fato é um ponto de mínimo, ou seja, se  $\Delta \hat{U}_c = \Delta \hat{U}^*$  (ponto ótimo). Fazendo a Hessiana, (que neste caso implica em derivar matricialmente uma segunda vez):

$$\frac{d^2 J(\Delta \hat{U})}{d\Delta \hat{U}^2} = 2(G^T G + \rho I)$$
(33)

Para que o ponto crítico encontrado seja um ponto de mínimo, a segunda derivada da função custo deve ser maior que zero. Como o fator multiplicativo é maior que zero e  $G^T G \ge 0$ , basta que  $\rho$ , que é um parâmetro do projeto, seja escolhido maior que zero para que  $\Delta \hat{U}_c = \Delta \hat{U}^*$ . Portanto, o controlador DMC é definido como sendo:

$$\Delta \hat{U}^* = (G^T G + \rho I)^{-1} G^T (R - F_u)$$
(34)

Para finalizar, alguns pontos são discutidos a seguir em termos do funcionamento do DMC [13]:

- devido à inversão matricial que deve ser resolvida a cada passo de amostragem, demanda alto custo computacional;
- o tempo de amostragem  $(T_s)$  deve representar harmoniosamente o comportamento dinâmico do processo (tipicamente de 5 a 10x menor que a constante de tempo do processo);
- se o processo possui atraso de transporte (z<sup>-d</sup>), então N deve englobar tal atraso (N > d);
- ρ determina a agressividade da ação de controle, sendo um ρ menor mais agressivo e um ρ maior mais conservativo;

- o termo  $(G^TG + \rho I)^{-1}G^T$  pode ser calculado *offline*, visto que depende apenas da resposta ao degrau unitário do processo em malha aberta e da escolha de  $\rho$ ;
- aplica-se apenas o primeiro elemento de  $\Delta \hat{U}^*$ , ou seja,  $\Delta \hat{U}^*(k|k) = K_{DMC}(R - F_u)$ , onde  $K_{DMC}$  é a primeira linha de  $(G^T G + \rho I)^{-1} G^T$ ;
- se  $R = F_u$ , então o sistema convergiu e  $\Delta \hat{U}^* = 0$ .

## 2.3 SINTONIA DOS PARÂMETROS

Conforme dito anteriormente, outros trabalhos na área de controle preditivo aplicados à mesa Festo já haviam sido elaborados na UDESC, porém nestes a sintonia dos parâmetros de projeto foi realizada empiricamente. Este trabalho conta com o diferencial da utilização de metodologias de obtenção desses parâmetros, apresentados na dissertação base [8] de autoria de Aline Aguiar da Franca.

A seguir serão discutidos resumidamente os três métodos clássicos de sintonia presentes na dissertação supracitada utilizados para a obtenção dos horizontes de predição (N) e de controle (M) bem como o fator de ponderação ( $\rho$ ).

#### 2.3.1 Método de Shridhar e Cooper (1997)

Basicamente, este método se utiliza de um modelo aproximado do processo como um sistema de primeira ordem com atraso de transporte. Com ele é possível realizar o rastreamento de um sinal obtendo baixo sobressinal.

Em primeiro lugar, se aproxima o processo em questão a um sistema de primeira ordem com atraso de transporte:

$$H(s) = \frac{K_p e^{-\theta s}}{(\tau s + 1)} \tag{35}$$

Em seguida, o período de amostragem  $T_s$  é escolhido (se possível) como o maior valor que satisfaça simultaneamente  $T_s \leq 0.1\tau$  e  $T_s \leq 0.5\theta$ . Então, o atraso de transporte discreto é calculado e aproximado para o próximo valor inteiro a partir da expressão:

$$d = \frac{\theta}{T_s} + 1 \tag{36}$$

Com o valor obtido por (36), calcula-se o horizonte de predição aproximado para o próximo valor inteiro à:

$$N = \frac{5\tau}{T_s} + d \tag{37}$$

Além disso, o horizonte de controle (*M*) é definido como sendo um valor inteiro de modo que  $1 \le M \le 6$ .

Por último, define-se o fator de ponderação como sendo:

$$\rho = \begin{cases} 0, & se \ M = 1\\ \frac{MK_p^2}{500} \left(\frac{3.5\tau}{T_s} + 2 - \frac{(M-1)}{2}\right), & se \ M > 1 \end{cases}$$
(38)

2.3.2 Método de Iglesias et al. (2006)

Este método foi desenvolvido baseado no método de Shridhar e Cooper (1997) como uma alternativa para um fator de ponderação mais confiável e menos agressivo. A partir de diversas simulações feitas por Iglesias et al., a equação que apresentou o valor ótimo dentre os critérios utilizados para avaliá-las foi:

$$\rho = 1,631 K_p \left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{0,4094} \tag{39}$$

Os outros parâmetros são calculados da mesma forma apresentada no método anterior.

#### 2.3.3 Método de Bagheri e Khaki-Sedigh (2011)

Este método utiliza a análise de variância em conjunto com uma regressão não-linear a partir do modelo linear do processo de primeira ordem com atraso de transporte para encontrar uma expressão de sintonia analítica para o DMC com baixa complexidade e precisa o bastante [8].

O fator de ponderação é o único parâmetro que se diferencia do primeiro método, e deve ser escolhido dentre 3 casos. O primeiro caso prioriza a minimização do erro de rastreamento. O terceiro caso prioriza a minimização do esforço de controle. O segundo caso estabelece um compromisso entre os dois anteriores. A seguir estão apresentados as três expressões para o fator de ponderação:

$$\rho = \begin{cases}
0,11K_p^2 \left(\frac{\theta}{\tau} + 0,94\right)^{0,15}, & para \ o \ caso \ 1 \\
0,84K_p^2 \left(\frac{\theta}{\tau} + 0,94\right)^{0,15}, & para \ o \ caso \ 2 \\
6,67K_p^2 \left(\frac{\theta}{\tau} + 0,94\right)^{0,15}, & para \ o \ caso \ 3
\end{cases} \tag{40}$$

Porém se  $d < \tau$ , então (40) pode ser simplificado como:

$$\rho = \begin{cases}
0,105K_p^2, & para \ o \ caso \ 1 \\
0,832K_p^2, & para \ o \ caso \ 2 \\
6,608K_p^2, & para \ o \ caso \ 3
\end{cases}$$
(41)

## 3 ESTAÇÃO COMPACTA MPS-PA FESTO

Neste trabalho, serão aplicados os métodos DMC apresentados para realizar o controle do processo de pressão da Estação Compacta MPS-PA FESTO, ilustrada na Figura 5 e presente no Laboratório de Controle de Processos da UDESC, sala E33.



Figura 5 - Estação Compacta MPS-PA FESTO

Fonte: [14].

A bancada possui como processos passíveis de controle: a temperatura, o nível, a pressão e a vazão. O processo de pressão foi o escolhido devido à sua dinâmica rápida em comparação com os demais processos.

Na Figura 6 é possível observar o diagrama do processo de pressão presente na Estação Compacta MPS-PA FESTO.



Figura 6 - Diagrama do processo de pressão

Fonte: [15].

Este processo utiliza a válvula proporcional V106 e a bomba centrífuga P101 como atuadores e realiza a medição da pressão da água através do sensor de pressão B103, presente no interior do tanque metálico B103. Quando a válvula proporcional for o atuador, a bomba estará saturada (10V) ou desligada (0V). A válvula V107 deve permanecer inicialmente fechada e pode ser utilizada como perturbação do sistema [15].

O *EasyPort* é um dispositivo eletrônico fornecido em conjunto com a bancada que realiza a comunicação da estação compacta com o *software Matlab*, utilizando o pacote OPC (*Object linking and embedding for Process Control*) *toolbox*. É através do *EasyPort* que a leitura e a escrita nas variáveis analógicas e digitais dos processos são realizadas.

Primeiramente é necessária a configuração do OPC *configuration* para que seja estabelecida a comunicação entre a estação compacta e o *Matlab*. Os blocos OPC *read* e OPC *write* realizam, respectivamente, a leitura das saídas da estação compacta e a escrita nas entradas dos atuadores da mesma. Os sinais analógicos são representados por números de 16 bits que correspondem valores de 0 a 32735, variando de 0 a 10V as tensões nos atuadores.

### 4 ESTUDO DE CASO: PROCESSO DE PRESSÃO FESTO

Para que seja realizado o DMC, segue-se um algoritmo de programação numérica que ordena a sequência de desenvolvimento do programa, dividindo-o em pequenas etapas de fácil compreensão. Estas etapas são agrupadas em dois blocos, sendo um executado *offline* e outro *online*.

Neste primeiro momento será apresentada e elaborada a parte *offline* do projeto, pois não requer a comunicação constante com o processo, dependendo apenas de sua função característica e da resposta ao degrau do mesmo em malha aberta. Com essas informações será realizada a simulação numérica em malha fechada para então prosseguir para a parte *online*.

#### 4.1 LEVANTAMENTO DA PLANTA EM MALHA ABERTA

Inicialmente foi realizado o levantamento do comportamento da planta em malha aberta. Para isso, configurou-se a comunicação com o *EasyPort* para adquirir os valores mensurados pelo computador. Utilizando o conhecimento levantado por Paulo C. Silva e Daniel S. Matos em seu artigo [16], verificou-se que o ponto de operação do sistema seria 7V.

O fluxo de água foi configurado para passar da bomba para as válvulas V103 e V108, que estão totalmente abertas, chegando na válvula V107 que está totalmente fechada. Através do programa desenvolvido no *Matlab* pelo Professor Antônio da Silva Silveira [17], leva-se o sistema para o ponto de operação, aplicando 7V na bomba por 15 segundos para deixá-lo em regime permanente, e passado este tempo é então aplicado 8V pelo mesmo período na bomba para verificar a resposta do sistema ao degrau unitário. A Figura 7 apresenta a resposta do sistema em malha aberta para um período de amostragem de 50ms. As legendas apresentadas nas figuras deste capítulo representam os valores de tensão lidos pelo sensor de pressão e os valores de tensão empregados na bomba.



Figura 7 - Resposta do sistema em malha aberta

Fonte: Próprio autor

O pico inicial de tensão no sensor de pressão após uma transição na tensão da bomba é presumido como sendo proveniente da transformação da energia cinética da água em energia potencial elástica do ar e novamente em cinética da água, visto que a coluna de água sobe e depois recua até um ponto de equilíbrio.

Através do *System Identification Toolbox* do *Matlab*, verificou-se inicialmente o sistema de primeira ordem com atraso:

$$G(s) = e^{-0.0214s} \frac{0.7055}{s + 0.6288}$$

Este modelo encontrado é a razão entre a tensão lida no sensor de pressão e a tensão aplicada na bomba. Como o atraso é pequeno, optou-se por desconsiderá-lo, e assim, repetiuse o processo de identificação sem o atraso e obteve-se a função de transferência da planta como sendo:

$$G(s) = \frac{0.6746}{s + 0.6003} \tag{34}$$

A Figura 8 apresenta a comparação da tensão do sensor de pressão do sistema real com a do sistema estimado, onde a semelhança entre os sistemas foi de 86,9% e o tempo de acomodação do sistema estimado foi de 6,55 segundos. A amplitude é dada em Volts.



Figura 8 - Resposta ao degrau dos sistemas de pressão real e estimado

Fonte: Próprio autor

## 4.2 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Para a construção da parte offline, inicialmente é necessário que seja conhecida a função característica do processo em questão. Obtida a função de transferência da planta, fechou-se a malha e aplicou-se cada um dos 5 métodos de ajuste do DMC em estudo. Para o caso do sistema de pressão da Estação Compacta MPS-PA FESTO, utilizou-se (34) reorganizada conforme mostrado:

$$G(s) = \frac{1,1226}{1,6641s+1} \tag{35}$$

Mediante a comparação de (35) com (27) é possível determinar os valores das incógnitas necessárias para a sintonia dos parâmetros do DMC pelos métodos supracitados. No caso,  $\theta = 0$ ,  $K_p = 1,1226$  e  $\tau = 1,6641$ . Como dito acima,  $T_s = 50ms$ .

Com esses dados consegue-se obter que, para os 5 métodos em estudo, d = 1 e N = 168, enquanto que o horizonte de controle foi escolhido como sendo M = 2.

Encontrados os valores para estes parâmetros pode-se então prosseguir para o cálculo do fator de ponderação. Por Sheridhar,  $\rho = 0,5948$ ; por Iglesias,  $\rho = 0$ ; para o caso 1 de Bagheri,  $\rho = 0,1323$ ; para o caso 2,  $\rho = 1,0486$ ; e por fim, para o caso 3,  $\rho = 8,3281$ . A Tabela 1 a seguir apresenta um resumo dos parâmetros obtidos pelos métodos de sintonia DMC.

Método de Sintonia	d	N	М	ρ
Sheridhar & Cooper (1997)	1	168	2	0,5948
Iglesias et al. (2006)	1	168	2	0
Bagheri & Khaki-Sedigh (2011) - Caso 1	1	168	2	0,1323
Bagheri & Khaki-Sedigh (2011) - Caso 2	1	168	2	1,0486
Bagheri & Khaki-Sedigh (2011) - Caso 3	1	168	2	8,3281

Tabela 1 - Resumo dos parâmetros obtidos pelos métodos de sintonia DMC

Fonte: Próprio autor.

Além disso, também é possível identificar a resposta ao degrau do processo, conforme mostra a Figura 9, e em conjunto com os parâmetros calculados montar a matriz G. A amplitude é dada em Volts.

Por fim, basta calcular o ganho  $K_{DMC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} (G^T G + \rho I)^{-1} G^T$  do controlador e definir k = 0 para fazer a inicialização das variáveis. Com isto, conclui-se a parte *offline* do algoritmo de simulação numérica do DMC.

A parte *online* do algoritmo consiste em ler os valores de y(k) e r(k), ou seja, o valor da saída e da referência atuais do processo. Com isto, monta-se a matriz R, onde r(k) é constante, ou seja, r(k + 1) = r(k). Após isso, calcula-se a matriz F a partir do somatório e do valor de y(k). Obtidas ambas as matrizes, aplica-se apenas o primeiro elemento de  $\Delta U$ , fazendo com que  $\Delta u(k) = K_{DMC}(R - F)$ , e assim  $u(k) = u(k - 1) + \Delta u(k)$ . Para finalizar, deve-se aguardar o término do período  $T_s$ , incrementar a variável k, fazendo-se k = k + 1 e por fim retornar ao início do algoritmo *online*. Opcionalmente, pode-se estipular um critério de parada, conforme a necessidade.



Figura 9 - Resposta ao degrau e tempo de acomodação do processo

Fonte: Próprio autor.

Para simular o comportamento *online*, fez-se uso do modelo da planta para encontrar o valor da saída por meio das ações de controle calculadas a cada instante de tempo, e assim encontrou-se os resultados apresentados nas Figuras 10 a 14. As unidades dos valores apresentados são dadas em Volts em função do tempo em segundos. O programa desenvolvido em *M-File* para realizar estas operações encontra-se no Apêndice A.




Fonte: Próprio autor.

Figura 11 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do método de Iglesias et al



Fonte: Próprio autor.





Fonte: Próprio autor.

Figura 13 - Saída, ação de controle e variação da ação de controle da simulação do método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2



Fonte: Próprio autor.





Fonte: Próprio autor.

Para este sistema, é possível verificar que em todos os métodos a saída converge para a referência, porém, nos métodos de Iglesias et al e no primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh a ação de controle excede a capacidade do atuador ser alimentado, visto que o ponto de operação está em 7V e a tensão máxima é 10V. Percebe-se também que o método de Iglesias et al converge abruptamente para a referência, o que resulta em uma ação de controle extremamente alta. Em contrapartida, o terceiro caso do método de Bagheri & Khaki-Sedigh é o que apresenta a menor ação de controle, porém é o que leva mais tempo para convergir. É válido notar que é possível estender o algoritmo DMC para tratar explicitamente das restrições do processo, entretanto este não foi o foco de estudo do presente trabalho.

Também pode-se verificar que o sistema consegue se recuperar de um distúrbio do tipo *offset* na saída, aplicado após passados 7,5 segundos, convergindo para a referência e validando a aplicação das técnicas DMC.

Porém, para avaliar qual o melhor método dentre os analisados, se faz necessária a análise da função custo em cada método. A Figura 15 apresenta as curvas da função custo de cada método. A função custo é adimensional e é apresentada em função do tempo, em segundos.



Figura 15 - Função custo das simulações para M = 2

Fonte: Próprio autor.

Para o caso em estudo, é possível verificar analiticamente que o método de Iglesias et al é o método mais ineficiente, pois é o que apresenta a maior área sob a curva da função custo, com um pico mais de cem vezes maior que os demais, suprimindo-os no gráfico. A Figura 16 apresenta a curva da função custo para os demais métodos (eliminando o supracitado) em função do tempo, em segundos.



Figura 16 - Função custo das simulações para M = 2 (sem Iglesias et al)

Fonte: Próprio autor.

Porém como nem sempre é tão clara a superioridade de um método sobre os outros, calculou-se a integral das curvas de todos os métodos para horizontes de controle variando entre 1 e 6. Os resultados estão expressados na Tabela 2.

	М						
Método de Sintonia	1	2	3	4	5	6	
Sheridhar & Cooper	7,7983	0,0068	0,0074	0,0033	0,0098	0,0222	
(1997)	$\times  10^{10}$	$\times  10^{15}$	$\times 10^{16}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	
Iglesias et al. (2006)	7,7983	6,7030	3,9993	1,2425	2,9817	6,0759	
	$\times  10^{10}$	$\times 10^{15}$	$\times 10^{16}$	$\times  10^{17}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	
Bagheri & Khaki-	7,8189	0,0425	0,0488	0,0184	0,0432	0,0807	
Sedigh (2011) - Caso 1	$\times  10^{10}$	$\times  10^{15}$	$\times 10^{16}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	
Bagheri & Khaki-	7,9632	0,0036	0,0061	0,0038	0,0134	0,0333	
Sedigh (2011) - Caso 2	$\times  10^{10}$	$\times  10^{15}$	$\times 10^{16}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	
Bagheri & Khaki-	9,1948	0,0018	0,0012	0,0005	0,0017	0,0048	
Sedigh (2011) - Caso 3	$\times 10^{10}$	$\times 10^{15}$	$\times 10^{16}$	$\times  10^{17}$	$\times 10^{17}$	$\times 10^{17}$	

Tabela 2 - Integral da função custo em termos do horizonte de controle

Fonte: Próprio autor.

Pela Tabela 2 percebe-se que, para a planta em estudo, o terceiro caso do método de Bagheri & Khaki-Sedigh é mais eficiente que os demais em todos os horizontes de controle, exceto em M = 1, onde os métodos de Sheridhar & Cooper e Iglesias et al são superiores (e iguais).

### 4.3 RESPOSTA EM MALHA FECHADA

Realizadas as simulações, iniciou-se a análise *online*. As respostas do sistema em malha fechada para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 17 a 21. Inicialmente o sistema é levado ao ponto de operação e aos 10 segundos é aplicado o controle, onde a referência a ser seguida é o degrau unitário.





Fonte: Próprio autor



Figura 18 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Iglesias et al

Figura 19 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1



Fonte: Próprio autor



# Figura 20 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2

Figura 21 - Resposta do sistema em malha fechada para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3



Fonte: Próprio autor

A partir dos gráficos é possível verificar que o sistema se comporta bem para todos os métodos menos o de Iglesias et al, o qual apresenta oscilação da ação de controle de amplitude muito intensa a cada período de amostragem, saturando a bomba em 10 e 0V. Os métodos de Shridhar & Cooper e os casos 2 e 3 do método de Bagheri & Khaki-Sedigh se assemelham bastante em termos de comportamento, apresentando uma ação de controle com maior *overshoot* para o de Shridhar & Cooper, resultando em uma resposta mais rápida, e um menor *overshoot* para o terceiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh, resultando em uma resposta mais lenta. O segundo caso de Bagheri & Khaki-Sedigh fica como sendo um meio termo entre os dois métodos. O primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh por sua vez apresenta uma ação de controle muito abrupta, saturando a bomba em 10V por alguns instantes porém com a resposta mais rápida.

#### 4.4 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO

As respostas ao degrau unitário do sistema para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 22 a 26. Nelas estão representadas a variação da ação de controle e a tensão de saída normalizada para o ponto de operação.





Fonte: Próprio autor



Figura 23 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Iglesias et al

Fonte: Próprio autor

Figura 24 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1



Fonte: Próprio autor





- Caso 2

Fonte: Próprio autor

Figura 26 - Resposta do sistema ao degrau unitário para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh

- Caso 3



Fonte: Próprio autor

A partir das figuras é possível constatar que todos os métodos levam a saída para a referência. Pela Figura 23 pode-se visualizar o motivo da alta excursão oscilatória da tensão na bomba para o método de Iglesias et al. Seu comportamento da variação da ação de controle apresenta característica oscilatória e alta amplitude, saturando a tensão na bomba. A discrepância entre a simulação e o comportamento real é devido aos métodos não tratarem restrições. Mesmo com a saída oscilando de forma intensa, a média da pressão para o método de Iglesias converge para a referência.

# 4.5 FUNÇÃO CUSTO

As funções custo do sistema para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 27 a 31. A função custo é adimensional e é dada em função do tempo, em segundos. Para melhor interpretar os dados, foi realizada a integral dos mesmos para encontrar o melhor método dentre os cinco. Os dados encontram-se na Tabela 3.





Fonte: Próprio autor



Figura 28 - Função custo para o método de Iglesias et al

Figura 29 - Função custo para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1



Fonte: Próprio autor



Figura 30 - Função custo para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2

Fonte: Próprio autor

Figura 31 - Função custo para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3



Fonte: Próprio autor

Métodos	Integral da Função Custo		
Shiridhar & Cooper	7,2805e+12		
Iglesias et al	3,9419e+16		
Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1	5,4355e+13		
Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2	3,8288e+12		
Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3	1,8698e+12		

Tabela 3 - Integral da Função Custo

Fonte: Próprio autor

Como é possível observar, o terceiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh é o que apresenta menor integral da função custo, e portanto é o melhor método dentre os cinco. Os resultados encontrados condizem com o simulado, com exceção do método de Iglesias et al, devido ao comportamento oscilatório.

Fez-se um estudo do tempo de execução do programa desenvolvido em cada iteração para horizontes de controle diferentes, porém verificou-se que o tempo de escrita do valor de tensão da bomba sempre foi maior e mais oscilante que o tempo de cálculo e de leitura da pressão juntos para o intervalo recomendado de horizonte de controle (1 a 6).

# 4.6 RESPOSTA EM MALHA FECHADA COM DISTÚRBIO

Para verificar que os métodos estão funcionando adequadamente, foi inserido um distúrbio através do fechamento em 50% da válvula V103. O sistema é levado ao ponto de operação, aplica-se o controle e após atingir o regime permanente é fechada manualmente a válvula. As respostas do sistema em malha fechada para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 32 a 36.



Figura 32 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Shridhar & Cooper

Figura 33 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Iglesias et







Figura 35 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2



Fonte: Próprio autor





Fonte: Próprio autor

Por inspeção é possível afirmar que todos os métodos se comportam bem após o distúrbio, inclusive o método de Iglesias et al, que apesar da ainda grande oscilação na ação de controle, manteve-se por menos tempo na saturação da bomba e conseguiu convergir para a referência com oscilação mínima em sua saída. No entanto, o primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh começou a oscilar antes de ser aplicado o distúrbio. Nenhuma alteração foi realizada no código e em todos os outros dias de teste ele funcionou sem este comportamento.

Entre os possíveis motivos para isto seriam as variações no modelo da planta por conta das mudanças de temperatura, já que as medições foram realizadas em dias distintos, e o não tratamento das restrições, pois há instantes em que a ação de controle atinge a saturação.

### 4.7 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO COM DISTÚRBIO

As respostas ao degrau unitário do sistema com distúrbio para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 37 a 41. Nelas estão representadas a variação da ação de controle e a tensão de saída normalizada para o ponto de operação.

Como é possível observar, após o distúrbio todos os métodos se recuperam, voltando à referência. A variação da ação de controle para os métodos de Iglesias et al e o primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh permanece oscilante, porém com intensidade menor após o distúrbio.

Havia também a possibilidade de provocar o distúrbio através da válvula V107, porém por mais cuidadoso ao abrir o mínimo possível esta válvula, ela ainda assim provocava um distúrbio muito grande.





#### Fonte: Próprio autor



Fonte: Próprio autor

Figura 39 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1



Fonte: Próprio autor





Khaki-Sedigh - Caso 2

Fonte: Próprio autor

Figura 41 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3



Fonte: Próprio autor

# 4.8 RESPOSTA EM MALHA FECHADA COM DISTÚRBIO REALIZADO PELA VÁLVULA PROPORCIONAL

Devido à falta de sincronismo no acionamento do distúrbio, decidiu-se também fazer a análise deixando a válvula V103 aberta em torno de 30% e a válvula proporcional V106 inicialmente aberta nos primeiros 20 segundos para atingir o regime permanente e, após tal período, ela é fechada. As respostas do sistema em malha fechada para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 42 a 46.

O distúrbio ocorre exatamente vinte segundos após o início do processo. Percebe-se que novamente todos os sistemas se comportaram bem, inclusive o de Iglesias que tem sido o mais problemático para esta planta, mantendo a ação de controle dentro da faixa de operação na maior parte do tempo. Novamente as respostas para os métodos de Iglesias e o primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh oscilaram quando operando sem distúrbio.

Figura 42 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula proporcional para o método de Shridhar & Cooper



Fonte: Próprio autor



Figura 43 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula proporcional para o método de Iglesias et al

Figura 44 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1



Fonte: Próprio autor





Figura 46 - Resposta do sistema em malha fechada com distúrbio provocado pela válvula proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3



Fonte: Próprio autor

# 4.9 RESPOSTA AO DEGRAU UNITÁRIO COM DISTÚRBIO REALIZADO PELA VÁLVULA PROPORCIONAL

As respostas ao degrau unitário do sistema com distúrbio realizado pela válvula proporcional para os cinco métodos estão representadas nas Figuras 47 a 51. Nelas estão representadas a variação da ação de controle e a tensão de saída normalizada para o ponto de operação.

Novamente, após o distúrbio realizado pela válvula proporcional todas as malhas avaliadas se recuperam, voltando à referência. A variação da ação de controle para os métodos de Iglesias et al e o primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh permanece oscilante, porém com intensidade próxima aos níveis de ruído. Um possível motivo para esta melhoria após o distúrbio seria o fato da capacidade de excursão negativa (0-7V) a partir do ponto de operação (7V) ser maior que a positiva (7-10V). Quando o distúrbio aplicado faz com que a saída se eleve acima da referência, a variação da ação de controle apresenta um pico negativo (o qual tem uma capacidade de excursão maior conforme constatado), e com uma ação de controle menos limitada pela saturação a saída se comporta com menor instabilidade.





Fonte: Próprio autor





Fonte: Próprio autor





Fonte: Próprio autor

Figura 50 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2



Fonte: Próprio autor

Figura 51 - Resposta do sistema ao degrau unitário com distúrbio realizado pela válvula proporcional para o método de Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3



Fonte: Próprio autor

#### 4.10 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Pelos resultados obtidos através do emprego dos cinco métodos de sintonia DMC, percebe-se que todos convergem para a referência, mesmo após a aplicação do distúrbio, o que valida os métodos. Porém os métodos de Iglesias et al e o primeiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh apresentam sinal de controle e resposta oscilatórios, saturando o sinal de controle.

Pela análise da função custo conclui-se que o terceiro caso de Bagheri & Khaki-Sedigh é método mais eficaz dentre os cinco para esta planta em específico com horizonte de controle M = 2 e que, dentre os que exibiram um resultado satisfatório, também estão inclusos o segundo caso de Bagheri & Khaki-Sedigh e Shridhar & Cooper.

Os resultados aqui discutidos encontram-se resumidos na Tabela 4.

	Shridhar & Cooper	Iglesias et al	Bagheri & Khaki-Sedigh	Bagheri & Khaki-Sedigh	Bagheri & Khaki-Sedigh
	1		- Caso 1	- Caso 2	- Caso 3
Converge?	Sim	Sim	Sim	Sim	Sim
Oscila?	Não	Sim	Sim	Não	Não
Satura?	Não	Sim	Sim	Não	Não
Resultado Satisfatório?	Sim	Não	Não	Sim	Sim
Melhor Função Custo?	Não	Não	Não	Não	Sim

Tabela 4 - Resumo das características dos métodos de sintonia estudados

Fonte: Próprio autor

# **5 CONCLUSÕES**

No decorrer deste trabalho foram realizados estudos sobre as estratégias de controle preditivo baseado em modelo com ênfase no controle DMC. Inicialmente um estudo dirigido foi realizado sobre a teoria do MPC com o intuito de compreender a sua origem e a formulação matemática envolvida na estratégia DMC. Também foi estudado a aplicação de técnicas de sintonia de parâmetros bem como o desenvolvimento de programas para a simulação das mesmas.

Obtida a carga teórica necessária, realizou-se a parte prática sobre o processo de pressão da estação compacta MPS-PA Festo, por meio da comunicação através do OPC *toolbox*. Através de diversos testes, constatou-se que o sistema acomoda perturbações, conforme estudado na formulação teórica. Além disso, verificou-se a eficácia dos métodos de sintonia de parâmetros, analisando os sinais de controle e de saída, bem como a integral da função custo de cada método para levantar os resultados obtidos.

Devido à falta de sincronismo no uso manual das válvulas para aplicar o distúrbio sobre o sistema, decidiu-se por utilizar a válvula proporcional para este fim, de modo a assegurar o sincronismo e a repetitividade na aplicação e estudo de cada método de sintonia DMC. Vale ressaltar que ninguém havia acionado tal válvula antes por *Matlab* no Grupo de Controle de Sistemas da UDESC.

Também foram levantadas hipóteses com relação aos problemas de oscilação encontrados em dois dos métodos estudados e conclusões a respeito do método mais indicado para o emprego no sistema em estudo.

## 5.1 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Dentre as contribuições deste trabalho destacam-se:

- A aplicação de estratégia de controle preditivo na UDESC;
- A aplicação da sintonia de parâmetros sobre o processo de pressão da mesa Festo;
- A utilização da válvula proporcional para a produção de distúrbio no sistema;
- O desenvolvimento em M-File de programas e ensaios em tempo real na mesa Festo por meio do ambiente de programação *Matlab*.

# 5.2 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Indica-se para a continuidade deste trabalho:

- A aplicação de métodos de controle robustos como o controle adaptativo para assegurar a estabilidade da planta e evitar respostas oscilatórias;
- A aplicação da estratégia SISO com restrições;
- A aplicação da sintonia de parâmetros sobre outros processos da bancada compacta MPS-PA Festo.

# REFERÊNCIAS

[1] CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control . Spring-Verlag, London, UK, 1999.

[2] SANTOS, José E. S. dos. Controle Preditivo Não-Linear para Sistemas de Hammerstein. 2007. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

[3] QIN, S. J. & BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. Control Engineering Practice, v. 11, 2003.

[4] SHELL OIL COMPANY. PRETT, David; RAMAKER, Brian; CUTLER, Charles. **Dynamic Matrix Control Method.** US4349869 A, 14 set. 1982.

[5] ARRUDA, Emmanuelle M. **Estudo e Aplicação de Técnicas de Controle Preditivo Baseado em Modelo.** 2012. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2012.

[6] KOVALSKI, Jéssica. Análise e Estudo de Técnicas Sobre o Controle Preditivo Generalizado. 2014. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2014.

[7] UNGERICHT, Matheus. Controle Preditivo Baseado em Modelos com Enfoque no Atuador. 2013. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2013.

[8] FRANCA, Aline A. da. Controle Preditivo DMC: Projetos e Simulações nas Formas Linear e Não-Linear Baseada no Modelo de Hammerstein. 2012. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

[9] HELMICH, J; ADIRO. Manual da Festo. 2008.

[10] SEBORG, Dale E. et al. Process Dynamics and Control. 3. ed. USA, 2011.

[11] MACIEJOWSKI, J. M. **Predictive Control with Constraints.** Prentice Hall, Harlow, England, 2002.

[12] PETERSEN, K. B.; PETERSEN, M. S. The Matrix Cookbook. Technical University of<br/>Denmark,<br/><http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/views/edoc\_download.php/3274/pdf/imm3274.pdf>. Acesso<br/>em: 23 Out. 2015.

[13] CAVALCA, Mariana Santos Matos. **Notas de aula de Teoria de Controle Preditivo**. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville. Trabalho não publicado.

[14] **MPS-PA Compact Workstation with level, flow rate, pressure and temperature control systems.** Disponível em: < http://www.festo-didactic.com/int-en/learning-systems/process-automation/compact-workstation/mps-pa-compact-workstation-with-level,flow-rate,pressure-and-temperature-controlled-systems htm?fbid=aW501 mVu1 iU1Nv4xNv4xOC44ODluNDM3Ng> Accesso em 15 out

systems.htm?fbid=aW50LmVuLjU1Ny4xNy4xOC44ODIuNDM3Ng>. Acesso em 15 out. 2015.

[15] PROGRAMA DE EDUCAÇÃO TUTORIAL - PET. Joinville: Universidade do Estado de Santa Catarina. Disponivel em: <a href="http://dl.dropboxusercontent.com/u/3139031/documentos/Lab\_SIC\_2\_Levantamento\_do\_M">http://dl.dropboxusercontent.com/u/3139031/documentos/Lab\_SIC\_2\_Levantamento\_do\_M</a> odelo\_Matematico.pdf>. Acesso em: 17 Out. 2015.

[16] SILVA, Paulo C. et al. **Projeto de um Controlador Adaptativo Aplicado à Estação MPS-PA da FESTO no Sistema de Pressão.** Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, Set. 2014.

[17] SILVEIRA, Antonio da Silva. Arquivos prof. Antonio FESTO. Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville. Trabalho não publicado.

# APÊNDICE A - M-FILE DA SIMULAÇÃO NUMÉRICA

```
clear all
%Apaga todas as variáveis;
close all
%Fecha todas as janelas;
clc
%Limpa a janela de comandos;
%Definindo a Função de Transferência do Sistema de Pressão da Mesa Festo
Ts=0.05;
%Define o período de amostragem Ts;
z=tf('z',Ts);
%Declara a variável da transformada Z;
H=0.03323/(z-0.9704);
%Declara a função de transferência discreta H do processo;
%Obtendo os Parâmetros da Função de Tranferência Contínua
[a,p,k] = zpkdata(d2c(H));
%Converte a função discreta H para contínua e obtém seu ganho, polos e
zeros;
Kp=k/-p\{1\};
%Ganho do processo aproximado a um sistema de primeira ordem com atraso;
Tal=1/-p{1};
%Constante de tempo do sistema de primeira ordem com atraso;
Teta=0;
%Atraso do sistema de primeira ordem com atraso;
%Resposta ao Degrau
s=tf('s');
%Declara a variável da transformada de Laplace;
Hs=Kp/(Tal*s+1);
%Declara o processo aproximado a um sistema de primeira ordem com atraso;
Hres=step(H);
%Obtenção da resposta ao degrau unitário do processo discreto;
step(Hs)
%Obtenção da resposta ao degrau unitário do processo aproximado;
hold
%Mantém o gráfico na figura;
stem([0:0.05:10.3], Hres, 'r', 'MarkerSize', 1)
%Plota na mesma figura a resposta ao degrau unitário do processo discreto;
xlim([0 10.35])
%Tempo de Acomodação
i=size(Hres,1);
%Obtém a posição do termo já acomodado;
Ns=0;
%Define um valor inicial para o número de períodos de tempo de acomodação
Ns;
perc error=100;
%define o erro percentual inicial como sendo 100%;
while perc error>2
%Incrementa-se Ns e calcula-se o erro percentual em cada periodo de
    Ns=Ns+1;
%amostragem até que o erro percentual seja menor ou igual a 2%, encontrando
    perc error=(Kp-Hres(Ns))*100/Kp;
%assim o número de períodos de tempo Ns necessários para a acomodação;
end
```

%Definindo a Matriz G d=ceil(Teta/Ts+1); %Define o atraso de transporte discreto d arredondado para o próximo inteiro; Np=ceil(5\*Tal/Ts+d); %Define o horizonte de predição Np arredondado para próximo valor inteiro; M=2; %Define o horizonte de controle M; for i=1:Np gaux(i) = Hres(i+1);%Define um vetor auxiliar com os valores da resposta ao degrau de tamanho Np; end col=gaux(1:Np); %Define a primeira coluna de G; row=[gaux(1) zeros(1,Np-1)]; %Define a primeira linha de G; G=toeplitz(col,row); %Calcula a matriz de diagonais constantes G; G=G(:,1:M); %Trunca o número de colunas da matriz G como sendo igual à M; %Método de Shridhar & Cooper (1997) Nm sc i=Np; %Define o horizonte de modelo igual ao de predição para os métodos de SC e I; if M==1 Ro sc=0; else Ro sc=(M\*Kp^2/500)\*(3.5\*Tal/Ts+2-(M-1)/2); %Define o fator de ponderação do método SC; end Kdmc sc=[1 zeros(1, length(G'\*G)-1)]/(G'\*G+Ro sc\*eye(size(G'\*G)))\*G';%Calcula o ganho Kdmc para o método SC; %Método de Iglesias et al. (2006) Ro i=1.631\*Kp\*(Teta/Tal)^0.4094; %Define o fator de ponderação do método I; Kdmc i=[1 zeros(1,length(G'\*G)-1)]/(G'\*G+Ro i\*eye(size(G'\*G)))\*G'; %Calcula o ganho Kdmc para o método I; %Método de Bagheri & Khaki-Sedigh (2011) Nm bk=ceil(10\*Tal/Ts+d); %Calcula o horizonte de modelo para o método de BK; if d<Tal Ro bk1=0.105\*Kp^2; Ro bk2=0.832\*Kp^2; Ro bk3=6.608\*Kp^2; else %Define o fator de ponderação do método BK para: Ro bk1=0.11\*Kp^2\*(Teta/Tal+0.94)^0.15; %Caso 1 - Ênfase no erro de rastreamento; Ro bk2=0.84\*Kp^2\*(Teta/Tal+0.94)^0.15; %Caso 2 - Meio termo; Ro bk3=6.67\*Kp^2\*(Teta/Tal+0.94)^0.15; %Caso 3 - Ênfase no esforço de controle;

end

Kdmc bk1=[1 zeros(1,length(G'\*G)-1)]/(G'\*G+Ro bk1\*eye(size(G'\*G)))\*G'; %Calcula o ganho Kdmc para o método BK - Caso 1; Kdmc bk2=[1 zeros(1,length(G'\*G)-1)]/(G'\*G+Ro bk2\*eye(size(G'\*G)))\*G'; %Calcula o ganho Kdmc para o método BK - Caso 2; Kdmc bk3=[1 zeros(1,length(G'\*G)-1)]/(G'\*G+Ro bk3\*eye(size(G'\*G)))\*G'; %Calcula o ganho Kdmc para o método BK - Caso  $\overline{3}$ ; RO=[Ro sc; Ro i; Ro bk1; Ro bk2; Ro bk3]; %Define a matriz dos fatores de ponderação; KDMC=[Kdmc sc; Kdmc i; Kdmc bk1; Kdmc bk2; Kdmc bk3]; %Define a matriz dos ganhos Kdmc; %Cálculo da Referência R = ones(Np, 1);%Define a referência a ser seguida; %Inicialização dos Parâmetros F=zeros(Np,5); %Define como começando em zero: a resposta livre F do sistema nos 5 casos; du passados=zeros(Ns,5); %os valores passados dos esforços de controle nos 5 casos; yp(1,1:5)=zeros(1,5); %as saídas preditas do sistema nos 5 casos; ym(1,1:5)=zeros(1,5); %as saídas medidas do sistema nos 5 casos; uk(1,1:5)=zeros(1,5); %as ações de controle nos 5 casos; J(1,1:5) = zeros(1,5);%as funções custo nos 5 casos; IJ(1,1:5) = zeros(1,5);%as integrais das funções custo nos 5 casos; tm(1) = 0;%e o vetor de tempo; **for** j=1:5 %Para cada caso [(j=1)=SC (j=2)=I (j=3)=BK1 (j=4)=BK2 (j=5)=BK3]: k=0; %Define o indexador k iniciando em zero; while k<300 %Enquanto k for menor que 300: tic; %Cálculo da Resposta Livre for i=1:Np if i<Ns gn=[gaux(i+1:Ns)';gaux(Ns)\*ones(i,1)]; else gn=gaux(Ns)\*ones(Ns,1); end F(i,j)=ym(k+1,j)+(gn-gaux(1:Ns)')'\*du\_passados(:,j); %Recalcula a resposta livre do sistema a cada instante de amostragem; end %Cálculo da Função Custo DU(:,k+1,j)=(inv(G'\*G+RO(j,1)\*eye(size(G'\*G)))\G')\*(R-F(:,j)); %Calcula os esforços de controle preditos dentro do horizonte de controle; Y(:,k+1,j)=G\*DU(:,k+1,j)+F(:,j); %Calcula as saídas preditas dentro do horizonte de predição;

```
J(k+2,j) = (Y(:,k+1,j)-R)'*(Y(:,k+1,j)-R)'*(Y(:,k+1,j))
R)+RO(j,:)*DU(:,k+1,j)'*DU(:,k+1,j); %Calcula o valor da função custo
para o instante k;
        if k<95
            IJ(1,j) = IJ(1,j) + (J(k+1,j)+J(k+2,j))/2;
%Calcula a integral da função custo no intervalo relevante;
        end
        %Cálculo de Delta u(k)
        duk(k+1,j)=KDMC(j,:)*(R-F(:,j));
%Calcula o esforço de controle ótimo;
        %Atualização dos Valores Passados de Delta u
        for i=1:Ns-1
            du_passados(Ns+1-i,j)=du_passados(Ns-i,j);
%Atualiza os valores dos esforços de controle passados;
        end
        du passados(1,j)=duk(k+1,j);
        %Ação de Controle Atual
        uk(k+2,j) = uk(k+1,j) + duk(k+1,j);
%Calcula a ação de controle atual;
        %Saída do Sistema
        yp(k+2,j)=0.9704*yp(k+1,j)+0.03323*uk(k+2,j);
%Calcula a saída do sistema;
        if k<150
            ym(k+2,j) = yp(k+2,j);
        else
            ym(k+2,j)=yp(k+2,j)+0.5;
%Aplica uma perturbação constante na saída do sistema após k=20;
        end
        tm(k+2) = (k+1) *Ts;
%Define-se a passagem de um periodo de amostragem;
        k=k+1;
%Incrementa-se o indexador;
        Time(k)=toc;
    end
end
figure
subplot(3,1,1)
stem(tm,ym(:,1), 'MarkerSize',2)
title('Saída Medida - Shridhar & Cooper')
subplot(3,1,2)
stem(tm(1:k),uk(1:end-1,1), 'MarkerSize',2)
title ('Ação de Controle - Shridhar & Cooper')
subplot(3,1,3)
stem(tm(1:k),duk(:,1),'MarkerSize',2)
title('Variação da Ação de Controle - Shridhar & Cooper')
figure
subplot(3,1,1)
stem(tm,ym(:,2),'MarkerSize',2)
title('Saída Medida - Iglesias et al')
subplot(3,1,2)
stem(tm(1:k),uk(1:end-1,2),'MarkerSize',2)
title('Ação de Controle - Iglesias et al')
subplot(3,1,3)
```
```
stem(tm(1:k),duk(:,2),'MarkerSize',2)
title('Variação da Ação de Controle - Iglesias et al')
figure
subplot(3,1,1)
stem(tm,ym(:,3),'MarkerSize',2)
title('Saída Medida - Bagheri & Khaki-Sedigh (erro de rastreamento
priorizado)')
subplot(3,1,2)
stem(tm(1:k),uk(1:end-1,3), 'MarkerSize',2)
title('Ação de Controle - Bagheri & Khaki-Sedigh (erro de rastreamento
priorizado)')
subplot(3,1,3)
stem(tm(1:k),duk(:,3),'MarkerSize',2)
title('Variação da Ação de Controle - Bagheri & Khaki-Sedigh (erro de
rastreamento priorizado)')
figure
subplot(3,1,1)
stem(tm,ym(:,4), 'MarkerSize',2)
title('Saída Medida - Bagheri & Khaki-Sedigh (meio termo)')
subplot(3,1,2)
stem(tm(1:k),uk(1:end-1,4), 'MarkerSize',2)
title('Ação de Controle - Bagheri & Khaki-Sedigh (meio termo)')
subplot(3,1,3)
stem(tm(1:k),duk(:,4),'MarkerSize',2)
title('Variação da Ação de Controle - Bagheri & Khaki-Sedigh (meio termo)')
figure
subplot(3,1,1)
stem(tm,ym(:,5), 'MarkerSize',2)
title('Saída Medida - Bagheri & Khaki-Sedigh (esforço de controle
priorizado) ')
subplot(3,1,2)
stem(tm(1:k),uk(1:end-1,5), 'MarkerSize',2)
title('Ação de Controle - Bagheri & Khaki-Sedigh (esforço de controle
priorizado)')
subplot(3,1,3)
stem(tm(1:k),duk(:,5),'MarkerSize',2)
title('Variação da Ação de Controle - Bagheri & Khaki-Sedigh (esforço de
controle priorizado)')
figure
hold on
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,1),'r')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,2),'c')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,3),'m')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,4),'b')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,5),'g')
legend('Shridhar & Cooper','Iglesias et al','Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso
1', 'Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 2', 'Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3')
figure
hold on
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,1),'r')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,3),'m')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,4),'b')
plot(tm(1:21)/Ts,J(1:21,5),'g')
legend('Shridhar & Cooper', 'Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 1', 'Bagheri &
Khaki-Sedigh - Caso 2', 'Bagheri & Khaki-Sedigh - Caso 3')
```