UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

LINGUAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: CONSIDERAÇÕES SOBRE OS JOGOS DE LINGUAGEM E SUAS INFLUÊNCIAS NA APRENDIZAGEM

THAÍS KIECKHOEFEL

JOINVILLE, 2016

THAÍS KIECKHOEFEL

LINGUAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA:
CONSIDERAÇÕES SOBRE OS JOGOS DE LINGUAGEM E SUAS INFLUÊNCIAS NA APRENDIZAGEM

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Adriano Luiz dos Santos Né

JOINVILLE-SC
2016

THAÍS KIECKHOEFEL

LINGUAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA:
CONSIDERAÇÕES SOBRE OS JOGOS DE LINGUAGEM E SUAS INFLUÊNCIAS NA APRENDIZAGEM

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Adriano Luiz dos Santos Né
Prof. Me. Adriano Luiz dos Santos Né
UDESC

Membro: ______________________
Profª. Dra. Luciane Mulazani dos Santos
UDESC

Membro: Débora Eloísa Nass Kieckhoefel
Profª. Me. Débora Eloísa Nass Kieckhoefel
UDESC

Joinville, 24/06/2016

Dedico este trabalho à minha família.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela sua presença em minha vida, me iluminando com força e sabedoria.

Agradeço aos meus pais e minha irmã, que me apoiaram e incentivaram em todos os momentos.

De maneira especial, gostaria de agradecer aoprofessor Adriano, por aceitar orientar este trabalho, e por suas significativas contribuições no desenvolvimento desta pesquisa.

Às professoras Luciane e Débora, por aceitarem compor a banca deste trabalho e compartilharem esse momento comigo.

Agradeço aos meus alunos do primeiro ano que auxiliaram nessa pesquisa, contribuindo com as atividades e participando ativamente nas discussões feitas em sala.

Também agradeço aos amigos que me acompanharam e compartilharam vários momentos comigo. Em especial, às meninas da faculdade, Bruna, Jéssica, Tati e Carol, pelas conversas, estudos e momentos de descontração nestes quatro anos.

“Educação não transforma o mundo. Educação muda pessoas. Pessoas transforam o mundo.”

Paulo Freire

RESUMO

Kieckhoefel, Thaís. **Linguagem matemática na sala de aula:**considerações sobre os jogos de linguagem e suas influências na aprendizagem**.** 2016. 63p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2016.

Este trabalho teve como principal objetivo analisar particularidades nos usos dos vários “jogos de linguagem” que permeiam a sala de aula de Matemática quando procuramos estabelecer relações entre a matemática escolar com alguma realidade não escolar e, com isso, trazer algumas considerações que possam influenciar nas práticas de ensino e de aprendizagem de Matemática. Para isso, inicialmente é organizado um referencial teórico buscando organizar uma concepção de linguagem que embasa as etapas seguintes do trabalho, seguindo as ideias do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein e sua filosofia da linguagem. Buscando identificar especificidades do pensamento matemático e como ele se efetiva através de sua linguagem para, com isso, contrapô-lo ao pensamento “não-matemático” das situações-problemas, algumas atividades de ensino foram planejadas e aplicadas em três turmas do primeiro ano do ensino médio de uma escola estadual do município de Guaramirim (SC). Analisando as atividades aplicadas, foi possível identificar a dificuldade dos estudantes em transitarem por diferentes jogos de linguagem que envolvem a Matemática escolar e a Matemática de fora da escola, envolvendo sua linguagem ordinária.

Palavras-chave: Educação Matemática. Linguagem Matemática. Jogos de linguagem. Significação.

ABSTRACT

KIECKHOEFEL, Thaís. **Mathematical language in the classroom:** consideration of language games and their influences on learning. 2016. 63 p. Completion of CourseWork (Undergraduate Degree in Mathematics) – University of State of Santa Catarina, Joinville, 2016.

This study aimed to analyze characteristics of so-called language games of mathematics classroom, to understand aspects involving different forms of language. For this, we first organized a theoretical framework seeking to organize a design language that supports the following stages of the work, following the ideas of the Austrian philosopher Ludwig Wittgenstein and his philosophy of language. Seeking to identify specifics of mathematical thinking and how it effective through their language to with it, contrast it to the thought "non-mathematical" situations-problems, some educational activities were planned and implemented in three classes the first year of high school of a state school in the city of Guaramirim (SC). Analyzing the activities applied, it was possible to identify the difficulty of students in transit through different language games involving school mathematics and mathematics outside the school involving your ordinary language.

Key words: Mathematics Education. Mathematical language. Language games. Significance.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Regras matemáticas..28
Figura 2 – Quatro primeiras questões....................................36
Figura 3 – Questões cinco e seis...37
Figura 4 – Sétima e oitava questões.......................................37
Figura 5 – Resposta de uma aluna à quinta questão 39
Figura 6 – Resposta de dois alunos à sexta questão...............40
Figura 7 – Respostas dadas à sétima questão.........................41
Figura 8 – Resposta dada à oitava questão............................42
Figura 9 – Dados da questão sete...44
Figura 10 – Questão sobre a venda de cachorro-quente.........46
Figura 11 – Identificando as variáveis e funções....................47
Figura 12 – Resposta das questões “c” e “d”..........................47
Figura 13 – Gráficos..48
Figura 14 – Cartões para a atividade sobre funções...............50
Figura 15 – Questão desenvolvida por um grupo...................52
Figura 16 – Produção de um grupo..52
Figura 17 – Respostas de grupos...53
Figura 18 – Questões de três equipes.....................................55

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO..19
1 CONSIDERAÇÕES SOBRE LINGUAGEM..................................22
1.1 LINGUAGEM 22
1.2 LINGUAGEM MATEMÁTICA 26
2 ATIVIDADES DE ENSINO..35
2.1 PRIMEIRA ATIVIDADE E AS PRIMEIRAS PRODUÇÕES DOS ALUNOS... 36
2.1.1 Aplicação e resultados 38
2.1.2 Reflexões e Discussões em Sala 43
2.2 SEGUNDA ATIVIDADE – ANALISANDO UMA SITUAÇÃO POR MEIO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA 45
2.3 TERCEIRA ATIVIDADE - CRIANDO PROBLEMAS 50
2.3.1 Aplicação e Discussões 51
CONSIDERAÇÕES FINAIS...57
REFERÊNCIAS...62

INTRODUÇÃO

Há algum tempo trabalho como professora de matemática do Ensino Médio e, a partir de experiências que tenho em sala de aula, algo que tem me chamado atenção é a forma como os alunos interpretam e tratam os dados e conceitos da disciplina.

Quando o conteúdo refere-se a técnicas claras para a resolução de um exercício, tal como a substituição de valores em uma fórmula, não vejo grandes problemas por parte dos alunos. Pode haver eventuais erros de cálculo, seja por desatenção, seja por dificuldades com operações fundamentais, mas, em geral, eles compreendem a técnica que devem seguir para resolver a questão.

Entretanto, ao inserir situações-problema nas quais os alunos precisam ler, interpretar a situação, retirar dados e identificar os conceitos matemáticos que precisam utilizar, me deparo com inúmeras perguntas como "o que deve ser feito?", "como faz?" e "não aprendemos isso!".

Analisando os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, destaca-se a importância de que a "educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de fazer inferências [...]" (BRASIL, 2000, p.40). Além disso, o ensino cada vez mais baseado em atividades interdisciplinares, ou ainda, transdisciplinares, torna fundamental a inserção de atividades que envolvam situações-problema que demandam uma devida interpretação e tratamento de informação para resolver a atividade e alcançar os objetivos propostos.

Tal situação chamou minha atenção. Esta dificuldade que meus alunos demonstraram em ler, interpretar e retirar os dados de uma situação para então utilizar a linguagem matemática passou a ser de meu interesse. O que há entre a linguagem de uma situação-problema e a linguagem matemática que faz com que os alunos não consigam dar o tratamento esperado nas atividades propostas?

Buscando investigar possíveis respostas a esta questão, realizei esta pesquisa tendo como principal objetivo analisar particularidades nos usos dos vários “jogos de linguagem” que permeiam a sala de aula de matemática quando procuramos estabelecer relações entre a matemática escolar e alguma realidade não escolar e, com isso, trazer algumas considerações que possam influenciar nas práticas de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Penso que trabalhar este tema pode auxiliar na compreensão de aspectos que envolvem as diferentes formas de linguagem, tais como interpretação de situações-problema e estruturação do pensamento matemático, que tornam-se essenciais para analisar e melhorar questões de ensino-aprendizagem em matemática.

Para isso, no primeiro capítulo organizo uma concepção de linguagem que dê base para comparar a linguagem matemática com as linguagens ordinárias de algumas situações-problema, tendo como base as ideias do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein e sua teoria sobre linguagem, envolvendo o conceito de jogos de linguagem e semelhanças de família. Ainda neste capítulo, busco identificar as especificidades do pensamento matemático e como ele se efetiva por meio de sua linguagem para, com isso, contrapô-lo ao pensamento “não-matemático” das situações-problemas.

Após a base teórica, desenvolvi, apliquei e analisei algumas atividades com meus alunos de três turmas do primeiro ano do Ensino Médio, estudantes da escola estadual Alfredo Zimmermann em Guaramirim. Tais atividades não tiveram como objetivo formar um modelo a ser seguido daqui para frente como uma “sequência didática” para ser aplicada, mas sim um conjunto de ações e elementos que penso poderem servir para outros professores ou pesquisadores levarem em consideração em suas práticas.

Por fim, apresento as considerações sobre o trabalho desenvolvido, analisando e discutindo alguns resultados observados com a pesquisa realizada.

1 CONSIDERAÇÕES SOBRE LINGUAGEM

1.1 LINGUAGEM

Num primeiro momento, pesquisando o significado da palavra linguagem, encontram-se respostas que se referem à capacidade de expressar sentimentos, pensamentos ou opiniões. Entretanto, o conceito de linguagem é muito amplo para ser bem definido. Desta forma, nesta pesquisa vamos tomar outro direcionamento para falar sobre *linguagem*.

Seguindo o pensamento do filósofo austríaco Ludwig Wittgenstein (1889-1951), definir linguagem torna-se muito difícil, pois é algo relativo. Para ele, não existe uma linguagem, mas sim, linguagens, que podem ser entendidas como "uma variedade imensa de usos, uma pluralidade de funções ou papéis que poderíamos compreender como jogos de linguagem" (CONDÉ[1], 1998 apud KNIJNIK, 2009, p. 63).

Sendo assim, Wittgenstein não define o que é linguagem, mas tenta entender seu funcionamento por meio das relações que a constituem, considerando o contexto em que a linguagem está sendo aplicada, "situações em que as regras de seu uso são estabelecidas por aqueles que a usam" (GARNICA; PINTO, 2010, p.219). Dessa forma, assim como Wittgenstein, não estou me preocupando em estabelecer o que é uma linguagem, mas como a linguagem funciona em seus diferentes usos.

Neste ponto, um conceito bastante utilizado pelo filósofo é o de *jogos de linguagem.* Tal conceito tem como objetivo

> [...] enfatizar que não há significados fixos e imutáveis que seriam apenas etiquetados por meio das palavras. Estas estão imersas em

---

[1] CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **Wittgenstein**: linguagem e mundo. São Paulo: Annablume, 1998.

> diferentes atividades e é apenas quando as aplicamos em um determinado contexto que adquirem significado. (GOTTSCHALK, 2007, p. 464).

Cristiane Gottschalk, em seu trabalho sobre a natureza do conhecimento matemático, exemplifica alguns significados que podem ser atribuídos à palavra 'triângulo'. Matematicamente, pode-se definir o termo como "um polígono fechado de três lados". É a partir deste significado que trabalhamos com os triângulos nas aulas de matemática, falamos de suas propriedades, o classificamos, apresentamos relações, entre outras coisas.

Entretanto, quando estamos dirigindo um automóvel e nos deparamos com uma placa de trânsito em que nela está desenhada a forma de um triângulo, outros significados são atribuídos à palavra 'triângulo', e tais significados não possuem relações com o triângulo trabalhado nas aulas de matemática. No trânsito, 'triângulo' está associado a dar aos automóveis que estão na pista que se pretende entrar a preferência para circular. Neste contexto, 'triângulo' demanda práticas diferentes dos usos que são feitos na sala de aula.

Outro contexto que 'triângulo' assume um significado diferente é quando este se refere a um instrumento musical, que possui seu timbre específico. As práticas associadas, neste caso, com o 'triângulo' não tem relação com as da aula de matemática ou com a placa de trânsito.

Dessa forma, segundo a filosofia da linguagem de Wittgenstein, o modo como usamos uma determinada expressão é o que lhe atribui sentido. É no *jogo de linguagem* que as palavras assumem seus significados e é possível atribuir sentido às práticas relacionadas à mesma. Não faz sentido tentar tirar algum som do triângulo estudado nas aulas de matemática, assim como não conseguimos calcular a lei dos senos ou dos cossenos no instrumento musical triângulo, pois não se trata de um polígono fechado de três lados.

Referindo-se à Matemática,

> [...] pode-se pensar como jogos de linguagem as atividades de substituir valores numa equação, desenvolver um algoritmo, interpretar um problema, encontrar um ponto no plano cartesiano, dadas suas coordenadas. Por isso, não há uma essência que defina os diversos jogos de linguagem, uma vez que podem ser aplicados em diversos contextos. E esta variedade de usos em diferentes contextos é o que dá sentido aos conceitos. (SILVEIRA et al, 2014, p. 158)

Quando tomei exemplos da palavra 'triângulo' em contextos diferentes, não é estranho se pensar que mesmo diante destas várias situações diferentes, deve existir algo "central" na palavra que permita que eu a chame de triângulo, que provavelmente há uma essência, algo que seja comum aos jogos de linguagem apresentados. Entretanto, para Wittgenstein, a ideia de essência está descartada. Para o filósofo, os jogos de linguagem não estão isolados uns dos outros, mas possuem parentescos. De acordo suas palavras,

> Não posso caracterizar melhor essas semelhanças do que por meio das palavras "semelhanças familiares"; pois assim se sobrepõem e se entrecruzam as várias semelhanças que existem entre os membros de uma família: estatura, traços fisionômicos, cor dos olhos, andar, temperamento, etc., etc. -E eu direi: os 'jogos' formam uma família. Do mesmo modo formam uma família, p. ex., as espécies de números. Por que chamamos algo de "número"? Ora, talvez porque tem um direto parentesco com alguma coisa que até agora se chamou de número; e pode-se dizer que através disso adquire um parentesco com uma outra coisa que também chamamos assim. E

> alargamos nosso conceito de número do mesmo modo que, ao tecermos um fio, traçamos fibra por fibra. E a robustez do fio não consiste em que uma fibra qualquer perpasse toda sua extensão, mas em que muitas fibras se sobreponham umas às outras. (WITTGENSTEIN, 2009, p. 52).

Assim, “não existe algo comum e essencial a todas as linguagens, mas apenas semelhanças que podem variar de um ‘jogo de linguagem’ para outro” (GARNICA; PINTO, 2010 p.219).Veja o exemplo que é citado por Wittgenstein:

> Observe, p. ex., os processos a que chamamos "jogos". Tenho em mente os jogos de tabuleiro, os jogos de cartas, o jogo de bola, os jogos de combate, etc. O que é comum a todos estes jogos? -Não diga: "Tem que haver algo que lhes seja comum, do contrário não se chamariam 'jogos'"- mas olhe se há algo que seja comum a todos. -Porque, quando olhá-los, você não verá algo que seria comum a todos, mas verá semelhanças, parentescos, aliás, uma boa quantidade deles (WITTGENSTEIN, 2009, p. 51).

Assim, as diferentes aplicações da palavra jogo referem-se a ações diferentes, porém, podemos perceber aspectos semelhantes entre os usos dessa palavra, mas não uma essência que perpassa todas elas.

Dessa forma, considerando que não existe uma linguagem única, mas sim linguagens, que se relacionam por meio de semelhanças de família e jogos de linguagem, podemos dizer que “é dentro desse jogo de semelhanças e diferenças que nos situamos, estabelecendo nossa racionalidade" (CONDÉ[2], 2004 apud KNIJNIK; SILVA, 2008, p.68).

1.2 LINGUAGEM MATEMÁTICA

É comum pensarmos na linguagem matemática como um conjunto próprio de códigos, símbolos e regras que se relacionam, sendo conhecida pelo seu formalismo e abstração. Assim, muitas vezes a matemática tem como objetivo constituir uma linguagem universal, conforme explico adiante, de forma que, a partir de regras e fórmulas aprendidas, diversos problemas possam ser resolvidos.

Cristiane Gottschalk (2004) chama atenção para os diferentes usos das proposições matemáticas, ora no empírico, ora no normativo. Para destacar esta distinção, a autora apresenta um exemplo bem simples sobre a proposição 2+2=4. Tal proposição pode ser empregada como uma função descritiva ou normativa. Quando normativa, ela está sendo usada como uma regra para somar que deve ser seguida, independente de experiências empíricas, já no caso em que dois casais vão precisar de quatro bilhetes para assistir a uma peça de teatro, o uso da proposição 2+2=4 é descritivo.

Para Wittgenstein, as proposições matemáticas são, de maneira geral **normativas**, ou seja, se 2+2 deve ser igual a 4, temos uma regra a ser aplicada. Então, as regras são normas que servem para organizar a experiência empírica.

Tal diferenciação do uso das proposições pode parecer não ter muita importância, entretanto, penso que tal distinção me possibilitará falar sobre as dificuldades que identifiquei em meus alunos para interpretar problemas cotidianos.

Quando consideramos que as proposições matemáticas são em sua maioria normativas, o que emerge é que utilizar a

---

[2]CONDÉ, Mauro Lúcio Leitão. **As Teias da razão**: Wittgenstein e a crise da racionalidade moderna. Belo Horizonte: Argvmentvm Editora, 2004.

matemática escolar para trabalhar com problemas cotidianos poderá gerar confusões, pois como até aqui tentei argumentar, tratam-se de jogos de linguagem diferentes, que mesmo guardando semelhanças de famílias, possuem gramáticas específicas e distintas. Vamos observar mais um exemplo de Wittgenstein.

> Dois homens que vivem em paz entre si e três homens que vivem em paz entre si não fazem cinco homens que vivem em paz entre si. Mas isso não significa que 2 + 3 não seja mais 5; é apenas que a adição não pode ser aplicada dessa maneira (WITTGENSTEIN, 2009, p. 264).

Outro exemplo que pode ser citado refere-se ao uso da regra matemática sobre soma de frações e sua aplicação em uma situação prática. Podemos ver que ½ + ½ = 1, porém “[...] ao cortarmos uma laranja suculenta ao meio de forma que caia caldo durante o corte temos que meia laranja mais meia laranja pode não ser uma laranja inteira” (SILVEIRA et al, 2014, p. 159).

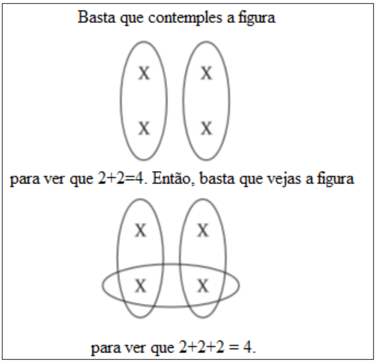
Assim, mesmo que as experiências empíricas tenham influenciado fortemente o desenvolvimento da Matemática, tanto a matemática escolar, quanto a matemática acadêmica, nem sempre são organizadas com base nestas experiências. Sua organização é comandada por regras e para jogar os jogos de linguagem da matemática escolar tais regras devem ser compreendidas.

Dessa forma, ao compreender as regras é possível fazer o uso das proposições matemáticas, mas este uso não implica diretamente em aprender empregos em situações práticas, pois trata-se de outro jogo de linguagem.

Como no exemplo dos homens que vivem em paz entre si, no qual Wittgenstein termina afirmando que, neste caso, “a adição não pode ser aplicada dessa maneira”, vemos uma *forma de vida* em que esta regra de adição não pode ser aplicada. O conceito de *formas de vida* é trazido por Wittgenstein para se referir aos nossos "hábitos, costumes, ações e instituições que fundamentam nossas atividades em geral, envolvidas com a linguagem." (GOTTSCHALK, 2008, p. 80).

Segundo essa pesquisadora, quando afirmamos que 2+2 é igual a 4, estamos seguindo uma regra, entretanto, poderia haver uma outra forma de vida onde a regra fosse outra, por exemplo, 2+2+2 =4.

Figura 1 – Regras matemáticas



Fonte: Wittgenstein[3], 1987 apud Gottschalk, 2008, p.80.

Outro exemplo que nos permite identificar formas de vida que guardam certas distinções das que estamos acostumados é apresentado pela pesquisadora Cláudia Glavam Duarte (2014), no texto *Relações entre a educação matemática escolar e a educação do campo*.

Em sua escrita, entre outras coisas, ela apresenta uma experiência vivenciada por uma professora da escola do Diauarum no Parque Indígena do Xingu, em que foi proposto o seguinte problema: "Ontem à noite peguei 10 peixes. Dei 3

[3]WITTGENSTEIN, L. **Observaciones sobre los fundamentos de la matemática**. Madri: Alianza, 1987.

para meu irmão. Quantos peixes tenho agora?” (FERREIRA[4], 2002 apud DUARTE et al., 2014, p. 23). E como resposta um de seus alunos respondeu 13 peixes.

> Ao analisarmos, com as lentes da Matemática acadêmica, o valor encontrado, poderíamos pensar que tal resultado foi, no mínimo, equivocado ou que havia uma “incapacidade cognitiva” por parte desse aluno, já que a operação aritmética que responderia “corretamente” a esse problema seria, obviamente, a subtração que produziria como resultado sete peixes. No entanto, a justificativa para a escolha da operação adição é surpreendente. (DUARTE et al., 2014, p. 23).

O aluno justifica da seguinte maneira:

> Fiquei com 13 peixes porque, quando eu dou alguma coisa para meu irmão, ele me paga de volta em dobro. Então 3 mais 3 é igual a 6 (o que o irmão lhe pagaria de volta); 10 mais 6 é igual a 16; e 16 menos 3 é igual a 13 (número total de peixes menos os 3 que Tarinu deu ao irmão). (FERREIRA, 2002, p. 56 apud DUARTE et al., 2014, p. 23).

Referindo-se à Educação Matemática, um aspecto que deve ser considerado é que a matemática “[...] não constitui nossa primeira língua a ser aprendida. Não estamos inseridos em uma forma de vida onde cotidianamente demonstramos teoremas ou operamos com objetos matemáticos [...]” (GOTTSCHALK, 2004, p. 323).

Tal aspecto deve ser considerado ao analisar situações de aprendizagem matemática em sala de aula, afinal, ao mesmo

---

[4] FERREIRA, M. K. L. **Ideias matemáticas de povos culturalmente distintos**. São Paulo: Global, 2002.

tempo em que os alunos precisam aprender a matemática formal, também devem ser capazes de interpretar e relacionar os diferentes jogos de linguagem que a envolvem. Assim, ao se pensar as práticas de ensino que visam aplicar a matemática em situações práticas da vida, principalmente após um ensino baseado na linguagem matemática "universal", com fórmulas e regras, deve-se levar em conta as possíveis dificuldades dos alunos em transitar pelos diferentes jogos de linguagem que envolvem a situação.

Referente a este aspecto, Wittgenstein fala sobre significação. Para ele, as regras são condições de significação, que definem a forma como devemos proceder, e é através do treino que adquirimos essa significação. O filósofo afirma que

> [...] pode-se, para uma grande classe de casos de utilização da palavra 'significação' – se não para todos os casos de sua utilização – explicá-la assim: a significação de uma palavra é seu uso na linguagem (WITTGENSTEIN, 2009).

Assim, a forma como determinado conteúdo é ensinado, a partir das regras que lhe envolvem, vai determinar a significação que os alunos darão para aquele assunto. Um exemplo é o ensino de equações do 1º grau. Ao seguir a regra de separar as variáveis e os números para então obter o valor desejado, estamos aplicando um treino baseado em uma regra, que constitui um significado específico para o conceito de equações. Entretanto, se pensarmos em sugerir problemas relacionados a alguma realidade dos alunos, sem antes ter feito uso das equações desta forma, não há como esperar que o façam tranquilamente.

Walkerdine, em seu trabalho sobre o raciocínio em tempos pós-modernos, traz uma problematização sobre a abordagem formal no ensino de matemática, na qual os alunos muitas vezes não são desafiados a refletirem sobre a significação do que estão fazendo, pois os questionamentos e reflexões são deixados de lado em função do foco na generalização, por meio da aplicação de fórmulas e regras buscando universalizar o raciocínio lógico. Dessa forma, os alunos seriam induzidos

> [...] na ideia de um discurso lógico que poderia se aplicar em qualquer coisa. Isso lhes daria um tipo diferente de poder: um poder sobre um discurso que pudesse se referir a qualquer coisa (WALKERDINE[5], 1995 apud KNIJNIK; SILVA, p.72).

Entretanto, a ideia de uma linguagem universal que possa se referir a qualquer coisa confronta-se com as ideias de Wittgenstein, afinal, para o filósofo, não existe uma linguagem, mas sim linguagens.

Neste ponto, também poderíamos questionar a existência de uma linguagem matemática universal, supondo a existência de diferentes matemáticas (KNIJNIK; SILVA, 2008). Essas diferentes matemáticas constituem-se em diferentes jogos de linguagem, e, muitas vezes, quando os alunos deparam-se com uma situação na qual devem fazer uso do conhecimento que deveria ser aplicado a qualquer coisa, não conseguem relacionar a situação com o que foi aprendido por meio da linguagem formal e sua característica normativa.

Pesquisadoras como Gelsa Knijinik, Ieda Giongo, Fabiana da Silva, Valerie Walkerdine e Marisa Silveira, entre outras, vêm problematizando esta pretensa universalidade da linguagem matemática. No trabalho *O problema são as fórmulas: um estudo sobre os sentidos atribuídos à dificuldade em aprender matemática*, Knijnik e Silva (2008) trazem relatos de alunos que comentaram sobre a dificuldade de entenderem a

---

[5]WALKERDINE, Valerie. O raciocínio em tempos pós-modernos. **Educação e Realidade**, Porto Alegre, v.20, n.2, 1995. p. 207-226.

Matemática devido ao seu formalismo e abstração. Vejamos alguns depoimentos destes alunos:

> *[...] eu acho que nem todo mundo falou as continhas de mais, menos e dividir, foi fácil e depois começou todos aqueles negócios, e começou tudo e eu não entendi mais nada. É letras, tinha que fazer o m-m-c [mínimo múltiplo comum], depois fazer mais umas coisas lá, e eu tenho uma lembrança que eu pedia pro professor explicar de novo, ele explicava de novo e explicava de novo e eu desistia porque eu não entendia mesmo. E daí é por isso que eu digo que a matemática é difícil.*(p. 72).

> *[...]O problema são as fórmulas da matemática, o dia que tem a prova daí me dá branco, ah...* (p. 71).

Sobre estes relatos, Walkerdine (1995) afirma que, restringir o ensino de matemática à sua forma abstrata faz com que ocorra um "esquecimento massivo" por parte dos alunos no lugar da significação e do discurso que se aplicaria a qualquer coisa.

Outra situação é abordada na pesquisa *Educação matemática e currículo escolar: um estudo das matemáticas da escola estadual técnica agrícola Guaporé*, na qual Knijnik e Giongo (2009) mencionam um caso observado onde os alunos receberam a tarefa de calcular a quantidade de ração necessária para que suínos dispusessem de alimentação suficiente para o período de cinco dias.

Na resposta, os alunos

> *[...] foram unânimes ao comentar que, na hora do preparo da ração, utilizam-se da "técnica do mais ou menos", ou seja, arredondavam os valores encontrados usualmente "para mais".*

> *Argumentaram que esse "para mais" seria necessário em função de possíveis perdas, desde o acúmulo de ração na máquina – impossível de ser retirado – até o desperdício no transporte da sala de ração para os aviários e os chiqueiros.* (KNIJNIK; GIONGO, 2009, p.72).

Assim, verificou-se uma diferença entre o cálculo da disciplina de Matemática e a prática, na qual o professor da turma afirmou que o cálculo "*é seco, não leva em conta as variáveis; já no consumo existe 'uma série de variações' que devem ser consideradas"* (KNIJNIK; GIONGO, 2009, p.72).

Neste caso, vemos Matemáticas diferentes sendo aplicadas, sendo possível questionar a existência de uma linguagem matemática universal. Podemos considerar que estamos trabalhando em diferentes jogos de linguagem, situação que nem sempre fica clara aos alunos, gerando confusões e dificuldades. Assim, podemos dizer que, muitas vezes,

> [...] os alunos não diferenciam o conjunto de jogos de linguagem que conforma a matemática escolar do conjunto de jogos de linguagem que institui a matemática de 'fora da escola'- como a matemática associada às práticas de compra e venda do bar da esquina (KNIJNIK; SILVA, 2008, p.74).

Ou seja, na prática matemática das aulas de matemática é a *gramática* da linguagem matemática que estabelece as normas, é ela quem diz como deve ser feito – em termos wittgensteinianos, trata-se de um jogo linguagem específico – mas nas situações cotidianas que os alunos encontram em seu dia a dia são os acontecimentos externos à linguagem matemática que governam as práticas matemáticas quando estas são necessárias – portanto, é um outro jogo de linguagem.

Penso que este é um ponto importante a ser levado em consideração quando um professor quiser aproximar a matemática escolar das práticas cotidianas dos alunos.

Talvez, ao invés do professor se preocupar que os alunos aprendam a ler um problema e coletar os dados que sejam necessários para utilizar os conceitos matemáticos estudados em aula, ele poderia tentar propor que os mesmos reconheçam estes “acontecimentos externos à linguagem matemática” que acabo de mencionar e vai ao encontro do pensamento das autoras que utilizo nesta composição teórica da pesquisa, para então aproximar os jogos de linguagens distintos procurando por semelhanças de família e também por aquilo que é específico de cada jogo.

2 ATIVIDADES DE ENSINO

O objetivo que me lancei nesta pesquisa foi o de realizei esta pesquisa tendo como principal objetivo analisar particularidades nos usos dos vários “jogos de linguagem” que permeiam a sala de aula de Matemática, para com isso, compreender aspectos que envolvem as diferentes formas de linguagem e suas influências na aprendizagem.

Para tanto, agora passarei a apresentar um pouco do caminho metodológico que trilhei para observar os acontecimentos que são gerados ao se tentar usar a linguagem matemática em jogos de linguagens que não são os da matemática escolar, mas os de situações ordinárias que perpassam os meus alunos em sua existência.

Visando analisar o modo como os alunos fazem uso dos diferentes jogos de linguagem, planejei algumas atividades de ensino e, posteriormente, apliquei em três turmas do 1º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Alfredo Zimmermann para as quais leciono.

As práticas foram realizadas ao longo de dois meses durante as aulas de matemática, entretanto as atividades propostas não aconteceram seguidamente, ou seja, elas foram inseridas a medida que eu dava minhas aulas regulares às turmas. Ao todo pude contar com a participação de noventa e cinco alunos.

Esta pesquisa se enquadra no método qualitativo, que, conforme menciona o pesquisador José Luís Neves (1996, p. 1) “compreende um conjunto de diferentes técnicas interpretativas que visam a descrever e a decodificar os componentes de um sistema complexo de significados.”

Desta forma, nesta pesquisa não aponto um modelo a ser seguido daqui para frente como uma “sequência didática” para ser aplicada, mas um conjunto de ações e elementos que penso poderem servir para outros professores ou pesquisadores levarem em consideração em suas práticas.

Assim, a intenção com as aplicações foi de analisar, a partir da produção dos alunos, aspectos relevantes no que se refere ao modo como os estudantes fazem uso da linguagem matemática escolar em situações problemas que retratam alguma realidade que, por mais que guardem semelhanças de família com esta linguagem, fazem parte de outro *jogo*.

Os temas das atividades foram equação de primeiro grau, seguido de função afim, que já foram estudados pelas turmas em anos anteriores e que ainda serão bastante utilizados ao longo de todo o Ensino Médio.

2.1 PRIMEIRA ATIVIDADE E AS PRIMEIRAS PRODUÇÕES DOS ALUNOS

A primeira atividade que apliquei aos alunos do primeiro ano do ensino médio teve como objetivo identificar o modo como os mesmos interpretam e resolvem problemas referentes a alguma realidade que lhes sejam próximas, exigindo que transitem em jogos de linguagem variados para resolver as situações propostas.

A intenção com esta aplicação era ter um parâmetro inicial que seria a base para o planejamento das próximas atividades, afinal, indo ao encontro das ideias trazidas no capítulo anterior, estava partindo do princípio de que os usos que os estudantes fazem da linguagem matemática são muito mais normativos do que descritivos, e que provavelmente teriam dificuldades para resolver algumas das questões propostas nesta aplicação.

A atividade foi dividida em oito questões relacionadas às equações do primeiro grau, retiradas de livros didáticos utilizados pelos alunos e disponíveis na biblioteca da escola.

Cada aluno respondeu a lista de questões individualmente, entregando suas produções ao fim da aula.

Os primeiros quatro exercícios (Figura 2) demandavam apenas o uso das regras dos jogos de linguagem da matemática escolar. Ou seja, bastava isolar as incógnitas para encontrar o resultado.

Figura 2 – Quatro primeiras questões

1) $4 - x = 8$
2)$18x = 72$
3) $2x - 4 = 94$
4) $23x - 16 = 14 - 17x$

Fonte: Autora desta pesquisa.

As demais questões partiam de situações que exigiam certa reflexão e/ou retratavam alguma realidade possível aos alunos e, com isso, demandavam algumas interpretações e relações com outros conceitos matemáticos que já se esperava que tivessem tido algum contato.

As questões cinco e seis exigiam a interpretação dos dados, escolha da incógnita e estruturação da equação (Figura 3). Depois de montada, a resolução da equação era similar aos primeiros exercícios.

Figura 3 – Quinta e sexta questões

5) Existem três números inteiros consecutivos com soma igual a 393. Que números são esses?

6) O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro. Qual é esse número?

Fonte: Autora desta pesquisa.

Nas últimas questões (Figura 4), as situações eram contextualizadas, exigindo interpretação sobre o que deveria ser feito e quais dados deveriam ser utilizados, ou seja, era necessário entender a questão, organizar o pensamento e montar a relação. Na questão sete, ainda exigia-se a interpretação do resultado, pois não bastava descobrir a incógnita, também era necessário separar os valores.

Figura 4 – Sétima e oitava questões

7) Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.

8) Um vendedor recebe, mensalmente, um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R$ 900,00, e uma variável, que corresponde a uma comissão de 8% do total de vendas que ele fez durante o mês. Calcule o salário do vendedor sabendo que em um mês ele vendeu R$ 50000,00 em produtos.

Fonte: Autora desta pesquisa.

Estas quatro últimas questões envolviam conceitos matemáticos como números consecutivos, triplo, o uso da fração 2/3 e da noção de 8%. Como a minha intenção era analisar a interpretação e estruturação das questões, os alunos puderam usar calculadora.

2.1.1 Aplicação e resultados

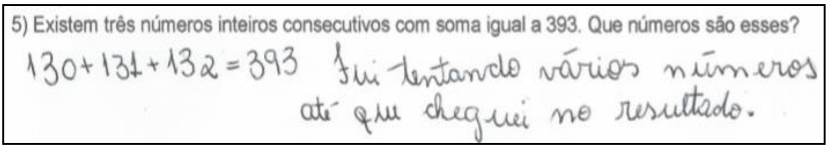
Analisando as resoluções das atividades produzidas pelos alunos, observei aspectos comuns no modo como resolveram cada questão.

Nos primeiros exercícios, que consistiam em descobrir a incógnita em equações do primeiro grau, os alunos, de maneira geral, não tiveram dificuldades. Enquanto resolviam, alguns alunos me chamaram para conferir o resultado, preocupados em acertar o valor final, mas percebi que o processo de resolução das equações está bem claro para esses alunos, que inclusive comentaram que as questões eram “legais e tranquilas”.

Com estes primeiros resultados pude perceber que os alunos reconhecem a forma de resolver equações do primeiro grau e – conforme a construção teórica que fiz no capítulo anterior – este uso me permitiu reconhecer uma forma que atribuem significado a este conceito.

Terminando as primeiras quatro questões, os chamados pela minha ajuda aumentaram. Dúvidas quanto ao significado da palavra "consecutivo" estavam atrapalhando a turma na resolução. Expliquei do que se tratava e, em geral, os alunos conseguiram resolver a questão 5, porém, nenhum aluno relacionou o exercício com uma equação do primeiro grau. A forma de resolução da maioria dos alunos fica clara ao observarmos a resolução de uma aluna, conforme Figura 5.

Figura 5 – Resposta de uma aluna à quinta questão


5) Existem três números inteiros consecutivos com soma igual a 393. Que números são esses?

$130+131+132=393$ Fui tentando vários números até que cheguei no resultado.

Fonte: Produção de um aluno.

Esse foi o procedimento adotado por todos que fizeram a questão. A "tentativa e erro", nesse caso, permitiu que a turma chegasse ao resultado desejado.

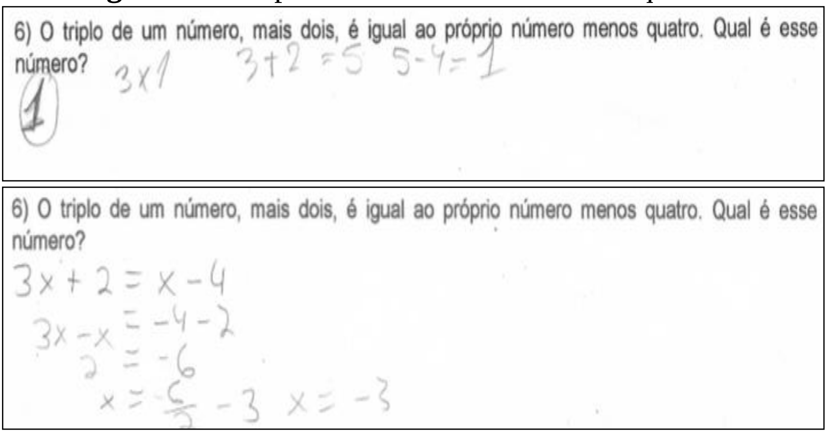
Segundo Wittgenstein (1999),

> Seguir uma regra, fazer uma comunicação, dar uma ordem, jogar uma partida de xadrez, [resolver um problema utilizando conceitos de equações,] são *hábitos* (usos, instituições).
> Compreender uma frase significa compreender uma língua. Compreender uma língua significa dominar uma técnica. (WITTGENSTEIN, 1999, p.113, grifo do autor).

Assim, analisando as respostas anteriores, percebi que os alunos conhecem as regras matemáticas para resolver equações do primeiro grau, ou seja, compreendem as técnicas de uma língua para fazerem uso das equações do primeiro grau, entretanto, ao se depararem com uma situação expressa na linguagem ordinária mostraram que não conseguem identificar as semelhanças de família entre os jogos distintos. Por não terem o *hábito*, como menciona Wittgenstein, resolveram a questão por "tentativa e erro".

Na questão 6, houve quem estruturou-a na forma de equação, e outros, novamente, foram por tentativas, como pode ser visto na resolução de dois alunos (Figura 6).

Figura 6 – Resposta de dois alunos à sexta questão



6) O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro. Qual é esse número?

3x1   3+2 = 5   5-4 = 1

1

6) O triplo de um número, mais dois, é igual ao próprio número menos quatro. Qual é esse número?

$3x + 2 = x - 4$

$3x - x = -4 - 2$

$2 = -6$

$x = \frac{-6}{2}$ -3 $x = -3$

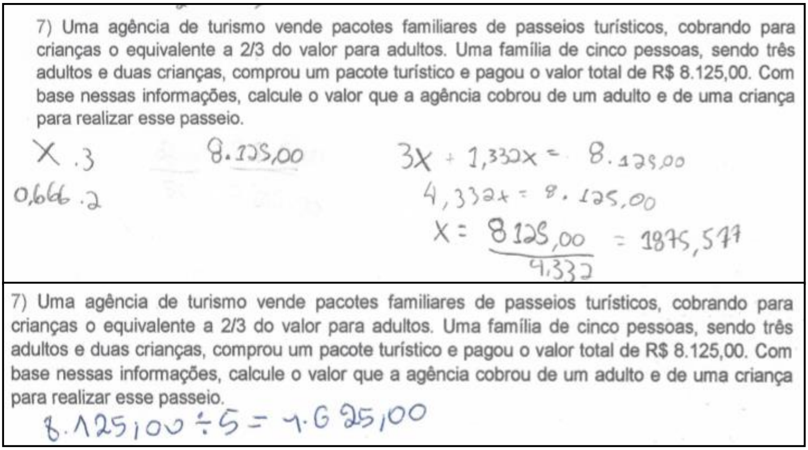
Fonte: Produção de alunos.

Nesse caso, a tentativa realizada por alguns alunos não os levou na resposta correta, em função da interpretação equivocada. Por outro lado, uma quantidade significativa de alunos conseguiu equacionar a questão e resolvê-la, e, nesse ponto, outra dificuldade surgiu. O resultado correto era um valor negativo, igual a menos três. Houve uma dúvida geral sobre o sinal do resultado, e alguns chegaram a afirmar que tinham errado porque chegaram a uma resposta negativa.

Assim, percebi que a turma reconhece contexto nos quais os resultados são números naturais, mas frações, raízes ou números negativos não são reconhecidos como resultados de uma equação do primeiro grau.

As questões 7 e 8 foram as que mais geraram dificuldades. Nenhum aluno resolveu corretamente a questão 7. Algumas tentativas podem ser vistas na Figura 7.

Figura 7 – Respostas dadas à sétima questão



7) Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.

$X \cdot 3$ 8.125,00

$0{,}666 \cdot 2$

$3x + 1{,}332x = 8.125{,}00$

$4{,}332x = 8.125{,}00$

$x = \frac{8125{,}00}{4{,}332} = 1875{,}577$

7) Uma agência de turismo vende pacotes familiares de passeios turísticos, cobrando para crianças o equivalente a 2/3 do valor para adultos. Uma família de cinco pessoas, sendo três adultos e duas crianças, comprou um pacote turístico e pagou o valor total de R$ 8.125,00. Com base nessas informações, calcule o valor que a agência cobrou de um adulto e de uma criança para realizar esse passeio.

$8.125{,}00 \div 5 = 1.625{,}00$

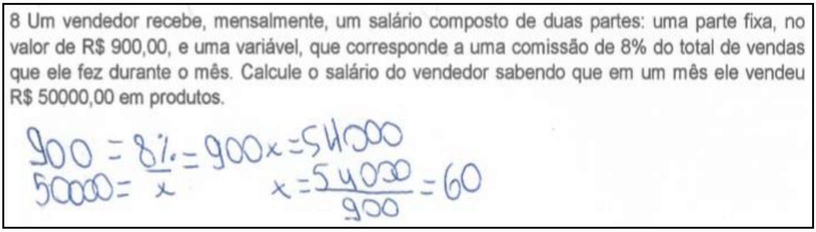
Fonte: Produção de alunos

O aluno cuja resolução está na primeira imagem foi o único que conseguiu interpretar a questão e resolvê-la, chegando ao valor do preço pago por um adulto, que era, aproximadamente, R$1.875,577. Porém, não se atentou ao que a questão pedia, que era o valor cobrado de um adulto e de uma criança. Entretanto, entendo esse tipo de erro como algo comum, pois em geral, as questões não instigam o aluno a refletir sobre o resultado. No caso desse aluno, ao descobrir o valor de x, para ele, a questão estava resolvida.

A questão 8 também gerou dúvidas, começando pela porcentagem, que logo foi resolvida quando os alunos decidiram transformar 8% em 0.08, usando a calculadora. Porém, o problema sobre como estruturar o pensamento e organizar a resolução da questão gerou grandes dificuldades.

Ninguém montou a equação que resolvia a questão, que que podia ser expressa por $S= 900+ 0.08 \cdot x$. Os alunos tentaram resolver usando algum conhecimento matemático já visto (Figura 8) mesmo que não se aplicasse na situação.

Figura 8 – Resposta dada à oitava questão


8 Um vendedor recebe, mensalmente, um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R$ 900,00, e uma variável, que corresponde a uma comissão de 8% do total de vendas que ele fez durante o mês. Calcule o salário do vendedor sabendo que em um mês ele vendeu R$ 50000,00 em produtos.

900 = 8% = 900x = 54000
50000 = x $x = \frac{54000}{900} = 60$

Fonte: Autora desta pesquisa.

Assim, percebi que os alunos apresentaram muita dificuldade com a transição da linguagem ordinária das questões para a linguagem matemática da resolução. Tal fato relaciona-se com o conceito de jogos de linguagem citado por Wittgenstein, afinal, quando resolveram as equações representadas na linguagem matemática, os alunos estavam operando em um jogo de linguagem no qual reconheciam suas regras, dentro do qual este conceito apresenta significação para a turma.

Entretanto, ao se depararem com as situações em que o uso da linguagem matemática era descritivo, e não normativo como mostraram entender bem, não sabiam como fazê-lo. E se por Wittgenstein, o significado está no uso que fazemos da linguagem, estes resultados mostraram que havia um trabalho importante para realizar no intuito de que meus alunos pudessem atribuir novos significados ao conceito de equações.

Ainda analisando as resoluções dos alunos, percebi que muitos tentaram encontrar semelhanças de família que envolviam as situações-problema com algum uso da linguagem matemática. Na questão oito, por exemplo, muitos estudantes utilizaram a regra de três para tentar responder, pois associaram o conceito de porcentagem à essa técnica. Outros, quando não conseguiam encontrar relações entre a situação com alguma regra que lhes fosse familiar, resolviam por tentativa e erro.

2.1.2 Reflexões e Discussões em Sala

Na aula após a aplicação da atividade, em cada turma, muitos alunos me questionaram sobre como era a resolução das questões sete e oito. Assim, conversando sobre as dificuldades que sentiram, eles relataram que não sabiam como "juntar as informações", ou seja, a grande dificuldade foi organizar os dados e estruturá-los na forma matemática.

Assim, foi possível perceber algumas especificidades do pensamento matemático contrapondo-as ao pensamento "não-matemático" das situações-problemas. Referindo-se às equações, no jogo de linguagem da matemática basta aplicar a regra e resolver a questão, mas isso não implica que os alunos entendam o significado das "letras e números" presentes naquela forma. Ao se depararem com uma situação na qual precisavam definir quem seria a incógnita e quais operações seriam usadas para relacionar as informações do problema, outras práticas eram necessárias, envolvendo outro jogo de linguagem.

Quanto às primeiras questões, os estudantes definiram com a palavra "fáceis", e afirmaram que já resolveram muitas questões daquele tipo no decorrer dos assuntos estudados desde o Ensino Fundamental.

A problematização mencionada por Walkerdine, que fala sobre a universalização da matemática com o uso de fórmulas que resolvam qualquer problema, ficou evidente nessa aplicação.

Resolver equações do primeiro grau e resolver problemas que se relacionam com o uso de equações do primeiro grau não fazem parte do mesmo jogo de linguagem, guardam semelhanças de família entre si, mas possuem gramáticas diferentes. Com isso, uma prática pedagógica que se concentra exclusivamente, ou fortemente, no reconhecimento das regras de resolução de vários tipos de equações do primeiro grau não proporciona aos estudantes formas de reconhecer e transitar nos diferentes jogos de linguagem que envolvem o assunto, fazendo com que a significação para o tema se restrinja ao modo como aprenderam a resolver nas aulas (usando a linguagem matemática).

Na sequência resolvi as questões no quadro discutindo as resoluções com as turmas. Na questão sete, interpretamos e definimos cada elemento do problema antes de montar a equação (Figura 9).

Figura 9 – Dados da questão sete

$\mathbf{x}$ = preço pago por um adulto

$\frac{2}{3}\mathbf{x}$ = preço pago por uma criança

$\mathbf{3x}$ = preço pago por três adultos

$\mathbf{2 \cdot \frac{2}{3} x}$ = preço pago por duas crianças

Valor total= R$ 8 125,00

Equação: $\mathbf{8\,125{,}00 = 3x + 2 \cdot \frac{2}{3} x}$

Fonte: Autora desta pesquisa

Escrevendo os dados e relacionando-os com variáveis, os alunos perceberam a relação da equação resultante do problema com os primeiros exercícios que haviam resolvido. Neste momento, alguns alunos comentaram sobre não terem pensado em chamar o valor a ser pago de “x”. A transição entre diferentes jogos de linguagem gerou uma grande confusão para os mesmos. Aqui, estamos operando com situações distintas, e vemos que “cada mudança de regra faz com que ocorra uma mudança de significação, pois a mudança de regra implica a mudança no uso e é ele que constitui a significação” (KNIJNIK; SILVA, 2008, p.68).

Após resolver a questão sete, os alunos perceberam que na questão oito também deveriam trocar o número de vendas por uma variável. Montamos a equação novamente retirando os dados e interpretando o que deveria ser feito.

Assim, o que percebi vai ao encontro das ideias de Knijnik e Silva (2008, p.76) quando afirmam que “[...] na base da dificuldade em aprender matemática na escola, estaria a não-diferenciação das especificidades que compõem os jogos de linguagem da matemática de fora da escola”.

2.2 SEGUNDA ATIVIDADE – ANALISANDO UMA SITUAÇÃO POR MEIO DA LINGUAGEM MATEMÁTICA

Pensando em desenvolver uma atividade que auxiliasse os alunos na compreensão das relações entre a linguagem matemática utilizada nas aulas de matemática e a linguagem utilizada para resolver situações matemáticas de uma realidade, ao iniciar o estudo das funções afim procurei desenvolver aulas que explorassem as relações entre variáveis e suas aplicações em diversas situações, pois após a análise das primeiras atividades aplicadas, relatadas anteriormente, percebi que, entre outras coisas, a dificuldade dos alunos estava em representar situações com o uso de incógnitas.

Ao mesmo tempo em que começamos a estudar este assunto, na escola estava acontecendo uma movimentação muito grande na tentativa de arrecadar fundos para que um grupo de alunos pudesse participar dos jogos escolares que aconteceriam nas semanas seguintes e envolviam, inclusive, alguns alunos das turmas dos primeiros anos.

Para tanto, a ideia que estava sendo levada a diante era a venda de cachorros-quentes durante o intervalo no valor de R$ 3,00. Foi então que pude identificar uma situação que poderia servir muito bem para abordar o estudo de funções afim.

Ao trazer a situação para sala de aula através da interação com os alunos, formulei, com ajuda dos mesmos, a seguinte situação-problema que apresento na Figura 10.

Figura 10 – Questão sobre a venda de cachorro-quente

Visando pagar as despesas com os jogos escolares, a escola vende cachorro-quente no valor de R$3,00. Supondo que o lucro, em cada cachorro-quente vendido, seja de R$2,00, vamos analisar as seguintes situações:

a) Qual função representa o valor total recebido pela escola com base no número de cachorros-quentes vendidos?

b) Qual função representa o lucro que a escola tem?

c) Se todos os alunos dessa sala comprarem um cachorro-quente cada, quanto a escola ganha?

d) Se a escola tem uma despesa de R$ 2000,00 com os jogos, quantos alunos devem comprar o cachorro-quente para que o dinheiro arrecadado seja suficiente para arcar com as despesas?

e) Vamos representar a solução dessa questão através de gráficos.

Fonte: Autora dessa pesquisa

Cada questão foi resolvida no quadro, contando com a discussão da turma sobre o que deveria ser feito. Primeiramente, visando montar as expressões das funções que representavam o problema, identificamos as variáveis e seus respectivos significados. Depois, montamos as expressões (Figura 11).

Figura 11 – Identificando as variáveis e funções

v (x) = valor recebido pela escola l(x) = lucro da escola x = número de alunos que comprarem a) v(x) = 3x b) l(x)= 2x

Fonte :Autora dessa pesquisa.

Tendo as funções, os alunos perceberam que, nas próximas questões, bastava "substituir os valores nas letras", como disseram, para concluir o que era perguntado. Nesse ponto, comentamos sobre o motivo de montar uma lei para a função que representa uma determinada situação, pois assim, é possível supor vários valores e descobrir seu resultado apenas substituindo a incógnita pelo número desejado, e não é mais necessário tentar "adivinhar" o que deve ser feito, conforme aconteceu na primeira atividade aplicada, na qual alguns alunos responderam questões através de tentativas.

Assim, as próximas questões foram resolvidas conforme a Figura 12.

Figura 12- Resposta das questões “c” e “d”.

c) Considerando 35 alunos na sala:

$v(x) = 3 \cdot x$	$l(x)=2 \cdot x$
$v(35) = 3 \cdot 35$	$l(x)= 2 \cdot 35$
$v(35)= 105$	$l(x)= 70$

A escola recebe R$ 105,00, e tem lucro de R$ 70,00.

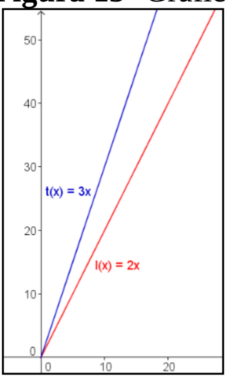
d) $l(x)=2 \cdot x$	$x = 2000/2$
$2000 = 2 \cdot x$	$x= 1000$ unidades.

Fonte: Autora dessa pesquisa

Na questão “d”, alguns alunos sugeriram substituir o valor de x por 2000, e, assim, houve discussão por parte da sala sobre qual valor deveria ser substituído. Então, concluíram que 2000 representava o valor total e precisávamos descobrir a quantidade de vendas, representada por “x”.

Por fim, representamos a questão com um gráfico, o que exigia, ainda, que os alunos aplicassem à situação outra forma de representá-la. Assim, encontrei espaço na interação que estávamos realizando para relembrarmos como se constrói um gráfico e, com isso, chegamos aos que apresento na Figura 13.

Figura 13 -Gráficos



Fonte: Autora dessa pesquisa.

Após resolver a questão, alguns alunos ainda fizeram outras contas sem que fosse pedido, como descobrir o lucro se todos da escola comprassem o cachorro-quente, e discutiram os resultados entre si.

Assim, percebi que essa questão, aparentemente "simples" se comparada a algumas questões do livro didático da turma, contribuiu para que os alunos percebessem as relações entre a situação e sua representação matemática, superando algumas dificuldades que eles tinham, como relacionar incógnitas e, agora o conceito de variáveis, com informações de situações reais.

Realizando uma pesquisa com alunos do Ensino Médio, Knijnik e Silva (2008) mencionam que os alunos atribuem ao formalismo da linguagem matemática a dificuldade que encontram em aprender matemática, pois não identificam o "funcionamento das 'expressões numéricas, dos 'sinais', das 'fórmulas' e das 'letras' em suas práticas cotidianas fora da escola" (KNIJNIK; SILVA, 2008, p.75).

Dessa forma, discutir a situação que envolvia os alunos e relacioná-la com a linguagem formal da matemática possibilitou a percepção, mesmo que indiretamente, entre as relações que envolviam diferentes jogos de linguagem da matemática.

Assim, continuar trabalhando essas relações pode ser um bom caminho para que os alunos identifiquem formas para interpretar situações-problema que relacionam a linguagem ordinária com a linguagem matemática, pois esta aula pareceu-me ter sido muito proveitosa em relação ao uso que os estudantes fazem da linguagem matemática em contextos que não fazem parte de nossa aula, ou seja, em outros jogos de linguagem. Com isso, tentei mais uma prática neste sentido no encontro posterior, o que passo a apresentar na próxima seção.

2.3 TERCEIRA ATIVIDADE - CRIANDO PROBLEMAS

Depois de discutir, na seção anterior, uma questão que envolvia a realidade dos alunos e esclarecer algumas dificuldades que os estudantes tinham em relacionar situações-problema com a linguagem matemática, a terceira atividade de ensino foi proposta mantendo o objetivo de encontrar semelhanças de família entre os diferentes jogos de linguagem presentes na matemática, mas dessa vez, de uma forma diferente das atividades anteriores.

Nesta atividade, a proposta foi a de que os alunos, em grupos, elaborassem situações (enunciados) que representassem funções já estabelecidas, visando relacionar uma representação matemática, na linguagem matemática, com alguma situação criada por eles.

Para isso, as turmas foram divididas em grupos. Cada equipe recebeu um cartão com uma função e um tema, conforme Figura 14 e, assim, deveriam escrever uma situação na linguagem ordinária que se referisse ao tema e cuja representação pudesse ser expressa pela da função presente no cartão.

Figura 14 – Cartões para a atividade sobre funções

Passagem de ônibus **f(x)=3,75·x**	**Empresa que vende capinhas de celular** **f(x)=900 + 10·x**	**Gasto complano de saúde** **f(x)=190 + 30·x**
Empresa de telefonia **f(x)=39,90 + 0,25·x**	**Salário** **f(x)=960 + 10·x**	**Gasto de água** **f(x)=10000 - 3·x**

Fonte: Autora dessa pesquisa

O objetivo dessa atividade era colocar os alunos em situações de relacionar jogos de linguagem diferentes (os da matemática escolar e de situações que pudessem permear suas realidades) e, com isso, pudessem identificar algumas regularidades no uso de ambos.

2.3.1 Aplicação e Discussões

Durante o desenvolvimento da atividade, alguns grupos me chamaram pedindo que "conta" tinham que fazer, e ficavam surpresos quando percebiam que a atividade não exigia cálculo e não tinha um resultado.

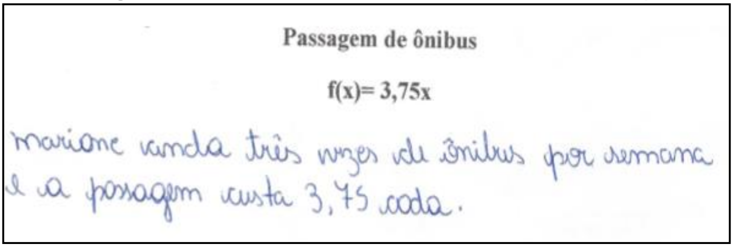
Assim, ficou claro que os alunos relacionam a matemática exclusivamente à aplicação de fórmulas e números, buscando chegar a um resultado numérico, e é dentro deste jogo de linguagem que trabalham.

Walkerdine aborda esta situação ao mostrar que,

> [...] por meio da abordagem formal da matemática oferecida na escola, os conceitos são generalizados, fazendo com que os alunos não sejam desafiados a estimar e a avaliar o resultado final dos problemas que lhes são propostos, pois parece importante realizar apenas o cálculo em si (WALKERDINE, 1995 apud KNIJNIK; SILVA, p.75).

Analisando as produções dos grupos, houve quem sentiu dificuldade em desenvolver uma questão que envolvesse o conceito de variável (Figura 15), também houve quem conseguiu relacionar tal conceito, mas mostraram que ainda não atribuíram sentido ao uso de uma função (Figura 16).

Figura 15 – Questão desenvolvida por um grupo


Passagem de ônibus

$f(x)= 3,75x$

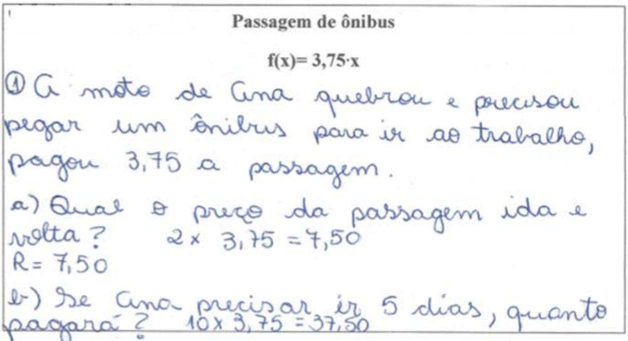
mariane anda três vezes de ônibus por semana e a passagem custa 3,75 cada.

Fonte: Produção de um grupo de alunos

Na Figura 15, a situação criada pelos alunos não contempla o uso de uma variável, pois na resolução parece que pensaram em uma incógnita em que o valor de x seria três. Analisando o uso do grupo parece que não atribuíram os devidos significados ao que é variável e o que é incógnita.

Já na Figura 16**,** os alunos criaram uma situação que contemplava a função e, além disso, perguntas que relacionavam a lei da função com o problema elaborado. Porém, ao resolverem tais questões que elaboraram, parecem não fazer uso da prática da substituição de valores numa função, ou seja, ao invés de resolverem a partir do desenvolvimento da expressão $f(2)= 3,75 \cdot (2)$, escreveram apenas o cálculo “$2 \cdot 3,75 = 7,50$”.

Figura 16 – Produção de um grupo


Passagem de ônibus

$f(x)= 3,75 \cdot x$

① A moto de Ana quebrou e precisou pegar um ônibus para ir ao trabalho, pagou 3,75 a passagem.

a) Qual o preço da passagem ida e volta? 2 x 3,75 = 7,50

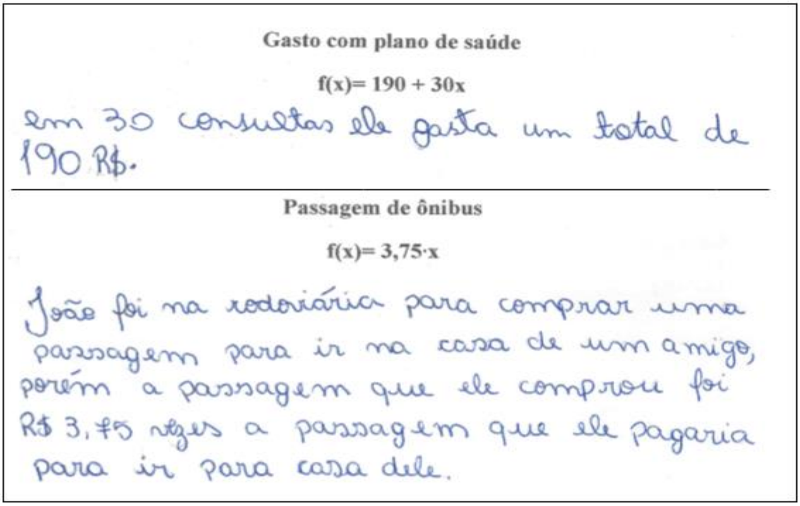
R= 7,50

b) Se Ana precisar ir 5 dias, quanto pagará? 10 x 3,75 = 37,50

Fonte: Produção de um grupo alunos

Também houve grupos que usaram as informações da função, mas não conseguiram fazer uso da linguagem ordinária para criar uma situação que a representasse, como pode ser visto na Figura 17.

Figura 17 – Respostas de grupos


Gasto com plano de saúde

$f(x)= 190 + 30x$

em 30 consultas ele gasta um total de 190 R$.

Passagem de ônibus

$f(x)= 3{,}75 \cdot x$

João foi na rodoviária para comprar uma passagem para ir na casa de um amigo, porém a passagem que ele comprou foi R$ 3,75 vezes a passagem que ele pagaria para ir para casa dele.

Fonte: Produção de alunos

Observando as atividades desenvolvidas pelos grupos, percebi que alguns alunos sentiram dificuldade em criar situações-problema para as funções propostas. No decorrer da atividade, muitos pediram meu auxílio, principalmente para confirmar se o que estavam pensando era correto.

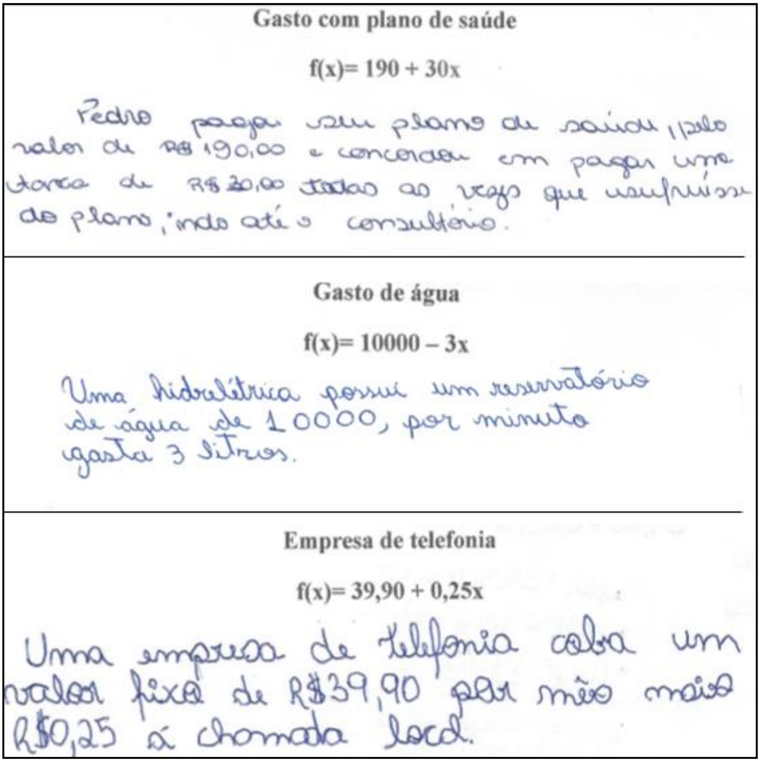
Realizando esta atividade, um dos objetivos era de que os alunos percebessem que não havia apenas uma resposta correta, mas sim várias possibilidades que poderiam se aplicar a cada questão. Ao fim da atividade, os grupos que tinham fichas iguais conversaram sobre suas produções, e assim, perceberam diferentes possibilidades de repostas que atendiam ao que era proposto na questão.

Percebi que a insegurança por parte dos alunos vem ao encontro das ideias de Walkerdine que problematiza a abordagem formal da matemática e seu discurso lógico que se aplica a qualquer coisa, pois analisando as produções dos alunos notei que, de maneira geral, dominavam o uso da forma "universal", mas sentiam dificuldade quando outras situações eram propostas.

No início da atividade, quando expliquei o que deveria ser feito, muitos alunos comentaram, espantados, "é só isso? Só criar um enunciado pra função?", mas, durante a elaboração, alguns grupos sentiram-se confusos por se tratar de uma questão que não exigia cálculos e que não tinha "uma única resposta correta". Ou seja, inicialmente os estudantes não se preocuparam com o fato de criarem um "enunciado", afinal, todas as questões têm um pergunta inicial, e isso lhes é familiar. Entretanto, ao serem desafiados a criar algo, no qual era necessário transitar em um jogo de linguagem distinto do que estão habituados, as dificuldades apareceram.

Entretanto, também vale comentar que muitos grupos conseguiram realizar a atividade corretamente, criando uma situação que envolvia a variável e relacionando com dados da função, como os exemplos apresentados na Figura 18.

Figura 18 – Questões de três equipes



Gasto com plano de saúde

$f(x)= 190 + 30x$

Pedro paga seu plano de saúde, pelo valor de R$ 190,00 e concordou em pagar uma taxa de R$ 30,00 todas as vezes que usufruísse do plano, indo até o consultório.

Gasto de água

$f(x)= 10000 - 3x$

Uma hidrelétrica possui um reservatório de água de 10000, por minuto gasta 3 litros.

Empresa de telefonia

$f(x)= 39,90 + 0,25x$

Uma empresa de telefonia cobra um valor fixo de R$39,90 por mês mais R$0,25 a chamada local.

Fonte: Produção de alunos

Conforme Garnica e Pinto (2010), na sala de aula existe a presença das duas linguagens, a

> [...] linguagem natural (ordinária) e uma linguagem matemática, artificial, restrita; ambas constituindo o modo de uso da linguagem em sala de aula, o “jogo de linguagem” da sala de aula. Podemos dizer, ainda, que essas duas manifestações linguísticas distintas são partes de dois “jogos de linguagem” diferentes: um “jogo de linguagem” da Matemática oficial/acadêmica, mais familiar àqueles que têm ou tiveram alguma formação

> matemática (o modo de usar a linguagem para falar de matemática com símbolos, regras e gramática próprios, por exemplo), e um jogo de linguagem natural (o da língua materna), comum àquele meio do qual as pessoas participam e no qual sabem jogar, ou seja, o modo de usar a linguagem nas situações cotidianas/diárias (GARNICA; PINTO, 2010, p. 220).

Com a aplicação dessa atividade foi possível identificar particularidades na resolução de cada grupo, identificar os usos que fazem da linguagem matemática, compreendendo as semelhanças de família que identificam entre a linguagem ordinária e a linguagem matemática.

Diante das atividades que realizei com meus alunos dos primeiros anos, os dados e informações que obtive e apresentei até aqui, passarei então a apresentar minhas considerações no próximo capítulo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao analisar a relação entre a linguagem matemática e a linguagem ordinária de situações-problema baseando-se nas práticas matemáticas utilizadas pelos alunos na primeira atividade aplicada, pude identificar o distanciamento entre os usos que os estudantes fazem da matemática escolar e de situações que envolviam a matemática de “fora da escola”.

Tendo como base as ideias de Wittgenstein apresentadas no primeiro capítulo desta pesquisa, ao trabalhar uma questão de diferentes maneiras estamos transitando em jogos de linguagem distintos, exigindo formas diferentes de estruturar o pensamento para solucionar o problema, o que pode causar dificuldades e confusões, principalmente se as práticas de ensino adotadas em sala de aula seguirem o padrão de um jogo de linguagem específico.

Em relação a isso, Wittgenstein fala sobre significação, ou seja, a forma como determinado conteúdo é ensinado, a partir de seus usos, vai determinar a significação que os alunos darão para aquele assunto. Este aspecto ficou evidente na primeira atividade aplicada, na qual os alunos resolveram tranquilamente os exercícios em que precisavam seguir uma regra bem dominada por eles, mas sentiram dificuldade em resolver as situações que exigiam outra forma de tratamento e que relacionavam-se ao mesmo assunto das questões anteriores.

Assim, após realizar a primeira atividade, soube de que ponto partir e quais relações fazer nas aulas que viriam pela frente.

Buscando analisar particularidades nos usos dos vários “jogos de linguagem” que permeiam a sala de aula de matemática quando procuramos estabelecer relações entre a matemática escolar e alguma realidade não escolar, a segunda atividade aplicada consistiu em aulas que explorassem as relações entre variáveis e suas aplicações em situações cotidianas dos estudantes. Nesta atividade o uso da linguagem matemática relacionava-se com uma prática que apontava semelhanças de família entre a linguagem matemática e outra linguagem que emergiu do cotidiano da escola.

A partir da discussão de uma situação-problema que envolvia os alunos, os mesmos perceberam relações entre a situação e sua representação matemática e conseguiram atribuir novos significados ao conceito de funções. Assim, superaram algumas dificuldades que tinham, como relacionar incógnitas e entender o conceito de variável.

Essas dificuldades apresentadas pelos alunos são problematizadas por Gelsa Knijinik, Ieda Giongo, Fabiana da Silva, Valerie Walkerdine e Marisa Silveira, entre outras, conforme citados nos capítulos anteriores deste trabalho. De maneira geral, essas autoras destacam aspectos da linguagem e suas influências na aprendizagem, seguindo a filosofia de Wittgenstein.

Um aspecto problematizado pelas autoras refere-se à ideia da Matemática como linguagem universal, na qual, a partir de fórmulas e regras, qualquer problema poderia ser resolvido. Pude identificar essa questão após a primeira atividade aplicada, na qual percebi que os alunos tinham muita dificuldade em relacionar o conteúdo aprendido na forma "universal" com alguma situação em que deveriam aplicar os conceitos.

Com a segunda atividade de ensino, algumas dessas relações ficaram mais claras, e assim, a terceira atividade também trabalhou com situações contextualizadas, mas de maneira diferente que a anterior, pois tinha o objetivo de colocar os alunos em situações em que precisavam relacionar jogos de linguagem distintos, ou seja, a atividade extrapolava o uso normativo da linguagem matemática.

Neste momento, eles precisavam criar uma situação-problema que envolvia determinada expressão matemática e não se tratava de regras de resolução ou de encontrar valores, mas sim de estabelecer relações diretas entre a linguagem matemática e outras linguagens. Assim, os alunos tinham que refletir sobre as perguntas que apresento no início deste trabalho, como "o que deve ser feito?", "como faz?" e "não aprendemos isso!".

O que deve ser feito é muito mais livre do que a maneira que estão acostumados. O modo como vão fazer são eles quem vão escolher, envolvendo a situação com a linguagem matemática. E realmente é uma atividade que não "aprenderam", mas mesmo assim poderão resolver, pois não há o que aprender, e sim identificar usos possíveis da linguagem que serão sempre particulares às situações, como são também particulares as várias linguagens que os perpassaram em suas vidas.

Assim, a partir das atividades aplicadas aos alunos, tendo como base a filosofia da linguagem desenvolvida por Wittgenstein, percebi que as aulas de matemática são constituídas por diferentes linguagens, e que, de acordo com diferentes práticas de ensino, os alunos podem perceber semelhanças entre diferentes jogos de linguagem.

Por considerar que a linguagem matemática é uma linguagem entre outras tantas, a prática proposta neste trabalho teve como objetivo relacionar jogos de linguagens distintos desde o início do estudo do tema, apontando para as semelhanças de família possíveis, diferente de uma prática "tradicional" em que se apresenta primeiro o conteúdo atemporal, neutro, generalizado, para então relacioná-lo a alguma realidade.

Entretanto, as atividades realizadas nesta pesquisa não tiveram o objetivo de servir como modelo de proposta a ser seguida, mas penso que foram relevantes para alcançar o objetivo de identificar as especificidades do pensamento matemático e como ele se efetiva através de sua linguagem.

Com a prática, percebi aspectos de ensino que influenciaram o modo como planejo as aulas, e também elementos de aprendizagem, nas formas como os alunos atribuem significado aos conteúdos.

Quanto aos aspectos de aprendizagem, a prática permitiu aos alunos a aproximação entre a matemática escolar e as práticas não escolares, considerando cada uma delas diferentes, mas conseguindo encontrar relações possíveis entre elas através dos usos que fazem da linguagem matemática, sem ter regras rígidas a seguir, - pois as linguagens possíveis fora da escola são múltiplas -, mas reconhecendo algumas formas de agir com a linguagem matemática frente a situações ordinárias.

Além disso, sendo professora de Matemática, pude perceber que a forma de planejar as atividades sobre determinado assunto influencia no modo como os alunos entendem aquele conteúdo e, dessa forma, continuar pensando práticas para trabalhar aspectos de linguagem e reavaliá-las continuamente são essenciais para melhorar questões de ensino-aprendizagem que envolvem linguagem matemática, afinal, trazem outros significados ao conhecimento matemático.

Assim, para que os professores possam pensar numa prática docente em que seus alunos tornem-se mais preparados para interpretar situações-problemas por meio da linguagem matemática, proponho que, primeiramente, identifiquem que ensinar os vários tratamentos dos conteúdos matemáticos propostos pela Educação Básica não implica que o aluno esteja pronto para fazer uso deste conteúdo em contextos "não-matemáticos", pois como apresentei, referem-se a jogos de linguagem diferentes. Parece ser um erro achar que, pelo fato da matemática escolar – assim como acadêmica – ter como sua característica principal a generalização e universalização, ensinar a usar a linguagem matemática implicaria no ensino de uma matemática plenamente relacionada à vida dos alunos.

Além disso, para pensar numa matemática que tenha tal relação, que eles aprendam e sejam capazes de usar em suas práticas cotidianas, é preciso que se habituem a vê-la nas várias e possíveis situações que perpassam suas realidades. A prática docente de ensinar o conteúdo e só depois apresentar aplicações muito particulares parece não dar conta de um ensino de matemática que se relacione com a vida fora da escola.

Dessa maneira, uma prática que envolva o "conflito" gerado pelo hábito de reconhecer as semelhanças de família entre os vários jogos de linguagens que acompanham em nossa existência parece ser um bom caminho a ser seguido nas aulas de matemática, e não supondo que ao conhecer uma linguagem que se intenta universal estamos ao mesmo tempo permitindo o reconhecimento de seus usos ordinários.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**. Brasília: SEMTEC/MEC, 2000.

DUARTE, C. G.; MONTEIRO, A.; ANHAIA, E. M.; GONCALVES, K. L. N.; JANATA, N. E . Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa - Educação Matemática do Campo - MEC. 2014. (Desenvolvimento de material didático ou instrucional - Cadernos de Formação).

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A construção e transmissão do conhecimento matemático sob uma perspectiva wittgensteiniana. **Cad. Cedes**, Campinas, vol. 28, n. 74, p. 75-96, jan./abr. 2008.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia. A Natureza do Conhecimento Matemático sob a Perspectiva de Wittgenstein: algumas implicações educacionais. **Cad. Hist. Fil. Ci.**, Campinas, Série 3, v. 14, n. 2, p. 305-334, jul.-dez. 2004.

GOTTSCHALK, Cristiane Maria Cornelia.Uma concepção pragmática de ensino e aprendizagem. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v.33, n.3, p. 459-470, set./dez. 2007.

GARNICA, Antonio Vicente M.; PINTO, Thiago Pedro. Considerações sobre a linguagem e seus usos na sala de aula de Matemática**. ZETETIKÉ** – FE – Unicamp – v. 18, Número Temático, 2010.

KNIJNIK, Celsa; GIONGO, Ieda. Educação matemática e currículo escolar: um estudo das matemáticas da escola estadual técnica agrícola Guaporé. **ZETETIKÉ** – Cempem – FE – Unicamp – v. 17, n. 32 – jul/dez – 2009.

KNIJNIK, Celsa; SILVA, Fabiana Boff de Souza da. "O problema são as fórmulas": um estudo sobre os sentidos atribuídos à dificuldade em aprender matemática. **Cadernos de Educação**, Pelotas, v.30, p.63-78. jan./jun. 2008.

NEVES, José Luis. Pesquisa Qualitativa – características, usos e possibilidades. **Caderno de pesquisas em administração**, São Paulo, V. 1, nº 3, 2 sem./1996.

SILVEIRA, Maria Rosâni Abreu; MEIRA, Janeisi de Lima; FEIO, Evandro dos Santos Paiva; JUNIOR, Valdomiro Pinheiro Teixeira. Reflexões acerca da contextualização dosconteúdos no ensino da matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, p. 151-172, jan./abr. 2014.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Gramática filosófica**. São Paulo: Loyola, 2003.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Investigações filosóficas**. Tradução de Marcos G Montagnoli. 6. ed. Petrópolis: Vozes, 2009.