## UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JARDEL RÉGIS TEIXEIRA

# CONTROLE PREDITIVO COM LIMITADOR BASEADO EM MODELOS APLICADO AO MOTOR BLDC

JOINVILLE

2015

## UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

JARDEL RÉGIS TEIXEIRA

# CONTROLE PREDITIVO COM LIMITADOR BASEADO EM MODELOS APLICADO AO MOTOR BLDC

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Bacharelado em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, para a obtenção do Grau de Bacharel em Engenharia Elétrica.

**Orientador**: Prof. Dr. José de Oliveira **Coorientadora**: Profa. Dra. Mariana Santos Matos Cavalca

#### JOINVILLE

2015

## "CONTROLE PREDITIVO COM LIMITADOR BASEADO EM MODELOS APLICADO AO MOTOR BLDC "

por

Jardel Régis Teixeira

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado para a obtenção do título de

#### Bacharel em Engenharia Elétrica

e aprovado em sua forma final pelo

CURSO DE BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA DO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARTINA

> Dr. José de Oliveira CCT/UDESC (Orientador/presidente)

Banca Examinadora:

Joinville, 11 de dezembro 2015.

Msc. Eduardo B. Cavalca CCT/UDESC

Eng. Gabriel H. Negri CCT/UDESC

Dra. Mariana Santos Matos Cavalca CCT/UDESC (Coorietadora/Suplente)

#### AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda minha família que me apoiou durante toda a minha trajetória na graduação, em especial ao meu pai Nelson, minha mãe Sidineia e meus irmãos Henrique, José e Beatriz.

Agradeço a minha namorada Cristiani pelo carinho e compreensão nos momentos de dificuldades desde o início da graduação. Além disso, agradeço aos seus pais Geraldo e Lucia, pelo apoio e incentivo.

Agradeço aos professores Dr. José de Oliveira e Dra. Mariana Cavalca, por todas as contribuições neste trabalho e pelos seus ensinamentos.

Agradeço ao meu amigo Arthur Bartsch, que sempre de forma espontânea, me ajudou e contribuiu com sugestões no decorrer deste trabalho.

Agradeço aos meus amigos que caminharam junto ao longo deste curso, pelo apoio no estudos e trabalhos realizados e pelo laço de amizade adquirido, o qual levarei para toda a minha vida, em especial: Rodolfo Vanassi, Gilian Dal Posso, Gian Nunes, Vinicius Casara, Dhyony Serighelli, Lucas Terres, Iago Campos, Vitor Okamoto, Ariele Baumann e Henrique Lunardi. Além disso, agradeço a Dhyony Serighelli e a Gilian Dal Posso pela companhia nas noites passadas em claro estudando.

Agradeço ao grupo PET e a todos os meus amigos feitos ao longo do período de 3 anos e meio que permaneci no grupo, pelo crescimento pessoal e profissional, em especial ao professor André B. Leal pelos ensinamentos.

Agradeço ao grupo GERM e a todos os meus amigos, que da mesma forma que o PET, me proporcionaram crescimento pessoal e profissional.

Agradeço ao grupo GCS, pelos equipamentos utilizados neste trabalho e pelo ambiente para a realização dos ensaios práticos.

Agradeço a todos os professores da UDESC e das escolas em que eu estudei por terem contribuido com a minha formação;

Agradeço a Deus por saúde, guiar meus caminhos e por todas as minhas conquistas.

#### RESUMO

Com o recorrente avanço da indústria e da tecnologia, o uso do motor BLDC em determinadas aplicações, em que se requer maior eficiência, se tornou mais comum. Com isso, é necessário o estudo de técnicas de controle sofisticadas, com a finalidade de se obter um melhor desempenho do motor. Esse trabalho constitui no estudo da modelagem e acionamento do motor BLDC e da técnica de controle MPC representada em espaço de estados (SSMPC) com restrições, aplicada ao controle de velocidade do motor BLDC, com a estratégia de modelo único e múltiplos modelos. Além disso, é proposta uma nova técnica desenvolvida pelo próprio autor, denominada Limitador Baseado em Modelos (LBM), que garante os três tipos de limitações: na saída, na entrada e na variação do sinal de controle. Os resultados obtidos tanto via simulações realizadas no software MATLAB, quanto experimentais via kit TRW-56F8400 da marca Freescale, se mostraram satisfatórios.

**Palavras-chave:** Controle preditivo baseado em modelo, limitador baseado em modelos, técnicas de restrição, motor BLDC.

#### ABSTRACT

With the current boost of the tecnology industry, the use of the BLDC motor in some applications, that requires more efficiency, has become more common. Therefore, it is necessary the study of sophisticated control techniques, targeting a better performance of the motor. This work is focused in the study of modeling and setting of the BLDC motor and of the MPC technique control represented in state space (SSMPC) with constraints, applied in the speed control of BLDC motor with the idea of unique model and multimodel. Additionally, a new technique named Model Based Limiter (LBM) is proposed. LBM enables three types of limitation: in the output and the input of the system, and in the variation of the control signal. The results obtained either in simulation, using MATLAB, or experimentals on the kit TRW-56F8400 of Freescale, has proved satisfactory.

**Keywords:** Model based predictive control, model based limitator, techniques of restriction, BLDC motor.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Estrutura do motor DC	25
Figura 2.2	Motor BLDC (i) Rotor externo com imãs no interior do rotor	
e (ii) Roto	r interno com imãs no exterior do rotor	27
Figura 2.3	Composição da estrutura de um motor BLDC	28
Figura 2.4	Forças contra eletromotrizes FCEMs	29
Figura 2.5	Forma de ondas de corrente e força contra eletromotriz de	
cada fase e	e do torque resultante	30
Figura 2.6	Circuito equivalendo do motor BLDC	31
Figura 2.7	Topologia de acionamento a seis interruptors	35
Figura 2.8	Topologia de acionamento a quatro interruptores	36
Figura 2.9	Força contra eletromotriz, corrente e torque eletromagnético	
de cada fa	se, torque eletromagnetico resultante e sinais de tensão dos	
sensores H	lalls	38
Figura 2.10	Controle as seis interruptores por PWM (i) e Histerese (ii)	39
Figura 2.11	Tensões de fase	41
Figura 2.12	Tensões de linha.	42
Figura 2.13	Curvas do ensaio do motor a vazio	44
Figura 2.14	Curvas do ensaio do motor com inserção de carga em t= $0.2$ s.	45
Figura 3.1	Estrutura básica do controle MPC	50
Figura 3.2	Estrutura MPC com a nova técnica LBM proposta	61
Figura 4.1	Instrumentos utilizados na bancada	67
Figura 4.2	Referência adotada nos ensaios	68
Figura 4.3	Velocidade - Ensaio 1.	70
Figura 4.4	Ação de controle - Ensaio 1	71
Figura 4.5	Velocidade - Ensaio 2	72
Figura 4.6	Ação de controle - Ensaio 2	72
Figura 4.7	Velocidade - Ensaio 3	73
Figura 4.8	Ação de controle - Ensaio 3	74
Figura 4.9	Velocidade - Ensaio 4	75
Figura 4.10	Ação de controle - Ensaio 4	75
Figura 4.11	Corrente - Ensaio 2.	76
Figura 4.12	Velocidade - Restrição quadprog a vazio	77
Figura 4.13	Ação de controle - Restrição quadprog a vazio	78
-		

Figura 4.14 Corrente - Restrição quadprog a vazio	78
Figura 4.15 Velocidade - Restrição quadprog com inserção da carga	79
Figura 4.16 Ação de controle - Restrição quadprog com inserção da carga.	79
Figura 4.17 Corrente - Restrição quadprog com inserção da carga	80
Figura 4.18 Velocidade - validação da técnica LBM 1	81
Figura 4.19 Ação de controle - validação da técnica LBM 1	82
Figura 4.20 Velocidade - validação da técnica LBM 2	82
Figura 4.21 Ação de controle - validação da técnica LBM 2	83
Figura 4.22 Compensador da técnica LBM	83
Figura 4.23 Velocidade - Técnica LBM a vazio	84
Figura 4.24 Ação de controle - Técnica LBM a vazio	84
Figura 4.25 Corrente - Técnica LBM a vazio	85
Figura 4.26 Velocidade - Técnica LBM com inserção da carga	85
Figura 4.27 Ação de controle - Técnica LBM com inserção da carga	86
Figura 4.28 Corrente - Técnica LBM com inserção da carga	86
Figura 4.29 Velocidade - Ensaio 5 experimental	88
Figura 4.30 Ação de controle - Ensaio 5 experimental	88
Figura 4.31 Velocidade - Ensaio 6 experimental	89
Figura 4.32 Ação de controle - Ensaio 6 experimental	90
Figura 4.33 Velocidade - Ensaio 7 experimental	91
Figura 4.34 Ação de controle - Ensaio 7 experimental	92
Figura 4.35 Velocidade - Ensaio 8 experimental	93
Figura 4.36 Ação de controle - Ensaio 8 experimental	93
Figura 4.37 Velocidade - Ensaio 8-2 experimental.	94
Figura 4.38 Ação de controle - Ensaio 8-2 experimental	94
Figura 4.39 Velocidade - Ensaio 9 experimental	95
Figura 4.40 Ação de controle - Ensaio 9 experimental	96
Figura 4.41 Velocidade parte 2- Ensaio 9 experimental	96
Figura 4.42 Ação de controle parte 2 - Ensaio 6 experimental	97

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1	Etapas de operações do motor BLDC	37
Tabela 2.2	Complemento a Tabela 2.1 com as chaves ativas em cada	
etapa		39
Tabela 2.3	Dados nominais de operação do Motor	40
Tabela 2.4	Parâmetros do Motor	40
Tabela 2.5	Modelos do motor BLDC identificados em função de trans-	
ferência.		46
Tabela 2.6	Modelos do motor BLDC identificados em espaço de estados	47
Tabela 3.1	Multimodelos em espaço de estados usados no controle SSPM	C 58
Tabela 4.1	Configuração do controle - Sem a aplicação de restrição	69
Tabela 4.2	Configuração do controle - Ensaio 4	74
Tabela 4.3	Configuração do controle - Ensaio 5	87
Tabela 4.4	Configuração do controle - Ensaio 6	89
Tabela 4.5	Configuração do controle - Ensaio 7	91
Tabela 4.6	Configuração do controle - Ensaio 8	92
Tabela 4.7	Configuração do controle - Ensaio 9	95

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Alternating Current
BLDC	Brushless Direct Current
BLAC	Brushless Alternating Current
DC	Direct Current
DMC	Dynamic Matrix Control
FCEM	Força Contra Eletromotriz
LBM	Limitador Baseado em Modelos
PWM	Pulse Width Modulation
MIMO	Multiple Input and Multiple Output
MPC	Model Predictive Control
SISO	Single Input and Single Output
SSMPC	State Space Model-based Predictive Control

# LISTA DE SÍMBOLOS

Α	Matriz de Dinâmica do Sistema
$A_a$	Matriz de Dinâmica do Sistema Expandida
$A_d$	Matriz de Dinâmica do Sistema Discretizada
$\beta_m$	Atrito Viscoso
В	Matriz de Entrada do Sistema
$B_a$	Matriz de Entrada do Sistema Expandida
$B_d$	Matriz de Entrada do Sistema Discretizada
С	Matriz de Saída do Sistema
$C_a$	Matriz de Saída do Sistema Expandida
$C_d$	Matriz de Saída do Sistema Discretizada
$C_1$	Contador
$\frac{d}{dt}$	Operador de Derivação
d	Duty Cycle
$E_a$	Força Contra eletromotriz da Fase A
$E_b$	Força Contra eletromotriz da Fase B
$E_c$	Força Contra eletromotriz da Fase C
$E_{ab}$	Força Contra eletromotriz de Linha entre as Fases A e B
$E_{bc}$	Força Contra eletromotriz de Linha entre as Fases B e C
$F(\theta_e)$	Função de Referência Trapezoidal
$f_a$	Fase A
$f_b$	Fase B
$f_c$	Fase C
F	Resposta Livre do Sistema
G	Matriz de Dinâmica do Sistema da Equação de Predição
<i>i</i> <sub>a</sub>	Corrente da Fase A
<i>i</i> <sub>b</sub>	Corrente da Fase B
$i_c$	Corrente da Fase C
Ι	Matriz Identidade
J	Momento de Inércia
$J_c$	Função Custo
L	Indutância Equivalente de Fase
$L_a$	Indutância Equivalente da Fase A

$L_b$	Indutância Equivalente da Fase B
$L_c$	Indutância Equivalente da Fase C
k <sub>e</sub>	Constante de Proporcionalidade da Força Contra Eletromotriz
$k_t$	Constante de Proporcionalidade Magnética de Torque Elétrico
$K_{pro}$	Constante de Proporcionalidade
k <sub>MPC</sub>	Ganho ótimo
k <sub>i</sub>	Constante do Compensador Integrador
М	Horizonte de Controle
N	Horizonte de Predição
$N_i$	Horizonte de Predição Inicial
Р	Número de Polos
ρ	Termo de Ponderação da Ação de Controle
$\omega_m$	Rotação Mecânica
R	Resistência Equivalente de Fase
$R_a$	Resistência Equivalente da Fase A
$R_b$	Resistência Equivalente da Fase B
$R_c$	Resistência Equivalente da Fase C
$R_{ref}$	Vetor de Referência
S1	Interruptor 1 do Inversor
<i>S</i> 2	Interruptor 2 do Inversor
<i>S</i> 3	Interruptor 3 do Inversor
<i>S</i> 4	Interruptor 4 do Inversor
<i>S</i> 5	Interruptor 5 do Inversor
<i>S</i> 6	Interruptor 6 do Inversor
t	Tempo Contínuo
Т	Período do Sinal PWM
$T_s$	Tempo de Amostragem
$T_{on}$	Tempo do Sinal PWM Ativo
$\theta_e$	Posição Angular Elétrica
$T_a$	Torque Elétromagnético da Fase A
$T_b$	Torque Elétromagnético da Fase B
$T_c$	Torque Elétromagnético da Fase C
$T_e$	Torque Elétromagnético Resultante
$T_L$	Torque de Carga

$t_r$	Tempo de Resposta do Sistema
и	Vetor de Entradas do Sistema
U	Vetor de Entradas do Sistema da Equação de Predição
$v_a$	Tensão da Fase A
$v_b$	Tensão da Fase B
<i>v</i> <sub>c</sub>	Tensão da Fase C
$v_{ab}$	Tensão da Linha entre as Fases A e B
$v_{bc}$	Tensão da Linha entre as Fases B e C
$v_{in}$	Tensão de Barramento
V	Amplitude das tensões de fase
$v_m$	Tensão de Média
x	Vetor de Estados
ż	Derivada do vetor de Estados
у	Saída do Sistema
<i>Yref</i>	Vetor Referência
Y	Vetor de Saída do Sistema da Equação de Predição
$\Delta u$	Incremento da Ação de Controle
Г	Variável de Ponderação
*	Operador de multiplicação

# SUMÁRIO

1	INT	RODU	ÇÃO		23					
2	MOTOR BLDC									
	2.1	CONF	FIGURAÇ	ÃO DO MOTOR BLDC	26					
	2.2	MODI	ELO MAT	EMÁTICO DO MOTOR BLDC	31					
	2.3	ACIO	NAMENT	O DO MOTOR BLDC	35					
		2.3.1	Técnica	de acionamento <i>six-step</i>	37					
	2.4	SIMU	LACÃO I	DO MOTOR BLDC EM MALHA ABERTA						
		DE VI	ELOCIDA	DE	40					
		2.4.1	Ensaio a	a vazio	41					
		2.4.2	Ensaio c	com inserção de carga	43					
	2.5	Model	o do moto	or SISO	46					
3	CO	NTROL	E PRED	ITVO	49					
	3.1	Contro	ole SSMP	С	51					
		3.1.1	SSMPC	projetado com modelo único	55					
		3.1.2	SSMPC	projetado com múltiplos modelos	56					
	3.2	Otimiz	mização do sistema envolvendo restrições							
3.3 Nova técnica para tratamento de restrições: Limitador Ba										
		ado en	n Modelos	Modelos - LBM						
		3.3.1	Restriçã	o na variação da ação de controle máxima e						
			mínima	$\Delta u(k)$ :	62					
		3.3.2	Restriçã	o na ação de controle máxima e mínima $u(k)$ :	63					
		3.3.3	Restriçã	ăo na saída da planta máxima e mínima $y(k)$ :	63					
4	RES	SULTAI	DOS E DI	ISCUSSÕES	67					
	4.1	Ensaic	os via sim	ulações numéricas	69					
		4.1.1	Sem a a	plicação de restrição	69					
			4.1.1.1	Ensaio 1 - Modelo único	69					
			4.1.1.2	Ensaio 2 - Múltiplos modelos Brusco	71					
			4.1.1.3	Ensaio 3 - Múltiplos modelos Suave	73					
			4.1.1.4	Ensaio 4 - Multimodelos Suave (Ação de						
				controle agressiva para o emprego da res-						
				trição)	74					
		4.1.2	Com a a	plicação de restrição	76					
			4.1.2.1	Restrição com quadprog	77					

	4.1.2.2 Restrição com o algoritmo limitador base-												
				ado em modelo	os - LI	ЗM							80
	4.2	Ensaio	s experien	nntais									87
		4.2.1	Ensaio 5	- Experimental									87
		4.2.2	Ensaio 6	- Experimental									89
		4.2.3	Ensaio 7	- Experimental									90
		4.2.4	Ensaio 8	- Experimental									91
		4.2.5	Ensaio 9	- Experimental				•	 •	•	•	•	92
5	CON	<b>NCLUS</b>	ÃO										99
	5.1	CONT	RIBUIÇÕ	ES DO TRABA	LHO								99
	5.2	Traball	hos futuros	5				•			•	•	100
RI	EFER	ÊNCIA	S BIBLIC	OGRÁFICAS									101

### 1 INTRODUÇÃO

O motor DC sem escovas (BLDC - *Brushless Direct Current*) é um motor síncrono alimentado por corrente contínua e comutado eletronicamente. Sua estrutura é composta por ímãs permanentes no rotor e enrolamentos de armadura no estator (TOLIYAT; GOPALARATHNAM, 2001). O BLDC apresenta maior eficiência em relação aos motores convencionais. É geralmente caracterizado por ter maior durabilidade, baixo custo de manutenção e não possuir escovas, que acarreta a eliminação de faíscas e ruídos na comutação (TOLIYAT; GOPALARATHNAM, 2001).

Conforme Nizam, Mujianto e Triwaloyo (2013), atualmente o motor BLDC é amplamente utilizado em aplicações industriais, principalmente em ambientes limpos e explosivos, como robótica, indústrias de alimentos e de produtos químicos, veículos elétricos, instrumentos médicos, e periféricos de computador.

O Controle Preditivo foi desenvolvido no final dos anos 70, tendo como principal foco a indústria de refino de petróleo. Atualmente, diversas aplicações podem ser encontradas em outros segmentos, tais como as indústrias química, aeroespacial, de alimentos, entre outras (JUNIOR et al., 2014). É caracterizado pela utilização de um modelo matemático explícito a fim de prever as saídas do processo em um tempo futuro, bem como pelo cálculo de uma sequência de ações de controle ótima.

Dentre as técnicas de controle preditivo, a baseado em modelo - MPC (*Model-based Predictive Control*) é a mais usual. Esta técnica de controle, utiliza modelos matemáticos do sistema pré-definidos, identificados através de modelagem matemática ou por aplicação de impulsos ou degraus na entrada do sistema, possibilitando através da análise da resposta aproximar o modelo do sistema para uma função matemática polinomial. Sendo assim possível explorar espectos como: predição de perturbações, inclusão de restrições e geração de ações de controle com base nas referências futuras(MORALES; GARCIA, 2013; HENRIQUES; MACHADO; FERREIRA, 2013).

Uma das vantagens da utilização da técnica de controle preditivo é poder inserir restrições na entrada e saída do sistema, e na variação da ação de controle, sendo tratadas durante o cálculo de otimização do controle. Tendo assim, sua aplicabilidade em processos que apresentam limites físicos de operação ou pré-definidos, tanto para pontos de máximo ou mínimo.

Esse trabalho consiste no estudo da modelagem e acionamento do motor BLDC. Tal como da técnica de controle MPC representada em espaço de estados - SSMPC (*State Space Model-based Predictive Control*) com restrições, aplicada ao controle de velocidade do motor BLDC. Além disso é proposto uma nova técnica denominada Limitador Baseado em Modelos - LBM, que trata os três tipos de restrições, na saída e entrada do sistema, e na variação do sinal de controle. Por fim, são apresentadas análises dos resultados obtidas por simulações e experimentais.

O trabalho está divido em 6 capítulos, sendo os Capítulos 2 e 3 a revisão bibliográfica do motor BLDC e o estudo do seu acionamento e modelagem. Capítulo 4 a revisão bibliográfica da técnica de controle SSMPC, bem como das restrições. No Capítulo 5 são apresentados os resultados por simulações e experimentais e as discussões. Por fim, no Capítulo 6, são apresentados as considerações finais e os trabalhos futuros.

#### 2 MOTOR BLDC

Os motores BLDC, são motores síncronos com imãs permanentes no rotor e enrolamento de armadura no estator. Do ponto de vista de sua construção e funcionamento, eles podem ser considerados como uma versão dos motores DC que possuem imãs permanentes ou enrolamento de campo no estator e enrolamento de armadura no rotor (TOLIYAT; GOPALARATHNAM, 2001). A estrutura de um motor DC é representada na Figura 2.1.



Figura 2.1 – Estrutura do motor DC.

Fonte: FREESCALE (2006) - adaptado.

Neste modelo de motor DC, a comutação ocorre de forma mecânica através de escovas de grafites e um comutador de cobre, no qual o sentido de rotação é definido conforme a polarização das escovas. As escovas são posicionadas de tal modo que a comutação ocorra quando os lados das bobinas estão na zona neutra, a meio caminho entre os polos, de forma que a rotação se mantenha no mesmo sentido (FITZGERALD; KINGSLEY; UMANS, 2006).

Uma das mais relevantes limitações no funcionamento satisfatório do motor DC comum é a capacidade de transferir corrente de armadura através do contato mecânico das escovas no comutador, ocasionando faíscamento e perdas por aquecimento nas escovas e no comutador (FITZGERALD; KINGS-LEY; UMANS, 2006). Devido ao faíscamento e o contato mecânico na comutação, ocorre a corrosão e o desgaste destrutivo do comutador e das escovas, ocasionando a necessidade de manutenção. Este fato restringe o seu uso em aplicações que se requer alta durabilidade e nenhuma faísca, tal como tanques de combustíveis (GIERAS; WING, 2002). Já os motores *brushless*, possuem comutação eletrônica através de inversores de frequência, dispensando o uso de escova e comutador, que elimina a manutenção por desgastes das peças de comutação e as faíscas que lhe estão associadas. Para a comutação, é necessário saber a posição angular do rotor, que pode ser obtida com o uso de sensores hall ou pelo método de sensorless, que é utilizado para realimentar o sistema de controle, responsável por gerar os disparos de comutação (FRE-ESCALE, 2006; TOLIYAT; GOPALARATHNAM, 2001; GIERAS; WING, 2002).

A aplicação dos motores BLDC ocorre principalmente em ambientes limpos e explosivos, como por exemplo: robótica, indústrias de alimentos e de produtos químicos, veículos elétricos, instrumentos médicos, e periféricos de computador (NIZAM; MUJIANTO; TRIWALOYO, 2013). Segundo Brasão (2012), Bai (2011) o emprego destes motores possuem as seguintes vantagens:

- alta eficiência, com rendimento superior a 90%;
- redução de ruídos sonoros;
- forma construtiva simplificada;
- inexistência de faíscas;
- possui alto torque de partida;
- rápida resposta dinâmica;
- possui baixo custo de manutenção;
- baixa manutenção, devido a inexistência de escovas e comutadores.

#### 2.1 CONFIGURAÇÃO DO MOTOR BLDC

A configuração da estrutura de um motor BLDC pode ser caracterizada por diferentes tipos de rotores, estatores, números de ranhuras, de fases e de polos. O posicionamento dos imãs permanentes no rotor, pode estar Figura 2.2 – Motor BLDC (i) Rotor externo com imãs no interior do rotor e (ii) Rotor interno com imãs no exterior do rotor.



Fonte: Brasão (2012).

no interior ou no exterior do mesmo, conforme representado na Figura 2.2 (BRASÃO, 2012).

O trabalho foi realizado com base no motor BLDC configurado com o rotor interno e com imãs permanentes no seu exterior, conforme a Figura 2.2(ii). A sua estrutura completa pode ser observada na Figura 2.3.

Conforme (BRASÃO, 2012), o motor BLDC é caracterizado por possuir uma força contra eletromotriz no formato trapezoidal em cada fase, defasadas em 120 graus elétricos entre si. Quando no formato ideal, possui 120 graus elétricos de duração com valor constante, vinculado à posição discreta do rotor a cada 60 graus elétricos. A Figura 2.4 representa as forças contra eletromotrizes FCEMs geradas por cada fase do motor.

As expressões das forças contra eletromotrizes FCEM de cada fase são:

$$E_a = k_e \omega_m F(\theta_e) \tag{2.1}$$

$$E_b = k_e \omega_m F(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \tag{2.2}$$

$$E_c = k_e \omega_m F(\theta_e - \frac{4\pi}{3}) \tag{2.3}$$

sendo  $\theta_e$  o ângulo elétrico de posição do rotor,  $k_e$  a constante de proporcionalidade da força contra eletromotriz,  $\omega_m$  a velocidade mecânica do rotor e



Figura 2.3 – Composição da estrutura de um motor BLDC.

Fonte: BARTSCH (2014).

 $F(\theta_e)$  a referência trapezoidal da força contra eletromotriz, conforme apresentada na Figura 2.4.

A velocidade mecânica do rotor pode ser expressa em função da variação da posição angular elétrica do motor e pelo número de polos *P*, dada por:

$$\omega_m = \frac{2}{P} \frac{d\theta_e}{dt} \tag{2.4}$$

A equação do torque elétrico gerado por cada fase pode ser da seguinte forma:

$$T_a = k_t i_a F(\theta_e) \tag{2.5}$$

$$T_b = k_t i_b F(\theta_e - \frac{2\pi}{3}) \tag{2.6}$$

$$T_c = k_t i_c F(\theta_e - \frac{4\pi}{3}) \tag{2.7}$$



Figura 2.4 – Forças contra eletromotrizes FCEMs.

Fonte: do autor.

sendo  $k_t$  a constante de proporcionalidade de torque eletromagnético e  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  as respectivas correntes de fase.

O torque elétrico resultante é a soma dos torques de cada de fase, dado por:

$$T_e = T_a + T_b + T_c \tag{2.8}$$

O torque resultante  $T_e$  também pode ser representado pela igualdade da soma de todos os torques mecânicos do sistema. Sendo o torque da carga constante  $T_L$ , o atrito viscoso  $\beta_m$  e a inércia das partes girantes J, obtém-se:

$$T_e = J \frac{d\omega_m}{dt} + \beta_m \omega_m + T_L \tag{2.9}$$

Além disso, o torque elétrico resultante do motor BLDC pode ser expresso em função das tensões da força contra eletromotriz e da rotação mecânica (BRASÃO, 2012):

$$T_e = K_t \frac{E_a i_a + E_b i_b + E_c i_c}{\omega_m} \tag{2.10}$$

O motor BLDC produz torque constante quando a força contra eletromotriz de cada fase é suprida com a corrente de fase com perfil retangular, conforme mostrado na Figura 2.5.

Figura 2.5 – Forma de ondas de corrente e força contra eletromotriz de cada fase e do torque resultante.



Fonte: Brasão (2012) - adaptado.

#### 2.2 MODELO MATEMÁTICO DO MOTOR BLDC

A modelagem matemática do motor BLDC será feita com base nas seguintes suposições (NEGRI et al., 2014; GAO et al., 2010):

- despreza-se a saturação magnética, as perdas por Histerese e Foucault;
- considera-se o circuito equivalente do motor de forma equilibrada, com as impedâncias de cada fase iguais;
- os interruptores do inversor são todos ideais; e
- o motor é configurado em ligação estrela.

A partir das suposições apresentadas, o modelo do motor BLDC pode ser representado na forma de um circuito equivalente, nos termos da resistência R e indutância L equivalentes e da força contra eletromotriz, conforme a Figura 2.6. As fases do motor BLDC,  $f_a$ ,  $f_b$  e  $f_c$ , possuem um defasamento de 120 graus elétricos entre uma e outra.





Fonte: Brasão (2012) - adaptado.

No circuito equivalente mostrado na Figura 2.6, as variáveis são definidas como:

- $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  são as tensões correspondentes no terminal de cada fase;
- $R_a$ ,  $R_b$  e  $R_c$  são as resistências equivalentes de cada fase;
- $E_a, E_b$  e  $E_c$  são forças contra eletromotriz geradas por cada fase.

Com as suposições consideradas por Negri et al. (2014), Gao et al. (2010) para este modelo, ficará definido que  $R_a = R_b = R_c = R$  e,  $L_a = L_b = L_c = L$ , para as próximas equações ao longo deste trabalho.

Equacionando o circuito equivalente da Figura 2.6, tem-se:

$$V_{a}(t) = Ri_{a}(t) + L\frac{di_{a}(t)}{dt} + E_{a}(t)$$
(2.11)

$$V_b(t) = Ri_b(t) + L\frac{di_b(t)}{dt} + E_b(t)$$
(2.12)

$$V_{c}(t) = Ri_{c}(t) + L\frac{di_{c}(t)}{dt} + E_{c}(t)$$
(2.13)

A partir das equações das tensões de fase, será representado o modelo matemático em espaço de estados, em função das tensões de linha. Para simplicidade, o termo (t) de (2.11), (2.12) e (2.13) será omitido nas próximas manipulações.

Subtraindo (2.12) de (2.11):

$$V_{a} - V_{b} - E_{a} + E_{b} = L(\frac{di_{a}}{dt} - \frac{di_{b}}{dt}) + R(i_{a} - i_{b})$$
$$V_{ab} - E_{ab} = L(\frac{di_{a}}{dt} - \frac{di_{b}}{dt}) + R(i_{a} - i_{b})$$
(2.14)

Subtraindo (2.13) de (2.12):

$$V_{b} - V_{c} - E_{b} + E_{c} = L(\frac{di_{b}}{dt} - \frac{di_{c}}{dt}) + R(i_{b} - i_{c})$$
$$V_{bc} - E_{bc} = L(\frac{di_{b}}{dt} - \frac{di_{c}}{dt}) + R(i_{b} - i_{c})$$
(2.15)

Sendo as correntes de fase do motor equilibradas, tem-se:

$$i_c = -(i_a + i_b) \tag{2.16}$$

$$\frac{di_c}{dt} = -\left(\frac{di_a}{dt} + \frac{di_b}{di_b}\right) \tag{2.17}$$

Substituindo (2.16) e (2.17) em (2.15), obtém-se:

$$V_{bc} - E_{bc} = L(2\frac{di_b}{dt} + \frac{di_a}{dt}) + R(2i_b + i_a)$$
(2.18)

Subtraindo (2.14) de (2.18):

$$(V_{bc} - E_{bc}) - (V_{ab} - E_{ab}) = L(3\frac{di_b}{dt}) + R(3i_b)$$

Isolando o termo  $\frac{di_b}{dt}$ , logo:

$$\frac{di_b}{dt} = \frac{1}{L} \left[ -Ri_b + \frac{(V_{bc} - E_{bc}) - (V_{ab} - E_{ab})}{3} \right]$$
(2.19)

Substituindo (2.19) em (2.14) e isolando o termo  $\frac{di_a}{dt}$ , obtém-se:

$$\frac{di_a}{dt} = \frac{1}{L} \left[ -Ri_a + \frac{(V_{bc} - E_{bc}) + 2(V_{ab} - E_{ab})}{3} \right]$$
(2.20)

A relação entre torque e rotação do motor é dada pela Equação 2.9. Isolando o termo  $\frac{d\omega_m}{dt}$  da Equação 2.9:

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{1}{J} [(T_e - T_L) - \beta_m \omega_m]$$
(2.21)

A partir de (2.19), (2.20) e (2.21), obtidas através da dedução do modelo matemático do motor é possível representar o modelo do BLDC em equações de espaço de estados (*state space*) (OGATA, 2010):

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \qquad (2.22)$$
  
$$y(t) = Cx(t)$$

Para simplicidade, assim como nas equações anteriores, o termo (t) dos vetores de (2.22) será omitido em suas representações. Sendo:

Vetor de estados x(t) :

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \omega_m \end{bmatrix}$$
(2.23)

Vetor de entrada u(t) :

$$u(t) = \begin{bmatrix} V_{ab} - E_{ab} \\ V_{bc} - E_{bc} \\ T_e - T_L \end{bmatrix}$$
(2.24)

Vetor de saída y(t) :

$$y(t) = \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ \omega_m \end{bmatrix}$$
(2.25)

Matriz de dinâmica do sistema A:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L} & 0 & 0\\ 0 & \frac{-R}{L} & 0\\ 0 & 0 & \frac{-\beta_m}{J} \end{bmatrix}$$
(2.26)

Matriz de entrada B:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2}{3L} & \frac{1}{3L} & 0\\ \frac{-1}{3L} & \frac{1}{3L} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$
(2.27)

Matriz de saída C:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(2.28)

O modelo matemático do motor obtido em espaço de estados, dado por (2.22), é do tipo MIMO (*multiple input and multiple output*), sendo o vetor de entrada u(t) dependente das forças contra eletromotrizes e do torque resul-

tante, além dos valores de tensão de linha do motor e do torque de carga. Este modelo matemático do motor BLDC foi utilizado para simulação numérica e para obtenção dos modelos SISO (*single input and single output*) do mesmo, utilizados para a aplicação da técnica de controle preditivo. A identificação dos modelos SISO são apresentadas na Seção 2.5.

#### 2.3 ACIONAMENTO DO MOTOR BLDC

Devido ao motor BLDC não possuir comutadores mecânicos, é necessário o uso de um inversor de frequência trifásico, para que a comutação seja feita de forma eletrônica. A estrutura mais comum de acionamento é de inversores de seis interruptores, apresentada na Figura 2.7. Existem outras topologias de acionamento do motor BLDC, como a de quatro interruptores, conforme Brasão (2012), Gieras e Wing (2002), representada na Figura 2.8.





Fonte: Brasão (2012) - adaptado.


Figura 2.8 – Topologia de acionamento a quatro interruptores.

Fonte: Brasão (2012) - adaptado.

Os estudos ao longo deste trabalho foram feitos com base na topologia de acionamento a seis interruptores.

Com o objetivo de se obter o torque elétrico  $T_e$  do motor BLDC constante, dado pela Equação 2.10, é necessário que se tenha uma combinação da força contra eletromotriz trapezoidal com a corrente de fase na forma retangular durante 120 graus elétricos, conforme apresentado na Figura 2.5.

Para o acionamento correto dos interruptores do inversor, é preciso conhecer a posição angular do rotor nos pontos de comutação a cada 60 graus elétricos. Estas posições podem ser identificadas com o uso de três sensores de posição discretos, do tipo hall ou ópticos, dispostos a cada 60 graus elétricos (FREESCALE, 2011). Além disso, a fim de reduzir custos e não empregar o uso dos sensores, é possível identificar as posições pela técnica de sensorless, que estima a região da posição através da força contra eletromotriz (BRASÃO et al., 2012). Para melhor compressão do funcionamento do motor BLDC, a Figura 2.9 apresenta todas as formas de ondas para cada etapa de operação.

Na Figura 2.5, verificou-se que as formas de ondas de corrente entre as fases devem ser defasadas de 120 graus elétricos umas das outras. Além disso, o acionamento dos interruptores deve ser de modo que garanta duas fases ativas e uma passiva em cada etapa de operação, alternando as fases a cada 60 graus elétricos, de modo que cada fase fique ativa por um período

Etapas	Posição	Correntes	Fases Ativas	Fase Passiva
Ι	$30^{\circ} < \theta_e < 90^{\circ}$	$i_c = 0; i_a = -i_b$	$f_a e f_b$	$f_c$
II	$90^o < \theta_e < 150^o$	$i_b = 0; i_a = -i_c$	$f_a e f_c$	$f_b$
III	$150^o < \theta_e < 210^o$	$i_a = 0; i_b = -i_c$	$f_b e f_c$	$f_a$
IV	$210^o < \theta_e < 270^o$	$i_c = 0; i_b = -i_a$	$f_b e f_a$	$f_c$
V	$270^o < \theta_e < 330^o$	$i_b = 0; i_c = -i_a$	$f_c e f_a$	$f_b$
VI	$330^o < \theta_e < 360^o$	$i_a = 0; i_c = -i_b$	$f_c e f_b$	$f_a$

Tabela 2.1 – Etapas de operações do motor BLDC.

de 120 graus elétricos. Com base nessas afirmações e na Equação (2.16), obtém-se a Tabela 2.1.

A técnica de acionamento do motor BLDC mais empregada é a *six-step*, a qual foi utilizada no desenvolvimento deste trabalho. Na literatura existem outras técnicas de acionamentos, conforme pode ser visto em Gieras e Wing (2002), Brasão (2012).

### 2.3.1 Técnica de acionamento six-step

A técnica de acionamento *six-step*, é caracterizada por possuir seis estados de comutação do motor. Tais estados estão relacionados com a sequência de bloqueio dos interruptores do inversor trifásico. Considerando um único sistema, o inversor trifásico e o motor BLDC da Figura 2.7, o controle de velocidade deste motor poderá ser feito de forma similar ao motor DC comum, através da tensão média  $V_{in}$  aplicada nos terminais do motor, que irá gerar uma corrente média em cada fase. O controle dos interruptores do inversor, pode ser feito por PWM (*Pulse width modulation*) ou por histerese, conforme a Figura 2.10. Este trabalho foi realizado com base no acionamento por PWM.

Nesta técnica, dois interruptores do inversor serão controlados em cada etapa, conduzindo o mesmo módulo de corrente. Podendo atuarem de forma complementar ou não, de modo que um dos interruptores sempre ficará fechado durante toda etapa, enquanto o outro será pulsante, a fim de garantir o funcionamento do motor e a tensão média desejada nos terminais (BRA-SÃO, 2012). As etapas de chaveamento do inversor podem ser observadas na Tabela 2.2, que complementa a Tabela 2.1. Salienta-se que este modo de controle dos interruptores é mais seguro por evitar curto de braço, porém reduz a vida útil de um dos interruptores, por trabalharem de forma parcial.

Figura 2.9 – Força contra eletromotriz, corrente e torque eletromagnético de cada fase, torque eletromagnetico resultante e sinais de tensão dos sensores Halls.





Figura 2.10 – Controle as seis interruptores por PWM (i) e Histerese (ii).

Fonte: Brasão (2012) - adaptado.

Tabela 2.2 – Complemento a Tabela 2.1 com as chaves ativas em cada etapa.

Etapas	Posição	Correntes	Chave	Chave
			pulsante	fechada
Ι	$30^{\circ} < \theta_e < 90^{\circ}$	$i_c = 0; i_a = -i_b$	<i>S</i> 1	<i>S</i> 4
II	$90^{\circ} < \theta_e < 150^{\circ}$	$i_b = 0; i_a = -i_c$	<i>S</i> 1	<i>S</i> 6
III	$150^{\circ} < \theta_e < 210^{\circ}$	$i_a = 0; i_b = -i_c$	<i>S</i> 3	<i>S</i> 6
IV	$210^{o} < \theta_{e} < 270^{o}$	$i_c = 0; i_b = -i_a$	<i>S</i> 3	S2
V	$270^{\circ} < \theta_e < 330^{\circ}$	$i_b = 0; i_c = -i_a$	<i>S</i> 5	<i>S</i> 2
VI	$330^o < \theta_e < 360^o$	$i_a = 0; i_c = -i_b$	<i>S</i> 5	<i>S</i> 4

O controle dos interruptores por PWM garante a tensão média desejada pelo controlador, devido à variação da largura de pulso d (duty cycle), de 0 a 100%, que é definido por:

$$d = \frac{T_{on}}{T} \tag{2.29}$$

$$V_m = dV_{in} \tag{2.30}$$

sendo Ton e T representados na Figura 2.10, Vm a tensão média aplicada nos terminais do motor e Vin a tensão do barramento. Quanto maior a frequência de chaveamento, menor serão as ondulações nas formas de onda do motor. Já no controle por histerese, é definido um valor referencial de corrente e um limite inferior e um superior. A chave fecha quando a corrente atinge o limite inferior e abre quando atinge o superior, sendo a média o valor de corrente desejado. O mesmo critério do PWM se aplica na histerese, quanto menores os limites, menores serão as ondulações nas formas de onda do motor.

# 2.4 SIMULAÇÃO DO MOTOR BLDC EM MALHA ABERTA DE VELO-CIDADE

A partir do modelo do motor BLDC obtido na Equação 2.22 da Seção 2.2, foram realizados ensaios via simulações numéricas através do *software* MATLAB®, a fim de analisar o seu comportamento em malha aberta em dois modos: O primeiro a vazio e o segundo com a inserção de carga nominal após 0.2 segundo de operação. Para cada ensaio serão apresentadas as formas de onda de velocidade, corrente, FCEM e torque elétrico. Sendo as formas de ondas de corrente e FCEM somente da fase  $f_a$ , pois as demais são equivalentes, apenas defasadas em 120 graus elétricos.

Estes ensaios foram realizados com os parâmetros do motor BLDC disponível no laboratório, LINIX 45ZWN24-40, o mesmo utilizado para a obtenção de resultados experimentais, a ser apresentado no Capítulo 4. Em ambos os ensaios o acionamento do motor foi realizado no modo *six-step* contínuo e com tensão nominal, sendo que cada fase fica ativada em um período de 180<sup>0</sup>. A Figura 2.11 apresenta a forma unitária das tensões de fase do motor e a Figura 2.12 das tensões de linha. Os dados nominais do motor podem ser vistos na Tabela 2.3 e os seus parâmetros intrínsecos na Tabela 2.4.

Tabela 2.3 - Dados nominais de operação do Motor

Tensão	Rotação	Potência	Corrente	Torque
24VDC	4000 <i>rpm</i>	40W	2.3A	0.099Nm

Tabela 2.4 - Parâmetros do Motor

Parâmetro	Descrição
$R = 0.5\Omega$	Resistência equivalente de cada fase
L = 0.8mH	Indutância equivalente de cada fase
$J = 1.48 \cdot 10^- 5 Kg \cdot m^2$	Momento de inércia da parte girante
$\beta_m = 0.3 \cdot 10^- 7N \cdot s/m^2$	Atrito viscoso
$K_e = 0.0238V \cdot s/rad$	Constante de proporcionalidade da FCEM

Para os ensaios via simulação considerou-se  $K_e = K_T$ .



Figura 2.11 – Tensões de fase.

Fonte: do autor.

## 2.4.1 Ensaio a vazio

Com ensaio a vazio é possível analisar o comportamento do motor através das curvas de velocidade Figura 2.13(a), corrente Figura 2.13(b), força contra eletromotriz Figura 2.13(c) e torque elétrico Figura 2.13(d), quando aplicada uma tensão de 24V e torque de carga nulo.



Nota-se na Figura 2.13(b), a corrente elétrica do motor no intervalo de transição da velocidade, Figura 2.13(a), apresenta um pico acima de 10A e em regime permanente a partir de t = 0, 1s aproximadamente 1,7A. Este pico de corrente, é devido ao torque elétrico, Figura 2.13(d), necessário ser gerado pelo motor a fim de suprir a sua própria inércia na partida, pois  $T_e$  é proporcional às correntes de cada fase do motor, conforme a Equação 2.10. Quando o motor atinge seu regime de velocidade permanente,  $T_e$  é aproxima-

Figura 2.12 – Tensões de linha.

damente nulo, gerando um torque mínimo apenas para suprir seu torque de atrito intrínsico, com isso sua corrente é mínima.

Através deste ensaio, foram obtidos os modelos SISO do motor BLDC LINIX 45ZWN24-40, apresentados na Seção 2.5, estes são necessários para o emprego da técnica de controle preditivo, utilizada para realizar o controle de velocidade do motor BLDC.

### 2.4.2 Ensaio com inserção de carga

Este ensaio foi realizado de forma similar ao de ensaio a vazio, apenas foi inserido uma carga igual a nominal do motor LINIX 45ZWN24-40,  $T_L = 0.099Nm$ , após 0,2s de operação, ou seja, o motor parte a vazio e em seguida quando atinge seu regime de velocidade, é inserida a carga. O seu comportamento pode ser analisado na Figura 2.14 através das curvas de velocidade Figura 2.14(a), corrente Figura 2.14(b), força contra eletromotriz Figura 2.14(c) e torque elétrico Figura 2.14(d).

Nota-se na Figura 2.14(b), que quando inserida a carga nominal em t = 0, 2s, a corrente do motor aumenta, a fim de gerar torque elétrico equivalente à carga inserida, para que o motor continue girando e no mesmo sentido de rotação.

A energia fornecida pela corrente ao motor é proveniente da diferença de potencial entre a tensão aplicada em seus terminais e a FCEM, considerando a impedância de cada fase constante em regime, conforme pode ser visto na Figura 2.6 e pela Equação 2.11. Logo, com o ensaio em malha aberta, manteve-se a tensão nos terminais do motor constante, sendo assim a diferença de potencial para fornecer a corrente necessária depende somente do valor da FCEM gerada, esta, proporcional à velocidade, conforme a Equação 2.1. Portanto, quando inserido a carga a velocidade do motor diminui e consequentemente a FCEM, fornecendo assim a corrente necessária para gerar o torque elétrico. A Figura 2.14(c) mostra a FCEM, que diminue de forma proporcional à velocidade.



Figura 2.13 - Curvas do ensaio do motor a vazio

(d)

0.2 0.3 tempo(s) 0.4

<u>.</u>5

-0.26

0.1



Figura 2.14 – Curvas do ensaio do motor com inserção de carga em t=0.2s.

# 2.5 MODELO DO MOTOR SISO

Foram obtidos modelos SISO do motor BLDC LINIX 45ZWN24-40, com entrada em tensão (V) e saída em velocidade (rpm), para diferentes faixas de velocidade de operação, através da análise da resposta ao degrau aplicado no motor simulado na Subseção 2.4.1, da seguinte forma:

- Definiu-se 5 diferentes faixas de operação do motor. Sendo entre 1000*rpm* uma da outra.
- Colou-se o motor no ponto de operação, definido como a velocidade de início de cada faixa;
- Aplicou-se um degrau de tensão em cada fase do motor, para que a velocidade atinja o valor final de cada faixa;
- Por fim, analisou-se a sua resposta em velocidade (*rpm*).

Com a resposta de velocidade obtida para um degrau de tensão aplicado na entrada do motor, utilizou-se a ferramenta *System Identification* do software MATLAB<sup>®</sup>, que através do método dos mínimos quadrados, obtevese a função de transferência do motor BLDC, com entrada em tensão e saída em velocidade (*rpm*). Esta será utilizada para aplicação da técnica de controle preditivo apresentada no Capítulo 4. A Tabela 2.5 apresenta os modelos identificados no domínio da frequência e a Tabela 2.6 no domínio do tempo, em espaços de estados no formato da Equação 2.22.

Tabela 2.5 – Modelos do motor BLDC identificados em função de transferência

Modelo	Faixa de Operação (rpm)	G(s)	Função de transferência
1	0 - 1000	$\frac{\omega_m(s)}{V(s)}$	$\frac{38.870,00}{s+191,61}$
2	1000 - 2000	$\frac{\omega_m(s)}{V(s)}$	$\frac{31.753,00}{s+150,83}$
3	2000 - 3000	$\frac{\omega_m(s)}{V(s)}$	$\frac{21.63,00}{s+103,20}$
4	3000 - 4000	$\frac{\omega_m(s)}{V(s)}$	$\frac{15.38,00}{s+73.44}$
5	4000 - 5000	$\frac{\omega_m(s)}{V(s)}$	$\frac{10.79,00}{s+5178}$

Modelo	Faixa de Operação (rpm)	Modelo
1	0 - 1000	$A = -191, 61; B = 38, 87x10^3; C = 1$
2	1000 - 2000	$A = -150,83; B = 31,75x10^3; C = 1$
3	2000 - 3000	$A = -103, 20; B = 21, 63x10^3; C = 1$
4	3000 - 4000	$A = -73,44; B = 15,38x10^3; C = 1$
5	4000 - 5000	$A = -51,77; B = 10.79x10^3; C = 1$

Tabela 2.6 - Modelos do motor BLDC identificados em espaço de estados

## **3 CONTROLE PREDITVO**

O Controle Preditivo foi desenvolvido no final dos anos 70, tendo como principal foco a indústria de petróleo. Atualmente, diversas aplicações podem ser encontradas em outros segmentos, tais como nas indústrias química, aeroespacial, de alimentos, entre outras (JUNIOR et al., 2014).

A técnica de controle preditivo calcula M futuras ações de controle de um sistema, isto, através de uma função de otimização, que com base na referência pré-definida e na resposta passada do sistema, prevê as melhores ações de controle, ou seja, envolve uma solução de problema de controle ótimo, que através de uma função custo, dada pela Equação 3.1, obtém-se as ações ótimas de controle dentro de um horizonte de tempo futuro definido.

$$J_c(\Delta u, y) = \sum_{j=N_i}^N (R_{ref}(k+j) - y(k+j|k))^2 + \rho \sum_{j=1}^M (u(k+j-1|k))^2 \quad (3.1)$$

Sendo *u* a ação de controle, *y* o vetor de saída da planta,  $R_{ref}$  vetor de referência a ser seguido pela planta,  $N_i$  e *N* horizontes de predição inicial e final respectivamente, *M* horizonte de controle,  $\rho$  termo de ponderação da ação de controle, com valor constante e *k* representa o tempo discreto atual.

A aplicabilidade da técnica de controle preditivo no ambiente industrial não é tão comum comparada a técnicas clássicas de controle, como o PID, pois de modo geral se requer um maior custo para implementação (CA-MACHO; BORDONS, 1999). Seu uso em ambiente industrial e acadêmico deve-se, principalmente, à sua habilidade de incorporar restrições nas entradas e saídas, visto que um sistema pode apresentar limites como: variáveis de processo, configurações físicas ou políticas operacionais (PEREZ, 2006).

A técnica de controle preditivo baseado em modelo - MPC (Modelbased Predictive Control), empregada no controle de velocidade do motor BLDC neste trabalho, é caracterizada pela utilização de modelos matemáticos do sistema pré-definidos, identificados através de modelagem matemática ou por aplicação de impulsos ou degraus na entrada do sistema, que através da análise da resposta possibilita aproximar o sistema para uma função matemática polinomial. Com isso, se torna possível explorar aspectos como: previsão de perturbações, inclusão de restrições e geração de ações de controle com base nas referências futuras (MORALES; GARCIA, 2013; HENRIQUES;



Figura 3.1 – Estrutura básica do controle MPC.

Fonte: Matos (2008) - adaptado.

MACHADO; FERREIRA, 2013). A Figura 3.1 apresenta a estrutura básica da técnica MPC.

A função de cada bloco da técnica de controle MPC apresentada na Figura 3.1 é:

- *Otimizador:* Calcula a ação de controle otimizada através da função custo, com base nas informações fornecidas de referência e restrições, quando inclusas;
- *Modelos para Predição:* Através da saída atual do sistema, fornece o modelo adequado da planta para a equação de predição.

Conforme HENRIQUES, MACHADO e FERREIRA (2013) a técnica MPC possui quatro principais etapas:

- Modelagem do Processo: Com base nos sinais de entrada e saída do sistema, é criado um modelo para prever o comportamento do processo em um horizonte definido, chamado horizonte de predição;
- Definição do critério de custo: O desempenho do sistema em malha fechada durante o horizonte de predição é especificado a partir de um critério de custo, definido através da saída prevista do sistema e do esforço de controle;

- Otimização do critério de custo: O critério de custo é minimizado em relação ao conjunto de sinais de controle a serem aplicados no processo durante o horizonte de predição. O número de ações de controle preditas é fixado pelo chamado horizonte de controle;
- Atuação do sinal de controle: Somente o primeiro sinal de controle é utilizado no processo. No próximo instante de amostragem, o processo é repetido. Tal conceito é denominado de horizonte retrocedente.

Para entendimento das próximas seções, define-se neste trabalho:

- Horizonte de predição (N): Período de predição, número de elementos futuros a serem preditos;
- Horizonte de controle (M): Número de elementos futuros da ação de controle predita.
- Horizonte de controle menor que o horizonte de predição (M<N).

O projeto do controle MPC pode ser definido, por exemplo, através da forma DMC (Dynamic Matrix Control) ou SSMPC (*State Space Model-based Predictive Control*) (CAMACHO; BORDONS, 1999). Para a realização deste trabalho foi adotado a forma SSMPC, que representa a técnica MPC em espaço de estado.

## 3.1 CONTROLE SSMPC

Como já mencionato neste trabalho, o contole SSMPC possui o mesmo princípio do MPC, apenas representado em espaço de estados, por conseguinte os modelos da planta utilizados para cálculo do controle SSMPC devem ser representados em espaço de estados, podendo ser um único modelo para toda faixa de operação ou multimodelos para respectivas faixas de operação. Considera-se o sistema contínuo no tempo representado em espaços de estados, no formato da Equação 2.22.

Para cálculo do controle preditivo, é necessário discretizar o sistema em um período de amostragem  $T_s$ , sendo  $I_n$  a matriz identidade de ordem n igual ao sistema e k o instante da amostragem (HEMERLY, 2000), tem-se:

$$A_d = e^{AT_s} \simeq I_n + AT_s + \frac{1}{2}A^2T_s^2$$

$$B_d = [e^{AT_s} - I_n]A^{-1}B \simeq BT_s + \frac{1}{2}ABT_s^2$$

$$C_d = C$$

$$(3.2)$$

Logo:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) &= C x(k) \end{aligned}$$
 (3.3)

Define-se então a equação de predição SSMPC da seguinte forma (MATOS, 2008):

$$y(k+N|k) = CA_d^N x(k) + \sum_{M=1}^N CA_d^{M-1} B_d u(k+N-M|k)$$
(3.4)

Além disso é possível representar a Equação 3.4 na forma matricial:

$$Y = GU + F \tag{3.5}$$

Na qual, expandindo até o termo k + N, obtém-se:

$$Y = \begin{bmatrix} y(k+1) \\ y(k+2) \\ \vdots \\ \vdots \\ y(k+N) \end{bmatrix}$$
(3.6)  
$$G = \begin{bmatrix} CB_d & 0 & \dots & 0 \\ CA_dB_d & CB_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA_d^{N-1}B_d & CA_d^{N-2}B_d & \dots & CA_d^{N-M}B_d \end{bmatrix}$$
(3.7)  
$$U = \begin{bmatrix} u(k|k) \\ u(k+1|k) \\ u(k+2|k) \\ \vdots \\ u(k+N-M-1|k) \end{bmatrix}$$
(3.8)

$$F = \begin{bmatrix} CA_d \\ CA_d^2 \\ \vdots \\ CA_d^N \\ CA_d^N \end{bmatrix} x(k)$$
(3.9)

O termo F da Equação 3.5 representa a resposta livre do sistema, isto é, a resposta correspondente ao estado atual caso a atuação seja mantida.

Conforme Matos (2008), Negri et al. (2014), BARTSCH (2014), é possível reescrever o modelo discreto do sistema, apresentado na Equação 3.3, no modo incremental. Este modo considera as variação dos sinais de controle, além de acrescentar o sinal de saída y na matriz de estados e incluir um autovalor 1 (integrador) na matriz  $A_d$ , garantindo o erro nulo em regime permanente. Logo tem-se:

$$x_a(k+1) = A_a x_a(k) + B_a \Delta u(k)$$

$$y(k) = C_a x_a(k)$$
(3.10)

sendo  $x_a$  o vetor de estados aumentado, no formato:

$$x_a(k) = \begin{bmatrix} \Delta x_{1,n}(k) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,n}(k) - x_{1,n}(k-1) \\ y(k) \end{bmatrix}$$
(3.11)

 $A_a$ , a matriz de dinâmica do sistema aumentada:

$$A_a = \begin{bmatrix} A_d & 0_n \\ CA_d & 1 \end{bmatrix}$$
(3.12)

 $B_a$ , a matriz de entrada aumentada:

e

$$B_a = \begin{bmatrix} B_d \\ CB_d \end{bmatrix}$$
(3.13)

 $C_a$ , a matriz de saída aumentada:

$$C_a = \begin{bmatrix} 0_n & 1 \end{bmatrix}$$
(3.14)

Substituindo os termos da Equação 3.10 na Equação 3.5, obtém-se os novos termos da equação de predição:

$$G = \begin{bmatrix} C_{a}B_{a} & 0 & \dots & 0 \\ C_{a}A_{a}B_{a} & C_{a}B_{a} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ C_{a}A_{a}^{N-1}B_{a} & C_{a}A_{a}^{N-2}B_{a} & \dots & C_{a}A_{a}^{N-M}B_{a} \end{bmatrix}$$
(3.15)  
$$F = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{a}A_{a} \\ C_{a}A_{a}^{2} \\ \vdots \\ \vdots \\ C_{a}A_{a}^{N} \end{bmatrix}}_{\phi} x_{a}(k)$$
(3.16)  
$$U = \begin{bmatrix} \Delta u(k|k) \\ \Delta u(k+1|k) \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+2|k) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N-M-1|k) \end{bmatrix}$$
(3.17)

e

Combinando a nova equação de predição SSMPC com a Equação 3.1, calcula-se a melhor ação de controle através da função custo, dada por:

$$J_c(\Delta u, Y) = (Y - R_{ref})^T (Y - R_{ref}) + \rho \Delta u^T \Delta u$$
(3.18)

O qual  $R_{ref}$  é o vetor de refência, dado por:

$$R_{ref} = [y_{ref}]_N \tag{3.19}$$

(3.17)

 $\Delta u$ , expresso da seguinte maneira:

$$\Delta u = K_{MPC}(R_{ref} - F) \tag{3.20}$$

sendo K<sub>MPC</sub> o ganho ótimo, dado por:

$$K_{MPC} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} (G^T G + \rho I_M)^{-1} G^T$$
(3.21)

com  $I_M$  matriz identidade de dimensão M e  $\rho$  o peso da ação de controle.

Por fim, obtém-se a ação de controle a ser aplicada na plata:

$$u(k) = u(k-1) + \Delta u \tag{3.22}$$

# 3.1.1 SSMPC projetado com modelo único

O projeto do controle SSMPC utilizando apenas um único modelo da planta identificado é mais simples comparado ao de multimodelos. Este método calcula apenas uma matriz de predição  $G e \phi$  para todas as faixas de operações da planta, tendo apenas que atualizar a matriz  $x_a$  da resposta livre F do sistema a cada interação, ambas dada pela Equação 3.5. Logo, tem-se como principal vantagem um algoritmo mais simples, com custo computacional menor e, como desvantagens, o descasamento do modelo identificado em relação à planta real para determinadas faixas de operações, acarretando incertezas na melhor ação de controle otimizada pela Equação 3.18 e, consequentemente, implica no mal funcionamento das restrições, caso inseridas.

Salienta-se que para o projeto do controle SSMPC neste modo, o modelo da planta identificado deve ser obtido em um ponto de operação predominante, a fim de minimizar o erro de descasamento entre a planta e o modelo identificado.

Abaixo segue um algoritmo base para projeto do SSMPC, divido em partes *offline* e *online*.

- Offline:
  - 1. Definir um ponto de operação para obter o modelo da planta;
  - Identificar o modelo da planta em função de transferência no tempo contínuo;
  - 3. Obter o modelo da planta em espaços de estados, discretizado em um período de amostragem  $T_s$ :  $A_d$ ,  $B_d$  e  $C_d$ ;
  - 4. Definir os parâmetros de projeto:  $\rho$ , *N* e *M*;
  - 5. Obter as matrizes aumentadas do sistema na forma incremental:  $A_a, B_a \in C_a$ ;
  - 6. Obter a matriz de predição  $G e \phi$  da resposta livre;
  - 7. Obter o ganho ótimo da ação de controle:  $K_{MPC}$ ;
  - 8. Obter o vetor de referências futuras: *R<sub>ref</sub>* (este pode ser alterado na parte *online*).

- Online:
  - 1. Obter a variação dos estados  $\Delta x(k)$  e a saída atual y(k) da planta;
  - 2. Obter o vetor de estados aumentado  $x_a(k)$ ;
  - 3. Obter a resposta livre do sistema F;
  - 4. Obter o incremento da ação de controle  $\Delta u$ ;
  - 5. Obter e aplicar a atual ação de controle u(k);
  - Incrementa o termo de tempo discreto atual k e aguardar o próximo tempo de amostragem.

A parte do algoritmo *offline* é executada apenas uma vez ao iniciar o programa, já a parte do algoritmo *online* é executada a cada novo período de amostragem  $T_s$ .

## 3.1.2 SSMPC projetado com múltiplos modelos

O projeto do controle SSMPC utilizando diferentes modelos da planta identificados torna a técnica de controle mais eficaz. E ao contrário do método de um único modelo, esta, calcula diferentes matrizes de predição G e de resposta livre do sistema F, isto, com base nos respectivos modelos para diferentes faixas de operações da planta a cada interação. Portanto, tem-se como principal vantagem a minimização do erro de descasamento do modelo identificado em relação à planta real, para as diferentes faixas de operação, acarretando maior confiabilidade na ação de controle otimizada pela Equação custo 3.18, sendo assim, se apresentar como melhor opção para o emprego de restrições. Como desvantagens, apresenta um algoritmo mais complexo e com custo computacional maior.

A transição de um modelo para outro pode ocorrer de forma brusca ou suave (por ponderação), através da equação linear:

$$\Delta u = \Gamma \Delta u_{m1} + (1 - \Gamma) \Delta u_{m2} \tag{3.23}$$

Sendo  $\Delta u_{m1}$  e  $\Delta u_{m2}$  as ações de controles obtidas nos modelos inferior e superior da faixa de ponderação da planta e,  $\Gamma$  dado em pu a porcentagem de quanto próximo o ponto de operação está do modelo inferior.

Abaixo segue um algoritmo base para projeto do SSMPC de multimodelos, que é similar ao SSMPC de um único modelo, apenas com alteração no modo de calcular as matrizes de predição, dividido em partes *offline* e *online*.

- Offline:
  - Definir os pontos de operação para obter os diferentes modelos da planta;
  - Identificar os modelos da planta em função de transferência no tempo contínuo;
  - 3. Obter os modelos da planta em espaços de estados, discretizados em um período de amostragem  $T_s$ :  $A_d$ ,  $B_d$  e  $C_d$ ;
  - 4. Definir os parâmetros de projeto:  $\rho$ ,  $N \in M$ ;
  - 5. Obter as matrizes aumentadas do sistema na forma incremental:  $A_a$ ,  $B_a \in C_a$ ;
  - 6. Obter as matrizes G de predição e  $\phi$  da resposta livre;
  - 7. Obter o ganho ótimo da ação de controle para cada modelo:  $K_{MPC}$ ;
  - 8. Obter o vetor de referências futuras: *R<sub>ref</sub>* (este pode ser alterado na parte *online*).
- Online:
  - 1. Obter a variação dos estados  $\Delta x(k)$  e a saída atual y(k) da planta;
  - 2. Verificar através da saída atual y(k) a faixa de operação da planta;
  - 3. Definir o novo modelo para a equação de predição:  $A_a$ ,  $B_a$  e  $C_a$ ;
  - 4. Obter novamente as matrizes de predição  $G e \phi$  da resposta livre;
  - 5. Obter o vetor de estados aumentado  $x_a(k)$ ;
  - 6. Obter a resposta livre do sistema F;
  - Obter o ganho ótimo da ação de controle para o respectivo modelo: K<sub>MPC</sub>;
  - 8. Obter o incremento da ação de controle  $\Delta u$ ;
  - 9. Obter e aplicar a atual ação de controle u(k);
  - 10. Incrementa o termo de tempo discreto atual *k* e aguarda o próximo tempo de amostragem.

Com base na Equação 3.2 e na Tabela 2.6, a Tabela 3.1 apresenta os multimodelos do motor discretizados.

Modelo	Faixa de Operação (rpm)	Modelo discretizado
1	0-1000	Ad = 0.82; Bd = 35.15; Cd = 1
2	1000 - 2000	Ad = 0.86; Bd = 29.36; Cd = 1
3	2000 - 3000	Ad = 0.90; Bd = 20.51; Cd = 1
4	3000-4000	Ad = 0.93; Bd = 14.82; Cd = 1
5	4000 - 5000	Ad = 0.95; Bd = 10.51; Cd = 1

Tabela 3.1 – Multimodelos em espaço de estados usados no controle SSPMC

# 3.2 OTIMIZAÇÃO DO SISTEMA ENVOLVENDO RESTRIÇÕES

Uma das vantagens da utilização da técnica de controle preditivo é poder inserir restrições na entrada e saída do sistema, bem como na variação da ação de controle. Dessa forma, tem-se uma vantagem de aplicabilidade em processos que apresentam limites físicos de operação ou pré-definidos, tanto para pontos de máximo ou mínimo, conforme a Equação 3.24. Por exemplo, no caso de um motor, pode-se adotar como restrição na entrada a máxima e mínima tensão aplicada em seus terminais e na saída a velocidade máxima e mínima de rotação permitida, já na variação da ação de controle o máximo e mínimo degrau de tensão, a fim de ter transições suaves e não apresentar picos de correntes.

$$u_{min} \leq u(k) \leq u_{max}$$
(3.24)  

$$y_{min} \leq y(k) \leq y_{max}$$
  

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{max}$$

Logo, a resolução da equação de otimização contempla as restrições definidas pela Equação 3.24. Além disso, conforme Camacho e Bordons (1999), utilizando a Equação de predição 3.5 na forma incremental, é possível representar a Equação 3.24 em termos de  $\Delta u$  e dos *M* e *N* sinais do horizonte de controle e predição respectivamente:

$$\begin{aligned}
\mathbf{1}_{M} \Delta u_{min} &\leq I_{M} \Delta u(k) \leq \mathbf{1}_{M} \Delta u_{max} \quad (3.25) \\
\mathbf{1}_{M} u_{min} &\leq T_{M} \Delta u(k) + u(k-1) \leq \mathbf{1}_{M} u_{max} \\
\mathbf{1}_{N} y_{min} &\leq G \Delta u(k) + F \leq \mathbf{1}_{N} y_{max}
\end{aligned}$$

 $1_M$  e  $1_N$  são vetores de valores unitários com dimensão M e N respectivamente,  $I_M$  matriz identidade com dimensão M e  $T_M$  matriz unitária de diagonal inferior com dimensão (MxM)

$$T_{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$
(3.26)

Tendo as inequações de restrições apresentadas em 3.25, resolve-se o problema de otimização da ação de controle através de um algoritmo de programação quadrática (CAMACHO; BORDONS, 1999; NEGRI, 2014), dada por:

$$J(\Delta u)_{min} = \frac{1}{2} \Delta u^T H \Delta u + \delta^T \Delta u \qquad (3.27)$$
  
$$\alpha \Delta u \leq \gamma$$

Representando as inequação de 3.25 na forma do segundo termo da Inequação 3.27, obtém-se os termos  $\alpha$  e  $\gamma$ :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_{M} \\ -I_{M} \\ T_{M} \\ -T_{M} \\ G \\ -G \end{bmatrix}}_{\alpha} \Delta u \leq \underbrace{\begin{bmatrix} 1_{M} \Delta u_{max} \\ -1_{M} \Delta u_{min} \\ 1_{M} (u_{max} - u(k-1)) \\ 1_{M} (u(k-1) - u_{min}) \\ 1_{N} y_{max} - F \\ F - 1_{N} y_{min} \end{bmatrix}}_{\gamma}$$
(3.28)

Substituindo a Equação de predição 3.5 na Equação de otimização 3.18 e comparando com o primeiro termo da Inequação 3.27, tem-se:

$$J(\Delta u) = \Delta u^{T} \underbrace{\left(\underline{G^{T}G + \rho I_{M}}\right)}_{\frac{1}{2}H} \Delta u + \underbrace{2G(F - R_{ref})^{T}}_{\delta^{T}} \Delta u \qquad (3.29)$$

Logo,

$$H = 2(G^T G + \rho I_M)$$

$$\delta = 2G^T (F - R_{ref})$$
(3.30)

Nota-se que o termo  $\alpha$  da função de restrição pode ser calculado de forma *offline*. O termo  $\delta$  necessita ser calculado de forma *online*, ou seja, a cada iteração precisa ser atualizado com dados de saída da planta. Para se obter melhor performance no uso de restrições através do algoritmo de programação quadrática, deve-se obter modelos da planta casados, pois caso exista algum descasamento entre os modelos identificados e a planta real, o uso das restrições ficam sujeitas a possíveis falhas.

Neste trabalho utilizou-se a função *quadprog - quadratic programming* do software MATLAB® MathWorks (2015), para resolver a inequação 3.27 de otimização com a inserção de restrição. O uso da função *quadprog* apresenta as seguintes características:

- Alto custo computacional;
- Dificuldade de embarcar seu algoritmo em dispositivos programáveis, devido a complexidade e capacidade de processamento;
- Necessidade de modelos da planta utilizados na equação de predição casados com a planta real (ou simulada);
- Restrição do sinal de saída acima ou na referência estabelecida;
- Apresenta picos de tensão na ação de controle.

Com uso do algoritmo de programação quadrática, a aplicação de restrições na prática não é nada trivial, isto, devido ao seu alto custo computacional e a sua complexidade, o que dificulta embarcar o algoritmo em plataformas programáveis, sendo utilizado na maioria dos casos apenas em simulações numéricas via softwares matemáticos. A fim de solucionar este problema, neste trabalho é proposta uma nova técnica de tratamento de restrições, que será explanada na Seção 3.3.

# 3.3 NOVA TÉCNICA PARA TRATAMENTO DE RESTRIÇÕES: LIMITA-DOR BASEADO EM MODELOS - LBM

A técnica de tratamento de restrição proposta neste trabalho, batizada de Limitador Baseado em Modelos (LBM), foi desenvolvida com o propósito de obter um método de tratar as restrições com custo computacional reduzido e que seu algoritmo possa de forma facilitada ser embarcado em plataformas programáveis, possibilitando assim a realização de testes práticos. Esta técnica é um método de garantir as condições estabelecidas nas inequações de restrições 3.24 diferente da técnica já conhecida na literatura, conforme

apresentada na Seção 3.2, que utiliza o método de algoritmo de programação quadrática.

Esta nova técnica não trata as restrições na equação de otimização, logo a ação de controle calculada pela Equação 3.18 é otimizada como se não existissem restrições no sistema e então, essas são tratadas após a ação de controle calculada. Logo, todo tipo de restrição, seja na variação da ação de controle  $\Delta u(k)$ , na ação de controle u(k) ou até mesmo no sinal de saída da planta y(k) é feita por intermédio da ação de controle e de sua variação, calculada a cada instante de amostragem. Ou seja, no caso da planta utilizada neste trabalho, o motor BLDC, todas as restrições são feitas em tensão (V).

A Figura 3.2 apresenta a mesma estrutura básica do controle MPC da Figura 3.1, mas com a inserção da nova técnica de restrição.



Figura 3.2 – Estrutura MPC com a nova técnica LBM proposta.

Fonte: do autor.

Predição

MPC sem restrição

A função de cada bloco da técnica LBM apresentada na Figura 3.2 é:

*Compensador*: Utilizado apenas para a restrição na saída do sistema y, compensa o valor de y<sub>max</sub> e y<sub>min</sub> estabelecidos, a fim de liberar mais energia para o sistema no caso de inserção de carga ou descasamento de modelos. Esta compensação é realizada por intermédio de um integrador do erro entre o valor restringido e o valor atual de saída da planta. Além disso este bloco é ativado ou desativado pelo bloco *Limitador*.

- Modelos para restrição: Também utilizado apenas para a restrição na saída do sistema y, este, converte o valor de restrição y<sub>max</sub> e y<sub>min</sub> dado em rotações por minuto (rpm), para o valor correspondente em tensão (V).
- *Limitador:* Neste bloco são tratados todos os três tipos de restrições, com a respectiva ordem de prioridade  $\Delta u$ , u e y. Para cada restrição é executado um algoritmo diferente, conforme será explanado nas próximas subseções.

As principais características e vantagens na aplicabilidade desta nova técnica em relação ao algoritmo de programação quadrática são:

- Menor custo computacional;
- Maior facilidade para embarcar o algoritmo em plataformas programáveis e aplicar na prática;
- Restringir a saída y em qualquer ponto operação, mesmo abaixo da referência;
- Suporta descasamento entre os modelos da equação de predição e a planta real;
- Sinal da ação de controle *u* suave, sem picos de tensão.

Além disso, nota-se na Figura 3.2 que o conjunto de blocos da nova técnica proposta, vem após o controlador. Logo, é possível aplicar restrições em sistemas com outras técnicas de controle.

Cada restrição possui um algoritmo base. Nas Subseções 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3 serão apresentados os algoritmos das respectivas restrições em  $\Delta u$ , u e y, divididos em partes *offline* e *online*.

# **3.3.1** Restrição na variação da ação de controle máxima e mínima $\Delta u(k)$ :

Definido um valor máximo e mínimo de restrição da variação da ação de controle, essa é tratada no bloco *Limitador* do diagrama apresentado na Figura 3.2. Verifica-se a variação da ação de controle calculada pela técnica MPC, ou seja, se respeita ou não os limites pré-definidos:

$$\Delta u_{min} \leq \Delta u(k) \leq \Delta u_{max}$$

Caso não respeito algum dos limites, é imposto o valor pré-definido. Salientase que  $\Delta u_{max}$  é positivo e  $\Delta u_{min}$  negativo. Abaixo segue um algoritmo base da restrição aplicada em  $\Delta u$ .

- Online:
  - 1. Definir  $\Delta u_{max} \in \Delta u_{min}$ ;
  - 2. Obter  $\Delta u(k)$  do controlador e verificar o seu sinal;
  - 3. Se  $\Delta u(k) < 0$  e  $\Delta u(k) < \Delta u_{min}$ : Definir  $\Delta u(k) = \Delta u_{min}$ ;
  - 4. Se  $\Delta u(k) > 0$  e  $\Delta u(k) > \Delta u_{max}$ : Definir  $\Delta u(k) = \Delta u_{max}$ ;
  - 5. Aplicar incremento na ação de controle:  $u(k) = u(k-1) + \Delta u(k)$ ;
  - Incrementar o termo de tempo discreto atual k e aguarda o próximo tempo de amostragem.

#### **3.3.2 Restrição na ação de controle máxima e mínima** u(k):

Esta restrição funciona de forma similar a em  $\Delta u$ , também tratada no bloco *Limitador*. Mas verifica-se a seguinte condição:

$$u_{min} \leq u(k-1) + \Delta u(k) \leq u_{max}$$

Abaixo segue um algoritmo base da restrição aplicada em *u*.

- Online:
  - 1. Definir  $u_{max}$  e  $u_{min}$ ;
  - 2. Obter  $\Delta u(k)$  do controlador e verificar o seu sinal;
  - 3. Se  $\Delta u(k) < 0$  e  $u(k-1) + \Delta u(k) < u_{min}$ : Definir  $u(k) = u_{min}$ ;
  - 4. Se  $\Delta u(k) > 0$  e  $u(k-1) + \Delta u(k) > u_{max}$ : Definir  $u(k) = u_{max}$ ;
  - 5. Aplicar a ação de controle u(k) no sistema;
  - 6. Incrementar o termo de tempo discreto atual *k* e aguarda o próximo tempo de amostragem.

Nota-se que ambas as restrições em  $\Delta u e u$ , são tratadas na forma de saturação.

### **3.3.3** Restrição na saída da planta máxima e mínima y(k):

A restrição em y(k) é a mais importante e mais complexa dentre os três tipos e o modo como ela é tratada pela técnica proposta neste trabalho é o principal diferencial, que ao invés do método de saturação conforme as outras já apresentadas, esta utiliza um algoritmo desenvolvido pelo próprio

autor, que pode ser chamado de limitador baseado em modelos, mesmo nome dado a técnica. Este, satisfaz a seguinte condição:

$$y_{min} \leq y(k) \leq y_{max}$$

O algoritmo limitador baseado em modelos, realiza a restrição em y(k) através da ação de controle, ou seja, definido um  $y_{max}$  e/ou um  $y_{min}$ , por intermédio da função de transferência do sistema, obtém-se o valor correspondente em  $u_{maxy}$  e  $u_{miny}$  respectivamente. Os valores de  $u_{maxy}$  e  $u_{miny}$  podem ser diferentes dos  $u_{max}$  e  $u_{min}$  da restrição aplicada em u, pois ambas as restrições são independentes.

Para o funcionamento eficaz desta restrição, utiliza-se uma função de transferência para cada faixa de operação, conforme apresentado na Tabela 2.5 para o caso do motor BLDC. Logo, obtém-se um valor correspondente em tensão (V) dado um valor em velocidade (*rpm*). Esta conversão é realizada no bloco *Modelos para Restrição* da Figura 3.2.

Visto que ao inserir alguma carga ou se o modelo da função de transferência estiver descasado em relação a planta real, o valor de  $u_{maxy}$  ou  $u_{miny}$ correspondente a velocidade desejada de restrição em  $y_{max}$  e  $y_{min}$  não será verdadeiro e irá restringir um valor de velocidade diferente do desejado, isto porque as funções de tranferência não consideram carga ou descasamento de modelo, não liberando assim energia suficiente para o sistema. Para solucionar este problema, foi inserido uma malha externa de controle com integrador (*I*), a qual é acionado somente quando existir um descasamento ou uma carga na planta, para então, compensar  $y_{max}$  e  $y_{min}$  com o erro entre a velocidade máxima e mínima definida e o valor atual da planta e, consequentemente, compensa  $u_{maxy}$  e  $u_{miny}$ .

A identificação da existência ou não de carga ou descasamento de modelo no sistema para ativar ou desativar o compensador se dá também através do algoritmo limitador baseado em modelos, da seguinte forma:

- Ativa compensador: Quando o valor da ação de controle a ser aplicado no motor u(k) inferir aos valores de restrição  $u_{maxy}$  e  $u_{miny}$ , este é restringido igual a restrição apresentada na Subseção 3.3.2 e, além disso, aciona um contador  $C_1$ , com tempo limite igual ao de resposta do sistema. Quando o contador  $C_1$  atingir o seu limite, verifica-se então se a velocidade atual y(k) é igual a velocidade  $y_{max}$  ou  $y_{min}$ , dependendo da restrição a ser tratada no momento, caso for diferente, então é ativado o compensador, caso contrário não.
- Desativa compensador: Este é desativado quando o valor da ação de controle u(k) a ser aplicada na planta, após ter sido ativado o compensador, estiver dentro da margem de erro de ±1% do valor exato de u<sub>maxy</sub> e

 $u_{miny}$  sem o compensador, que é o valor sem carga e sem descasamento, chamado então de  $u_{maxyext}$  e  $u_{minyext}$ . O valor da margem de erro, pode ser ajustado conforme necessário para se adequar ao projeto.

Abaixo segue um algoritmo base para restrição na saída y. Este será apresentado somente para a restrição em  $y_{max}$ , já que para  $y_{min}$  é equivalente:

- Offline:
  - Definir os pontos de operações para obter os diferentes modelos da planta;
  - Identificar os modelos da planta em função de transferência no tempo contínuo;
  - 3. Definir o tempo de resposta do sistema  $t_r$ ;
  - 4. Definir a constante de proporcionalidade  $k_{pro}$ ;
  - 5. Definir a constante do compensador integrador  $k_i$ ;
- Online:
  - 1. Definir  $y_{max}$ ;
  - 2. Definir o modelo a ser utilizado;
  - 3. Obter *u<sub>maxvext</sub>* através dos modelos;
  - 4. Verificar se o compensador está ou não ativado;
  - 5. Se compensador ativado:  $y_{maxr} = y_{max} + compensador;$
  - 6. Se compensador desativado:  $y_{maxr} = y_{max}$ ;
  - 7. Obter  $u_{maxy}$  correspondente a  $y_{maxr}$ ;
  - 8. Obter  $\Delta u(k)$  do controlador e verificar o seu sinal;
  - 9. Se  $\Delta u(k) > 0$  e  $u(k-1) + \Delta u(k) > u_{maxy}$ : definir  $u(k) = u_{maxy}$  e ativa contador  $C_1$ ;
  - 10. Se contador  $C_1 = t_r e y(k) < k_{pro} * yref$ : ativa *compensador*;
  - 11. Se compensador ativado: compensador =  $k_i \sum_{k=1}^{\infty} (y_{max} y(k)) * T_s$ ;
  - 12. Se compensador ativado e  $(u(k) \le 1.01 * u_{maxyext} e u(k) \ge 0.99 * u_{maxyext})$  ou y(k) = yref: desativa contador;
  - 13. Se *compensador* desativado: *compensador* = 0 e  $C_1$  = 0;
  - 14. Aplicar a ação de controle u(k) no sistema;
  - 15. Incrementar o termo de tempo discreto atual *k* e aguarda o próximo tempo de amostragem.

 $y_{ref}$  a saída de referência e  $T_s$  o tempo de amostragem, ambos estabelecidos pelo sistema.

Salienta-se ainda que a constante de proporcionalidade  $K_{pro}$  é definida de modo a garantir que o sistema realmente possua uma carga ou descasamento e que não seja apenas ruído na leitura da saída y. Com isso, define-se  $K_{pro}$  em torno de 15% abaixo da velocidade de referência. Neste trabalho utilizou-se  $K_{pro} = 0.85$ .

## **4 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

Neste Capítulo são apresentados os resultados obtidos via ensaios por simulações numéricas e experimentais da técnica de controle SSMPC aplicada ao controle de velocidade do motor BLDC. Além disso, a validação via simulação e experimental da técnica LBM, que foi proposta neste trabalho como um novo algoritmo de restrição, que garante as condições estabelecidas nas Inequações 3.24.

Os ensaios via simulações numéricas foram realizados por intermédio do software MATLAB®. Já os experimentais com o uso do kit TWR-56F8400 da marca Freescale<sup>TM</sup>(FREESCALE, 2015), composto pelo drive de controle DSC MC56F84789, motor BLDC LINIX 45ZWN24-40, visto na Seção 2.4 e o módulo TWR-MC-LV3PH, que possui um inversor de frequência de seis interruptores. Para realizar a leitura de velocidade do motor BLDC, utilizou-se acoplado ao eixo do BLDC, um motor DC funcionando como um tacogerador. Então, com o auxílio do osciloscópio DL850 ScopeCoder da marca YOKOGAWA, foram extraídas as formas de onda de velocidade e da ação de controle. A Figura 4.1 mostra os instrumentos utilizados na realização dos ensaios experimentais na bancada.



Figura 4.1 – Instrumentos utilizados na bancada.

Fonte: do autor.

Os modelos SISO do motor BLDC LINIX 45ZWN24-40 utilizados na técnica SSMPC e no Limitador Baseado em Modelos, tanto para os ensaios em simulações quanto para os experimentais, foram apenas os identificados via simulação, conforme apresentados na Tabela 2.5 para a técnica LBM e na Tabela 3.1 para cálculo do controle SSMPC. Ou seja, os modelos do motor utilizados nos ensaios experimentais, foram os obtidos em simulação.

A fim de facilitar na compreensão dos resultados a serem apresentados, estes, estão divididos em duas Seções: Na Seção 4.1 onde são apresentados os ensaios via simulações numéricas e a Seção 4.2, com ensaios experimentais, ambas subdividadas em ensaios com a aplicação e sem a aplicação de restrição.

A referência adotada para todos os ensaios possui quatro níveis de velocidade, nos quais a transição entre os três últimos níveis é feita por uma rampa, definida em um intervalo de tempo de t = 0.05s, tanto para subida quanto para a descida. Já o primeiro nível, é dado um degrau de referência igual a 400*rpm* no instante t = 0s. A Figura 4.2 apresenta a referência adotada.



Figura 4.2 – Referência adotada nos ensaios.



# 4.1 ENSAIOS VIA SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Os ensaios via simulações numéricas foram realizados com a aplicação da técnica de controle SSMPC no motor BLDC LINIX 45ZWN24-40 simulado, conforme apresentado na Seção 2.4. Na qual são divididos em ensaios com e sem aplicação de restrição.

Todos os ensaios foram realizados com a inserção e retirada de carga nominal  $T_L = 0.099Nm$ , assim contemplam as duas análises em um mesmo gráfico. Foi optado por isso afim de compactar o capítulo de resultados. A carga será inserida em t = 1.5s e retira em t = 2.5s.

Salienta-se que para todos os ensaios foi utilizado um passo de cálculo de simulação de  $1x10^{-5}$ .

#### 4.1.1 Sem a aplicação de restrição

Os ensaios sem a aplicação de restrição foram realizados em três modos de estratégia: Modelo único, multimodelos com transição brusca e multimodelos com transição suave, divididos em Ensaios 1, 2 e 3 respectivamente.

A fim de fazer um comparativo entre as estratégias, definiu-se para os Ensaios 1, 2 e 3, os seguintes parâmetros da configuração do controle SSMPC:

Tabela 4.1 – Configuração do controle - Sem a aplicação de restrição

Parâmetro	Valor
ρ	$700x10^3$
N	3
М	2

O valor de  $\rho$  alto é proposital, para que o controle atue de forma mais lenta e a analise seja mais clara.

Além disso, foi realizado um outro ensaio de multimodelos com transição suave, o Ensaio 4, este apresenta uma ação de controle mais agressiva e será utilizado no emprego da restrição.

4.1.1.1 Ensaio 1 - Modelo único

Este ensaio foi realizado utilizando um único modelo da planta para toda a faixa de velocidade de operação do motor. O modelo optado foi o 4 da Tabela 2.5, identificado na faixa de 4000 - 5000rpm para cálculo do controle. O modelo 4 foi escolhido por estar fora da faixa de velocidade de referência e poder mostra o possível erro de descasamento entre o modelo da planta real com o identificado, quando optado por essa estratégia.



Figura 4.3 – Velocidade - Ensaio 1.

Fonte: do autor.

É possível notar na Figura 4.3, que mesmo o modelo sendo de outro ponto de operação, a técnica de modelo único funcionou de forma satisfatória. Este se apresentou mais lento na resposta do controle. Nos próximos ensaios é possível verificar que com multimodelos é mais ágil. Caso tivesse-se optado por um modelo da Tabela 2.5 entre a faixa de velocidade de referência, a ação do controle também teria sido ágil.

Na Figura 4.4, é possível notar a resposta da ação de controle quando inserido a carga, esta lenta devido o alto valor do  $\rho$ . Quando com a carga, a ação de controle aumenta entorno de 2V, para poder fornecer energia ao motor e supri-las.



Figura 4.4 – Ação de controle - Ensaio 1.

Fonte: do autor.

#### 4.1.1.2 Ensaio 2 - Múltiplos modelos Brusco

Este ensaio foi realizado com os mesmo parâmetros do controle SSMPC do Ensaio 1, só que agora utilizando múltiplos modelos do motor BLDC. Assim, utiliza-se o modelo correspondente a velocidade atual do motor, a fim de que o modelo utilizado para cálculo do controle esteja o mais casado possível com o atual ponto de operação da planta simulada.

Visto que a velocidade de referência do motor varia entre 0-2500rpm, foram utilizados os modelos 1, 2 e 3 da Tabela 2.5, sendo a transição entre os modelos feita com base na velocidade instantânea do motor e de forma brusca, ou seja, para  $\omega_m(rpm) \le 1000$  utiliza-se o modelo 1, para  $1000 < \omega_m(rpm) \le 2000$  o modelo 2, já para  $2000 < \omega_m(rpm) \le 3000$  o modelo 3. As Figuras 4.5 e 4.6 apresentam as curvas de velocidade e ação de controle respectivamente.

Os resultados obtidos neste ensaio apresentaram uma resposta mais rápida mesmo tendo o mesmo  $\rho$  do Ensaio 1, tanto para chegar na referência inicial quanto no momento da inserção da carga, isto porque o modelo utilizado para cálculo do controle corresponde melhor a velocidade atual da planta. A transição brusca, adotada neste ensaio de múltiplos modelos acarreta em problemas de chaveamento entre modelos quando a velocidade instantânea do


Figura 4.5 - Velocidade - Ensaio 2.



Figura 4.6 – Ação de controle - Ensaio 2.



Fonte: do autor.

motor for igual ou bem próxima a de transição. Este chaveamento ocasiona picos de tensão na ação de controle, sendo prejudicial ao motor. Neste ensaio não é possível notar o problema de chaveamento de modelos, devido ao casamento entre os modelos utilizados no cálculo do controle e o motor simulado. No experimento prático isto fica evidenciado, conforme é apresentado na Seção 4.2.

4.1.1.3 Ensaio 3 - Múltiplos modelos Suave

Este ensaio similar ao realizado no Ensaio 2. Assim como o anterior, utiliza o modelo correspondente a velocidade atual do motor, a fim de que o modelo utilizado pelo controle esteja o mais casado possível da planta simulada.

A única diferença deste ensaio em relação ao Ensaio 2, é que realiza a transição entre os modelos de forma suave, conforme apresentado na Seção 3.1.2. Com isso, não ocorre o chaveamento brusco de modelos e, gera um sinal na ação de controle suave, sem picos de chaveamento de tensão. Da mesma maneira que no Ensaio 2, não é possível observar isto na simulação, mas na prática sim, conforme apresentado na Seção 4.2. As Figuras 4.7 e 4.8 apresentam as curvas de velocidade e ação de controle respectivamente.



Figura 4.7 – Velocidade - Ensaio 3.

Fonte: do autor.



Figura 4.8 – Ação de controle - Ensaio 3.

4.1.1.4 Ensaio 4 - Multimodelos Suave (Ação de controle agressiva para o emprego da restrição)

Visto que todos os ensaios anteriores, apresentaram resultados satisfatórios, sem *overshoot* e *undershoot* no sinal de velocidade. Este ensaio será feito de forma proposital, com as configurações do controle SSMPC apresentadas na Tabela 4.2, para então obter uma ação de controle mais agressiva e com isso sinais de *overshoot* e *undershoot* no sinal de saída da planta, conforme apresentado na Figura 4.9. Isto, para poder se notável a aplicação de restrição no sinal de velocidade do motor, conforme apresentado na Seção 4.1.2.

Tabela 4.2 - Configuração do controle - Ensaio 4

Parâmetro	Valor
ρ	$30x10^3$
N	6
М	3
Modelo	multi



Figura 4.9 - Velocidade - Ensaio 4.







Fonte: do autor.



Figura 4.11 – Corrente - Ensaio 2.

Fonte: do autor.

Nota-se neste ensaio, que o sinal de velocidade, Figura 4.9, apresenta no segundo nível de referência, aproximadamente t = 1s, um *overshoot* de 599*rpm*, já no terceiro nível, em torno de t = 2s, igual a 336*rpm* e, próximo de t = 3s, um *undershoot* de 465*rpm*. Além disso, percebe-se na nas Figuras 4.10 e 4.11, os picos nos sinais de tensão da ação de controle e de corrente respectivamente.

#### 4.1.2 Com a aplicação de restrição

Conforme apresentado na Seção 3.2, é possível aplicar três tipos de restrição no sistema, sendo em  $\Delta u$ ,  $u \in y$ . Nesta seção, são apresentados os ensaios somente com a aplicação de restrição em y, ou seja, será restringido a velocidade mínima  $y_{min}$  e máxima  $y_{max}$  do motor BLDC, através do algoritmo de programação quadrática, com uso da função *quadprog - quadratic programming* do software MATLAB( $\mathbb{R}$ ), e com a técnica LBM proposta neste trabalho.

A restrição em y, tanto com o auxílio da função *quadprog* quanto com o algoritmo limitador baseado em modelos, foram aplicadas ao motor BLDC com as configurações do controle SSMPC iguais a do Ensaio 4. As restrições

foram aplicadas somente após t > 0,7s de operação do motor, da seguinte forma:  $y_{max} = 1500$  para o intervalo de 0,7 < t(s) < 1,5 e  $y_{max} = 2500$  para t > 1,5s; Já  $y_{min} = 1600$  pata t > 2,5s. Ambos os limites  $y_{max}$  e  $y_{min}$  da restrição y, quando ativos estão restringindo exatamente em cima da velocidade de referência.

## 4.1.2.1 Restrição com quadprog

A aplicação de restrição utilizando a função *quadprog*, apesar de possuir algumas características conforme apresentadas na Seção 3.2, que implica na dificuldade de sua aplicação, funcionou de forma satisfatória, conforme pode ser visto nas Figuras 4.12 e 4.15.

As Figuras 4.12, 4.13 e 4.14 apresentam respectivamente as curvas de velocidade, ação de controle e corrente, para o ensaio a vazio do motor. Já as Figuras 4.15, 4.16 e 4.17 para o ensaio com inserção de carga, esta, inserida em t = 1, 3s e retirada em t = 2, 5s.





Fonte: do autor.

Comparando com os resultados do Ensaio 4 sem o emprego da restrição, nota-se que a função *quandprog* restringiu bem o sinal de velocidade, apesar de haver um pequeno *overshoot* de 167*rpm* em torno de t = 1s, este





Fonte: do autor.

Figura 4.14 - Corrente - Restrição quadprog a vazio.



78





Fonte: do autor.





Fonte: do autor.



Figura 4.17 - Corrente - Restrição quadprog com inserção da carga.

Fonte: do autor.

causado pelo fato da otimização não ter conseguindo obter uma solução ótima que atende-se as restrições impostas. Além disso comparando as outras curvas, como a Figura 4.13 e 4.14, percebe-se que de forma mínima existe uma redução no pico de tensão da ação de controle e de corrente do motor quando aplicado a restrição. A ação de controle tanto na Figura 4.13 quanto na 4.16, apresentam oscilações, principalmente quando há a presença de carga. Isto ocorre devido ao descasamento dos modelos identificados em relação a planta simulada.

## 4.1.2.2 Restrição com o algoritmo limitador baseado em modelos - LBM

A técnica LBM apresenta algumas características relevantes, comentadas na Seção 3.3, como por exemplo a redução significante de picos de tensão no sinal da ação de controle e a restrição do sinal de velocidade em qualquer ponto de operação, mesmo abaixo da referência estabelecida.

A fim de comprovar essas características citadas, as Figuras 4.18 e 4.20, apresentam um ensaio com a referência de velocidade não usual, que possui um degrau de referência de 4000*rpm*, isto para a validação da técnica LBM.

As Figuras 4.19 e 4.21, correspondem as ações de controle das Figuras 4.18 e 4.20 respectivamente. Já a Figura 4.22, representa os instantes em que o compensador é ativado, conforme explicito no algoritmo base apresentado na Seção 3.3. Nota-se então, o funcionamento satisfatório da técnica LBM.



Figura 4.18 – Velocidade - validação da técnica LBM 1.

Fonte: do autor.

Tendo como válida a técnica LBM, são apresentadas nas Figuras 4.23 e 4.26, a restrição aplicada no sinal de velocidade do motor BLDC, com os parâmetros de configuração do controle iguais a do Ensaio 4.

Nota-se então que os resultados apresentados, se mostraram dentro do esperado, conforme pode ser visto nas Figuras 4.24 e 4.27, ambas com sinal da ação de controle suave, sem picos de tensão. Além disso, na Figura 4.26, é possível ver que quando foi inserido a carga, a resposta da ação de controle para corrigir a velocidade é lenta, isto porque o compensador só é ativado após o tempo de resposta do sistema, que é dado por um contador no algoritmo LBM.





Fonte: do autor.





Fonte: do autor.



Figura 4.21 – Ação de controle - validação da técnica LBM 2.



Figura 4.22 – Compensador da técnica LBM.



Fonte: do autor.





Fonte: do autor.





Fonte: do autor.



Figura 4.25 - Corrente - Técnica LBM a vazio.

Fonte: do autor.

Figura 4.26 - Velocidade - Técnica LBM com inserção da carga.



Fonte: do autor.



Figura 4.27 – Ação de controle - Técnica LBM com inserção da carga.

Fonte: do autor.

Figura 4.28 - Corrente - Técnica LBM com inserção da carga.



Fonte: do autor.

#### 4.2 ENSAIOS EXPERIEMNTAIS

Os ensaios experimentais foram realizados com uso do código de acionamento do motor BLDC LINIX 45ZWN24-40 do kit TRW-56F8400, desenvolvido por (BARTSCH, 2014). Sendo que foi inserido apenas o código da estratégia de controle SSMPC e da técnica LBM.

Os sinais de velocidade do motor BLDC, foram dados em tensão pelo tacogerador, sendo multiplicados pelo valor constante igual a 1830,83592 para converter em rad/s e posteriormente por  $\frac{30}{\pi}$  para obter o resultado em *rpm*. Já o sinal da ação de controle, foi multiplicado por 13,11475.

Salienta-se novamente que estes ensaios foram realizados com os modelos obtidos na simulação.

### 4.2.1 Ensaio 5 - Experimental

Este ensaio foi realizado com modelo único da planta. As configurações do controle SSMPC são apresentadas na Tabela 4.4.

Parâmetro	Valor
ρ	$700x10^3$
Ν	3
М	2
Modelo	2

Tabela 4.3 - Configuração do controle - Ensaio 5

Neste ensaio a velocidade tende a seguir a referência estabelecida, mostrado na Figura 4.29. Mas percebe-se que tanto a velocidade quando a ação de controle Figura 4.30, apresentam oscilações, isto devido ao modelo utilizado para calculo do controle não estar casado com o planta real.



Figura 4.29 - Velocidade - Ensaio 5 experimental.

Fonte: do autor.

Figura 4.30 – Ação de controle - Ensaio 5 experimental.



Fonte: do autor.

## 4.2.2 Ensaio 6 - Experimental

Este ensaio foi realizado com as configurações do controle SSMPC apresentadas na Tabela 4.4. Utilizou-se também multimodelos da planta, Tabela 2.5, com transição suave.

Parâmetro	Valor
ρ	$700x10^3$
N	3
М	2
Modelo	multi

Tabela 4.4 - Configuração do controle - Ensaio 6

Mesmo utilizando mutimodelos para cálculo do controle SSMPC, tanto o sinal da velocidade Figura 4.31 quanto da ação de controle Figura 4.32 se apresentaram oscilantes, também consequência do descasamento de modelos, mas agora com uma oscilação menor que a do Ensaio 5.

Figura 4.31 - Velocidade - Ensaio 6 experimental.



Fonte: do autor.



Figura 4.32 – Ação de controle - Ensaio 6 experimental.

Fonte: do autor.

### 4.2.3 Ensaio 7 - Experimental

Neste ensaio, não é mais utilizado a expansão de modelos dada em  $\Delta x$ , Equação 3.10, para a inclusão de um autovalor em 1 (integrador puro). Agora, será utilizado o método descrito em (CAVALCA; GALVAO; YONEYAMA, 2010) que acrescenta estados adicionais que estimam o somatório dos erros. Desse modo, o otimizador age como integrador ao tentar levar tais estados para zero (ponto mínimo). Optou-se por essa substituição, a fim de eliminar as oscilações dos ensaios, já que o modelo expandido em  $\Delta x$  não suporta os ruídos causados pelo descasamento da planta e modelo identificado.

As configurações do controle SSMPC utilizadas neste ensaio são apresentadas na Tabela 4.5. Utilizou-se também multimodelos da planta, Tabela 2.5, com transição suave.

Através da Figura 4.33, é possível notar que o sinal de velocidade seguiu a referência. Logo a inclusão do integrado antes do controlador SSMPC se apresentou mais eficaz que a inclusão pela expansão do modelo em  $\Delta x$ . Nos próximos ensaios, serão feitos igual a este, não mais com a expansão do modelo em  $\Delta x$ .

Parâmetro	Valor
ρ	$10x10^{3}$
N	3
М	2
Modelo	multi

Tabela 4.5 – Configuração do controle - Ensaio 7

Figura 4.33 – Velocidade - Ensaio 7 experimental.



Fonte: do autor.

#### 4.2.4 Ensaio 8 - Experimental

As configurações do controle SSMPC utilizadas nesse ensaio são apresentadas na Tabela 4.5. Utilizou-se também multimodelos da planta para calculo do controle, Tabela 2.5, com transição brusca e em seguida com transição suave. Além disso, estabeleceu-se um  $\rho$  expressivamente maior que os ensaios anteriores, para que seja possível verificar o efeito de chaveamento entre modelos, comentado na Seção 3.1.2.

Nas Figuras 4.35 e 4.36, é possível notar o efeito de chaveamento entre modelos, no qual ocorre no ponto de velocidade de 2000rpm, em que o controle e um momento usa o modelo de 2000 - 3000rpm e no outro de 1000 - 2000rpm para cálculo da ação de controle.



Figura 4.34 – Ação de controle - Ensaio 7 experimental.

Fonte: do autor.

Tabela 4.6 - Configuração do controle - Ensaio 8

Parâmetro	Valor
ρ	$700x10^3$
N	3
М	2
Modelo	multi

As Figuras 4.37 e 4.38, são exatamente iguais ao ensaio anterior, mas agora com transição suave entre modelos, percebe-se que o efeito de chaveamento entre modelos é eliminado. Com isso, pode-se concluir que o uso de transição entre modelos é mais eficaz e melhor para o motor.

## 4.2.5 Ensaio 9 - Experimental

As configurações do controle SSMPC utilizadas neste ensaio são apresentadas na Tabela 4.7. Utilizou-se também multimodelos da planta para cálculo do controle, Tabela 2.5, com transição suave. Neste ensaio foi aplicado a técnica de Limitador Baseado em Modelos - LBM, com restrição em



Figura 4.35 – Velocidade - Ensaio 8 experimental.

Fonte: do autor.

Figura 4.36 - Ação de controle - Ensaio 8 experimental.



Fonte: do autor.



Figura 4.37 - Velocidade - Ensaio 8-2 experimental.

Fonte: do autor.

Figura 4.38 - Ação de controle - Ensaio 8-2 experimental.



Fonte: do autor.

 $y_{max} = 1337 rpm$ . A Figura 4.39 e 4.41 representam o sinal de velocidade e a Figura 4.42 e 4.42 a ação de controle, sendo que em ambas a segunda figura é continuação da primeira.

Parâmetro	Valor
ρ	$10x10^{3}$
Ν	3
М	2
Modelo	multi

Tabela 4.7 - Configuração do controle - Ensaio 9

Analisando a Figura 4.39, é possível ver o funcionamento da técnica LBM, que restringe a velocidade abaixo da referência estabelecida, e quando inserido carga, no instante entorno de t = 0.7s da Figura 4.41, a ação de controle corrige a velocidade mas respeitando limite estabelecido. O *overshoot* presente no instante entorno de t = 1s da Figura 4.39, pode ser devido ao fato de descasamento de modelos. Com isso valida-se a técnica LBM na prática.

Figura 4.39 – Velocidade - Ensaio 9 experimental.



Fonte: do autor.





Fonte: do autor.









Fonte: do autor.

# 5 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizado o estudo do motor BLDC, bem como do seu acionamento e modelagem matemática. Também estudou-se a técnica de controle preditivo SSMPC com restrições e com a estratégia de modelo único e multimodelos, sendo o último com transição entre os modelos brusca e suave.

Foram realizados ensaios do motor com a aplicação da técnica de controle preditivo SSMPC via simulações e experimentais, a fim de controlar a velocidade do motor, com a estratégia de modelo único e multimodelos, com e sem restrições no sinal de velocidade. Além disso, foi desenvolvida uma técnica denominada Limitador Baseado em Modelos - LBM, que trata as três restrições estudas neste trabalho (em u,  $\Delta u$  e y). No qual foram realizados ensaios via simulações e práticos do emprego da técnica, com a restrição na velocidade do motor e em ambas se mostraram válidas.

Por fim, tem-se que objetivo do trabalho foi cumprido, pois foram realizadas todas atividades propostas. Como o estudo do motor BLDC e da técnica de controle preditivo SSMPC, a aplicação e análise do controle no motor via resultados de simulações e experimentais.

## 5.1 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

O trabalho desenvolvido gerou algumas contribuições, tais:

- Desenvolvimento de uma nova técnica de tratamento de restrição, batizada de Limitados Baseado em Modelos - LBM;
- Emprego de restrição do LBM no motor BLDC na prática;
- Desenvolvimento de um algoritmo de simulação do motor BLDC e do controle SSMPC;
- Resultados experimentais da técnica de controle preditivo SSMPC em diferentes modos, como: modelo único e multimodelos, transição suave e brusca e, com e sem tratamento de restrições; e
- Documentação do estudo da técnica de controle SSMPC aplicada ao motor BLDC e dos resultados gerados.

## 5.2 TRABALHOS FUTUROS

Como trabalhos futuros, sugere-se:

- Realizar estudo da técnica LBM aplicada em outras técnicas de controle;
- Aplicar restrições em outras plantas, além de motores;
- Obter modelo da planta na prática;
- Realizar estudos de outras formas de realizar a transição entre modelos, na estratégia de multimodelos; e
- Fazer um estudo comparativo entre a técnica de restrição com *quadprog* e a técnica LBM.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

BAI, L. Electric drive system with bldc motor. In: Electric Information and Control Engineering (ICEICE). [S.1.]: IEEE, 2011.

BARTSCH, A. G. ESTUDO SOBRE O MOTOR BLDC E AVALIAÇÃO DE MALHAS DE CONTROLE PREDITIVO PARA SEU ACIONA-MENTO. 2014.

BRASÃO, L. C. Acionamento do motor de corrente contínua a ímãs permanentes sem escovas utilizando estratégia a quatro chaves. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Uberlândia, 2012.

BRASÃO, L. C.; ANDRADE, D. A. de; GOMES, L. C.; BERNARDELI, V. R.; SILVEIRA, A. W. F. V. da. Acionamento do motor de corrente contínua a ímã permanente sem escovas em regime permanente utilizando estratègia a quatro chaves. In: **XIX Congresso Brasileiro de Automática - CBA**. [S.l.: s.n.], 2012.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, C. Model Predictive Control. [S.l.: s.n.], 1999.

CAVALCA, M. S. M.; GALVAO, R. K. H.; YONEYAMA, T. Integrator resetting with guaranteed feasibility for an lmi-based robust model predictive control approach. In: **18th Mediterranean Conference on Control & Automation**. Marrakech, Morocco.: [s.n.], 2010.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. D. Máquinas Elétricas Com Introdução à Eletrônica de Potência. 6a. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

FREESCALE. Introducing the MC56F8006/2 DSC Family. [S.1.], 2006.

FREESCALE. BLDC Motor Control with Hall Sensors Driven by DSC. [S.1.], 2011.

FREESCALE. **TWR-56F8400:** DSC MC56F84789 Motor and Power Control Tower System Module. 2015. <a href="http://www.freescale.com/tools/software-and-tools/hardware-development-tools/tower-development-boards/mcu-and-processor-modules/dsc-modules/dsc-modules/dsc-mc56f84789-motor-and-power-control-tower-system-module: TWR-56F8400?> Acessado em: Acessado: 23-11-2015. GAO, Y.; CAI, C.; ZHANG, H.; LIU, J. Modeling and simulation of bldc motor in electric power steering. In: **Power and Energy Engineering Conference (APPEEC)**. Chengdu: IEEE, 2010.

GIERAS, J. F.; WING, M. **Permanent Magnet Motor Technology**. 2a. ed. New York, USA: Marcel Dekker, 2002.

HEMERLY, E. M. Controle por Computador de Sistema Dinâmicos. 2. ed. São Paulo: [s.n.], 2000.

HENRIQUES, J. P. C.; MACHADO, J. B.; FERREIRA, L. H. D. C. Sistema de controle preditivo baseado em modelo - bfo embarcado em um controlador lógico programável. In: **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI**. [S.l.: s.n.], 2013.

JUNIOR, J. R. C.; AFONSO, R. J. M.; GALVAO, R. K. H.; aO, E. A. Avaliação experimental de controlador preditivo robusto usando lmis para sistema de dinâmica rápida. In: **XX Congresso Brasileiro De Automática**. Belo Horizonte, MG.: [s.n.], 2014. p. 3244–3251.

MATHWORKS. **Documentation Quadprog Function**. 2015. <http://www. mathworks.com/help/optim/ug/quadprog.html>. Acessado: 23-11-2015.

MATOS, M. S. Controle Preditivo com Múltimos Modelos para a Acomadação de Falhas. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica - ITA, São José dos Campos - SP, 2008.

MORALES, C.; GARCIA, L. L. end C. Controle preditivo aplicado a uma planta piloto de neutralização de ph. In: **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI**. [S.l.: s.n.], 2013.

NEGRI, G. H. Aplicação de Métodos de Controle Preditivo Baseado em Modelos em um Motor BLDC de Corrente Contínua sem Escovas. 2014.

NEGRI, G. H.; BARTSCH, A. G.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de; NIED, A. Model-based predictive direct speed control applied to a permanent magnets synchronous motor with trapezoidal back-emf. In: **Industry Applications (INDUSCON)**. Juiz de Fora: IEEE, 2014.

NIZAM, M.; MUJIANTO, A.; TRIWALOYO, H. Modelling on bldc motor performance using artificial neural network (ann). In: Joint International Conference on Rural Information & Communication Technology and Electric-Vehicle Technology. Bandung-Bali, ID: [s.n.], 2013.

OGATA, K. Engenharia de Controle. 5. ed. [S.l.: s.n.], 2010.

PEREZ, J. M. G. T. Controle Preditivo Robusto com Realimentação de Saída. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, 2006.

TOLIYAT, H. A.; GOPALARATHNAM, T. Ac machines controlled as dc machines (brushless dc machines/electronics). In: **The Power Electronics Handbook**. [S.1.]: CRC Press, 2001. cap. 10.