

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS - CCT
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

CRISTIANO FORSTER

PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO
ENSINO MÉDIO PARA A GEOMETRIA ANALÍTICA: UM ESTUDO DE
CASO

JOINVILLE - SC
2012-12-03

CRISTIANO FORSTER

**PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO
ENSINO MÉDIO PARA A GEOMETRIA ANALÍTICA: UM ESTUDO DE
CASO**

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientador(a): Prof^a. Dra. Luciane Mulazani dos Santos

JOINVILLE - SC

2012

F734p

Forster, Cristiano

Produção de Significados de Alunos do Terceiro Ano do Ensino Médio Para a Geometria Analítica: Um Estudo de Caso/ Cristiano Forster. – 2012.

61 p.: il

Bibliografia: f. 60-61

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Curso de Matemática. Joinville (SC), 2012.

Orientador(a): Luciane Mulazani dos Santos

1. Comunicação. 2. Conhecimento. 3. Educação Matemática. 4. Enunciação
5. Produção de Significados.

I. Santos, Luciane Mulazani dos. II. Universidade do Estado de Santa Catarina - Curso de Matemática. III. Produção de Significados de Alunos do Terceiro ano do Ensino médio para a Geometria Analítica: Um estudo de caso

CDD: 510.7

CRISTIANO FORSTER

**PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS DE ALUNOS DO TERCEIRO ANO DO
ENSINO MÉDIO PARA A GEOMETRIA ANALÍTICA: UM ESTUDO DE
CASO**

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Banca Examinadora

Orientador(a):

Prof^ª. Dra. Luciane Mulazani dos Santos
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membro:

Prof. Ms. Valdir Damázio Júnior
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membro:

Prof. Ms. Learcino dos Santos Luiz
Universidade do Estado de Santa Catarina

Joinville, 03 de dezembro de 2012.

Dedico este trabalho aos meus pais Noly e Marlene, que mesmo sem muita escolaridade tiveram muita sabedoria e amor para me ajudar em mais uma caminhada da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ser a razão principal de eu conseguir realizar este trabalho. Obrigado pelo dom da vida, pela saúde e pelo teu Espírito Santo que sempre me conduziu em todos os momentos.

Agradeço também aos meus pais, Noly e Marlene, por serem verdadeiros exemplos para a minha vida. Obrigado pelo amor, pela educação, pelos incentivos e pelas orações.

Agradeço aos meus irmãos, Odirlei e Cristovan, que estiveram sempre comigo. Obrigado pelo carinho e pelos conselhos.

Agradeço a professora Luciane que se dispôs a me orientar neste trabalho. Obrigado pelos incentivos, pelos ensinamentos e pela amizade.

Agradeço também aos professores Valdir e Learcino que aceitaram prontamente o convite de fazer parte da minha banca examinadora.

Agradeço a todos professores que já passaram por minha vida escolar. Obrigado pela contribuição que cada um deu em favor de me tornar um ser humano mais justo, mais digno e com mais sabedoria.

E por último agradeço a todos o meus amigos e colegas que viveram comigo estes anos de estudo. Obrigado pelo companheirismo e pelos momentos alegres que passamos juntos.

“... eu entendo que o mundo não é visto simplesmente em cor e forma, mas também como um mundo com sentido e significado.”

Lev Seminovich Vygotsky

RESUMO

FORSTER, Cristiano. **Produção de Significados de Alunos do Terceiro Ano do Ensino Médio Para a Geometria Analítica: Um estudo de Caso.** 2012. 61 p. Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2012.

Esta monografia apresenta a pesquisa desenvolvida como trabalho final de graduação do curso de Licenciatura em Matemática. A investigação foi feita a luz do Modelo dos Campos Semânticos para evidenciar significados produzidos para conteúdos matemáticos por alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino de Santa Catarina, na cidade de Joinville, durante a minha prática de regência do estágio curricular obrigatório. O estudo mostrou como este modelo teórico pode ser utilizado no âmbito da Educação Matemática para analisar a produção de significados dos alunos durante atividades relacionadas com o ensino e a aprendizagem de Matemática.

Palavras-chave: Comunicação. Conhecimento. Educação Matemática. Enunciação. Produção de significados.

ABSTRACT

FORSTER, Cristiano. **Production of Meanings of Students of the Third Year of High School For Analytic Geometry: A Case Study**. 2012. 61 p. Trabalho de Conclusão do Curso de Licenciatura em Matemática - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2012.

This monograph presents a research that used the Model of Semantic Fields to highlight meanings for mathematical contents produced by students of the third year of high school at a public school at Santa Catarina, Joinville, during my intern classes. The study presented how this theoretical model can be used in the context of Mathematics Education to analyze the production of meanings by students during activities related to the teaching and learning of mathematics.

Key-words: Communication. Knowledge. Mathematics Education. Enunciation. Production of meanings.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1 PROBLEMA E OBJETIVOS PESQUISA	12
2 SOBRE O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS	14
3 SOBRE GEOMETRIA ANALÍTICA E COEFICIENTE ANGULAR DA RETA	19
4 SOBRE A PESQUISA	22
4.1 CARACTERIZAÇÃO	22
4.2 ESTUDO DE CASO E METODOLOGIA	22
4.3 A DINÂMICA DA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS	25
4.3.1 Onde foi parar a reta?	25
4.3.2 Dividir por zero? Pode?	35
CONCLUSÃO	58
REFERÊNCIAS	60

INTRODUÇÃO

Este texto apresenta atividades de pesquisa realizadas para a disciplina **Trabalho de Graduação** (TGR) do curso de **Licenciatura em Matemática** do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina. Além disso e por conta disso, propõe reflexões acerca do nosso tema de pesquisa: **a produção de significados para conteúdos matemáticos**.

Trabalhamos investigando os **significados que foram produzidos para coeficiente angular da reta por algumas turmas de alunos do terceiro ano do Ensino Médio** durante suas aulas de Matemática na escola. Tais aulas foram ministradas por mim dentro do período de estágio de regência da disciplina Estágio Curricular Supervisionado IV do curso de Licenciatura em Matemática. Este trabalho de pesquisa foi realizado concomitantemente, ao longo de um semestre, com as atividades de estágio na escola.

Inicialmente, quando das primeiras reuniões de orientação, discutimos a possibilidade de investigar significados produzidos por alunos de algum dos cursos de graduação do nosso campus da UDESC que cursam disciplinas cujo conteúdo é a Geometria Analítica. Mas, por uma questão de organização de horários - eu não poderia acompanhar as aulas na graduação pois também cursava disciplinas no mesmo período - e de tempo - eu estava iniciando a fase de regência de aulas em uma escola do Ensino Médio - decidimos adotar como campo de estudos o espaço escolar das minhas atividades de prática de regência do estágio. E foi assim que escolhemos estudar a dinâmica da produção de significados por alunos das turmas do Ensino Médio nas quais realizei as atividades de regência do meu estágio. Cabe salientar que, pelo plano de ensino da referida disciplina de Estágio Curricular Supervisionado IV, as aulas de regência devem ser ministradas em turmas de Matemática do Ensino Médio.

Assim, o estágio foi realizado em uma escola da Rede Estadual de Ensino na cidade de Joinville em turmas de Ensino Médio. Já no primeiro contato com a equipe de direção da escola, fui muito bem recebido e aceito para realização do estágio em aulas no período noturno. Antes de procurar esta escola, tentei fazer o estágio de regência em uma escola particular que, por questões relacionadas ao planejamento e à organização de suas aulas, opta por não aceitar estagiários de regência.

Escolhida e definida a escola onde seria feito o estágio de regência e a coleta de dados para a minha pesquisa do trabalho de graduação, conversei com a professora de Matemática da escola para decidir com qual turma eu trabalharia que conteúdo, fato importante para planejar também as minhas atividades de pesquisa. Conversando com a professora, soube que ela ministra aulas somente para as turmas de terceiro ano da escola. Ela sugeriu que eu assistisse aulas em todos os anos do Ensino Médio para, em seguida, escolher em quais delas faria a regência das aulas e a coleta de dados da pesquisa. Segui a sugestão da professora, acompanhei aulas nas turmas de primeiro, segundo e terceiro anos no período noturno. Escolhi trabalhar com as turmas de terceiro ano porque percebi que os alunos dessas turmas não eram tão agitados quanto os alunos do primeiro e segundo ano

e que eram mais participativos nas aulas, o que considerei uma característica importante para a pesquisa que eu estava para iniciar com a colaboração deles.

Depois da decisão pela turma, foi preciso escolher o conteúdo a respeito do qual eu olharia para a produção de significados das turmas (e também planejava e realizaria as minhas aulas de regência do estágio). Novamente, em conversa com a professora da escola, ela disse que estava, naquele momento, trabalhando em sala de aula com conteúdos de **Geometria Analítica** e que, pelo seu planejamento, quando chegasse no meu momento de regência para a coleta de dados da pesquisa, o conteúdo seria circunferência. Quando as datas das minhas aulas de regência do estágio estavam já próximas, observei - e a professora também informou - que o conteúdo anterior a circunferências, ou seja, as retas, não seria terminado. Desta forma, para me adequar ao planejamento da disciplina e também ao tempo que eu precisava para desenvolver a minha pesquisa, defini, em conjunto com a professora das turmas, que trabalharia, então, com **os conceitos de inclinação e coeficiente angular da reta** e com a **determinação das equações gerais e reduzidas da reta quando o coeficiente angular é conhecido**.

Trabalhei com estes conteúdos nas três turmas de terceiro ano do Ensino Médio do período noturno dessa escola. No total, foram doze aulas em cada uma das turmas para desenvolvimento das atividades de estágio de regência e de pesquisa do trabalho de graduação, realizadas concomitantemente. Desta forma, os significados para conteúdos matemáticos analisados nesta pesquisa foram produzidos durante as minhas aulas de regência de estágio em turmas de terceiro ano de Ensino Médio de uma escola estadual de Joinville.

Na sequência da pesquisa, após o período de regência, os significados produzidos pelos alunos foram analisados a luz do **Modelo dos Campos Semânticos**, escolhido como suporte teórico para a análise da produção de significados por ser um modelo criado no âmbito da Educação Matemática para discutir estas questões abordando temas como processo comunicativo e produção de conhecimento.

Para apresentar a pesquisa e as reflexões decorrentes, o texto deste trabalho foi estruturado em cinco capítulos. No **capítulo 1**, apresentamos o problema de pesquisa e os objetivos do estudo. O **capítulo 2** é o espaço de discussão sobre o Modelo dos Campos Semânticos, referencial teórico que adotamos para discutir a produção de significados para conteúdos matemáticos. No **capítulo 3**, apresentamos uma revisão sobre o conceito de coeficiente angular da reta por meio de uma breve contextualização histórica. A pesquisa é descrita no **capítulo 4** enquanto que as considerações finais são apresentadas no **capítulo 5**.

Capítulo 1

PROBLEMA E OBJETIVOS PESQUISA

Neste capítulo explicitamos uma pergunta diretriz que disparou as minhas atividades de pesquisa em busca de alcançar os objetivos deste trabalho final de graduação.

Realizando as atividades teóricas e práticas que fizeram parte, durante o curso de Licenciatura em Matemática, das disciplinas relacionadas com a minha formação inicial como professor percebi, entre outras coisas, que o processo de produção de significados para conteúdos matemáticos é geralmente cercado, em todos os níveis escolares, por dificuldades relacionadas com a aprendizagem e com o ensino.

São dificuldades que costumam ser investigadas no âmbito da Educação Matemática sob os mais diferentes referenciais teóricos e a partir de distintas metodologias com o objetivo de entender como se dá a construção do conhecimento matemático.

Uma das maneiras de se agir sobre esse problema é exercer a prática docente ouvindo o que os alunos têm a dizer a respeito dos conteúdos matemáticos que estão aprendendo na escola durante as aulas de Matemática buscando a compreensão da sua produção de significados. Mas essa é uma atitude que geralmente não é tomada em sala de aula dependendo da dinâmica das aulas e dos sistemas de avaliação utilizados pelos professores.

No Ensino Médio, particularmente no último ano, às dificuldades relacionadas com o conteúdo matemático em si, acrescentam-se outras decorrentes da transição entre uma fase escolar e outra para aqueles alunos que pretendem cursar o ensino superior. Neste caso, o processo de produção de significados conta ainda com particularidades que devem ser consideradas no ensino e aprendizagem de Matemática, pois impactam na construção do conhecimento.

A determinação de uma pergunta para apresentar ao leitor deste trabalho o nosso problema de pesquisa relacionado com as considerações acima foi importante para nos guiar nas diversas etapas da pesquisa. Refletindo sobre nossos objetivos, formulamos a seguinte pergunta diretriz:

Como é a dinâmica da produção de significados para o conceito de coeficiente angular da reta por alunos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola da Rede Estadual de Ensino de Santa Catarina, na cidade de Joinville, durante a prática de regência do estágio curricular obrigatório de um aluno do curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina?

A partir dessa pergunta, para encontrar alguma resposta, tomamos o referencial

teórico para análise dos significados produzidos e definimos a metodologia de pesquisa: utilizamos o Modelo dos Campos Semânticos para evidenciar significados produzidos para conteúdos matemáticos em uma pesquisa qualitativa no âmbito da Educação Matemática.

O objetivo da pesquisa foi, então, apresentar significados produzidos para o conceito de coeficiente angular da reta a partir do estudo e da utilização do Modelo dos Campos Semânticos, teoria criada no âmbito da Educação Matemática na década de noventa para explicar como as pessoas produzem significados e constroem conhecimentos. Assim, neste trabalho, pretendemos tanto mostrar como esse constructo teórico pode ser utilizado em análises da dinâmica de produção de significados por alunos do Ensino Médio para conteúdos matemáticos quanto apresentar resultados de análise que evidenciam momentos dos processos de aprendizagem dos estudantes envolvidos durante as aulas de regência de estágio.

No próximo capítulo, apresentamos uma introdução da teoria do Modelo dos Campos Semânticos segundo a qual um aluno produz significado para um determinado conteúdo quando fala a respeito deste conteúdo no interior de uma certa atividade. A compreensão desse modelo teórico foi essencial para o desenvolvimento desta pesquisa e será importante para que o leitor deste trabalho compreenda também a metodologia de pesquisa por nós utilizada.

Capítulo 2

SOBRE O MODELO DOS CAMPOS SEMÂNTICOS E A PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

Neste capítulo, apresentamos o Modelo dos Campos Semânticos (MCS) como uma teoria do âmbito da Educação Matemática que pode ser utilizada no estudo da produção de significados dos alunos buscando compreender a construção do conhecimento matemático e evidenciar resultados que podem auxiliar nas ações de práticas docentes relacionadas com processos de aprendizagem e de ensino de Matemática.

Além disso, explicitamos a utilização do Modelo dos Campos Semânticos na nossa pesquisa de acordo com o proposto por Lins (1996, 1997, 1999, 2001) e presente em Silva (2003) e Santos (2007).

O Modelo dos Campos Semânticos é um modelo epistemológico elaborado pelo pesquisador e educador matemático brasileiro Romulo Campos Lins cuja origem é sua tese de doutorado *A framework for understanding what algebraic thinking is* (Um quadro de referência para entender o que é pensamento algébrico) defendida em 1992.

De acordo com Silva (2003), o Modelo dos Campos Semânticos, enquanto modelo epistemológico, nos permite compreender aspectos do processo de produção de significados para conteúdos matemáticos. Hoje, com o Modelo dos Campos Semânticos prestes a completar vinte anos de história, vemos que ele pode ser utilizado em diversas áreas do conhecimento nas quais ocorra a produção de significados.

O Modelo dos Campos Semânticos foi elaborado para, entre outras coisas, permitir uma leitura da produção de significados das pessoas, ou seja, uma leitura daquilo que as pessoas dizem sobre aquilo que estão aprendendo. É uma teoria formada pelos seguintes conceitos com as seguintes definições:

Significado. O significado de um objeto é aquilo que a pessoa pode dizer e efetivamente diz sobre um objeto quando está realizando determinada atividade. Podemos então dizer que quando produzimos significados, produzimos ações enunciativas a respeito de um objeto no interior de determinada atividade. (SILVA, 2003, p.9). Sendo assim, para o Modelo dos Campos Semânticos, os objetos são constituídos durante o processo de produção de significados, constituída essa garantida por conta da legitimidade assim caracterizada:

O **poder dizer** presente na formulação de significado está intimamente relacionado à questão da legitimidade. (...) produzir significados não se refere a tudo o que numa dada situação o sujeito poderia ou deveria dizer de um objeto e sim o que ele efetivamente diz sobre aquele objeto no interior daquela atividade. Assim, os objetos são constituídos enquanto tal através do que o sujeito diz que eles são. (SILVA, 2003, p.9, grifos do autor)

Desta forma, pelo Modelo dos Campos Semânticos, os objetos da atividade matemática só são constituídos quando alguma pessoa os constitui por meio de sua enunciação, ou seja, eles passam a existir a partir da fala de alguém.

Ao lado da legitimidade, outra questão importante se impõe nesse processo de produção de significados: o significado produzido por uma pessoa não está dissociado da sua relação com o mundo ao qual pertence. Desta forma, pode haver vários modos de produção de significados: históricos, sociais, culturais etc. pois o significado é produzido na relação da pessoa com seus interlocutores pois quando alguém fala, fala sempre na direção de alguém. A partir dessa questão, é definido assim um outro aspecto do Modelo dos Campos Semânticos:

Comunicação. Dentro do Modelo dos Campos Semânticos (LINS, 1999, p. 81), o processo comunicativo se dá da seguinte forma: o autor fala sempre para **alguém**. Mas, por mais que esse autor esteja diante de uma plateia de pessoas, o **alguém** não faz referências às pessoas e sim a “um leitor” - chamado de “interlocutor” - que é constituído pelo autor. Desta forma, é para esse “um leitor” que “o autor” fala. O interlocutor representa uma direção na qual o autor fala, representa os modos de produzir significados e não uma pessoa específica para quem se está falando. Ainda de acordo com Lins (1999, p. 82),

O leitor sempre constitui um autor, e é em relação ao que este **um autor** diria que o leitor produz significado. (...) é apenas na medida em que o leitor fala, isto é, produz significados para o texto, colocando-se na posição de autor, que ele se constitui como leitor. (LINS, 1999, p. 82, grifo do autor)

Para exemplificar essa situação de processo comunicativo segundo o Modelo dos Campos Semânticos, pensemos em duas pessoas conversando. Aquela que é a autora produz uma enunciação (fala) para cujo resíduo a outra pessoa (aquela que se coloca na posição de “um leitor”) produz significados. A pessoa “um leitor”, por sua vez, por meio de outra enunciação, constitui em texto aquilo que a pessoa “um autor” disse, produzindo uma nova enunciação na direção da pessoa “um autor”. Isso ocorre sucessivamente estabelecendo a comunicação entre ambas.

Podemos perceber que este modelo teórico concebe o processo comunicativo de

maneira bastante diferente do processo comunicativo definido a partir dos processos de transmissão.

Foi assim que assumimos, nesse trabalho, o pressuposto que o conhecimento não é **transmitido** nos processos de ensino e aprendizagem. Em vez disso, tomamos a concepção de **processo comunicativo** do Modelo dos Campos Semânticos para tratar da relação entre a pessoa e o conhecimento. Para isso, importa conhecer os elementos constitutivos de tal processo comunicativo definido conforme Lins (1999) e apresentado por Santos (2007): **autor**, **texto** e **leitor**.

Autor. No processo comunicativo, é aquela pessoa que produz a enunciação. Por exemplo: se o processo for uma aula expositiva, o autor é o professor; se o processo for a escrita de um livro, o autor é o escritor; se o processo for a apresentação de um telejornal, o autor é o repórter que fala. (...) **Leitor.** No processo, é aquele que se propõe a produzir significados para o resíduo das enunciações. É o aluno que assiste à aula procurando entender o que o professor diz; é o leitor do livro; é o telespectador do jornal. (...) **Texto.** Pode ser qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado e não apenas um texto escrito. Entende-se, assim, que um texto pode ser também um desenho, um som, um gesto, um esquema, e outros sinais envolvidos no processo comunicativo. (SANTOS, 2007, grifos meus)

De acordo com Lins (1999),

o que faz do texto o que ele é, é a crença do leitor que ele é, de fato, resíduo de uma enunciação, ou seja, um texto é delimitado pelo leitor; além disso, ele é sempre delimitado no contexto de uma demanda de que algum significado seja produzido para ele. (LINS, 1999, p. 82)

Na nossa pesquisa, o texto são os sinais envolvidos no processo comunicativo das aulas de regência a partir dos quais os alunos produziram significados. Os alunos se colocaram alternadamente nos papéis de leitores e de autores: leitores quando se propunham a produzir significados para os resíduos das minhas enunciações (o texto) e autores quando passaram a falar sobre o texto. Eu, por minha vez, também me coloquei nas posições de autor e de leitor. Fui leitor quando me propus a produzir significados para as enunciações dos alunos. Foi assim que o processo comunicativo foi estabelecido com sucesso de acordo com o Modelo dos Campos Semânticos. E, quando há sucesso no processo comunicativo, ainda segundo este modelo teórico, o conhecimento é construído.

Conhecimento. É, no Modelo dos Campos Semânticos, algo que a pessoa acredita e expressa. É, portanto, uma crença. Caracteriza-se como uma afirmação acompanhada por uma justificação para essa sua crença-afirmação. **Crença**, **afirmação** e **justificação** são os três aspectos-chave para o conceito de conhecimento nesta teoria. A pessoa acredita

naquilo que afirma e, por isso, acredita estar autorizado a ter tal crença. Mas, além de acreditar e afirmar, a pessoa precisa também justificar essas crenças-afirmações para que ocorra a produção de conhecimento. A justificação tem o papel importante de não somente explicar a crença-afirmação mas também tornar legítima a enunciação feita pela pessoa. Desta forma, as justificações têm um papel central no processo de produção de conhecimento. (LINS, 1993, p.86).

Desta forma, o conhecimento é do domínio da enunciação tendo, portanto, uma pessoa atuando. Só faz sentido se falar em conhecimento quando há presente o interlocutor na direção do qual há uma enunciação. Esse aspecto dá, segundo Silva (1997) e Santos (2007), um caráter de originalidade ao Modelo dos Campos Semânticos uma vez que, quando se apresenta como necessária a justificação à enunciação para a construção do conhecimento, considera-se que podem ser dadas diferentes justificações para uma mesma enunciação e que, portanto, diferentes enunciações (ainda que para uma mesma enunciação) constituem diferentes conhecimentos.

Adotando essa explicitação de conhecimento segundo o Modelo dos Campos Semântico e também lembrando da concepção de processo comunicativo, não podemos aceitar, por exemplo, a definição de que o conhecimento é algo que possa ser transmitido pelo professor aos alunos.

Outros dois conceitos são essenciais para o entendimento do Modelo dos Campos Semânticos e sua utilização como suporte teórico de investigação:

Núcleo. Durante o processo de produção de significados, a pessoa que produz significados não sente necessidade de justificar todas as suas afirmações. Isso porque toma essas informações como localmente válidas. No Modelo dos Campos Semânticos, essas crenças-afirmações são chamadas de estipulações locais e o conjunto dessas estipulações locais é chamado de núcleo.

Campo semântico. É a atividade de produzir significado em relação a um determinado núcleo. De acordo com o Modelo dos Campos Semânticos, uma pessoa opera em um campo semântico toda vez que produz significado em relação a um núcleo dado.

Segundo Lins (1993) uma dificuldade de aprendizagem de um aluno caracteriza-se ou como um obstáculo epistemológico ou como um limite epistemológico. Será um **obstáculo epistemológico** o processo no qual o aluno, operando em um campo semântico, **poderia** produzir significado para um texto mas não o faz. O **limite epistemológico** é a **impossibilidade** do aluno, em um campo semântico, de produzir significado para um texto.

Com o estudo e a utilização do Modelo dos Campos Semânticos, percebemos uma importância no ato de ouvir aquilo que os alunos têm a dizer sobre os conteúdos disciplinares de Matemática com os quais estão envolvidos na escola, incentivar suas enunciações e justificações como modo de estabelecermos, enquanto professores, um processo comunicativo eficiente que favoreça a construção de conhecimentos por meio da produção de

significados para os conteúdos envolvidos. Com relação à importância de investigar a produção de significados Lins (1999, p.86) diz: “Para mim, o aspecto central de toda aprendizagem humana - em verdade, o aspecto central de toda cognição humana - é a produção de significados”.

De acordo com Silva (2003, p. 10), nesse contexto o interesse do Modelo dos Campos Semânticos, não é olhar para estados e produtos e sim para os processos. Também faz parte do interesse do Modelo dos Campos Semânticos entender o que as pessoas dizem e por que dizem o que estão dizendo, em vez de olhá-las pelo erro, o que se caracteriza como uma leitura positiva do processo de produção de significados. Além disso, o que o Modelo Teórico dos Campos Semânticos busca é uma explicação plausível para o processo de produção de significados.

Estão apresentadas aqui, portanto, as noções básicas sobre o Modelo dos Campos Semânticos que são importantes para a compreensão da nossa pesquisa. O próximo capítulo trata de uma contextualização história da Geometria Analítica como forma de ampliar a compreensão acerca dos textos para os quais foram produzidos significados pelos alunos que participaram das minhas aulas de regência, durante as quais os dados de pesquisa foram coletados.

Capítulo 3

SOBRE GEOMETRIA ANALÍTICA E COEFICIENTE ANGULAR DA RETA

Neste capítulo, apresentamos uma breve revisão sobre o conteúdo das aulas de regência para os quais os alunos das turmas envolvidas na pesquisa produziram significados. Fizemos isso para apresentar ao leitor um registro da teoria matemática apresentada em sala de aula para os alunos.

O conteúdo de Geometria Analítica abordado nas aulas está presente na proposta curricular de Santa Catarina e também no programa da disciplina que me foi apresentado pela escola, estando assim de acordo com o conteúdo programado para alunos do terceiro ano do Ensino Médio.

Coefficiente angular da reta

Consideremos uma reta r de inclinação α em relação ao eixo x , a medida α do ângulo é chamada de inclinação da reta. Chamamos de *coeficiente angular* ou *declividade* de uma reta, não perpendicular ao eixo x , o número real m expresso pela tangente trigonométrica de sua inclinação, ou seja:

$$m = \tan \alpha$$

Quando não conhecemos o ângulo de inclinação, mas conhecemos dois pontos pertencentes a reta podemos encontrar o coeficiente angular calculando $\tan \alpha$ por meio das coordenadas dos pontos. Desta forma considerando dois pontos distintos, $A(x_a, y_a)$ e $B(x_b, y_b)$, pertencentes a uma reta r não paralela ao eixo y e formando com o eixo x um ângulo α . O coeficiente angular da reta r é dado por:

$$m = \frac{(y_b - y_a)}{(x_b - x_a)}$$

Para que seja possível encontrar a equação da reta de coeficiente angular m e que passa por um ponto $A(x_a, y_a)$, considere o ponto $P(x, y)$ na reta r , sendo $P \neq A$ e $m = \tan \alpha$. Como $m = \tan \alpha$, então $m = \frac{(y - y_a)}{(x - x_a)}$. Desta forma a equação de uma reta que passa por $A(x_a, y_a)$ e tem coeficiente angular m é:

$$y - y_a = m(x - x_a)$$

O conteúdo trabalhado nas aulas durante as quais foram realizadas as atividades de regência e pesquisa faz parte da área matemática que chamamos de Geometria Analítica. A Geometria Analítica, diferentemente da Geometria Projetiva que é um ramo da Geometria, é um método da Geometria. A respeito desse método, Eves (2004) comenta:

Poucas experiências escolares podem ser mais emocionantes para o aluno do curso colegial avançado ou início de faculdade do que uma introdução a esse novo e poderoso método de enfrentar problemas geométricos. (EVES, 2004, p. 382)

Para alguns historiadores, o pioneiro da Geometria Analítica foi Nicole Oresme (cerca de 1323 - 1382), cientista e pensador francês. Na Europa, no século XIV, as pessoas viveram e sofreram consequências da doença e da guerra: a chamada Peste Negra matou mais de um terço da população e um período da Guerra dos Cem Anos afetou política e economicamente os modos de se viver em sociedade. As consequências desta transformação do cenário europeu refletiram-se na produção científica em Matemática a ponto de historiadores como Eves (2004) considerarem esse um período estéril para a

construção da ciência. Contudo, apesar de relativamente reduzidas por conta do contexto social em que estavam inseridas, as pesquisas e discussões em torno do conhecimento matemático seguiram um curso. Nesta fase da história considerada como pobre em termos de produção científica, Oresme escreveu cinco trabalhos matemáticos sendo que em um deles tratou da localização de pontos de coordenadas, sendo considerado por alguns historiadores como um dos pioneiros da Geometria Analítica.

Os argumentos para tal pioneirismo passam pelo fato de que, ao representar graficamente certas leis, confrontando a variável dependente (chamada por ele de *latitudo*) com a independente (*longitudo*), à medida que permitia que esta última sofresse pequenos acréscimos, Oresme estaria apresentando uma primeira manifestação da equação da reta.

Mas, como em outros casos que tratam de fontes históricas, não há consenso sobre a invenção da Geometria Analítica e sobre a época em que isso aconteceu. O que é fato é a necessidade que a Geometria Analítica teve de esperar pelo desenvolvimento do simbolismo e dos processos algébricos para se estabelecer como área de conhecimento. São consideradas, assim, as importantes contribuições dos matemáticos franceses René Descartes¹ e Pierre de Fermat², no século XVII, os quais foram leitores das obras de Oresme.

De acordo com Eves (2004), a contribuição de Descartes à Geometria Analítica aparece no terceiro apêndice, *La géométrie* (1637), do seu tratado filosófico (Discurso do Método para Bem Conduzir a Razão e Procurar a Verdade nas Ciências). Estão presentes neste seu texto a convenção do uso das primeiras letras do nosso alfabeto para indicar constantes e das últimas letras para indicar variáveis.

Ao mesmo tempo em que Descartes formulava as bases da Geometria Analítica moderna, o assunto também ocupava a atenção de Pierre de Fermat. As contribuições de Fermat aparecem no artigo *Isogoge ad locus planos et solidos* (1636), no qual encontramos a equação geral da reta e da circunferência e uma discussão sobre hipérboles, elipses e parábolas. Descartes sugeriu umas poucas curvas novas, geradas por movimentos mecânicos, enquanto Fermat propôs muitas curvas novas, definidas por equações algébricas. Descartes partia de um lugar geométrico e então encontrava sua equação e Fermat partia de uma equação e então estudava o lugar correspondente.

Historicamente, de acordo com Eves (2004), são essas as raízes do desenvolvimento da Geometria Analítica.

Apresentado o conteúdo para o qual foram produzidos significados nas aulas de regência, o próximo capítulo descreve a pesquisa realizada.

¹1596 - 1650. Filósofo, físico e matemático. Notabilizou-se sobretudo por seu trabalho revolucionário na filosofia, mas também obteve reconhecimento matemático posterior por sugerir a fusão da álgebra com a geometria, fato que gerou a geometria analítica e um sistema de coordenadas que hoje leva o seu nome.

²1601 - 1665. Foi advogado e oficial do governo em Toulouse pela maior parte de sua vida. A matemática era o seu passatempo. Fermat é mais lembrado pelo seu trabalho na Teoria de Números, em particular para o Último Teorema de Fermat

Capítulo 4

SOBRE A PESQUISA

4.1 CARACTERIZAÇÃO

Realizamos uma pesquisa qualitativa caracterizada conforme Garnica (2004) considerando

(a) a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re) configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GARNICA, 2004, p. 86)

De acordo com Godoy (1995), uma pesquisa qualitativa não tem por objetivo enumerar e/ou medir os acontecimentos estudados empregando instrumentos estatísticos na análise dos dados. Ela parte de questões amplas que se definem na medida em que o estudo se desenvolve e envolve a coleta de dados descritivos sobre processos, pessoas ou lugares por meio do contato direto do pesquisador com a situação estudada.

4.2 ESTUDO DE CASO E METODOLOGIA

Realizamos um trabalho de pesquisa qualitativa na forma de um estudo de caso: investigamos a produção de significados para conteúdos de Geometria Analítica de alunos de três turmas de terceiro ano do Ensino Médio noturno de uma escola da Rede Estadual de Ensino de Santa Catarina, cidade de Joinville. Para isso, analisamos as falas dos alunos ditas durante as aulas de Matemática que fizeram parte do meu período de regência para uma das etapas do estágio do curso de Licenciatura em Matemática da UDESC.

Como era nossa intenção olhar para os significados produzidos pelos alunos segundo o Modelo dos Campos Semânticos, foi preciso criar uma dinâmica de aulas e de coleta de dados que possibilitasse o registro das falas dos alunos já que, de acordo com essa teoria, uma pessoa produz significados para um objeto quando fala a respeito desse objeto no interior de uma determinada atividade.

As aulas foram dadas durante a minha regência para a disciplina de Estágio Curricular Supervisionado IV cursada na Universidade. O planejamento das aulas foi feito pensando sobre como eu poderia coletar dados que me permitissem investigar a produção de significados daquelas turmas. O áudio de todas as aulas foi gravado para registrar as falas dos alunos, material importante para a minha análise. A autorização para a gravação do áudio das aulas foi dada pela diretora da escola. Na primeira aula que dei em cada uma das turmas informei aos alunos que, durante todas as nossas aulas, as suas falas seriam gravadas para que eu pudesse fazer o meu trabalho de pesquisa posteriormente e pedi que eles agissem naturalmente. No início das gravações, alguns alunos comentaram a novidade de terem as aulas gravadas mas, passados alguns momentos, todos pareciam ter esquecido desse detalhe. Por decisão em conjunto com a professora regente da turma, os conteúdos de Geometria Analítica trabalhados nas aulas foram: inclinação e coeficiente angular de uma reta, equação geral e equação reduzida de uma reta.

As três turmas em que foram dadas as aulas de regência eram assim denominadas: 3º ano 4, 3º ano 5 e 3º ano 6. As aulas aconteceram às segundas e terças-feiras, sendo que a turma do 3º ano 4 tinha duas aulas na segunda-feira e uma na terça-feira, enquanto as outras duas turmas tinham uma aula na segunda-feira e duas na terça-feira.

Nas cinco primeiras aulas, trabalhei com as definições de inclinação da reta e coeficiente angular da reta e também com as maneiras de se encontrar este coeficiente quando conhecemos a inclinação ou dois pontos de uma reta. Expliquei o conteúdo apresentando e discutindo alguns exemplos e orientei a resolução de vários exercícios escritos.

Na sexta aula, decidi aplicar um trabalho avaliativo na turma. Eles, em sua maioria, se saíram bem neste trabalho e as médias das turmas ficaram próximas de 7,5.

Nas duas aulas seguintes, apresentei aos alunos o procedimento para se encontrar as equações, geral e reduzida, de uma reta utilizando o conceito, já ensinado, de coeficiente angular. Também foram propostos alguns exemplos e exercícios escritos nestas aulas.

Na nona aula, decidi fazer uma revisão de todo o conteúdo já ensinado. Para isto, utilizei o *Geogebra - software* de geometria dinâmica - como auxiliar para a plotagem dos gráficos das retas para que os alunos visualisassem de maneira diferente os conteúdos estudados nas aulas anteriores. Esta aula foi realizada em uma sala especial da escola que dispõe de projetor.

Nas outras três aulas seguintes, fiz mais alguns exercícios com os alunos e um trabalho avaliativo. Neste último trabalho, a média das notas das turmas caiu um pouco em relação às notas do primeiro trabalho, ficando em torno de 6,0.

Uma colocação que se faz pertinente neste momento é que trabalhei nas três turmas utilizando o mesmo planejamento de aula. Porém, as turmas não se comportaram da mesma forma perante uma mesma situação. Aliás, considerando que somos todos diferentes, nem mesmo uma pessoa age de forma igual a outra em mesma situação. O 3º ano 4, era uma turma bem calma e comportada, porém, do meu ponto de vista, foi uma turma um pouco lenta na participação durante as explicações. A turma do 3º ano 5 era bastante agitada e eufórica, a ponto de eu ouvir algumas reclamações vindas por parte dos demais professores mas, para mim, foi uma turma bastante participativa durante as explicações. A turma do 3º ano 6 era uma espécie de mistura das outras duas: uma parte dos alunos era bastante participativos e outra parte até ignorava a presença do professor em determinados momentos da aula.

Como para o nosso modelo de análise, o Modelo dos Campos Semânticos, é importante a fala dos alunos durante as atividades, decidi analisar os registros de áudio da nona aula - aquela dada com o auxílio do *Geogebra* - da turma do 3º ano 5, turma que considerei bastante participativa, que falou bastante e teve uma grande participação dos alunos neste dia.

Um fator que pode ter sido importante para que esta turma fosse mais participativa foi que neste mesmo dia, antes da aula com o *Geogebra*, tivemos uma aula em sala de aula na qual trabalhamos alguns exemplos envolvendo equações reduzidas de retas. Na turma do 3º ano 4, a aula que antecedeu a esta com auxílio do *software Geogebra* foi no dia anterior e percebi que os alunos tiveram um pouco mais de dificuldade em fazer a relação entre o conteúdo exposto em sala e conteúdo apresentado com o auxílio do *software*. Na turma do 3º ano 6, a aula antecedente à aula com o *Geogebra* também tinha sido no mesmo dia, porém foi uma aula adiantada pela professora da turma, e provavelmente ela trabalhou o conteúdo com um enfoque diferente do meu.

A escolha por analisar a nona aula deveu-se ao fato de ter sido essa uma aula de revisão dos conteúdos estudados em todas as anteriores, o que possibilitou uma discussão mais ampliada quando o *Geogebra* atuou como suporte para a visualização dos gráficos das funções. Assim, decidi por transcrever o áudio e analisar o texto das transcrições da nona aula do 3º ano 5 por acreditar que estavam ali interessantes falas a serem analisadas segundo o Modelo dos Campos Semânticos.

Cumprе esclarecer que essa minha escolha não desmerece, de forma alguma, as demais turmas e as demais aulas. Optei, com a minha escolha, pela turma cujo perfil comunicativo, ao meu olhar, foi mais indicado para análise dos significados produzidos segundo o Modelo dos Campos Semânticos.

Assim, trabalhei com a observação, regência, coleta de dados e análise dos dados em uma turma de alunos do Ensino Médio do período noturno de uma escola estadual da cidade de Joinville. Tais atividades foram realizadas em aulas de Matemática - sem e com o uso do *software* de geometria dinâmica *Geogebra* - durante as quais foram produzidos

significados para conteúdos de Geometria Analítica.

Todas as aulas foram gravadas em áudio com o auxílio de dois gravadores. Os arquivos dos áudios foram transcritos formando o texto que organizou os dados para a análise que foi feita confrontando as falas dos alunos com os elementos do Modelo dos Campos Semânticos em busca do levantamento dos significados produzidos para os conteúdos trabalhados nas aulas.

4.3 A DINÂMICA DA PRODUÇÃO DE SIGNIFICADOS

Para o trabalho de análise segundo o Modelo dos Campos Semânticos olhei para as falas dos alunos presentes nas transcrições feitas dos áudios gravados em sala de aula durante as minhas atividades de regência do estágio. Escolhi apresentar neste trabalho dois momentos de produção de significados, os quais considerei importantes para a discussão acerca da dinâmica de produção de significados para conteúdos matemáticos.

O primeiro momento é referente à nona aula de regência de estágio que foi dada em uma sala de aula especial quando utilizei o *Geogebra* e a projeção das imagens com o Datashow. Foi uma aula de revisão dos conteúdos estudados desde o início da minha regência, o que foi um fator que me levou a escolher esse como um dos momentos de análise.

O segundo momento trata de situações ocorridas no terceiro dia de aula quando os alunos, resolvendo um exercício no qual deveriam calcular o coeficiente angular de uma reta a partir de dois pontos dados, se depararam com uma divisão por zero. Ainda que o conteúdo divisão por zero não seja uma parte diretamente relacionada com a Geometria Analítica, resolvi trazê-lo para a discussão por considerá-lo importante para a dinâmica da produção de significados.

4.3.1 Onde foi parar a reta?

No primeiro momento considerado para análise olhei para os significados produzidos por alunos do 3º ano 5 durante a nona aula da minha regência, no dia em que usei a sala de Datashow da escola e o *software Geogebra* para generalizar alguns conceitos a respeito de inclinação e coeficiente angular de uma reta.

Nesta aula, a turma foi bastante participativa. Um fato que pode ter ajudado esta turma a participar desta aula foi que neste mesmo dia, em aula anterior, já tinha trabalhado em sala alguns exemplos envolvendo equações reduzidas de retas.

Para analisar os significados produzidos durante esta aula, relatarei em seguida todas as situações ocorridas durante esta aula e, em alguns trechos, as transcrições serão

destacadas de modo a enfatizar a fala dos alunos e, conseqüentemente, os significados produzidos.

A aula foi iniciada com uma explicação a respeito da interpretação geométrica da tangente, pois no primeiro dia de aula surgiram algumas dúvidas com relação a este fato. Em seguida, construí no *Geogebra* uma reta e variei a sua inclinação. Ao fazer esta variação, já aparecia uma reta horizontal indicando a tangente daquela inclinação. Mostrei a eles que qualquer variação que aquela inclinação sofria também era sofrida pela reta que representava a tangente.

Depois de fazer algumas movimentações daquele ponto no primeiro quadrante, conversei com os alunos para saber o que aconteceria se aquele ponto fosse colocado no segundo quadrante.

Professor (Cristiano): O que vai acontecer com aquele valor se eu passar esse ponto para o segundo quadrante, se meu ângulo for maior que 90 graus?

Aluno A6: Vai ficar. Não vai existir...

Aluno B6: Zero?

Ao movimentar o ponto para colocá-lo no segundo quadrante acabei deixando-o muito próximo do eixo y , o que fez com a reta que representava a tangente “desaparecesse”, ao perceberem este fato, os alunos fizeram algumas colocações.

Professor (Cristiano): Não, se ele passar lá para o segundo quadrante.

Aluno A6: Vai diminuir, negativo?

Professor (Cristiano): Negativo né? Para ângulo maior do que 90 graus a gente sabe que a tangente é negativa e, por consequência, o meu coeficiente angular, olha só... pode ver que eu estou aumentando o ângulo e aquela reta que eu coloquei para ele carregar ali... essa distância vai aumentando... e aí, na hora em que eu passar para o outro lado o ponto B . Olha aqui...

Aluno A6: Sumiu!

Aluno B6: Ah não...

Aluno A6: Nem tem mais tangente...

Professor (Cristiano): Será que sumiu?

Aluno A6: Eu não estou vendo!

Professor (Cristiano): Vamos ver aqui.

Aluno A6: Deve estar lá para cima.

Professor (Cristiano): Para cima?

Aluno A6: Para baixo eu falei...

Professor (Cristiano): Foi lá para baixo, está em algum ponto aqui.

Aluno B6: Ih! Ah não! Foi embora, é para acabar!

Professor (Cristiano): Deixa eu variar aqui... é que deve estar bem próximo ali... ela deve estar para baixo...

Professor (Cristiano): Não é porque tá muito, é que esse ponto B , tá

Aluno A6: Tá lá em menos quarenta a tangente né.

Professor (Cristiano): É por isso que a gente não conseguiu enxergar, mas ela tá lá

Aluno A6: -10, -5

Professor (Cristiano): Oh lá, já ela puxou pra cima, tá vendo?

Aluno B6: Achou!

Professor (Cristiano): Olha lá o meu ângulo tá variando ali, oh, tá cento ...

Aluno A6: 19.99

Professor (Cristiano): Sim, e aí olha, esta distância está aqui embaixo, que é negativo, então representa que essa distância é o negativo ali. Ok? Entenderam? Ficou mais clara aquela ideia da tangente que é aquela distância ali?

Alunos: sim

Destacamos neste momento dois trechos da fala do Aluno A6:

Aluno A6: Deve estar lá para cima.

Professor (Cristiano): Para cima?

Aluno A6: Para baixo eu falei...

Nesta fala, podemos observar que este aluno ainda não possui um núcleo constituído, pois ele troca de opinião rapidamente ao ser questionado. Se já estivesse com o núcleo constituído a afirmação não seria trocada justamente por uma afirmação contrária.

Outra fala que também pode ser destacada é a seguinte:

Aluno A6: Mas também...! O professor botou só 90°.

O significado que este aluno está produzindo para este resíduo de enunciação está em um campo semântico correto. Ao que parece ele já sabe a tangente de 90° não existe.

Depois desta primeira etapa, foi feito alguns exemplos em que eram dados os ângulos e o próprio *software* já calculava o valor da tangente, que neste caso correspondia ao coeficiente angular da reta que possuía aquela inclinação. Novamente, temos algumas enunciações feitas pelos alunos a respeito dessa situação.

Professor (Cristiano): Definindo agora o ângulo de 90°. O que tá lá escrito? Ali embaixo, na segunda linha de baixo para cima.

Aluno A6: Indefinido

Professor (Cristiano): Indefinido! Existe a tangente lá com 90°?

Alunos: Não.

Professor (Cristiano): Então justamente aparece 90, olha só...

Aluno B6: Aí tem que colocar aquele sinal que não existe?

Professor (Cristiano): É, mas daí o gráfico... aqui o programa não trabalha com aquele sinal.

Professor (Cristiano): Vamos ver se eu consigo... olha só, o meu beta foi para 120° , para quanto foi o C lá?

Aluno A6: 1,73 negativo

Aluno C6: 1.73

Professor (Cristiano): E faz sentido aquilo lá?

Alunos: Sim

Professor (Cristiano): Não é o que vocês fizeram no trabalhinho da semana passada?

Aluno A6: É que passa de 90° ela é sempre negativa.

Professor (Cristiano): Passa de 90 graus, ela é sempre negativa.

Assim podemos destacar mais duas colocações feitas pelos alunos. A primeira delas é a colocação feita pelo Aluno B6:

Aluno B6: Aí tem que colocar aquele sinal que não existe?

Segundo Lins (1993b) uma dificuldade deve ser entendida de duas maneiras excludentes: ou ela caracteriza-se como um obstáculo ou como um limite epistemológico. Um **Obstáculo Epistemológico** seria uma situação na qual um aluno operando dentro de um campo semântico, poderia potencialmente produzir significado para uma afirmação mas não produz. Enquanto que um **Limite Epistemológico** seria a impossibilidade do aluno em produzir significado para uma afirmação.

Podemos observar que, diferentemente daqueles alunos do caso anterior, este aluno já superou o Limite Epistemológico de afirmar que quando não existe significa ser zero. Ele já está acostumado que representamos a não existência de um valor por um símbolo matemático e não pelo número zero.

A outra colocação destacada é novamente do Aluno A6:

Aluno A6: É que passa de 90° ela é sempre negativa.

Observe que este aluno já sabe que quando a inclinação de uma reta passa de 90° o seu coeficiente angular, ou seja, a tangente daquela inclinação, vai ser negativa. Desta forma, podemos dizer que este aluno está operando em um campo semântico correto. Outra fato que podemos destacar, ainda nesta fala, é que quando o aluno diz “ela é sempre negativa” referindo-se à tangente, então temos a caracterização de uma estipulação local, pois esta é uma afirmação que o aluno faz e não sente a necessidade de justificá-la.

Em um momento posterior, foi trabalhado com os alunos a questão do porquê se definir a variação do ângulo apenas de 0 a 180° quando estudamos o calculo do coeficiente

angular de uma reta. Veja abaixo as colocações que os alunos fizeram a respeito deste fato.

Professor (Cristiano): Outra coisa que ainda não falei com vocês: Por que a gente definiu a inclinação lá de 0 a 180° ? Agora fica mais claro pra vocês olhando ali?

Aluno A6: Sim.

Professor (Cristiano): Por que só vai até 180° então?

Aluno A6: Porque não dá para fechar o 360° .

Professor (Cristiano): Com o ponto B eu não consigo fazer a volta?

Aluno B6: Pá!! Forçou a cabeça...

Professor (Cristiano): Vamos pensar junto com ele.

Aluno B6: É que a tangente está lá do lado de cá.

Professor (Cristiano): Olha só, se eu quisesse fazer isso aqui olha, eu posso vir com o meu o ponto B aqui no terceiro quadrante e a reta vai, vai indo, 360° ela faz. Só que olha só, a reta não está aqui no primeiro quadrante e ela não tá nesse terceiro quadrante, aqui olha. Então se eu traçar quantas retas eu quiser aqui, na hora que ela tiver nesse primeiro quadrante ela não vai estar aqui?

Aluno A6: Vai estar, ah, então eu só preciso a metade, no caso a reta.

Professor (Cristiano): Exatamente, porque você precisa da metade, você já tem todas as retas. Na hora que você levar a reta lá para o segundo quadrante, aqui olha...

Aluno A6: Ela vai estar no quarto.

Professor (Cristiano): Exatamente.

Aluno D6: Ah, então vai ser o mesmo ângulo daí?

Professor (Cristiano): Nesse caso, o ângulo daqui vai mudar porque você mede o ângulo no eixo x , no sentido anti-horário, mas a tangente no quarto quadrante ficaria com valor igual lá no segundo.

Professor (Cristiano): Ficou claro? Então essa é a ideia inicial da tangente, vocês tinham ali, vai aumentando... o ângulo aumenta e a tangente vai mudando.

Destacamos agora mais algumas enunciações feitas pelos alunos durante esta aula. A primeira delas:

Aluno A6: Porque não dá para fechar o 360° .

Este aluno é o mesmo que, nos comentários acima, já tinha colocado que a tangente de uma inclinação maior que 90° era sempre negativa, aparentando assim estar operando com uma lógica correta. Desta forma, podemos entender esta enunciação feita pelo aluno como um Obstáculo Epistemológico, já que o mesmo está operando em um campo semântico em que poderia-se produzir significado mas não produz.

Outra fala que também pode ser analisada é a seguinte:

Aluno A6: Vai estar, ah, então eu só preciso a metade, no caso a reta.

Neste caso o aluno está operando corretamente. Ele já percebeu que com a metade dos ângulos já conseguimos todas as possíveis retas que queremos. Veja também que quando ele usa a palavra “reta”, ele não faz nenhuma justificção no sentido de explicar o que é uma reta, caracterizando assim uma estipulação local, já que esta é uma afirmação que ele faz sem justificção.

A última enunciação a respeito deste assunto pode ser vista abaixo.

Aluno D6: Ah, então vai ser o mesmo ângulo daí?

Este aluno também faz uso da palavra ângulo sem dar nenhuma justificção sobre o que ela realmente significa. Desta forma temos novamente uma estipulação local, já que temos uma afirmação não justificada.

Depois dessas abordagens iniciais, passei a discutir com os alunos a equação de uma reta. Foi explicado aos alunos que no *software* trabalharíamos apenas com a equação reduzida da reta. Feito isto plotei algumas retas variando apenas o coeficiente angular delas ($y = 2x + 1$, $y = 3x + 1$, $y = 4x + 1$, $y = 5x + 1$). Com relação a essa situação, são essas as falas:

Professor (Cristiano): Conseguem ver já o que está acontecendo com o gráfico ali?

Aluno A6: Hum hum

Professor (Cristiano): O que é que está acontecendo? Alguém pode explicar? A medida que vai aumentando o meu coeficiente, o que vai acontecendo com o gráfico?

Aluno A6: Vai aumentando...

Professor (Cristiano): Fala mais alto, senão eu não consigo ouvir

Aluno A6: Tá! eu tô pensando, tô processando...

Professor (Cristiano): Vamos ajudar ele a pensar ali, aqui olha, eu tinha ($y = 2x + 1$, $y = 3x + 1$, $y = 4x + 1$, $y = 5x + 1$), o que está acontecendo aqui?

Aluno B6: É que o coeficiente tem a ver com o ângulo ali, né professor?

Professor (Cristiano): Exatamente

Aluno D6: Professor, que nem nessa reta aqui, que nem na verde é $2x + 1$, está batendo no 1, mas que nem na azul lá, $3x + 1$, onde está batendo no 3?

Professor (Cristiano): No 3? Olha, na verdade o que está mudando aqui...eu estou só mudando o coeficiente angular aqui, de $2x$ foi para $3x$, ela está tocando o eixo y , todas elas tocam o eixo y

Aluno D6: A azul não está tocando o eixo x no 3, ela continua em y ?

Professor (Cristiano): Mas o coeficiente angular representa onde que ela está tocando no x ?

Aluno D6: Por que está $3x$

Professor (Cristiano): Mas o coeficiente angular a gente não definiu como... não é o ponto onde a reta toca no eixo x ! O 3 lá o que é? Não é o teu m lá? Que é o coeficiente angular. Então o 3, a gente não definiu como a tangente do ângulo? A gente não definiu como sendo o ponto que a reta toca o eixo x . Não quer dizer que por ser $3x$ vai tocar em 3 no eixo x .

Aluno D6: Ah tá.

Professor (Cristiano): É isso que eu tô querendo que vocês me ajudem a pensar um pouquinho. O que este coeficiente angular faz na reta ali, por que eu tô variando $2x, 3x, 4x, 5x$, o que significa isso? Como o colega falou, a gente já viu que não significa que o ponto que toca no eixo x seja este valor. O que significa então?

Aluno B6: A variação do ângulo

Destas colocações feitas a respeito da equação também queremos destacar os significados produzidos pelo Aluno D6 em relação ao ponto onde a reta corta o eixo x :

Aluno D6: Professor, que nem nessa reta aqui, que nem na verde é $2x + 1$, está batendo no 1, mas que nem na azul lá, $3x + 1$, onde está batendo no 3?

Professor (Cristiano): No 3? Olha, na verdade o que está mudando aqui...eu estou só mudando o coeficiente angular aqui, de $2x$ foi para $3x$, ela está tocando o eixo y , todas elas tocam o eixo y

Aluno D6: A azul não está tocando o eixo x no 3, ela continua em y ?

Professor (Cristiano): Mas o coeficiente angular representa onde que ela está tocando no x ?

Aluno D6: Por que está $3x$

Professor (Cristiano): Mas o coeficiente angular a gente não definiu como... não é o ponto onde a reta toca no eixo x ! O 3 lá o que é? Não é o teu m lá? Que é o coeficiente angular. Então o 3, a gente não definiu como a tangente do ângulo? A gente não definiu como sendo o ponto que a reta toca o eixo x . Não quer dizer que por ser $3x$ vai tocar em 3 no eixo x .

Aluno D6: Ah tá.

Professor (Cristiano): É isso que eu tô querendo que vocês me ajudem a pensar um pouquinho. O que este coeficiente angular faz na reta ali, por que eu tô variando $2x, 3x, 4x, 5x$, o que significa isso? Como o colega falou, a gente já viu que não significa que o ponto que toca no eixo x seja este valor. O que significa então?

Aluno B6: A variação do ângulo

Este aluno também usa o termo “reta” sem nenhum tipo de justificação, caracterizando novamente uma estipulação local. Porém, o fato mais considerável é que este aluno encontra-se diante de um Limite Epistemológico, pois acredita que o termo que está acompanhando o x na equação representa o ponto onde a reta deve cortar o eixo x . Ele está operando em uma lógica incorreta, se ele não mudar de campo semântico esta situação não fará sentido algum para ele.

De uma maneira geral, foi reforçado para os alunos a explicação de que o número que acompanha o x é responsável pela inclinação da reta e não pelo ponto onde a reta toca o eixo x . Em seguida, foi continuado o diálogo com os alunos.

Professor (Cristiano): E agora o que vocês acham que vai acontecer se eu colocar os valores negativos lá na frente do x ?

Alunos: Vai mudar, vai mudar o grau do, vai inverter

Professor (Cristiano): Vai inverter?

Aluno A6: Do lado ali, tipo ali, em vez de ser, vai ser igual ali (apontando para a reta no 1º quadrante) só que ao contrário, vai fazer tipo um espelho

Professor (Cristiano): É isso aí

Foi explicado a eles que o número era o coeficiente angular e era justamente esperado que ele que estivesse no 2º quadrante já que era um número negativo. E aí foi plotado o gráfico da reta $y = -2x + 1$ e aí questionado aos alunos:

Professor (Cristiano): E aí agora? Na hora em que eu for aumentando, o que vocês acham que vai acontecer?

Alunos: Vai para lá, para baixo

Professor (Cristiano): Vai se aproximar aqui do eixo y ou do eixo x ?

Alunos: Qualquer um, do eixo x , do eixo y

Aluno B6: Do y né?

Professor (Cristiano): Do x ou do y ?

Aluno B6: Eu acho que é do y .

Aluno D6: Ela vai descer então.

Professor (Cristiano): Ela vai descer então?

Aluno A6: Não ela vai ficar assim, vai...

Aluna C6: Ela vai para baixo.

Aluno A6: Porque o valor negativo é ao contrário, no caso.

Professor (Cristiano): Então vamos ver.

Ao plotar a reta $y = -3x + 1$

Aluno A6: Bingo.

Aluno B6: Ah, eu não falei...?!

Neste momento de análise, é interessante destacar o envolvimento dos alunos em resolver esta questão. Eles ficaram ansiosos para eu plotar esta última reta e vibraram ao ver o resultado da plotagem. Provavelmente, em uma sala de aula com apenas quadro e giz como recurso para o professor, não seria possível ver tal envolvimento por parte dos alunos. Com estas explicações, foram finalizadas as discussões a respeito do significado do coeficiente angular de uma reta. Com as mesmas retas ainda plotadas, passamos a analisar algumas situações para entendermos melhor o significado do coeficiente linear de uma reta.

Professor (Cristiano): Onde a reta está tocando o eixo y ? Todas elas?

Aluno A6: 1

Professor (Cristiano): Por que será que ela está tocando no 1?

Aluno A6: Porque 1 é y , primeiro é x no caso é 1.

Professor (Cristiano): Vamos conceituar estas ideias.

Aluno A6: Todas elas é mais um.

Professor (Cristiano): Lá na equação, na reta.

Aluno A6: Tudo é mais um.

Professor (Cristiano): Tudo é mais um. Mais alguma explicação?

Aluno B6: Como?

Professor (Cristiano): Por que todas as retas estão passando aqui olha, no eixo y no ponto 1?

Aluno B6: Porque o professor decidiu botar ali

Depois disso foi explicado aos alunos que era justamente por eu ter mantido em todas as funções o coeficiente linear igual a um.

Aluna E6: E se fosse diferente?

Professor (Cristiano): É isso que eu quero chegar agora. O que iria acontecer?

Aluna E6: Mudaria, né?

Professor (Cristiano): O que vai acontecer se eu mudar lá? Vai inclinar mais?

Aluna E6: Eu acho que não.

Alunos: Ele vai ficar... vai... ela vai ficar mais... se subir ele vai...

Relembrei para eles que somente quando mexemos no coeficiente angular (m) é que alteramos a inclinação da reta. Em seguida, foram plotadas as retas $y = x$, $y = x + 1$, $y = x + 2$, mostrando a eles onde estas retas tocavam o eixo y . Durante a explicação já foi possível ouvir os comentários:

Aluno B6: A inclinação não aumenta, só muda a posição

Aluna E6: Elas vão ser paralelas

Professor (Cristiano): Mas eu tô mexendo na... por que não aumenta a inclinação?

Aluno A6: Porque elas são paralelas.

Alunos: É professor, tem retas paralelas? Elas não são paralelas?

Professor (Cristiano): São paralelas. Porque é só x , o m não muda no caso, a tangente não muda.

Destaco neste último momento dois comentários feitos pelos alunos:

Aluno B6: A inclinação não aumenta, só muda a posição

Aluna E6: Elas vão ser paralelas

A primeira fala representa que a lógica das operações em que o Aluno B6 está operando está correta, enquanto na fala da Aluna E6, podemos perceber mais uma estipulação local a respeito de retas paralelas.

Foi explicado que o coeficiente angular era sempre um, por isso a inclinação não mudava. Foi trabalhado também alguns exemplos com o coeficiente linear negativo, os alunos já identificaram que as retas ficariam abaixo daquelas já plotadas.

Para finalizar a aula, foi mostrado um exemplo, com o qual defini a equação da reta de forma genérica e mostrei que podíamos variar os respectivos coeficientes dessa reta.

Esta turma foi bem participativa durante esta aula, e ao meu modo de ver entenderam bem a ideia do papel de cada coeficiente da reta.

4.3.2 Dividir por zero? Pode?

No segundo momento de análise, olhei para os significados produzidos pelos alunos durante o terceiro dia de aula. A situação analisada corresponde a uma divisão por zero. Esta é uma situação que eu não esperava encontrar em uma sala de aula do terceiro ano do Ensino Médio por acreditar que este tipo de operação já fosse de domínio dos alunos. Foi justamente a minha surpresa que me fez incluir esse momento na análise ainda que não fosse sobre um conteúdo específico de Geometria Analítica. Como a nossa proposta, neste trabalho, é analisar situações em que alunos apresentam algum tipo de dificuldade fiz uma análise desta situação.

Depois de ter trabalhado com a definição de coeficiente angular e de ter feito alguns exemplos e exercícios em que eram dados a inclinação de uma reta e em seguida pedido aos alunos para que encontrassem o respectivo coeficiente angular de cada inclinação, passamos então a estudar o caso em que dados dois pontos pertencentes a uma reta, encontrávamos o coeficiente angular daquela reta calculando a tangente mediante o uso das coordenadas dos pontos. Foi justamente em um exercício envolvendo este tipo de cálculo que os alunos chegaram na divisão $\frac{3}{0}$. Como os alunos já sabiam que em alguns casos não existiria o coeficiente angular da reta, eu esperava que, ao observar esta operação, os alunos já concluíssem prontamente que não existia o coeficiente angular da reta que unia aqueles dois pontos. Porém, não foi bem isso que aconteceu.

Professor (Cristiano): Quanto dá três dividido por zero?

Aluno D3: Três, eu tinha colocado. Não sei se tá certo. Ou é zero?

Professor (Cristiano): Existe divisão por zero?

Aluno D3: Não sei. Não, então não existe, é zero.

Professor (Cristiano): Tá, mas, se não existe, é zero?

Aluno D3: Há três dividido por. Mas, é tipo: tenho três não vou dividir com ninguém, continua três, então, ou não?

Assim, ao analisar a fala do Aluno D3, temos caracterizado um Limite Epistemológico, já que a lógica de operar deste aluno não está matematicamente correta. Quando ele diz “tenho três não vou dividir com ninguém, continua três”, ele está falando como que se tivesse uma divisão por um e não por zero. Veja então que não se trata de uma situação onde ele está operando em uma lógica correta, mas sim uma situação em que

a lógica de operação está incorreta. Desta forma, se o aluno não mudar a sua lógica de operar, não vai conseguir produzir significado para este resíduo de enunciação.

Este Limite Epistemológico também pode ser notado na fala da Aluna K3, que, a sua maneira, justifica o resultado da divisão $\frac{3}{0}$.

Aluna K3: É assim: eu tenho três laranjas, eu não divido com ninguém eu fico com as minhas três laranjas. São minhas, não são de ninguém!

Observe também que quando o Aluno D3 diz que a divisão não existe e então é zero, tem-se aí a caracterização de outro Limite Epistemológico, já que esta situação mostra-se pela impossibilidade do aluno em produzir significado para esta afirmação.

Professor (Cristiano): Quanto que dá essa divisão?
Aluno G3: Três dividido por zero...três? Não! zero! Meu, que burra!
Professor (Cristiano): Tem certeza?
Aluno H3: É zero.
Aluno G3: Por que ele perguntou “tem certeza?” ?
Aluno H3: Qualquer número dividido por um é ele mesmo.
Professor (Cristiano): Existe divisão por zero?
Aluno G3: Não.
Aluno H3: Não existe, nem a multiplicação, é zero.
Professor (Cristiano): Tá! Quando não existe, é zero então?

Veja que, se um núcleo é o conjunto das estipulações locais, ou seja, é o conjunto das crenças-afirmações que um sujeito faz e, tomando como localmente válidas, não sente necessidade de justificá-las, então, neste caso, o Aluno G3 ainda não possui um núcleo constituído, pois percebe-se em sua fala um certo grau de incerteza. Se ele estivesse com este núcleo constituído, afirmaria o resultado dessa divisão.

Olhando agora para os significados produzidos pelo Aluno H3, pode-se dizer que este aluno também está diante de um Limite Epistemológico pois além de ele justificar que se a divisão não existe então o resultado é zero, ele também está operando com uma lógica incorreta. Veja que quando ele diz “nem a multiplicação” ele está operando no sentido de que não existe a multiplicação por zero, o que indica que ele está em uma lógica incorreta.

Para finalizar este caso, apresento mais uma situação.

Professor (Cristiano): E três dividido por zero?
Aluno N3: Zero? Zero, todo número dividido por zero é zero.
Professor (Cristiano): Tem certeza?
Aluno O3: Não, não é zero, não é zero.
Professor (Cristiano): Não é zero!
Aluno N3: Três dividido por zero não é zero? É zero!
Professor (Cristiano): Então tá, a gente abandona a matemática!

Veja que o Aluno N3 está operando em um campo semântico errado, caracterizando assim um Limite Epistemológico, pois a lógica correta é que todo número multiplicado por zero dá zero e não o que ele está dizendo que todo número dividido por zero é zero. Mesmo o Aluno O3, que estava sentado ao lado dele durante a aula, dizendo que o resultado dessa divisão não seria zero ele afirma enfaticamente que é zero o resultado dessa divisão. Neste caso, também será necessário que o aluno mude de Campo semântico, para que este resíduo faça algum sentido para ele. Para que o aluno não continuasse com esse Limite, foi explicado que não existe a divisão por zero, mas mesmo assim:

Professor (Cristiano): Então, não existe um número que multiplicando por zero vai dar três. Não existe.
Alunos N3 e O3: Então vai dar três... então vai dar zero...
Professor (Cristiano): Não, eu não encontrei nenhum número aqui.
Aluno N3: Você não encontrou. Então vai dar zero.
Professor (Cristiano): Não existe este número.
Aluno N3: Para aqui então?
Professor (Cristiano): Você só tem que escrever aqui que não existe esta divisão.
Aluno N3: Ah tá.

Novamente ele se encontra diante de Limite Epistemológico. Agora, ele acredita que, como não existe um número que multiplicado por zero que resulte em três, então o resultado da divisão é zero.

Assim a fala dos alunos durante os dois momentos de aula escolhidos evidenciam a dinâmica da produção de significados para os conteúdos matemáticos estudados per-

mitindo assim, que a análise aqui apresentada fosse feita a luz do Modelo dos Campos Semânticos.

A transcrição completa de todas as aulas destas turmas, são apresentadas na sequência. A princípio estariam como apêndice deste trabalho mas, como trazem importante material para futuras análises optamos por apresentar neste capítulo.

No capítulo seguinte, apresento reflexões sobre esta pesquisa e sobre a sua importância para a minha formação como professor de Matemática, para os estudos em Educação Matemática e para futuras pesquisas.

TRANSCRIÇÃO DAS GRAVAÇÕES FEITAS DURANTE AS AULAS

As aulas foram dadas durante o estágio de regência para turmas do terceiro ano do Ensino Médio sobre os conteúdos de inclinação da reta, coeficiente angular da reta e determinação de equações gerais e reduzidas da reta.

Identificamos os alunos pelo seguinte código, a letra representa a ordem que os significados foram produzidos e o número indica a aula que aquele comentário foi feito, por exemplo, o aluno E6 foi o quinto aluno que produziu algum significado durante a sexta aula do período de regência.

1º DIA (27/08/12)

Neste dia, iniciei a minha regência das aulas de Matemática para os alunos do 3º ano do Ensino Médio. Nas duas primeiras aulas, no 3º ano 4, defini inclinação e coeficiente angular de uma reta e mostrei aos alunos o procedimento utilizado para encontrar a equação geral de uma reta quando conhecemos o seu respectivo coeficiente angular. Durante as explicações ouvi alguns alunos falando sobre o conteúdo.

Professor (Cristiano): O coeficiente angular de uma reta é a tangente desse ângulo. E então, dada uma reta, a gente vai encontrar o coeficiente angular dela.

Aluno A1: No caso dessa, desse ângulo aí, ele é tabelado?

Professor (Cristiano): Sim, até tem que ver com vocês quem tem calculadora científica, a maioria tem?

Alunos: Não, são tudo pobre.

Poucos alunos possuem a calculadora científica, porém vários deles utilizaram a calculadora científica do celular.

Professor (Cristiano): Quem tiver pode utilizar.

Aluno A1: É só jogar na calculadora.

Professor (Cristiano): Sim, certo? Vocês têm a definição de inclinação e aí coeficiente angular é a tangente dessa inclinação.

Aluno A1: O m é o coeficiente angular?

Para responder a essa pergunta do aluno, expliquei que é uma convenção chamarmos o coeficiente angular de uma reta pela letra m . Quando estudamos a equação reduzida de uma reta ($y = mx + n$) também aparece o coeficiente linear representado pela letra n .

Em seguida, expliquei as possibilidades que temos para o coeficiente angular de uma reta. Com o desenho no quadro de uma reta paralela ao eixo x perguntei:

Professor (Cristiano): Qual é o ângulo que esta reta tem com o eixo x , aqui?

Aluno A1: Noventa

Professor (Cristiano): Noventa?

Aluno A1: Qual?

Professor (Cristiano): Essa reta aqui.

Aluno A1: Daí não tem.

Professor (Cristiano): Não tem ângulo. Então aqui o ângulo é zero, porque ela não tem inclinação.

Depois disso expliquei que é só aplicar a fórmula ($m = \tan \alpha$) e aí teremos $m = 0$. expliquei também que toda reta que estiver na horizontal vai ter coeficiente angular igual a zero.

Em seguida foi analisado o caso para o ângulo entre 0° e 90° , foi explicado aos alunos que sempre que tivermos a inclinação entre estes dois ângulos teremos o coeficiente angular, ou seja, $m = \tan \alpha$, maior que zero. Expliquei também que quando tivermos o ângulo entre 90° e 180° teremos um coeficiente angular menor do que zero, e aí uma aluna pergunta:

Aluna B1: Por que menor? Por que daí fica negativo quando passa da reta do noventa?

Professor (Cristiano): Sim. Se a inclinação for maior que noventa teremos um coeficiente angular negativo. Eu já vou mostrar em um exemplo.

A aluna pergunta novamente:

Aluna B1: Ô professor! Mas tá ali $90^\circ < \alpha$, e daí depois não era para ser o $\alpha > 180^\circ$. Não entendi.

Professor (Cristiano): Não se lembra quando eu defini a inclinação de α , era entre 0° e 180° .

Depois disso foi explicado aos alunos que como as retas são infinitas, a hora que uma reta está no 1º quadrante ela também vai estar no 3º quadrante, caso análogo para 2º e 4º quadrante. Dando continuidade na aula, passei a analisar o caso em que temos a reta vertical, ou seja $\alpha = 90^\circ$. Neste caso, foi explicado que não existe o coeficiente angular porque a tangente de 90° não é definida. Expliquei que a tangente de 90° não é definida porque seno de 90° dividido por cosseno de 90° resultaria em uma divisão por zero, o que não existe. Os alunos não me questionaram, apenas aceitaram este fato. Em seguida foram feitos dois exemplos ($m = \tan 60^\circ$ e $m = \tan 135^\circ$) para que eles pudessem compreender melhor o conceito. Para finalizar, foi explicado o procedimento para se encontrar o coeficiente angular de uma reta quando conhecemos apenas dois pontos

pertencentes a ela. Esta mesma ideia foi utilizada para mostrar a dedução da fórmula para encontrar a equação geral de uma reta. Neste final de aula, os alunos não foram tão participativos. Segundo a professora da turma, eles já estavam cansados. Ela me pediu para ir um pouco mais devagar com as explicações já que estas duas primeiras aulas tinham sido bastante teóricas.

Na aula seguinte, no 3º ano 5, foi explicada apenas a maneira de obter o coeficiente angular de uma reta quando conhecemos a sua inclinação. Também foram mostradas aos alunos as quatro possibilidades para o coeficiente angular de uma reta. Quando eu estava desenhando as figuras de algumas retas no quadro, ouço duas alunas conversando:

Aluna C1: Eu não gosto de desenhar esses gráficos.

Aluna D1: Nem eu. Na verdade eu não gosto de ângulos, eu odeio fazer este tipo de conta.

Durante as explicações, um aluno me perguntou o que era uma tangente. Acabei me equivocando quando fui explicar pois expliquei a ele o significado de uma reta tangente ao ciclo trigonométrico. Mas, corriji minha explicação na aula seguinte. Para finalizar a aula fiz um exemplo numérico para ajudá-los na compreensão.

Na última aula deste dia, no 3º ano 6, também expliquei apenas o procedimento para encontrar o coeficiente angular de uma reta quando conhecemos a sua inclinação e as possibilidades que temos para este coeficiente angular. Nesta turma os alunos também falaram sobre o porquê de o ângulo da reta só poderia variar até 180° , foi justamente quando eu explicava o exemplo de uma reta horizontal e mostrava a eles que a inclinação iniciava-se justamente sobre o eixo x e ia até 180° , que ouço:

Aluna E1: Mas vai até só 180° ? Não vai para frente?

Alunos: Não, não! Passa! Passa de 180° .

Professor (Cristiano): Como assim?

Aluno F1: Passa de 180° , não passa?

Professor (Cristiano): A reta?

Alunos: Não!

Professor (Cristiano): A reta vai tocar em um ponto aqui, não entendo o que você diz.

Aluna E1: A inclinação vai até 180° ?

Professor (Cristiano): Aqui, para o cálculo do coeficiente angular, vai só até 180° porque quando você calcular o coeficiente para um ângulo maior que 180° você já vai ter um similar menor do que 180° . Então por isso que você já usa os menores.

Para finalizar, foram explicadas as demais possibilidades para a inclinação de uma reta e foi feito um exemplo numérico.

2º DIA (28/08/12)

Neste dia, dando continuidade as regências das aulas de Matemática para o Ensino

Médio, iniciei a primeira aula no 3º ano 6 lembrando o que já havia sido estudado na aula anterior: como se calculava o coeficiente angular da reta conhecendo a sua inclinação, ou seja, o seu ângulo. Feito isto, foi proposto aos alunos um exercício no qual deveriam encontrar o coeficiente angular de várias retas conhecendo as suas inclinações. Enquanto eles resolviam os exercícios, fui auxiliando-os individualmente nas carteiras. Eles tiveram toda esta aula para terminarem a atividade. No começo da atividade, alguns resistiram em fazer o exercício. Porém, quando fui explicando nas carteiras eles foram percebendo que era fácil e a maioria conseguiu fazer a atividade. Na segunda aula desta turma (4ª aula do dia), eu fiz a correção deste exercício. Enquanto eu fazia a correção, um aluno perguntou:

Aluno A2: Não tem como calcular estes valores sem a calculadora?

Expliquei a eles que existem alguns macetes para a memorização destes valores, porém em nossas aulas eles poderiam sempre usar a calculadora. Ao final da correção dos exercícios, eles já perceberam que para ângulos simétricos em relação ao eixo y os valores das tangentes “são iguais”, é só mudar o sinal.

Em seguida expliquei como se encontra o coeficiente angular de reta conhecendo dois pontos dela ao invés da sua inclinação. Porém, antes mesmo de começar a expor o conteúdo no quadro, eu já ouço uma aluna me dizendo:

Aluna B2: Vai começar a complicar! agora que eu tava gostando do professor...

Conversei com eles e expliquei que, na verdade, eu estava apenas propondo um novo jeito de se encontrar o coeficiente angular de uma reta e que, do meu ponto de vista, essa outra forma era até mais fácil do que a maneira anterior. Por fim, eles me entenderam bem e, pelo que me pareceu durante a explicação, a turma entendeu bem o conceito. Fiz um exemplo e deixei mais um exercício para eles fazerem, porém não deu tempo de eles terminarem nesta aula. No exemplo proposto, encontrávamos um coeficiente angular de valor 3. Ao chegar neste resultado, ouço a seguinte fala:

Aluna C2: 3 é o ângulo daí professor?

Professor (Cristiano): Não, 3 é o coeficiente angular da reta. Isso aqui é a tangente do ângulo, que é a definição.

Aluno D2: Na calculadora tem como fazer ao contrário para saber o ângulo desse número?

Professor (Cristiano): Tangente na menos um, algumas calculadoras fazem

Disse isto porque vários alunos estavam utilizando a calculadora do celular.

Aluna C2: Ô professor o valor de y vai sempre ser em cima?

Outro aluno responde:

Aluno E2: É a fórmula.

Na segunda aula deste dia, no 3º ano 4, novamente iniciei revendo o conteúdo da aula anterior e refazendo dois exemplos. Quando eu estava resolvendo o segundo exemplo que era para encontrar o coeficiente angular de uma reta dados dois pontos pertencentes

a ela, ou seja, utilizando a equação ($m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$), um aluno me pergunta:

Aluno F2: Sempre é do B para o A né? Do B para o menos A ?

Professor (Cristiano): Você pode até fazer isso aqui ó. Mas você tem que inverter aqui em baixo. Pode fazer $y_a - y_b$ em cima, mas não pode fazer aqui embaixo $x_b - x_a$. Tem que fazer $x_a - x_b$, daí dá o mesmo resultado.

Aluno F: Sempre numa ordem.

Professor (Cristiano): Se você trocar aqui em cima, tem que trocar em baixo também.

Em seguida, foram passados os exercícios no quadro que eram bem simples. Dadas algumas retas com seus respectivos ângulos de inclinação ou dados dois pontos pertencentes a uma reta, foi pedido aos alunos para calcular o coeficiente angular de cada reta. Os exercícios eram, na verdade, apenas aplicação de fórmula mas, mesmo assim, alguns ainda apresentavam dificuldades. Enquanto eles resolveram eu os auxiliei nas carteiras.

As outras duas aulas deste dia foram dadas para a turma do 3º ano 5. Nesta turma foram feitas as mesmas atividades propostas à turma do 3º ano 6. Durante a terceira aula, enquanto os alunos faziam a atividade eu fui novamente auxiliando-os nas carteiras. O fato que me chamou a atenção foi que, enquanto eu explicava, alguns alunos que nem tinham começado a fazer as questões já me respondiam e diziam “nossa! É só isso? Que fácil! Já aprendi, pode fazer a prova”. Outro fato que também me chamou a atenção foi que os alunos tinham dificuldades em operar com a calculadora científica. Eles foram bem participativos nesta aula e as dúvidas foram basicamente relacionadas ao modo de operar a calculadora e ao arredondamento dos valores encontrados.

Na última aula, foi feita a correção desses exercícios. Como a maioria já havia encontrado os valores dos coeficientes, então eu só perguntava e eles me respondiam. Assim mesmo surgiram algumas dúvidas a respeito do arredondamento dos valores. Fiquei bastante contente com a participação desta turma e com a resposta de uma aluna durante a correção de um exercício no qual foi dada uma reta horizontal (paralela ao eixo x). Perguntei:

Professor (Cristiano): Quanto dá o coeficiente angular desta reta?

Ouço prontamente de uma aluna:

Aluna G2: Aí dá zero, porque não tem inclinação.

Depois disso, também expliquei que os valores das tangentes dos ângulos simétricos ao eixo y eram apenas diferenciados pelo sinal negativo. Também foi proposto aos alunos o problema de encontrar o coeficiente angular de uma reta conhecendo apenas dois pontos pertencentes a ela. A exposição do conteúdo foi feita no quadro e ao final foi feito um exemplo. Do meu ponto de vista eles entenderam bem. Quando terminei o exemplo eles comentaram: “já pode fazer uma prova”, “meu, que fácil!”, “Cuidado professora! Vai perder o teu lugar!”. Para finalizar a aula deste dia, passei um exercício, porém não deu tempo para eles terminarem.

3º DIA (03/09/12)

Nas duas primeiras aulas, no 3º ano 4, dei um tempo para os alunos terminarem os exercícios. Porém, nesta primeira aula, vários alunos chegaram atrasados e, quando chegaram, demoraram para iniciar as atividades. Vários deles me disseram que não vieram na aula anterior ou que não tinham a matéria no caderno (como se eu fosse o culpado por isso). Para ganhar um pouco de tempo, já que os alunos que não tinham vindo na aula anterior não estavam copiando a matéria, decidi propor mais dois exercícios para que todos tivessem alguma atividade para fazer. Depois que a maioria chegou todos começaram a fazer as questões e enquanto eles faziam as atividades eu os auxiliava nas carteiras. Uma das maiores dificuldades encontradas por eles estava em identificar as coordenadas dos pontos. Algumas vezes eles trocavam estes valores e acabavam errando os cálculos. Outro erro cometido por muitos foi em relação a regra de sinais e, ainda, alguns alunos não sabiam trabalhar direito com fração: sempre que encontravam um número em forma de fração preferiam transformá-lo em um número decimal.

Nos exercícios tinha uma questão que resultava em um coeficiente angular igual a menos um. Era uma reta que possuía uma inclinação maior de que noventa graus, mas estava desenhada no primeiro quadrante. Quando um aluno que estava sendo auxiliado por mim chegou neste resultado fiz alguns questionamentos:

Aluno A3: Dá $m = -1$? Acabou?

Professor (Cristiano): Faz sentido este -1? Pode ser negativo?

Aluno A3: Não, então multiplica por -1 .

Professor (Cristiano): Não, só estou perguntando...

Aluno A3: Tá errado?

Professor (Cristiano): Não, não pensa que tá errado. Você acha que pode ser esse -1 ali?

Aluno A3: Não.

Professor (Cristiano): Por que que não?

Aluno A3: Porque... (parou para pensar um pouco) tipo, tá para cá, não tá? Ou não? Não, eu não entendi essa parada aí.

Professor (Cristiano): Sempre que a reta estiver lá, tiver com essa inclinação pra cá...

Aluno A3: Não tem que ser positivo? Tem que ser positivo. Para cá, é positivo e pra cá é negativo. Como aqui... aqui vai ser negativo. (mostrando uma outra reta com inclinação maior que noventa que está no segundo quadrante).

Professor (Cristiano): Então falou certo já. Não falou pra cá. Quando a reta tiver assim não é positivo, a reta tivesse essa inclinação para cá.

Aluno A3: Olha aqui.

Professor (Cristiano): Então deu positivo. Então a reta para lá pode ser negativo?

Aluno A3: Não, daí no caso, teria que trocar aqui por aqui, esse teria que ser A e esse

o B ?

Professor (Cristiano): Não a resposta está certa, vamos partir que tá certo o -1 , agora vamos entender o porquê. Aqui ó, você entendeu que quando a inclinação tiver pra lá é positivo?

Aluno A3: Não, isso eu entendi, isso eu entendi.

Professor (Cristiano): Então, quando está para cá não é negativo? E esse não é o caso que está para cá? Aqui então já não era esperado o valor negativo?

Aluno A3: Não, mas, não é o contrário isso?

Professor (Cristiano): Não.

Aluno A3: Não era assim ó, para cá no caso negativo, quando é para trás e para frente aqui, é positivo?

Expliquei ao aluno que não importa o quadrante que a reta se encontra e que o que realmente importa é a inclinação da reta. Este mesmo aluno perguntou quando foi pedido para calcular o coeficiente angular de uma reta com inclinação de 45° :

Aluno A3: O m desse aqui vale quanto?

Professor (Cristiano): É isso que eu quero saber.

Aluno A3: Você queria saber o m . No caso ficaria aqui $m = \tan 45^\circ$.

Professor (Cristiano): E quanto é?

Aluno A3: Um. No caso então $m = 1$.

Professor (Cristiano): É, pode ser isso? É esperado?

Aluno A3: Pode. É, mas porque daí é só colocar a tangente. É só jogar na calculadora já vai dar o resultado.

Esse aluno também perguntou se não seria mais fácil utilizar a tabela para encontrar estes valores das tangentes. Expliquei que se ele quisesse poderia utilizar e que este exercício era apenas para reforçar a ideia da tangente dos ângulos fundamentais.

No final da aula, percebi que o aluno tinha entendido o conteúdo pelo que ele falou quando encontrou o coeficiente angular de uma reta com uma inclinação de 120° .

Aluno A3: Tá! Daí aqui ficaria $m = \tan 120^\circ$.

Professor (Cristiano): E aí você calcula isso.

Aluno A3: Aí ficaria tangente de 120° , igual a $1,73$.

Professor (Cristiano): Pode ser negativo?

Aluno A3: Pode

Professor (Cristiano): Por quê?

Aluno A3: A inclinação...

Professor (Cristiano): Faz sentido agora?

Aluno A3: Sim

No final desta aula, quando foi feita a correção dos exercícios no quadro, expliquei novamente que não importa o quadrante onde a reta está localizada, mas sim a sua

inclinação.

Na aula seguinte, no 3º ano 5, iniciei a aula recordando o método de se encontrar o coeficiente angular de uma reta quando conhecemos dois pontos pertencentes a ela.

Professor (Cristiano): Gente, olha aqui! Então o exercício que eu trabalhei lá com vocês, eu dava dois pontos e vocês também tinham que encontrar o coeficiente angular da reta. Vocês se lembram como que a gente encontrava o coeficiente quando tinha o ângulo?

Aluno B3: Hum, hum...

Aluno C3: Tangente...

Professor (Cristiano): Tangente do ângulo.

Aluno B3: $m = \text{tangente}$

Professor (Cristiano): Então se eu tinha o ângulo eu calculava a tangente. E agora? Se eu tenho dois pontos, como é que eu calculo o coeficiente angular?

Aluno B3: Com aquela fórmula que o professor passou, $x_a - x_b$

Aluno C3: O ponto B menos o ponto A , divide pelo ponto C

Aluno B3: Égua...!

Professor (Cristiano): Era isso aqui (passei no quadro a equação $m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$)

Aluno B3: Isso aí.

Professor (Cristiano): Então, agora eu vou fazer a letra b do exercício que vocês têm aí, só para vocês.

Aluno C3: A b ? Ah não faz a e , professor

Professor (Cristiano): Não, a e depois... a e depois vocês vão fazer...

Aluno C3: A e tem uma cara mais feinha...

Aluno B3: Deixa eu ver a e como é que é...

Aluno D3: Só porque a b é a mais fácil... o professor nada ligeiro...

Aluno C3: É né...!

Professor (Cristiano): Mas esta é a ideia! O professor faz os mais fáceis, os alunos têm que fazer os mais difíceis...!

A questão e tinha uma fração (número racional) e um número irracional $\sqrt{2}$. Como acabamos de perceber, este tipo de número assusta um pouco os alunos, muitas vezes eles apenas olham para a questão e já imaginam que vai ser difícil sem mesmo tentar fazer a questão.

Em seguida, foi explicado aos alunos que era para eles identificarem em cada ponto que a primeira coordenada correspondia ao x e a segunda correspondia ao y . Então, me ajudaram a identificar tais coordenadas, e substituindo esses dados na equação, chegamos em $m = \frac{0}{1}$. Ai perguntei:

Professor (Cristiano): Quanto dá essa divisão?

Alunos: Nada

Professor (Cristiano): Zero. Zero dividido por qualquer coisa dá zero.

Aluno B3: Zero multiplicado por qualquer coisa também dá zero.

Aluno E3: Não tenho nada... divide por um...

Depois disso foi deixado um tempo para que os alunos terminassem de resolver estas questões. Enquanto eles faziam eu os auxiliava nas carteiras. Em uma das questões, chegaram em $m = \frac{3}{0}$. Houve muitos comentários em relação a essa questão.

Professor (Cristiano): Quanto dá três dividido por zero?

Aluno D3: Três, eu tinha colocado. não sei se tá certo. ou é zero?

Professor (Cristiano): Existe divisão por zero?

Aluno D3: Não sei. Não, então não existe, é zero.

Professor (Cristiano): Tá, mas, se não existe, é zero?

Aluno D3: Há três dividido por. Mas, é tipo: tenho três não vou dividir com ninguém, continua três, então, ou não?

Depois disto expliquei como era o procedimento para se fazer a divisão pelo algoritmo de Euclides, pois o aluno sabia que todo número multiplicado por zero dava zero. Na mesma questão, outra aluna chegou na mesma divisão.

Professor (Cristiano): Quanto que dá isso aí?

Aluno F3: Três? Zero? To pensando... três dividido por zero é três.

Professor (Cristiano): Existe divisão por zero?

Aluno F3: Não

Professor (Cristiano): Não existe

Aluno F3: Claro que não existe! Que burra, né professor!

Feito isso, foi explicado ao aluno que quando temos uma divisão por zero, escrevemos que não existe o seu coeficiente angular. Um outro aluno chegou nesta mesma divisão.

Professor (Cristiano): Quanto que dá essa divisão?

Aluno G3: Três dividido por zero...três? Não! zero! Meu, que burra!

Professor (Cristiano): Tem certeza?

Ao fazer esta pergunta, o aluno que estava sentado ao lado do Aluno G3 também entra na discussão.

Aluno H3: É zero.

Aluno G3: Por que ele perguntou “tem certeza?” ?

Aluno H3: Qualquer número dividido por um é ele mesmo.

Professor (Cristiano): Existe divisão por zero?

Aluno G3: Não.

Aluno H3: Não existe, nem a multiplicação, é zero.

Professor (Cristiano): Tá! Quando não existe, é zero então?

Novamente foi explicado o Algoritmo de Euclides e mostrado que não existe um número que multiplicado por zero resulte em três. Os alunos foram orientados a escrever que não existe o coeficiente angular quando chegamos em uma divisão por zero. Feito isso, tirei mais algumas dúvidas relacionadas ao uso da regra de sinais e então fomos para

a correção dos exercícios. Durante esta correção os alunos foram ao quadro resolver as questões e, como já aparece nos comentários acima, a questão que gerou mais questionamentos foi a questão em que aparecia uma divisão por zero. Enquanto a aluna que estava resolvendo esta questão colocava no quadro o resultado dessa divisão foi possível ouvir dos demais alunos:

Alunos: Ei! Não existe três dividido por zero.

T3: É zero.

Alunos: Não, não existe essa daí, dá zero, fica assim, não existe essa daí.

T3: Tá, o que vocês querem que eu faça?

Professor (Cristiano): Faz ali e senta lá, faz igual o que você fez no caderno.

Aluno I3: Ô professor! Mas três dividido por zero não é três?

Aluna J3: Capaz, qualquer número...

Aluna K3: É assim, eu tenho três laranjas, eu não divido com ninguém eu fico com as minhas três laranjas. São minhas, não são de ninguém!

Aluna L3: Não é não!

Professor (Cristiano): Gente, olha aqui, alguns tiveram dificuldades nessa divisão.

Aluno M3: É zero!

Professor (Cristiano): É zero?

Alunos: Não, não existe.

Como pode-se perceber, esta questão foi um tanto quanto difícil para os alunos. Ao final, foi novamente explicado a todos os alunos que não existe divisão por zero e que zero dividido por qualquer número resulta em zero.

Na aula seguinte, no 3º ano 6, foi iniciada a aula deixando um tempo para os alunos terminarem os exercícios. Para ganhar um pouco de tempo, foi feita uma questão para que eles pudessem relembrar o assunto. Novamente, enquanto eles iam fazendo os exercícios, eu fui auxiliando-os nas carteiras. Assim como na turma anterior, tivemos algumas discussões a respeito da divisão por zero.

Professor (Cristiano): E três dividido por zero?

Aluno N3: Zero? Zero, todo número dividido por zero é zero.

Professor (Cristiano): Tem certeza?

Aluno O3: Não, não é zero, não é zero.

Professor (Cristiano): Não é zero!

Aluno N3: Três dividido por zero não é zero? É zero!

Professor (Cristiano): Então tá, a gente abandona a matemática!

Depois disso, foi explicado que não existe a divisão por zero, mas mesmo assim:

Professor (Cristiano): Então, não existe um número que multiplicando por zero vai dar três. Não existe.

Alunos N3 e O3: Então vai dar três... então vai dar zero...

Professor (Cristiano): Não, eu não encontrei nenhum número aqui.

Aluno N3: Você não encontrou. Então vai dar zero.

Professor (Cristiano): Não existe este número.

Aluno N3: Para aqui então?

Professor (Cristiano): Você só tem que escrever aqui que não existe esta divisão.

Aluno N3: Ah tá.

Nesta sala, também notei que alguns alunos estavam trocando as coordenadas dos pontos e que alguns também tinham dificuldades com as regras de sinais. Depois que a maioria dos alunos já havia terminado os exercícios, foi feita a correção destes no quadro. Ao chegarmos na divisão $\frac{3}{0}$ tivemos mais alguns comentários.

Professor (Cristiano): Quanto que dá essa divisão?

Alunos: Zero (em coro). Não existe.

Professor (Cristiano): Zero?

Alunos: Não, é, não, não é zero.

Professor (Cristiano): Existe divisão por zero?

Alunos: Não

Aluno P3: Daí é zero.

Professor (Cristiano): Tá. E quando não existe? É zero?

Aluno Q3: Não! Não existe é não existe.

Professor (Cristiano): Tem que ter cuidado quando não existe nenhum valor. O zero é um valor, então se o zero for o resultado, zero existe e é um número.

Novamente, foi explicado através do Algoritmo de Euclides que não existe divisão por zero e assim foi finalizada a correção dos exercícios.

4º DIA (04/09/12)

Na primeira aula do dia, no 3º ano 6, foram propostos mais dois exercícios aos alunos para que eles revisassem o conteúdo. Isso foi feito porque vários alunos chegam atrasados na primeira aula devido ao trabalho. Eles preferem fazer o trabalho na quarta aula. Enquanto eles faziam os exercícios eu tirava as dúvidas. Mas, eles não tiveram muitas dúvidas, apenas me questionaram um pouco a respeito da regra de sinais. Os alunos, na maioria, preferem trabalhar com os números na forma decimal em vez de trabalhá-los na forma de fração.

Professor (Cristiano): Porque 0,5 aqui?

Aluna A4: Por que o 0,5...

Professor (Cristiano): Ah tá, por causa do $\frac{1}{2}$, tá certo.

Aluna A4: A gente já vai coisando para ficar menos complicado para nossa cabeça, né, você acha o quê?

No final da aula foi feita a correção destes exercícios, reforçando a identificação das coordenadas de um ponto e a regra de sinais.

Na segunda aula, no 3º ano 4, foi aplicado o trabalho avaliativo. O trabalho podia ser feito em dupla, mas mesmo assim os alunos vinham tirar algumas dúvidas comigo, estas dúvidas eram relacionadas com as operações básicas.

Na terceira aula, no 3º ano 5, foram propostos os mesmos dois exercícios que já tinham sido propostos na turma do 3º ano 6. Nessa turma também havia alguns alunos trocando as coordenadas dos pontos e ainda errando no uso das regras de sinais. Alguns alunos também apresentavam dificuldades em isolar a incógnita em uma equação de 1º grau.

Nas duas últimas aulas deste dia, no 3º ano 6 e no 3º ano 5 foram aplicados o trabalho avaliativo. Como nestas duas turmas tinham sido feitos exercícios de revisão, alguns alunos comentaram que o trabalho estava fácil.

5º DIA (10/09/12)

Nas duas primeiras aulas, no 3º ano 4, iniciei com as explicações sobre como encontrar a equação geral de uma reta utilizando o coeficiente angular. O conteúdo foi exposto no quadro e em seguida foi deixado um tempo para que os alunos pudessem copiar. Depois disso, o procedimento foi explicado utilizando alguns exemplos. Durante as explicações surgiram algumas dúvidas relacionadas ao formato de uma equação geral de reta e também algumas dúvidas a respeito de trabalharmos com os números em decimais ou na forma fração. Foram propostos em seguida três exercícios para que os alunos pudessem se familiarizar com este novo conceito. Enquanto eles faziam os exercícios eu me coloquei à disposição para tirar as dúvidas, mas poucos alunos me perguntaram a respeito do assunto. Em resumo, esta aula rendeu até bastante, porém os alunos não falaram muito a respeito da Matemática, foi bastante explicação de matéria e resolução de alguns exemplos e os alunos falam mais quando é uma aula de exercícios.

A quarta aula do dia foi no 3º ano 5. Nesta turma a assistente pedagógica me pediu para liberar os alunos dez minutos mais cedo por isso esta aula não rendeu muito. Inicialmente, foi lembrado como eles encontravam a equação geral de uma reta conhecendo dois pontos e utilizando determinantes. Em seguida, foi proposto a eles que agora iríamos encontrar esta mesma equação geral da reta utilizando o conceito, já aprendido, de coeficiente angular. Foi explicado apenas a dedução da equação geral da reta, não deu tempo de fazer nenhum exemplo.

Na última aula deste dia, no 3º ano 6, foi explicado o procedimento para se encontrar a equação geral de uma reta e feitos dois exemplos. Os alunos foram bem participativos, porém as suas dúvidas eram basicamente a respeito do formato da equação geral da reta, eles tinham dificuldades em “passar” um termo de um lado da igualdade para o outro.

6º DIA (11/09/12)

Neste dia tínhamos as cinco aulas, porém, como faltaram alguns professores na escola, fui convidado a adiantar uma aula. Desta forma, na primeira aula a professora da turma ficou com a turma do 3º ano 6 e eu fiquei com a turma do 3º ano 5. Como no 3º ano 6 eu já havia explicado a matéria e feito alguns exemplos então ela passou alguns exercícios para eles, enquanto que eu, na turma do 3º ano 5, retomei a explicação do conteúdo que não tinha dado tempo de acabar no dia anterior e fiz os dois exemplos. Na explicação do segundo exemplo já foi utilizado este mesmo exemplo para mostrar a ideia de como encontrar a equação reduzida de uma reta, que na verdade basta apenas isolar y na equação geral da reta. A dificuldade de “passar” um termo de lado da igualdade para o outro também estava presente nesta turma.

Na segunda aula deste dia levamos os alunos do 3º ano 4 para a sala de Datashow da escola e fizemos com eles uma revisão de todo o conteúdo de inclinação e coeficiente angular que eles já tinham estudado até aquele momento. Nesta aula também introduzimos o conceito de coeficiente linear de uma reta. Esta turma prestou bastante atenção durante as minhas explicações, porém fez poucos comentários a respeito do assunto durante aquela aula. Como alguns alunos possuem dificuldades em relacionar o conteúdo de uma aula anterior à uma aula seguinte então o fato de que eles tiveram a aula antecedente a esta no dia anterior pode ter contribuído para esta falta de comentários. Outro fator que pode ter contribuído para esta falta de participação dos alunos foi que no *software* só trabalhei com equações de retas escritas na forma reduzida, e eles ainda não tinham visto este formato de equação de reta, a ideia era justamente introduzir nesta aula este conceito. Mesmo não falando muito esta turma mostrou-se bastante atenta durante as explicações.

Na terceira aula do dia, com a turma do 3º ano 5, utilizamos a sala de *Datashow* da escola e nesta aula utilizamos o *software geogebra* para generalizar alguns conceitos a respeito de inclinação e coeficiente angular de uma reta.

Professor (Cristiano): O que vai acontecer com aquele valor se eu passar esse ponto para o segundo quadrante, se meu ângulo for maior que 90 graus?

Aluno A6: Vai ficar. Não vai existir...

Aluno B6: Zero?

Professor (Cristiano): Não, se ele passar lá para segundo quadrante lá.

Aluno A6: Vai diminuir, negativo?

Professor (Cristiano): Negativo né? Para ângulo maior do que 90 graus a gente sabe que a tangente é negativa e, por consequência, o meu coeficiente angular, olha só... pode ver que eu estou aumentando o ângulo e aquela reta que eu coloquei para ele carregar ali... essa distância vai aumentando... e aí, na hora em que eu passar para o outro lado o ponto B . Olha aqui...

Aluno A6: Sumiu!

Aluno B6: Há não...

Aluno A6: Nem tem mais tangente...

Professor (Cristiano): Será que sumiu?

Aluno A6: Eu não estou vendo!

Professor (Cristiano): Vamos ver aqui.

Aluno A6: Deve estar lá para cima.

Professor (Cristiano): Para cima?

Aluno A6: Para baixo eu falei...

Professor (Cristiano): Foi lá para baixo, está em algum ponto aqui.

Aluno B6: Ih! Há não! Foi embora, é para acabar!

Professor (Cristiano): Deixa eu variar aqui... é que deve estar bem próximo ali... ela deve estar para baixo...

Aluno A6: Mas também...! O professor botou só 90° .

Professor (Cristiano): Não...É porque tá muito... é que esse ponto B , está...

Aluno A6: Tá lá em menos quarenta a tangente né?

Professor (Cristiano): É por isso que a gente não conseguiu enxergar, mas ela tá lá.

Aluno A6: -10, -5

Professor (Cristiano): Olha lá... já ela puxou pra cima, estão vendo?

Aluno B6: Achou!

Professor (Cristiano): Olha lá o meu ângulo tá variando ali... está cento ...

Aluno A6: 19.99

Professor (Cristiano): Sim, e aí olha, esta distância está aqui embaixo, que é negativo, então representa que essa distância é o negativo ali. Ok! Entenderam? Ficou mais clara aquela ideia da tangente que é aquela distância ali?

Alunos: sim

Professor (Cristiano): Definindo agora o ângulo de 90° . O que está escrito lá? Ali embaixo, na segunda linha de baixo para cima.

Aluno A6: Indefinido

Professor (Cristiano): Indefinido! Existe a tangente lá com 90° ?

Alunos: Não

Professor (Cristiano): Então justamente aparece 90, olha só

Aluno B6: Aí tem que colocar aquele sinal que não existe?

Professor (Cristiano): É, mas daí no gráfico aqui no programa não trabalha com aquele sinal.

Professor (Cristiano): Vamos ver se eu consigo... olha só, o meu beta foi para 120° . Para quanto é que foi o C lá?

Aluno A6: 1,73 negativo

Aluno C6: 1.73

Professor (Cristiano): E faz sentido aquilo lá?

Alunos: sim

Professor (Cristiano): Não é o que vocês fizeram o trabalhinho semana passada?

Aluno A6: É que passa de 90° ela é sempre negativa.

Professor (Cristiano): Passa de 90 graus ela é sempre negativa. Outra coisa que ainda não falei com vocês: Por que lá a gente definiu a inclinação lá de 0 a 180° ? Agora fica mais claro para vocês, olhando ali?

Aluno A6: sim

Professor (Cristiano): Por que só vai até 180° então?

Aluno A6: Porque não dá para fechar o 360° .

Professor (Cristiano): Com o ponto B eu não consigo fazer a volta?

Aluno B6: Pá!! Forçou a cabeça...

Professor (Cristiano): Vamos pensar junto com ele.

Aluno B6: É que a tangente está lá do lado de cá.

Professor (Cristiano): Olha só, se eu quisesse fazer isso aqui olha, eu posso vir com o meu o ponto B aqui no terceiro quadrante e a reta vai, vai indo, 360° ela faz. Só que olha só, a reta não está aqui no primeiro quadrante e ela não está nesse terceiro quadrante, aqui olha. Então se eu traçar quantas retas que eu quiser aqui, na hora em que ela tiver nesse primeiro quadrante ela não vai estar aqui?

Aluno A6: Vai estar, ah, então eu só preciso a metade, no caso a reta.

Professor (Cristiano): Exatamente, porque você precisa da metade, você já tem todas as retas. Na hora que você levar a reta lá para o segundo quadrante, aqui olha...

Aluno A6: Ela vai tá no quarto.

Professor (Cristiano): Exatamente.

Aluno D6: Ah, então vai ser o mesmo ângulo daí?

Professor (Cristiano): Nesse caso, o ângulo daqui vai mudar porque você mede o ângulo no eixo x, no sentido anti-horário, mas a tangente no quarto quadrante ficaria com valor igual lá no segundo.

Professor (Cristiano): Ficou claro? Então essa é a ideia inicial da tangente, vocês tinham ali, vai aumentando... o ângulo aumenta e a tangente vai mudando

Em seguida foi abordado com os alunos a respeito da equação de uma reta, foi dito aos alunos que no *software* trabalharíamos apenas com a equação reduzida da reta. Feito isto foi plotado algumas retas variando apenas o coeficiente angular delas ($2x + 1$, $3x + 1$, $4x + 1$, $5x + 1$), depois disso:

Professor (Cristiano): Conseguem ver já o que tá acontecendo com o gráfico ali oh?

Aluno A6: Hum hum

Professor (Cristiano): O que é que tá acontecendo? Alguém pode explicar? A medida que vai aumentando o meu coeficiente, o que vai acontecendo com o gráfico?

Aluno A6: Vai aumentando... (aluno falando baixinho)

Professor (Cristiano): Fala mais auto, se não eu não consigo ouvir

Aluno A6: Tá, eu to pensando, to processando

Professor (Cristiano): Vamos ajudar ele a pensar ali, aqui oh, eu tinha $(2x + 1, 3x + 1, 4x + 1, 5x + 1)$, o que tá acontecendo aqui?

Aluno B6: É que o coeficiente tem a ver com o ângulo ali, né professor

Professor (Cristiano): Exatamente

Aluno D6: Professor que nem nessa reta aqui, que nem na verde é $2x + 1$, tá batendo no 1, mas que nem na azul lá, $3x + 1$, onde tá batendo no 3?

Professor (Cristiano): No 3? Oh, na verdade o que tá mudando aqui oh, eu to só mudando o coeficiente angular aqui oh, de $2x$ foi para $3x$, ela tá tocando o eixo y , todas elas tocam o eixo y

Aluno D6: A azul não tá tocando o eixo x no 3, ela continua em y ?

Professor (Cristiano): Mas o coeficiente angular representa onde que ela tá tocando no x ?

Aluno D6: Por que tá $3x$

Professor (Cristiano): Mas o coeficiente angular a gente não definiu como, não é o ponto onde a reta toca no eixo x ! O 3 lá o que é? Não é o teu m lá? Que é o coeficiente angular. Então o 3, a gente não definiu como a tangente do ângulo? A gente não definiu como sendo o ponto que a reta toca o eixo x . Não quer dizer que por ser $3x$ vai tocar em 3 no eixo x .

Aluno D6: Ah tá.

Professor (Cristiano): É isso que eu to querendo que vocês me ajudem a pensar um pouquinho. O que este coeficiente angular faz na reta ali, por que oh, eu to variando $2x, 3x, 4x, 5x$, o que significa isso? Como o colega falou a gente já viu não significa o ponto que toca no eixo x este valor, o que significa então?

Aluno B6: A variação do ângulo

De uma maneira geral foi reforçado aos alunos a explicação de que o número que acompanha o x é responsável pela inclinação da reta e não pelo ponto onde a reta toca o eixo x . Em seguida foi continuado o diálogo com os alunos.

Professor (Cristiano): E agora o que vocês acham que vai acontecer se eu colocar os valores negativos lá na frente do x ?

Alunos: Vai mudar, vai mudar o grau do, vai inverter

Professor (Cristiano): Vai inverter?

Aluno A6: Do lado ali, tipo ali, em vez de ser, vai ser igual ali (apontando para a reta no 1º quadrante) só que ao contrário, vai fazer tipo um espelho

Professor (Cristiano): É isso aí

Foi explicado a eles que o número era o coeficiente angular e era justamente esperado que ele que estivesse no 2º quadrante já que era um número negativo, e aí foi plotado a reta $y = -2x + 1$ e aí questionado aos alunos

Professor (Cristiano): E aí agora, hora que eu for aumentando o que vocês acham que

vai acontecer?

Alunos: Vai para lá, para baixo

Professor (Cristiano): Vai se aproximar aqui do eixo yy ou do eixo x ?

Alunos: Qualquer um, do eixo x , do eixo y

Aluno B6: Do y né

Professor (Cristiano): Do x ou do y ?

Aluno B6: Eu acho que é do y

Aluno D6: Ela vai descer então

Professor (Cristiano): Ela vai descer então?

Aluno A6: Não ela vai ficar assim, vai

Aluna C6: Ela vai para baixo

Aluno A6: Porque o valor negativo é ao contrário no caso

Professor (Cristiano): Então vamos ver

Ao plotar a reta $y = -3x + 1$

Aluno A6: Bingo

Aluno B6: Ah, eu não falei (risos)

Foi interessante ver o envolvimento dos alunos em resolver esta questão, eles ficaram ansiosos para eu plotar esta última reta e vibraram ao ver o resultado da plotagem. Com estas explicações foi finalizada as discussões a respeito do significado do coeficiente angular de uma reta. Com as mesmas retas ainda plotadas passamos a analisar algumas situações para entendermos melhor o significado do coeficiente linear de uma reta.

Professor (Cristiano): Onde a reta tá tocando o eixo y , todas elas?

Aluno A6: 1

Professor (Cristiano): Por que será que ela tá tocando no 1?

Aluno A6: Porque 1 é y , primeiro é x no caso é 1

Professor (Cristiano): Vamos conceituar estas ideias

Aluno A6: Todas elas é mais um

Professor (Cristiano): Lá na equação, na reta

Aluno A6: Tudo é mais um

Professor (Cristiano): Tudo é mais um. Mais alguma explicação?

Aluno B6: Como?

Professor (Cristiano): Porque todas as retas tão passando aqui oh, no eixo y no ponto 1?

Aluno B6: Por que o professor decidiu botar ali

Depois disso foi explicado aos alunos que era justamente por eu ter mantido em todas as funções o coeficiente angular igual a um, e já durante a explicação:

Aluna E6: E se fosse diferente?

Professor (Cristiano): É isso que eu quero chegar agora, o que iria acontecer?

Aluna E6: Mudaria né

Professor (Cristiano): O que vai acontecer se eu mudar lá? Vai inclinar mais?

Aluna E6: Eu acho que não

Alunos: Ele vai ficar, vai, ela vai ficar mais, se subir ele vai (vários alunos pensando e tentando acertar a resposta)

Foi reforçado com eles que somente quando mechemos no coeficiente angular (m) é que alteramos a inclinação da reta. Em seguida foram plotadas as retas $y = x$, $y = x + 1$, $y = x + 2$, mostrando a eles o ponto onde estas retas tocavam o eixo y , durante a explicação já foi possível ouvir os comentários:

Aluno B6: A inclinação não aumenta, só muda a posição

Aluna E6: Elas vão ser paralelas

Professor (Cristiano): Mas eu to mexendo na, porque não aumenta a inclinação?

Aluno A6: Por que elas são paralelas

Alunos: É professor tem retas paralelas? Elas não são paralelas

Professor (Cristiano): São paralelas. Porque é só x , o m não muda no caso, a tangente não muda.

Foi explicado que o coeficiente angular era sempre um, por isso a inclinação não mudava. Foi trabalhado também alguns exemplos com o coeficiente linear negativo, os alunos já identificaram que as retas ficariam abaixo daquelas já plotadas. Para finalizar a aula foi mostrado um exemplo, onde definimos a equação da reta de forma genérica e podíamos variar os respectivos coeficientes dessa reta. Esta turma foi bem participativa durante esta aula, e ao meu modo de ver entenderam bem a ideia do papel de cada coeficiente da reta.

Na quarta aula, com a turma do 3º ano 6, utilizamos novamente a sala de *Datashow* e *software geogebra*. Ao iniciar expliquei a eles a interpretação geométrica da tangente. Neste primeiro momento a turma participou bem, prestando atenção e me ajudando com algumas respostas imediatas. Em um segundo momento passei a explicar a questão do porque da inclinação ser definida apenas até 180°.

Professor (Cristiano): Vocês conseguem, olhando ali, explicar por que eu defini este ângulo só de 0° a 180° e não de 0° a 360°?

Aluno F6: Porque ele não vai fazer...ele só vai fechar meia volta.

Professor (Cristiano): O ponto B não fechar o ciclo se eu for girando com ele?

Aluno F6: Não vai, por que ele vai ficar girando e ele só vai fazer meia volta.

Foi mostrado a eles que podíamos ter um ângulo maior do que 180°. Porém definimos apenas até 180° por que a hora que temos uma reta localizada no primeiro quadrante ela também vai estar situada no terceiro quadrante. E também quando temos uma reta no segundo quadrante ela já vai estar no quarto quadrante. Mostrei também alguns exemplos em que eram dados os ângulos e o próprio *software* já calculava o valor da tangente, que neste caso correspondia ao coeficiente angular da reta que possuía aquela inclinação.

Em seguida comecei a explicar a respeito dos coeficientes angulares e lineares da

reta. Foram plotadas as retas $y = 2x + 1$, $y = 3x + 1$, $y = 4x + 1$, $y = 5x + 1$.

Professor (Cristiano): O que está acontecendo com as retas?

Aluno G6: O ângulo.

Aluno H6: A distância... O ângulo

Professor (Cristiano): O ângulo a distância, o que mais?

Aluno H6: A cor.

Professor (Cristiano): A cor também, mas isso é só um detalhe.

Aluno I6: Aumentando o ângulo.

Depois disto, foi explicado justamente o papel do coeficiente angular em uma equação. Ao mencionar que iria plotar algumas retas de coeficiente angular negativo, perguntei aos alunos onde que estas retas estariam localizadas no plano cartesiano. Alguns deles já me responderam prontamente que elas estariam situadas no segundo quadrante, pois apresentavam uma inclinação maior do que 90° . Foi finalizada esta explicação justificando que o coeficiente angular era responsável pelo ângulo das retas.

Em seguida foi explicado o papel do coeficiente linear de uma reta. Neste momento a turma a turma estava um pouco dispersa, mas os alunos que realmente estavam realmente prestando atenção participaram bem da aula. Para finalizar a aula foi feito um exemplo em que podíamos variar os dois coeficientes. Foi mostrado a eles novamente o que acontecia com reta que tinha um coeficiente angular igual a zero. Alguns até me questionaram se software não conseguiria movimentar os dois coeficientes ao mesmo tempo.

7º DIA (17/09/12)

Neste dia tínhamos quatro aulas, mas como novamente houve falta de professores na escola, a professora da turma adiantou a nossa última aula, desta forma tivemos as duas primeiras aulas com a turma do 3º ano 4 e a quarta aula com a turma do 3º ano 5.

As duas primeiras aulas foram utilizadas para fazer a alguns exercícios que já tinham sido passados na semana anterior. Inicialmente deixei um tempo para os alunos terminarem e fui auxiliando-os individualmente nas carteiras. As dúvidas perguntadas pelos alunos eram basicamente relacionadas com as operações que fazemos com uma equação de 1º grau, eles tinham um pouco de dúvidas em como fazer a propriedade distributiva em relação a soma e também de como “passar” um termo de de um lado de uma igualdade para o outro lado. Ao final destas aulas fiz a correção destes exercícios no quadro reforçando as principais ideias para que eles pudessem ir bem no trabalho que seria a aplicado no dia seguinte.

Na aula do 3º ano 5, ainda não tínhamos feito nenhum exercício, apenas dois exemplos, e então tínhamos por objetivo fazer alguns exercícios nesta aula para que no dia seguinte eles também fizesse o trabalho avaliativo. Porém, os alunos comentaram que talvez não teriam aula comigo no dia seguinte e me sugeriram para passar o trabalho

avaliativo naquela aula e deixar para eles entregarem na semana seguinte, a ideia foi aceita, mas ao final da aula eles tiveram a confirmação da direção da escola que teriam aula no dia seguinte. Desta forma esta aula foi um tanto quanto tumultuada devido esta indefinição que se tinha a respeito das aulas do dia seguinte, acabei passando os exercícios e ficou para eles fazerem e me entregarem na aula do dia seguinte.

A última aula que teríamos neste dia, no 3º ano 6, foi adiantada pela professora da turma, durante a segunda aula. ela apenas fez a correção de alguns exercícios.

8º DIA (18/09/12)

No último dia das aulas de regência apliquei o trabalho avaliativo em todas as turmas. A turma do 3º ano 5, que tinha duas aulas neste dia, apenas terminou os exercícios que tinham sido propostos no dia anterior. No 3º ano 6 também tínhamos duas aulas neste dia, assim fizemos uma revisão na primeira aula e o trabalho na segunda aula. A turma do 3º ano 4 teve apenas a aula para fazer o trabalho avaliativo

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho evidenciou contribuições para a ampliação das discussões sobre as práticas de sala de aula, sobre a docência no Ensino Médio e sobre os processos de aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Ainda que apresentemos aqui um estudo de caso, considero como um importante resultado dessa pesquisa o fato de que a escolha do Modelo dos Campos Semânticos para estudar os processos de aprendizagem envolvidos com a produção de significados para conteúdos matemáticos e a realização do trabalho de pesquisa em conjunto com o estágio de regência na escola possibilitou que eu refinasse o meu olhar a respeito de uma questão relacionada com a sala de aula que, muito frequentemente, é desconsiderada pelos professores: a importância de ouvir o que os alunos dizem sobre aquilo que estão aprendendo. Percebi que esses momentos são muito importantes para identificarmos conhecimentos produzidos e desafios a serem enfrentados nos processos de aprendizagem e de ensino de Matemática.

Como indicativo para futuras pesquisas, identificamos a possibilidade de olhar para a produção de significados dos alunos segundo o Modelo dos Campos Semânticos também por uma lente que nos faça refletir sobre as transformações vividas pelos alunos que são alunos do terceiro ano do Ensino Médio buscando compreender como os aspectos culturais também agem no processo de produção de significados para conteúdos matemáticos. Outra possibilidade é investigar a dinâmica da produção de significados para conteúdos matemáticos durante aulas nas quais são utilizados recursos tecnológicos.

Com o estudo e a utilização do Modelo dos Campos Semânticos, percebemos uma importância no ato de ouvir aquilo que os alunos têm a dizer sobre os conteúdos disciplinares de Matemática com os quais estão envolvidos na escola. Neste trabalho em especial, trabalhamos investigando a dinâmica de produção de significados de alunos do terceiro ano do ensino médio, esta etapa de ensino é marcada pela procura e decisão sobre a profissão que os estudantes querem seguir e assim por ser um período de várias inquietações, muitas vezes encontramos salas de aulas com alunos agitados e que conversam bastante, em alguns discursos de professores apenas ouvimos reclamações a respeito desse comportamento, mas o que devemos fazer é estarmos atentos e sabermos utilizar estas falas para entendermos como que os nossos alunos estão aprendendo, devemos sempre incentivar suas justificações como modo de estabelecermos, enquanto professores, um processo co-

municativo eficiente que favoreça a construção de conhecimentos por meio da produção de significados para os conteúdos envolvidos.

Para finalizar as minhas considerações comento um pouco sobre o desafio de fazer a pesquisa durante as aulas de regência. Posso dizer que não foi fácil entrar em uma sala de aula com várias preocupações simultâneas, era sempre necessário preocupar-me com a aula que eu estava dando e com o conteúdo que eu estava explicando e ao mesmo tempo preocupar-me com o que os alunos estavam aprendendo e de que forma que estava acontecendo esta aprendizagem, mas acredito que está aí o papel principal de um professor que vai para uma sala de aula querendo que seus alunos realmente aprendam. Não basta nos preocuparmos em dar uma boa aula, é preciso sempre estarmos atentos para verificarmos se realmente o que estamos ensinando os nossos alunos estão aprendendo. Não é suficiente que um professor saia da sala e diga “eu fiz a minha parte”, o professor realmente terá feito a sua parte quando der importância à dinâmica de produção de significados de seus alunos e para que isto ocorra, se faz necessário que o professor ouça aquilo que os alunos dizem a respeito do conteúdo que estão aprendendo.

REFERÊNCIAS

- BARROSO, Juliana Matsubara. **Conexões Com a Matemática**. São Paulo: Moderna, 1ª Ed. V. 3, 2010.
- EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Editora Unicamp, 2004.
- GARNICA, Antonio Vicente Marafioti. **História Oral e educação Matemática**. In: BORBA, Marcelo Carvalho; ARAÚJO, Jussara de Loiola (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. Revista de Administração de Empresas, Rio de Janeiro, v. 35, n. 2, p. 57-63, mar./abr., 1995.
- LINS, Romulo Campos. **Epistemologia, história e educação matemática: tornando mais sólidas as bases da pesquisa**. Revista da SBEM-SP, Campinas, 1(1): 75-91, 1993.
- **Epistemologia e Matemática**. Bolema. Rio Claro: IGCE/UNESP, Ano 9, Especial 3: 35-46, 1995.
- **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática**. In: Bicudo, Maria Aparecida Vigiani (org.). Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, 75-94, 1999.
- LINS, Romulo Campos, GIMENEZ, Joaquim. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. Campinas: Papirus. Coleção Perspectivas em Educação Matemática, 1997.
- OLIVEIRA, Viviane Cristina Alamada. **Sobre a produção de significados para a noção de transformação linear em álgebra linear**. (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2002.
- SANTOS, Luciane Mulazani dos. **Produção de significados para objetos de aprendizagem: de autores e leitores para a Educação Matemática**. (Dissertação de Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação, UFPR, Curitiba, 2007.
- SILVA, Amarildo Melchiades da. **Sobre a dinâmica da produção de significados**

para a matemática. (Tese de Doutorado) Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro, 2003.