

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**FERNANDA PRIMIERI BESSA**

**QUANTOS PEIXES TEM UMA LAGOA? PRIMEIROS CONTATOS COM A  
ESTIMAÇÃO POPULACIONAL**

**JOINVILLE - SC  
2012**

**FERNANDA PRIMIERI BESSA**

**QUANTOS PEIXES TEM UMA LAGOA? PRIMEIROS CONTATOS COM A  
ESTIMAÇÃO POPULACIONAL**

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Elisa Henning

**JOINVILLE-SC  
2012**

B557q

Bessa, Fernanda Primieri.

Quantos peixes tem uma lagoa? Primeiros contatos com a  
estimação populacional./ Fernanda Primieri Bessa. 2012.  
71 p.: il

Bibliografia : f. 62 – 65

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação)

Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências  
Tecnológicas, Curso de Licenciatura em Matemática, Joinville,  
2012.

Orientador: Elisa Henning

1. Educação Estatística. 2. Estimação 3. Inferência 4.  
Parâmetros Curriculares Nacionais. I. Henning, Elisa. II.  
Universidade do Estado de Santa Catarina – Curso de Licenciatura  
em Matemática. III. Quantos peixes tem uma lagoa? Primeiros  
contatos com a estimação populacional.

CDD: 519.54

**FERNANDA PRIMIERI BESSA**

**QUANTOS PEIXES TEM UMA LAGOA? PRIMEIROS CONTATOS COM A  
ESTIMAÇÃO POPULACIONAL**

Trabalho de Graduação apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

**BANCA EXAMINADORA**

Orientador (a): Elisa Henning  
Dra. Elisa Henning  
Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Membro: Roger Miarka  
Dr. Roger Miarka  
Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Membro: Ivanete Zuchi Siple  
Dra. Ivanete Zuchi Siple  
Universidade do Estado de Santa Catarina - UDESC

Membro: Andrea Cristina Konrath  
Dra. Andrea Cristina Konrath  
Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC

Joinville, 25 de Junho de 2012.

Dedico este trabalho de conclusão da graduação aos meus pais, irmã, marido, familiares, e amigos que de muitas formas me incentivaram e ajudaram para que sua concretização fosse possível.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todas as pessoas do meu convívio que acreditaram e contribuíram, mesmo que indiretamente, para a conclusão deste curso.

À minha orientadora que dedicou tanto do seu tempo, mesmo estando de férias, ao responder os e-mails por mim enviados, mostrando-se sempre atenciosa e amiga. Obrigada pelos ensinamentos, atenção, e compreensão durante a realização deste trabalho.

Aos meus pais Maria Luci dos Santos Primieri e José Eugênio Primieri, pelo amor incondicional e pela paciência.

À minha irmã Rafaela Primieri, que mesmo com seus compromissos, ajudou-me na confecção dos cartazes da oficina, e ouviu-me tantas vezes durante a trajetória.

Ao meu marido Masconselo Bessa, por ter compartilhado comigo todas as minhas angústias, sempre me incentivando a não desistir.

A todos os professores e colegas que me ajudaram durante esta trajetória.

## RESUMO

BESSA, Fernanda Primieri. **Quantos peixes tem uma lagoa?** Primeiros contatos com a estimação populacional. 2012. Número total de folhas. Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2012.

Este estudo apresenta uma atividade de estimação tomando por base a oficina “Estatística para todos” de Lisbeth K. Cordani e artigos em educação Estatística. Nesses referenciais fica evidenciado a importância de introduzir o ensino de Estatística desde as séries iniciais, conforme estabelece os Parâmetros Curriculares Nacionais. Entretanto, são recentes as divulgações de pesquisas relacionadas com a educação Estatística, tanto realizadas pela academia quanto pelas práticas de professores nos níveis de ensino. O objetivo principal desta pesquisa é apresentar algumas contribuições para ensinar inferência Estatística no ensino médio, pois ela é importante nas mais diversas áreas, podendo contribuir para a otimização de recursos econômicos, aumento da qualidade e produtividade, na análise de decisões políticas e judiciais, dentre outros exemplos. A metodologia utilizada neste trabalho abrange inicialmente uma revisão bibliográfica e, em seguida foi feito um experimento prático de estimação em turmas de ensino médio, com posterior análise dos resultados.

**Palavras-chave:** Estimação. Educação Estatística. Inferência. Parâmetros Curriculares Nacionais.

## ABSTRACT

BESSA, Fernanda Primieri. **Quantos peixes tem uma lagoa?** Primeiros contatos com a estimação populacional. 2012. Número total de folhas. Trabalho de Conclusão de Curso Licenciatura em Matemática – Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2012.

This study presents an estimation activity building on the workshop "Statistics for all" by Lisbeth K. Cordani and articles in statistical education. In these references it is evident the importance of introducing the teaching of statistics from the early grades, as stated in the National Curriculum. Moreover, the disclosures are recent research related to statistical education, both conducted by academia and by the practices of teachers in educational levels. The main objective of this research is to present some contributions to teaching statistical inference in high school, because it is important in several areas and may contribute to the optimization of economic resources, increase quality and productivity, the analysis of policy decisions and court, among other examples. The methodology used in this work includes initially a literature review, and then a practical experiment was made with children in classes of high school, with subsequent analysis of the results.

**Key words:** Estimation. Education Statistics. Inference. National Curriculum.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Bolinhas de isopor.....	31
Figura 2 – Quadro em cartolina.....	33
Figura 3 – Sacola transparente.....	34
Figura 4 – Registros dos elementos marcados .....	34
Figura 5 – Equação e valor da estimativa .....	35
Figura 6 – Contagem das tampinhas.....	36
Figura 7 – Quadro representativo da questão .....	38
Figura 8 – Gráfico de acertos e erros da Turma 1 .....	38
Figura 9 – Gráfico de acertos e erros da Turma 2 .....	39

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	11
<b>2 HISTÓRICO</b> .....	13
2.1 BREVE HISTÓRICO .....	13
2.2 ESTRUTURA DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA .....	14
<b>3 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA</b> .....	17
3.1 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA.....	17
3.2 ALGUMAS PESQUISAS SOBRE EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA .....	20
3.3 TRABALHOS DE INFERÊNCIA.....	24
<b>4 ESTIMAÇÃO</b> .....	25
4.1 CAPTURA E RECAPTURA .....	26
<b>5 OFICINA</b> .....	31
5.1 RESULTADOS E ANÁLISES.....	36
<b>CONCLUSÃO</b> .....	40
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	42
<b>APÊNDICES</b> .....	48
APÊNDICE A – Plano de aula .....	48
<b>ANEXOS</b> .....	50
ANEXO A - Fórmula de estimação para populações fechadas.....	51
ANEXO B - Quantos peixes há no lago?.....	52
ANEXO C - Permissão da concedente .....	53
ANEXO D - Questionário respondido pelos alunos .....	54
ANEXO E – Artigo submetido ao SINAPE.....	55
ANEXO F – Aceite do artigo .....	62

## 1 INTRODUÇÃO

No Brasil, pesquisas referentes ao ensino de Estatística nos níveis fundamental e médio são recentes, assim, sentiu-se a necessidade de acrescentar mais trabalhos nesse campo, optando-se por trabalhar com a estimação. Antes, porém, vale dizer que a estimação de parâmetros é um dos problemas básicos da Inferência Estatística, onde a partir de dados obtidos de amostras são tomadas conclusões sobre toda uma população. Sendo assim, entende-se que é importante despertar o estudante para compreensão deste importante assunto. Neste trabalho, esta temática foi abordada a partir de um problema lúdico, onde se propôs estimar os peixes de um lago através de material concreto para representar a situação.

O objetivo principal da pesquisa é apresentar algumas contribuições para ensinar Inferência Estatística no ensino médio. Assim, para alcançá-lo, alguns objetivos específicos foram traçados, que são:

- Efetuar uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Estatística no ensino em nível fundamental e médio;
- A partir de um experimento, despertar os alunos para os conceitos de amostra, população e estimação de parâmetros populacionais;
- Utilizar diferentes linguagens para produzir, interpretar, discutir termos estatísticos;
- Questionar capacidade de estimar os resultados, desenvolvendo a capacidade de análise crítica;
- Adquirir e construir conhecimento partindo do conhecimento prévio.

Para entender melhor o campo da Estatística, propõe-se o entendimento das acepções que cercam a palavra, sendo assim pode-se afirmar que a palavra Estatística tem origem latina e significa estado, sendo esse termo utilizado primeiramente na Alemanha em 1749.

Nessa época, consistia somente na contagem de nascimentos e falecimentos, o que originou as primeiras tábuas de mortalidade. Dessa forma, até o século XVII, a Estatística foi essencialmente descritiva, representada pela escola descritiva alemã e a escola dos matemáticos sociais que procuravam interpretar alguns fenômenos de caráter econômico e sociológico (ARAÚJO; OLIVEIRA, 2010, p.4).

Devido à Estatística estar diretamente ligada ao cotidiano de todas as pessoas, é importante que todos saibam interpretar essas informações que são recebidas diariamente, como pesquisas relacionadas à votação para cargos públicos, índice de mortalidade, analfabetismo, e vários índices que contribuem para a melhoria da sociedade. Deste modo, é importante que probabilidade e Estatística sejam já trabalhados no ensino fundamental e

médio. Há de se ressaltar também, que os PCN's incluíram como obrigatório o ensino de Probabilidade e Estatística desde o ensino fundamental.

A metodologia utilizada compreendeu uma revisão bibliográfica, pesquisando-se artigos científicos com a temática Educação Estatística e em periódicos e anais de congressos recentes, tanto nacionais quanto internacionais. Foram percebidas quais as deficiências dos estudantes e o quanto é importante tratar de Estatística em sala de aula. Focalizou-se principalmente experiências educacionais que envolvam inferência e estimação.

Foi também aplicada uma oficina fundamentada no trabalho de Cordani, (2006) com uma turma de ensino médio usando material concreto. Ao final desta, foi feita uma discussão com a turma levando em consideração as possíveis respostas para o problema e quais foram suas conclusões. Esse experimento abrangeu a estimação do total de uma população e, a análise dos resultados foi feita com auxílio de um relatório de atividades entregue, sendo assim, perceptível se as respostas foram coerentes ou não.

Com os resultados parciais deste trabalho foi redigido e submetido um artigo para a sessão de Educação Estatística do 20º SINAPE (Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística). O artigo e respectivo aceite estão nos Anexos E e F, respectivamente.

Assim sendo, a partir daqui este trabalho está assim organizado: No Capítulo 2 está inserida a origem da Estatística; no Capítulo 3 está o tópico *Educação Estatística*, focando a importância deste segmento, mediante análise de alguns artigos publicados na área. No Capítulo 4, há o tópico estimação, com a respectiva teoria; no Capítulo 5, é detalhada como foi aplicada a oficina e respectiva análise dos resultados encontrados, e, por fim, no Capítulo 6 estão as considerações finais.

## 2 HISTÓRICO

Neste capítulo apresenta-se brevemente a origem da Estatística e de como passou a fazer parte, no processo de ensino no país, destacando-se as proposições dos PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais). O objetivo é situar o leitor de como a Estatística esteve sempre presente no cotidiano, reforçando sua importância no processo educativo. Ao final, descreve-se o currículo de Matemática, dos níveis fundamentais e médio, e de como é a inserção dos elementos de Estatística.

### 2.1 BREVE HISTÓRICO

Há indícios de que a Estatística surgiu da necessidade de recensear. Sendo assim, há que se lembrar de que “...o primeiro recenseamento ocorreu na Suméria por volta de 5000 a 2000 a.C., em que foram elaboradas tábuas de argila para registrar a lista de homens e seus respectivos bens.” (ARAÚJO; OLIVEIRA, 2010, p.3)

Segundo Araújo; Oliveira (2010), no Egito foram feitos registros em 3000 a.C que trazem a escassez de mão-de-obra com relação à construção das pirâmides. Já Na China, a contagem da população era feita para a cobrança de mais impostos ou para declaração de renda, como acontecia em Roma. Essas situações de coleta e registros originaram a ciência Estatística.

Levando em consideração a semântica da palavra Estatística, há que se considerar que a mesma tem origem latina e significa estado, sendo esse termo utilizado primeiramente na Alemanha em 1749, onde o contexto era, deveras, bastante diferente dos dias atuais:

Nessa época, consistia somente na contagem de nascimentos e falecimentos, o que originou as primeiras tábuas de mortalidade. Dessa forma, até o século XVII, a Estatística foi essencialmente descritiva, representada pela escola descritiva alemã e a escola dos matemáticos sociais que procuravam interpretar alguns fenômenos de caráter econômico e sociológico. (ARAÚJO; OLIVEIRA, 2010, p.4)

Porém, com o passar do tempo, a Estatística passou a ser também qualitativa a fim de conhecer a realidade política e social, realizando análises de dados na procura de certas regularidades, auxiliando na formalização de leis e previsões, usando como base a matemática.

Com relação ao caminho percorrido pela Estatística, a história nos prova que os processos estatísticos existiam desde a antiguidade, mas como ciência surgiu no século XIX, com a teoria Estatística, e suas aplicações na atividade humana. Por sua idoneidade, vale afirmar que a Estatística é relevante em todas as áreas do conhecimento por ter várias funcionalidades, no controle de qualidade, na minimização de custos, gestão de melhoria de processos, por ser utilizada nas áreas biológicas, ecológicas e ciências médicas.

Segundo Araújo; Oliveira (2010), no Brasil a Estatística está diretamente ligada ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), criado no século XVII. Em contrapartida, apenas no século XVIII, a Estatística, como disciplina começa a ser ensinada.

....iniciando-se com o treinamento de engenheiros militares....O primeiro curso de graduação em Estatística foi criado na Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), em 1946, e hoje, de acordo com o MEC, o Brasil tem 26 cursos de graduação, 7 programas de mestrado e 4 de doutorado voltados a Estatística, reconhecidos oficialmente. Apenas um curso de especialização (*latu sensu*) em *Estatística da Educação* foi encontrado; na Faculdade Jorge Amado em Salvador, Bahia. (ARAÚJO; OLIVEIRA, 2010, p.4)

Além disso, atualmente a disciplina de Estatística está incluída em diversos cursos de graduação como Matemática, Física, Medicina, Biologia, Psicologia, Geografia, Economia entre outros.

No ensino básico, a Estatística, antigamente, estava inserida somente no final do programa da disciplina de matemática. Com os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) os conhecimentos de Estatística são previstos no bloco de conteúdos – Tratamento de Informação, englobando conceitos referentes à estatística descritiva e a probabilidade.

....importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de Estatística, probabilidade e combinatória, para atender à demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos.(PCN, 1997, p.21)

Em seguida aborda-se a inserção de conteúdos de Estatístico no currículo de Matemática do ensino fundamental é médio.

## 2.2 ESTRUTURA DO CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

As primeiras inclusões de elementos de Estatística no ensino fundamental e médio englobavam proporções e probabilidades. Tonetti (2010) relata a estrutura da Proposta Curricular de São Paulo de 1986 no ensino fundamental: números, medidas e geometria. A

Estatística estava inserida no tópico números na 8ª série, pois o aluno necessita de porcentagem, fração, proporcionalidade, etc.

No ensino médio, segundo a Proposta Curricular para o ensino de matemática (1987, *apud* Tonetti, 2010) há diversidade no número de aulas no ensino médio. “O documento mostra que para as escolas com grade curricular com 2 ou 3 aulas semanais, não estava previsto Estatística em nenhum momento, apenas no 2º ano era previsto análise combinatória e probabilidade.” (TONETTI, 2010, p. 33)

Em 1997, o MEC publicou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental (PCN-EF), segundo Tonetti (2010) onde foram divididos em quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento de informação. É em tratamento de informação que a Estatística está inserida.

Com relação à Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem freqüentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas estatísticas como média, mediana, e moda com objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (PCN, 1997, p. 52)

Essas informações tornam possível o ensino de Estatística a partir das séries iniciais, de forma que no 8º e 9º ano o aluno tenha construídos os conceitos estatísticos básicos. Em 1999, foi publicado o PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) organizados por áreas de conhecimento, a matemática está inserida em *ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*.

Para o ensino, o objetivo é que prepare o aluno para interpretar, julgar, perceber, a matemática deve auxiliar no raciocínio dedutivo, e a Estatística desenvolve habilidades aplicáveis no mundo real.

Em 2002, foi elaborado o PCN+, o qual foi construído a partir de contribuições e sugestões de professores com relação à primeira versão do PCN, o PCN+ é estruturado por tema:

- Tema1. Álgebras: números e funções.
- Tema2. Geometria e medidas.
- Tema3. Análise de dados.

Os conteúdos de Estatística, contagem e probabilidade estão inseridas no item 3. As habilidades desenvolvidas em Estatística segundo esse documento são:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatísticos apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (PCN+, 2002, p. 175)

Na 1ª série do ensino médio, o PCN+ (2002, *apud* Tonetti, 2010) sugere trabalhar com gráficos, na 2ª análise de dados e contagem, e na 3ª série, com probabilidade. Essa pesquisa está inserida no tópico “ler e interpretar dados e informações”, por isso da importância de se trabalhar com essa oficina.

Em 2006, foram publicadas as Orientações Curriculares para o ensino médio. Esse documento traz orientação de como escolher, trabalhar com os conteúdos e como fica a organização curricular. Os conteúdos estão distribuídos em quatro blocos: números e operações, funções, geometria, análise de dados e probabilidade, utilizando temas articulados e de maneira que não sejam aplicados com objetivo do aluno decorar, ou repetir muitas vezes um mesmo tipo de exercício.

O ensino de Estatística então deve ser tratado como aprimoramento dos conceitos vistos de Estatística no ensino fundamental, utilizando recursos tecnológicos e gráficos mais avançados com problemas contextualizados. Assim, a educação Estatística pode assumir uma forma mais ampla, despertando no aluno uma visão crítica na análise de dados. Isto seria possível a partir de uma Educação Estatística Crítica.

Portanto, os Parâmetros Curriculares Nacionais, a partir de 1997, incluem ensino de Estatística em todos os anos do ensino fundamental e médio. Mas é importante que além de “ensinar Estatística” se pense em “educação Estatística”. Deste modo, vai muito além da formulação matemática, procurando auxiliar na formação do cidadão. Verifica-se então a importância de conhecer o que é educação Estatística, para que assim se tenha embasamento teórico para desenvolver o trabalho aqui apresentado.



### 3 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Este capítulo aborda inicialmente a Educação Estatística, sua importância, existência e relação com a Educação Matemática. Dentro deste contexto, inclui-se a Educação Estatística Crítica, fundamental para o desenvolvimento do cidadão.

#### 3.1 EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

Cada vez mais se presencia o excesso das informações com números, Estatísticas e gráficos, e se impõe que a sociedade entenda termos como margem de erro, nível de confiança e amostragem, mas nem sempre as pessoas sabem como interpretar esses dados.

Segundo Viali (2008), a Estatística deve ser abordada apenas como uma aplicação de fórmula, sem focar na análise e interpretação dos dados pode omitir sua significância.

No entanto, esse tema matemático desempenha um papel essencial na educação para a cidadania. Na verdade, a Estatística constitui uma ferramenta para a realização de projetos de investigação em vários domínios. Todo o cidadão precisa saber quando um argumento estatístico está ou não a ser utilizado com propriedade. (VIALI, 2008, p.6)

Revistas internacionais como *Teaching Statistics*, *Induzioni*, *Stochastik in der Schule* e conferências internacionais de pesquisa na área, como a *International Conferences on Teaching Statistics* (ICOTS), *International Association for Statistical Education* (IASE), *Psychology on Mathematics Education* (PME), *International Conferences on Mathematics Education* (ICME) têm valorizado pesquisas e trabalhos abrangendo o ensino da Estatística.

Segundo Viali, um marco importante para a história da Educação Estatística foi em 1948 com a criação do *Statistical Education Committee* pelo ISI (*International Statistical Institute*), que em 1991 tornou-se o IASE (*International Association for Statistical Education*). Desde então, a *educação Estatística* tem tomado espaço no Brasil, e esse termo passou a ser utilizado há cerca de dez anos atrás.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino da Estatística está inserido no bloco de conteúdos “Tratamento das Informações”, e trata da importância de se acrescentar a Estatística nos anos iniciais da escolarização, e que a abordagem deve ser baseada em

situações reais, envolvendo contagem, números, medidas, cálculos e estimativas que favorecem a comunicação oral e escrita.

Tratar os dados e transformar em informação tem sido de grande importância para a nossa sociedade. Neste sentido, cada vez **mais** se tem indicado a necessidade de se trabalhar as diversas etapas do tratamento de dados: (a) levantamento da questão a ser feita; (b) definição dos instrumentos de coleta de dados; (c) coleta dos dados; (d) categorização e organização dos dados em tabelas e/ou gráficos; (e) leitura dos dados organizados em tabelas e/ou gráficos; (f) interpretação dos dados; (g) discussão da questão a partir dos dados. (VIALI, 2008, p.8)

Então, a solução é saber transmitir o conteúdo de forma adequada, porém Viali (2008) coloca que muitas vezes os professores preferem não trabalhar com Estatística por falta de preparação com relação aos conteúdos. Entretanto, a Estatística pode servir também como auxílio para revisar conceitos básicos da matemática como adição, subtração, multiplicação, frações, formas geométricas, medidas, porcentagem, etc.

No ensino fundamental e médio os conteúdos de Estatística estão incluídos na disciplina de matemática. Cabe então ao professor conhecer o currículo da disciplina de matemática, assim como compreender a importância de se trabalhar estes elementos de probabilidade e Estatística. Deste modo, não há como negar a grandeza desta contribuição, assim como a importância de que estes elementos de Estatística estejam inseridos adequadamente dentro deste currículo. Assim, pode-se dizer que o ensino destes elementos de Estatística estão relacionado à Educação Matemática. Mas, isto não quer dizer que são iguais.

Então, torna-se importante relacionar Educação Matemática e Educação Estatística. A Educação Estatística diferencia-se da Educação Matemática, uma vez que ela usa da matemática para encontrar seus resultados, mas o foco da interpretação não é o mesmo, não há só respostas certas como na matemática .

Contudo, a Estatística sofre com as críticas e ilusões. Esse fato é justificado, pois por muito tempo acreditou-se que sua credibilidade exigia calar-se sobre tudo, no entanto, a metaestatística possibilita a acentuação do poder de crítica sobre as estatísticas, onde o povo não é privado dos conhecimentos estatísticos: “...as Estatísticas são a organização industrial que define os limites que devem respeitar as peças, e tornar possível a aplicação do procedimento estatístico.” (BESSON, 1995,p.20)

É citado por Sampaio (2010) o exemplo de como a Estatística influencia a vida das pessoas: os atropelamentos ocorrem com frequência no escurecer e a noite, e no domingo e sexta-feira. Os pedestres com essa informação, terão mais cuidado no trânsito nessas circunstâncias, mas esse dado pode também não produzir significado. Deste modo, o caráter

social da Estatística, muitas vezes, não é reconhecido pelos fatos citados acima, e que os pesquisadores se interessam pelo estímulo intelectual e pelo desafio do problema e não pensam a respeito de seu trabalho.

Skovsmose (2007 *apud* Sampaio, 2010) é citado dizendo que a matemática usa da ideologia da certeza, onde os resultados matemáticos são corretos assegurados por suas próprias certezas, somado a isso seu texto ainda fala do respeito exagerado em relação aos números, e que o conhecimento não é absoluto. E como a Estatística utiliza a matemática, ela é prejudicada por esses fatores.

A Estatística é falível, o exemplo dado agora por Sampaio (2010) é de uma sociedade simplificada que dependa somente das variáveis sexo e idade, assim seria criado um modelo reduzido, mas esse modelo teria resultados absurdos em outra sociedade estruturada de outra maneira. Se o modelo apresenta alta variabilidade, a confiabilidade diminui e os problemas dependem da habilidade dos estatísticos na escolha das variáveis pertinentes e que a escolha inadequada pode ser intencionada ou não.

Por isso, muitas vezes, dizem que os estatísticos fazem com os números o que eles querem e, de acordo com a autora: “Isto não implica que as estatísticas, sozinhas, digam qualquer coisa que se queira, como se conclui apressadamente por não estar familiarizado com o seu manejo, suas especificidades e engenhosidades.” (SAMPAIO, 2010, p.24)

Segundo Sampaio (2010) as estatísticas não são verdadeiras nem falsas, mas relativas. Então para que elas servem? “Elas servem do mesmo que se diz de alguém que serve o Estado.” (SAMPAIO, 2010, p. 28)

É difícil encontrar alguma situação política que não envolva dados estatísticos, sendo necessário lembrar de que existe um ramo na Estatística chamado Estatística Social, onde se procura o conhecimento de situações e transformações da realidade social, econômica, e ambiental de um país. Porém, é mais comum ser utilizada para monitorar a educação, saúde, bem-estar e o foco é socioeconômico.

Todavia há que se lembrar de que algumas vezes o governo camufla informações para melhorar sua imagem perante a sociedade. As ONGs auxiliam nas informações sobre violação de direitos humanos, além de garantir os direitos humanos, aumentam as fontes de informação dessa natureza.

Sampaio (2010) indica Ole Skovsmose como o autor mais referenciado no mundo de matemática crítica e em seguida, cita o que ele pensa sobre educação crítica:

Para que a educação, tanto como prática quanto como pesquisa, seja crítica, ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades, da supressão etc., e deve tentar fazer da educação uma forma social progressivamente ativa. (SKOVSMOSE, 2008 apud SAMPAIO, 2010, p.43)

O termo Estatística crítica é a que envolve discussão, e problematiza as situações a partir de dados reais, conforme Sampaio (2010). É nesse ponto de vista que é dado foco a esta pesquisa, pois a inferência pode ser trabalhada desde as séries iniciais se for trabalhada de forma crítica, de maneira que os alunos usem dados da mídia do cotidiano. Para maior entendimento de Educação Estatística segue abaixo uma revisão bibliográfica.

### 3.2 ALGUMAS PESQUISAS SOBRE EDUCAÇÃO ESTATÍSTICA

As pesquisas citadas nesse trabalho servem de apoio para compreender a complexidade, importância e amplitude do tema no contexto escolar. Segundo Simon (1995) as teorias de ensino sobre matemática, representações matemáticas, materiais didáticos e atividades, e sobre como os alunos constroem o conhecimento são saberes que podem modificar o conhecimento do professor.

Historicamente, no capítulo 2 deste trabalho, foi citado que a Estatística surgiu para recensear a quantidade de pessoas de uma população. Vale, no entanto, dizer que a chegada da informática impulsionou o desenvolvimento da Estatística, pois assim se conseguiu analisar grande quantidade de dados. Cazorla *et al.* (1999) falam que a Estatística é algo presente na geração da tecnologia e que muitos desistem de utilizá-la pela complexidade de seu entendimento e por utilizar linguagem matemática.

Em seu artigo Cazorla *et al.* (1999) buscam medir as atitudes em relação à Estatística, usando de perguntas e adotando uma escala para as respostas, como: concordo, concordo parcialmente, com 5 a 7 possibilidades de resposta. “A maioria desses instrumentos tem sido baseados em dados colhidos através de escalas, do tipo lápis e papel, usando o método somativo, conhecido como escala do tipo Likert.” (CAZORLA *et al.*, 1999, p.5)

Metade das proposições é de natureza positiva, e a outra metade, negativa. “As proposições de natureza positiva tem uma pontuação de um para *discordo totalmente*, dois para *discordo* e assim sucessivamente; as proposições de natureza negativa têm a pontuação invertida.” (CAZORLA *et al.*, 1999, p.8)

Os autores complementam que até então não havia sido encontrada uma escala de atitudes para Estatística, somente para Matemática. A adaptação da escala consistiu na mudança da palavra Matemática para Estatística, no contexto universitário.

A pesquisa de Carvalho; Lopes; Oliveira (1999) trata do ensino de Probabilidade e Estatística no ensino fundamental. O artigo fala da postura do professor com relação a esses temas.

Esse trabalho contribuiu para que o grupo construísse uma concepção de ensino de Estatística associada ao ensino da Probabilidade, na qual se ressalta a necessidade de possibilitar ao aluno confrontar-se com situações-problema que envolvam a aleatoriedade e o acaso, para que possa desenvolver a habilidade de tomadas de decisão. (CARVALHO, LOPES, OLIVEIRA, 1999, p.9)

O termo literacia aparece constantemente em alguns artigos lidos, segundo Campos *et al.* (2011) remete a argumentar usando os termos estatísticos corretos, também incluem entender os conceitos, símbolos, esses autores trabalharam com projetos e os temas desses foram escolhidos pelos alunos, deveriam conter 3 variáveis quantitativas e três qualitativas, elaborar um questionário, fazer gráficos, obter média, moda, mediana, estudo da simetria, desvio padrão e coeficiente de variação; a escolha de variáveis quantitativas discretas para estudar sua correlação e inserir o gráfico de dispersão exibindo a reta de regressão e o coeficiente de determinação.

A Estatística contextualizada é tratada por Gonçalves (2008), cita ainda que os conteúdos de probabilidade, análise combinatória, são vistos de forma fragmentada. Fischbein (1975) diz que antes dos sete anos, as crianças já têm noções probabilísticas. O autor foca bastante a parte filosófica da Estatística, mas finalmente expõe com maior ênfase o ensino de modelagem em probabilidade.

O artigo de Araújo; Oliveira (2010) trata do histórico da Estatística, que surgiu com o intuito de apresentar censos da sociedade, depois cita que o ensino de Estatística tem sido valorizado. Nos parâmetros curriculares nacionais, há um tópico específico para ela chamado Tratamento de Informações. O autor complementa colocando que a Estatística pode auxiliar na revisão de conceitos básicos como multiplicação e divisão.

Oliveira; Araujo (2010) ainda reforçam a importância do ensino interdisciplinar, pois ensinar somente fórmulas torna-se sem significância. Todavia, na visão dos autores, os docentes e instituições, não estão muitas vezes preparados para tratar a Estatística dessa forma. Em sua investigação trabalharam com pesquisa de opinião, para conhecer a opinião do

outros professores e comparar com a sua, abrangendo temas socioculturais da comunidade escolar.

Como uma alternativa para o ensino de Estatística, apresenta-se o programa *Nossa Escola Pesquisa sua Opinião* (NEPSO), o qual teve origem em 2000, com a iniciativa do Instituto Paulo Montenegro - organização sem fins lucrativos, criada pelo IBOPE Brasil, para desenvolver e executar projetos na área de Educação - e da ONG Ação Educativa - organização não governamental que atua, desde 1994, na área de educação e juventude no Brasil. (OLIVEIRA, ARAUJO, 2010, p.8).

Há artigos que focam a Estatística aplicada de forma crítica como é o caso de Campos *et al.* (2011) que tratam do uso da modelagem de forma crítica, a partir de um o trabalho com projetos, envolvendo a bolsa de valores. Já o artigo de Roges; Idalino; Silva (2010) trata de leitura crítica de gráficos e tabelas, em sua experiência mediante a análise de respostas certas a questionários aplicados a alunos.

Os currículos dos cursos de licenciatura também são analisados. Viali (2008) faz uma análise do currículo de licenciatura em Matemática em universidades com relação à Estatística e verifica a carga horária, em que em média é de 70,9 horas, e se incluída combinatória, passa a 78,7 horas. O artigo dá ênfase ao modo como é transmitida a disciplina ao curso de licenciatura, que deveria focar na educação Estatística. Mas, devido às universidades agruparem as turmas, com cursos engenharia, por exemplo, a disciplina não contempla, nem propicia este foco educacional.

Livros do ensino fundamental e médio de matemática são analisados por Santos *et al.* (2010). Segundo os autores grande parte deles continha um capítulo exclusivo para Estatística, no entanto alguns não reservavam nenhum capítulo para o assunto.

Para Barcelo; Capilla; Zúnica (2000 *apud* Sampaio, 2010), foi possível constatar que no ensino superior a disciplina de Estatística provoca aversão aos alunos. Uma grande parte dos alunos tem dificuldade para expressar de forma oral e por escrito as conclusões e interpretações dos resultados. Mas, para os autores os professores não estão preparados para o ensino de Estatística.

Ainda sobre educação Estatística, Sampaio (2010) aborda como formas de aplicar no ensino médio a modelagem matemática e o ensino à distância. No ponto de vista da modelagem, os alunos são convidados a indagar e investigar. Para Sampaio (2010) o professor deveria ensinar a perguntar.

As ferramentas como e-mail, MSN, podem ser utilizadas a favor da educação, mas ainda encontram-se dificuldades, por não ser usual o uso dessas tecnologias para a educação, Jacobini; Wodewotzki (2006) já realizaram experiências no ambiente virtual de modelagem, e

relataram que houve aprendizagem dos conteúdos estatísticos e dos recursos do Excel utilizados.

Pesquisas referentes ao ensino de Estatística em outros países também são importantes, e teremos mais uma visão de como se trata de educação em outros lugares.

No exterior, há mais publicações envolvendo a temática inferência sob o ponto de vista da Educação Estatística no ensino fundamental e médio. Foram aqui relacionados alguns trabalhos recentes nesta área. O de mais impacto é talvez de Wild *et al.* (2011), publicado pelo *Journal of Royal Statistical Society*, um dos mais importantes periódicos de Estatística. Os autores defendem que os alunos devem começar a trabalhar com formas precursoras de inferência Estatística, muito mais cedo do que o fazem agora. Propõe que se utilizem comparações visuais para iniciar um primeiro passo na inferência Estatística. Embora a abordagem seja concebida para alunos do ensino médio, pode ser relevante na educação de adultos e em alguns cursos introdutórios de Estatística em nível superior.

Ainda nesta linha, trabalhando informalmente problemas de inferência, com crianças ou adolescentes (ensino fundamental e médio) estão os trabalhos de Papanastasiou e Meletiou-Mavrotheris (2010), Meletiou-Mavrotheris (2003), Arnold *et al.* (2011), Pfannkuch *et al.* (2010), Arnold, P. e Pfannkuch, M., 2010.; Friel, O'Connor e Mamer, J. (2006); Pfannkuch (2007) (2008) (2011); Pratt e Ainley, (2008). Experiências, proposições e diversos recursos educacionais são abordados.

Os artigos internacionais também fortalecem a ideia de introduzir Estatística mais cedo no ensino regular. Wild *et al.* (2011) cita que em sua experiência na Nova Zelândia trabalhou com inferência com os alunos de ensino médio, que a importância da Estatística se dá pelo fato de que o aluno convive com a Estatística independente da área que vai seguir no futuro. Papanastasiou e Meletiou-Mavrotheris (2010) abordam a Estatística de modo informal, onde as representações podem auxiliar na visualização e que podem ser feitas ligações com a experiência física e a formalidade. Assim, a tarefa do aluno é identificar as hipóteses, coletar os dados apropriados e interpretar os resultados. Em se tratando de simulações através do computador Arnold, *et al.* (2011) coloca que muitas vezes estas não são compreendidas por iniciantes. Ele explora uma situação onde o problema é investigar quem tem QI mais alto, homens ou mulheres, a partir de um gráfico *box plot*. Como o trabalho proposto se refere à inferência, segue um estudo sobre o tema.

### 3.3 TRABALHOS DE INFERÊNCIA

Como o foco da pesquisa será trabalhar com inferência Estatística (estimação) foi realizado um levantamento de publicações nacionais na área. Foi perceptível que na área de inferência Estatística há poucos trabalhos registrados. No entanto, são encontrados mais documentos em estatística descritiva e probabilidade.

O artigo de Alpizar-Jara, Afonso, Monteiro (2008) fala do estimador Lincoln-Petersen. O mais interessante deste artigo é que ele cita um site americano *Figure This* (<http://www.figurethis.org/challenges/c52/challenge.htm>), onde apresentam algumas experiências interessantes de se fazer em sala de aula. O artigo é mais informativo, dá exemplos de onde se aplica a estimação estatística.

Foi aplicado o método de estimação por Siqueira; Lyra; Ferreira (2010) para estimar o rendimento de professores, considerando a turma como população fechada, ou seja, não há alunos trocando de turma ou ausentes, também não foi divulgado o resultado da primeira prova aos professores ou aos alunos, para não haver mudança de postura por parte dos alunos ou professores.

Novaes (2004 *apud* Tonetti, 2004) percebeu em seu trabalho, que os alunos tratam amostra como população. Ele diz que isso só pode ser solucionado quando são colocados diante de uma situação prática e real e que os problemas sejam propostos de forma contextualizada. Para ensinar Estatística, podem ser usados jornais e revistas, para trabalhar com interpretação, construção de gráficos, enfim.

Vistos os artigos referentes à área proposta, também é válido conhecer a teoria envolvida nessa pesquisa.



## 4 ESTIMAÇÃO

Há dois tipos de inferência, que são denominadas inferência matemática e inferência estatística. Na inferência matemática, o raciocínio utilizado é o dedutivo: “Uma hipótese (H) é formulada sobre um sistema mais geral e a conclusão (T) é, então, verificada para um sistema mais restrito.” (PAMPLONA; CARVALHO, 2007).

Dessa forma, a veracidade de uma proposição é demonstrada, ou seja, usando argumentos lógicos e sequenciais, ela é verificada e aceita. Já na inferência estatística tomamos conclusões através do raciocínio indutivo.

Inferência Estatística é fazer afirmações sobre características de uma população, baseando-se em resultados de uma amostra. Conforme Bussab, Morettin (1987) no dia-a-dia usa-se dados da amostra para concluir características específicas da população. “Basta observar como uma cozinheira verifica se o prato que ela está preparando tem ou não a quantidade adequada de sal.” (BUSSAB; MORETTIN, 1987, p. 181)

O conceito de inferência estatística é intuitivo, por isso serão definidos alguns termos formalmente, como população e amostra. “População é o conjunto de indivíduos (ou objetos), tendo pelo menos uma variável comum observável. Amostra é qualquer subconjunto da população.” (BUSSAB; MORETTIN, 1987, p.182)

A inferência estatística é utilizada nos casos em que não temos informações completas sobre a função de probabilidade ou a função de densidade de probabilidade, nos casos de variáveis discretas e contínuas, respectivamente. Porém, segundo Bussab; Morettin (1987) raramente tem-se essas informações.

Quando tratamos uma amostra, dependendo do tamanho da amostra, tem-se uma resposta diferente para a população, segundo Bussab; Morettin (1987) isso pode ser visto no seguinte exemplo: é tomada uma amostra de 500 pessoas em uma cidade qualquer, e é feita uma pergunta, a qual a resposta seria sim ou não. Se 300 pessoas responderem sim a questão e o propósito é saber a proporção de pessoas na cidade que são favoráveis. A solução seria  $300/500$ , o que equivale a 60%, nesse caso, considerando a amostra a perfeita reprodução da população, mas outra amostra levaria a outra estimativa.

Para se estabelecer uma relação entre os valores observados na amostra e a população, são necessários princípios teóricos bem definidos, há duas teorias em que a inferência estatística é embasada: a clássica e a bayesiana. “Há duas abordagens distintas para os princípios da inferência. A primeira é a teoria frequentista, ou clássica, cujos fundamentos

estão nos trabalhos de Pearson e Fisher, entre outros.” (BUSSAB; MORETTIN, 2010). Esta abordagem é a presente neste trabalho.

Segundo o autor podem ser construídos intervalos de confiança ou testes de hipóteses de acordo com a distribuição amostral dos estimadores. “Uma teoria que não faz uso destes argumentos é a bayesiana, cujos fundamentos são de Bayes (1763). A noção de probabilidade prevalente neste caso é subjetiva. Os parâmetros na inferência bayesiana podem ser expostos por uma distribuição de probabilidades e essas são subjetivas.” (BUSSAB; MORETTIN, 2010).

A partir da amostra da população, pode-se estimar determinada característica da população. “Um dos principais objetivos da estatística inferencial consiste em estimar os valores de parâmetros populacionais desconhecidos (estimação de parâmetros) utilizando dados amostrais.” (TAVARES, 2007, p.90)

Os parâmetros (medidas calculadas para a população) mais comuns a serem estimados são média, a proporção e o desvio padrão. Muitas vezes, para se ter uma estimativa, encontra-se um estimador, que segundo Albuquerque (2010, p.6): “...é toda a estatística amostral que tem um correspondente parâmetro na população.”

Os estimadores podem ser pontuais, onde a estimativa é determinada apenas pelo seu valor, ou intervalar, onde a estimativa é determinada por um intervalo de valores, onde o estimador é o valor central.

Nessa pesquisa será abordada a estimação do total de uma população, utilizando o método da captura e recaptura.

#### 4.1 CAPTURA E RECAPTURA

A proposta de aprendizagem apresentada nessa pesquisa é de estimação de uma população utilizando captura-recaptura. Esse método é bastante utilizado nas áreas de Ecologia e Epidemiologia. “Inicialmente tinha-se o intuito de estimar o tamanho total de uma população. Posteriormente, observou-se que seria possível dentro de uma população desconhecida ou de difícil conhecimento, estimar uma quantidade de uma população em particular, com características próprias.” (SIQUEIRA ; LYRA; FERREIRA, 2010,p.1)

A maior parte das aplicações do método de captura-recaptura diz respeito a inferência sobre o tamanho de populações animais. No entanto, recentemente esta

metodologia passou a ser utilizada em estudos sociais e epidemiológicos, oceanografia, dinâmica de frota de veículos, modelagem de demográfica de insetos, dentre outras aplicações. (PAULA; DINIZ; LEITE,2010, p.17)

Conforme os autores, o método de captura-recaptura foi utilizado inicialmente por Laplace, que em 1783 desenvolveu este método para estimar a população da França.

Os modelos de captura-recaptura têm uma grande importância histórica. O modelo mais simples, que hoje em dia é conhecido por modelo de Lincoln Petersen, está na base dos modelos do século XX. “Passados 100 anos após Laplace estimar a população de Paris, Petersen (1896) introduz algumas ideias na área da pesca e formaliza um modelo ao estudar a migração de peixes do Mar Alemão para “*Limfjord*”.”(ALPIZAR-JARA; AFONSO; MONTEIRO, 2008, p.21)

De acordo com o autor, Lincoln propôs estimar o tamanho da população de patos silvestres nos Estados Unidos da América. Já, o britânico John Graunt tinha usado a técnica de captura-recaptura para estimar a população de Londres.

A partir do século XX, nas décadas de 30 e 40, o método de captura e recaptura teve um consistente desenvolvimento teórico e de aplicações. Estudos foram feitos para estimar e monitorizar o tamanho das populações de várias espécies, em populações fechadas e abertas. Este processo auxiliou na obtenção da estimativa correta de incidência e prevalência, ainda que os dados sejam fornecidos de forma incompleta. (SIQUEIRA ; LYRA; FERREIRA, 2010, p. 1)

Há vários modelos para estimar situações específicas, como a clássica, Bayesiana, ou relacionada com a aplicação de modelos log-lineares para tabelas de contingência incompletas. Para utilizar o método de captura-recaptura pode-se considerar populações abertas e fechadas. Na população fechada não há mortes, nascimentos, migrações durante o estudo. Já, uma população aberta, considera-se esses fatores citados. É necessário também que todos os elementos tenham a mesma probabilidade de captura. Segundo os autores, os estudiosos mais citados para populações abertas são Jolly e Seber (1965), Pollock (1991) e Schwarz e Arnason (1996).

Para populações fechadas, pode-se utilizar a abordagem clássica e o estimador de Lincoln-Petersen, que foi desenvolvido por Laplace, sugerido por C. Petersen em 1886 e popularizado por F. Lincoln a partir de 1930. Para esse estimador, “..deve-se ter uma população fechada” (DENSIDADE..., 2010).

Todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de captura, captura e

marcação não afetam a probabilidade de captura, as amostras são aleatórias, as marcas das amostras não são perdidas (anexo A).

O processo de captura-recaptura, no caso da estimação do tamanho da população fechada, consiste em selecionar uma amostra aleatória ou não, de tamanho  $n_1$  marcando-a e devolvendo-a a população. É selecionada uma segunda amostra aleatória de tamanho  $n_2$ , conta-se o número de elementos marcados e são marcados os ainda não marcados, devolvendo-os a população. Esse processo é repetido para uma amostra de tamanho  $n_3$ , até “s” vezes. “Dado  $N$ , denotaremos por  $p_{ij}$  a probabilidade do  $i$ -ésimo animal ser capturado na  $j$ -ésima amostra  $1 \leq i \leq N$ ,  $1 \leq j \leq s$ , em que  $s$  é o número de épocas de captura, ou seja, o número de amostras selecionadas durante o processo de captura-recaptura.” (PAULA; DINIZ; LEITE, 2010, p.27). Os autores citam três casos particulares:

1o Caso :  $p_{ij} = p_i$  : a probabilidade de captura varia de acordo com o animal independentemente da época de captura, isto é, fixado um animal, ele tem a mesma probabilidade de ser capturado em qualquer uma das épocas de captura.

2o Caso :  $p_{ij} = p_j$  : A probabilidade de captura varia de acordo com a época de captura independentemente do animal, isto é, fixada época de captura, todos os animais tem a mesma probabilidade de serem capturados.

3o Caso :  $p_{ij} = p$  : Esse é o caso mais simples dentro do método de captura-recaptura múltipla. A probabilidade de captura é constante, isto é, a probabilidade de captura é a mesma para todos os animais e para todas as épocas de captura.(PAULA; DINIZ; LEITE,p.27 2010)

A estimação da abundância de populações animais e do número de pessoas de algumas populações humanas é um tema bastante relevante na sociedade atual. Este fato pode ser exemplificado através da definição de quotas de pesca, pois é de extrema importância a estimação da abundância de pescado com o menor erro possível a fim de evitar a extinção ou um número extremamente grande de espécies, causando o desequilíbrio na cadeia alimentar; nas políticas de saúde as estimativas são precisas para taxas de incidência e prevalência de certas doenças crônicas em populações de acessibilidade complicada.

A aplicabilidade dessa técnica foi expandida às populações humanas, por exemplo, na área das ciências médicas e epidemiologia fazendo referência à aplicação de captura-recaptura a problemas de edição de texto, correção de programas informáticos, controle de qualidade e em geral a populações evasivas.

No anexo B exemplifica-se o método de captura-recaptura ao estimar o número de peixes de um lago, de acordo com material disponível na página de internet *Figure This!*. O método de captura e recaptura é colocado como uma importante ferramenta para auxiliar no ensino de Estatística.

Este espaço foi criado pela *National Council of Teachers of Mathematics*, nos Estados Unidos da América, em cooperação com outras entidades, para envolver os estudantes e as suas famílias em desafios matemáticos que podem ser resolvidos em casa. Estes divertidos desafios são cuidadosamente escolhidos, de alta qualidade e apelam à utilidade da matemática na resolução de problemas da vida real. (ALPIZAR-JARA; AFONSO; MONTEIRO, 2008)

Destaca-se que Petersen em 1986, publicou o seu método de captura-recaptura utilizando etiqueta para estimar o tamanho de uma população de peixes. A maneira como é feita a marcação é muito importante, pois se precisa marcar o animal, mas sem alterar o indivíduo. Esta não pode ser afeita a mortalidade ou fecundidade individual ocasionada de algum trauma decorrente da marcação, também não pode alterar o comportamento do animal, e deve permanecer no mínimo até o final do estudo. A forma de marcação depende do animal, os biólogos usam para aves “bandaserna”, tartarugas recebem etiquetas de plástico ou de metais não corrosivos, mamíferos de grande porte usam brincos ou rádios em forma de colar.

Alpizar-Jara; Afonso; Monteiro (2008) também cita que os salmões são equipados com microchips inseridos sob a pele. “Em estudos de população animal, o método de 2 amostras foi estendido para o método K-amostra.” (CAPTURE..., 2010, p.1)

Os animais marcados em cada amostra podem ser marcados de forma individual, podem ser numerados, contando a história de captura de cada indivíduo marcado.

A primeira pessoa a introduzir a amostra K-método de captura-recaptura foi Schnabel, em 1938 no contexto da pesca em um lago. Essa teoria reformulada por Chapman, Darroch e outros na década de 1950.

Foram considerados problemas de heterogeneidade, os animais sem identificação tiveram diferentes probabilidades de ser capturado em uma dada amostra, e os animais se comportaram de maneira diferente da marcada sem marcação. Para atender a populações com estes problemas, uma gama de diferentes modelos foi introduzida na década de 1970 e estes estão associados com os nomes de Anderson, Burnham, Otis, White e outros. (CAPTURE..., 2010, p.1)

O método K-amostra também tinha sido aplicado a populações que permitindo a migração, nascimento e morte durante o período do estudo (a população aberta).

“Os EUA Census Bureau tem considerado usando os princípios do método de captura-recaptura para ajudar a contar a população sem-teto em grandes áreas urbanas.” (CAPTURE..., 2010, p.1)

O método de captura e recaptura é proposto por Cordani como atividade para incentivar o ensino de Estatística no ensino regular, que atualmente está enfraquecido, assim

desenvolvendo reflexos positivos do ponto de vista científico e também ajudando a desenvolver o espírito crítico.

A partir do embasamento teórico visto nos capítulos anteriores, vamos citar como ocorreu a oficina proposta.

## 5 OFICINA

Um dos objetivos do trabalho foi aplicar uma atividade que corresponde a uma oficina com uma turma de ensino médio (1º série) da E.E.B. Tufi Dippe da cidade de Joinville-SC. Nesse caso, se utilizou de material concreto. Ao final foi feita uma discussão com a turma de possíveis respostas para o problema e quais foram suas conclusões. A análise do resultado foi feita conforme a entrega do relatório de atividades, assim foi perceptível se as respostas foram coerentes ou não.

Antes de realizar a oficina com a turma do 1º ano do ensino médio, foi feito um teste piloto com uma turma de engenharia de produção da UDESC-CCT Joinville, na disciplina de Estatística lecionada pela professora Elisa Henning. Na época os acadêmicos estavam iniciando o assunto de estimação. O teste foi realizado com o intuito de encontrar possíveis problemas no experimento. Nesta experiência foram utilizadas bolinhas de isopor, como “peixes” e foi utilizado o data show para anotar o número da amostra e os elementos marcados. Apesar de inicialmente acharmos que os adultos teriam certa aversão à oficina, devido ser uma atividade lúdica, e estarem acostumados a uma rotina de matemática bem complexa, eles gostaram bastante da atividade. Os acadêmicos participaram de forma ativa, e entenderam que o objetivo era o pensamento crítico e, que esta era uma tarefa importante para seu cotidiano. As bolinhas foram marcadas com canetinhas da maneira que eles quisessem e os alunos foram criativos ao marcar as bolinhas (Figura 1).

Figura 1 – Bolinhas de isopor



Fonte: produção do próprio autor

No ensino médio, foi feito o planejamento da aula, que se encontra no Apêndice A. Primeiramente foi feita uma discussão com os alunos para saber se eles tinham a ideia intuitiva de amostra e população. Algumas perguntas foram feitas a eles (para que respondessem de forma oral):

- Quantas pizzas são consumidas por ano no Brasil?
- Quantas laranjas cabem na sala de aula?
- Quanto tempo um fusca levaria pra chegar até a lua?
- Quantos pneus são descartados por ano no Brasil?

Este momento foi interessante, pois os alunos participaram de forma ativa com seus palpites de milhões e trilhões, para estimar quantas laranjas cabiam na sala de aula, por exemplo, eles pensaram em medir a laranja e preenche-la imaginariamente com estas, a questão do fusca alguns até disseram que não iria chegar na lua, devido ser um carro de pouca “potência”.

Para introduzir população e amostra de forma mais específica, foram levantadas as questões:

- Quantos alunos tem nesta sala de aula?
- Quantas meninas?
- Quantos meninos?

E desta forma explicamos que a amostra é um subconjunto da população, e que meninos ou meninas poderiam constituir uma amostra da população de alunos daquela sala. Perguntamos a eles se sabiam algum exemplo sobre o assunto, se por acaso haviam visto algo semelhante na televisão, jornal ou na mídia, se já conseguiram relacionar às pesquisas. Para ajudar, citamos a pesquisa eleitoral.

Como eles não haviam visto ainda frequência relativa, escrevemos no quadro o seguinte problema para fixarem o contexto:

- Em um grupo de 10 adolescentes, 5 leem 2 livros por mês. Qual a frequência relativa de alunos que leem 2 livros por mês?

Tentamos relacionar essa questão à porcentagem e proporção, que são assuntos que já viram em algum momento da vivência escolar. A resposta seria  $\frac{5}{10}$  onde realizando a divisão, o resultado é 0,5. Aqui, partindo do conhecimento prévio buscamos a construção de novos conhecimentos.

Depois dessas discussões, perguntamos a eles como estimar a quantidade de peixes em uma lagoa, então perguntei se já tinham ouvido falar em marcar os animais. Alguns disseram



que sim, então explicamos a eles que essa oficina era para determinar quantos peixes têm uma lagoa e que os peixes seriam representados pelas tampinhas, a lagoa, pela sacola. A discussão passou a ser: Como estimar as tampinhas da sacola? Alguns alunos perguntaram se podiam pesar a sacola toda, para a partir do peso de uma tampinha saber o peso da sacola inteira, então nesse momento, havia vários questionamento a serem feitos que devido ao curto intervalo de tempo, não pudemos fazê-las. Depois, combinamos que ao longo da oficina iríamos preencher o quadro em cartolina (Figura 2).

O experimento ocorreu conforme os passos a seguir:

Passo 1 – Foi apresentada aos alunos uma população de “peixes” ( em tampinhas “pet”) em

Figura 2 – Quadro em cartolina

EXPERIMENTO	CAPTURA (AMOSTRA)	RECAPTURA (NOVA AMOSTRA)	MARCADOS NA CAPTURA	EQUAÇÃO	ESTIMATIVA DE N
1					
2					
3					
4					
5					

Fonte: produção do próprio autor

uma sacola transparente (Figura 3) e foi pedido a eles que estimassem o número de “peixes” apresentados e foi destacado que não era um problema de contagem, e depois entregaram individualmente sua estimativa inicial.

Passo 2 – Cada aluno retirou do pacote um elemento e ficou com ele até demais orientações.

Passo 3- Agora, tínhamos uma amostra da população de “peixes” conforme o número de alunos. Pedimos para cada aluno marcar seu elemento, estando no estágio na captura.

Passo 4 – Foram devolvidas as peças marcadas ao pacote.

Passo 5 – Misturamos as peças marcadas às demais e novamente cada aluno retirou uma peça de modo aleatório, obtendo uma nova amostra e no processo de recaptura.

Passo 6 – Perguntamos aos alunos quem tirou elementos marcados. É feita a contagem do

Figura 3 – Sacola transparente



Fonte: produção do próprio autor

número de alunos (elementos marcados) e é anotado no quadro (Figura 4) e feita a razão entre o número de elementos marcados e retirados (frequência relativa amostral de marcados).

Figura 4 – Registro dos elementos marcados

EXPERIMENTO	CAPTURA (AMOSTRA)	RECAPTURA (NOVA AMOSTRA)	MARCADOS NA CAPTURA	EDUCAÇÃO
1	26	26	5	
2				

Fonte: produção do próprio autor

Passo 7 – Discutimos como saber a frequência relativa populacional de marcados.

Passo 8 – Escrevemos no quadro a frequência relativa a amostra e população, por exemplo, tem-se 10 elementos marcados na recaptura de 30 da amostra e  $30/N$ , sendo  $N$  o número desconhecido da população.

Passo 9 – A primeira estimativa é encontrada igualando-se as duas razões acima (Figura 5).

Figura 5 – Equação e valor da estimativa

DADOS A URA	EQUAÇÃO	ESTIMATIVA DE N
-	$\frac{5}{26} = \frac{26}{N}$	135
	$\frac{1}{26} = \frac{26}{N}$	676

Fonte: produção do próprio autor

Passo 10 – Realizamos a recaptura mais vezes e construir uma tabela com os alunos.

Passo 11 – Seria repetir com diferentes tamanhos de amostra pode mostrar aos alunos a importância do tamanho da amostra na “variabilidade” da estimativa ( durante a oficina, não tivemos tempo para realizar o passo 11).

Nesse momento, foi feita a discussão sobre porque os resultados podiam ser tão diferentes. Os alunos responderam que havia uma variabilidade intuitiva para eles e que isso não significava que os resultados estavam errados. Então questioneei: como encontrar o valor da população a partir desses resultados? Eles sugeriram a média.

Deste modo, a partir de um experimento, foi possível produzir, interpretar e discutir alguns termos estatísticos. Além disso, foi possível questionar a capacidade de estimar os resultados, explorando o raciocínio crítico.

Passo 12 – Os alunos contaram quantos elementos existem no pacote e foi premiada a melhor estimativa inicial (Figura 6).

A melhor estimativa encontrada teve um erro de apenas duas unidades, sendo o número total de tampinhas da oficina era por volta de 800, nas duas vezes que contamos, foram apresentados resultados diferentes, pois tivemos que conta-las por grupos de 10 ou 15 devido a grande quantidade.

A turma escolhida foi dentre as turmas fornecidas pela escola concedente do estágio, conforme permissão do responsável, anexo C. A realização da oficina foi realizada em dia letivo com todos os alunos da turma. Foi entregue um questionário para preencher durante a aula e entregar ao final da mesma. O questionário se encontra no anexo D. Foram utilizadas duas aulas de 45 minutos para realizar a oficina e responder o questionário. Ainda, na avaliação realizada com a turma foi inserida uma questão referente à estimativa de peixes em uma lagoa.

Figura 6 – Contagem das tampinhas



Fonte: produção do próprio autor

## 5.1 RESULTADOS E ANÁLISES

Como já foi dito, realizamos a oficina com a turma de ensino superior, primeiramente, pois tinham mais maturidade para entender, caso ocorresse algum problema. Pois esse

problema ocorreu: quando fomos recapturar com uma amostra de tamanho menor, nenhum aluno pegou a bolinha marcada, e então ficamos com uma divisão por zero, fazendo com que precisássemos repetir o experimento. Depois de observar o ocorrido, decidimos repetir a recaptura com o ensino médio somente com o mesmo tamanho da amostra, no caso, com todos os alunos da turma, devido a esse fato. O fato do tempo disponível para a aplicação da oficina ser curto auxiliou nesta decisão.

Para estimular os alunos, tanto no ensino superior, como no ensino médio, foi oferecido um prêmio para a melhor estimativa do número de tampinhas da sacola. O prêmio era um chocolate, que como havíamos planejado, deixaria os alunos animados a querer acertar a estimativa e a participar da atividade proposta.

A maior dificuldade de realizar a oficina no ensino médio foi ter de explicar os conceitos população, amostra, frequência relativa, no mesmo momento de realizar a oficina. Isto tomou bastante tempo, sobrando praticamente 20 minutos de uma aula para realizar toda a oficina, na segunda aula, foi aplicado o questionário.

Quanto a análise do questionário, a questão 11 (Na sua opinião qual a influência do tamanho da amostra na população?) foi a que mais os alunos tiveram dificuldade, pois não fizemos a experimentação e eles não conseguiram entender muito bem. A melhor resposta foi: quanto maior o tamanho da amostra, melhor a estimativa.

Algumas respostas:

- O tamanho da amostra faz a população aumentar;
- Altera a equação;
- Quanto maior o número da amostra, maior o número de marcados; e quanto menor o número da amostra, menor chance o número de marcados;

Nesta última, eles fizeram a relação com o número de marcados, e não com a população. Outros responderam de forma óbvia, resposta como: altera a equação. A única resposta que não teve muito sentido, no contexto do problema, é que o tamanho da amostra faz a população aumentar. Essas respostas foram dadas como corretas ou incorretas, valendo 0,5 em prova (como combinado com a professora da escola).

Na avaliação feita com eles (na disciplina de estágio obrigatório IV que estou cursando) inseri uma questão onde teriam que usar a equação vista em sala durante a realização da oficina (Figura 7).

Nesta questão apareceram respostas de todo tipo. Esta questão serviu como revisão do conteúdo regra de três, e os alunos tiveram bastante dificuldade para resolver, inclusive para montar a equação



Figura 7 – Quadro representativo da questão

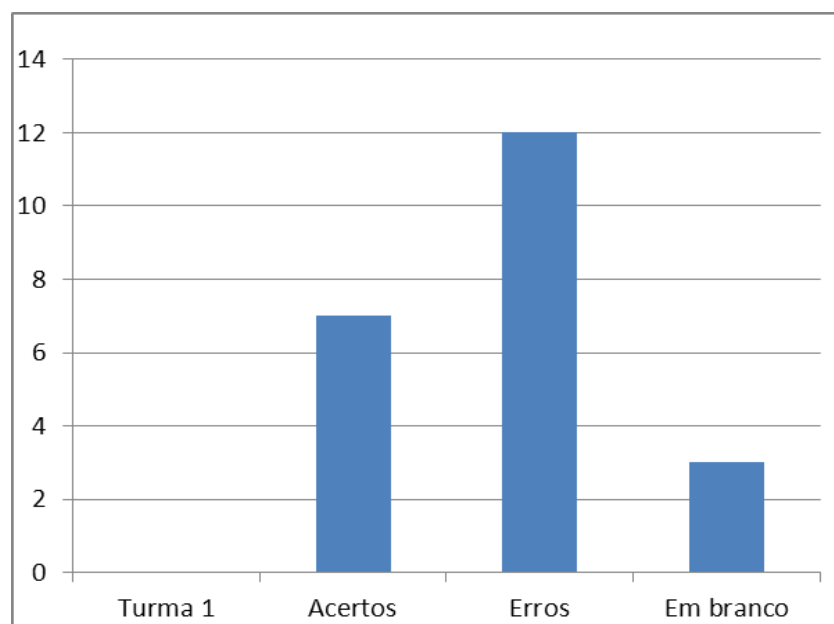
Um homem pescou 20 peixes num lago, marcou-os, e os devolveu ao lago. No dia seguinte, pescou novamente 20 peixes e 4 estavam marcados. Quantos peixes havia no lago?

Fonte: produção do próprio autor

$\frac{\text{marcados capturados}}{\text{amostra}} = \frac{\text{amostra}}{\text{população}}$ . A maioria conseguiu, com o apoio dessa fórmula. Outros ainda tiveram dificuldade em entender população e amostra. Mas, a maior dificuldade, na minha visão, foi entender que  $4/20$  é diferente de  $20/4$ . Os alunos parecem não compreender o significado de fração, divisão. A deficiência em conteúdos matemáticos básicos é muito grande. Desta forma, esta oficina poderia sim (se feita com mais tempo) auxiliar muito no entendimento de conceitos matemáticos.

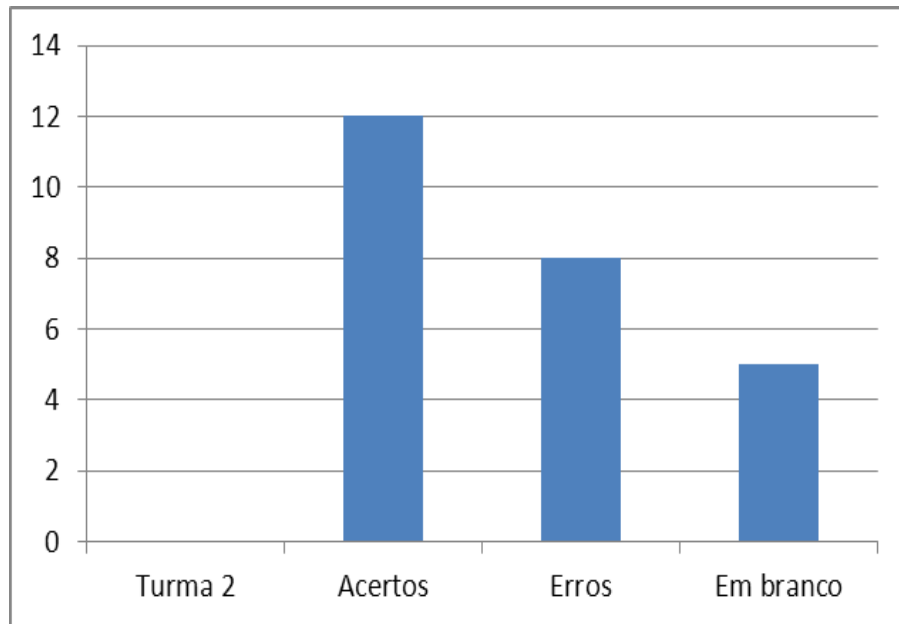
Uma observação interessante é que mesmo com a fórmula escrita no quadro, e tendo lido a prova com eles, alguns não usaram a fórmula, apenas fizeram  $20+4$ ,  $20+20$ ,  $20-4$ . Outros estudantes fizeram algumas contas, e no final, disseram que havia 5 peixes no lago, resultado que aponta para o fato de que não conseguiram interpretar o problema (Figura 8 e Figura 9).

Figura 8 – Gráfico de acertos e erros da Turma 1



Fonte: produção do próprio autor

Figura 9 – Gráfico de acertos e erros da Turma 2



Fonte: produção do próprio autor

Os gráficos acima apresentam apenas os erros, ou acertos referentes à questão da estimativa. Para se analisar melhor, precisaríamos conhecer aluno a aluno, pois geralmente, os que erraram essa questão, também erraram algumas outras questões da prova, por ter dificuldade em matemática, ou deixaram várias questões da prova em branco. Apesar disso, observou-se um bom número de acertos.

## CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo principal apresentar algumas contribuições para o ensino de inferência estatística na educação básica. Os objetivos, tanto principal como específicos, foram atingidos. Inicialmente foi feita uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Estatística no ensino em nível fundamental e médio. Foi também aplicada uma oficina baseada em Lisbeth Cordani (2006). Nesta atividade utilizamos diferentes linguagens para discutir termos estatísticos, questionamos a capacidades de estimar os resultados e construímos o conhecimento partindo do conhecimento prévio. Deste modo pode-se dizer que essa pesquisa irá contribuir para o meio acadêmico para professores e alunos que buscam incentivar seus alunos, despertar a análise crítica, mesmo que algumas vezes, pareça muito difícil de atingir-lhes por vários motivos relacionados ao cotidiano escolar. Muitas vezes, o professor entra na zona de risco ao realizar esse tipo de atividade, pois geralmente, a turma não fica em silêncio quando se realiza uma atividade lúdica. Ainda, o tempo para realizar uma atividade e para planejar diferente é muito maior, podendo prejudicar o planejamento anual.

Os pontos positivos na realização dessa pesquisa foram incentivar nos alunos o desejo de responder corretamente um problema, tendo ainda sido possível perceber que mesmo quando eles não conseguiam, mostravam-se motivados a participar. Nesse sentido, vale dizer que os alunos se sentem desmotivados na escola, pois os conteúdos, muitas vezes, são transmitidos de forma repetitiva e esses não veem por que fazer aquilo, para que aprender matemática, ou mesmo recorrem à clássica questão: “Para que aprender este assunto se eu não uso isso no meu dia-a-dia?”.

Na oficina eles se sentiram interados, na conversa inicial, pois viram que a matemática estava presente nas perguntas, e eles conseguiam responder, imaginar uma lógica de resposta e estavam em silêncio, ouviam com atenção todas as perguntas e as respondiam. O interessante é que essas ações se deram a partir do modo como eles achavam, sem medo de errar, pois foi deixado bem claro, que nesse caso, não havia resposta incorreta, desde que se aproximasse da resposta real. Porém, no momento da avaliação e do questionário, eles apresentaram muitas deficiências, e de maneira mais geral, não são somente eles, mas a maioria dos alunos brasileiros apresentam as mesmas dificuldades por não entender o conceito, e aí vem mais um motivo para os professores tentarem usar novas metodologias para sanar essas dificuldades.



Analisando de modo mais crítico os resultados obtidos na avaliação dos alunos, pudemos perceber que os acertos e erros da questão de estimativa estavam ligados ao desempenho geral do aluno na avaliação, pois, o “bom” aluno na disciplina de matemática, não tem dificuldades para realizar as operações básicas, já o aluno que não consegue realizar essas operações, não consegue chegar ao resultado correto. Assim, quando avalei as provas, não observei somente a resposta, pois esse não era o objetivo da oficina, olhei atentamente se cada um tinha entendido como montar a equação, identificar população e amostra, e para a maioria isso ficou claro. Já, no momento de realizar a multiplicação, montar a equação, encontrar o valor de  $N$  da população, é que ocorreram os erros, se tivéssemos mais tempo, seria um ótimo momento para revisar todos esses assuntos, incentivar a interpretação do problema, fazê-los pensar porque a resposta não poderia ser cinco peixes, como já citado.

Como futura professora, essa experiência foi válida no sentido de me incentivar a realizar mais atividades diferenciadas, em que eu saia da zona de risco, no sentido de acreditar que deixam os alunos mais interessados por matemática. Aprendi bastante sobre educação Estatística, pois era uma área que desconhecia do curso de matemática, mas tinha bastante interesse. Assim pretendo continuar estudando e ensinar Estatística quando estiver lecionando Matemática, que é o meu principal objetivo.

Uma das dificuldades foi conseguir autorização para realizar a oficina, já que foi realizada em uma escola pública, concedente de meu estágio, e foram cedidas somente duas aulas para realizar a oficina, pois a professora da turma tinha seu planejamento que não podia ser alterado por conta da atividade, muitas vezes, a Estatística não é transmitida em sala por esse motivo, o planejamento é feito de acordo com matérias de matemática e é deixado de lado a Estatística, que também faz parte de seu convívio.

Ainda é importante frisar que os materiais utilizados na oficina foram recicláveis, sendo um projeto acessível a qualquer escola pública, seja estadual ou municipal. Fica como sugestão inovar nos materiais, variar o tamanho das amostras, realizar a atividade com duração de mais aulas, introduzir conceitos em outra aula, criar novos contextos, realizar oficinas com outros conteúdos, gráficos, médias, o importante é despertar a curiosidade dos alunos com algo simples e fascinante.

## REFERÊNCIAS

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o ensino médio**. Brasília: MEC, v.2, 2006. Disponível em: [http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_vol\\_ume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_vol_ume_02_internet.pdf). Acesso em 3 mar. 2012.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em 3 mar. 2012.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (PCNEM)**. Brasília: MEC, 1999. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em 2 mar. 2012.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002. Disponível em: [http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN\\_CNMT.pdf](http://www.sbfisica.org.br/arquivos/PCN_CNMT.pdf). Acesso em: 5 mar. 2012.

ALBUQUERQUE, Valter. **Amostragem e estimação**. 2010. Disponível em: [www.pucrs.br/famat/valter/basica/Amostragem\\_Estimacao.doc](http://www.pucrs.br/famat/valter/basica/Amostragem_Estimacao.doc). Acesso em: 05 abr. 2012.

ALPIZAR-JARA, Russell; AFONSO, Anabela; MONTEIRO, João Filipe. **Estimação da abundância animal e de populações humanas móveis**. Boletim: Sociedade Portuguesa de Estatística, 2008.

ARAÚJO, Bruno Kerber de; OLIVEIRA Ednei Leite de. **Educação Estatística: Algumas considerações**. In: II SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 2010. Disponível em: [www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens\\_Est/art51.pdf](http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens_Est/art51.pdf). Acesso em: 12 mar. 2012.

ARNOLD, Pip; PFANNKUCH, Maxine. **Enhancing students' inferential reasoning: From hands on to "movie snapshots"**. In C. Reading (Ed.), Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics, Ljubljana, Slovenia, July 2010. Voorburg, The Netherlands: International Statistical Institute. Disponível em:

[http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8\\_2D2\\_ARNOLD.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_2D2_ARNOLD.pdf).

Acesso em: 31 mar. 2012.

ARNOLD, Pip; PFANNKUCH, Maxine; WILD, Chris J.; REGAN, Matt ; BUDGETT, StephaniE. **Enhancing Students' Inferential Reasoning: From Hands-On To "Movies"**. Journal of Statistics Education Volume 19, Number 2(2011) . Disponível em: <http://www.amstat.org/publications/jse/v19n2/pfannkuch.pdf> . Acesso em: 05 abr. 2012.

BESSON, Jean-Louis. As Estatísticas: verdadeiras ou falsas? In: \_\_\_\_\_ (Org.). **A ilusão das Estatísticas**. São Paulo: Editora da UNESP, 1995. p. 25-67.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática ( 3º e 4º ciclos do ensino fundamental)** . Brasília: SEF/MEC, 1998.

BUSSAB, Wilton O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística Básica**. 6. ed.. Rio de Janeiro: Saraiva, 2010.

BUSSAB, Wilton O.; MORETTIN, Pedro A. **Estatística básica**. 4. ed. Atual: São Paulo, 1987.

CAMPOS, Celso Ribeiro; JACOBINI, Otávio Roberto; FERREIRA, Denise Helena Lombardo; WODEWOTSZKI, Maria Lúcia Lorenzetti. **O ensino e a aprendizagem de conteúdos estatísticos por meio de projetos**. 2011. Disponível em: [http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii\\_ciaem/xiii\\_ciaem/paper/viewFile/839/571](http://www.cimm.ucr.ac.cr/ocs/index.php/xiii_ciaem/xiii_ciaem/paper/viewFile/839/571). Acesso em 13 mar. 2012.

CAMPOS, Celso Ribeiro; JACOBINI, Otávio Roberto; FERREIRA, Denise Helena Lombardo; WODEWOTSZKI, Maria Lúcia Lorenzetti. **Educação Estatística no Contexto da Educação Crítica**. 2011. Disponível em: <http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/viewArticle/5104>. Acesso em 4 abr. 2012.

CAPTURE-RECAPTURE.: History. Disponível em: <http://www.pitt.edu/~yuc2/cr/history.htm>. Acesso em 20 fev. 2012.

CARVALHO, Dione Lucchesi; LOPES, Celi Aparecida Espasandin; OLIVEIRA, Paulo Cesar. **O ensino da estocástica: uma linha emergente de Pesquisa do Grupo Prapem.** Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/cee/pasta1/art3.html> . Acesso em 2 abr. 2012.

CAZORLA, Irene Maurício; SILVA, Cláudia Borim; VENDRAMINI, Claudette; BRITO, Marcia Regina Ferreira de; **Adaptação e Validação de uma Escala de Atitudes em Relação à Estatística.** 1999. Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/cee/pasta1/art5.html>. Acesso em: 21 mar. 2012.

CORDANI, Lisbeth. **Oficina: Estatística para todos.** 2006. Disponível em [http://redeabe.org.br/OFFICINA%20site\\_educacao.pdf](http://redeabe.org.br/OFFICINA%20site_educacao.pdf). Acesso em: 19 jan. 2012.

DENSIDADE e abundância. Disponível em: <http://ecopopbio.tripod.com/id2.html> . Acesso em 01 jun. 2012

FISCHBEIN, Efrain. **The intuitive sources of probability thinking in children.** Dordrecht: Reidel, 1975.

FRIEL, Susan; O'CONNOR, Willian; MAMER, James. **More than “Meanmedianmode” and a bar graph: What’s needed to have a statistical conversation?** In G. Burrill and P. Elliott (Eds), *Thinking and Reasoning with Data and Chance: Sixty-eighth Yearbook*, (pp. 117–137). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2006.

GONÇALVES, Harryson Júnio Lessa. **A educação Estatística no ensino fundamental brasileiro.** *Colloquium Humanarum*, Presidente Prudente, v. 5, n. 1, p. 01-19, jun. 2008

HOW many fish in the pond? Disponível em: [www.figurethis.org/challenges/c52/challenge.htm](http://www.figurethis.org/challenges/c52/challenge.htm). Acesso em 29 mar. 2012.

JACOBINI, O. R. e WODEWOTZKI, M. L. L. **Uma Reflexão sobre a Modelagem Matemática no Contexto da Educação Matemática Crítica.** In: Boletim de Educação Matemática. Publicação da UNESP. 2006, Rio Claro.

MELETIOU-MAVROTHERIS, Maria. **Technological Tools in the Introductory Statistics Classroom: Effects on Student Understanding of Inferential Statistics.** *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. V. (3), n0. (8), 2003. Disponível em:

<http://www.springerlink.com.ez74.periodicos.capes.gov.br/content/q3h3675880815117/fulltext.pdf> . Acesso em: 01 abr. 2012.

NOVAES, Diná. Valério. **A mobilização de conceitos estatísticos: estudo exploratório com alunos de um curso de tecnologia em turismo**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2004.

PAMPLONA, Admur S. ; CARVALHO, Dione Lucchesi de . **A lógica da inferência estatística e seu ensino na licenciatura em matemática** . In: Encontro Nacional de Educação Matemática, IX, 2007, Belo Horizonte. Caderno de Resumos do IX encontro Nacional de Educação Matemática. Belo Horizonte : SCINSA, 2007.

PAPARISTODEMOU, Efi ;MELETIOU-MAVROTHERIS, Maria. **Engaging young children in informal statistical inference**. ICOTS 8 (2010). Disponível em: [http://stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8\\_2A4\\_PAPARISTODEMOU.pdf](http://stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_2A4_PAPARISTODEMOU.pdf). Acesso em: 05 abr.2012.

PAULA, Marcelo de; DINIZ, Carlos Alberto Ribeiro; LEITE José Galvão. Sensibilidade a posteriori de um modelo de captura-recaptura. **Revista Brasileira Biom.** , v.28, n.1, p.126-140, 2010.

PFANNKUCH, Maxine. **Year 11 students' informal inferential reasoning: A case study about the interpretation of box plots**. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 2(3), 149-167, 2007. Disponível em: <http://www.iejme.com/032007/d3.pdf> . Acesso em: 31 mar. 2012.

PFANNKUCH, Maxine. **Building sampling concepts for statistical inference: A case study**. In *ICME-11 Proceedings, Monterrey, Mexico, July 2008*. Disponível em: <http://tsg.icme11.org/document/get/476>. Acesso em: 2 abr. 2012.

PFANNKUCH, Maxine. **The role of context in developing informal statistical inferential reasoning: a classroom study**. In: *Mathematical Learning and Thinking*, 13(1&2), 27-46, 2011.

PFANNKUCH, Maxine; REGAN, Matt; WILD, Chris; HORTON, Nick. **Telling data stories: essential dialogues for comparative reasoning**. Journal of Statistics Education, 18(1), 2010.

PRATT, Dave; AINLEY, Jane. **Introducing the special issue on informal inferential reasoning**. In Statistics Education Research Journal, 7(2), 3-4, 2008. Disponível em: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ7\(2\)\\_Pratt\\_Ainley.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/serj/SERJ7(2)_Pratt_Ainley.pdf). Acesso em: 03 abr. 2012

ROGES, Danielle Loureiro; IDALINO, Rita de C. de Lima; SILVA; Dâmocles Aurélio Nascimento da. **Uma proposta metodológica para o ensino do tratamento da informação no ensino fundamental**. 2010. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/sinape/sites/default/files/EducacaoEstatistica.pdf>. Acesso em 9 abr. 2012.

SANTOS, Bruno Henrique dos; MACEDO, Camila de Souza; ALVES; Fabiana Neves; SILVA, Joyce Marly; MAGALHES, Marcos Nascimento; BUSATTA, Mariana Ribeiro; TAMBARA, Silvio. **Presença da Estatística no Ensino Fundamental e Médio**. 2010. Disponível em: [http://www.ime.usp.br/arquivos/4congresso/33%20Bruno%20Henrique%20dos%20Santos\\_N.pdf](http://www.ime.usp.br/arquivos/4congresso/33%20Bruno%20Henrique%20dos%20Santos_N.pdf). Acesso em 13 mar. 2012.

SAMPAIO, L. O. **Educação Estatística crítica: uma possibilidade?** Dissertação de Mestrado, Rio Claro. UNESP-SP, 2010.

SIMON, Martin. A. **Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective**. Journal for Research in Mathematics Education. Vol. 26, No. 2, pp. 114-145, 1995.

SIQUEIRA, Erinaldo Leite Siqueira Júnior ; LYRA, Bruno Sousa ; FERREIRA, Cíntia Maria Lopes. **Aplicação do método de captura-recaptura para estimar o rendimento do professor em sala de aula**. 2010. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/sinape/19sinape/node/446>. Acesso em 2 abr. 2012.

SKOSVMOSE, Ole. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. 4 ed. Campinas: Papiros, 2008, 160 p.

TAVARES, Marcelo. **Estatística aplicada à Administração**. Disponível em: [http://www.uapi.ufpi.br/conteudo/disciplinas/estatistica/download/Estatistica\\_completo\\_revisado.pdf](http://www.uapi.ufpi.br/conteudo/disciplinas/estatistica/download/Estatistica_completo_revisado.pdf). Acesso em: 30 abr.2012.

TONETTI, Antonio Celso. **Trajetórias hipotéticas de aprendizagem em Estatística no ensino médio**. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 2010.

VIALI, Lori. **O ensino de Estatística e probabilidade nos cursos de licenciatura em Matemática**. In: Anais do 18º SINAPE Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, 2008, Estância de São Pedro. 18º SINAPE Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, 2008.

WILD, Chris J.; PFANNKUCH, Maxine; HORTON, Nick. Regan Matt. **Towards more accessible conceptions of statistical inference**. **Journal of the Royal Statistical Society**. Serie A (2011) 174, Part 2, pp. 247–295 Disponível em: <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-985X.2010.00678.x/pdf>. Acesso em: 03 abr. 2012.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – Plano de aula

Iniciar com as seguintes questões aos alunos e deixá-los responder livremente:

- Quantas pizzas são consumidas por ano no Brasil?
- Quantas laranjas cabem na sala de aula?
- Quanto tempo um fusca levaria pra chegar até a lua?
- Quantos pneus são descartados por ano no Brasil?

Neste momento podem ser feitas discussões do conceito que eles tem de amostra e população, o do cotidiano mesmo.

- Quantas pessoas têm na sala de aula?
- Quantos meninos?
- E meninas?

Desta forma mostrar que a amostra seria meninas, por exemplo e a população, todos na sala. Ainda, é discutido se reconhecer que já ouviram falar em amostragem no dia-a-dia, como por exemplos, em pesquisas eleitorais. Para explicar frequência relativa:

- Em um grupo de 10 adolescentes, 5 leem 2 livros por mês. Qual a frequência relativa?

Introduzir ao alunos de forma que entendam a partir de porcentagem e proporção. Em seguida, é apresentado o projeto, discutido a importância ambiental dos peixes, se já conhecem formas de marcação de animais e feito o experimento.

O experimento ocorrerá conforme os passos a seguir (CORDANI, 2006):

Passo 1 – Será apresentada aos alunos uma população de “peixes” ( em cartões, fichas ou bolinhas) em uma caixa e será pedido a eles que estimem o número de “peixes” apresentados e destacar que este não é um problema de contagem, e deverão entregar individualmente sua estimativa inicial.

Passo 2 – Cada aluno irá retirar do pacote um elemento e ficará com ele até demais orientações

Passo 3- Agora, tem-se uma amostra da população de “peixes” conforme o número de alunos. Pede-se para cada aluno marcar seu elemento, estando no estágio na captura.

Passo 4 – Devolver as peças marcadas ao pacote.



Passo 5 – Misturar as peças marcadas às demais e novamente cada aluno retirará uma peça de modo aleatório, obtendo uma nova amostra e no processo de recaptura.

Passo 6 – Pergunta-se aos alunos quem tirou elementos marcados. É feita a contagem desses alunos e feita a razão entre o número de elementos marcados e retirados (frequência relativa amostral de marcados)

Passo 7 – Discussão de como saber a frequência relativa populacional de marcados.

Passo 8 – Escrever na lousa a frequência relativa a amostra e população, no exemplo tem-se 10 elementos marcados na recaptura de 30 da amostra e  $30/N$ , sendo N o número desconhecido da população.

Passo 9 – A primeira estimativa é encontrada igualando-se as duas razões acima.

Passo 10 – Se for possível, realizar a recaptura mais vezes e construir uma tabela com os alunos.

Fonte: produção do próprio autor

**ANEXOS**

ANEXO A - Fórmula de estimação para populações fechadas.....	51
ANEXO B - Quantos peixes há no lago?.....	52
ANEXO C - Permissão da concedente.....	53
ANEXO D - Questionário respondido pelos alunos.....	54
ANEXO E – Artigo submetido ao SINAPE.....	55
ANEXO F – Aceite do artigo.....	62

## ANEXO A - Fórmula de estimação para populações fechadas

$$\frac{m_2}{n_2} = \frac{n_1}{N} \therefore N = \frac{n_1 \cdot n_2}{m_2}$$

Onde:

$N$  = Tamanho da população.

$n_1$  = Total de elementos capturados na primeira amostra.

$n_2$  = Total de elementos capturados na segunda amostra.

$m_2$  = Número de elementos capturados na primeira e na segunda amostra.


O método se procede da seguinte forma:

Em uma população com tamanho desconhecido igual a  $N$ , temos

- 1) O pesquisador no momento  $i = 1$ , captura, marca e solta uma amostra com  $n_1$  elementos.
- 2) No momento  $i = 2$ , captura uma segunda amostra de tamanho  $n_2$  e verifica que  $m_2$  elementos estavam marcados.

Fonte: SIQUEIRA; LYRA; FERREIRA (2010)

## ANEXO B - Quantos peixes há no lago?



**Math Challenge**  
**#52**  
**CAPTURE-RECAPTURE**

**Figure This!**  
Math Challenges for Families

**HOW MANY**  
**fish**  
**IN THE POND???**

**Figure This!** To estimate the number of fish in a pond, scientists captured 150 fish, marked them, and then let them go. The next day, they captured 170 fish from the pond. Of these, 20 had been marked the day before. About how many fish are in the pond?

**Hint:** What fraction of the fish caught on the second day were marked?

Capture-recapture is a statistical method used to estimate the size of a population. Fish and wildlife management experts, demographers, and scientists use this and other techniques to find the number of people or animals in a region.

Fonte: [www.figurethis.org/challenges/c52/challenge.htm](http://www.figurethis.org/challenges/c52/challenge.htm)

## ANEXO C - Permissão da concedente



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA - UDESC  
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT  
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – DMAT

Ofício Nº 401/2012/CCT-DMAT

Assunto: **Autorização para Realização de Oficina**

À Senhora  
Emma Zenei Dal-Ri Cavalheiro  
Diretora da E.E.B. Tufi Dippe

Joinville, 19/03/2012.


Prezada Diretora

Cumprimentando-a cordialmente, vimos por este solicitar vossa autorização para que a acadêmica Fernanda Primieri Bessa, aluna regularmente matriculada na sétima fase do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), realize uma oficina com os alunos do primeiro ano do Ensino Médio de vossa Escola.

Cabe ressaltar que tal atividade é parte integrante do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) da referida acadêmica e deverá ser aplicada nos horários de aula da disciplina de matemática da turma em questão, no período de duas horas aula e irá propor uma atividade lúdica sobre a estimação do total de uma população.

Sendo o que tínhamos para o momento, nos colocamos à disposição para esclarecer eventuais dúvidas e reiteramos nossos votos de alta estima e consideração.

  
\_\_\_\_\_  
Marnei Luis Mandler  
Chefe do Departamento de Matemática

  
\_\_\_\_\_  
Graciela Moro  
Coordenadora do Trabalho de Conclusão de Curso

  
\_\_\_\_\_  
Elisa Henning  
Professora Orientadora

Campus Universitário Prof. Avelino Marcante – Bom Retiro – Joinville  
Fone: (47) 4009-7900 – FAX: (47) 4009-7840 – CEP:89223-100 – Joinville – SC – Brasil  
Home Page: <http://www.joinville.udesc.br>

  
\_\_\_\_\_  
Emma Zenei Dal-Ri Cavalheiro  
Diretora da E.E.B. Tufi Dippe  
Port.: P7484  
Matr.: 15604

## ANEXO D - Questionário respondido pelos alunos

- 1 – Quantos “peixes” o grupo capturou inicialmente? .....
  - 2 – Quantos “peixes” foram marcados inicialmente? .....
  - 3 – Quantos “peixes” foram Recapturados? .....
  - 4 – Quantos estavam marcados dentre os Recapturados? .....
  - 5 – Considerando o tamanho da amostra Recapturada (.....) qual a proporção de marcados nessa amostra? .....
  - 6 – Qual a proporção de peixes marcados na população? .....
  - 7 – Como relacionar os itens 5 e 6?
  - 8 – Como estimar o valor de N (tamanho da população).
  - 9 – Repetindo o procedimento (nesta planilha foram feitas quatro repetições), obtém-se sempre a mesma estimativa para N? .....
- Discutir: \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- \_\_\_\_\_
- 10 – A estimativa foi construída com qual tamanho de amostra? .....
  - 11 – Em sua opinião, qual a influência do tamanho da amostra na estimativa?

Fonte: CORDANI, Lisbeth K (2006).

## ANEXO E – Artigo submetido ao SINAPE

**Primeiros contatos com Inferência Estatística: uma experiência voltada ao ensino médio**

Fernanda Primieri Bessa

Departamento de Matemática - Centro de Ciências Tecnológicas  
Universidade do Estado de Santa Catarina  
[nandaprimieri@gmail.com](mailto:nandaprimieri@gmail.com)

Elisa Henning

Departamento de Matemática - Centro de Ciências Tecnológicas  
Universidade do Estado de Santa Catarina  
[elisa.henning@joinville.udesc.br](mailto:elisa.henning@joinville.udesc.br)

**Resumo:** A estimação de parâmetros é um dos problemas básicos da inferência Estatística, onde a partir de dados obtidos de amostras são estimados parâmetros populacionais. Entende-se que é importante despertar o estudante, desde cedo, para compreensão deste importante assunto. Este assunto é abordado neste documento, onde o objetivo principal é propor, a partir de atividades lúdicas e utilização de material concreto, trabalhar estimação com alunos de ensino médio. Como é um projeto em andamento, resultados parciais são mostrados.

**Palavras chave:** Educação Estatística. Inferência. Atividades lúdicas. Material Concreto.

**1) Introdução**

Nos dias atuais cada vez mais os cidadãos são confrontados com excesso crescente de informação, incluindo números, Estatísticas e gráficos. É, portanto necessário, que a sociedade consiga interpretar corretamente esta informação, e para tal é fundamental que haja, além da Educação Matemática, a Educação Estatística. Assim, desde cedo é possível tornar possível que as pessoas façam uma leitura crítica da informação. É recomendável que a sociedade entenda termos como, população, censo, amostragem, margem de erro, nível de confiança entre outros.

Este documento traz resultados parciais de trabalho de conclusão em andamento de curso de Licenciatura em Matemática, voltado à Educação Estatística. O objetivo principal era, a partir de um experimento, despertar os alunos para os conceitos de amostra, população e estimação de parâmetros populacionais. Além disso, alguns objetivos específicos foram delineados no sentido de contribuir para um melhor andamento dos trabalhos. Entre os objetivos pode-se citar: efetuar uma revisão bibliográfica sobre o ensino de Estatística, notadamente sobre a presença de elementos de inferência Estatística, no ensino em nível fundamental e médio. Na atividade em sala propõe-se utilizar diferentes linguagens para produzir, interpretar, discutir termos estatísticos e questionar capacidade de estimar os resultados, desenvolvendo a capacidade de análise crítica.

**2. Educação Estatística**

Embora presente nos diversos níveis de ensino, abrangendo o ensino fundamental, médio e superior, a Estatística, na maioria das vezes é tratada apenas como uma disciplina (obrigatória) a mais, focada em fórmulas e exercícios. Segundo Viali (2008), a Estatística ser abordada apenas como uma aplicação de fórmula, sem focar na análise e interpretação dos

dados pode omitir sua significância. Para o autor este tema desempenha um papel essencial na educação para a cidadania, sendo necessário que todo cidadão saiba quando um argumento estatístico está ou não sendo utilizado com propriedade.

Nos Parâmetros Curriculares Nacionais, o ensino da Estatística está inserido no bloco de conteúdos “Tratamento das Informações”, e trata da importância de se acrescentar a Estatística nos anos iniciais da escolarização e que a abordagem deve ser baseada em situações reais, envolvendo contagem, números, medidas, cálculos e estimativas que favorecem a comunicação oral e escrita.

Tratar os dados e transformar em informação tem sido de grande importância para a nossa sociedade. Neste sentido, cada vez mais se tem indicado a necessidade de se trabalhar as diversas etapas do tratamento de dados: (a) levantamento da questão a ser feita; (b) definição dos instrumentos de coleta de dados; (c) coleta dos dados; (d) categorização e organização dos dados em tabelas e/ou gráficos; (e) leitura dos dados organizados em tabelas e/ou gráficos; (f) interpretação dos dados; (g) discussão da questão a partir dos dados. (VIALI, 2008,p.8)

Então, a solução seria saber transmitir o conteúdo de forma adequada, porém Viali (2008) cita que muitas vezes os professores preferem não trabalhar com Estatística por falta de preparação com relação aos conteúdos dessa.

No ensino fundamental e médio cabe então, na maior parte, ao professor de matemática trabalhar estes elementos de probabilidade e Estatística. Deste modo, é importante que estes elementos de Estatística estejam inseridos adequadamente dentro do currículo da disciplina de matemática.

No ensino médio, a Proposta Curricular para o ensino de matemática permite uma certa flexibilidade no número de aulas semanais. Esta flexibilidade afeta o modo como o conteúdo é abordado. Nas escolas com grade curricular com 2 ou 3 aulas semanais, não estava previsto Estatística em nenhum momento, apenas no 2º ano era previsto análise combinatória e probabilidade.” (TONETTI, 2010, p 33). No caso de escolas com 4 ou 5 aulas semanais de matemática é incluído matemática financeira ou Estatística, ficando a critério da escola ou do professor.

Em 1997, o MEC publicou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino fundamental (PCN-EF), onde foram divididos em quatro blocos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento de informação. É em tratamento de informação que a Estatística está inserida.

Com relação a Estatística, a finalidade é fazer com que o aluno venha a construir procedimentos para coletar, organizar, comunicar dados, utilizando tabelas, gráficos e representações que aparecem frequentemente em seu dia-a-dia. Além disso, calcular algumas medidas Estatísticas como média, mediana, e moda com objetivo de fornecer novos elementos para interpretar dados estatísticos. (PCN, 1997, p 52)

Essas informações tornam possível o ensino de Estatística a partir das séries iniciais, de forma que no 8º e 9º ano o aluno tenha construídos os conceitos estatísticos básicos. Em 1999, foi publicado o PCNEM (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio) organizados por áreas de conhecimento, a matemática está inserida em *ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Para o ensino, o objetivo é que prepare o aluno para interpretar, julgar, perceber, a matemática deve auxiliar no raciocínio dedutivo, e a Estatística desenvolve habilidades aplicáveis no mundo real.



Em 2002, foi elaborado o PCN+, o qual foi construído a partir de contribuições e sugestões de professores com relação a primeira versão do PCN, o PCN+ é estruturado por temas, que são: Álgebras: números e funções; Geometria e medidas e Análise de dados. Os conteúdos de Estatística, contagem e probabilidade estão inseridas neste último tema. E, as habilidades desenvolvidas em Estatística segundo esse documento abrangem:

- Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
- Ler e interpretar dados e informações de caráter estatísticos apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
- Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
- Compreender e emitir juízos sobre informações Estatísticas denatureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, BRASIL, 2002, p 127)

Na 1ª série sugere-se trabalhar com gráficos, na 2ª com a análise de dados e contagem, e na 3ª série, com probabilidade. O ensino de Estatística deve ser tratado como aprimoramento dos conceitos vistos de Estatística no ensino fundamental, utilizando recursos tecnológicos e gráficos mais avançados com problemas contextualizados. Assim, a educação Estatística pode assumir uma forma mais ampla, despertando no aluno uma visão crítica na análise de dados. Isto seria possível a partir da Educação Estatística Crítica.

### 3. Inferência Estatística no Ensino Médio

As pesquisas citadas nesse trabalho servem de apoio para compreender a complexidade, importância e amplitude do tema no contexto escolar. Segundo Simon (1995) as teorias de ensino sobre matemática, representações matemáticas, materiais didáticos e atividades, e sobre como os alunos constroem o conhecimentos são saberes que podem modificar o conhecimento do professor.

No Brasil há predominância de trabalhos que envolvam medidas descritivas e gráficas, e probabilidades. Algumas iniciativas voltadas a abordagem da Inferência Estatística podem ser citadas. Oliveira e Araujo (2010) citam a importância do ensino interdisciplinar, que ensinar somente fórmulas, torna-se sem significância e que os docentes (e instituições) muitas vezes, não estão preparados para tratar a Estatística dessa forma.

Alpizar-Jara, Afonso, Monteiro (2008) abordam de modo informativo como trabalhar estimação em sala de aula. Um elemento interessante apresentado é o site americano Figure This (<http://www.figurethis.org/challenges/c52/challenge.htm>), onde constam algumas experiências interessantes para a sala de aula.

Novaes (2004) (apud Tonetti, 2004) percebeu que os alunos (de um curso superior) tratam amostra como população, ele diz que isso só pode ser solucionado quando são colocados diante de uma situação prática e real e que os problemas sejam propostos de forma contextualizada. Reforça-se aqui a importância de trabalhos nesta área.

No exterior, no entanto, há mais publicações envolvendo a temática inferência, sob o ponto de vista da educação Estatística no ensino fundamental e médio. Wild *et al.* (2011) defendem que os alunos devem começar a trabalhar com formas precursoras de inferência Estatística, muito mais cedo do que o fazem agora. Propõe que se utilizem comparações visuais para iniciar um primeiro passo na inferência Estatística. Embora a abordagem proposta foi concebida para alunos do ensino médio, para os autores esta pode ser relevante na educação de adultos e em alguns cursos introdutórios de Estatística em nível superior.

Ainda nesta linha, trabalhando informalmente problemas de inferência, com crianças ou adolescentes (ensino fundamental e médio) estão os trabalhos de Papparistodemou e Meletiou-Mavrotheris (2010), Meletiou-Mavrotheris (2003), Arnold et al. (2011), Pfannkuch et al. (2010), Arnold, P. e Pfannkuch, M., 2010.; Friel, O'Connor e Mamer, J. (2006); Pfannkuch (2007) (2008) (2011); Pratt e Ainley (2008). Experiências, proposições e diversos recursos educacionais, incluindo ferramentais computacionais, são abordados.

Estes trabalhos fortalecem a ideia de introduzir Estatística mais cedo no ensino regular. Wild *et al.* (2011) reforça que a importância da educação Estatística, e do tema inferência, pelo fato de que o aluno irá conviver com a Estatística independente da área que vai seguir no futuro. Papparistodemou e Meletiou-Mavrotheris (2010) abordam a Estatística de inferência informal, que as representações podem auxiliar na visualização e que podem ser feitas ligações com a experiência física e a formalidade. Assim, a tarefa do aluno é identificar as hipóteses, coletar os dados apropriados e interpretar os resultados.

É importante salientar que periódicos internacionais como *Teaching Statistics*, *Induzioni*, *Stochastik in der Schule* e conferências, como a *International Conferences on Teaching Statistics* (ICOTS), têm valorizado pesquisas e trabalhos abrangendo o ensino da Estatística, incluindo a inferência, e contribuindo para sua difusão.

#### 4. Trabalhando estimação de forma lúdica

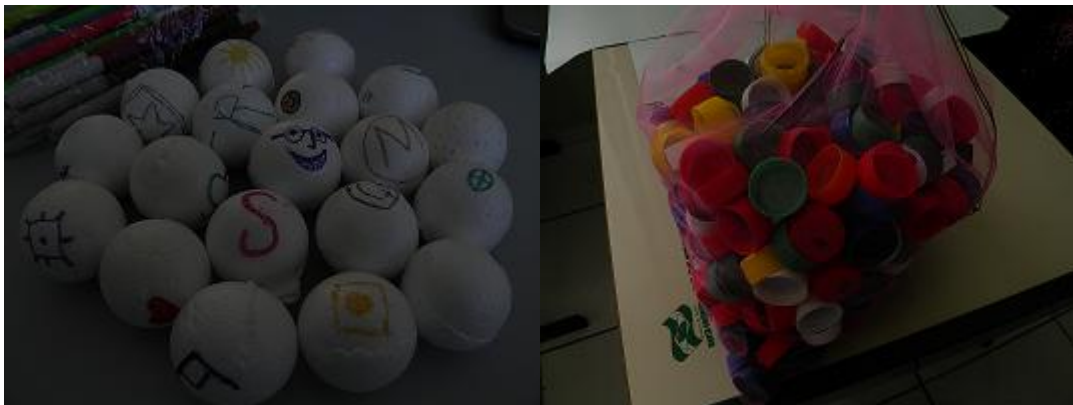
Neste momento surge a dúvida de como levar este tema – estimação – para a sala de aula. Uma opção natural foi uma atividade sugerida na Oficina Estatística para Todos (CORDANI, 2006). Esta baseia-se na estimação do total de uma população, no caso estimação de peixes em uma lagoa com o objetivo de trazer algo mais concreto e lúdico para sala de aula. A oficina aplica o método de captura e recaptura, comum na área das ciências biológicas. A partir deste experimento espera-se despertar os alunos para os conceitos de amostra, população e estimação de parâmetros populacionais, neste caso o total de uma população. Algumas adaptações são necessárias devido às especificidades das turmas e condições locais.

Os alunos envolvidos correspondem a duas turmas de primeiro ano do ensino médio, de uma escola pública da rede estadual no município de Joinville. A oficina será aplicada em dia letivo, previamente acordado com a direção da escola e professor responsável. Ficou definido que parte da problemática seria trabalhada antecipadamente na sala de aula. A definição dos materiais utilizados foi outro ponto interessante de discussão. A escola em questão disponibilizou itens já produzidos pelos alunos a partir de lixo reciclável. Assim, os “peixes” serão compostos de tampas de garrafas PET (Figura 1), que serão marcados com adesivos.

A oficina, de acordo com Cordani (2006) compõe-se inicialmente da apresentação dos “peixes” em pacote transparente. É evidenciado aos alunos que não se trata de um problema de simples contagem, relacionando-se com alguma situação real local. Os “peixes” são transportados para um pacote opaco. Em seguida cada aluno irá retirar do pacote um elemento. Agora, tem-se uma amostra da população de “peixes” conforme o número de alunos. Pede-se para cada aluno marcar seu elemento, estando no estágio na captura. Os “peixes” marcados são devolvidos ao pacote e misturados com os demais. Cada aluno retirará novamente uma peça de modo aleatório, obtendo uma nova amostra e no processo de recaptura. Pergunta-se aos alunos quem tirou elementos marcados, sendo feita a contagem desses alunos e calculada a razão entre o número de elementos marcados e retirados (frequência relativa amostral de marcados). Este é um momento para discussão de como saber a frequência relativa populacional de marcados. Num quadro feito previamente em cartolina,

deve-se escrever a frequência relativa amostra e populacional, e a partir daí estimar o total da população de peixes. O processo de recaptura será repetido algumas vezes, dentro das possibilidades de tempo. O quadro feito previamente, pressupõe a construção de uma tabela para os resultados. A recaptura, que será repetida com diferentes tamanhos de amostra, pode mostrar aos alunos a importância do tamanho da amostra na “variabilidade” da estimativa. Nesta etapa espera-se que os alunos consigam compreender, dentro de suas possibilidades, o processo de estimação a partir dos resultados de uma amostra. Ao final alguns alunos serão escolhidos para contar quantos elementos existem no pacote e será premiada a melhor estimativa inicial. Escolheu-se premiar o aluno com chocolate.

Antes de aplicar a oficina com os alunos do ensino médio, foi feito um “teste piloto” com uma turma de ensino superior. Considerou-se importante o teste, no sentido de identificar e se possível resolver alguns problemas, principalmente de ordem operacional. A turma escolhida foi de acadêmicos de engenharia, da disciplina de Probabilidade e Estatística. Esta disciplina é vista na terceira fase, com alunos na faixa dos 19 aos 20 anos de idade. No momento da aplicação da oficina, os alunos iriam iniciar os estudos dos conteúdos de inferência Estatística, que abordam estimação e testes de hipóteses clássicos. Assim, os alunos foram apresentados, de modo informal e lúdico, à nova temática da disciplina. Ao invés de tampinhas de garrafas PET, foram utilizadas bolinhas de isopor a serem marcadas com canetinhas (Figura 1). O quadro de cartolina, aqui foi substituído por uma planilha eletrônica exposta a partir de *datashow*.



**Figura 1:** Materiais para a realização da oficina

A experiência transcorreu bem, mas algumas deficiências puderam ser notadas. O processo de retirada e devolução dos “peixes” pode ser mais dinâmico, de modo a evitar a dispersão dos alunos no caso de turmas grandes. No processo de recaptura deve-se ter um cuidado maior com a mudança do tamanho da amostra. No teste obtive-se, num dado momento, nenhum “peixe” marcado recolhido. Embora tenha sido útil para esta turma (de graduação) no sentido de discussão, pode não ter o mesmo efeito em turmas do ensino médio. Mas, do ponto de vista relacionamento professor-aluno esta atividade foi muito atividade gratificante, tanto para os alunos como para o professor. A turma interagiu ativamente tanto no transcorrer da atividade como nas discussões. Adaptações, com base nas deficiências notadas, foram feitas, agora direcionadas aos alunos do ensino médio.

## 5. Considerações finais

Neste documento são apresentados alguns resultados parciais de um trabalho em andamento, de conclusão de curso que tem por finalidade trabalhar inferência Estatística com alunos do ensino médio. Pretende-se abordar de forma lúdica e com utilização de materiais

concretos a estimação do total de uma população a partir de oficina idealizada por Cordani (2006), com algumas adaptações. O objetivo principal é despertar os alunos para uma análise crítica deste importante tema, levando-os a discutir e compreender, dentro de suas limitações, este processo. Neste sentido, para melhor embasar este estudo foi efetuada uma revisão bibliográfica do assunto, onde se verificou que embora este assunto seja bem explorado no exterior, ainda há poucos trabalhos envolvendo o ensino de elementos de inferência nos níveis fundamental e médio no Brasil. Foi realizado um teste piloto com uma turma e embora os resultados tenham sido positivos, principalmente do ponto de vista qualitativos, algumas deficiências foram encontradas. As atividades foram revistas de modo a contornar as dificuldades observadas.

## Referências

- ARAUJO, B. K.; OLIVEIRA E. L. *Educação Estatística: Algumas considerações*. In: II SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA, 2010. Disponível em: [www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens\\_Est/art51.pdf](http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens_Est/art51.pdf). Acesso em: 12 mar. 2012.
- ALPIZAR-JARA, R; AFONSO, A; MONTEIRO, J. F. *Estimación da abundância animal e de populações humanas móveis*. Boletim: Sociedade Portuguesa de Estatística, 2008.
- ARNOLD, P; PFANNKUCH, M; WILD, C. J.; REGAN, Matt ; BUDGETT, S.E. Enhancing Students' Inferential Reasoning: From Hands-On To "Movies". *Journal of Statistics Education*. V.19, n. 2, 2011.
- ARNOLD, P.; PFANNKUCH, M. Enhancing students' inferential reasoning: From hands on to "movie snapshots". In C. Reading (Ed.), *Data and context in statistics education: Towards an evidence-based society. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics, 2010 – ICOTS 8*. Disponível em: [http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8\\_2D2\\_ARNOLD.pdf](http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_2D2_ARNOLD.pdf). Acesso em: 31 mar. 2012.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do ensino fundamental)*. Brasília: SEF/MEC, 1998.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (PCNEM)*. Brasília: MEC, 1999.
- \_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. *PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.
- CORDANI, L. *Oficina: Estatística para todos*. Disponível em [http://redeabe.org.br/OFICINA%20site\\_educacao.pdf](http://redeabe.org.br/OFICINA%20site_educacao.pdf). Acesso em: 19 jan. 2012.
- FRIEL, S.; O'CONNOR, W.; MAMER, J. More than "Meanmedianmode" and a bar graph: What's needed to have a statistical conversation? In G. Burrill and P. Elliott (Eds), *Thinking and Reasoning with Data and Chance: Sixty-eighth Yearbook*, (pp. 117–137). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2006.
- NOVAES, D. V. *A mobilização de conceitos estatísticos: estudo exploratório com alunos de um curso de tecnologia em turismo*. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. São Paulo. PUC-SP, 2004.
- MELETIOU-MAVROTHERIS, M. Technological Tools in the Introductory Statistics Classroom: Effects on Student Understanding of Inferential Statistics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. v. 3, n. 8, 2003.
- PAPARISTODEMOU, E.; MELETIOU-MAVROTHERIS, M. *Engaging young children in informal statistical inference*. Proceedings of the Eighth International Conference on Teaching Statistics, 2010 – ICOTS 8. Disponível em: [http://stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8\\_2A4\\_PAPARISTODEMOU.pdf](http://stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/icots8/ICOTS8_2A4_PAPARISTODEMOU.pdf). Acesso em: 05 abr.2012.
- PFANNKUCH, M.; REGAN, M.; WILD, C.J.; HORTON, N. Telling data stories: essential dialogues for comparative reasoning. *Journal of Statistics Education*, v.18, n.1, 2010.
- PFANNKUCH, M. Year 11 students' informal inferential reasoning: A case study about the interpretation of box plots. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. Vol. 2, no. 3, 149-167, 2007.
- PFANNKUCH, M. *Building sampling concepts for statistical inference: A case study*. In: ICME-11 Proceedings, Monterrey, Mexico, July 2008. Disponível em: <http://tsg.icme11.org/document/get/476>. Acesso em: 2 abr. 2012.

- PFANNKUCH, M. The role of context in developing informal statistical inferential reasoning: a classroom study. In: *Mathematical Learning and Thinking*. Vol.13, n.1 e 2, p. 27-46, 2011.
- PRATT, D.; AINLEY, J. Introducing the special issue on informal inferential reasoning. *Statistics Education Research Journal*. Vol. 7, no 2, 3-4, 2008.
- SIMON, M.A. Reconstructing Mathematics Pedagogy from a Constructivist Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 26, No. 2, pp. 114-145, 1995.
- TONETTI, A. C. *Trajetórias hipotéticas de aprendizagem em Estatística no ensino médio*. Dissertação de Mestrado. PUC-SP, 2010.
- VIALI, L. *O ensino de Estatística e probabilidade nos cursos de licenciatura em Matemática*. In: Anais do 18º SINAPE Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, 2008, Estância de São Pedro. 18º SINAPE - Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística, 2008.
- WILD, C. J.; PFANNKUCH, M.; HORTON, M.; REGAN N. J. Towards more accessible conceptions of statistical inference. *Journal of the Royal Statistical Society. Serie A*. Vol. 174, n.2, pp. 247–295, 2011.

## ANEXO F – Aceite do artigo

The screenshot displays a web interface for 'Trabalhos Submetidos' (Submitted Works). The interface is dark-themed with a header bar containing 'Sinape' on the left and 'Bem vindo, Elisa Henning' on the right. The main content area lists two submitted works, each with a green 'Aprovado' (Approved) button. The first work is titled 'Primeiros contatos com Inferência Estatística: uma experiência voltada ao ensino médio' and is presented by 'Elisa Henning'. The second work is titled 'Gráfico Combinado Shewhart-CUSUM aplicado a um Processo de Rotulagem' and is presented by 'Elisa Henning' and 'Andrea Cristina K...'. At the bottom, there is a footer with the email 'notificacoes@galoa.com.br', a note about the site being built with Galoá, and the Galoá logo.

Sinape Bem vindo, Elisa Henning

### Trabalhos Submetidos

Primeiros contatos com Inferência Estatística: uma experiência voltada ao ensino médio **Aprovado**

Apresentador(es): Elisa Henning

Gráfico Combinado Shewhart-CUSUM aplicado a um Processo de Rotulagem **Aprovado**

Apresentador(es): Elisa Henning  
Andrea Cristina K...

notificacoes@galoa.com.br Este site foi construído com Galoá, a plataforma web para organizar eventos acadêmicos. **Galoá**